مبادئ الإحصاء

الجمهورية العربية السورية
منشورات جامعة دمشق
مركز التعليم المفتوح
برنامج إدارة المشروعات المتوسطة والصغيرة

مبادئ الإحصاء

الدكتور
فريد الجاعوني
أستاذ في قسم الإحصاء التطبيقي

الدكتور
مطانيوس مخول
أستاذ في قسم الإحصاء التطبيقي

الدكتور
عدنان عباس حميدان
أستاذ في قسم الإحصاء التطبيقي

جامعة دمشق

الفهرس

مقدمة

لِعلمِ الإحصاء في الوقت الحاضر أثرٌ كبيرٌ في جميع العلوم الاقتصادية والاجتماعية والفيزيائية والكيميائية والحيوية والطبية والهندسية، وعلم الأحياء والاتصالات والإلكترونيات والزراعة والتربية والتعليم وعلم النفس وغيرها من العلوم، إذ تعتمد تلك العلوم على ما يقدمه علم الإحصاء في تقدمها المطرد، حتى غدت فيه لأساليب الإحصائية من الأدوات العلمية الحديثة التي لا غنى عنها في دراسة مختلف الظواهر، وغدا علم الإحصاء بكونه الأسلوب العلمي الحديث لجمع المعلومات ومعالجتها وتحليلها، في صميم العمليات الإدارية وآليات اتخاذ القرار على المستويات كلِّها سواءً أكانت على مستوى المشروعات الصغيرة أم المتوسطة أم الكبيرة وغيرها.

ولم تعد البحوث حتى النظرية منها، كالجغرافية والفلسفة والتاريخ تعتمد على المنهج الوصفي القديم، وإنما صار المنهج الإحصائي التحليلي الرياضي الأساس العلمي لجميع هذه العلوم، وكان ذلك بمثابة قفزة نوعية في جميع فروع العلم والمعرفة.

يهدف هذا الكتاب إلى تقديم بعض الأسس والقواعد لمبادئ علم الإحصاء. يبدأ كل فصل بمقدمة عن الهدف، ثم يأتي التعريفات والنظريات والأمثلة التي توضح الموضوعات المستهدفة بكل فصل، إذ تتناول فصول الكتاب جمع البيانات وطرائق عرضها الجدولية والبيانية وكل ما يتعلق بها من مقاييس: النزعة المركزية والتشتت ، وكذلك أشكال الانتشار لمتغيرين وما يؤدي من دراسة الارتباط والانحدار؟

جاء هذا الكتاب باللغة العربية في كل محتوياته ما عدا المعادلات فقد وضعناها بالرموز اللاتينية، ولذلك فهي تقرأ باستمرار من اليسار إلى اليمين، ولا يُعدّ ذلك قصوراً في اللغة العربية، إذ بالإمكان كتابة هذه المعادلات بالرموز العربية دون أيّ صعوبة، ولكن الهدف من هذا الإجراء التيسير على القارئ في الاستفادة من المراجع الأجنبية.

واستعنا في إعداد الكتاب بكثير من المراجع العربية والأجنبية المسرودة أسماؤُها في نهاية صفحات الكتاب، وكذلك بخبرتنا في التدريس بجامعة دمشق، وقد رأينا في وضعنا لمادة هذا الكتاب أن يكون صالحاً وكافياً حسب تطور المناهج في جامعة دمشق لطلاب التعليم المفتوح في كلية الاقتصاد بجامعة دمشق. ولمّا كان طلبة التعليم المفتوح يعتمدون في دراستهم على مجهودهم الفردي، حاولنا اعتماد البساطة والوضوح والدقة، وأضفنا إلى العرض النظري للمقرر العديد من التمارين المحلولة والتطبيقات العملية التي ستساعد الطالب على تعميق فهمه وزيادة الوضوح في العرض. ولهذا وضعنا في نهاية كل وحدة دراسية عدداً من التمارين والمسائل غير المحلولة، يُترك للطالب حلها، لأنها تساعده في اكتشاف مدى استيعابه لمفردات المادة المدروسة.

أما فيما يتعلق بالتنسيق العام للكتاب، فقد قُسِّمَ إلى سبعة فصول حسب الموضوعات الأساسية لدراسة هذا المقرر بصورة تعطي الطالب كل ما يحتاج إليه دون تعقيد أو إضافات.

ولئن كان الكتاب عملاً جماعياً، إنَّ الأمانة العلمية تقتضي بيان عمل كلٍّ مؤلِّفٍ على حدةٍ، وعلى هذا الأساس فقد قام الدكتور عدنان عباس حميدان بكتابة الفصلين الأول والثاني، والدكتور فريد الجاعوني بكتابة الفصول الثالث والرابع والخامس، والدكتور مطانيوس مخول بكتابة الفصلين السادس والسابع.

وأخيراً، نتوجه بالشكر لكل من ساعد على تهيئة المناخ المناسب لإبراز هذا الكتاب بصورته هَذِهِ.

والله وليّ التوفيق

المؤلِّفون

الفصل الأول

ماهية علم الإحصاء

1-1 نبذة عن علم الإحصاء

نشأ علم الإحصاء في العصور الوسطى لاهتمام الدول بتعداد أفراد المجتمع حتى تتمكن كل دولة من تكوين جيش يستطيع الدفاع عن حدودها، ومن أجل حصر ثروات الأفراد لفرض الضرائب وتجميع الأموال اللازمة لتمويل الجيش وإدارة شؤون البلاد، ثم توسعت عمليات التعداد والحصر لتشمل بيانات عن المواليد والوفيات والإنتاج والاستهلاك. وبذلك نشأت الحاجة إلى تنظيم هذه البيانات وتلخيصها ووضعها في صورة جداول أو رسم بياني أو تصويري حتى يسهل الرجوع إليها والاستفادة منها بأسرع وقت ممكن، وقد أطلق على هذه الطرائق «علم الدولة أو علم الملوك ثم علم الإحصاء». وكلمة «Statistics» مشتقة من كلمة «Status»، وتعني باللاتينية الدولة، أو كلمة «Statista» بالإيطالية، وتعني الدولة أيضاً. هذا كل ما كان يعرف عن علم الإحصاء في ذلك الوقت، إذ كان التحليل الإحصائي للوصول إلى نتائج تستخدم في اتخاذ القرارات من الأشياء التي لم تستخدم بعد، مع أنه قد ظهرت الحاجة العامة لاستخدامها ولا سيما بعد تطور علم الاحتمالات في القرنين السابع عشر والثامن عشر الميلاديين بفضل جهود العلماء: باسكال (Pascal)، وبرنولي (Bernoulli)، ودي موافر (de Moivere)، ولابلاس (Laplace)، وجاوس (Gauss).

ظل الاعتقاد في ذلك الوقت أن علم الإحصاء هو العلم الذي يختص بالطرائق العلمية لجمع وتنظيم وعرض البيانات إما في صورة بيانية وإمّا جدولية. حتى إن بعض الأشخاص قليلي الاطّلاع ومحدودي التعليم في الوقت الحاضر يعتقدون أن الإحصاء ما هو إلا هذه الطرائق. إلا أنه بعد التطور أصبحت الحاجة ملحة إلى تحليل البيانات التي جمعت كالتنبؤ بعدد السكان بعد فترة زمنية بناءً على التعدادات الموجودة، أو التنبؤ بالإنتاج والاستهلاك، أو طرائق سحب العينات وتصميم التجارب. وقد ساعد على ذلك تطور علم الاحتمالات الذي كان له أثر كبير في تحليل واتخاذ القرارات

المناسبة بناءً على هذا التحليل. وفي القرن العشرين كثرت الحاسبات الإلكترونية وتنوعت أحجامها وقدرتها ودقتها، الأمر الذي ساعد على تقدم علم الإحصاء تقدُّماً كبيراً.

2-1 مفهوم علم الإحصاء وتعريفه

ينظر عامة الناس إلى الإحصاء على أنه أعداد وجداول رقمية، وهي تسمى في حقيقة الأمر بالإحصاءات مثل إحصاءات السكان وإحصاءات قوة العمل وإحصاءات الزراعة وإحصاءات الحوادث وإحصاءات الجرائم..... إلخ، وإذا كان الحصول على هذه الإحصاءات هو من دون شك من مهام الإحصاء فإنها تعكس بصورة أو بأخرى مدى تأثير الإحصاء في كل فرد من أفراد المجتمع، ونحن المواطنين نساعد في تجهيز المعلومات الإحصائية، وأبسط مثال على ذلك، هو أننا أول ما نولد نسجل إحصائياً. وكذلك مؤسسات الأعلام والإعلان والدعاية تحاول كل يوم إقناعنا بواسطة الحقائق الإحصائية. إن إدارة وتسيير المجتمع من خلال الأنظمة والقوانين الحكومية، وكذلك المهن والمشاريع التجارية والصناعية وغيرها، تعتمد إلى حد كبير على المعلومات الإحصائية. وهذا الاعتماد يزداد كلما مالت الأعمال في المجتمع إلى مشاريع ومصالح أكبر.

إن الإداريين وأصحاب الأعمال في الصناعة والتجارة وغيرها يستخدمون الإحصاء ويعتمدون عليه اعتماداً كبيراً للوصول إلى الحقائق ووضع الأسس والقواعد العامة لأعمالهم وإدارتهم، ولذلك إن ميدان تطبيق الإحصاء هو على الأكثر في مجالي الاقتصاد والإدارة، ولذلـك يُعتقد في بعض الأحيان أن الإحصائيين هم اقتصاديون وإداريون. ومن الجهة الأخرى فإن الطرائق الإحصائية في الأساس تعتمد على الرياضيات، ولذلك فإن كثيراً من الناس في بعض الأحيان يعتقدون بأن الإحصائي هو رياضي، وعلى العموم يمكن القول: إنَّ الرياضي يرى الإحصائي كأنه اقتصادي وإداري، وأن الاقتصادي والإداري يراه كرياضي. إن قوة الإحصاء غير محدودة في تقدم وتطور العلوم ومعرفة حقائق جديدة أو تنظيم النظريات والحقائق التي تم اكتشافها

في الماضي، إذ أنَّ عملية تحليل هذه النظريات والحقائق تتوقف بما يلائم احتياجات الإنسان في الوقت الحاضر. فعلى سبيل المثال هناك نظريات اقتصادية وإدارية ظهرت في القرن التاسع عشر ولا تزال مستخدمة حتى الوقت الحاضر بعد إجراء التغيرات اللازمة لكي تتلاءم مع التقدم العلمي الذي يشهده العالم في الآونة الأخيرة.

ومن الملاحظ أن الإنسان والمؤسسات والشركات والمشاريع والحكومات وغيرها تحتاج حاجةً ماسة إلى اختبار وفحص البيانات والمعلومات والنظريات والحقائق لمعرفة وتوضيح العلاقات القائمة بين الظواهر المختلفة، ولهذا فإن استخدام الأساليب والنظريات الإحصائية تُهَيِّئُ للباحث الوصف الموضوعي الدقيق، وتوضح العلاقات بين الظواهر المراد دراستها على أسس علمية بعيدة عن الاجتهادات والعوامل الشخصية التي قد تؤثر تأثيراً مباشراً في نتائج البحث، ولهذا صار الإحصاء الأداة المشتركة بين العلوم المختلفة، وصارت الوسيلة الرئيسة والأسلوب السليم للوصول إلى نتائج دقيقة ترفع الإشارة إلى أن الإحصاء هو علم وفن في آن واحد.

إنه علم لأن طرائقه في الأساس منسقة ومنظمة وله تطبيقات عامة، وهو فن لأن نجاح تطبيقاته يعتمد اعتماداً كبيراً على مهارة وخبرة الإحصائي ومعرفته في حقل التطبيق. إن تزايد الحاجة إلى الإحصاءات الدقيقة عن مختلف النشاطات أدت إلى اهتمام المسؤولين في جميع القطاعات العامة والخاصة بتدريس طرائق الإحصاء وأساليب التحليل الإحصائي، وكذلك بتدريب الموظفين والعاملين على هذه الطرائق للعمل كمساعدين فنيين للإحصائيين العاملين في هذه القطاعات. لذلك تزايد الطلب على إنشاء معاهد ومراكز التدريس والتدريب الإحصائي في جميع دول العالم لتأهيل الشباب على القيام بالأعمال الإحصائية المختلفة ولنشر ثقافة الأرقام الإحصائية ومؤشرات القياس الكمي أو الرقمي للظواهر والأشياء للعلوم المختلفة، وبصورة خاصة العلوم التجارية والاقتصادية والاجتماعية بهدف تطوير أساليب تنظيم وإدارة الأعمال واتخاذ القرارات الرشيدة كي تواكب التطور الحضاري الحديث من خلال إسهامها الفعَّال في الأبحاث التطبيقية المرتبطة بجميع النشاطات الاجتماعية والاقتصادية والإدارية وغيرها.

1-2-1 تعريف علم الإحصاء (Statistics):

حين نتناول تعريف علم الإحصاء لا بد لنا أن نميز بين معنى كلمة إحصاء في حالة الجمع «إحصاءات» وبين معناها في حالة المفرد «إحصاء» حيث هناك الكثير من الخلط في مفهوم علم الإحصاء في الحالتين.

يقصد بالكلمة في صيغة الجمع – إحصاءات – معلومات رقمية عن مجتمعات إحصائية معينة أو عن نشاطات معينة، مبوبة في جداول مختلفة تبويباً يساعد على توضيح صفات هذه المجتمعات أو هذه النشاطات توضيحاً رقمياً بحيث يمكن استنتاج المقاييس والمؤشرات التي تدل على تركيبها واتجاهاتها والارتباطات فيما بينها. فنقول مثلاً إحصاءات السكان، أي بيانات رقمية عن السكان في دولة ما في فترة زمنية مبوبة في جداول مختلفة تبين توزيعهم تبعاً للجنس وفئات العمر والجنسية ومكان الإقامة الدائمة والمستوى التعليمي والحالة الزواجية والنشاطات الاقتصادية التي يعملون فيها والمهن المختلفة التي يقومون بها في هذه النشاطات. ونقول إحصاءات الصناعة، أي بيانات رقمية عن المؤسسات الصناعية في دولة ما في فترة زمنية معينة تبين توزيعها تبعاً لنوع نشاطها ومكان عملها وعدد المشتغلين فيها ومكونات القيم الصافية المضافة لإنتاجها ورؤوس الأموال المستثمرة فيها. ونقول إحصاءات القروض المصرفية، أي بيانات رقمية عن مجموع القروض التي منحتها المصارف في دولة ما في فترة زمنية معينة مبوبة تبعاً لفئات آجالها وتبعاً للأغراض التي منحت من أجلها. وهكذا بالنسبة إلى الإحصاءات الأخرى الخاصة بالزراعة والتجارة الداخلية والخارجية والشؤون المالية.... إلخ.

أما حين نستخدم الكلمة في صيغة المفرد – الإحصاء – فيقصد بها العلم الذي يدرس كيفية جمع المعلومات من المجتمعات الإحصائية المختلفة سواء بالعد الشامل أم بالمعاينة، وكيفية تحويل هذه المعلومات إلى بيانات رقمية في جداول إحصائية سواء باستخدام الآلات الإحصائية التقليدية أم الإلكترونية أو دون استخدام أي من هذه الآلات، ثم الأساليب المختلفة التي يمكن استخدامها لتحليل هذه البيانات تحليلاً رياضياً لاستنتاج المقاييس المختلفة مثل المتوسط والانحراف المعياري.... الخ. أو المعاملات مثل

معامل الارتباط ومعامل الانحدار ومعامل الاختلاف... الخ، أو المؤشرات التي تدل على الاتجاهات الزمنية مثل الأرقام القياسية المختلفة، ثم كيفية إجراء الاختبارات المختلفة على المقاييس والمعاملات المستنتجة من عينات للحكم على معنوياتها وتحديد أخطائها عند درجات الثقة المختلفة، وأخيراً كيفية تفسير النتائج التي نصل إليها باستخدام هذه الأساليب في التحليل ثم توضيحها ضمن تقرير نهائي عن موضوع الدراسة.

يتبين لنا أن كلمة إحصاء في صيغة المفرد تعني الأساليب الإحصائية التي يتم اللجوء إليها في بحوث العلوم الاقتصادية والاجتماعية أو الطبيعية للتعرف على الحقائق الخاصة بالظواهر والمشكلات موضوع البحث. لذلك نستطيع أن نعرّف علم الإحصاء بأنه العلم الذي يدرس إحدى طرائق البحث العلمي، وهي الطريقة التي يضطر الباحث إلى الاعتماد عليها حين يتعذر عليه استخدام التجارب في المختبر.

ويعرّف فريق آخر من العلماء علم الإحصاء بأنه مجموعة من المبادئ والطرائق العلمية التي تعالج البيانات العددية وتصفها في صفة يسهل فهمها.

وكذلك يعرّف علم الإحصاء بأنه ذلك الفرع من العلوم الذي يختص بالطرائق العلمية لجمع البيانات وتنظيمها وعرضها وتحليلها وذلك للوصول إلى نتائج مقبولة وقرارات سليمة في ضوء هذا التحليل. أما التعريف الحديث لعلم الإحصاء فهو يعتبر علم الإحصاء علم اتخاذ القرارات في جميع نواحي الحياة، وذلك عن طريق جمع ودراسة وتحليل البيانات المتوفرة واستخلاص النتائج عن ظاهرة علمية أو اجتماعية أو غيرها.

1-3 علاقة علم الإحصاء بالعلوم الأخرى:

يبحث علم الإحصاء في طرائق جمع وعرض وتفسير وتحليل الحقائق والبيانات الخاصة بالظواهر العلمية والفنية التي تقاس عددياً والتي تتمثل في مشاهدات أو حالات مختلفة. والإحصاء أيضاً يبحث في تلخيص حقائق هذه المشاهدات أو الحالات بصورة

يسهل بها معرفة اتجاهاتها والعلاقات التي تربط بعضها ببعضها الآخر. وأكثر من هذا، فإن علم الإحصاء يبحث في دراسة الاتجاهات والعلاقات الناتجة، واستخدام نتائج هذه الدراسات في تفهم الحقائق عن واقع هذه الظواهر المدروسة ومعرفة القوانين والأنظمة التي تتحكم فيها.

وقد تستعمل كلمة إحصاء في بعض الأحيان للدلالة على البيانات العددية نفسها، إذ نتحدث عن «إحصاءات الدخل القومي» أو «الإحصاء الحيوي» أو «الإحصاء الزراعي» أو «الإحصاء الصناعي»... إلخ. وهي تطلق كذلك على كل حقول دراسات الإحصاء بصورة عامة. وللإحصاء تطبيقات كثيرة جداً وفي موضوعات مختلفة كبيرة الاتساع، ولكن القواعد والأسس العامة تبقى على حالها على اختلاف حقل التطبيق، وهذا يعني أن الإحصاء هو بمثابة القاسم المشترك بين العلوم المختلفة بما يقدمه من طرائق وأساليب بحث وقياس لتحديد الحقائق العلمية واتخاذ القرارات المناسبة التي تنسجم ونظريات هذه العلوم.

لذلك نرى أن لعلم الإحصاء علاقة متبادلة وقوية مع العلوم الأخرى، فهو يؤثر ويتأثر بهذه العلوم، إذ نجد أن النظريات والطرائق الإحصائية المختلفة تحتل مركزاً هاماً في العلوم الأخرى، بل تعدّ هذه النظريات والطرائق الإحصائية بمثابة الركيزة التي يتم بواسطتها تطوير العلوم المختلفة ونقلها من مجرد علوم نظرية إلى علوم تطبيقية عملية.

1-3-1 علاقة الإحصاء مع علم الاقتصاد:

يرتبط علم الإحصاء بعلاقة وثيقة مع علم الاقتصاد، فمعظم الدراسات الاقتصادية تهدف إلى التحليل والتنبؤ والتخطيط سواء أكانت هذه الدراسات على مستوى مشروع صناعي (Micro-Level) صغير أم متوسط أم كبير، أو على مستوى الاقتصاد القومي، ففي كل هذه الحالات تبرز الحاجة الماسة للحصول على البيانات والمعلومات اللازمة بالإضافة إلى استخدام الأسلوب الإحصائي كأداة للعمل الاقتصادي، حتى غدت المؤشرات والمقاييس الإحصائية من أهل الوسائل اللازمة

للاقتصادي في عمله، وأكثر من ذلك صارت هذه المؤشرات والمقاييس هي اللغة العلمية الاقتصادية العصرية التي يمكن للاقتصادي التحدث بها وتوجيه خطابه سواء كان على صعيد المشروعات (صغيرة – متوسطة – كبيرة) أو على صعيد الاقتصاد القومي والحسابات القومية. فدراسة السوق وتحديد العوامل المؤثرة في الطلب والعرض يتم عادة من خلال اعتماد الأسلوب العلمي الإحصائي، ودراسة الأسعار والأجور والاستثمار والادخار والاستهلاك والتصوير والاستيراد، وأي متغير آخر من المتغيرات الاقتصادية صارت تعتمد إلى درجة كبيرة في عرضها وتحليلها على الأسلوب الإحصائي والنظريات الإحصائية التي شكلت حالياً الإطار العام لتطور هذه المتغيرات أو هذه المؤشرات في بنية الاقتصاد الوطني.

1-3-2 علاقة الإحصاء مع إدارة الأعمال:

يسهم الإحصاء إسهاماً كبيراً في مختلف النواحي الخاصة بإدارة الأعمال لما يقدمه من أساليب ونظريات إحصائية تعدّ بمثابة منهاج علمي وطريقة للبحث في إطار إدارة الأعمال حيث تُعدّ هذه الأساليب والنظريات في كل الدراسات والبحوث العائدة لعلم الإدارة، فدراسة اتجاهات المبيعات وبيان الآثار الموسمية والدورية لها بهدف إعداد الخطط المستقبلية للمشروعات أو للمؤسسات والشركات المدروسة. بالإضافة إلى تتبع حجم المخزون من المنتجات والمواد الخام والوقود، وذلك بهدف المحافظة على حجم معين من المخزون، كما أن علاقة الإحصاء تظهر بصورة قوية في دراسة احتياجات المستهلكين ورغباتهم وأذواقهم بهدف توافق الرغبات مع الأذواق وفي دراسة الأسواق وبحوث التسويق وتحديد درجة الجودة وتنظيم الرقابة على الجودة وتقدير حجم المبيعات المستقبلية في إعداد الموازنات الخاصة بالإنتاج والتكاليف والمخزون من المواد المختلفة، وكذلك يظهر دور الإحصاء في دراسة إدارة الموارد البشرية وإدارة الإنتاج وإدارة المشروعات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة، لما تحتاج إليه هذه الإدارات من مقومات علمية داخلية ومن عناصر خارجية لنجاحها وتقدمها.

1-3-3 علاقة الإحصاء بالعلوم المحاسبية والمالية:

إن تطبيق الأساليب والنظريات الإحصائية لم تعد حكراً على علم دون آخر، بل صارت تستخدم في جميع العلوم وإن اختلفت فإنها تختلف في مدى التعمق باستخدام علم الإحصاء، لهذا نجد أن علاقة علم الإحصاء بالعلوم المحاسبية والمالية تظهر بشكل واسع في مجال الأعمال والدراسات المحاسبية والمالية مثل تحليل القوائم المالية والبحث عن مؤشرات ومعايير محاسبية والتنبؤ بالأرباح التجارية أو الصناعية وتحديد القيمة المضافة على صعيد المشروع أو المؤسسة أو القطاع الصناعي بشكل عام أو غيره، كما أن للطرائق الإحصائية أثراً كبيراً ولا سيما طرائق المعاينة الإحصائية في بحوث المراجعة وحالات التدقيق والاكتشاف والتقدير والمعالجة خاصةً. بالإضافة إلى وجود العديد من الظواهر التي تتطلب دراستها استخدام الأدوات والأساليب الإحصائية مثل: النقد المتداول – المبيعات – المخزون – الودائع – القروض – رؤوس الأموال – أسعار الفائدة – أسعار الصرف. وفي الأسواق المالية: حركة الأوراق المالية – أسعار الأسهم – أسعار السندات – أسعار الفائدة على الأسهم أو السندات – معدل الفائدة على الاستثمار في محافظ الاستثمار – حجم الأموال المستثمرة.... إلخ، حيث تحتاج كل ظاهرة من هذه الظواهر إلى البيانات والتحليل باستخدام الأساليب الإحصائية والرياضيات الاكتوارية إذا كانت الدراسات تتناول مسائل التأمين.

1-3-4 علاقة الإحصاء بعلم السكان والدراسات السكانية:

تهدف علاقة الإحصاء بعلم السكان والدراسات السكانية التعبير الدائم والمستمر عن المؤشرات السكانية كالولادات والوفيات والهجرة وتطورها عبر الزمن، فقد صارت الدراسات السكانية تعتمد بصورة رئيسة على الدراسات الكمية سواء أكانت تتعلق بالتعدادات السكانية والواقعات التي تحدث خلال فترة حياة الإنسان أم بمجال الدراسات الحيوية، وتهدف أيضاً إلى دراسة العناصر التي تتشكل منها المجتمعات السكانية للتعرف على خصائصها من حيث توزيع السكان حسب العمر والجنس والحالة الزواجية ومكان الولادة ودرجة التعليم والنشاط الاقتصادي والهجرة... إلخ. بالإضافة

إلى دراسة آلية تحديد هذه المجتمعات عن طريق التحليل الإحصائي للعلاقات القائمة بين حوادث الولادة والوفاة والخصوبة والطلاق والهجرة وعدد السكان... الخ.

إن القياس الإحصائي يساعد في فهم الظواهر السكانية وتحضيرها للتحليل العددي والبحث عن العلاقات السببية وتحديد العوامل التي تؤثر فيها وتتأثر بها. وتعدّ المقاييس والمؤشرات الإحصائية أساس الأبحاث السكانية المختلفة، حيث يسمى علم الإحصاء في الدراسات الديمغرافية بالإحصاء الديمغرافي (السكاني) الذي يشمل بيانات تعدادات السكان في لحظة معينة مزودة بالخصائص والأوصاف التي يتميزون بها من حيث العمر والنوع والحقائق الأخرى الاجتماعية والاقتصادية والعائلية وغيرها.

كما يشمل الإحصاءات الحيوية التي تصف مجموعة الأحداث التي تصيب الإنسان منذ ولادته حتى وفاته، بالإضافة إلى إحصاءات الهجرة.

1-4 أنواع الإحصاء :

يمكننا من خلال ما عرضناه سابقاً حول تعريف علم الإحصاء وعلاقته بالعلوم الأخرى أن نميز بين نوعين من الإحصاء، وهما الإحصاء الوصفي والإحصاء الاستدلالي.

1-4-1 الإحصاء الوصفي (Descriptive Statistics) :

هو ذلك الإحصاء الذي يصف الواقع كما هو عليه الأمر في الحقيقة بطريقة واضحة وفعالة. فهو يعني عرض حقيقة الظاهرة المدروسة بشكل ملخص بالأساليب الإحصائية المتبعة في جميع البيانات وتبويبها وعرضها، وكذلك تحليلها بإجراء جميع الحسابات اللازمة والتوصل لمعالم المجتمع الإحصائي وخواصه أو خصائص جزء منه باستخدام الطرائق الإحصائية الوصفية التي تحتوي على توزيعات تكرارية (الجداول التكرارية) ورسوم بيانية وطرائق حساب مقاييس النزعة المركزية (المتوسطات) ومقاييس التشتت ومختلف القياسات الأخرى.

1-4-2 الإحصاء الاستدلالي أو الاستقرائي (Inferential Statistics) :

يهدف هذا النوع من الإحصاء إلى التوصل إلى صورة للمجتمع الإحصائي عن طريق دراسة جزء منه وهو يسمى بالعينة. فالاستدلال هو التوصل من الخاص إلى العام أي من الجزء (العينة) إلى الكل (المجتمع الإحصائي)، حيث يمكننا أن نعرف الإحصاء الاستدلالي أو الاستقرائي كما يلي: هو مجموعة من الطرائق المستخدمة في التوصل لمعالم المجتمع الإحصائي العام بالاعتماد على بيانات العينة المسحوبة في ذلك المجتمع مع الإشارة إلى أنه من الممكن إجراء دراسة إحصائية وصفية على عينة مسحوبة من مجتمع إحصائي تماماً كما نجربها على ذلك المجتمع، ذلك أن المعلومات والخصائص التي نحصل عليها من العينة تصف خصائص هذه العينة، ولكننا حين نقوم بتعميم نتائج العينة على المجتمع الإحصائي تصير دراستنا الإحصائية عندها دراسة استدلالية. أي إن تعميم نتائج العينة على المجتمع الإحصائي الذي سحبت منه يعتمد بصورة أساسية على أساليب الاستدلال الإحصائي والنظريات الخاصة به.

1-2-4-1 المجتمع الإحصائي (Population) :

من الضروري تعريف المجتمع الإحصائي تعريفاً دقيقاً ومعرفة العناصر الأساسية الداخلة في هذا المجتمع الإحصائي. فعلى سبيل المثال إذا أراد إجراء معاينة على أحد المصانع أو المشاريع، ففي هذه الحالة لا بد من معرفة المعلومات عن هذا المصنع أو المشروع، هل هو مصنع يستخدم التكنولوجيا الحديثة أو هو مصنع بدائي؟ ما إنتاجية هذا المصنع؟ عدد العمالة في المصنع؟ ونوع هذه العمالة (فنية – غير فنية)، مستويات أجور العمالة وغير ذلك من المعلومات الأساسية التي تساعد الباحث في الوصول إلى نتائج جيدة مع ضرورة التمييز بين الوحدة الإحصائية والمجتمع الإحصائي. **فالوحدة الإحصائية** هي الجزء الذي تجري عليه عملية المعاينة وهو جزء صغير، ويتم تجميع البيانات على أساس الوحدة الإحصائية، أما **المجتمع الإحصائي** فهو يضم جميع الوحدات، ويعرف بأنه مجموعة ذات خصائص مشتركة من الأفراد أو العناصر محل الدراسة. ويقسم المجتمع الإحصائي إلى قسمين:

1- محدود (Finite) وهو الذي يكون فيه عدد محدود من الأفراد مثل عدد البيض في صندوق، عدد الطلاب الناجحين في مقرر ما أو عدد الطلاب حملة مقرر ما، عدد الطلاب في جامعة دمشق، عدد الطلاب في كلية الاقتصاد بجامعة دمشق، عدد الطلاب في مركز التعليم المفتوح بجامعة دمشق، عدد طلاب التعليم المفتوح في قسم إدارة الأعمال.... إلخ.

2- غير محدود (Infinite) وهو الذي يكون فيه عددٌ من الأفراد غيرَ منتهٍ (غير محدود)، ويمكن تمييزها بعضها من بعض، مثل: عدد النجوم في سماء يوم صحو، عدد حبات القمح المحصود في مزرعة معينة، عدد الحيوانات في الغابة، عدد الطيور في السماء، عدد الأسماك في البحر.... إلخ. يُلحظ أنه في مثل هذه المجتمعات يكون من الصعب تحديد بيانات جميع أفراد المجتمع، ولذلك يستعان باختيار جزء من المجتمع يسمى بالعينة وإجراء الدراسة الإحصائية عليه.

1-4-2-2 العينة الإحصائية (Sample) :

تُعرف العينة الإحصائية بأنها جزء من المجتمع يتم اختياره على نحوٍ يمثل جميع صفات المجتمع الإحصائي، فبعد سحب العينة نقوم بإجراء الدراسة الإحصائية عليها ثم نعمم نتائج دراستها على المجتمع الذي سحبت منه، وذلك ضمن حدود معينة من الثقة. وبما أننا نقوم بدراسة العينة من أجل تعميم نتائجها على المجتمع المسحوبة منه فإنه من أهم الشروط التي يجب أن تتوافر فيها هو تمثيلها للمجتمع المسحوبة منه تمثيلاً صادقاً وحقيقياً وإلا فسنصف المجتمع المدروس بصفات لا تعكس حقيقة الأمر.

ومن الواضح أن استخدام الإحصاء الوصفي يتطلب جمع البيانات عن عناصر المجتمع الإحصائي المدروس كله، بينما لا يحتاج الإحصاء الاستدلالي إلا إلى جمع البيانات الخاصة بعناصر العينة التي يتم سحبها، مع الإشارة إلى أن أفضل العينات هي تلك التي تمثل المجتمع الإحصائي أفضل تمثيل، وتفيد المعلومات المتوفرة من العينات في التنبؤ عن معلومات ومؤشرات عن المجتمع كله. ومن مميزات العيّنة أنها أقل تكلفة وأكثر سرعة بوقت أقل وأكثر شمولاً لإمكانية الحصول على إجابات على المعلومات

المطلوبة، وذلك لتوفر إمكانية الاعتماد على أشخاص ذوي كفاءة عالية ومدربين لأخذ العينات من المجتمع الإحصائي محل الدراسة.

1-4-2-3 معالم المجتمع (Parumeters) وإحصاءات العينة (Statistics):

يقصد **بمعالم المجتمع الإحصائي** «جمع معلمة» تلك الخواص أو الصفات التي يتمتع بها المجتمع كله، وذلك مثل المتوسط الحسابي أو الوسيط أو الانحراف المعياري وغيره كأن نقول متوسط الدخل الشهري للأسر في دولة معينة أو متوسط أطوال الذكور في عمرٍ ما في دولة معينة، أو نسبة الذين يدخنون بصفة دائمة في مجتمع ما، أو نسبة المعيب في الإنتاج لإحدى السلع أو متوسط نجاح الطلاب في مقرر الإحصاء السنة الأولى تعليم مفتوح أو الانحراف المعياري في معدل نجاح الطلاب بمقرر ما.... إلخ. أما المقصود **بالإحصاءات** «جمع إحصاء» تلك الخواص والصفات التي تتميز بها العينة المسحوبة من مجتمع إحصائي ما، ونحن عادةً في الإحصاء الاستدلالي نعتمد على إحصاء العينة لتقدير معلمة المجتمع مثل متوسط الدخل الشهري لعينة مكوّنة من 100 أسرة في دولة ما أو متوسط الإنتاج المعيب في عينة مكوّنة من 100 وحدة منتجة في مصنع ما.... إلخ.

1-4-2-4 المتغير الإحصائي (Variable) :

هو مقدار له خصائص رقمية (كمية) وغير رقمية (وصفية) تتغير قيمته من عنصر إلى آخر من عناصر المجتمع أو العينة. فمثلاً إذا رغبنا دراسة ظاهرة مثل الوزن أو الطول أو الذكاء أو الجنس أو لون البشرة أو لون الشعر أو لون العيون فإن قراءة المفردات لمتغير الطول أو الوزن أو الذكاء تكون بيانات كمية أو رقمية (Quantitative) وظاهرة الجنس أو لون البشرة أو لون الشعر أو لون العيون تأخذ قيماً وصفية أو غير رقمية (Qualitative)، وكذلك الأمر إذا كنا أمام دراسة علامات طلاب السنة الأولى من التعليم المفتوح لأحد المقررات في كلية الاقتصاد (قسم إدارة الأعمال) فإن المتغير الإحصائي الذي يتغير ويتبدل من طالب إلى آخر هو العلامة،

وإذا كان اهتمامنا منصبّاً لدراسة أجور العاملين في المنشآت فإن المتغير الإحصائي الذي يتغير من عامل إلى آخر هو الأجر.

أما إذا قمنا بدراسة الأعداد أو الأرقام التي تظهر على السطح العلوي لحجر النرد عند رميه مرات عدة، فإن المتغير الإحصائي في هذه الحالة هو الأعداد الصحيحة الموجبة من واحد إلى ستة، إذ يظهر المتغير الإحصائي على نوعين، فإما أن يكون مستمراً وإما أن يكون متقطعاً.

1-4-2-4-1 المتغير الإحصائي المستمر (Continuous Variable) :

يكون المتغير الإحصائي الذي نرمز له بالرمز X مستمراً إذا أمكن له أن يأخذ قيمه بين حدي التغير أو في مجموعة الأعداد الحقيقية R التي يمكن تمثيلها على مستقيم الأعداد الحقيقية R . كمثال على ذلك نأخذ مجموعة من الأفراد تقع أطوالهم ما بين الحدين 145 سم و 200 سم أي $X \in [150, 210]$ فإذا سحبنا عشوائياً أحد هؤلاء الأشخاص فإن طوله يمكن أن يكون أي قيمة عددية واقعة ضمن المجال المذكور مهما كانت دقته كالطول 170، 195، 205 سم على سبيل المثال. وما يقال عن الأطوال يمكن أن يقال عن الأوزان والعمر وغيرها من المتغيرات الإحصائية المستمرة أو المتصلة مع الإشارة إلى أن هذا النوع من المتغيرات يمكن أن يأخذ قيمة كسرية حسب درجة الدقة المراعاة في ميزان الأفراد طول، وزن، عمر..... إلخ.

2-4-2-4-1 المتغير الإحصائي المتقطع (Discrete Variable) :

يقال عن المتغير الإحصائي X إنه متغير متقطع إذا كان $X \in [a, b]$ وكانت هناك قيمة واحدة على الأقل تقع ضمن المجال ويستحيل على المتغير X أن يأخذها. هذا النوع من المتغيرات التي لا تمكنها طبيعتها من أن تأخذ جميع القيم بين حدي التغير، مثل عدد أفراد الأسرة فهو يأخذ أرقاماً صحيحة 1، 2، 3،...إلخ، ولكنه لا يأخذ أرقاماً كسرية كما هو الحال في المتغيرات المتصلة إذ لا يعقل أن يكون عدد الأفراد $2\ ^1/_2$ فرد مثلاً، وما يقال عن الأفراد يقال عن عدد الحوادث على إحدى الطرق وعدد المرضى بأحد

المستشفيات، وكذلك حالة المتغير الذي نحصل عليه عند رمي حجر النرد، لاحظ مثلاً، القيمة 4,5 غير موجودة في مجال التغير $X \in [1,6]$ وغيرها من المتغيرات المتقطعة أو المنفصلة. هذا وتعد متغيرات البيانات الوصفية والنوعية متقطعة بطبيعتها لعد إمكانية تمثيلها بسلم تدريجي مستمر، مع الإشارة إلى أنه إذا لم يكن المتغير الإحصائي متصلاً فهو حتماً يكون منفصلاً.

5-1 الخطوات الأساسية للبحث بالطرائق والأساليب الإحصائية:

عند إجراء أي بحث إحصائي لا بد من التفكير العميق في المشكلة المدروسة لفهم أبعادها وتحديد إطار الدراسة والهدف منها، إذ تعدّ الطرائق الإحصائية وأساليبها من أفضل أدوات البحث العلمي الذي يمثل المقياس الحقيقي لتطور الدول وحضارة الشعوب، مع العلم أن هنالك طريقين للبحث عموماً هما طريقة البحث العلمي والطريقة الإحصائية. وأننا لا يمكننا أن نسمي البحث علمياً مهما كان مستوى الدقة في أسلوبه إلا إذا سار الباحث بخطوات معينة هي:

آ – الشعور بوجود مشكلة وتحديدها.

ب– وضع الفروض أو نظريات مبدئية بعد تحديد المشكلة.

جـ– جمع الأدلة والبيانات والحقائق.

د – تبويب البيانات والحقائق الإحصائية.

هـ– تحليل النتائج وتعميمها.

أما الطرائق الإحصائية فهي عديدة تصف وتقارن الظواهر والمشاهدات والمجموعات المتغيرة لإثبات حقائق علمية معينة فهي بذلك تشبه الطرائق العلمية والاستنتاجات المنطقية القائمة على التجربة. ولكن هذه الطرائق والأساليب الإحصائية تختلف اختلافاً كلياً عن طرائق الإثبات المعتمدة في علوم الفيزياء والرياضيات، من حيث إنها تعتمد في تحليلها للظواهر والمشاهدات والمجموعات على الأرقام فقط، وعلى ذلك فإن الظواهر والمشاهدات والمجموعات التي لا يمكن قياسها كمياً أو عددياً، أو لا يمكن

التعبير عنها بالأرقام لا تخضع للطرائق والأساليب الإحصائية. وهذه الخاصية للطرائق والأساليب الإحصائية، أي القياس العددي، لا يحد من تطبيقها في مجالات مختلفة عديدة لأنها في الواقع قد صارت الآن من أشهر طرائق البحث العلمي في أي مجال من مجالات الحياة والعلوم المختلفة، وذلك لأننا إذا نظرنا وتأملنا أكثر الظواهر والمشاهدات والمجموعات في حياتنا العملية الخاصة والعامة والتي نشاهدها في دراساتنا العلمية والعملية المتنوعة فإنه يمكن لنا أن نعبر عنها عددياً إما بطرائق القياس الكمي بالأرقام، كالدخل وأسعار الحاجيات والأرباح والتكاليف والعرض والطلب والوزن والطول والسن ودرجة الحرارة والضغط... إلخ. وإما بدلالة رموز أو وحدات معينة تحدد من قبل الباحث كالقوة الشرائية للنقود، والجدارة والذكاء... إلخ، فالإحصائي أو أي باحث آخر يستخدم الطرائق والأساليب الإحصائية لا يقف عند جمع هذه البيانات والمعلومات والحقائق من الظواهر والمشاهدات والمجموعات وبحثها بل إن عمله يبدأ عند هذه الخطوة ولا ينتهي إلا بعد تصنيفها وتحليلها وتفسيرها واستخلاص النتائج المهمة منها وإعطاء صورة واضحة عنها.

إن الخطوات الأساسية للبحث بالطرائق والأساليب الإحصائية تتلخص فيما يأتي:

* الشعور بوجود مشكلة أو مجال يحتاج إلى بحث.

* تحديد إطار هذه المشكلة أو البحث منهجيا ومكانياً وزمانياً بتحديد تعاريف وحدود وأهمية وأهداف البحث.

* وضع فروض البحث أي وضع أسباب وتفسيرات مبدئية للظاهرة موضع الدراسة، لا نعلم مدى صحتها، ونحاول من خلال الدراسة واستناداً إلى المعلومات التي نقوم بجمعها إما قبول بعض جميع هذه الفروض وإمّا رفض بعضها أو جميعها.

* جمع البيانات والحقائق الإحصائية.

* تصنيف وتبويب البيانات والحقائق الإحصائية.

* تنظيم البيانات والحقائق الإحصائية وعرضها.

* تحليل البيانات وإجراء الحسابات وتطبيق التكتيك الإحصائي.
* استخلاص النتائج والتنبؤ بالمستقبل بعد اختبار جودة النتائج المستخلصة ومعنويتها بالاعتماد على الاختبارات الإحصائية.

سوف نشرح الخطوات الأربع الأولى بصورة مفصلة في هذا الفصل ونخصص الفصل الثاني للخطوتين الخامسة والسادسة، ونترك الخطوات السابعة والثامنة لفصول أخرى من هذا الكتاب أو كتاب الإحصاء التطبيقي للسنة الثانية – تعليم مفتوح – إدارة أعمال.

1-5-1 تحديد المشكلة محل البحث :

إن الخطوة الأولى على صعيد التفكير المنطقي السليم لأي بحث علمي بشكل عام وللبحوث الإحصائية بشكل خاص هو تحديد المشكلة محل البحث تحديداً واضحاً من جميع النواحي كي يسهل على الباحث دراستها ووضع الفرضيات التي يرغب باختبارها والحكم عليها. فإذا كنا بصدد دراسة الأجور في المؤسسات الصناعية، مثلاً، يكون من الواجب أن نحدد مقدماً هل نحن بصدد دراسة معدلات الأجور أو كسب العمل؟؟ وهل تشمل الدراسة جميع المشتغلين أو بعض الفئات منهم وما هي هذه الفئات؟؟ وهل تتضمن الدراسة المكافآت الإضافية التي يحصل عليها المشتغلون أو تقتصر على الأجور الأساسية فقط؟؟ ومن الواضح أن تحديد مشكلة البحث تحديداً شاملاً يرشد الباحث إلى المعلومات التي يتوجب عليه جمعها. ولهذا فإنه ينبغي على الباحث أن يحدد عناصر المشكلة المراد بحثها والاعتبارات التي يجب أن يلاحظها عند تحديده لها ومنها نذكر:

- أن تكون المشكلة موضوعية وواقعية ويمكن معالجتها علمياً، لأنه في الحقيقة هناك عدد من المشكلات التي توجد في الحياة وبعضها تكون غير موضوعية وإمكانية تنفيذها عملياً على جانب كبير من الصعوبة.
- أن يكون الباحث على بيّنة بالحقائق والمتغيرات والعوامل المؤثرة في المشكلة التي يعالجها، فوضوح الرؤية في هذا المجال له أهمية بالغة في تحديد إطار المشكلة المراد معالجتها.

- قابلية المعلومات التي تتكون منها المشكلة للقياس الكمي لأنه الأسلوب الأدق والأقرب إلى الواقعية من المعلومات والبيانات غير القابلة للقياس الكمي والتي تعتمد عادةً على التحليل الوصفي.
- توفر معلومات كافية ودقيقة عن البحث المراد علاجه سواء كان أسلوب الحصول على هذه المعلومات أسلوباً مكتبياً أم أسلوب الدراسات الميدانية أو المعملية. وهذه عملية يجب أن تسبق عملية معالجة البحث نفسها، ويجب أن نتأكد من أن المعلومات الموجودة يمكن الحصول عليها بطريقة أو أخرى، لأن وجود المعلومات لا يعني بالضرورة إمكانية الحصول عليها، وهذا عائد إلى الأهمية الاستراتيجية للمعلومات بالنسبة إلى الدول أو الحكومات.
- أن يحدد الباحث المدة الزمنية التي تحتاج إليها دراسة المشكلة محل البحث، بالإضافة إلى تحديد الإمكانيات المادية، لأنها تؤثر في طول أو قصر المدة الزمنية التي يحتاج إليها البحث.

1-5-2 تحديد إطار البحث وأهميته وأهدافه :

بعد أن يتم تحديد مشكلة البحث تحديداً دقيقاً والتعرف على العناصر المكونة لها تأتي الخطوة الأخرى القائمة على أساس تحديد مجال البحث أو تحديد إطاره وإطار البحث يمكن أن نعرفه على أنه المجتمع الإحصائي الذي سوف تشمله الدراسة والمتضمن للوحدات الإحصائية المكونة له أو هو القائمة التي تم إعدادها عند إجراء أي بحث إحصائي. والوحدة الإحصائية التي تم تعريفها سابقاً يمكننا إعادة تعريفها، بأنها كل كائن أو عملية أو ظاهرة أو شيء مشترك بصفة خاصة أو أكثر تدور الدراسة الإحصائية حولها، وتقسم إلى وحدات العد – والوحدات البسيطة – والوحدات المركبة، وأن مجموع الوحدات الإحصائية يشكل كما سبق وذكرنا المجتمع الإحصائي محل البحث والدراسة.

ولذلك يتوجب على الباحث بعد تحديد مجتمع الإحصائي أن يختار عنواناً معبراً ودقيقاً وعلمياً لبحثه لأنه سوف يعكس الصورة الأولية لعمله، بعد ذلك عليه أن يحدد

بالتفصيل أهداف البحث الذي سيقوم به، بالإضافة إلى الفروض الإحصائية التي قد يستقيها من تجربته وخبرته الخاصتين أو من أبحاث سابقة أو حتى من المعتقدات والأعراف والمعطيات السائدة في المجتمع. وإن المهمة الأساسية للعمل الإحصائي تبدأ فعلياً عندما يقوم الباحث بتجربة المشكلة المطروحة وتحويلها إلى معطيات وأرقام باعتماده على المتغيرات الكمية أو الوصفية التي يتوجب عليه جمع هذه المعطيات ومعالجتها. وهنا علينا أن نميّز بين نوعي هذه المتغيرات:

- المتغيرات الكمية (Quantitative variable): وهي تلك المتغيرات التي تتمتع بها المفردات بدرجات مختلفة أو هي المتغيرات التي يمكن قياسها بوحدات القياس: الوزن – الطول – الحجم – الزمن – القيم – النقدية.... إلخ، وهي تقسم إلى قسمين: المتغيرات المستمرة والمتغيرات المتقطعة التي درسناها سابقا.

- متغيرات وصفية أو نوعية (Qualititative variables): وهي تلك المتغيرات التي تتمتع بها المفردة بصفة معينة ولا يمكن لها أن تتمتع بها بدرجات مختلفة، وبمعنى آخر هي تلك المتغيرات التي يعبّر عنها بكلمة أو جملة مثل: ذكر – أنثى – طاولة – طالب – مدرسة – جامعة – عامل – طفل.... إلخ.

1-5-3 وضع فروض البحث:

بعد قيام الباحث بتحديد مشكلة البحث وبيان أهميته وأهدافه يأتي إلى الخطوة الأخرى التي يتوجب عليه وضع الفروض الإحصائية وفقاً لطبيعة المشكلة وأهميتها وطبيعة علاقتها مع الظواهر الأخرى المشابهة لها أو المختلفة عنها، بالإضافة إلى ضرورة تحقيق التوافق فيما بين أهداف البحث والفروض الإحصائية التي يقوم الباحث بوضعها معتمداً بذلك على تجربته أو على أبحاث سابقة، ومن ثم يجري عمليات الاختبار عليها إلى أن يتوصل إلى قناعة في صحتها فيقبلها ويأخذ بها أو أن تكون غير صحيحة، ومن ثَمَّ يرفضها ويبني فرضية أخرى تتوفر الشروط البحثية لتحقيقها والأخذ بها. ولذلك يُعدّ اختبار الفرضيات الإحصائية أسلوباً علمياً لاتخاذ قرار بقبول أو رفض الفرضية الإحصائية، مع الإشارة إلى أن صحة أو عدم صحة الفرضية الإحصائيـــة

لا تعرف بدقة كاملة ما لم نفحص المجتمع الإحصائي بكامله، وهذا الأمر غير عملي وفي معظم الأحيان يكون مستحيلاً، لذلك نسحب عينة عشوائية من المجتمع الإحصائي المدروس، ونستخدم المعلومات التي تحويها العينة لنقرر على ضوء ذلك صحة أو خطأ الفرضية الإحصائية، إن رفض فرضية ما، يعني بأننا استنتجنا بأنها خاطئة في حين أن قبول فرضية إحصائية هي نتيجة لعدم كفاية الأدلة لرفضها، ولا تعني بالضرورة بأنها صحيحة، ولهذا السبب فإن الإحصائي يختبر الفرضية التي يتمنى أن يرفضها فمثلاً للبرهان على أن إحدى تقنيات التعليم هي أفضل من غيرها، نختبر الفرضية القائلة بعدم وجود فرق بين الطريقتين. وسوف يتم معالجة الفروض الإحصائية في السنة الثانية إن شاء الله في مقرر الإحصاء التطبيقي لطلبة التعليم المفتوح – قسم إدارة الأعمال – كلية الاقتصاد – جامعة دمشق.

1-5-4 جمع البيانات والحقائق الإحصائية:

بعد تحديد المشكلة وتحديد المجتمع الإحصائي المراد معاينته ودراسته يأتي دور تجميع البيانات اللازمة لهذا البحث، وتحديد كيفية الحصول على هذه المعلومات، قد تكون عملية صعبة وشاقة نظراً لكون بعض المعلومات المراد جمعها تتميز بالسرية أو عدم النشر، عندها يتوجب على الباحث أن يكون على دراية ومعرفة بعملية جمع البيانات لكي يتلافى أو يذلل الصعوبات التي قد تعترض طريقهُ أثناء عملية جمع البيانات والحقائق الإحصائية. أو أن العملية تحتاج إلى إجراء تعداد على قطاع كبير من المجتمع، إلا أن هذه العملية ضرورية حتّى نسوّغ تبرر التكلفة اللازمة للحصول عليها والزمن المستغرق في ذلك. وتسمى هذه المعلومات والحقائق الإحصائية بالبيانات الإحصائية التي يمكن تقسيمها حسب مصادر جمعها إلى ما يأتي:

✓ **المصدر الأول** مرتبط بحالة المشروع أو المنشأة أو المؤسسة .... إلخ، حيث يمكننا تقسيم البيانات والحقائق الإحصائية إلى نوعين:

* **البيانات الداخلية:** هي تلك البيانات والحقائق التي تنشأ بداخل المنشأة أو المشروع ويتمثل مصدر هذه البيانات في سجلات أو تقارير بداخل المنشأة

أو المشروع، وذلك بشكل دوري ومستمر، حيث تتميز هذه البيانات بقلة التكاليف وسرعة الحصول عليها بالإضافة إلى أنها بيانات تخصصية ومباشرة، ولكن أحياناً قد تفتقر إلى الشمولية والدقة.

* **البيانات الخارجية:** وهي تلك البيانات التي تختص بنشاط خارج المنشأة أو المشروع أو المؤسسة نفسها، حيث يستطيع رجال الأعمال أن يستقوا المعلومات الخارجية من بيانات تنشرها جهات أخرى.

✓ **المصدر الثاني** مرتبط بحالة استخدام البيانات المنشورة، حيث يمكن تقسيم مصادر البيانات إلى نوعين:

* **البيانات الثانوية** (Secondary data): وهي البيانات التي يتم جمعها من قبل الباحثين سواء كانت منشورة أم غير منشورة والتي تصدر عن جهات رسمية حكومية كالوزارات أو الهيئات أو المجموعات الإحصائية السنوية التي تصدر الآن من قبل الجهاز المركزي للإحصاء أو المجموعات الإحصائية التي تصدر عن منظمات دولية مثل: جامعة الدول العربية، منظمة الأمم المتحدة والمنظمات الأخرى التابعة لها. وأن ما يميز هذا النوع من البيانات والحقائق الإحصائية أنها موضوعة بشكل مبوب ومختصر تتيح للباحث السهولة في إيجاد ما يحتاج إليه من معلومات بوقت أقل بكثير وتكلفة بسيطة، ولكن إلى جانب هذه الميزات قد تواجه الباحث بعض المساوئ عند استخدامها له، وهو أنها قد تحتوي هذه البيانات على أخطاء قد تعود إلى عملية النقل والنسخ وغير ذلك من الأسباب.

* **البيانات الأولية (Primary data):** إن البيانات والحقائق الإحصائية التي تجمع عن الظواهر والمشاهدات والمجموعات مباشرة من عملية العدّ أو القياس أو الحصر والتي يراد تسجيلها بصورة رقمية دون إجراء أي تعديل عليها تدعى البيانات الأولية (Primary data)، فمثلاً لو أردنا جمع المعلومات والحقائق عن ميزانية الأسرة في سورية سنذهب من بيت إلى

بيت، ونجمع من ساكنيها المعلومات ثم نملأ الاستمارات بهذه المعلومات. فمثل هذه المعلومات والبيانات تعدّ أولية، والأمر كذلك في عملية تعداد النفوس، إذ إن المعلومات المسجلة على الاستمارات تعدّ أيضاً بيانات أولية. وإن ما يميز هذا النوع من البيانات أنها تظهر عادةً بصورة مفصلة أكثر من البيانات الثانوية، ولهذا تتاح الفرصة للباحث أن يتأكد من مقدار الثقة التي يمكنه تحديدها في اكتشافاته واستنتاجاته من البحث أو الدراسة. ولذلك من الواضح أنه من المفضل استعمال البيانات الأولية كلما كان ذلك ممكناً وفق الميزانية المادية والخدمية للدراسة باعتبارها بيانات ميدانية يتم جمعها بصورة مباشرة من قبل الباحث نفسه أو عن طريق عدادين مساعدين له أو من خلال استخدام الاستبيان (Questionnaire) أو الاستمارة الإحصائية التي سوف نعالجها في الفقرة القادمة الخاصة بوسائل جمع البيانات والحقائق الإحصائية.

1-5-5 وسائل جمع البيانات الإحصائية:

في حالة عدم توفر البيانات والحقائق الإحصائية غير المباشرة التي ذكرناها سابقاً يتحتم علينا الحصول على البيانات اللازمة بأنفسنا ميدانياً (البيانات الأولية) أو بمساعدة العدادين المساعدين أو أيّ وسائل مساعدة أخرى سواء كانت الدراسة بأسلوب الحصر الشامل أو بأسلوب العينة، لا بد لنا من تحديد وسيلة الاتصال المثلى بالوحدات الإحصائية المكونة للمجتمع الإحصائي المدروس، وهي قد تكون عن طريق استخدام العدادين أو طريقة الاستبيان البريدي أو التلفزيون أو طريقة التسجيل أو طريقة الاستمارة الإحصائية بأنواعها أو عن طريق مواقع الإنترنت أو الاتصال الهاتفي أو عن طريق المقابلات الشخصية، هذا إذا كانت الوحدات الإحصائية بشراً، أما إذا كانت الدراسة تتناول أعداد الفئران المتواجدة في منطقة زراعية معينة، فعندها لا بد لنا هنا من اللجوء إلى طريقة القياس المباشر مع الإشارة إلى أن انتقاء وسيلة الاتصال الأفضل لجمع البيانات والحقائق الإحصائية تتوقف على الجهد المبذول والتكاليف المالية وسرعة

جمع البيانات ودقتها. وفيما يأتي سنقوم بدراسة وسائل جمع البيانات الإحصائية بصورة مختصرة:

1-5-5-1 طريقة استخدام العدادين - «التعداد» (Enumeration):

تجمع البيانات الإحصائية بهذه الطريقة بواسطة استخدام عدد من الأشخاص يسمون العدادين (Enumerations) يُستخدمون من قبل المنظمة أو الهيئة أو الحكومة أو المكتب المركزي للإحصاء لجمع بعض المعلومات حول ظاهرة اجتماعية اقتصادية ما، والعدادون يذهبون إلى البيوت أو المحلات التجارية أو المصانع أو غيرها واحداً واحداً لجمع البيانات والمعلومات والحقائق الإحصائية من أصحابها مباشرةً.

لذلك فالعداد هو الشخص الذي يجري مقابلة شخصية مع المبحوث عنه ويسألهُ الأسئلة المطلوبة. وباعتبار أن العداد يتعامل مع الميدان لجمع المعلومات المطلوبة منه فيسمى بالعامل الميداني (Field-Worker) الذي يسعى لملء استمارة خاصة تسمى الاستبيان (Questionnaires)، وهي تحتوي على أسئلة معنية وفراغات للإجابة، وترسل إما بالبريد وإمَّا عن طريق العدادين سواء كانوا مؤقتين أم دائمين، وإن ما يميز هذه الوسيلة إمكانية الحصول على البيانات الإحصائية من مجيبين أو من مبحوثين يجهلون القراءة والكتابة بمساعدة العدادين، وهذا ما يكسب البيانات درجة من الدقة لتوضيح الأسئلة الغامضة من قبل العداد.

أما عيوبها فتتلخص بكثرة التكاليف المالية نتيجة الحاجة إلى عدد كبير من العدادين إضافة إلى احتمال تحييز العداد الأمر الذي يتطلب في بعض الأحيان إلى توظيف مراقبين على العدادين.

2-5-5-1 طريقة الاستبيان البريدي (Mailing questionnaires):

هذه الطريقة لا تختلف عن سابقتها إلا في أن استمارات الأسئلة ترسل بالبريد إلى المحلات أو الأشخاص أو المعامل أو المشاريع.... إلخ الذين يطلب منهم الإجابة عنها، وهي تستعمل في إحصاءات الاستقصاءات العامة أو استقصاءات الرأي العام

(Public opinion surveys) التي تقوم بها الصحف أو المؤسسات الخاصة في البحوث الاجتماعية كتعاطي المخدرات والأمراض السارية وغير ذلك لأن مثل هذه الدراسات لا تتطلب ذكر اسم المبحوث. وإن ما يميز هذه الوسيلة أنها سهلة التنفيذ وقليلة التكاليف والمحافظة على سرية المعلومات وإمكانية ملء الاستمارة من قبل المبحوث، أما عيوبها فهي لا تستخدم إذا كان عدد كبير من المبحوثين يجهلون القراءة والكتابة، بالإضافة إلى إمكانية إهمال المجيب الرد على الأسئلة أو عدم فهمه لبعض الأسئلة.

1-5-5-3 طريقة التلفزيون:

تستخدم هذه الطريقة أحياناً حين تكون الظاهرة المدروسة تحتاج إلى شرح وتوضيح من قبل الجمهور، فيقوم الباحث بالاتصال بالمبحوثين عبر التلفزيون ويوجه الأسئلة إليهم ويشرحها لهم، ويفسر الجوانب الغامضة منها، ويحثهم على الإجابة لأهمية الموضوع وأهمية إجاباتهم في هذه الدراسة للحد من هذه الظاهرة أو إيجاد الحلول لها مثل ظاهرة المخدرات، ظاهرة التدخين، ظاهرة الأمراض السارية، وأمراض الأسنان وغيرها. من ميزات هذه الطريقة أنها تستعيض عن العدادين المساعدين وتتحقق إمكانية التواصل المباشر مع المبحوثين والسرعة في إيصال الأسئلة، أما عيوبها فهي غير صالحة للموضوعات الحساسة إضافة إلى ارتفاع التكاليف التلفزيونية.

1-5-5-4 الاستمارة الإحصائية:

تستخدم الاستمارة الإحصائية لجمع المعلومات والحقائق الإحصائية من مصادرها الميدانية سواء كان الأسلوب المعتمد الحصر الشامل أم أسلوب العينة فهي تحتاج إلى خبرة وفهم دقيق لموضوع الدراسة بالإضافة إلى الخبرة الإحصائية والممارسة الطويلة لهذا النوع من الأعمال، إذ لا بد أن تأتي أسئلة الاستمارة من حيث ألفاظها وصياغتها واضحة ومحددة وبعيدة عن التأويل أو الغموض، كما لا بد أن تأتي الأسئلة في صورة تؤدي إلى إجابات قابلة للمعالجة الإحصائية، أي قابلة للتبويب ضمن أرقام في جداول يمكن أن يجري عليها التحليل الإحصائي الرياضي. وبالرغم من

ضرورة الخبرة بهذا النوع من الأعمال، إلاّ أن تجربة الاستمارة ميدانياً أو واجب للتأكيد قبل استخدامها من أن فهم المبحوثين لأسئلتها يطابق تماماً فهم الباحثين لها. ولتعديل أي تعبير أو لفظة يتبين من التجربة سوء الفهم لها.

وعلى أن كثيراً من المعلومات الخاصة بالمؤسسات الاقتصادية تتوفر في سجلات هذه المؤسسات، مثل المعلومات الخاصة بالتكاليف والمشتغلين والمبيعات، إلاّ أن الحاجة تظهر أحياناً لإجراء دراسات استقصائية ميدانية للتعرف على أمور معينة تتعلق بأعمالها، وذلك مثل أبحاث السوق والتسويق، لذلك بعد أن نقرر ما هي الأسئلة التي ستدخل في الاستمارة الإحصائية يجب علينا أن نضع الصيغ التي ستأخذها الأسئلة المعتمدة بصورة تتناسب والمستوى التعليمي للمبحوثين الذين سوف يجيبون عنها آخذين بالاعتبار الشروط الواجب مراعاتها عند تصميم الاستمارة الإحصائية ونذكر منها:

1- يجب أن يذكر عنوان الاستمارة في الأعلى.

2- يجب أن يذكر اسم الشخص أو المشروع أو الهيئة أو المنظمة القائمة بالبحث.

3- وضع مقدمة إيضاحية عن البحث وفائدته لجعل الشخص المجيب راغباً في الإجابة عن الأسئلة بصورة صريحة وصحيحة لكي تكون نتائج البحث دقيقة بقدر الإمكان.

4- إعطاء التعليمات الأساسية حول كيفية ملء الاستمارة، ويفضل وضعها بصورة مستقلة عن الأسئلة أو على الوجه الآخر منها.

5- يجب أن تتضمن الاستمارة تحذيراً للأشخاص الذين يدلون ببيانات ومعلومات تخالف الحقيقة وأنهم سيحاكمون وفق أحكام القوانين النافذة، ولاسيّما إذا كانت الأسئلة موجهة من هيئات أو حكومات أي ذات صفة رسمية كما هو الحال في حالة تعداد السكان، التعداد الزراعي وغيره.

6- يجب العمل على ترتيب الأسئلة بصورةٍ متسلسلة منطقياً، أي البدء بالأسئلة البسيطة.

7- يجب أن لا تكون الأسئلة في الاستمارة الإحصائية كثيرة العدد أو قليلة العدد، وإنما يجب أن تتناسب مع أهداف البحث وأهميته على نحوٍ لا يقع الملل لكثرة العدد ولا الإجابة السريعة لكلفتها.

8- يفضل أن تكون الإجابات عن الأسئلة في الاستمارة الإحصائية بنعم أو لا.

9- يجب أن تتميز الأسئلة الموجهة إلى الأفراد بالبساطة والسهولة والوضوح لتكون الإجابات بعيدة عن أي لبس أو غموض.

10- الابتعاد عن الأسئلة التي يمكن أن تكون الإجابة عنها تقديرية.

11- الابتعاد عن الأسئلة المفتوحة أي التي لها إجابات كثيرة فمثلاً بدلاً من أن نسأل الشخص عن حالته المدنية نستطيع أن نصغ السؤال بصيغة أخرى واضحة هي:

أعزب

متزوج

مطلق

أرمل

منفصل عن الزوجة.... إلخ.

ثم نتمنى على الشخص المبحوث أن يضع إشارة (×) أمام الحالة التي تنطبق عليه.

12- يفضل عند وضع أسئلة الاستمارة اعتماد مبدأ التصنيف الذاتي من قبل المبحوث من خلال وضع مربع أمام كل صنف وما عليه سوى وضع إشارة (×) في المربع المناسب

مثال: إذا كنت من المهتمين بالرياضة فأي نوع تفضل:

كرة القدم ☐

كرة السلة ☐

كرة الطائرة ☐

كرة اليد ☐

أو أيّاً من نظم الامتحانات تُفَضِّلُ :

الامتحان التقليدي ☐

الامتحان المؤتمت ☐

التقليدي + المؤتمت ☐

الامتحان الفصلي ☐

امتحان آخر السنة ☐ .... إلخ.

وإذا كانت التصنيفات كثيرة العدد لا بد من تدوينها بصورة واضحة ودقيقة مع ضرورة اختيارنا لأصناف الأجوبة التي ستوضع لأي سؤال.

13- في حال وجود بعض الأسئلة الغامضة في الاستمارة فيتوجب على الباحث إزالة الغموض لتحقيق الدقة في الإجابة.

14- إن عملية تركيب أسئلة الاستمارة تحتاج إلى خبرة وفن وتجربة، لأنه يجب أن تؤدي في نهاية المطاف إلى الحصول على المعلومات التي يريدها الباحث ولاسيّما حين يرتبط الأمر بالأعمار .

15- إن تكرار بعض الأسئلة داخل الاستمارة يعتبر من الأسئلة الرقابية على إجابات المبحوث، وبهذا تزيد درجة الدقة وتتحسن مصداقية الإجابات.

16- الابتعاد قدر الإمكان عن الأسئلة الشخصية التي تثير بعض الحساسيات لدى المجيب.

17- الابتعاد قدر الإمكان عن الأسئلة التي تحتاج إلى تفكير أو حسابات أو ذاكرة بعيدة.

18- يجب تحديد وحدات القياس لبعض الأسئلة التي تتضمنها الاستمارة، فإذا كان السؤال يتناول أجر العامل فلا بد أن نحدد وحدة القياس لهذا الأجر بالدولار أو بالليرة السورية، وهل هو الأجر اليومي أو الشهري أو الأسبوعي أو السنوي أو غير ذلك.

19- الابتعاد عن الأسئلة الإيحائية أي الأسئلة التي توحي بالجواب. فمثلاً إذا سألت هل تفضل السجاير السورية بالذات فإن مثل هذا السؤال يتفق مع الدوافع الوطنية، ولذلك نتوقع أن تكون أكثر الإجابات «نعم».

20- يجب أن تتميز الأسئلة في الاستمارة الإحصائية بالموضوعية الواقعية وقابلية أجوبتها للتبويب، فمثلاً، بدلاً من أن توجه سؤال للعامل «هل أنت راضٍ بعملك الحالي؟» اسأله «هل ترغب في تغيير عملك؟»، إذا كانت الإجابة بنعم اسأله مرة أخرى «ما نوع العمل الذي ترغبه؟».

21- يفضل أن تكون أمامنا هياكل الجداول الإحصائية التي نريد الحصول عليها في النهاية عند صياغة أسئلة الاستمارة الإحصائية، وذلك بما يتوافق والأهداف المرجوة منها، كما يستحسن اختبارها على عدد محدود من الوحدات الإحصائية موضوع الدراسة ليتم تبديل الاستمارة بصورة مباشرة في ضوء هذا الاختبار.

تملأ هذه الاستمارات إما عن طريق المراسلة وإما عن طريق المقابلة الشخصية. إذ يقوم بهذا العمل الباحثون المدرّبون تدريباً جيداً، وهذا يعود إلى مستوى الوعي الإحصائي لدى الأفراد المبحوثين في المجتمع الإحصائي العام من جهة، وإلى نوع الاستمارة الإحصائية التي يجب ملؤها من جهة أخرى، فإذا كانت الاستمارة الإحصائية هي عبارة عن صحيفة الاستبيان (Questionnaire) التي تملأ من الشخص نفسه الذي توزع عليه الاستمارة بواسطة البريد أو بالاتصال الشخصي ثم تستعاد بعد ملئها. أما إذا كانت الاستمارة الإحصائية عبارة عن الكشف (Schedule) التي يقوم العداد أو الباحث بملئها فيتصل بالأشخاص الذين يراد جمع المعلومات والبيانات الإحصائية عنهم، ويقرأ عليهم كل سؤال على حدة، ويكتب إجابتهم على الاستمارة كما هي دون تحريف أو تبديل أو تحييز. أما إذا كانت الاستمارة الإحصائية عبارة عن نوع ما من الأنواع العديدة الخاصة بها التي تختلف بتصميمها باختلاف الهدف الذي صممت لأجله، فهي إما أن تكون بسيطة مثل شهادة الميلاد والوفاة واستمارات القبول والتسجيل في أي مرحلة من مراحل الدراسة واستمارة طلب التوظيف والاستخدام، والاستمارات التي تستخدمها دوائر الدولة في جمع الإحصاءات عن التجارة الخارجية والداخلية،

وعدد العمال وأجورهم.... إلخ. وإما تكون معقدة مثل استمارة تعداد النفوس، واستمارة ميزانية الأسر أو تكاليف الحياة المعيشية، وغيرها.

1-5-5-5 استخدام الهاتف لجمع البيانات والحقائق الإحصائية:

تستخدم هذه الطريقة الحديثة لجمع البيانات عن الظاهرة المدروسة، لِمَا تتميز به من سرعة في الحصول على المعلومات المطلوبة ومن اختصار للوقت والجهد والمال، حيث يقوم الباحث مباشرة بتوجيه الأسئلة الواردة في استمارة البحث إلى المبحوثين عن طريق الهاتف. ومن عيوب استخدام هذه الطريقة أنها تقتصر البحث على المبحوثين الذين يمتلكون خط هاتف فقط، أما الذين ليس لديهم خط هاتف فيقعون خارج البحث، وهذا ما يؤدي إلى نشوء أخطاء التحييز التي سوف تنعكس على دقة النتائج ومصداقيتها.

1-5-5-6 استخدام الإنترنت لجمع البيانات والحقائق الإحصائية:

إن دخول المعلوماتية في حياتنا اليومية وعبر شبكة الإنترنت تحديداً جعل العالم بأكمله قرية صغيرة يمكن للباحث الوصول إلى وحدات البحث عن طريق هذه الشبكة، إذ نلحظ أن هناك العديد من المواقع الإلكترونية الخاصة بوسائل الأعلام مثل الصحف أو الإذاعات أو الأقنية التلفزيونية التي تطرح مجموعة من الأسئلة على مواقعها الإلكترونية، وتطلب من الزائرين الإجابة عنها، وعادة ما تكون الإجابة بنعم أو لا. ولذلك يطلب من الباحث أن يقوم بنشر الاستمارة الإحصائية البريدية عبر شبكة الإنترنت ويطلب من المبحوثين ملء هذا الاستمارة. ويستخدم هذا الأسلوب بصورة واسعة في بحوث استطلاعات الرأي، وبحوث التسويق، ودراسات السوق، والتجارة الإلكترونية، والتسويق الإلكتروني وغيرها من الأبحاث.

من مميزات هذه الطريقة السرعة في الحصول على المعلومات وتوفيرها للوقت والجهد والمال، وإمكانية تغطية العالم بأكمله أو على الأقل المناطق التي وصل إليها الإنترنت، أما من عيوبها فهي وسيلة كما وسيلة الهاتف تقتصر المبحوثين على هؤلاء

الذين لديهم أجهزة حواسيب والمشتركين في خدمات الإنترنت، ومع التوسع في استخدام هذه الخدمات سوف يزداد الاهتمام بهذه الوسيلة التكنولوجية العصرية الحديثة بصورة ملحوظة سنة بعد أخرى.

يلحظ أن استخدام أسلوب الاستمارة الإحصائية البريدية والتلفزيون، والهاتف والإنترنت يجري بصورة واسعة في الدول المتقدمة ذات الوعي الإحصائي المتطور الذي يدرك مواطنوها أهمية العملية الإحصائية لمصلحتهم ومصلحة تجمعهم. أما الدول المتخلفة فيخشى بعضهم من الإجابة عن الأسئلة المرتبطة بدخلهم الشخصي أو بانتماءاتهم السياسية أو بأمور أخرى يعدونها شخصية مما يجعل فائدة هذه الوسائل محدودة. وبصورة عامة، وفي الأحوال كلها ومهما كان أسلوب البحث الشامل أو أسلوب العينة لا بد من إعداد استمارة إحصائية (أو استبيان) يجب ملؤها بالمعلومات والبيانات الإحصائية من أجل إجراء الدراسة الإحصائية عليها، وسواء تم جمع هذه البيانات عن طريق المقابلة الشخصية للعدادين المدربين أم عن طريق الباحث نفسه أو من يحل محله.

1-5-6 أساليب جمع البيانات والحقائق الإحصائية:

أوضحنا سابقاً مفهوم كلٍ من المجتمع الإحصائي والعينة. فإذا ما أراد الباحث أن يقوم بجمع بيانات عن جميع مفردات المجتمع الإحصائي نكون في هذه الحالة أمام أسلوب الحصر الشامل أو التعداد.

أما إذا قرر الباحث أخذ بيانات عن بعض المفردات من المجتمع الإحصائي فنكون إزاء أسلوب المعاينة أو العينات، ومن ثَمَّ على الباحث بعد اعتماده لمصادر الميدان الحصول على البيانات أن يحدد الأسلوب الواجب استخدامه لجمع هذه البيانات، حيث تجمع البيانات من الميدان بأحد أسلوبين:

1- أسلوب الحصر الشامل أو «التعداد».

2- أسلوب العينات أو المعاينة.

وبالاعتماد على مزايا ومساوئ كل أسلوب من هذين الأسلوبين والظروف التي يطبق فيها ومدى ملاءمته لأهداف البحث وفرضياته يحدد الباحث الأسلوب الذي سوف يستخدم في بحثه.

1-6-5-1 أسلوب الحصر الشامل أو «التعداد» «Census»:

يقوم هذا الأسلوب على جمع البيانات والحقائق الإحصائية عن كل وحدة في المجتمع تدخل في نطاق البحث والدراسة دون استثناء أي منها، أي إن البحث يشمل المجتمع المدروس بأكمله. ويستخدم هذا الأسلوب عادة في التعدادات العامة مثل السكان في سورية الذين يشتمل على جميع المواطنين من سوريين ومن في عدادهم يوم التعداد، وكذلك التعداد الزراعي العام أو التسجيل الشامل للمتاجر والمصانع وغيرها. ومن مميزات تطبيق هذا الأسلوب أنه من أكثر أساليب جمع البيانات دقةً من حيث النتائج التي تم الحصول عليها، ولهذا فهو يستخدم في الدراسات والبحوث التي تحتاج إلى درجة كبيرة من الدقة أمَّا عيوب هذا الأسلوب فتتلخص بضخامة الجهود اللازمة وكثرة التكاليف المالية وطول الوقت اللازم للقيام بالتعداد التام.

1-6-5-2 أسلوب العينات أو المعاينة:

من المنطقي أن يعتمد الباحث على هذا الأسلوب حين لا يستطيع بشكل أو بآخر اتباع الأسلوب السابق في الحصول على البيانات والحقائق الإحصائية، وهذا يعني أن الباحث لا يشرك جميع وحدات المجتمع الإحصائي في البحث، بل يقتصر على مجموعة صغيرة نسبياً من الوحدات التي يختارها من هذا المجتمع، وتسمى هذه المجموعة «بالعينة» «Sample»، فالمعاينة هي عملية اختيار جزء من مشاهدات معينة بحيث يمثل هذا الجزء المجموعة كلها. والغرض من اختيار نموذج من الوحدات لجمع المعلومات الإحصائية هو أن يكون هذا النموذج بديلاً للمجتمع الإحصائي، والنتائج التي يحصل عليها الباحث من دراسته لهذه العينة يعممها على المجتمع بأكمله عندما تكون العينة ممثلة تمثيلاً للمجتمع الأصلي الذي سحبت منه.

ومن مميزات هذا الأسلوب وخصائصهُ أنه يعطي نتائج أكثر دقة بالمقارنة بالأسلوب السابق، ويوفر الكثير من الجهد والوقت والمال، ويستخدم أحياناً لتصحيح نتائج الحصر الشامل، وإذا ما تعذر استخدام الحصر الشامل أو كان هناك استحالة في استخدامه، ولاسيّما حين يكون المجتمع الإحصائي غير محدود، فليس حينئذٍ أسلوب آخر للدراسة سوى أسلوب المعاينة، بالإضافة إلى أنه في بعض الحالات التي يكون فيها تطبيق أسلوب الحصر الشامل أمراً مستحيلاً مثل: تحليل دم الإنسان، فحص شحنة عبوات مستوردة، فلا نجد عن أسلوب المعاينة بديلاً لدراسة مثل هذه الحالات. وخلاصة القول أن معظم الدراسات والبحوث في عالمنا المعاصر صارت تعتمد اعتماداً رئيساً على أسلوب العينات في جمع البيانات والحقائق الإحصائية لدراسة الظواهر والعمليات التي تنتسب للعلوم المختلفة. مع الإشارة إلى استخدامات هذه الأسلوب تظهر بشكل واضح في دراسات ميزانية الأسر أو بحوث تكاليف الحياة المعيشية لتحديد المستوى المعيشي للأسر في بلدٍ ما أو في منطقةٍ ما، وكذلك في دراسة وبحث اختبار السلع المنتجة للمؤسسات الصناعية المختلفة من خلال دراسة أذواق الناس وتحديد السلع التي ينبغي إنتاجها والمناسبة لأذواقهم.

إن أسلوب المعاينة يستخدم كما ذكرنا أعلاه للحكم على خصائص المجتمع الإحصائي عن طريق دراسة عينة من هذا المجتمع، إلا أنه لكي يكون الحكم سليماً يجب أن يكون اختيار العينة اختياراً عشوائياً بصورةٍ تنسجم وخصائص المجتمع المراد دراسته ولهذا نجد من الضروري تقسيم العينات إلى نوعين رئيسيين هما:

أولاً – العينات العشوائية (الاحتمالية) (Random Sample): وتشمل ما يأتي:

1- العينة العشوائية البسيطة Simple Random Sample.

2- العينة المنتظمة Systematic Sample.

3- العينة الطبقية Stratified Sample.

4- العينة العنقودية Cluster Sample.

5- العينة المتعددة المراحل Multi - Stage Sample

ثانياً – العينات غير العشوائية (غير الاحتمالية)(Pueposive Sample): وتتضمن:

1- عينة الحصص Quota Sample.

2- العينة المنتقاة Selective Sample.

3- العينات كبيرة الحجم Extenovie Sample.

وفيما يأتي سنتعرض لكل نوع من هذه الأنواع:

1- العينة العشوائية البسيطة Simple Random Sample:

يعدّ هذا النوع من العينات من أهم وأبسط العينات الاحتمالية، وتسمى أحياناً بعينة تكافؤ الفرص، إذ إنّ الاختيار العشوائي الذي تقوم عليه فكرة العينة العشوائية يتطلب إعطاء كل مفردة من مفردات المجتمع الإحصائي المتجانس الفرصة المتكافئة نفسها في أن تكون ممثلة في العينة. وبذلك تطبق قوانين الاحتمالات لأن احتمال اختيار كل مفردة في العينة معروف لدى الباحث، وذلك باعتبار أنه لا يمكن سحب عينة من المجتمع بهذا الأسلوب إلا إذا كان حجم المجتمع محدوداً ومعلوماً بكل مفرداته، إضافة إلى بعض المساوئ عند تطبيقها، إذ لا نحصل في بعض الأحيان على نسب الصفات نفسها الموجودة في المجتمع، مثلاً سحب عينة من طلبة الجامعة موزعين إلى 60% ذكوراً و 40% إناثاً، فإن العينة البسيطة قد تعطي نسباً تختلف عن الموجودة في المجتمع كأن نحصل على عينة تحوي 20% إناثاً، وذلك بسبب العشوائية. ويمكن الحصول على العينة العشوائية البسيطة باتباع عدة أساليب مثل أسلوب القرعة وأسلوب دواليب الحظ وجداول الأرقام العشوائية، وسوف نبيّن جوهر كل أسلوب من هذه الأساليب على حدة.

آ- **أسلوب القرعة:** يقوم هذا الأسلوب على أساس إعطاء رقم معين لكل وحدة من وحدات المجتمع الإحصائي (N)، ومن ثم تسجيل هذه الأرقام على كرات صغيرة أو على قطع صغيرة من الورق توضع كل ورقة منها في كبسولات متماثلة، ثم توضع هذه الكرات أو الكبسولات في صندوق أو سلة كبيرة وتخلط خلطاً جيداً، ومن ثم تسحب

الكرات أو الكبسولات من السلة واحدة تلو الأخرى، وتشير الأرقام المبينة عليها إلى تلك الوحدات الإحصائية التي تتضمنها العينة (n). إن أسلوب السحب بالقرعة يعاني بعضَ العيوب، ولاسيَّما حين يكون المجتمع الإحصائي الذي ستؤخذ منه العينة كبير جداً، إضافة إلى أن أدوات الخلط قد لا تكون مرضية، وهذا ما يؤدي إلى ظهور أخطاء التحييز في السحب العشوائي. ومن الأمثلة على السحب العشوائي بالقرعة ما نشاهده عبر شاشات التلفاز عند اختيار مجموعات كرة القدم بكأس العالم.

ب- دواليب الحظ: تعدّ هذه الطريقة كسابقتها من حيث الجوهر، إذ يقوم الباحث بترقيم مفردات المجتمع الإحصائي من 1 إلى N، وتبدأ عملية تدوير الدواليب، ويتم قراءة الرقم الذي تتوقف عنده الدواليب فيكون ممثلاً للوحدة الإحصائية في المجتمع الإحصائي التي ستدخل ضمن إطار العينة المرغوب سحبها.

وهكذا نكرر العملية حتى نحصل على عدد من المفردات يعادل حجم العينة المطلوب. يمتاز هذا الأسلوب في وقتنا الحاضر بالسهولة لاحتواء معظم البرامج الحاسوبية على مثل هذه الدواليب، ولكن الأسلوب الأكثر استخداماً الذي يمكن الاعتماد عليه في السحب العشوائي هو استعمال جداول الأرقام العشوائية.

جـ- جداول الأعداد العشوائية: يتحقق السحب العشوائي للعينة وفق الأسلوبين السابقين إذا كان حجم المجتمع الإحصائي محدوداً، أما إذا كان المجتمع كبيراً فإن هذه الطرائق لم تعد صالحة ولا تفي بالغرض المطلوب، لأنها تحتاج إلى مجهودٍ شاق قد يصعب تنفيذه.

ولنتمكن من تطبيق الاختيار العشوائي في البحوث الإحصائية بصورة سهلة وبسيطة قام بعض الإحصائيين بإنشاء جداول تستخدم لهذا الغرض وتحقق الفائدة المرجوة منها، تسمى بجداول الأرقام أو الأعداد العشوائية، رتبت هذه الجداول على شكل أعمدة وصفوف. ونقدم فيما يأتي نموذجاً لهذه الجداول:

17	12	76	67	34	04	03	91	80	49
01	27	81	39	05	87	43	18	69	70
09	51	40	94	33	02	26	32	39	25
98	08	09	21	95	82	31	70	59	08
53	12	44	77	39	20	54	48	98	92
51	48	92	51	67	53	92	08	07	34

ولنفترض أننا نريد اختيار خمسة طلاب من بين طلبة كلية الاقتصاد البالغ عددهم 9000 طالب فيكفي أن نستعين بهذا النوع من الجداول بإتباع الخطوات الآتية:

أ- نحتاج إلى جدول أرقام عشوائية مكون من أربع خانات أو أربعة أرقام، حينئذٍ يكفي أن نجمع العمودين كالآتي:

8049	0391	3404	....
6970	4318	0578	....
3925	2632	3302	....
59.8	3170	9582	....
9892	5448	9582	....
0734	9208	....	....

ب- يمكننا أن نبدأ في أي مكان بالجدول، وليكن مثلاً العمود الثاني، ونعتمد نظاماً معيناً ليكن شاقولياً بصورة تنازلية، ونقرأ الأعداد المختارة فنجد 0391 – 4318 – 2632 – 3170 – 5448 – 9208.

جـ- نستبعد العدد 9208 الذي هو أكبر من أي عدد يمكن سحبه في العينة، ونأخذ العدد الذي يليه وهو 3404.

د – ترتيب هذه الأعداد تصاعدياً تكون العينة العشوائية مؤلفة من الطلاب ذوي الأرقام 0391 – 4318 – 2632 – 3170 – 5448 – 3404.

مثال (1-1):

نرغب بسحب عينة عشوائية بحجم (10) مفردات من مجتمع حجمه 60 مفردة مستخدماً جداول الأرقام العشوائية السابقة الذكر.

نختار بشكل عشوائي عموداً ما، وليكن العمود الأول من اليمين، ونبدأ بقراءة الأرقام بأخذ خانتين، لأن أكبر مفردة في المجتمع هي 60 فتكون مفردات العينة هي : 49 – 25 – 08 – 34 – 39 – 59 – 07 – 18 – 32 – 48.

لاحظ أننا أهملنا المفردات 70-92-80-69-98-91-70، لأنها أكبر من 60 مفردة في المجتمع الإحصائي التي سحبت منه العينة العشوائية بحجم (10) مفردات.

2- العينة المنتظمة **Systematic Sample:**

يمتاز هذا النوع من العينات بسهولة تطبيقه حين يكون عدد أفراد العينة كبيراً، كما تمتاز بسهولة استخراجها من السجلات، ويمكن استخدامها إذا كان بالإمكان ترتيب مفردات المجتمع الإحصائي بانتظام، إذ يتم اختيار هذا النوع من العينات على أساس أخذ وحدات متتابعة على أبعاد أو فترات متساوية في تتابع معين غالباً ما يكون عبارة عن قائمة. أي إن اختيار العينة المنتظمة يمر بالمراحل الآتية:

- تحديد عدد مفردات المجتمع الإحصائي محل البحث (N) .
- تحديد حجم العينة العشوائية المراد سحبها (n) .
- قسمة عدد مفردات مجتمع البحث على عدد مفردات العينة العشوائية يطلق على الناتج (مدى المعاينة Q) أي :

$$Q = \frac{N}{n}$$

- اختيار أي رقم يقع بين مدى المعاينة عشوائياً، ويعدّ هذا الرقم من حيث الترتيب المفردة الأولى من مفردات المجتمع الإحصائي التي تم اختيارها في العينة العشوائية.

- إضافة مدى المعاينة إلى هذا الرقم المسحوب عشوائياً لتحديد المفردة الثانية في العينة ثم إضافة مدى المعاينة إلى ترتيب المفردة الثانية لتحديد المفرد الثالثة، وهكذا إلى أن يتم اختيار مفردات العينة، فإذا كانت β هي المفردة الأولى المختارة عشوائياً تكون المفردات الأخرى اللاحقة لها في العينة كما يأتي:

$$\beta, \beta + q, \beta + 2q, \beta + 3q, \ldots\ldots \beta + (n+1)q$$

مثال (1-2):

مجتمع إحصائي حجم مفرداته (100) مفردة، ونريد سحب عينة عشوائية منتظمة بحجم (10) مفردات.

نحسب أولاً مدى المعاينة:

$$Q = \frac{N}{n} = \frac{100}{10} = 10$$

نختار من ضمن فترة السحب الأولى بصورة عشوائية مفردة ما أو رقماً ما، ولتكن المفردة رقم (7)، فتكون مفردات العينة الأخرى المسحوبة من المجتمع محل الدراسة هي:

$$7, 17, 27, 37, 47, 57, 67, 77, 87, 97$$

يتميز هذا النوع من العينات العشوائية بسهولة سحبها أو قلة تكلفتها، وأنها تعطي نسب صفات المجتمع نفسها أحياناً، ولكن إلى جانب هذه المزايا هناك بعض المساوئ التي تتلخص بأنه لا يمكن سحب هذه العينة إلا إذا كان المجتمع محدداً ومرتباً ومرقماً ومعلوماً كل مفرداته، كما أنه قد تعطي في بعض الأحيان نتائج متميزة إلا أنها تستخدم

بصورة واسعة في عمليات الرقابة والتفتيش ومتابعة تنفيذ الخطط ومراقبة خطوط الإنتاج وجودة المنتجات.

3- العينة الطبقية Stratigied Sample :

يستخدم هذا النوع من العينات في حالة عدم تجانس مفردات المجتمع الإحصائي موضوع البحث من حيث الخاصية أو الخصائص التي يقوم الباحث بدراستها. مثل: السن – النوع – المهنة – درجة التعليم – نوع الصناعة – عدد العمال... إلخ، إذ يقوم الباحث بتقسيم المجتمع المدروس إلى طبقات أو قطاعات تتجانس فيها مفردات المجتمع التي تنتمي إلى طبقة وفق الخاصة أو الخصائص محل الدراسة، ثم يسحب من طبقة (Stratum) عدد معين من الوحدات بشكل عشوائي، إذ يتحدد العدد المسحوب للعينة بنسبة حجم الطبقة إلى حجم المجتمع الأصلي، مع الإشارة إلى أن مجموع هذه العينات العشوائية المسحوبة من كل الطبقات يدعى بالعينة الطبقية. فإذا كان حجم المجتمع (N) مؤلف من (4) طبقات عدد مفرداتها: N_1 , N_2 , N_3 , N_4

فإن : $N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = n$

ويجب أن يكون $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = n$

حيث n_1, n_2, n_3, n_4 حجم كل عينة من كل طبقة، وإذا ما أخذنا نسب الطبقات إلى المجتمع أي :

$$\frac{n_1}{N_1} = \frac{n_2}{N_2} = \frac{n_3}{N_3} = \frac{n_4}{N_4} = \frac{n}{N}$$

فنحصل على قيم : n_1, n_2, n_3, n_4 .

مثال (1-3):

إذا أردنا أن نختار عينة حجمها /100/ طالبٍ من طلبة جميع صفوف كلية الاقتصاد البالغ عددهم الآتي:

/5000/ طالب سنة أولى.

/2500/ طالب سنة ثانية.

/1500/ طالب سنة ثالثة.

/1000/ طالب سنة رابعة.

10000 طالب.

فما عدد الطلاب في كل طبقة ؟

$$\frac{n}{N} = \frac{n_1}{N_1} = \frac{n_2}{N_2} = \frac{n_3}{N_3} = \frac{n_4}{N_4}$$

$$\frac{100}{10000} = \frac{50}{5000} = \frac{25}{2500} = \frac{15}{1500} = \frac{10}{1000}$$

ومنه

$$n_1 = 50$$
$$n_2 = 25$$
$$n_3 = 15$$
$$n_4 = 10$$

حجم العينة الطبقية :

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = n = 100$$

أي إن اختيار العدد من كل صف في الكلية تم وَفقَ النسب التي حصلنا عليها بالاعتماد على العينة العشوائية البسيطة، وتسمى العينة في هذه الحالة بالعينة العشوائية الطبقية النسبية. أما إذا قمنا باختيار /25/ طالباً من كل صف فنحصل في هذه الحالة على عينة طبقية غير نسبية والأفضل بطبيعة الحال هو الاختيار بصورة نسبية كما هو موضح أعلاه.

يمتاز هذا النوع من العينات العشوائية بأنها تمثل جميع صفات مفردات المجتمع الإحصائي المدروس بالنسب نفسها كما أنه تتاح فرصة أمام الباحث بدراسة كل طبقة بشكل منفرد إذا كان ذلك هاماً وضرورياً، ولكن من مساوئها أنه لا يمكن تطبيقها إلا إذا كانت مفردات المجتمع معلومة ككل بالإضافة إلى عددها وكذلك مفردات كل طبقة وعددها.

4- العينة العنقودية Cluster Sample :

تستخدم هذه العينة في الحالات التي لا تتوفر فيها أيُّ قوائم عن مفردات المجتمع الإحصائي موضع الدراسة، فعندها يتوجب على الباحث إعداد مثل هذه القوائم لسحب العينات منها باستخدام أسلوب المعاينة العنقودية الذي يتضمن تقسيم المجتمع إلى مجموعات أو أجزاء حسب صفةٍ ما أو خاصية معينة، وتعدّ هذه الأجزاء أو المجموعات هي وحدات المجتمع التي يُسَمَّى كُلٌّ منها عنقوداً، إذ يتم اختيار عددٍ من هذه العناقيد بطريقة عشوائية كي يتم تجميع البيانات المطلوبة منها.

5- العينة المتعددة المراحل Multi - Stage Sample :

يستخدم هذا النوع من العينات كذلك في الحالات التي لا تتوفر فيها قوائم عن مفردات المجتمع الإحصائي، بالإضافة إلى عدم توفر الوقت والمال لإجراء الدراسة التي تتم على مراحل متعددة، إذ يتم تقسيم المجتمع إلى وحدات أولية، ثم نختار عينة من هذه الوحدات كمرحلة أولى، ثم نقسم كل وحدة من الوحدات الأولية المختارة إلى وحدات ثانوية، ثم نأخذ منها عينة كمرحلة ثانية، ثم نقسم كل وحدة من الوحدات الثانوية المختارة إلى وحدات أصغر، ونختار منها عينة كمرحلة ثالثة وهكذا... أي إنه في كل مرحلة نصغر وحدة العينة عن المرحلة السابقة لها حتى ننتهي بوحدة البحث في المرحلة الأخيرة، ونستعمل في كل من هذه المراحل الطريقة المناسبة في سحب العينة، وكمثال على ذلك دراسة متوسطة إنفاق الأسرة في الجمهورية العربية السورية نختار عدة محافظات أولاً **كمرحلة أولى**، ومن ثم نختار ضمن المحافظات المختارة مناطق

كمرحلة ثانية ثم نختار عدد من القرى والأحياء بشكل عشوائي كمرحلة ثالثة، ومن ثم نختار عدداً من الأسر في القرى والأحياء المختارة كمرحلة رابعة، ونجمع البيانات من هذه الأسر فقط كمرحلة خامسة وهكذا....

ثانياً – العينات غير العشوائية (الشخصية) Non Random Sample:

إن اختيار هذه الأنواع من العينات يتم بصورة غير عشوائية غير احتمالية، أي بأسلوب عمدي قصدي، وذلك بالاعتماد على خبرة الباحث وتجربته الشخصية في الدراسات الإحصائية وليس على نظرية الاحتمالات، كما هو الحال بالنسبة للعينات العشوائية ومن ثَمَّ لا يمكن حساب أو قياس احتمال الخطأ الذي ينشأ جراء تطبيق هذه العينات .

ولعل من أهم أنواع العينات غير العشوائية العينات الآتية:

1- عينة الحصص Quota Sample:

يتشابه هذا النوع من العينات غير العشوائية مع العينات العشوائية الطبقية، ويختلف عنها بأنها ليست عشوائية، وتستعمل في استطلاعات الرأي العام وفي المسوح التسويقية وفي كثير من المجالات الأخرى، وأن مهمة الباحث أو العداد في حالة تطبيقية لعينة الحصص تقتصر عادة على قيامه بإجراء مقابلات مع عدد معين من سكان الريف وآخرين من السكان الحضريين وعدد معين من الرجال وآخر من النساء أو العمال أو التجار أو الصناعيين... وأن عدد المفردات التي تؤخذ من كل فئة من الفئات التي يتكون منها المجتمع الإحصائي يتناسب مع عدد المفردات التي تتألف منها كل فئة.

مثال (1-4):

بفرض أننا نريد اختيار عينة مؤلفة من 300 شخص مقسمة حسب الجنس وملكيتهم للأرض، ولتكن نسبة الرجال إلى السيدات في المجتمع محل البحث هي 9 : 11 ونسبة المالكين لغير المالكين هي 3 : 2 فإن الحصص (Quota) توزع كما يأتي:

99	سيدات مالكات.
66	سيدات غير مالكات.
165	مجموع السيدات في العينة قيد الدراسة.
81	رجال مالكين.
54	رجال غير مالكين.
135	مجموع الرجال في العينة قيد الدراسة.
300	شخص حجم عينة الحصص.

ومع بعض الاستخدامات المفيدة لهذه العينة، إنّها تعاني من بعض المساوئ، فهي لا تمثل الفئات التي يتكون منها المجتمع الإحصائي موضع الدراسة ولا تعطي صورة مصغرة عنه ولا تتصف بالدقة، ولذلك يفضل توخي الحذر إذا اقتضت الظروف استعمالها.

2- العينة المنتقاة Selective Sample:

يستخدم هذا النوع من العينات غير العشوائية بنجاح في العديد من المجالات الذي يوظف فيها الباحث مهارته وخبرته وتجربته في اختيار المفردات التي ستكوّن العينة. ومن الأمثلة على ذلك السلع الداخلة في تركيب الأرقام القياسية لأسعار الجملة أو المفرق. تعطي هذه العينة نتائج أكثر دقة من سابقتها حين يتعلق الأمر بتقدير متوسط الظاهرة موضوع الدراسة في حين تكون النتائج أقل إرضاء عندما يتعلق الأمر بتشتيت الظاهرة وانتشارها، لأن مقاييس التشتت المحسوبة لهذه العينات غالباً ما تكون متحيزة.

3- العينات كبيرة الحجم Extensive Sample:

يقوم هذا النوع من العينات غير العشوائية على أساس أخذ عينات من حجم كبير جداً من المجتمع الإحصائي المرغوب بدراسته بطريقة غير منتظمة، وأن الثقة التي

يضعها بعضهم باستخدام هذه العينات مبنية على أساس الاعتقاد الخاطئ بأنه كلما ازداد حجم العينة كانت المعلومات التي تعطيها هذه العينات أكثر دقة. أما إذا كانت هذه العينات عينات عشوائية فيكون عندها هذا الاعتقاد صحيحاً، وذلك لأن التحيز سوف يزداد كلما ازداد حجم العينة غير العشوائية المسحوبة من المجتمع الإحصائي المحدود أو غير المحدود، إذ يتعذر من الناحية العملية اقتراب حجم العينة من حجم المجتمع الإحصائي الذي سحبت منه.

1-5-7 أخطاء العينات Errors of Samples:

ذكرنا سابقاً أن الهدف الأساسي من استخدام العينات الإحصائية هو دراسة صفات وخصائص المجتمع الإحصائي عن طريق العينة، بحيث تتماثل نتائج العينة مع نتائج المجتمع فيما لو قمنا باستخدام أسلوب الحصر الشامل، ولكن هذا لا يتحقق في معظم الحالات سبب ظهور بعض الأخطاء والانحرافات التي تطلق عليها أخطاء المعاينة أو أخطاء العينة. ويمكن تقسيم هذه الأخطاء إلى نوعين هما:

1- أخطاء الحظ والمصادفة Chance أو الخطأ العشوائي.

2- أخطاء التحيز Bias Error .

1- الخطأ العشوائي : ينتج هذا النوع من أخطاء المعاينة بسبب العشوائية نفسها، إذ قد تظهر اختلافات بين نتائج العينة المسحوبة وقيم المجتمع الإحصائي الذي سحبت منه، وهذا يعود إلى بعض الانحرافات أو الأخطاء السالبة أحياناً أو الموجبة أحياناً أخرى، ولكن محصلتها على نتائج العينة المدروسة تكون مساوية الصفر، أي بمعنى آخر يمكن أن نقول: إنّ القوى التي أثرت في ظهور هذه الأخطاء السالبة والموجبة متساوية، وأنها تلغي بعضها بعضاً عند زيادة حجم العينة.

مثال (1-5):

ليكـــن لدينا أربعـــة طلاب A, B, C, D أوزانهم على التوالي 76, 80, 88, 92 كغ فإذا اعتبرنا أن هؤلاء الطلاب يكونون مجتمعاً إحصائياً متوسط الوزن فيه هو:

$$\frac{76+80+88+92}{46} = 84 \text{ كغ}$$

الآن إذا سحبنا عينة من هذا المجتمع مؤلفة من ثلاثة طلاب فإنها ستكون إحدى العينات الآتية:

العينة	مفردات العينة	مجموع أوزان العينة	متوسط الوزن	الخطأ
1	A B C	76 + 80 + 88	81.33	81.33 – 84 = – 2.67
2	A B D	76 + 80 + 92	82.66	82.67 – 84 = – 1.33
3	A D C	76 + 92 + 88	85.33	85.33 – 84 = 1.33
4	B C D	80 + 88 + 92	86.66	86.67 – 84 = 2.67

نلحظ أن محصلة الأخطاء العشوائية في هذا المثال تساوي إلى الصفر، وأن أكبر خطأ يساوي 2.67، أما إذا أخذنا عينة من مفردتين من هذا المجتمع فسوف نلحظ أن الخطأ سيكون أكبر حين يكون حجم العينة صغيراً.

2- أخطاء التحييز :

تختلف هذه الأخطاء عن الأخطاء العشوائية في أنها تحدث ليس في اتجاهين سالب وموجب معاً، وإنما تحدث باتجاه واحد سالب أو موجب، ويكون بذلك من أخطر الأخطاء التي تؤثر في نتائج البحث، وتنحصر خطورته في أنه من الصعب توقع حدوثه وتحديد حجمه بصورة مسبقة، ويعود سبب ظهوره إلى عدة أسباب منها السحب بصورة غير عشوائية، أي السحب ليس على كامل حجم المجتمع، إهمال بعض وحدات العينة، الاستعاضة بوحدات مكان وحدات أخرى عند السحب.... إلخ. ومع هذه الأسباب يمكننا تصحيح أخطاء التحييز بإدخال بعض التعديلات على مفردات العينة إذا كان اتجاه التحييز وحجمه معلومين.

تمارين ومسائل للحل

1- ما مفهوم علم الإحصاء ولماذا تتعدد تعريفاته؟

2- بيّن أهمية علم الإحصاء وعلاقته بعلم الاقتصاد.

3- ما طبيعة العلاقات بين الإحصاء وعلم الإدارة ؟

4- ما أنواع الإحصاء وما استخداماتها؟

5- عرّف ما يأتي: المجتمع الإحصائي، العينة الإحصائية، معالم المجتمع، إحصاءات العينة، المتغير الإحصائي.

6- وضح الفرق بين المتغير الإحصائي المتصل والمتغير الإحصائي المنفصل.

7- ما الخطوات الأساسية للبحث بالطرائق والأساليب الإحصائية؟ اذكرها، وتحدث باختصار عنها.

8- ما أهم الفروق بين خطوات البحث العلمي وخطوات البحث بالطريقة الإحصائية؟

9- اذكر الاعتبارات التي يجب أخذها بعين الاعتبار عند تحديد مشكلة البحث.

10- عرّف إطار البحث، وبيّن أهميته وأهدافه.

11- بيّن الفروق بين المتغيرات الكمية والمتغيرات الوصفية.

12- بيّن أهمية البيانات الآتية، واذكر مصادر الحصول عليها:

البيانات الداخلية – البيانات الخارجية – البيانات الثانوية – البيانات الأولية.

13- ما الوسائل المستخدمة لجمع البيانات الإحصائية؟ واشرح واحدة منها.

14- اذكر الشروط التي يجب مراعاتها عند تصميم الاستمارة الإحصائية.

15- قارن بين أسلوبي جمع البيانات الإحصائية: أسلوب الحصر الشامل وأسلوب العينات .

16- اذكر الأساليب المستخدمة لسحب العينة العشوائية البسيطة، واشرح أهمية استخدام جداول الأرقام العشوائية.

17- عرّف العينة العشوائية المنتظمة موضحاً أسباب استخدامها وطريقة تكوينها.

18- نرغب بسحب عينة عشوائية طبقية حجمها /100/ طالب من طلبة كلية العلوم في جامعة دمشق ومن جميع الأقسام وعددهم كما يأتي:

2000 طالب قسم العلوم الطبيعية (البيولوجيا).

1500 طالب قسم الفيزياء والرياضيات.

1000 طالب قسم الكيمياء.

500 طالب قسم الجيولوجيا.

والمطلوب:

1- ما عدد الطلاب في كل طبقة؟

2- تحقق من المساواة النسبية بين حجم العينة والمجتمع الإحصائي الذي سحبت منه وبين عدد الطلاب في كل طبقة إلى حجم الطبقة.

19- متى يتم استخدام العينة متعددة المراحل؟

20- قارن بين العينات العشوائية والعينات غير العشوائية من حيث: الأنواع – طريقة السحب – حجم الأخطاء – دقة النتائج – الأساس التي تعتمد عليه.

21- قارن بين أخطاء المعاينة موضحاً كيفية طبيعتها وتصحيحها.

الفصل الثاني

تصنيف وتبويب وتنظيم

البيانات والحقائق الإحصائية وعرضها

- مقدمـــة :

عالجنا في الفصل الأول الجانب النظري والتاريخي لتطور علم الإحصاء وصولاً إلى الخطوات الأساسية للبحث بالطرائق والأساليب الإحصائية، فقد تمت مناقشة الخطوات الأربع الأولى في الفصل السابق، وسوف نناقش في هذا الفصل الخطوتين الخامسة (1-5-5) والسادسة (1-5-6) اللتين تتضمنا مسألة على غاية من الأهمية للقيام بتحليل البيانات الإحصائية، ألا وهي تصنيف وتبويب وتنظيم البيانات والحقائق الإحصائية وعرضها. ومناقشة هذه المسألة سوف تتم من خلال معالجة الفقرات الثلاث الآتية:

2-1 تصنيف وتبويب البيانات والحقائق الإحصائية

Classification and Tabulation of Statistical Data

2-2 العرض الجدولي وتنظيم البيانات والحقائق الإحصائية

Tabular of Presenting and Organizing Statistical Data

2-3 العرض البياني للبيانات والحقائق الإحصائية

Graphical Presentation of Statistical Data

وسوف نبدأ بمعالجة الفقرة الأولى:

2-1 تصنيف وتبويب البيانات والحقائق الإحصائية:

تتوقف عملية تصنيف البيانات الإحصائية على طبيعتها وعلى الكيفية التي ستستخدم بها وأغراض البحث والنتائج التي نرغب في استخلاصها. فمثلاً من الممكن تقسيم سكان سورية حسب المحافظات، أو حسب الجنس، أو حسب التبعية (مواطنين – أجانب)، أو حسب الحالة الاجتماعية (حضر – ريف)، أو حسب العمر (أطفال – شباب – شيوخ)، أو حسب الديانة، أو حسب أي تصنيف آخر يتحدد بأهداف البحث والنتيجة التي نرغب التوصل إليها. وإذا أردنا تصنيف العمال، وكان الغرض هو معرفة درجة المهارة بينهم، فيمكن تقسيمهم إلى عمال ماهرين وعمال غير ماهرين.

أما إذا كان الغرض هو معرفة مستوى الأجور، فيمكن تصنيفهم حسب الصناعة التي يشتغلون فيها، أو حسب مكان العمل، أو إلى عمال ماهرين، وغير ماهرين. وإذا كان الغرض هو توزيع العمال في سورية حسب أنواع الإنتاج فتكون صفة التجانس هنا الاشتراك في صناعة معينة أو حرفة أو مهنة، ولهذا يمكن تصنيف البيانات الإحصائية المجموعة من العمال إلى مجموعتين كبيرتين هما العمال الصناعيون والعمال الزراعيون وهكذا..

2-1-1 أسس تصنيف البيانات الإحصائية :

بعد عملية جمع الاستمارات ومراجعتها يقوم الإحصائي أو الباحث نفسه بتنظيم البيانات الواردة فيها وتجميعها وتلخيصها بصورة تُسهل معها دراستها وتحليلها، وذلك لوجود أرقام كثيرة وغير منسقة لا يمكن إجراء الدراسة وهي في حالة البيانات الخام (Raw-data) لذلك يتم تصنيف البيانات الخام وتبويبها بحسب بعض الأسس الرئيسة المستخدمة في تصنيف البيانات الإحصائية وهي:

(1) التصنيف الجغرافي (Geographical Classification):

يقوم على أساس تقسيم البيانات الإحصائية إلى مجموعات حسب المناطق الجغرافية المختلفة، فتوزيع السكان في سورية حسب المحافظات يعدّ تصنيفاً جغرافياً

وتوزيع الصادرات والواردات حسب الأقطار المصدرة أو المستوردة يعدّ تصنيفاً جغرافياً، وكذلك تقسيم السكان إلى حضر وريف يعدّ أيضاً تصنيفاً جغرافياً.

(2) التصنيف النوعي (Quanlitative Classification):

ويقصد بهذا التصنيف تقسيم البيانات الإحصائية إلى مجموعات بحيث تشترك مفردات كل منها في صفة خاصة لها علاقة بموضوع البحث والنتائج التي تهدف إليها. فإن تصنيف العمال إلى نقابيين وغير نقابيين يعدّ تصنيفاً نوعياً، لأن التمييز هنا نوعي لا كمي وتقسم الأشخاص حسب الحالة الزواجية إلى أعزبٍ، ومتزوجٍ، وأرمل، ومطلّق، ومنفصل. هي أيضاً تقع ضمن عداد التصنيف النوعي .

(3) التصنيف الكمي (Quantitative Classification):

في حالة قياس البيانات الإحصائية عددياً فالتصنيف الكمي يكون مناسباً، ومن الأمثلة على ذلك تصنيف العوائل حسب عدد الأولاد، وتصنيف المعامل حسب عدد العمال أو حسب قيمة الإنتاج، وتصنيف السكان حسب دخلهم، ومعظم التصنيفات الكمية هي توزيعات تكرارية يتم تقسيم البيانات وترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً وتوزيعها على فئات متجانسة تقع هذه القيم الكمية بين حدي الفئة.

(4) التصنيف الزمني (Chronological Classification):

يعتمد هذا التصنيف الأساس الزمني أو التواريخ كأساس في تبويب البيانات وتنظيمها في جداول، وتسمى البيانات وفق هذا التصنيف بالسلاسل الزمنية (Time series)، إذ تقترن الظواهر وصفاتها بالأزمان والتواريخ. فنجد مثلاً عدد السكان في سورية وعدد الوفيات والولادات وكذلك إنتاج النفط والإنتاج الصناعي والزراعي وأسعار الأسهم والسندات وأرباح الشركات وغيرها كلها تخضع لمثل هذا التصنيف كي نستطيع دراستها وتحقيق الأهداف المرجوة لتحديد أي تطور أو زيادة أو نقصان أو انحدار.

2-1-2 طرائق تبويب البيانات الإحصائية:

بعد اعتماد التصنيف الملائم لطبيعة البيانات وأهداف الدراسة وأهميتها يتوجب على الباحث القيام بفرز البيانات الإحصائية وفقاً لهذا التصنيف والبدء بجمعها

وتلخيصها في جداول بإحدى الطرائق التي تنسجم وعدد الاستمارات الإحصائية وبساطة البيانات أو تعقيدها، ومن هذه الطرائق نعرض:

(1) طريقة التبويب اليدوية (Manual Tabulation):

وتتضمن هذه الطريقة نوعين من طرائق التبويب هي:

أ – طريقة الفرز والعد بالطرق اليدوية:

وذلك بفرز أو عزل الحالات المتشابهة كل على حدة، ثم عدّ كل مجموعة منها ووضع نتائج الجمع في جداول معينة تنظم بحسب البيانات الإحصائية التي تم جمعها والأغراض التي تهدف إليها. مثال فرز طلاب كلية الاقتصاد لمعرفة عدد الطلاب وعدد الطالبات ووضعهم في جدول، كذلك يمكننا فرزهم حسب المحافظات ووضعهم في جدول أو حسب الاختصاصات أو غيره.

ب– طريقة جدول التفريغ (Tally Table):

ويتم وفق هذه الطريقة رسم الجدول الذي نريد فرز البيانات بحسب ترتيبه، حيث يتحدد عدد الأعمدة في هذه الجداول حسب نوعية البيانات الإحصائية وطريقة التصنيف المعتمدة. فهناك الجداول البسيطة المكونة من ثلاثة حقول والجداول المزدوجة والجداول المتجمعة الصاعدة والهابطة وغيرها.

إن استخدام الطريقة اليدوية في عمليات التبويب أمرٌ ممكنٌ إذا كان عدد الاستمارات قليلاً. وعدد الأسئلة وحالات كل سؤال قليلة أيضاً. أما إذا كان عدد الاستمارات كبيراً فعندها لا بد من اللجوء إلى استخدام طريقة التبويب الآلي.

(2) التبويب الآلي (Mechanical Tabulation):

تقوم هذه الطريقة على أساس نظام البطاقات المثقبة (Punch cards system) أي تحويل البيانات الإحصائية في الاستمارة إلى ثقوب على بطاقات خاصة تدعى بطاقات التثقيب (punch cards) ثم إدخال هذه البطاقات في مكان الفرز والتبويب، إن تطور

الحاسبات الإلكترونية إلى الحد الذي سمح لنا بإدخال كل البيانات الإحصائية في الاستمارة وفق برنامج معين والقيام بتنظيمها حسب طبيعة هذه البيانات والغرض من الدراسة، فقد يتم مراجعة دقيقة للبيانات وتطبيقها وفرزها وفق دلائل معينة ومن ثم تبويبها، وإن الحاسبات الحديثة تقوم بفرز وتبويب البيانات وحساب المجاميع وإيجاد العلاقات بين المتغيرات وطبع النتائج على صحائف التبويب.

2-2 العرض الجدولي وتنظيم البيانات والحقائق الإحصائية:

بعد تجميع البيانات الإحصائية من الاستمارات الإحصائية واعتماد تصنيف محدد لها تبدو أن هناك صعوبة كبيرة في فحص عدد كبير من البيانات الإحصائية بشكلها الأولي ومقارنتها بعضها ببعض واستيعابها واستنتاج النتائج دون ترتيب وتنظيم لهذه البيانات في جداول. فالغرض من وضع الجداول هو إبراز أكبر ما يمكن من المعلومات والبيانات الإحصائية بوضوح كبير وفي مساحة محددة. لذلك فإن من أهم ما يجب مراعاته في وضع الجداول هو أن تكون واضحة وسهلة على نحوٍ يكون من الممكن فهم محتوياتها بسرعة دون لبس أو غموض.

ومن أهم أغراض وضع الجداول ما يأتي:

1- عرض البيانات بصورة مرتبة وواضحة ومبسطة في حيز صغير.

2- مساعدة الأشخاص على تفهم محتوياتها بسرعة.

3- تيسر إجراء المقارنة بين البيانات الإحصائية المعروضة بشكل جدولي.

4- عرض البيانات بشكل جدولي يقدم مساعدة كبيرة في تفسير وتحليل البيانات الإحصائية بصورة واضحة وسريعة.

5- طريقة العرض الجدولي تظهر الأرقام الأصلية نفسها، ولهذا تعدّ طريقة منفصلة لإيجاد العلاقة بين الأرقام.

تختلف طرائق العرض الجدولي للبيانات باختلاف الأسلوب المستخدم، كما تتنوع الجداول الإحصائية باختلاف وتنوع البيانات المستخدمة وباختلاف طبيعة هذه

البيانات إذا كانت بيانات كمية «متغيرات كمية» أو بيانات وصفية «متغيرات وصفية» تحدثنا عن هذين النوعين من البيانات سابقاً.

2-2-1 أنواع الجداول :

تقسم الجداول الإحصائية إلى نوعين حسب عدد الصفات (المتغيرات) في الجدول، وكذلك حسب الغاية من استخدامها. فحسب عدد الصفات أو المتغيرات يتم تقسيم الجداول الإحصائية إلى جداول بسيطة وجداول مزدوجة وأخرى مركبة. في الجداول البسيطة يتم تنظيم وعرض البيانات حسب صفة واحدة، أما الجدول المزدوج فتعرض فيه البيانات حسب صفتين تمثل الأسطر تقسيمات إحدى الصفات والأعمدة تقسيمات الصفة الأخرى. ويسمى الجدول الإحصائي جدولاً مركباً حين تعرض فيه البيانات لأكثر من صفتين.

وفيما يأتي نعرض هذه الجداول مع بعض الأمثلة التوضيحية:

2-2-1-1 الجدول التكراري البسيط :

إن جزءاً من عملية تصنيف وتبويب البيانات الإحصائية التي تم الحصول عليها هو تفريغ هذه البيانات في جداول تلخص وتنظم لنا المعلومات بشكل دقيق وتفصيلي، فإذا كانت البيانات وصفية فيمكن استخدام الجداول البسيطة لهذا الغرض، وفيها يتم تصنيف البيانات عن طريق تقسيمها إلى عدة أقسام على نحو يكون لكل قسم صفاته الخاصة به، ثم تفرغ في جدول توزيعي. إذا قام الباحث بتحديد حالة التعليم لكل من النوعيات الآتية: (دكتوراه – ماجستير – بكالوريوس – ثانوية) وكانت لديه خمسون /50/ بطاقة، وكل بطاقة مسجل عليها الحالة التعليمية كما يأتي:

1 دكتوراه، 11 ثانوية، 21 ماجستير، 31 ماجستير، 41 ثانوية، 2 ثانوية، 12 دكتوراه، 22 بكالوريوس، 32 ماجستير، 42 بكالوريوس.... إلى /50/ بطاقة فيتم تفريغ هذه المعلومات في جدول التوزيع التكراري كما يأتي:

جدول التفريغ التكراري للحالة التعليمية

جدول رقم (2-1)

الحالة التعليمية	العدد	التكرار
ماجستير	~~1111~~ ~~1111~~ 11	12
ثانوية	~~1111~~ ~~1111~~ ~~1111~~	15
بكالوريوس	~~1111~~ ~~1111~~ 111	13
دكتوراه	~~1111~~ ~~1111~~	10
المجموع		**50**

يمكن ترتيب الجدول السابق كما يأتي:

جدول رقم (2-2)

الحالة التعليمية	التكرار
دكتوراة	10
ماجستير	12
بكالوريوس	13
ثانوية	15
المجموع	**50**

2-2-1-2 الجدول التكراري المزدوج :

إذا كانت الدراسة تحتاج إلى علاقات ارتباط بين نوعيات من الصفات مثل الحالة التعليمية ونوع الفرد (الجنس) عندما تظهر الحاجة إلى تصميم جدول التفريغ التكراري المركب المزدوج الذي يبرز مثل هذه العلاقة، فإذا كان لدينا /20/ استمارةً مسجلاً عليها الحالة التعليمية أو الجنس كما يأتي:

جدول رقم (2-3)

الرقم	الحالة	النوع	الرقم	الحالة	النوع	الرقم	الحالة	النوع
1	متعلم	ذكر	8	أمي	أنثى	15	متعلم	أنثى
2	متعلم	ذكر	9	متعلم	ذكر	16	متعلم	ذكر
3	متعلم	أنثى	10	متعلم	ذكر	17	متعلم	ذكر
4	أمي	أنثى	11	أمي	أنثى	18	أمي	ذكر
5	متعلم	أنثى	12	أمي	أنثى	19	أمي	ذكر
6	أمي	أنثى	13	متعلم	أنثى	20	متعلم	ذكر
7	أمي	ذكر	14	متعلم	أنثى			

وباستخدام أسلوب التفريغ يمكن أن نحصل على جدول التوزيع المركب المزدوج كما يأتي:

جدول رقم (2-4)

الحالة التعليمية / النوع	متعلم		أمي		المجموع
	العدد		التكرار		
ذكـــر	7	11~~11~~ 11	111	3	10
أنثى	5	~~1111~~	~~1111~~	5	10
المجموع	**12**		**8**		**20**

يلحظ أنه من بين العشرين شخصاً سبعة ذكور متعلمين وثلاثةٌ أميّون، وخمس إناث متعلمات وخمس أميات.

2-2-1-3 جدول التوافق المركب المزدوج:

عندما تكون إحدى الخصائص أو الصفات في الجدول المركب المزدوج تنقسم إلى أكثر من صفتين مثل حالة التعليم ونوع الفرد (الجنس) في هذه الحالة يمكن تصميم جدول لهذه الحالة يطلق عليه جدول التوافق المركب المزدوج كما يأتي:

جدول رقم (2-5)

الحالة التعليمية / النوع	دكتوراه	ماجستير	بكالوريوس	ثانوية	المجموع
ذكـــر	9	12	14	15	50
أنثـــى	4	18	15	13	50
المجموع	**13**	**30**	**29**	**28**	**100**

هذه الجدولة خاصة بالبيانات الوصفية، أما بالنسبة إلى جدولة البيانات الكمية فيجب القيام بتبويب البيانات الكمية غير المتصلة وعند تبويب هذه البيانات يجب أن يحتوي الجدول على ثلاث خانات، تخصص الخانة الأولى لحدود قيم الظاهرة مرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً، وتخصص الخانة الثانية للعلامات المتصلة بتكرار كل قيمة من القيم، والخانة الثالثة مخصصة لعدد التكرارات.

أما الخطوة الثانية فتتعلق بتبويب البيانات الكمية المتصلة، وهي البيانات التي يمكن تجزئة وحدات قياسها، ويكون من المناسب ترتيب البيانات وجعل أساس التبويب فئات أو مجموعات بعدد معين وبطول معين لكل فئة على نحوٍ يكون لكل فئة حدها الأعلى وحدها الأدنى لتقسيم فئات الأجور أو فئات السن أو فئات الأمطار أو فئات درجة الحرارة وهكذا. ولتصميم جدول التوزيع التكراري للبيانات المتصلة يجب تحديد:

- عدد فئات كل جدول.
- طول الفئة.
- الحد الأعلى للفئة الأخيرة.
- الحد الأدنى للفئة الأولى.

ويمكن حساب طول الفئة كما يأتي:

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{الفرق بين أكبر وأصغر قيمة (المدى)}}{1 + 3{,}32 \text{ لوغاريتم عدد القيم}}$$

$$C = \frac{\text{Range}}{1 + 3.32\log(n)}$$

وهي علاقة سترجس في حساب طول الفئة.

أما عدد فئات الجدول فيمكن تحديدها بهذه الطريقة:

$$\text{عدد فئات الجدول} = \frac{\text{الفرق بين أكبر وأصغر قيمة (المدى)}}{\text{الفئـــــة}} = \frac{\text{Range}}{C}$$

حدود الفئات : بعد تحديد طول الفئة يجب أن نحدد حدودها بوضوح تام منعاً لأي تداخل بين وحداتها والذي يجب مراعاة النقاط الآتية:

– نعرف المجال المغلق [a, b] بالمجال الذي يحوي جميع القيم الواقعة بين a و b، كما يضم أيضاً القيم a و b نفسها، ونعرف المجال المفتوح]a, b[بالمجال الذي يحوي جميع القيم الواقعة بين a و b، أما القيم a و b فتكون خارج المجال. ويكون المجال [a, b] نصف مفتوح حين يحوي سائر القيم الواقعة بين a و b، ويحوي أيضاً القيمة a أما b فتكون خارجة عن المجال، كذلك المجال]a, b[هو مجال نصف مفتوح يحوي القيم كلها، كما يحوي b أيضاً، أما a فهي خارج المجال وهناك صور أخرى للتعبير عن الفئات كأن نكتب مثلاً:

0 وأقل من 5	0 – < 5	0 – 5
5 وأقل من 10	5 – < 10	5 – 10
10 وأقل من 15	10 – < 15	10 – 15

أو أن نكتب دون الطرف الآخر كما يأتي:

5 -

10 -

15 -

وهذا يعني أن الفئة الأولى تشمل 5 حتى أقل من 10 وهكذا. ويمكننا أن نكتب الفئات كما يأتي :

أكبر من 0 إلى 5	5 -
أكبر من 5 إلى 10	10 -
أكبر من 10 إلى 15	15 -

وأي من هذه الأساليب لتحديد الفئات ممكنة الاستخدام إذا ما توافقت مع طبيعة البيانات والهدف من الدراسة.

مثال (2-1):

يبيّن الجدول الآتي دخول ثلاثين ربّ أسرة بآلاف الليرات السورية في الشهر، وأعمارهم بالسنوات، والمطلوب تكوين جدول توزيع تكراري مزدوج مركب:

الدخل	9	10.9	9	9.1	7	8	8.7	10	11	10.5
العمر	46	35	40	44	35	29	32	47	54	45
الدخل	13.5	11.5	10	10.2	8	7.5	5	12.8	6	12.2
العمر	56	50	39	41	33	38	25	58	26	51
الدخل	6.5	10	6.2	9.3	11.1	14	8.2	11.2	9.5	10.5
العمر	24	40	27	38	44	57	30	55	45	36

يمكننا انطلاقاً من هذه البيانات إنشاء جدول مزدوج بملاحظة ما يأتي: إن أخفض دخل هو 5 وأعلى دخل 14، كما أن أخفض عمر هو 24 وأعلى عمر هو 58, كما هو في الجدول رقم (6-2) الذي توضح فيه المجالات كالآتي .

جدول رقم (6-2)

الدخل بآلاف الليرات / العمر	[5 – 7[	[7 – 9[	[9 – 11[	[11 – B[	[B – 15[	Σ
[22 – 32[	4	2				6
[32 – 42[		4	7			11
[42 – 52[			5	3		8
[52 – 62[				3	2	5
Σ	4	6	12	6	2	30

أما إذا تم تقسيم الجداول الإحصائية حسب الغاية من استخدامها فهناك نوعان من الجداول: جداول عامة وجداول خاصة.

4-1-2-2 الجدول العامة (General Reference Tables) :

تتميز هذه الجداول بشمولها على صفحات عديدة وسعتها الكبيرة للبيانات، ولذلك تعدّ في معظم الأحيان جداولَ مرجعيةً أو مخزناً كبيراً للبيانات، وأفضل مثال عليها «المجموعة الإحصائية السنوية» التي تصدر عن المكتب المركزي للإحصاء في سورية، والتي تتضمن مجموعة كبيرة من الجداول يختص كل منها بجانب من الجوانب المحددة، والتي لها علاقة بجميع مكونات المجتمع السوري الاقتصادية والاجتماعية والديمغرافية وغيرها، فنلحظ مثلاً جداول مخصصة للسكان وأخرى للتجارة الخارجية أو الصادرات والواردات.... إلخ، وتستخدم البيانات التي ترد في هذه المجموعات في الدراسات والأبحاث كبيانات ثانوية.

2-2-1-5 الجدول الخاصة أو المختصرة (Summary or text Tables) :

يُصَمِّمُ هذا النوع من الجداول الباحث بنفسه عند دراسته لمشكلة ما، وقد تكون أحياناً مستمدة من الجداول العامة، وتتميز بالبساطة في تركيبها وتنظيمها، مع الإشارة إلى أن الجداول الإحصائية الموجودة في الكتب الإحصائية والاقتصادية والكتب الأخرى هي عادة جداول خاصة أو مختصرة. وهذه الجداول تقسم بصورة عامة إلى نوعين:

2-2-1-5-1 الجداول التكرارية.

2-2-1-5-2 الجداول الإجمالية.

ونتناول فيما يأتي كل نوع بإيجاز:

2-2-1-5-1 الجداول التكرارية (Frequency Tables) :

يمكننا ترتيب البيانات الإحصائية التي نحصل عليها جراء دراسة ظاهرة ما أو عملية معينة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً إذا كان عدد المفردات محدوداً، أما إذا كان عددها كبيراً فعندها يكون من الصعب أو المستحيل في بعض الأحيان دراستها أو تبويبها، ولهذا يفضل تقسيم مفردات الظاهرة قيد الدراسة إلى مجاميع جزئية تحتوي على عدد من المفردات المتقاربة من القيم التي يمكن عدّها متساوية إذا أهملنا الفروق القليلة بين المفردات داخل كل مجموعة، مثل هذه الجداول يطلق عليها «الجداول التكرارية» وتوزيع المفردات فيها يسمى «التوزيع التكراري».

مثال (2-2):

لتكن لدينا البيانات الآتية عن علامات 50 طالباً من طلاب كلية الاقتصاد بجامعة دمشق في مقرر مبادئ الإحصاء.

50	67	89	42	12	88	30	45	66	73
22	15	85	46	38	59	72	90	47	56
89	12	15	23	67	58	56	42	46	32
51	50	56	81	42	21	13	13	13	25
66	43	17	20	18	32	57	58	90	69

الحـــل :

1- نرتب البيانات ترتيباً تصاعدياً لمعرفة مدى البيانات وليساعدنا الترتيب في عملية التفريغ وتنظيم الجدول التكراري الإحصائي :

12	12	13	13	13	15	15	17	18	20
21	22	23	25	30	32	32	38	42	42
42	43	45	46	46	47	50	50	51	56
56	56	57	58	58	59	60	66	67	67
69	72	73	81	85	88	89	89	90	90

2- نحسب المدى : $\text{Range} = 90 - 12 = 78$

3- نحسب طول الفئة من علاقة ستيرجس:

$$C = \frac{\text{Range}}{1+3.32\ \log(n)} = \frac{78}{1+3.32\ \log(50)} = \frac{78}{6.640} = 11.747$$

4- ندور هذا الرقم 11.747 إلى الرقم 11 فيكون هو طول الفئة.

5- نكتب حدود الفئات على أن نختار أصغر مفردة كحد أدنى للفئة الأولى، ونضيف لها طول الفئة 11 على التوالي فنحصل على حدود الفئات كما يأتي:

12 – 23

23 – 34

34 – 45

والجدول الآتي يوضح حدود الفئات وعدد هذه الفئات التي سوف تتضمن علامات /50/ طالباً في مقرر مبادئ الإحصاء :

جدول رقم (2-7)

فئات علامات الطلاب في مقرر مبادئ الإحصاء	التفريغ	التكرار
[12 – 23 [	11 ~~1111~~ ~~1111~~	12
[23 – 34 [	~~1111~~	5
[34 – 45 [	~~1111~~	5
[45 – 56 [	11 ~~1111~~	7
[56 – 67 [	1111 ~~1111~~	9
[67 – 78 [	~~1111~~	5
[78 – 89 [	111	3
[89 – 100 [	1111	4
المجمـــوع		**50**

مع الإشارة إلى أن فئات الجدول في هذه الحالة تقرأ 12 وأقل من 23 وهكذا، أما حساب وسط الفئة فيكون:

$$X_i = \frac{\text{الحد الأعلى للفئة + الحد الأدنى}}{2}$$

حيث يحسب طول الفئة بأنه الفرق بين حدّين متتاليين، الحد الأدنى للفئة الثانية – الحد الأدنى للفئة الأولى = طول الفئة، كذلك الحد الأعلى للفئة الثانية – الحد الأعلى للفئة الأولى = طول الفئة الثانية، وهكذا..

ويفضل أن تكون أطوال الفئات في جداول التوزيع التكرارية متساوية لتسهيل الحسابات وتشميل التمثيل البياني، إذ يدعى التوزيع ذو أطوال الفئات المتساوية بالتوزيع المنتظم، أما التوزيع ذو الأطوال غير المتساوية بالتوزيع التكراري غير

المنتظم، إضافة إلى أن جدول التوزيع التكراري يمكن أن يكون مغلقاً إذا عُلمت حدود كل الفئات، ويمكن أن يكون مفتوحاً إذا كانت الفئة الأولى دون حد أدنى أو الفئة الأخيرة دون حد أعلى، ويمكن أن يكون الجدول مفتوحاً من الطرفين إذا صادفت أن الفئة الأولى والأخيرة مفتوحة. كما يمكن أن تكون جداول التوزيع التكراري جداول تجميعية تقوم على أساس أخذ التكرار التجميعي (Cumulative Frequency) لتحديد عدد المفردات التي تقل عن حد معين أو تزيد على حدين، والتكرار التجميعي يمكن أن يكون صاعداً أو هابطاً، فإذا ما أضفنا تكرار الفئات بعضها إلى بعض على التتالي اعتباراً من الفئة الأولى فنحصل على التكرار التجميعي الصاعد. أما إذا أخذنا مجموع التكرارات بدءاً من الفئة الأولى وطرحنا تكرار كل فئة لاحقة من فئات التوزيع التكراري فإننا سوف نحصل على التكرار التجميعي الهابط، كما يمكن أن يكون التكرار التجميعي بشكل نسبي. وبالعودة إلى الجدول (2-7) نستخرج الجدول (2-8).

جدول رقم (2-8)

فئات علامات الطلاب في مقرر مبادئ الإحصاء	F التكرار	التكرار التجميعي الصاعد	التكرار التجميعي الهابط	التكرار النسبي fr	التكرار النسبي النسبي Fr, %100	التكرار التجميعي الصاعد النسبي	التكرار التجميعي الهابط النسبي
12 - 23	12	12	50	0.24	24	0.24	1
23 - 34	5	17	38	0.1	10	0.34	0.76
34 - 45	5	22	33	0.1	10	0.44	0.66
45 - 56	7	29	28	0.14	14	0.58	0.56
56 – 67	9	38	21	0.18	18	0.76	0.42
67 – 78	5	43	12	0.1	10	0.86	0.24
78 - 89	3	46	7	0.06	6	0.92	0.14
89 - 100	4	50	4	0.08	8	1	0.08
المجموع	**50**				**100**		

ومن ثَمَّ فإن الجداول التكرارية تساعد على اختصار البيانات وتنظيمها، وتظهر حالة تمركز القيم في الجدول حول وسط الفئة، ومن ثم حول القيم المتوسطة للجداول التكرارية لمفردات توزيع ما محسوبة من خلال مقاييس النزعة المركزية، غير أن هذه

الجداول بالرغم من أهميتها القصوى في تنظيم وتلخيص البيانات والحقائق الإحصائية تعاني بعض المساوئ التي تكمن في ضياع معالم المفردات في الجدول التكراري وإيجاد قيمٍ جديدة تمثل وسط الفئة التي تنتمي إلى المفردة، وهذه السلبية يمكن معالجتها عن طريق إعداد جدول تكراري صحيح باختيار حدود الفئات يكون فيه وسط الفئة مساوياً لوسط القيم المنتمية إلى الجدول.

2-2-1-5-2 الجداول الإجمالية (Aggregative Tables) :

تتضمن هذه الجداول المجموع الكلي أو القيم الإجمالية للظاهرة أو العملية موضوع الدراسة، مثل الناتج القومي، الدخل القومي، قيم الصادرات والواردات، إنتاج النفط الخام، إنتاج المحاصيل الزراعية (القمح – الذرة – العدس... إلخ)، ويمكن إبراز الظاهرة المدروسة حسب حالات مختلفة مثل إنتاج النفط الخام في سنوات مختلفة أو حجم الصادرات حسب تصديرها لأقطار أو قارات معينة... الخ، أو حسب الزمن، ويسمى عندها بالسلاسل الزمنية، إذ يتم تشكيل الجدول حسب سنوات الدراسة كأن نأخذ /10/ سنوات أو أكثر لغاية /25/ سنة، مثلاً، وتوضع الصادرات بشكل متسلسل حسب التصدير 1990 – 1991 ..... 2008 فيُظهر الجدول عندها حقلاً للسنوات وآخر للصادرات، وإذا كان الأمر يتعلق بمقارنة الصادرات بالواردات فيمكننا وضع حقل آخر في الجدول للواردات، ويتم دراسة هذا الجدول بطرائق إحصائية متعددة لتحليل الظاهرة المدروسة واتخاذ القرارات المناسبة.

2-3 العرض البياني للبيانات والحقائق الإحصائية: بعد القيام بجمع البيانات والحقائق الإحصائية وتصنيفها وتبويبها وتنظيمها وتلخيصها في جداول إحصائية مناسبة تعكس حالة الظاهرة المدروسة وتطورها تأتي الخطوة الأخرى المتعلقة بعرض البيانات بيانياً عبر طرائق العرض البياني السليم الذي يعطي صورة حقيقية للبيانات المراد دراستها، كما أنه قد تبرز حقائق قد تختبئ في جداول أو مجموعة من البيانات، لذلك أخذ العرض البياني أهمية كبيرة لا في الأبحاث العلمية فحسب، بل في الحياة العملية أيضاً، فالتقارير اليومية المصحوبة برسوم بيانية تمكّن أصحاب القرار من فهم

الحقائق بسرعة وتسيير الأمور الإدارية واتخاذ القرارات المناسبة، وبذلك يعدّ العرض البياني متمماً للجداول الإحصائية، وليس بديلاً عنها فهو يزيد بالإيضاح والاهتمام بالموضوع محل البحث والدراسة. ولهذا لدراسة العرض البياني نميز بين:

- أشكال العرض البياني للتوزيعات التكرارية لبيانات مبوبة في جداول إحصائية.
- أشكال العرض البياني لبيانات غير مبوبة في جداول إحصائية.

2-3-1 أشكال العرض البياني للتوزيعات التكرارية: ذكرنا سابقاً أن عرض البيانات في صورة جداول تكرارية تعطي صورة شاملة وواضحة عن البيانات الأولية وتوزيعاتها التكرارية. ومع ذلك فإن عرض الجداول التكرارية بالتمثيل البياني تعطي فكرة أوضح وأسرع باستخدام أنواع العرض الآتية:

2-3-1-1 المدرج التكراري (Histogram).

2-3-1-2 المضلع التكراري (Polygon).

2-3-1-3 المنحنى التكراري (Frequency Curve).

2-3-1-4 المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والهابط (Cumulative Frequency Curve)

2-3-1-5 أنواع أخرى من المنحنيات التكرارية.

وسوف نشرح باختصار كل طريقة من طرائق العرض هذه.

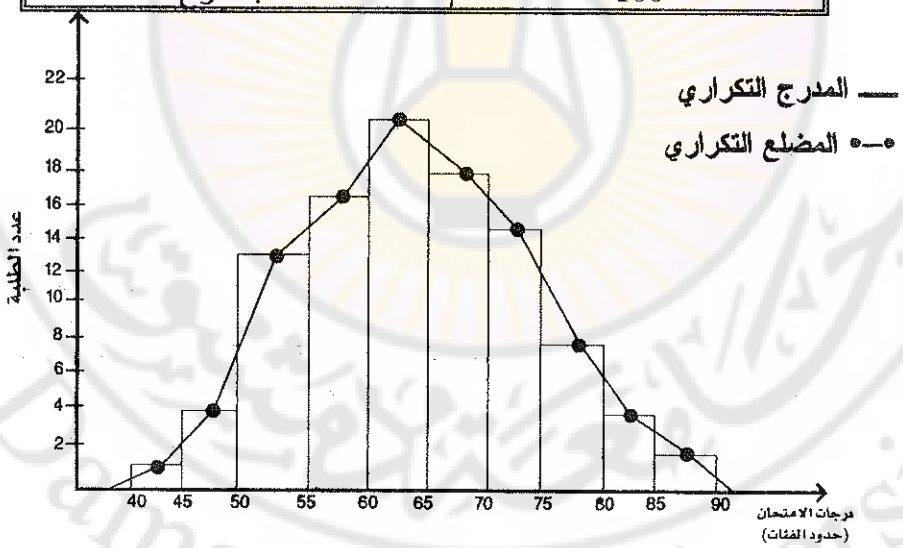
2-3-1-1 المدرج التكراري: يتضمن المدرج التكراري عرض بيانات الجدول التكراري على محورين متعامدين أحدهما أفقي يمثل فئات الظاهرة، والثاني رأسي يمثل التكرارات شريطة أن يبدأ المحور الرأسي دائماً من الصفر، أما المحور الأفقي فليس من الضروري أن يبدأ من الصفر. يتم إنشاء المدرج التكراري برسم مستطيلات أو أعمدة متلاصقة على محور الفئات قاعدتها طول الفئة وارتفاعها تكرار الفئة نفسها، على نحوٍ يتم فيه مراعاة عدم ترك مسافات بين المستطيلات.

والجدول التكراري رقم (2-9) يمثل التوزيع التكراري لدرجات امتحان /100/ طالب في مادة الإحصاء التطبيقي:

جدول رقم (2-9) يمثل التوزيع التكراري

لدرجات امتحان /100/ طالب في مقرر الإحصاء التطبيقي

فئات درجات امتحان الطلاب (الفئات)	عدد الطلبة (التكرار)
40 - 45	1
45 - 50	4
50 - 55	13
55 - 60	17
60 - 65	21
65 - 70	18
70 - 75	15
75 – 80	7
80 – 85	3
85 – 90	1
المجمـــوع	100



الشكل (2-1) المدرج التكراري والمضلع التكراري

وبصفة عامة نقول: إن مساحة أي مستطيل من هذه المستطيلات

= القاعدة × الارتفاع

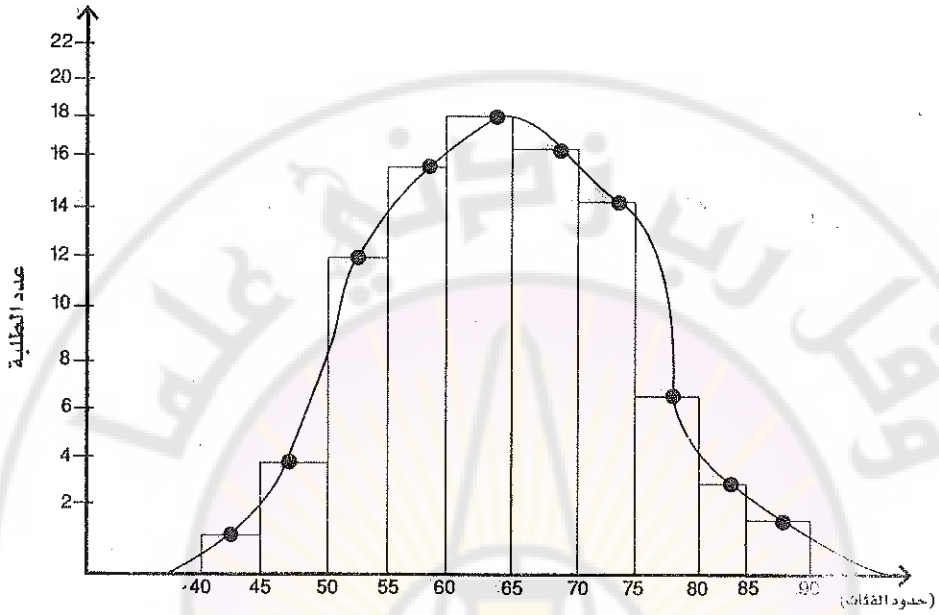
= طول الفئة × التكرار

$$\text{التكرار (الارتفاع)} = \frac{\text{مساحة المستطيل}}{\text{طول الفئة}}$$

2-3-1-2 المضلع التكراري: يتم إنشاء المضلع التكراري بالطريقة نفسها التي رأيناها عند إنشاء المدرج التكرار، أي يُرسم المضلع التكراري على محورين الأفقي يمثل الفئات، والرأسي يمثل التكرار، وبدلاً من المستطيلات نضع نقط لتمثيل التوزيع التكراري فوق كل مركز فئة وعلى ارتفاع تكرار هذه الفئة، وبعد ذلك نقوم بتوصيل هذه النقاط بين بعضها ببعضٍ، فنحصل على المضلع التكراري كما في الشكل رقم (2-1)، مع الإشارة إلى أنه يمكن رسم المضلع التكراري على الرسم نفسه للمدرج التكراري كما في الشكل السابق، إذ إنَّ المساحة تحت المدرج التكراري تساوي المساحة تحت المضلع.

2-3-1-3 المنحنى التكراري: تعتمد فكرة المنحنى التكراري على تمهيد الخط المنكسر الممثل للمضلع التكراري ليصبح خطاً منحنياً، يتوسط المرور بين النقط الممثلة لرؤوس المضلع التكراري حتى يكون شكله انسيابيّاً وليس خطوط منكسرة كما في حالة المضلع، إذ يلحظ أنه كلما زاد عدد المفردات في العينة صغرت أطوال الفئات، واقترب المضلع التكراري من المنحنى التكراري، لهذا يفضل التركيز على العينات الكبيرة الحجم عند استخدام هذا الأسلوب للعرض البياني مع الإشارة إلى أن ارتفاعه يشير إلى التكرارات، ومن ثَمَّ كلما ابتعد المنحنى عن محور السينات دل ذلك على تكرارات أكثر وعينة كبيرة الحجم والعكس أيضاً صحيح، وحينئذٍ نستطيع تعرُّفَ على شكل التوزيع التكراري الذي يحـــدد المعالجـــة الرياضية اللاحقة، والشكل رقم

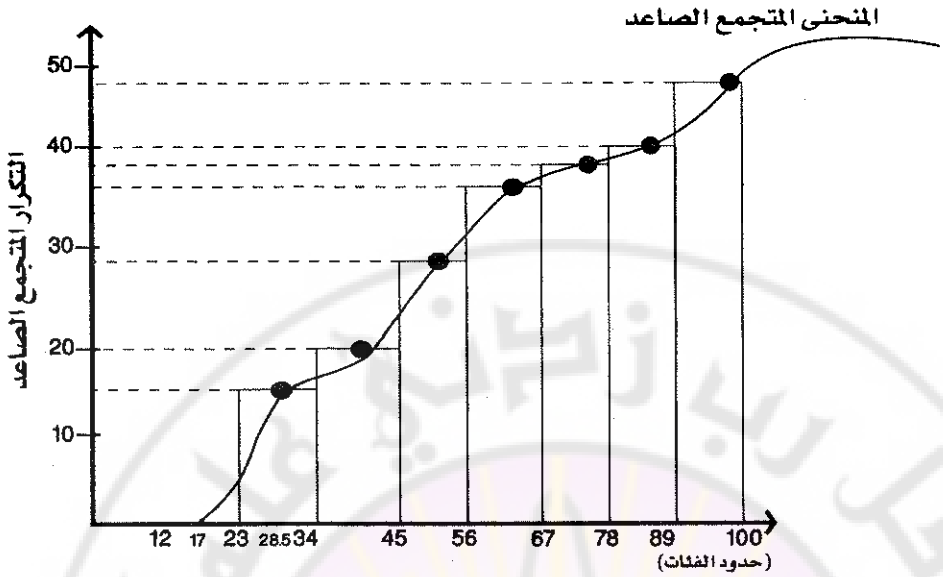
(2-2) يوضح المنحنى التكراري لدرجات امتحان /100/ طالب في مقرر الإحصاء التطبيقي:



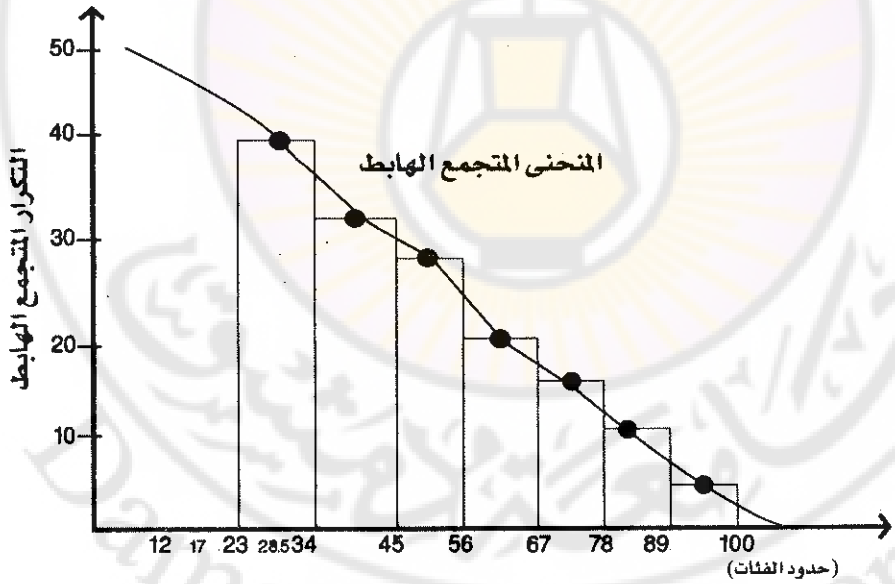
الشكل (2-2) يمثل المنحنى التكراري

2-3-1-4 المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والهابط :

يرسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد على محورين متعامدين، كذلك الأفقي يمثل الفئات، والرأسي يمثل التكرارات التجميعية الصاعدة ، وليس التكرارات نفسها كما في الأشكال الثلاثة السابقة، أما المنحنى التكراري المتجمع الهابط فيتم بالطريقة نفسها مع فارق وحيد هو أن المحور الرأسي يمثل التكرارات المتجمعة الهابطة بدلاً من الصاعدة، والشكلان الآتيان يوضحان المنحنى المتجمع الصاعد والهابط لعلامات /50/ طالباً في مادة الإحصاء والواردة في الجدول رقم (2-7):

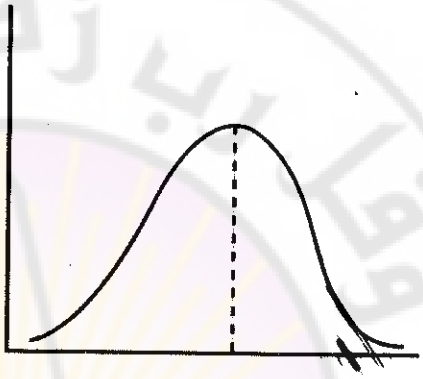


الشكل (2 -3) يمثل المنحنى المتجمع الصاعد
لعلامات /50/ طالباً في مقرر مادة الإحصاء

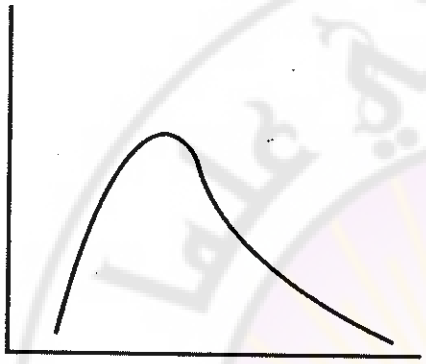


الشكل (2-4) يمثل المنحنى المتجمع الهابط
لعلامات /50/ طالباً في مقرر مادة الإحصاء

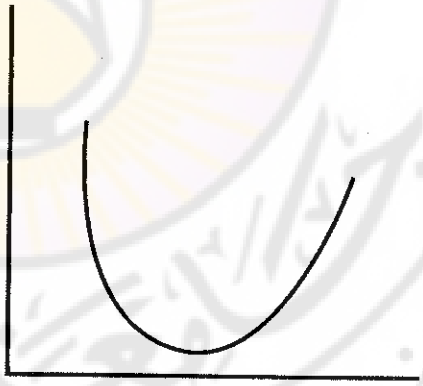
5-1-3-2 أنواع أخرى من المنحنيات التكرارية: هناك أنواع عديدة من المنحنيات التكرارية التي يمكن استخدامها في العرض البياني حسب طبيعة البيانات التكرارية، والهدف، والغاية من الدراسة الإحصائية، والصفات المرغوب إبرازها من خلال استخدام العرض البياني. ومن بين هذه المنحنيات نذكر :



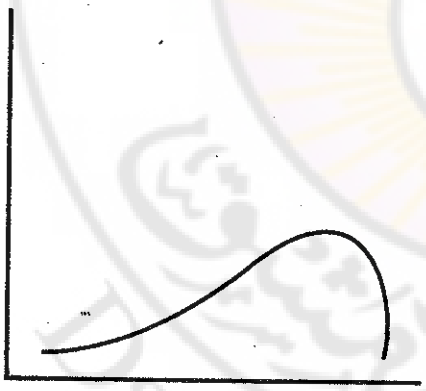
المنحنى الطبيعي المتناظر



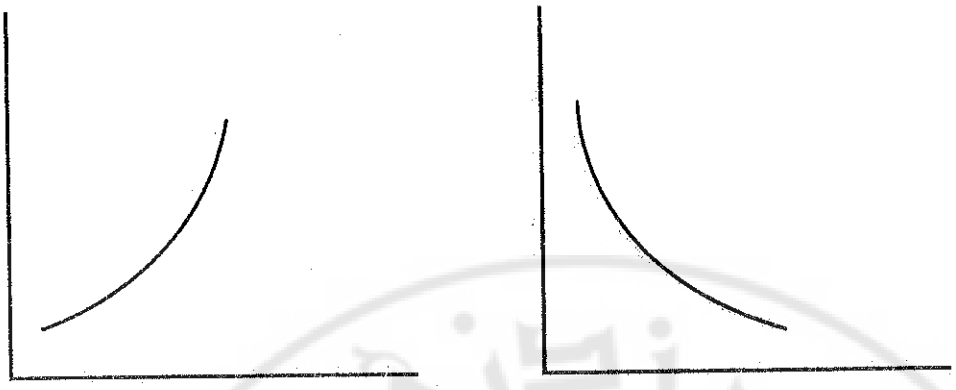
منحنى ذو التواء موجب (نحو اليمين)



المنحنى ذو النهاية الصغرى (المنحنى النوني)



منحنى ذو التواء سالب (نحو اليسار)



المنحنى ذو الفرع النازل (رائي) المنحنى ذو الفرع الصاعد (رائي مقلوب)

الأشكال (2-5)

2-3-2 أشكال العرض البياني لبيانات غير مبوبة في جداول إحصائية: من أهم أنواع الرسوم البيانية المستخدمة في العرض البياني في حالة البيانات والحقائق الإحصائية غير المبوبة نذكر منها ما يأتي :

- الأعمدة البيانية (Bar charts).
- الرسم الدائري (Pie chart) .
- الخط البياني (Line chart) .

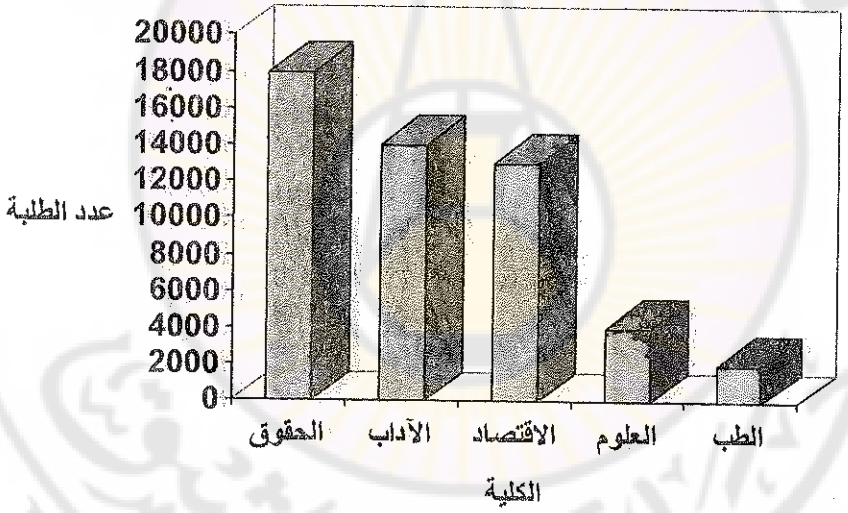
وسوف نشرح باختصار كل نوع من هذه الأنواع:

2-3-2-1 الأعمدة البيانية: تعد هذه الطريقة من أكثر الطرائق انتشاراً لسهولتها وسهولة فهمها، إذ يتم رسم أعمدة بيانية تتناسب في طولها مع الأعداد التي تمثلها، ولكن قواعدها متساوية، كما أن المسافات بين الأعمدة يجب أن تكون متساويةً، ومن ثَمَّ فهي تختلف عن المدرجات التكرارية، لأنها لا تتقيد بطول الفئة ومساحات المستطيلات ليس لها علاقة بتكرار الفئات، وهي تبدو بسيطة ومزدوجة، وتستخدم الأعمدة البيانية البسيطة لتمثيل قراءات ظاهرة واحدة، وليس من الضروري أن تكون مقيسة بالزمن. ولتوضيح ذلك نفرض أن لدينا الجدول الآتي الذي يظهر أعداد الطلبة في كليات إحدى الجامعات السورية الإجمالي وموزع حسب الجنس في إحدى السنوات.

جدول (2-10) أعداد طلبة بعض الكليات

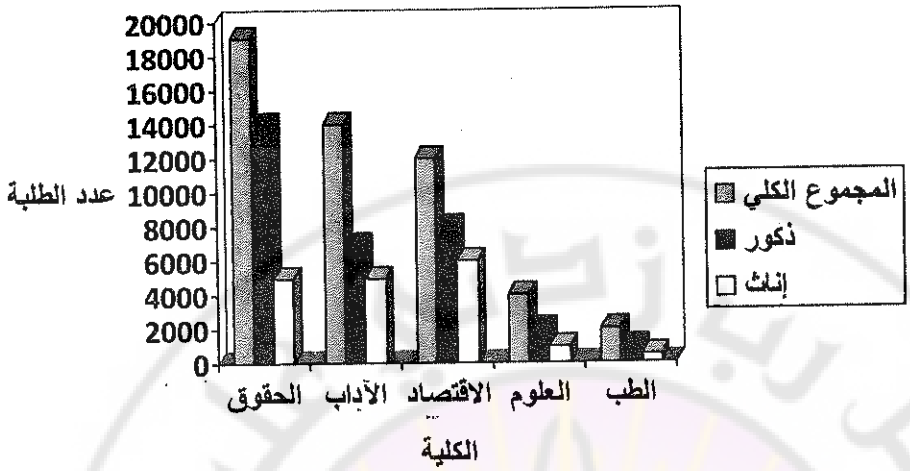
اسم الكلية	الطلبة الذكور	الطلبة الإناث	المجموع
كلية الحقوق	14000	5000	19000
كلية الآداب	8000	6000	14000
كلية الاقتصاد	8000	5000	13000
كلية العلوم	3000	1000	4000
كلية الطب	1000	500	1500

المصدر : فرضي.



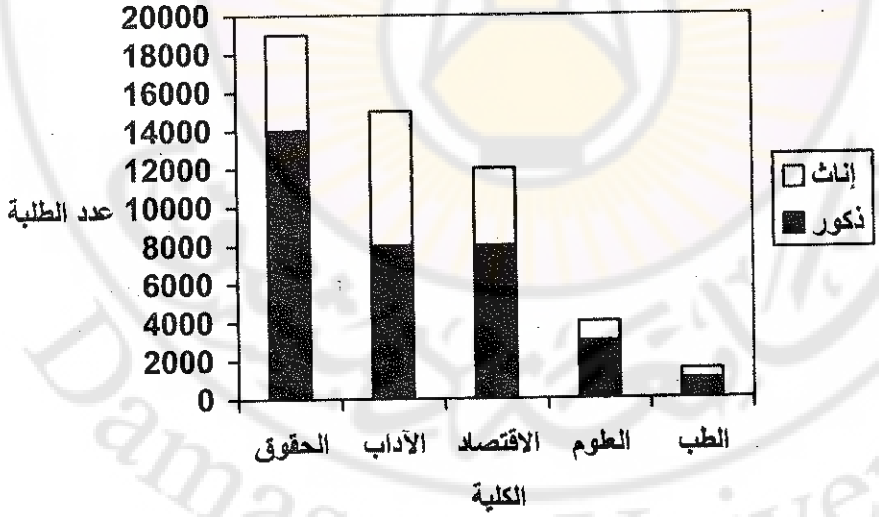
الشكل (2-6) أعداد طلبة بعض الكليات في الجامعة

أما إذا رغبنا بإظهار أعداد الطلبة في الكليات حسب الجنس والعدد الإجمالي لهذه الأعداد فلا بد من استخدام الأعمدة البيانية المزدوجة كما يأتي:



الشكل (2-7) يمثل أعداد الطلبة في مبنى الكليات في الجامعة حسب الجنس

ويمكن أيضاً أن نقوم بتقسيم كل عمود التكرار الكلي (المجموع الكلي) إلى قسمين يقيس كل منهما أعداد الذكور وأعداد الإناث في الوقت نفسه كما في الشكل (2-8) :



الشكل (2-8) يمثل أعداد طلبة بعض الكليات حسب الجنس

2-3-2-2 الرسم الدائري : يستخدم الرسم الدائري لإبراز التركيب الهيكلي ونسب التوزيع لمقومات ظاهرة ما. ويعتمد هذا الأسلوب على تقسيم الدائرة إلى عدة أجزاء، بحيث يمثل كل جزء من هذه الدائرة ظاهرة معينة أو صفة أو خاصية من هذه الظاهرة، وباستخدام الألوان يستطيع الباحث توضيح تطور الظاهرة أو صفاتها وعلاقتها بالظواهر المختلفة الأخرى. ولما كانت الدائرة تمثل 360° درجة، كان تقسيم هذه الدائرة حسب النسب الممثلة لكل ظاهرة من الظواهر، بحيث إن نسبة 1% من مساحة الدائرة يمثل جزء من زاوية الدائرة قدره 306 درجة.

مثال (2-8):

قام فريق من طلبة كلية الاقتصاد بدراسة عدد المشروعات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة التي تم تنفيذها في عام 2007 في الجمهورية العربية السورية فكانت النتائج كما يأتي:

نوع المشروعات	عدد المشروعات
مشروعات صغيرة	6000
مشروعات متوسطة	2000
مشروعات كبيرة	500

ولتمثيل هذه المعطيات بطريقة الرسم الدائري لا بد من حساب حصة كل نوع من هذه المشروعات من قطاعات الدائرة كما يأتي :

- زاوية المشروعات الصغيرة:

$$\frac{6000}{8500} \times 360° = 254°$$

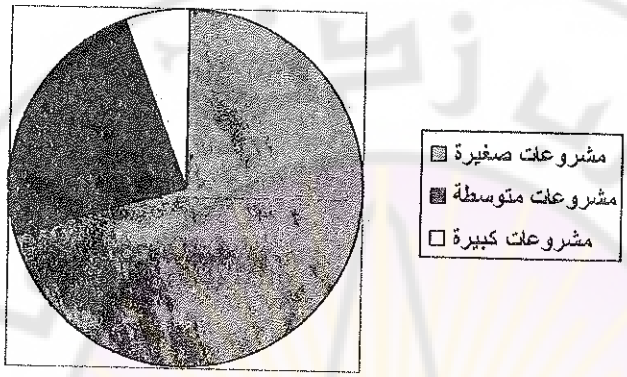
- زاوية المشروعات المتوسطة:

$$\frac{2000}{8500} \times 360° = 85°$$

- زاوية المشروعات الكبيرة :

$$\frac{500}{8500} \times 360° = 21°$$

وبطريقة الرسم الدائري يمكننا عرض هذه المعطيات وفق الشكل الآتي:



الشكل رقم (2-9) يمثل الرسم الدائري لتوزيع عدد المشروعات التي قام بها فريق الطلبة في كلية الاقتصاد عام 2007

مثال (2-9):

نفرض أن المطلوب تمثيل مساحات قارات العالم بطريقة الرسم الدائري:

القـــارة	المساحة بالمليون كم^2
آســـيا	47.4
أفريقيا	30.3
أمريكا الشمالية	24.3
أمريكا الجنوبية	17.9
استراليا ونيوزلندا	8.5
أوربّة	4.9
المجموع	**133.3**

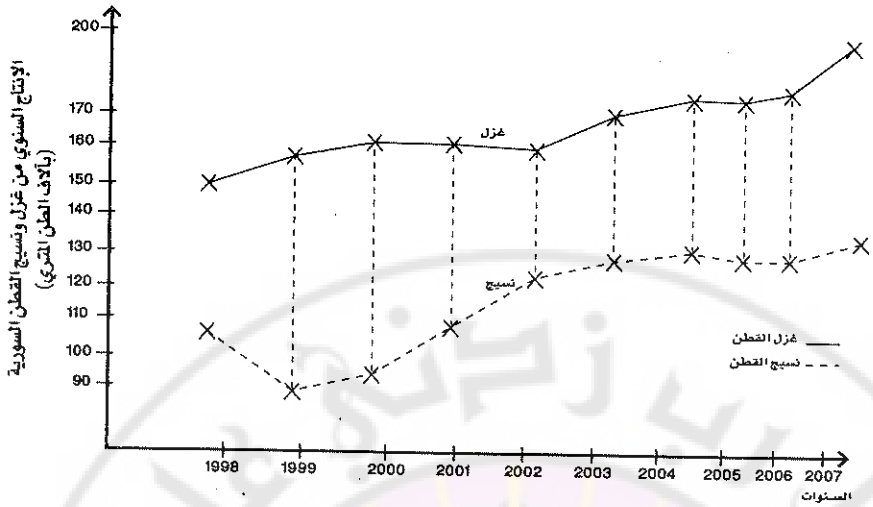
لتمثيل القارات بطريقة الرسم الدائري نقوم بحساب مساحات القطاعات الدائرية بالطريقة نفسها التي شاهدناها سابقاً:

$$\frac{47.7}{133.3} \times 360^\circ = 128^\circ \qquad \text{قطاع آسيا}$$

وهكذا بالنسبة للقطاعات الدائرية للقارات الأخرى، فنحصل بعد حسابها على الشكل رقم (2-10):

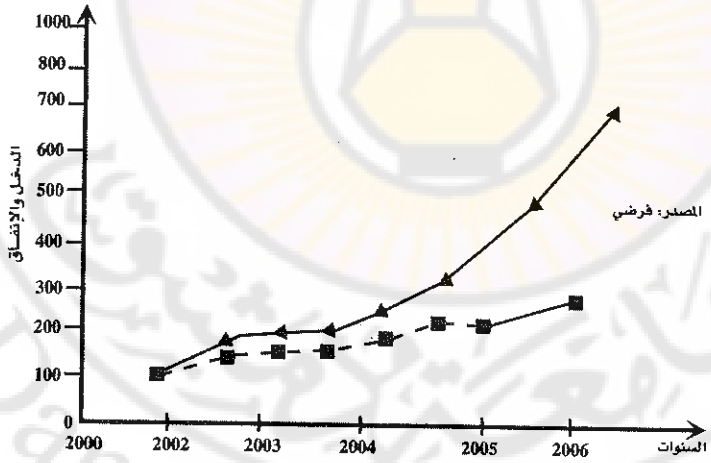
الشكل رقم (2-10) يمثل مساحات قارات العالم بالرسوم الدائرية

2-3-2-3 الخط البياني : تعتمد هذا الطريقة في أساسها على إمكانية تمثيل أيّ علاقة بين متغيرين بصورة بيانية، فإذا كانت إحدى الظاهرتين هي الزمن فتمثل على المحور الأفقي بينما تمثل الظاهرة الأخرى على المحور الرأسي، حيث يمكن المقارنة بين أكثر من ظاهرة عن طريق رسم هذه الظاهرة على الرسم البياني نفسه. وأكثر استخدامات هذه الطريقة تكون في حالة السلاسل الزمنية، إذ يعدّ الزمن متغيراً مستقلاً في حين الظاهرة المدروسة عبر الزمن تعدّ المتغير التابع. فمثلاً إذا أخذنا الخط البياني للإنتاج السنوي من غزل ونسيج القطن السوري في السنوات 1998 – 2007 نجد الشكل الآتي:



الشكل (2-11) يمثل الإنتاج السنوي من غزل ونسيج القطن السوري في الفترة 1998-2007

وكذلك لو أخذنا تطور الدخل والإنفاق منه على الاستهلاك تبعاً للزمن الممثل بالفترة 2000-2006 لأسرة ما نلحظ أن المتغيرين هما بازدياد غير أن نمو الإنفاق على الاستهلاك يكون بوتيرة أقل بالمقارنة مع نمو الدخل. والشكل البياني رقم (2-12) يوضح بالخطوط البيانية هذه العلاقة:



الشكل (2-12) يمثل تطور الدخل والإنفاق
على الاستهلاك لأسرة ما في الفترة 2000-2006

ومن ثَمَّ نلحظ أن الخطوط البيانية تمثل مسار البيانات والحقائق الإحصائية المدروسة وتطورها خلال فترات زمنية معنية، ولهذا من السهل استخدامها في حالة إجراء المقارنات بين تطور الظواهر وعلاقة بعضها ببعضٍ خلال الزمن. وبصورة عامة نقول: إن العرض البياني يعدّ انعكاساً صحيحاً وسليماً للجداول الإحصائية الموضوعة بصفةٍ سليمة وصحيحة، ويعبر عن التغيرات الحقيقية والقيم الحقيقية التي تمثلها البيانات والحقائق الإحصائية في الجداول الإحصائية التي تنظم وتلخص وتبوب هذه البيانات وفق تصنيف محدد يتوافق مع طبيعة هذه البيانات والهدف والغرض من الدراسة.

تمارين ومسائل للحل

1- عدّد أسس تصنيف البيانات والحقائق الإحصائية، واشرح التصنيف الكمي والنوعي.

2- وضّح الفروق بين التصنيف الكمي والتصنيف النوعي للبيانات الإحصائية.

3- بيّن الطرائق المستخدمة في تبويب البيانات الإحصائية.

4- ما الأغراض الإحصائية جراء وضع الجداول الإحصائية للبيانات؟

5- ما أنواع الجداول الإحصائية وما هي الأسس المعتمدة لتقسيمها؟

6- اذكر الطرائق الأساسية لعرض فئات التوزيعات التكرارية.

7- عدّد طرائق عرض بيانات التوزيعات الإحصائية التكرارية.

8- ليكن لدينا التوزيع الآتي لطلبة كلية الاقتصاد على أقسامها العلمية لعام 2009:

اسم القسم	عدد الطلاب
المحاسبة	4000
إدارة الأعمال	2000
تأمين ومصارف	3000
اقتصاد	1000
إحصاء تطبيقي	500

المطلوب: عرض هذه البيانات باستخدام طريقة الرسم الدائري.

9- ليكن لدينا علامات /59/ طالباً في مقرر مبادئ الإحصاء:

61	73	50	74	53	79	63	52	72	53
66	73	47	81	60	64	66	84	73	89
86	93	92	40	70	44	76	49	72	94
85	56	69	70	56	74	57	43	65	46
54	79	87	64	67	92	56	51	68	99
73	47	40	82	42	58	66	70	90	

والمطلوب:

1- إنشاء جدول التوزيع التكراري لهذه البيانات.

2- إنشاء الجدول التكراري التجميعي الصاعد والهابط.

3- إنشاء الجدول التكراري النسبي العادي والتجميعي الصاعد والهابط.

4- ارسم كُلاً من المدرج والمضلع والمنحنى التكراري لبيانات هذا الجدول التكراري.

10- يبيّن الجدول الآتي درجات /30/ طالباً في كل من مادتي الإحصاء والرياضيات.

إحصاء	رياضيات	إحصاء	رياضيات
50	55	56	52
70	72	86	81
81	80	60	57
61	60	57	90
82	85	73	75
79	75	90	92
إحصاء	رياضيات	إحصاء	رياضيات
80	75	74	72
71	68	91	92
62	65	75	70
83	82	76	71
63	60	93	93
84	81	64	67
53	50	94	69
72	65	77	72
85	86	78	77

المطلوب: إنشاء جدول توزيع تكراري مناسب لهذه البيانات.

11- فيما يأتي أجور /70/ عاملاً في إحدى المؤسسات الاقتصادية في اليوم الواحد (بالدولار):

فئات الأجور	50 – 59	60 – 69	70 – 79	80 – 89	90 – 99	100 - 119	120 - 129
عدد العمال	8	10	16	15	10	8	3

المطلوب: 1- رسم المدرج والمضلع التكراري لهذه البيانات.

2- رسم المنحنى التكراري والمنحنى المتجمع الصاعد لهذه البيانات.

3- رسم المنحنى المتجمع الهابط لهذه البيانات.

12- ليكن لدينا الجدول الآتي الذي يتضمن معلومات عن تطوير ميزانية وزارة التعليم العالي خلال الأعوام 2000-2007:

الأعوام	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
الميزانية (بملايين الليرات)	225	225	233	243	247	235	228	265

المصدر: فرضي.

المطلوب:

1- رسم الأعمدة البيانية لمعلومات هذا الجدول.

2- رسم الخطوط البيانية.

الفصل الثالث

مقاييس النزعة المركزية

- مقاييس النزعة المركزية
  - المنوال
  - الوسيط
  - الوسط الحسابي
  - الوسط الهندسي
  - الوسط التوافقي
- العلاقة بين المنوال والوسيط والوسط الحسابي

1-3 مقدمة

استعرضنا في الفصل السابق طرق جمع البيانات وتبويبها عن المجتمع موضع الدراسة، وكذلك طرق عرض هذه البيانات جدولياً وبيانياً، ورغم القيمة الكبيرة للتبويب والعرض البياني إلا أنها عموماً لاتساعدنا إلا في الحصول على انطباع عن الظاهرة المدروسة. ولكن إذا احتاج الأمر إلى صورة أكثر وضوحاً للظاهرة موضع الدراسة نلجأ إلى التوصيف الكمي للبيانات، إذ نستخدم مقاييس أو مؤشرات كمية محسوبة من البيانات المتاحة بحيث تظهر أهم الخصائص التي نريد معرفتها عن ظاهرة ما في المجتمع الذي ندرسه. مثل الوسط الحسابي – الوسيط – المنوال التي تعدّ ملائمة لوصف بيانات ذات الطبيعة الكمية في معظمها، وكذلك الترتيبية منها.

2-3 مقاييس النزعة المركزية:

من المعروف أن القيم التي تأخذها الظواهر محل الدراسة غالبيتها قريبة بعضها من بعضٍ حيث نجد أن عدداً كبيراً من تلك القيم أو المشاهدات يميل إلى التجمع حول قيمة معينة تقع في وسط البيانات، وتعمل على جذب القيم إليها، وكأن هناك نزعة عند البيانات للتجمع حول تلك القيمة، ويقل عدد المشاهدات تدريجياً كلما ابتعدت البيانات عن تلك القيمة المتوسطة، لذلك سميت بالنزعة المركزية، كونها تتوسط تجمع البيانات، ومن خصائص المتوسط الجيد:

أ ــ أن يكون معرّفاً جبرياً بشكل دقيق.

ب ــ أن يأخذ بالحسبان جميع القيم بالمجموعة.

ج ــ أن يكون سهلاً وسريعاً في الحساب.

د ــ أن لا يتأثر كثيراً بالقيم المتطرفة أو الشاذة.

وهناك عدة أنواع من المتوسطات، ونحن سنكتفي هنا بثلاثة مقاييس للنزعة المركزية تجمع بين الشيوع وبساطة الحساب ووضوح المعنى في كل منها.

● **المنوال Mode :**

يعرف المنوال بأنه القيمة الأكثر شيوعاً (أو الأكثر تكراراً) في البيانات، موضوع الدراسة.

ويحسب المنوال وكذلك الأمر لأي مقياس من مقاييس النزعة المركزية لنوعين من البيانات:

أ- البيانات الخام Raw data

ب- البيانات المبوبة Grouped data.

أولاً: حساب المنوال لبيانات غير مبوبة:

لدينا مجموعة البيانات الآتية :

114 115 123 116 119 115 118 119

نجد أن قيمة المنوال هي 115 إذ (ظهرت مرتين).

ثانياً: حساب المنوال لبيانات مبوبة:

إذا كانت البيانات مبوبة فإنه لايمكن إيجاد قيمة المنوال بمجرد النظر، وإنما يمكن افتراض أن قيمة المنوال هي إحدى قيم المتغير داخل الفئة ذات أكبر تكرار، وهي تسمى بالفئة المنوالية، ولتوضيح ذلك لدينا التمرين الآتي:

مثال: : الجدول التكراري الآتي يوضح توزيع عينة عشوائية من 200 مرشح لمجالس الإدارة المحلية تبعاً لفئات الأعمار في إحدى الدول.

فئات الأعمار	40-35	45-40	50-45	55-50	60-55	65-60	المجموع
المرشحون	20	35	80	43	16	6	200

نلحظ أن أكبر تكرار في هذا الجدول هو 80 وهو المقابل للفئة 45 أقل من 50 وتسمى هذه الفئة بالفئة المنوالية، ومن ثم يمكن القول: إن المنوال هو أحد قيم هذه الفئة، ولأنه من الصعب الوصول إلى القيمة الحقيقية للمنوال فإننا نلجأ إلى تقديرها بإحدى الطرق الآتية:

I ـ **مركز الفئة المنوالية :** أسهل تقريب لقيمة المنوال هو مركز الفئة المنوالية، وفي مثالنا هذا يكون المنوال طبقاً لهذه الطريقة هو 47.5، ولكن هذه الطريقة لا تراعي

شكل التوزيع، وتفضل عليها طريقة الفروق وطريقة العزوم، سوف نتناول طريقة الفروق باعتبارها الأكثر شيوعاً واستخداماً.

II ـ طريقة الفروق :

تعتمد طريقة الفروق على التكرارين السابق واللاحق وتكرار الفئة المنوالية كأساس لحساب المنوال، ويتم حساب المنوال بأسلوب الفروق من خلال العلاقة الآتية :

$$Mod = L_1 + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right).C$$

حيث إن :

L_1: الحد الأدنى للفئة المنوالية.

$\Delta 1$: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي تسبقها .

$\Delta 2$: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة اللاحقة.

C : طول الفئة المنوالية .

لو عدنا لبيانات الجدول السابق والمتعلق بأعمار المرشحين لوجدنا منوال أعمار هؤلاء المرشحين هو :

$$Mod = 45 + \left(\frac{80-35}{(80-35)+(80-43)}\right).5$$

$$= 45 + \left(\frac{45}{45+37}\right).5$$

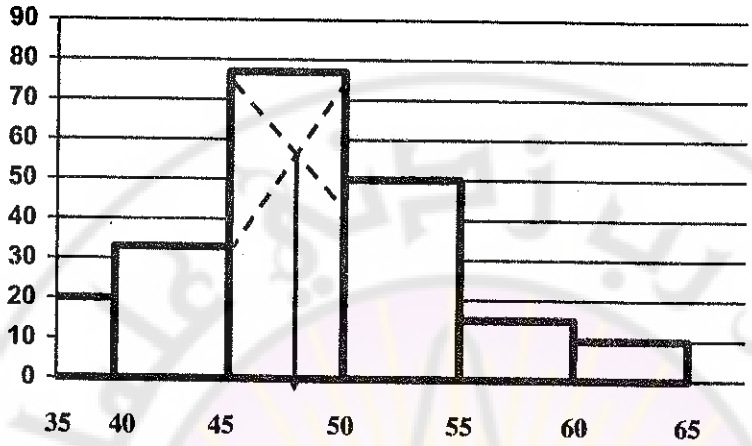
$$= 45 + 2.70 = 47.70$$ سنة

<u>التفسير</u>: إن العمر الأكثر شيوعاً أو تكراراً بين هؤلاء المرشحين هو 47.70 وبالتقريب (48) سنة تعطينا هذه الطريقة أحسن تقريب لقيمة المنوال، ويمكن الوصول إلى القيمة نفسها بيانياً كما يأتي :

تحديد المنوال بيانياً:

ويتم من خلال رسم المدرج التكراري وتحديد الفئة المنوالية، ومن ثم نقوم وبتوصيل نقطة الحد الأعلى للفئة السابقة بالحد الأعلى للفئة المنوالية والحد الأدنى للفئة

المنوالية بالحد الأدنى للفئة اللاحقة لها فإن العمود النازل من نقطة التقاطع يحدد قيمة المنوال، وبالعودة إلى التمرين السابق.



نجد من الرسم أن قيمة المنوال هي 48 سنة تقريباً (وبالدقة تساوي 47.70).

ملحوظة :

عند إيجاد قيمة المنوال من جدول تكراري ذي فئات غير متساوية يجب أولاً التخلص من أثر اختلاف أطوال الفئات، أي إنه يجب أولاً الحصول على قيمة التكرارات المعدلة ثم استخدامها لإيجاد المنوال بالطريقة السابقة، ويمكن حساب التكرار المعدل بالعلاقة الآتية:

$$fc = \frac{f}{C}$$ (التكرار المعدل)

ـ خصائص المنوال :

1 ـ قيمة المنوال على المحور (x) تقابل أعلى نقطة على المنحنى التكراري، لذلك يستخدم معيار لتحديد طبيعة التوزيع.

2 ـ لا يتأثر بالقيم المتطرفة، لأنه يعتمد في حسابه على الفئتين السابقة واللاحقة.

3 ـ يمكن حسابه في التوزيعات المفتوحة .

4 ــ طرق حسابه تقريبية، يعطي نتائج مختلفة عند حسابه من جدول تكراري واحد.
5 ــ قليل الاستخدام بالمقارنة مع الوسط الحسابي في الدراسات الإحصائية.

ملحوظة: في بعض الأحيان قد يكون لبعض البيانات أكثر من منوال واحد، وهذا دليل على أن هذه البيانات إما أن تكون غير متجانسة وإمَّا أنها قد سحبت من مجتمع إحصائي آخر، كما أن قيمة المنوال تتوقف على كيفية إعداد الجدول التكراري سواءً من حيث طول الفئة أم حدودها، لذلك فهو مقياسٌ غير مستقر للنزعة المركزية.

- **الوسيط Med :**

الوسيط هو القيمة التي تقع في منتصف التوزيع للقيم بحيث نصف عدد القيم أصغر منها والنصف الآخر أكبر منها، أي يكون عدد المفردات الأصغر منها مساوياً لعدد المفردات الأكبر منها، وذلك عند ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً.

أولاً: حساب الوسيط لبيانات غير مبوبة:

لإيجاد قيمة الوسيط يجب أولاً ترتيب البيانات ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً، ثم نحدد مكان المفردة الوسيطية ويسمى ترتيب الوسيط. ثم بعد ذلك نوجد قيمة الوسيط.

لإيجاد الوسيط من مجموعة البيانات الآتية:

114 115 123 116 115 119 115 118 119

نبدأ بترتيبها تصاعدياً أي :

114 115 115 115 116 118 118 119 123

ويلحظ هنا أن ترتيب الوسيط هو (5) ، إذ إنَّ هناك (4) قيم أصغر منها و (4) قيم أكبر منها، ومن ثَمَّ فإن قيمة الوسيط هي قيمة المفردة رقم (5) في البيانات المرتبة، أي إن: الوسيط = 116.

يلحظ في هذا المثال أن عدد المفردات هو 9 وأن ترتيب الوسيط هو (5) يمكن الحصول عليه على الصورة من العلاقة $\frac{n+1}{2}$ أي $\frac{1+9}{2}$، وإذا حذفت القيمة الأخيرة، وهي (123) من البيانات صار عدد المفردات (8)، ونجد أنه في هذه الحالة يقع الوسيط بين قيمة المفردتين رقم 5,4 إذ إن ترتيب الوسيط في هذه الحال

$\frac{1+8}{2} = (4.5)$ أي بين القيمتين (116,115) فيكون الوسيط $\frac{116+115}{2} = (115.5)$ ،

ويمكن تلخيص **خطوات حساب الوسيط في الخطوات الثلاث الآتية:**

1 ــ ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً.

2 ــ إيجاد ترتيب الوسيط = $\frac{n+1}{2}$ حيث إن n عدد المفردات.

3 ــ إيجاد قيمة الوسيط وهو قيمة المفردة رقم = $\frac{n+1}{2}$

ثانياً: حساب الوسيط لبيانات مبوبة (جدول تكراري)

ويتم على النحو الآتي:

1 ــ تكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد (أو الهابط).

2 ــ إيجاد ترتيب الوسيط وهو = $\frac{\sum f}{2}$ ثم البحث عن القيمة $\frac{\sum f}{2}$ ما يساويها أو أكبر منها مباشرة لتحديد الفئة الوسيطية.

3 ــ إيجاد قيمة الوسيط، ويتم ذلك من خلال تطبيق العلاقة الآتية:

$$Med = L_1 + \left(\frac{\frac{\sum f}{2} - \sum f_1}{f_{me}} \right) . C$$

حيث إن :

L_1 : الحد الأدنى للفئة الوسيطية .

$\sum f_1$: مجموع التكرارات التي تسبق تكرار الفئة الوسيطية f_{me}

f_{me} : تكرار الفئة الوسيطية

C : طول الفئة الوسيطية .

وبالعودة إلى التمرين السابق والمتعلق بالمرشحين لمجالس الإدارة المحلية نجد أن وسيط أعمار هؤلاء المرشحين هو :

$$\frac{\sum f}{2} = \frac{200}{2} = 100$$

$$Med = 45 + \left(\frac{100-55}{80}\right).5$$

$$= 45 + 2.81 = 47.81$$

ت.ت.ص	F	الفئات
20	20	**40-35**
55	35	**45-40**
135	80	**50-45**
178	43	**55-50**
194	16	**60-55**
200	6	**65-60**

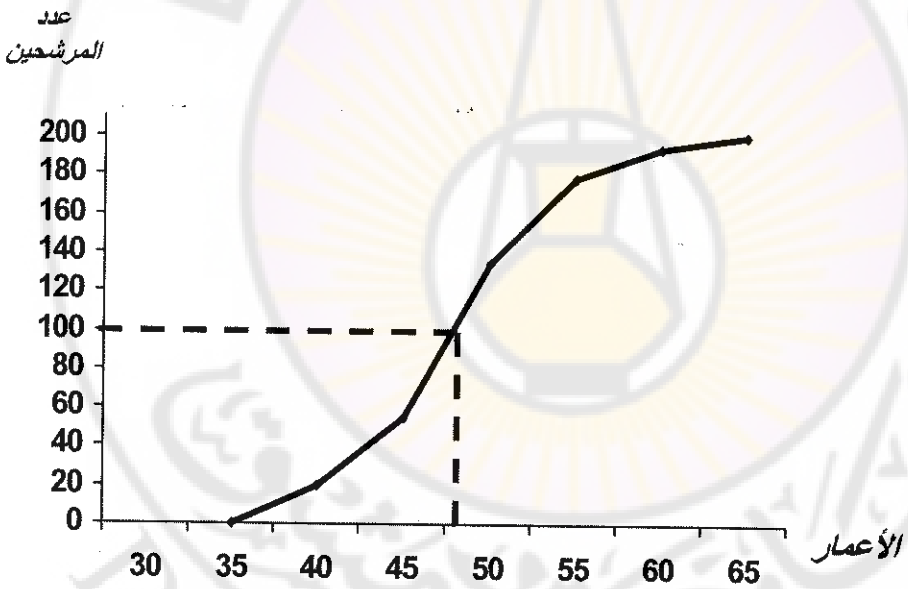
التفسير : إن نصف المرشحين كانت أعمارهم أقل من (47.81) سنة وإن نصف المرشحين الآخر كانت أعمارهم أكبر من هذا العمر .

II ـ تحديد الوسيط بيانياً:

نرسم المنحنى المتجمع الصاعد (أو الهابط) ثم نوجد القيمة $\frac{\sum f}{2}$ على المحور العمودي (محور ت.ت.ص أو ت.ت.هـ) ثم نرسم من النقطة ($\frac{\sum f}{2}$) خطاً أفقياً موازياً لمحور الفئات إلى أن يلاقي المنحنى الصاعد أو الهابط ثم نسقط هذه النقطة على محور الفئات وتكون هي قيمة الوسيط.

مثال : أوجد الوسيط بيانياً لبيانات الجدول السابق المتعلق بأعمار المرشحين لمجالس الإدارة المحلية.

حدود الفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من 35	–
أقل من 40	20
أقل من 45	55
أقل من 50	135
أقل من 55	178
أقل من 60	194
أقل من 65	200



نوجد ترتيب الوسيط من العلاقة $= \frac{\sum f}{2}$ فيكون ترتيب الوسيط $\frac{200}{2} = 100$

من الرسم نوجد القيمة المقابلة لتكرارات 100 فتكون قيمة الوسيط هي (47.81) سنة.

ملحوظة : يمكن تحديد قيمة الوسيط بيانياً أيضاً من خلال رسم منحنى التكرار

التجميعي الهابط أو الاثنين معاً (الصاعد والهابط) نقطة التقاطع إسقاطها على المحـــور الأفقي هي قيمة الوسيط .

● **خصائص الوسيط :**

1 ــ يمكن حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة .

2 ــ لا يتأثر بالقيم المتطرفة نسبياً لأنه مقياس موقع.

3 ــ قيمته غير ثابتة عندما يكون حجم العينة صغيراً.

ملحوظة : يفضل استخدام الوسيط:

1 ــ إذا أردنا إيجاد قيمة ممثلة، أي قيمة نموذجية بدلاً من الاهتمام بالمجموع الكلي.

2 ــ إذا فقدت بعض القيم وعرف ترتيبها (حيث لايمكن حـــساب الوســـط الحـــسابي مباشرة).

ونشير هنا إلى أنه يفضل استخدام الوسيط في البيانات التي نرغب بمعرفة ترتيبها ولا نعرف قيمها، وكذلك في البيانات الناقصة، أي في البيانات التي فقدت بعض مشاهداتها، وأخيراً إن قيمة الوسيط تعتبر أكثر تمثيلاً للبيانات شديدة الالتواء من الوسط الحسابي.

● **الوسط الحسابي : Mean**

يعرف الوسط الحسابي لمجموعة من القيم بأنه عبارة عن حاصل جمـــع هـــذه القـــيم مقسوماً على عددها، أي القيمة التي لو أعطيت لكل مفردة ما تغيّر مجموعُها، أي إن:

(عدد المفردات) * (الوسط الحسابي) = مجموع القيم ، $(n * \bar{x} = \sum x)$

وبصورة عامة، إذا كان المتغير x يأخذ القيم $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ فإن الوسط الحسابي لهذه القيم يرمز له بالرمز $\bar{x}$ ويعبر عنه على أنه :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots x_n}{n}$$

ويمكن كتابة ذلك في صورة مختصرة :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

(حيث n عدد المفردات x)

مثال : أوجد الوسط الحسابي لأجور (5) عمال من عمال موزعي الصحف والمجلات

كانت أجورهم الأسبوعية على النحو الآتي:

2150 2520 1950 1875 2125 (ليرة سورية)

الأسلوب المباشرة :

ويتم من خلال تطبيق العلاقة: $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$

$$= \frac{(2150 + 2520 + ...)}{5} = \frac{10620}{5} = 2124$$

أي الوسط الحسابي لأجر العامل = 2124 ليرة، بمعنى لو تساوت أجور العمال فيما بينهم لكان أجر العامل وسطياً (2124)

ملحوظة: هناك أسلوب آخر لحساب الوسط الحسابي لبيانات غير مبوبة، ونحن تناولنا الأسلوب المباشر، علماً أن كلا الأسلوبين يعطي النتائج نفسها.

ـ حساب الوسط الحسابي لبيانات مبوبة (جدول تكراري):

ويتم ذلك على النحو:

ـ نحسب مراكز الفئات

ـ نحسب fx لكل فئة (حاصل جداء مراكز الفئات بالتكرارات المقابلة لها)

ـ نطبق القانون $\overline{X} = \frac{\sum fx}{\sum f}$

ولتوضيح ذلك لدينا التمرين:

تمرين : أخذت عينة عشوائية مكونة من (200) عامل من عمال إحدى مؤسسات الإعلان التابعة لوزارة الإعلام في إحدى الدول، فكانت أجور العمال الأسبوعية موزعة في الجدول التكراري (بالدولار)

فئات الأجور	40-20	60-40	80-60	100-80	120-100	140-120	المجموع
عدد العمال	9	22	68	64	27	10	200

الحل :

من تعريف الوسط الحسابي نعلم أن :

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع الأجور الشهرية}}{\text{عدد العمال}} \qquad \overline{X} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

(أجر العامل في الشهر)

حيث إن (x) مركز الفئات (f) التكرارات.

نلحظ من الجدول، أن هناك (9) عمال كل منهم أجـره يتـراوح بـين (20) و (40) دولاراً، أي إن كُلاًّ منهم أجره في المتوسط (30) وحدة $\frac{40+20}{2} = 30$ (وهو مركـز الفئة الأولى) ، ومن ثَمَّ فإن الأجور في هذه الفئة الأولى هي (30)(90)=270 دولاراً، كذلك نجد أن هناك (22) عاملاً أجرهم يتراوح بين (40)و(60) دولاراً، أي إن أجـر العامل منهم هو (50) في المتوسط $\frac{60+40}{2} = 50$ أي مركز (الفئة الثانية) فيكـون بذلك مجموع الأجور في الفئة الثانية هو (22)(50)=1100.

وبالمثل يمكن إيجاد باقي فئات الجدول. كما هو موضح بالجدول:

فئات الأجور	عدد العمال (f)	مركز الفئات (x)	$f \cdot x$
40 – 20	9	30	270
60 – 40	22	50	1100
80 – 60	68	70	4760
100-80	64	90	5760
120-100	27	110	2970
140-120	10	130	1300
المجموع	200		16160

ويكون الوسط الحسابي $\frac{16160}{200} = 80.8$ دولار، أي أن متوسط الأجور هو (81) دولار تقريباً.

ملاحظ:

1- يلحظ أنه لإيجاد قيمة الوسط الحسابي في حالة جدول تكراري ذي فئات غير متساوية فإننا نتبع الطريقة نفسها كما في الأمثلة السابقة (الفئات المتساوية) دون أي اختلاف.

2-هناك عدة أساليب لحساب الوسط الحسابي لبيانات مبوبة، ونحن تناولنا الأسلوب المباشر، باعتبار جميع الأساليب تعطي النتائج نفسها.

3- في حال كان لدينا جدول تكراري يتضمن توزع عينتين معاً أو توزيعاً تكرارياً وعينة أخرى معلوماً منها الوسط الحسابي ورغبتنا في حساب متوسط العينتين معاً، فنحن في هذه الحالة نميز بين حالتين :

أ ــ إذا كانت $(n_1=n_2)$ فإن الوسط الحسابي للعينتين معاً يكون على النحو:

$$\overline{X} = \frac{\overline{X_1} + \overline{X_2}}{2}$$

ب ــ إذا كانت $(n_1 \neq n_2)$ فإن الوسط الحسابي للعينتين معاً يكون على النحو:

$$\overline{X} = \frac{\overline{X_1}\sum f_1 + \overline{X_2}\sum f_2}{\sum f_1 + \sum f_2}$$

مثال : لدينا البيانات الآتية:

$$n_1 = 40 \qquad \overline{x_1} = 37.5$$

$$n_2 = 60 \qquad \overline{x_2} = 35.5$$

المطلوب : حساب الوسط الحسابي للعينتين معاً ؟

$$\overline{X} = \frac{37.5 + 35.5}{2} = 36.5$$

مثال : لدينا البيانات الآتية :

$$n_1 = 40 \qquad \overline{x_1} = 37.5$$

$$n_2 = 60 \qquad \overline{x_2} = 30.5$$

المطلوب: حساب الوسط الحسابي للعينتين معاً ؟

$$\overline{X} = \frac{(37.5)(40) + (30.5)(60)}{40 + 60} = 33.3$$

ـ الوسط الحسابي المرجح :

في بعض الأحيان يكون من المهم ترجيح بعض القيم $x_1, x_2, \ldots x_n$ بأوزان $w_1, w_2, \ldots w_n$ ، وهذه تعتمد على الأهمية المرتبطة بهذه القيم في الدراسة، ويعرف الوسط الحسابي هنا بالوسط الحسابي المرجح ويحسب بالعلاقة:

$$\overline{x} = \frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \ldots\ldots x_n wn}{w_1 + w_2 + \ldots w_n} = \frac{\sum xw}{\sum w}$$

مثال :

إذا أعطى الامتحان النهائي في مقرر الإحصاء وزناً يساوي ثلاثة أمثال الامتحانات الشهرية، وإذا حصل طالب في الامتحان النهائي على 85 درجة وفي الامتحانات الشهرية على 90,70 درجة فإن متوسط درجاته في الإحصاء يكون :

$$\overline{x} = \frac{(70)(1) + (90)(1) + (85)(3)}{1 + 1 + 3} = 83$$

مثال : إذا كان لدينا ثلاث عينات : $n_1=15$ $n_2=20$ $n_3=25$

$X_1=45$ $x_2=75$ $x_3=60$ أوساطها الحسابية.

وقد دمجت هذه العينات الثلاث معاً.

فالمطلوب، أوجد الوسط الحسابي لهذه المجموعات بعد الدمج .

$$\bar{x} = \frac{(\overline{x_1})(n_1) + (\overline{x_2})(n_2) + (\overline{x_3})(n_3)}{n_1 + n_2 + n_3}$$

$$\bar{x} = \frac{(15)(45) + (20)(75) + (25)(60)}{60} = \frac{3675}{60} = 61.25$$

● **خصائص الوسط الحسابي :**

1 ــ شديد التأثر بالقيم المتطرفة على جانبي التوزيع.

2 ــ صعوبة حسابه من جدول مفتوح .

3 ــ تعتبر قيمته ثابتة ومحددة جبرياً مهما اختلفت أساليب حسابه.

4 ــ يستخدم في الدراسات الإحصائية المعمقة.

5 ــ يحسب للبيانات التي يكون فيها التوزيع متماثلاً أو قريباً من التماثل.

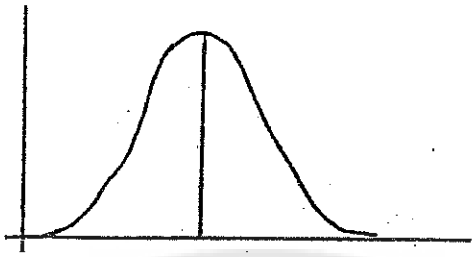
3-3 العلاقة بين المنوال والوسيط والوسط الحسابي :

يلحظ أنه في التوزيعات التكرارية المتماثلة (الشكل المرفق) تتطابق قيم كل من المنوال والوسيط والوسط الحسابي، ومن الناحية التطبيقية يندر وجود التوزيعات المتماثلة، فقد نحصل على توزيعات ملتوية ناحية اليمين أو ناحية اليسار، وفي التوزيعات التكرارية وحيدة المنوال المتماثلة والقريبة من التماثل تتحقق العلاقة التجريبية وهي ما تعرف بعلاقة بيرسون.

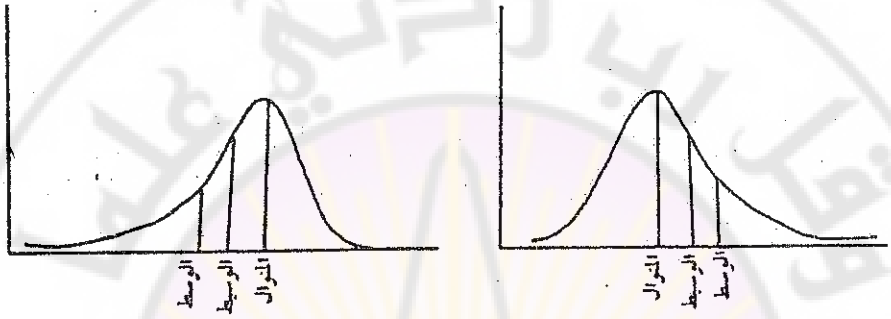
$$\bar{x} - Mod = 3(\bar{x} - Med)$$

أما في التوزيعات التكرارية الملتوية التواء شديداً فلا تتحقق هذه العلاقة.

الأشكال المرفقة توضح الموضع النسبي للوسط والوسيط والمنوال للمنحنيات التكرارية الملتوية إلى اليمين والملتوية إلى اليسار على الترتيب.



المنوال = الوسيط = الوسط الحسابي



تستخدم هذه العلاقة لإيجاد قيمة أي مقياس مجهول، إذا كان معلوماً لدينا قيمة مقياسين، ولاسيما الوسط الحسابي حين تكون نهايتا أو إحدى نهايتي التوزيع مفتوحة.

● **الوسط الهندسي :**

يعرف الوسط الهندسي لمجموعة من القيم $x_1, x_2 \ldots x_n$ على أنه الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم .

الوسط الهندسي = $\sqrt[n]{x_1 . x_2 . x_3 \ldots\ldots x_n}$

أغلب استخداماته في حساب معدلات النمو ومعدلات الفائدة وحساب الأرقام القياسية .

● **خصائص الوسط الهندسي:**

1- يتمتع بخواص رياضية وجبرية كما الوسط الحسابي.

2- يعطي قيمة أكثر تمثيلاً من الوسط الحسابي عند التعامل مع توزيعات شديدة الالتواء نحو اليمين.

● **الوسط التوافقي :**

الوسط التوافقي لمجموعة من القيم هو مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات هذه القـــيم أي إن:

$$\text{الوسط التوافقي} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$

أغلب استخداماته في مجال إنتاجية العمل والأسعار والعلاقة الثلاثية (السرعة، والزمن والمسافة)

مزاياه:

ـــ يأخذ جميع القيم بالحسبان عند حسابه.

عيوبه:

ـــ لا يمكن حسابه من جدول مفتوح.

الفصل الرابع

مقاييس التشتت

ـ مقدمة

ـ مقاييس التشتت (المدى المطلق، نصف المدى الربيعي، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري).

ـ قياس الالتواء.

ـ قياس التفرطح.

ـ مفهوم الدرجة المعيارية.

ـ أهمية التوزيع الطبيعي.

1-4- مقدمة:

استعرضنا كيفية تحليل البيانات الإحصائية حسابياً عن طريق المتوسطات، لكن هذه المتوسطات (مقاييس الموضع) لاتعطي وصفاً كاملاً للبيانات، إذ إنها تبين القيمة التي تتركز حولها بقية قيم العينة فقط، ولا تعطي أي إيضاح عن مدى تباعد أو تقارب باقي القيم من هذه القيمة، أي إنها لا توضح مدى التجانس في البيانات عن قيمة النزعة المركزية، أو مدى تشتتها.

فمثلاً إذا كان لدينا المجموعتان من القيم:

1-14، 0، 7

2-7 ، 6، 8

فإن المتوسط لكل منهما يساوي (7) فإذا اكتفينا بهذا المقياس فإننا نقرر أن المجموعتين متشابهتان، لكن في الحقيقة أن قيم المجموعة الأولى أكثر تباعداً من قيم المجموعة الثانية.

لذا فإننا نحتاج إلى مقياس آخر يوضح مدى تقارب أو تباعد البيانات، وهذه المقاييس تسمى بمقاييس التشتت وهي: المدى المطلق، نصف المدى الربيعي ــ الانحراف المتوسط ــ الانحراف المعياري.

- **المدى المطلق (R) :**

هو الفرق بين أكبر وأصغر قيمة في مجموعة البيانات، ويعطى بالعلاقة الآتية:

$$R = X_{max} - X_{min}$$

ومن عيوب هذا المقياس أنه يعتمد على قيمتين فقط من البيانات ويتجاهل باقي القيم، وأغلب استخدامات هذا المقياس في وصف الأحوال الجوية وقياس تشتت الأسعار اليومية للسندات والأسهم والأوراق المالية ومراقبة جودة الإنتاج .

خصائص المدى :

ــ مقياس مضلل في حالة وجود قيم شاذة.

ــ يتأثر بالقيم الحدية فقط.

ـ لا يمكن حسابه من جدول مفتوح.

ـ يستخدم في رسم الخرائط الإحصائية لمراقبة جودة الإنتاج.

ـ المدى النسبي (R%):

مقياس من مقاييس التشتت النسبية يعطى بالعلاقة:

$$R\% = \frac{R}{\overline{X}} * 100$$

● نصف المدى الربيعي (Q.D) :

يعرف على أنه نصف الفرق بين أكبر وأصغر قيمة من القيم المتبقية بعد استبعاد الربع الأدنى والربع الأعلى من البيانات (الفرق بين الربيع الثالث والربيع الأول مقسوماً على (2)).

أولاً: حساب نصف المدى الربيعي (Q.D) لبيانات غير مبوبة:

للحصول على نصف المدى الربيعي نتبع الخطوات:

(1) ترتيب البيانات ترتيباً تصاعدياً (أو تنازلياً).

(2) تحديد ترتيب (موضع) القيمة التي تقع في آخر الربع الأول : $K_1 = \frac{n+1}{4}$

(3) إيجاد قيمة (Q_1).

(4) تحديد ترتيب القيمة التي تقع في آخر الربع الثالث : $K_3 = \frac{3(n+1)}{4}$

(5) إيجاد قيمة Q_3

(6) نصف المدى الربيعي $Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

حساب المدى الربيعي لبيانات مبوبة :

إن حساب الربيعيات لبيانات مبوبة مشابهة تماماً لطريقة حساب الوسيط، ويتم ذلك على النحو:

ـ إنشاء عمود التكرار التجميعي الصاعد.

ـ تحديد ترتيب الربيع الأول من خلال ($\sum f/4$) لتحديد فئة الربيع الأول

ـ نبحث عن قيمة ($\sum f/4$) في عمود (ت.ت.ص) ما يساويها أو أكبر منها مباشـــرة، فتكون الفئة المقابلة فئة الربيع الأول.

ـ نطبق القانون:

$$Q_1 = L_1 + \left[\frac{\frac{\sum f}{4} - \sum f_1}{f_{Q_1}}\right].C \quad \text{الربيع الأول}$$

حيث إن :

L_1 تشير إلى الحد الأدنى لفئة الربيع الأول .

$\frac{\sum f}{4}$ ربع مجموعة التكرارات (ترتيب الربيع الأول).

$\sum f_1$ مجموع التكرارات السابقة لتكرار فئة الربيع الأول.

f_{Q_1} تكرار فئة الربيع الأول.

ـ لتحديد فئة الربيع الثالث نتبع الخطوات السابقة نفسها مع ملاحظـــة أن ترتيـــب Q_s يصير ($\frac{3\sum f}{4}$) ونطبق القانون:

$$Q_3 = L_3 + \left[\frac{\frac{3\sum f}{4} \sum f_1}{f_{Q_3}}\right].C \quad \text{الربيع الثالث}$$

حيث إن :

L_3 : تشير إلى الحد الأدنى لفئة الربيع الثالث .

$3\sum f/4$: ترتيب الربيع الثالث .

$\sum f_1$: مجموع التكرارات السابقة لتكرار فئة الربيع الثالث.

f_{Q3} : تكرار فئة الربيع الثالث .

وبالتطبيق على المثال السابق المتعلق بأعمار المرشحين للمجالس المحلية (بحث الوسيط) نجد أنّ:

$$\frac{\sum f}{4} = \frac{200}{4} = 50$$

$$\frac{3\sum f}{4} = \frac{3(200)}{4} = 150$$

الفئات	f	ت.ت.ص
40-35	20	20
45-40	30	55
50-45	80	135
55-50	43	178
60-55	16	194
65-60	6	200

الربيع الأول :

$$Q_1 = 40 + \left(\frac{50-20}{30}\right).5$$

$$40 + 5 = 45$$

التفسير : أن 25% من المرشحين أعمارهم كانت أقل (45) سنة، وأن 75% من هؤلاء المرشحين كانت أعمارهم أكبر من (45) سنة.

الربيع الثالث :

$$Q_3 = 50 + \left(\frac{150-135}{43}\right).5$$

$$= 50 + 1.70 = 51.70$$

التفسير : أن 75% من المرشحين أعمارهم كانت أقل من (51.70) سنة وأن 25% من هؤلاء المرشحين كانت أعمارهم أكبر من (51.70) سنة .

نصف المدى الربيعي :

$$Q.D = \frac{51.7 - 45}{2} = 3.35$$

ـ خصائص الانحراف الربيعي (نصف المدى الربيعي) :

1 ـ يمكن حسابه من التوزيعات التكرارية المفتوحة.

2 ـ مقياس النزعة المركزية المقابل له هو الوسيط.

3 ـ هو عبارة عن فترة تحتوي على (50%) من البيانات.

ـ الانحراف الربيعي النسبي (Q.D%) :

يعتبر من مقاييس التشتت النسبية له أهمية في التحليل الإحصائي لمقارنة تشتت توزيعين مختلفين، ويعطى بالعلاقة:

$$Q.D\% = \frac{Q.D}{Med}.100$$

أو

$$Q.D\% = \frac{Q_3 . Q_1}{2Med}.100$$

وبالتطبيق على التمرين السابق والمتعلق بأعمار عينة عشوائية من المرشحين نجد أن:

$Med = 47.81$, $Q_1 = 45$, $Q_3 = 51.70$, $Q.D = 3.35$

$$Q.D\% = \frac{3.35}{47.81}.100 = 7\%$$

وبفرض أخذت عينة عشوائية من حجم مماثل من المرشحين في دولة مجاورة، وكان الوسيط للأعمار (40) سنة وبانحراف ربيعي مقداره (4) سنة والمطلوب :

أيهما يعرض تشتتاً أكبر أعمار المرشحين في هذه الدولة أم أعمار المرشحين في الدولة المجاورة؟ برر إجابتك إحصائياً. $Q.D\% = \frac{4}{40}.100 = 10\%$ (الدولة المجاورة)

من خلال المقارنة نجد أن $Q.D\% (10\%) > Q.D\% (7\%)$

ومن ثَمَّ يمكن القول: إن عينة المرشحين في الدولة المجاورة تعرض تشتتاً أكبر من أعمار عينة المرشحين لهذه الدولة .

● **الانحراف المتوسط أو متوسط الانحرافات (M.D) :**

يعرف الانحراف المتوسط لمجموعة القيم $x_1, x_2,..,x_n$ كالآتي:

$$M.D = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}$$

أي إنه متوسط القيم المطلقة لانحرافات القيم عن وسطها الحسابي (القيمة المطلقة لرقم هي الرقم بإشارة موجبة، ويعبر عنها بخطين حول الرقم، فتكون القيمة المطلقة للرقم)

مثال : أوجد الانحراف المتوسط لمجموعة القيم:

2 3 6 8 11

الحل :

$$\text{الوسط الحسابي } \bar{x} = \frac{2+3+6+8+11}{5} = 6$$

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{1}{5}|2-6| + |3-6| + ... = \frac{4+3+2+5}{5} = 2.8$$

إذا كانت القيم $x_1, x_2, ... x_n$ تحدث بتكرارات $f_1, f_2, ... f_n$ فالانحراف المتوسط يمكن كتابته على صورة

$$\text{الانحراف المتوسط } M.D = \frac{1}{n}\sum f\,|x - \bar{x}|$$

ملحوظة: كلما كانت قيمة الانحراف المتوسط صغيرة دل ذلك على اقتراب المفردات من الوسط الحسابي وبالعكس.

ملحوظة : عندما يكون التوزيع بعيداً عن التماثل، يفضل حساب الانحرافات عن الوسيط، لأن مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسيط دوماً أقل من قيمة معينة.

مزاياه:

ـ يتأثر بالقيم الشاذة.

ـ مقياس تشتت مرضي بالمقارنة مع المدى والانحراف الربيعي

ـ سهل الحساب

عيوبه:

ـ عدم اتصافه بالمفهوم الجبري

ـ لا يمكن حسابه من جدول تكراري مفتوح

ـ قليل الاستخدام في الاستدلال الإحصائي لعدم قابليته للعمليات الجبرية.

- **الانحراف المعياري (S) :**

هو الجذر التربيعي لحاصل قسمة مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي على عدد القيم ومربعه هو عبارة عن التباين.

يعتبر الوسط الحسابي والانحراف المعياري في أكثر المقاييس الإحصائية أهمية في التحليل الإحصائي فالوسط الحسابي يحدد لنا مركز التوزيع الطبيعي والانحراف المعياري يحدد لنا كيفية الانتشار على جانبي الوسط الحسابي.

- **حساب الانحراف المعياري لبيانات غير مبوبة :**

ـ الأسلوب المباشر :

$$S=\sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}}$$

حيث إن : $\bar{x}=\frac{\sum x}{n}$

ويمكن تبسيط العلاقة السابقة فنحصل على الصيغة:

$$S=\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}-\left(\frac{\sum x}{n}\right)^2}$$

ـ حساب الانحراف المعياري لبيانات مبوبة (جدول تكراري):

1 ـ الأسلوب المباشر :

ويتم من خلال العلاقة:

$$S=\sqrt{\frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{\sum f}}$$

2 ــ أسلوب استخدام مراكز الفئات:

$$S=\sqrt{\frac{\sum fx^2}{\sum f}-\left(\frac{\sum fx}{\sum f}\right)^2}$$

علماً أن جميع هذه الأساليب لحساب الانحراف المعياري تعطي نفس النتائج، وبالتطبيق على المثال في بحث الوسط الحسابي والمتعلق بأجور العمال الشهرية في إحدى مؤسسات الإعلان نجد:

فئات الأجور	عدد العمال	مراكز الفئات (x)	fx	fx^2
40-20	9	30	270	8100
60-40	22	50	1100	55000
80-60	68	70	4760	333200
100-80	64	90	5760	518400
120-100	27	110	2970	326700
140-120	10	130	1300	169000
المجموع	200		16160	1410400

$$S=\sqrt{\frac{\sum fx^2}{\sum f}-\left(\frac{\sum fx}{\sum f}\right)^2}$$

$$S=\sqrt{\frac{1410400}{200}-(80.8)^2}=22.87$$

● **خصائص الانحراف المعياري :**

1 ــ ليس له مدلول إلا عند مقارنته بانحرافات معيارية لمجموعات أخرى من القيم.

2 ــ لايمكن حسابه من جداول تكرارية مفتوحة .

3 ــ يتأثر بضرب وقسمة المفردات ولا يتأثر بالجمع والطرح.

4 ــ مقياس النزعة المركزية المقابل له هو الوسط الحسابي.

5 ــ أخطاء المعاينة له أصغر من أي مقياس آخر للتشتت، أي القيمة المقدرة من العينة تتجه للانحراف عن القيمة الحقيقية في المجتمع بأصغر نسبة.

● **معامل الاختلاف (الانحراف المعياري النسبي) (C.D%)**

نحن نعلم أن مقياس التشتت يستخدم للمقارنة بين مدى تقارب البيانات من مقاييس النزعة لها، أما إذا تساوت مقاييس النزعة للمجتمعات المختلفة فإنه يمكننا مقارنة درجات التجانس في هذه المجتمعات عن طريق مقاييس التشتت. أما إذا اختلف قيمة مقياس النزعة لانستطيع استخدام مقاييس التشتت مباشرة، نلجأ إلى مقياس التشتت النسبي، هذا المقياس يسمى (معامل الاختلاف) ويعطى بالعلاقة الآتية:

$$C.V\% = \frac{S}{\bar{x}} \times 100$$

يستخدم هذا المقياس بشكل واسع في التحليل الإحصائي لمقارنة تشتت توزيعين مختلفين ولتوضيح ذلك لدينا التمرين:

تمرين:

لدراسة الجودة لسلعتين كان الانحراف المعياري للسلعة (A) هو (10) ومتوسط (50) والسلعة (B) كان المتوسط (30) بانحراف معياري (6) فهل نستطيع الحكم على أن السلعة (A) أجود من السلعة (B) أم لا؟ ولماذا ؟ .

الحل : من الطبيعي أننا لا نستطيع الحكم مباشرة بذلك لاختلاف المتوسط، ولذا لا نستطيع المقارنة مباشرة بين الرقمين (10)، (6) ولا بد من حساب معامل الاختلاف، فيكون:

معامل اختلاف السلعة (A) = $\%20 = 100 \times \frac{10}{50}$

معامل اختلاف السلعة (B) = $\%20 = 100 \times \frac{6}{30}$

وعلى ذلك يكون التجانس في السلعتين من نفس الدرجة، ويمكننا أيضاً استنتاج أن السلعة (A) أفضل من السلعة (B) لارتفاع المتوسط في السلعة (A) عنها في السلعة (B).

تمرين :

إذا علمت أن متوسط درجة الحرارة في شهر أيار السنة الماضية في مدينة دمشق وحلب على النحو:

$S_1 = 3 \quad \overline{X_1} = 24$ دمشق

$S_1 = 4 \quad \overline{X_2} = 34$ حلب

المطلوب: أي المدينتين أقل تشتتاً (أكبر تجانساً) من حيث درجة الحرارة؟

الحل:

$$C.V_1 = \frac{S_1}{\overline{X_1}} * 100$$

$$= \frac{3}{24} * 100 = 12.5\%$$

$$C.V_2 = \frac{S_2}{\overline{X_2}} * 100$$

$$= \frac{4}{34} * 100 = 11.77\%$$

ومِن ثَمَّ درجات الحرارة في مدينة حلب أكثر تجانساً (أقل اختلافاً) من درجات الحرارة في مدينة دمشق.

4-2- قياس الالتواء :

يعرف الالتواء على أنه درجة التماثل أو البعد عن التماثل للتوزيع، ويقاس بالعلاقة:

$$SK = \frac{\overline{x} - Mod}{S}$$

وفي حالة استخدام الوسيط تصير العلاقة:

$$SK = \frac{3(\overline{x} - Med)}{S}$$

وإذا كان معامل الالتواء مساوياً صفراً كان التوزيع متماثلاً بينما إذا كان : SK>0 ، هذا يعني أن التوزيع نحو اليمين وبالعكس إذا كان : SK < 0 فإن التوزيع ملتوٍ نحو اليسار.

مثال :

أوجد معامل بيرسون للالتواء باستخدام المنوال ومرة أخرى باستخدام الوسيط لأجور مجموعة من العمال إذا علمت أن متوسط الأجر (79.76) الوسيط = (79.06) الانحراف المعياري = (15.6) والمنوال = (77.5)

الحل :

$$SK = \frac{(\bar{x} - Med)}{S}$$

$$0.14 = \frac{2.26}{15.6} = \frac{79.76 - 77.5}{15.6} = \text{ ، } SK = \frac{3(\bar{x} - Med)}{S}$$

المعامل الثاني للالتواء = $\frac{(79.06 - 79.76)3}{15.6}$

$$0.13 = \frac{2.1}{15.6} = \frac{(0.7)3}{15.6} =$$

ونذكر هنا أن قيمة معامل الالتواء قد تختلف بحسب الأسلوب المستخدم لحسابه وعلى البيانات المتوفرة.

ـ معامل الالتواء الربيعي :

هناك مقاييس أخرى للالتواء منها معامل الالتواء الربيعي ويعرف كالآتي:

معامل الالتواء الربيعي = $\frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1}$ أو $\frac{Q_3 + Q_1}{Q_3 - Q_1}$

أوجد معامل الالتواء الربيعي إذا علمت أن $Q_1=44$ ، $Q_2=48$ ، $Q_3=52$

الحل :

معامل الالتواء الربيعي = $\frac{(52-48)-(48-44)}{(52-44)} = 0$

أي إن التوزيع متماثل في هذه الحالة.

4-3- قياس التفرطح :

يعرف التفرطح بأنه مقياس لقياس درجة علو أو انخفاض قمة التوزيع بالنسبة إلى قمة

التوزيع الطبيعي، ويعطى بالعلاقة الآتية : $K = \frac{m^4}{S^4}$

حيث إن :

m^4 : العزم الرابع حول الوسط الحسابي .

S^4 : مربع التباين .

وإذا كان (k=3) كان التوزيع متماثلاً، بينما إذا كان (k<3) كان التوزيع منبسطاً، أما إذا كان (k>3) فإن التوزيع مدبب.

4-4- الدرجة المعيارية :

تعرّف الدرجة المعيارية بأنها النسبة الناتجة في قسمة انحراف القيمة الخام عن المتوسط الحسابي للتوزيع التكراري مقسوماً على الانحراف المعياري وتعطى بالعلاقة:

$$Z = \frac{|x - \bar{x}|}{s}$$

ويمكن القول: إن الدرجة المعيارية عبارة عن وحدة لقياس الانحراف المعياري عن الوسط الحسابي، وتستخدم الدرجات المعيارية المقدرة بوحدات الانحرافات المعيارية لمقارنة قيمتين مأخوذتين من مجموعتين إحصائيتين مختلفتين، ولا يجوز مقارنة القيمتين على أساس القيم الخام .

تمرين : كانت درجتا طالبين في أحد المقررات في مجموعتين مختلفتين على النحو:

المقاييس	الطالب الأول (A)	الطالب الثاني (B)
درجة الطالب	86	64
متوسط درجات الطلاب	75	58
الانحراف المعياري	10	4

والمطلوب : أيهما كان تحصيله أفضل بالنسبة إلى مستوى الطلاب ؟

$$Z = \frac{|x_i - \bar{x}|}{s}$$

$$Z_{(A)} = \frac{|x_i - \bar{x}|}{s} = \frac{|86-75|}{10} = 1.1$$

$$Z_{(B)} = \frac{|x - \bar{x}|}{s} = \frac{|64-58|}{4} = 1.5$$

$$Z_{(B)} > Z_{(A)}$$

ومن ثَمَّ فإن تحصيل الطالب (B) أفضل من تحصيل الطالب (A) على أنه قبل التحويل إلى درجات معيارية كانت درجات الطالب (A) أفضل من درجات الطالب (B)

تمرين :

رغبت إحدى الوزارات أن توفد شخصاً للخارج لاتباع دورة تدريبية، فتقدم (6) أشخاص من حملة الشهادة الجامعية للاستفادة من هذه الدورة، أجرت الوزارة ثلاثة اختبارات لكل من المتقدمين في مجال تخصصه وفي اللغة الإنكليزية وفي الحاسوب فكانت النتائج الآتية:

المتقدمين	المعلومات ضمن التخصص	اللغة E	الحاسوب
A	10	9	5
B	9	9	6
C	5	2	0
D	5	9	10
E	4	0	6
F	3	1	9

والمطلوب:

1 ــ حول الدرجات إلى درجات معيارية في كل من الاختبارات الثلاثة.

2 ــ من الفائز بهذه الدورة، علماً أن صاحب أكبر مجموع بالدرجات المعيارية هو الفائز.

(الحل يترك للطالب)

تمرين:

تقدم طالب من طلاب السنة الأولى في قسم الإعلام إلى ثلاثة امتحانات فكانت النتـــائج على النحو:

المادة	الدرجة	$\overline{X}$	5
A	72	70.8	0.6
B	61	51.0	6.0
C	50	30.0	12.0

والمطلوب: في أي امتحان كانت نتيجة هذا الطالب أفضل بالمقارنة.

(الحل يترك للطالب)

5-4- أهمية التوزيع الطبيعي The Normal Distribution

يعد التوزيع الطبيعي من أهم التوزيعات الاحتمالية في الإحصاء، ويرجع ذلك للأسباب الآتية:

أولاً : إن كثيراً من الظواهر التي تظهر في التجارب العملية تتوزع توزيعاً طبيعياً،

ثانياً: في بعض الأحيان قد لايكون المتغير العشوائي موزعاً توزيعاً طبيعياً ولكن يمكن أن يحول إلى متغير عشوائي يتوزع توزيعاً طبيعياً، وذلك تحت شروط معينة،

ثالثاً: قد توجد توزيعات معقدة، ومِن ثَمَّ يمكن أن يستخدم التوزيع الطبيعي تقريباً لهـــا، وأخيراً إن كل التوزيعات الاحتمالية منفصلة كانت أم متصلة يتقـــارب توزيعهـــا مـــن التوزيع الطبيعي، وذلك مـــن خـــلال نظريـــة النهايـــة المركزيـــة Central Limit Theorem.

إن هذا التوزيع يدخل في كل المجالات الصناعية والزراعية والاقتصادية وغيرها مـــن المجالات الأخرى، باعتبار جميع المقاييس الإحصائية المحسوبة من مجتمع إحصائي له شكل توزيع طبيعي تقبل التفسير والتحليل، وإذا كان X متغيراً عشوائياً يتـــوزع وفـــق

التوزيع الطبيعي فإن دالة كثافة احتماله له الصيغة الآتية:

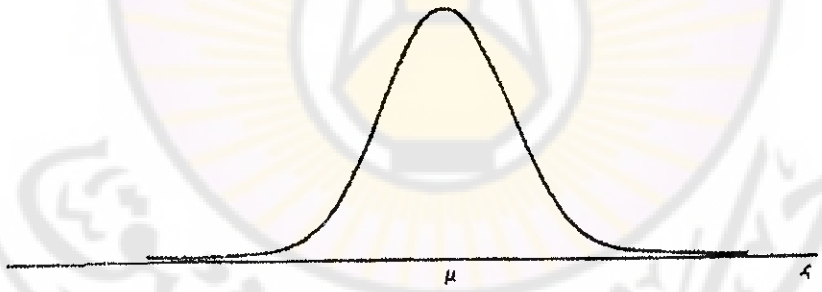
$$f_x(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} \qquad ,-\infty < X < \infty$$

حيث $(-\infty < \mu < \infty)$ و $(\sigma^2 > 0)$ يمثلان معلمتي التوزيع، وهما المتوسط والتباين على التوالي (كما سنرى بعدُ) .

ويرمز للتوزيع الطبيعي عادة بالرمز $N(\mu,\sigma^2)$ ، ونقول: إنّ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. يخضع للتوزيع الطبيعي.

وبالتمعن في دالة الكثافة الاحتمالية وتمثيلها البياني يتضح أن:

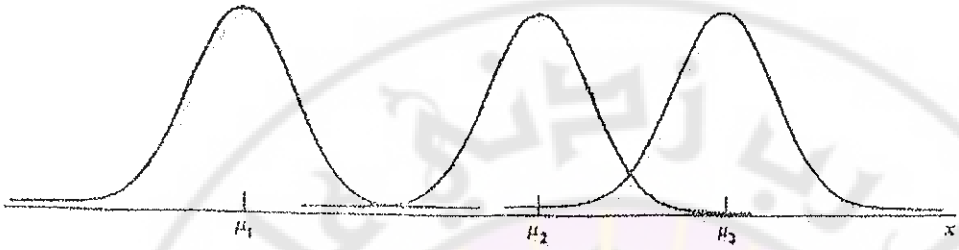
1ـ منحني التوزيع الطبيعي ناقوسي الشكل ومتماثل، وتقع قمته فوق المتوسط، ويمتد طرفاه إلى ما لانهاية من الجانبين دون أن يلامسا المحور الأفقي. وبالتحديد إن دالة الكثافة متماثلة حول $X=\mu$، أي إن $f(\mu+x) = f(\mu-x)$ ، وهذا يعني أن المتوسط يساوي الوسيط، ويساوي المنوال، وأن نقطتي الانقلاب في منحنى الدالة هما $x_1=\mu-\sigma$ و $x_2=\mu+\sigma$ ، وأنهما يقعان على بعد ثابت على يمين ويسار المنوال، كما في شكل (1).



شكل (1) : دالة كثافة الاحتمال للتوزيع الطبيعي

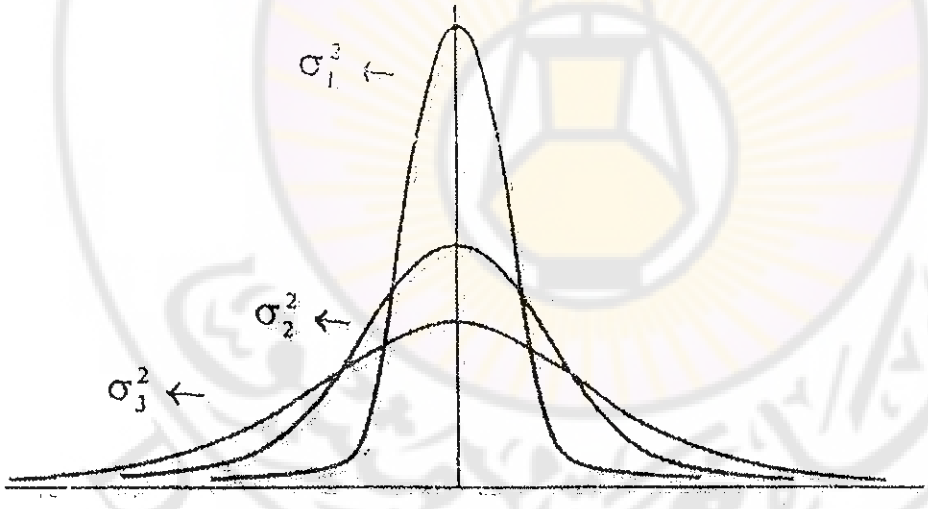
2 ـ يتحدد التوزيع بعلومية μ و σ^2 ويختلف التوزيع إذا اختلفت μ أو σ^2 أو كلاهما. إذ إن قيمة μ تحدد موقع التوزيع الطبيعي على الخط الحقيقي، فكلما زادت هذه القيمة تغير موقع المنحنى في الاتجاه الأيمن والعكس صحيح. بينما σ^2 تبين مقدار تشتت وتفرطح منحنى الدالة، فكلما كانت σ^2 صغيرة كان المنحنى مدبباً، وكلما كانت كبيرة

كان المنحنى متفرطحاً، بمعنى آخر كلما قل التباين ارتفعت قمة المنحنى، وزاد تقارب الطرفين، والعكس صحيح، وذلك كما هو موضح في الأشكال (2) و (3) و (4).



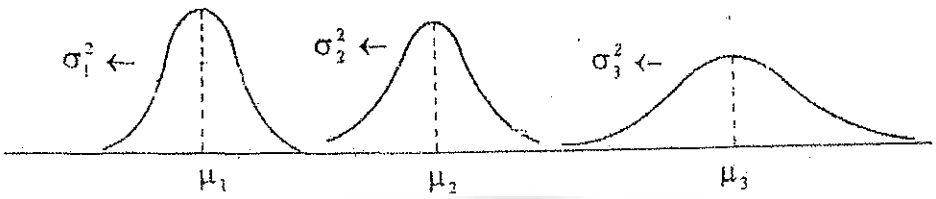
شكل (2) : ثلاثة توزيعات طبيعية متساوية التباينات ومختلفة المتوسطات

(دالة كثافة الاحتمال لثلاثة توزيعات طبيعية حين $\mu_1<\mu_2<\mu_3$ بينما $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma_3^2$)



شكل (3) : ثلاثة توزيعات طبيعية متساوية المتوسطات ومختلفة التباين

(دالة كثافة الاحتمال لثلاثة توزيعات طبيعية حين $\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu$ و $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma_3^2$)



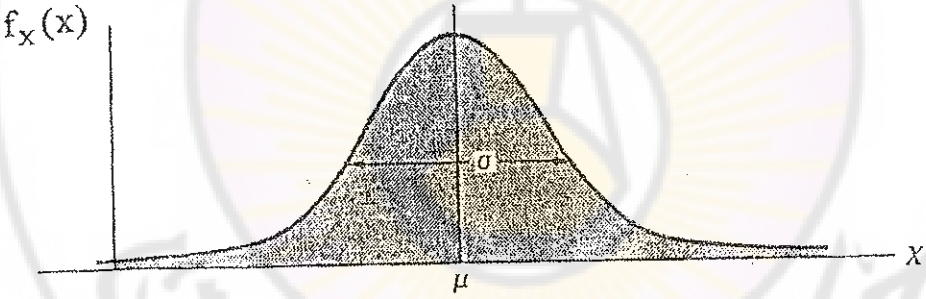
شكل (4) : ثلاثة توزيعات طبيعية مختلفة المتوسطات والتباينات

(دالة كثافة الاحتمال لثلاثة توزيعات طبيعية حين $\mu_1<\mu_2<\mu_3$ و $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2$)

3 ــ المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي واحداً صحيحاً، أي إن:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)dx = 1$$

وذلك كما هو موضح في شكل (5) أدناه:



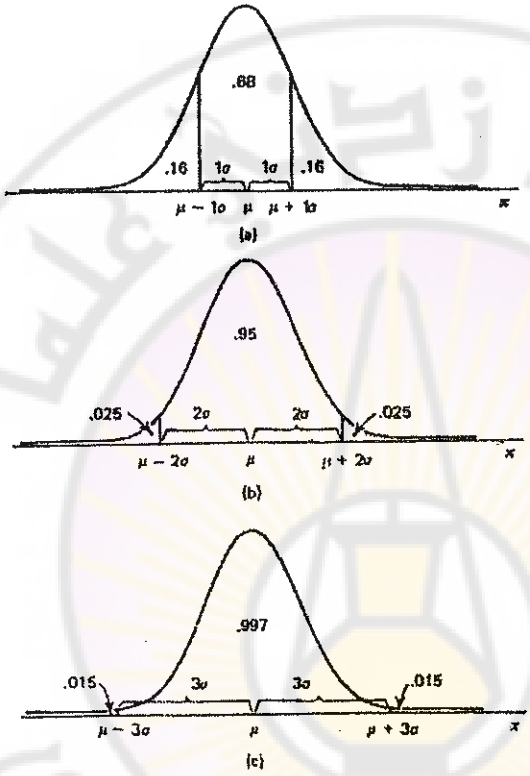
شكل (5) : المساحة المظللة = 1

4 ــ توجد نسب معينة من المساحة الواقعة ضمن أي عدد من الانحراف المعياري فمثلاً:

a) المساحة الواقعة ضمن انحراف معياري واحد عن المتوسط تساوي 68% من المساحة الكلية.

b) المساحة الواقعة ضمن انحرافين معياريين عن المتوسط تساوي 95% من المساحة الكلية.

c)المساحة الواقعة ضمن ثلاثة انحرافات معيارية عن المتوسط تساوي 99.7% من المساحة الكلية، ويمكن توضيح الحالات الثلاث السابقة بيانياً كما في شكل (6):



شكل (6) النسب المئوية من المساحة الواقعة ضمن عدد معين من الانحراف المعياري

5 ـ المعامل العزمي للالتواء يساوي صفراً لجميع المنحنيات الطبيعية، وذلك لكونها متماثلة، ويقع محور تماثلها تحت قمة المنحنى.

6 ـ المعامل العزمي للتفرطح يساوي 3 لجميع المنحنيات الطبيعية متوسطة التفرطح.

- **التوزيع الطبيعي المعياري The Standard Normal Distribution**

حين يكون متوسط التوزيع الطبيعي يساوي صفراً، والتباين يساوي واحداً، فإنه يسمى التوزيع الطبيعي المعياري، وعادة يرمز لدالة كثافة احتمال التوزيع الطبيعي المعياري

بالرمز ϕ ولدالة التوزيع التراكمي بالرمز Φ. وعليه إذا كان X متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً فإن:

$$\phi(x) = f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2} \qquad , -\infty < X < \infty$$

$$\Phi(x) = F_X(X) = \int_{-\infty}^{x} \phi(u)du \qquad , -\infty < X < \infty$$

إن دالة التوزيع التراكمي $\Phi(x)$ لايمكن وضعها في صيغة سهلة، ومن ثمَّ فإن احتمالات التوزيع الطبيعي المعياري أو أي توزيع طبيعي آخر يتم حسابها باستخدام القيم الجدولية للدالة $\Phi(x)$ كتلك الموجودة في آخر هذا الكتاب مع ملاحظة أنه لايمكن استخدام هذه الجداول مباشرة إلا بعد تحويل قيمة التوزيع المراد استخدام الجداول له إلى قيم معيارية باستخدام المعادلة الآتية:

$$Z = \frac{|x - \bar{x}|}{S}$$

ولتقدير أي قيمة للمتغير (x) طبقاً لهذا الجدول تقرأ (z) المطلوبة من الجدول مباشرة، وتكون هي قيمة التكرار النسبي أو احتمال أن تقع القيمة بين المتوسط الحسابي وقيمة (Z).

إن الهدف من الاستعراض السابق هو معرفة نسبة أو احتمال المفردات الواقعة في مجال محدد أو خارجه تحت المنحني الطبيعي من خلال التوزيع الطبيعي المعياري بطريقة رياضية تعتمد على تحويل الانحرافات المعيارية إلى درجات معيارية (Z) ونحن عادة نكتفي بالقيم الشهيرة.

Z	1	1.96	2	3
المساحة المقابلة لنصف المنحني الموجب	0.34135	0.47500	0.47725	0.49865

تمرين : قامت إدارة إحدى الكليات في الجامعة بقياس الطلاب المقبولين في السنة الأولى وعددهم (2500) طالب، فوجد أن الوسط الحسابي (μ=170) سم والانحراف المعياري (σ=8)، وبفرض أن أطوال الطلاب يتبع التوزيع الطبيعي. **المطلوب:**

1 ــ ما عدد الطلاب الذين يراوح طولهم بين (162، 178) سم؟

2 ــ ما عدد الطلاب الذين يراوح طولهم بين (146، 154) سم؟

3 ــ ما عدد الطلاب الذين طولهم أكبر من (186) سم؟

الحل:

إن المساحة تحت المنحني الطبيعي تمثل عدد الطلاب جميعاً، والوسط الحسابي يقسم هذا المنحنى إلى قسمين متساويين (50%) أقل من (170)سم و (50%) أكبر من (170)سم والانحراف المعياري (8)سم.

1 ــ عدد الطلاب الذين يراوح طولهم بين (162 وَ 178) سم أي $P(162 \le X \le 178)$

$$Z_{(1)} = \frac{|162-170|}{8} = 1$$

$$Z_{(2)} = \frac{|178-170|}{8} = 1$$

من جدول (Z) للمساحات للقيم الشهيرة نجد أن (1) تقابل مساحة (0.34135)

ــ الاحتمال المطلوب :

$$0.34135 + 0.34135 = 0.6827$$

ــ النسبة المئوية :

$$0.6827*100=68.27\%$$

ــ عدد الطلاب :

$$0.6827*2500=1706.75= 1707$$ طالباً

2 ـــ عدد الطـــلاب الـــذين يـــراوح طـــولهم مـــا بـــين (146 وَ 154) ســـم أي : $P(146 \le X \le 154)$.

$$Z_{(1)} = \frac{|146-170|}{8} = 3$$

$$Z_{(2)} = \frac{|154-170|}{8} = 2$$

من جداول (Z) للمساحات للقيم الشهيرة نجد أن (3) تقابل (0.49865) و (2) تقابـــل (0.47725) .

ـــ الاحتمال المطلوب: Z=0.49865-0.47725=0.0214

ـــ النسبة المئوية : 0.0214 * 100 = 2.14 %

ـــ عدد الطلاب : 0.0214 * 2500 = 53.5= 54

3 ـــ عدد الطلاب الذين أطوالهم أكبر من (186) سم أي $P(X \ge 186)$

$$Z_{(1)} = \frac{|186-170|}{8} = 2$$

من جداول (Z) للمساحات للقيم الشهيرة نجد أن (2) تقابل (0.47725) ونحن نعلم أن مساحة نصف المنحني تعادل (0.5) لذلك نجد أن :

ـــ الاحتمال المطلوب: 0.5 - 0.47725 = 0.0227

ـــ النسبة المئوية : 0.0227 * 100 = 2.27%

ـــ عدد الطلاب: 0.0227 * 2500 = 56.75 = 57

تمارين غير محلولة

1 ــ أخذت عينة عشوائية مكونة من (200) مودع من المودعين لدى أحد المصارف الخاصة في مدينة دمشق، فكانت الودائع موزعة في الجدول التكراري المرفق (القيم بالمليون) بتاريخ 2004/12/31 :

فئات الودائع	10-0	20-10	40-20	50-40	80-50	المجموع
عدد المودعين	7	42	75	60	16	200

المطلوب :

1 ــ حساب الوسط الحسابي والانحراف المعياري ومعامل الاختلاف لودائع هؤلاء المودعين.

2 ــ حساب المنوال للودائع بطريقة الفروق، ثم استخدم النتائج في حساب معامل الالتواء للودائع .

2 ــ أخذت عينة عشوائية مكونة من (200) ناخب في إحدى الدوائر الانتخابية في مدينة دمشق، فكانت فئات الأعمار موزعة وفق الجدول التكراري المرفق :

الأعمار بالسنة	25-15	35-25	45-35	55-45	65-55	المجموع
عدد الناخبين	12	14	100	48	26	200

والمطلوب :

1 ــ حساب منوال العمر.

2 ــ باستخدام المنوال أحسب معامل الالتواء للتوزيع السابق.

3 ــ فيما يأتي توزيع تكراري لعينة عشوائية مكونة من (100) عامل موزعين حسب فئات الأجور بالدولار .

فئات الأجور	أقل من 10	20-10	30-20	40-30	50-40	60-50	60 فأكثر	المجموع
عدد العمال	3	5	10	25	30	20	7	100

والمطلوب:

1 ــ احسب مقياسين من مقاييس النزعة المركزية لبيانات الجدول السابق.

2 ــ إذا افترضنا أن الفئة الأخيرة كانت 60 وأقل من 70، فأوجد الانحراف المعياري للتوزيع وكذلك معامل الاختلاف.

3 ــ حدد طبيعة التوزيع لبيانات الجدول بعد إضافة الفئة الأخيرة.

4 ــ أخذت عينة عشوائية مكونة من (50) عضوَ هيئةٍ تدريسيةٍ في إحدى الجامعات بإحدى الدول فكانت فئات الأعمار موزعة في الجدول التكراري:

فئات الأعمار	25-35	35-40	40-50	50-55	55-65
عدد الأعضاء	5	10	25	8	2

والمطلوب:

1 ــ احسب متوسط ومنوال أعمار هؤلاء الأعضاء.

2 ــ احسب عدد الأعضاء الذين أعمارهم أقل من (50) سنة.

3 ــ احسب عدد الأعضاء الذين أعمارهم تزيد على (40) سنة.

4 ــ نسبة الأعضاء الذين أعمارهم ما بين (55 و 65).

5 ــ أخذت عينة عشوائية من (30) مدخناً من الطلاب المدخنين في إحدى الكليات، فكانت البيانات موزعة في الجدول التكراري:

الفئات	0-8	8-10	10-12	12-16	16-20
عدد المدخنين	4	7	10	6	3

المطلوب:

1 ــ احسب الوسط الحسابي لبيانات الجدول السابق.

2 ــ احسب معامل الاختلاف.

3 ــ ما أفضل مقياس للنزعة المركزية لبيانات الجدول السابق؟ ولماذا؟

6 ــ أخذت عينة عشوائية مكونة من (50) شخصاً مقبوضاً عليه بتهمة التزوير (من واقع سجلات البحث الجنائي) في إحدى المدن، فكانت فئات الأعمار موزعة

في الجدول التكراري:

فئات الأعمار	أقل من 25	25-35	35-40	40-50	50-60	60-65
عدد الأشخاص	2	8	28	7	4	1

المطلوب:

1 ــ ما أفضل مقياس للتشتت لبيانات الجدول السابق، وما مقياس النزعة المركزية المقابل له؟

2 ــ احسب الانحراف الربيعي النسبي لبيانات الجدول السابق بإجراء الحسابات اللازمة.

3 ــ حدد طبيعة التوزيع لبيانات الجدول السابق.

7 ــ أخذت عينة عشوائية مكونة من (35) أسرة بإحدى المدن فكانت بيانات الإنفاق الشهري، كما هو موضح بالجدول التكراري (بألوف الليرات).

فئات الإنفاق	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18
عدد الأسر	2	3	8	10	6	4	2

المطلوب:

1 ــ احسب الإنفاق الأكثر شيوعاً.

2 ــ حدد طبيعة التوزيع لبيانات الجدول السابق بإجراء كل الحسابات اللازمة.

3 ــ حدد المنوال بيانياً.

8 ــ بفرض أن معامل الذكاء (العلاقة بين السن الفكري والسن الحقيقي) للمسجلين في إحدى الكليات تخضع للتوزيع الطبيعي قدره (0.9) وانحراف معياري قدره (0.4). إذا كان عدد الطلاب في هذه الكلية (1000) طالب. **المطلوب:**

احسب عدد الطلاب الذين لهم معدل الذكاء أقل من (1.3)

9 ــ اختيرت عينة عشوائية من (100) مقال، فكان (0.10) من المقالات المكتوبة في الصحف اليومية بها أخطاء لغوية بانحراف معياري قدره (0.02) وأن الأخطاء تضخع للتوزيع الطبيعي **المطلوب:**

1 ــ احسب عدد المقالات المكتوبة في الصحف اليومية التي بها أخطاء أقل من (12%) .

2 ــ احسب عدد المقالات التي بها أخطاء أكثر من (16%)

3 ــ احسب عدد المقالات التي بها أخطاء ما بين (12% و 16%).

10 ــ إذا علمت أن فترة صلاحية دواء معين تخضع للتوزيع الطبيعي بمتوسط قدره (4) سنوات وانحراف معياري (0.7) وأن مدة صلاحية هذا الدواء تنتهي في (3.3) سنة. **المطلوب:** ما احتمال أن يظل هذا الدواء صالحاً؟

11 ــ بفرض أن لنوع معين من المصابيح الكهربائية عمراً يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط (750) ساعة وانحراف معياري قدره (60) ساعة، مع العلم أن مدة تشغيل هذه المصابيح (870) ساعة. **المطلوب:** ما احتمال احتراق مصباح من هذه المصابيح بين (690، 870) ساعة من تشغيلها.

12 ــ إذا علمت أن الإنفاق الشهري لأفراد مجتمع مكون من (25000) فرد يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره (17000) ليرة وانحراف معياري (8000) ليرة، **فالمطلوب:**

ــ ما عدد الأفراد الذي يراوح إنفاقهم ما بين (16200) وَ (17800) ليرة؟

الفصل الخامس

النسب والمعدلات

Percentage And Ratio

مقدمة

تستخدم النسب بكثرة في الحياة اليومية، فالمصارف تستخدمها لحساب الفوائد على المدخرات والقروض، كما أن الضرائب تحسب بطريقة النسب المئوية من الدخل والأسعار، وكثيراً ما يكتب العلماء نتائج ملاحظاتهم وتجاربهم على شكل نسب مئوية، وفي الصناعة كثيراً ما تستخدم النسب المئوية ففي صناعة المنسوجات تكتب النسب المئوية على بطاقة المادة لأنواع الخيوط المستخدمة، ومنذ مئات السنين وإلى يومنا هذا عالم التجارة يستخدم لفظ "في المائة %" ، وقد يكون هذا التقليد قد جاء من نظام ضرائب الرومان التي كانت تحدد بـــ 1/20 أو 1/25 أو 1/100، وتهدف النسب إلى المقارنة بين مجموعتين مختلفتين في الحجم، وبداية علينا أن نميز بين المفاهيم: التناسب – النسبة المئوية – النسب والمعدلات وهي ذات فائدة كبيرة، لأنها تتيح لنا مقارنة المجموعات ذات الأحجام المختلفة عن طريق توحيد وحدات القياس لهذه الأحجام.

أولاً– التناسب – الكسور Proportions

مثال (1): في إحصاء لعدد من المشروعات بحسب عدد العمال لديها حصلنا على البيانات:

– المجموع الكلي للمشروعات 2500.

– عدد المشروعات التي تشغل أقل من 5 عمال 1500.

– عدد المشروعات التي تشغل 5 عمال فأكثر 1000.

فالتناسب ما بين عدد المشروعات التي تشغل أقل من 5 عمال إلى العدد الكلي هو 1500:2500 أو 15/25 وإن هذه القسمة البسيطة تسهل عملية المقارنة بين المجموعتين، وتعطي فكرة عن التناسب ما بين المشروعات التي تستخدم أقل من 5 عمال إلى إجمالي عدد المشروعات الكلي، والتناسب عبارة عن كسر تراوح قيمته ما بين (0–1)

النسب المئوية Percentage

لا يختلف مفهوم النسبة عن التناسب إلا بمضاعفة التناسب السابق ذكره مئة

مرة، أي بضرب التناسب بمئة ونضع الإشارة (%)، وهي تستخدم أجزاء المئة في الحساب، فكثيراً ما نرى أعداداً مثل 2% أو 30%، فالنسبة 2% تعني نقطتين من مئة نقطة أو جُزأينِ من مئة جزء و 30% تعني ثلاثين نقطة من مئة نقطة والنسب المئوية هي في حقيقة الأمر كسور اعتيادية، فالنسبة 2% تكتب على شكل كسر 2/100، وهو كسر عشري، ويكتب على النحو 0.02، وبالنسبة إلى مثالنا السابق فإن النسبة المئوية للمشروعات التي تستخدم أقل من 5 عمال:

$$1500/2500\times100 = \%60$$

النسبة المئوية للمشروعات التي تستخدم 5 عمال فأكثر:

$$1000/1500 \times100 = \%40$$

وفي حقيقة الأمر فإن استخدام النسب المئوية هو أكبر بكثير من استخدام التناسب، ولكن كلاهما يعتبر مألوفاً ومستخدماً بما فيه الكفاية.

تمرين: في مقارنة بين عدد المشرعات التي تستخدم أقل من 5 عمال في محافظة مدينة دمشق وبقية المحافظات حصلنا على النتائج الملخصة في الجدول أدناه:

جدول (1):

	محافظة مدينة دمشق وريفها		بقية محافظات القطر	
	عدد	نسبة مئوية	عدد	نسبة مئوية
مشرعات تستخدم أقل من 5 عمال	700	43.75	800	77.77
مشروعات تستخدم 5 عمال فأكثر	900	56.25	100	11.12
المجموع	1600		900	

والمطلوب: قارن بين نسبة المشروعات التي تستخدم أكثر من 5 عمال في كل من محافظة مدينة دمشق وريفها وبقية المحافظات.

*** تحويل النسبة المئوية إلى كسور أو تناسب:**

مثال (2): حول النسبة 25% إلى تناسب أو كسر.

نسقط الرمز % ثم ندخل مقاماً مقدار 100

$1/4 = 25/100 = 25\%$

$3/8 = 37.5/100 = 37.5\%$

ولتحويل نسبة مئوية إلى كسر عشري

$25\% = 0.25$

$37.5\% = 0.375$

ولتحويل كسر إلى نسبة مئوية نكتب

$5/8 = (5 \div 8) \times 100 = 60\%$

مثال (3):

احسب 4% من العدد 50، أي إيجاد 4 أجزاء أو نقاط من المئة للعدد 50.

نبدأ بتحويل النسبة 4% إلى كسر عشري أو اعتيادي

$4\% = 0.04$ ، $4\% = 4/100$

$50 \times 4/100 = 200/100 = 2$

$50 \times 0.04 = 2$

النسب والمعدلات RATIOS AND RATES

إن مفهوم المعدلات هو مرتبط إلى حد بعيد بمفهوم النسب، وفي الحقيقة فإن مفهوم النسب أشمل من مفهوم المعدل، وإن كل معدل يقال له نسبة، ولكن العكس غير صحيح.

فالنسبة هي المقارنة بين مقدارين من النوع نفسه، إن نسبة درجة أحمد إلى درجة عماد في الرياضيات هي: 90/75 ، حيث 90 درجة أحمد في الرياضيات، وإن نسبة الذكور إلى الإناث في الجامعة 2/1

وإن المصطلح الأساسي في هذه العملية هي كلمة (إلى) (TO) أي درجة أحمد بالنسبة إلى درجة عماد (وإن ظهور رقم أقل من 1 في النسب يعد أمراً غير طبيعي)، ومن السهولة الخلط خطأ ما بين التناسب PROPORTIONS، وما بين النسبة RATIO أو العكس، ولتوضيح ذلك وبالعودة للمثال السابق:

فإن تناسب عدد المشروعات التي تستخدم أقل من 5 عمال:

هو 1500/2500 ، أي 15/25

وتناسب عدد المشروعات التي تستخدم 5 عمال فأكثر هو:

1000/2500

10/25

أو 1/2.5

أما النسبة RATIO فإن نسبة المشروعات التي تستخدم أقل من 5 عمال إلى نسبة المشروعات التي تستخدم أكثر من 5 عمال هي:

(15/25)/(10/25)

وإن هذه النسبة هي:

15/10

أو (1.5/1)

أما المعدل RATE فهو عبارة عن مقارنة بين شيئين مختلفين في وحدات القياس مثل معدل السرعة في وحدة الزمن أو المقارنة بين شيئين أرقامهما كبيرة وهي تمثل نسبة من الألف مثل

معدل الولادات = عدد المواليد خلال سنة/ متوسط عدد السكان × 1000

وبما أن الكثير من المقاييس التي نستخدمها تتعلق بظروف متغيرة،فإن استخدام "معدل التغير" يكون هاماً في كثير من الأحيان، وذلك للوقوف على التغيرات الحاصلة فمعدل التغير هو شكل من أشكال النسب، ويمكن حسابه بإيجاد الفرق ما بين قيمة المتغير عند بداية فترة ما وقيمته عند نهاية هذه الفترة، ثم نقوم بقسمة قيمة الفرق على قيمة المتغير في بداية الفترة.

مثال (4):

إذا علمت أن عدد المشروعات الصغيرة في نهاية عام 2000م – 10000 مشروع، وصار عددها في نهاية 2010 (30000) مشروع، فإن معدل التغير يحسب وفق ما يأتي:

30000 −10000)/10000 =20000/10000 =2=%200)، إن عدد هذه المشروعات قد تضاعف خلاف الفترة 2010 – 2000 مع ملاحظة أن "معدل التغير يمكن أن يظهر بقيمة سالبة" إذا اتضح أن عدد المشروعات قد تناقص بدلاً من الزيادة.

ويفضل بعضهم عملية مقارنة مختلفة، إذ يقول: إن عدد المشروعات عام 2010 يساوي ثلاثة أضعاف ما كانت عليه عام 2000، فإذا أسقطنا الـ 100% التي كانت في عام 2000 ، فإن معدل التغير هو 200% وليس 300% ، لذلك يجب أن نكون حريصين، إذ إنَّ عملية حسابية كهذه تقودنا إلى نتائج مضللة.

تمرين:

إن معدل التغير لمرتب موظف ازداد راتبه من 15000 في بداية فترة التعيين إلى 25000 في نهاية فترة التعيين هو:

(25000−15000) /15000 = 10/15 =66%

تمارين محلولة

1- إذا كان 80 = 100% ، فالمطلوب: احسب النسبة 99% .

الحل:

$(99/100) \times 80 = 79.2$

احسب النسبة 200%

$(200/100) \times 80 = 160$

2- إذا كانت نسبة 15% من الإنتاج لإحدى الورشات معيبة، فاحسب عدد القطع المعيبة إذا علمت أن الورشة تنتج يومياً 200 قطعة

الحل:

$15/100 = 15\%$

$(15/100) \times 200 = 30$ قطعة

3- إذا كان عدد القطع المعيبة لإنتاج ورشة مماثلة للورشة في السؤال (2) هو 10 قطع فما نسبة الإنتاج المعيب في هذه الورشة.

الحل

يمكن التعبير عن عدد القطع المعيبة على شكل كسر

$10/200 = 0.05$

على شكل نسبة مئوية $(10/200)100 = 5\%$

4- خفض أحد المنتجين الصناعيين السعر على منتجه بنسبة 25% في نهاية الموسم فإذا علمت أن السعر في بداية الموسم للقطعة 120$ ، فما السعر الجديد بعد التخفيض؟

الحل:

$(25/100) \times \$120 = \$30$

إذا 25% من السعر في بداية الموسم هو 30$

وهو عبارة عن مبلغ التخفيض

السعر الجديد $\$120 - \$30 = \$90$

5- ارتفع سعر زوج الجوارب من 5 $ إلى 6$، فما معدل التغير في السعر؟

الحل

هناك كما ذكرنا أسلوبان لعملية المقارنة

(أ)

- إن مقدار الزيادة في السعر هو $1
- نقسم مقدار الزيادة على السعر القديم 0.2= 1/5
- نحول الكسر 0.2 إلى نسبة مئوية

$0.2 \times 100 = \%20$

مقدار الزيادة

(ب)

- نقسم السعر الجديد على السعر القديم 1.2 = 6/5
- تحويل الناتج في الخطوة السابقة إلى نسبة مئوية

$1.2 \times 100 = \%120$

أي إن السعر الجديد ($6) هو 120% من السعر القديم ($5)

- نطرح 100% من النسب السابقة فنحصل على مقدار الزيادة

$\%120 - \%100 = \%20$

وبشكل عام نستخدم العلاقة الآتيةعند حساب معدل التغير

$$\frac{|\text{القيمة الجديدة} - \text{القيمة القديمة}|}{\text{القيمة القديمة}} \times 100$$

الفصل السادس

مقاييس التحليل الإحصائي لظاهرتين
(الانحدار الخطي و الارتباط)
(Linear Correlation and Regression)

- ماهية الانحدار والارتباط.
- أنواع العلاقات الارتباطية.
- تحليل الارتباط.
- الانحدار الخطي البسيط.
- خواص معادلة الانحدار واستعمالاتها.
- الخطأ المعياري للتقدير.
- دراسة التباينات وعلاقة معاملي الارتباط والانحدار فيها.
- معامل ارتباط الرتب (سيبرمان) .
- معاملا الاقتران والتوافق.
- تمارين غير محلولة.

تعرضنا فيما سبق إلى عملية جمع وعرض وتحليل البيانات المتعلقة فقط بسلوك ظاهرة واحدة أو متغير واحد كأجور العمال،... التي تم قياسها بأحد مقاييس النزعة المركزية أو مقاييس التشتت، أما في الحال الذي تكون فيه البيانات العددية متعلقة بسلوك ظاهرتين أو متغيرين معاً، كدخول الأفراد ونفقاتهم، أو دخول الأفراد وادخارتهم، أو الغلة الزراعية وكمية السماد المستخدمة، أو سعر سلعة ما والكمية المطلوبة منها، أو درجة الحرارة والضغط الجوي، أو تكاليف الدعاية وحجم المبيعات من سلعة ما، ضغط الدم وعمر الشخص، ... وغيرها، كان لا بد من معرفة العلاقة بينهما، وتحديد مقدار هذه العلاقة ونوعها في حال وجودها، ومثل هذه الدراسة يطلق عليها " بتحليل الارتباط "، لذا وعند دراسة البيانات المتعلقة بسلوك ظاهرتين معاً، وجب علينا أن نجيب عن هذين السؤالين الآتيين:

1. هل هناك علاقة بين الظاهرتين؟
2. وإذا كان هناك من علاقة بين الظاهرتين المدروستين، فكيف يُعبر عنها بمعادلة رياضية ؟

إذن، تنشأ مسألة الارتباط من خلال معرفة إذا كان هناك علاقة بين القيم التي يأخذها أحد المتغيرات والقيم التي يأخذها متغير آخر(كالاستهلاك والدخل)، أو بين القيم التي تأخذها عدة متغيرات والقيم التي يأخذها متغير آخر(كالاستهلاك وكل من الدخل والذوق والسعر و...)، ولا تقتصر مهمة الباحث على معرفة العلاقة بين المتغيرات، وإنما تحديد مقدارها وماهيتها، أي: $Y = f(x)$ ، حيث يرمز لـ Y بالمتغير التابع ولـ x بالمتغير المستقل.

وبناءً عليه، يعرّف " الارتباط ": بأنه علاقة بين متغيرين أو أكثر، يمثل كل متغير ظاهرة معينة، فإن تغيرت إحداها باتجاه معين، تغيرت الثانية بنفس الاتجاه أو بالعكس، فإذا حدث التغير للظاهرتين في نفس الاتجاه، قلنا عن ذلك: إنَّ العلاقة الارتباطية بين المتغيرين المدروسين طردية (موجبة)، بمعنى أي تزايد أو تناقص في قيم المتغير الأول قابله تزايد أو تناقص في قيم المتغير الآخر،ونقول عن العلاقة الارتباطية بين

المتغيرين المدروسين عكسية (سالبة)، عندما يكون هناك تزايد أو تناقص في قيم المتغير الأول ورافقه تناقص أو تزيد في قيم المتغير الآخر.

وتجدر الإشارة إلى أن وجود ارتباط بين سلوك ظاهرتين أو متغيرين أو أكثر بالرغم من الدلالة على وجود نوع من الاقتران، إلاَّ أنّهِ لا يعني بالضرورة أن قيم أحد المتغيرين تتبدل بنفس الاتجاه أو النسبة التي تتبدل معها قيم المتغير الآخر، وإضافة لذلك، فإن وجود ارتباط بين ظاهرتين لا يعني بالضرورة وجود علاقة سببية بينهما، أي إن إحدى الظاهرتين هي نتيجة للظاهرة الأخرى، وإن التغير في إحدى الظاهرتين لا ينشئ إلاَّ بسببه، كما هو الحال بين الارتباط بين سعر السلعة ما والكمية المطلوبة منها في السوق، كما أن وجود الارتباط بين ظاهرتين قد يكون نتيجة عوامل خارجة عن نطاق التغير موضوع الدراسة،مثل: مستوى التعليم والوضع الاقتصادي.

تقاس قوة الارتباط بين متغيرين " بمعامل الارتباط Coefficient Correlation "، الذي يقيس شدة وقوة العلاقة الارتباطية بين الظاهرتين المدروستين، غير أنه وفي بعض الحالات يترافق سلوك الظاهرتين، ويدل معامل الارتباط يدل على وجود علاقة ارتباطية قوية بينهما، إلاَّ إن إمعان النظر في طبيعة هذه المتغيرات تدل على أن الارتباط بينهما ليس له أي مدلول، وهذا ما يسمى " بالارتباط الزائف"، مثل: ازدياد عدد المصابين بالأمراض العصبية في بلد ما وعدد الطلاب المسجلين في إحدى جامعات ذلك البلد لفترة زمنية ما، أو العلاقة بين ما يكسبه رجال الدين في بلد ما وأسعار النبيذ في بلد آخر، فالارتباط يجب أن يكون منطقياً من حيث الطبيعة أو الظروف المحيطة بها.

تتطلب دراسة العلاقة الارتباطية بين ظاهرتين أو متغيرين توافر بعض الشروط، نذكر منها:

- أن تكون العلاقة بين الظاهرتين المدروستين جدلية واضحة " منطقية "؛
- أن تكون إحداهما مسببة والأخرى ناتجة عنها؛
- أن تكونا قابلتين للقياس بوحدة قياس معينة لكل منهما (مستقلة أو مشتركة)؛
- أن تكون القياسات المأخوذة متقابلة من حيث الزمان أو المكان أو كلاهما معاً.

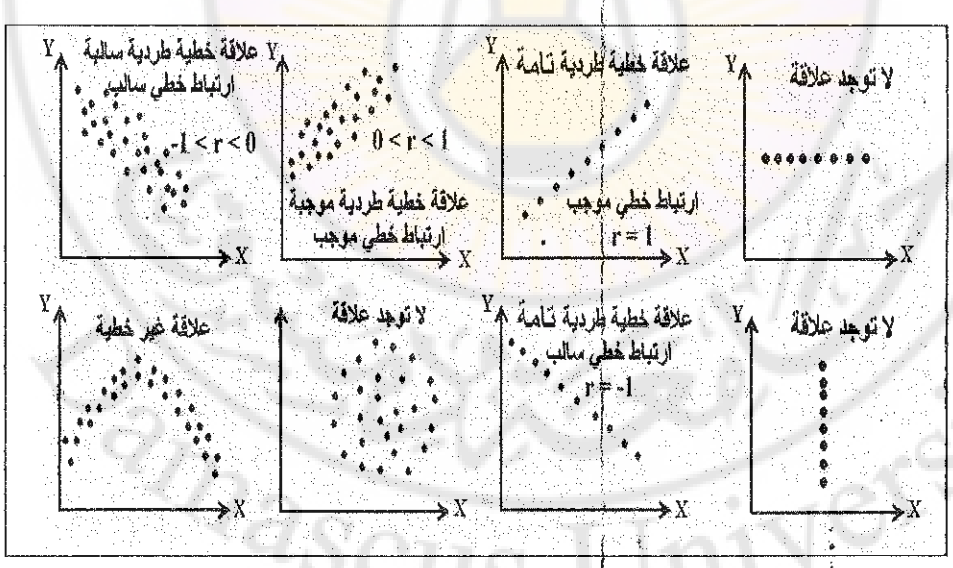
6-1- أنواع العلاقات الارتباطية:

نميز عدة أنواع للعلاقات الارتباطية عند دراسة البيانات العددية لظاهرتين معاً، منها الآتي:

- علاقات تابعية، مثل: (مساحة المربع = طول الضلع × طول الضلع)، والتي يمكن تحديدها بدقة بواسطة معادلة رياضية، بمعنى أنه ولأجل كل قيمة لـ x هناك قيمة لـ y ؛
- علاقات ارتباطية، مثل: (مساحة الدائرة = $2\pi R$، حيث تمثل : R نصف قطر الدائرة)، التي يمكن تحديدها بشكل تقريبي.
- علاقات منحنية(غير خطية)، تكون العلاقة بين الظاهرتين المدروستين منحنية، إذا كان التغير $\frac{\Delta Y}{\Delta X} \succ 0$، ومستقيمة (خطية)، حين يكون التغير $\frac{\Delta Y}{\Delta X} = 0$.
- علاقات طردية وأخرى عكسية (سبق أن أشرنا إليها).

هذا ويمكننا توضيح أنواع العلاقات الارتباطية من خلال الشكل رقم (1)، الآتي:

الشكل رقم (1): يبين أنواع العلاقات الارتباطية



6-2 – تحليل الارتباط

سنتطرق هنا، إلى الخطوات المتبعة في فهم آلية دراسة العلاقة الارتباطية بين ظاهرتين، وهي:

- رسم شكل الانتشار و تحديد طبيعة المتغيرات.
- حساب مقاييس الارتباط وأنواعه.
- تحديد المعادلة الرياضية الممثلة للعلاقة الارتباطية، وحساب ثوابتها والتأكد من جودتها في التنبؤ والتقدير.

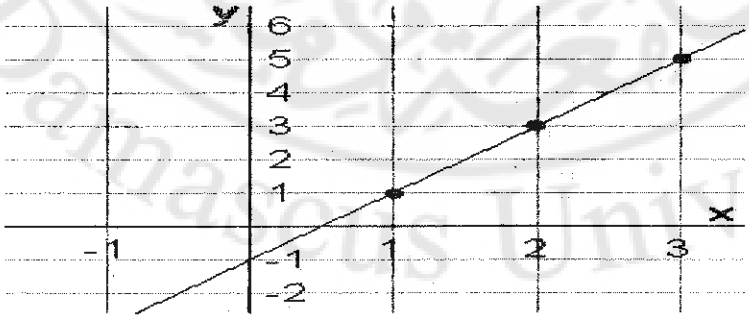
6-2-1- رسم شكل الانتشار و تحديد طبيعة المتغيرات

إن أولى خطوات تحليل الارتباط بين سلوك ظاهرتين أو متغيرين هي رسم شكل الانتشار (**Scatter Diagram**) بينهما، فإذا كان لدينا ظاهرتان (x) و (y) ويأخذان قيم متناظرة، وجب علينا تمثيلها على الجملة الإحداثية لمعرفة نوع العلاقة الارتباطية والمعادلة الرياضية التي تصفها، إذ نمثل قيم المتغير المستقل (x) على المحور الأفقي ونمثل قيم المتغير التابع (y) على المحور العمودي، وذلك لأن: $Y = f(x)$.

مثال (1):

x	1	2	3
y	1	3	5

وبرسم أزواج القيم المتقابلة لكلا المتغيرين (x) و (y) على الجملة الإحداثية، نحصل على الشكل الآتي:



لكن وقبل عملية رسم شكل الانتشار يجب علينا تحديد المتغيرات، بمعنى أيهما المتغير التابع والمتغير المستقل؟

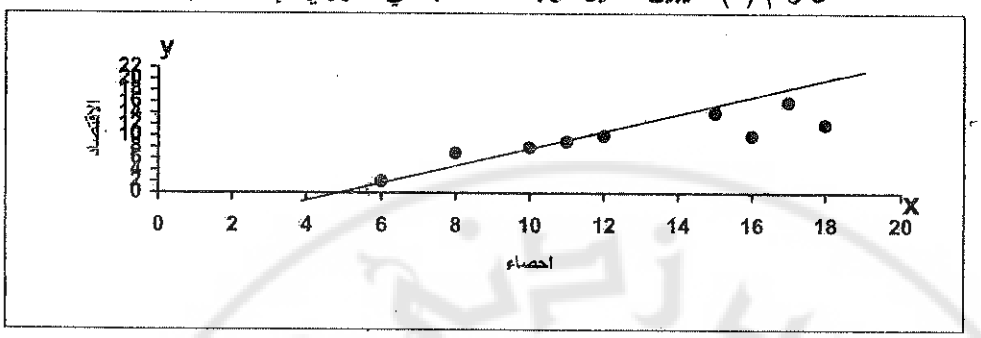
نميّز لدى تحديد المتغيرات الطرائق الآتية:

- الأساس في التحديد هو: " المحاكمة العقلانية (المنطقية)" ، مثل: العلاقة بين الدخل والاستهلاك، فالدخل هو المتغير المستقل (x) (وهو متغير تكون تغيراته غير مرتبطة بتغيرات المتغير الآخر) والاستهلاك هو المتغير التابع (y)(هو متغير تكون تغيراته مرتبطة بتغيرات المتغير المستقل) ، أو العلاقة بين معدل الاستثمار (x) ومعدل النمو الاقتصادي (y) ؛
- الأسبقية الزمنية في الحدوث عند تعذر معرفة كل من المتغيرين، فالمتغير الذي يسبق حدوثه زمنياً هو المتغير المستقل والآخر هو التابع، وخير مثال على ذلك، العلاقة بين الإنفاق الإنتاجي والدخل، فالإنفاق الإنتاجي هو المتغير الذي يحدث أولاً، فهو إذن المتغير المستقل (x) والدخل هو المتغير التابع (y)، لأنه يحدث ثانياً، وتبقى طريقة الأسبقية الزمنية هي الطريقة الأكثر استخداماً وشيوعاً في التطبيقات؛
- لكن في حال حدوث المتغيرات المدروسة بآن معاً، فعلى الباحث الخيار باعتبار أحدهما متغيراً مستقلاً والآخر تابعاً، وفي هذه الحالة وجب علينا دراسة انحدار $Y/X = f(x)$ أو انحدار $X/Y = f(y)$.

مثال (2): لو رسمنا البيانات المأخوذة عن درجات الطلاب في مقرري الإحصاء والاقتصاد خلال فصل دراسي ما ولإحدى سنوات الدراسة في كلية الاقتصاد:

درجات الإحصاء	18	17	16	15	13	12	11	10	8	6
درجات الاقتصاد	12	16	10	14	12	10	9	8	7	2

الشكل رقم (2): يبين تمثيل درجات الطلاب في مقرري الإحصاء والاقتصاد



ويلحظ من الشكل رقم (2)، بأن العلاقة خطية وطردية بين المتغيرين المدروسين، لأن خط المستقيم يمر من أغلب نقاط الانتشار.

وبشكل عام ، يلحظ من شكل الانتشار، كما هو موضح في الشكل رقم (3)، الحالات الآتية:

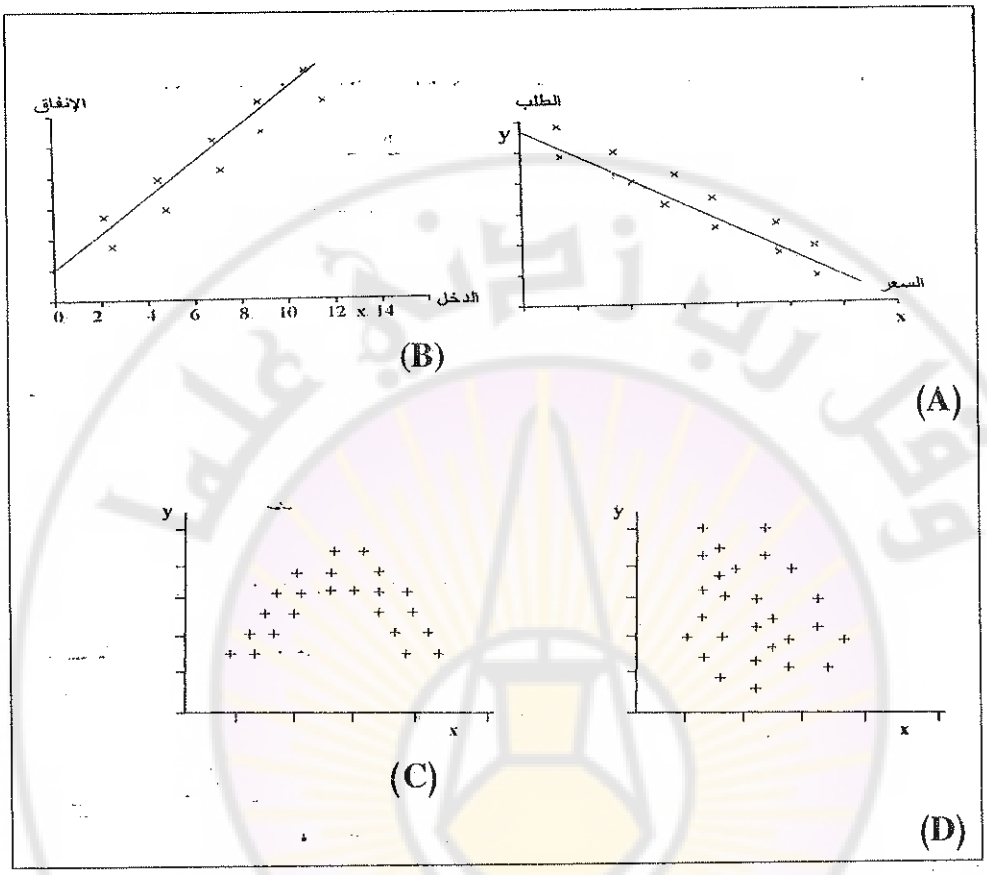
1- انتشار مبعثر (الارتباط معدوم)، أي معامل الارتباط يساوي الصفر بين المتغيرين لعدم وجود علاقة بينهم، فمعرفة قيمة أحدهم لا يعني معرفة قيمة الآخر، مثل العلاقة بين طول الفرد والدرجة التي ينالها في الامتحان، الشكل رقم (C – 3).

2- انتشار بشكل حزم ذات اتجاه ثابت من اليسار الأسفل إلى اليمين الأعلى (ارتباط طردي مستقيم)، كالعلاقة بين الدخل والاستهلاك، الشكل رقم (A – 3).

3- انتشار بشكل حزم ذات اتجاه ثابت من اليسار الأعلى إلى اليمين الأسفل(ارتباط عكسي مستقيم)، كالعلاقة بين الطلب والسعر، الشكل رقم (B – 3).

4- انتشار بشكل منحنى (ارتباط غير مستقيم)، كالعلاقة بين كمية الأمطار ودرجات الحرارة المسجلة، الشكل رقم (D – 3).

الشكل رقم (3): يبين حالات شكل الانتشار للعلاقة الارتباطية بين المتغيرين (y) و (x)



إذن وبشكل عام، يفيد شكل الانتشار في تحليل سلوك المتغيرين المدروسين، ويهدف إلى تحديد نوع وطبيعة العلاقة بين المتغيرين، وكذلك تحديد نوع المعادلة الرياضية الدالة على هذه العلاقة الارتباطية.

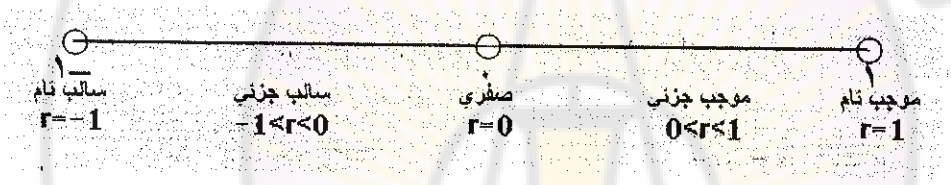
6-2-2- مقاييس الارتباط وأنواعه

من أهم مقاييس الارتباط، التي سنتناولها بالتفصيل فيما بعد، ما يأتي:

- **معادلة التقدير أو الانحدار:** وهي المعادلة التي تصف العلاقة بين المتغيرين موضوع الدراسة، وتهدف إلى تقدير القيم التي يأخذها المتغير التابع بدلالة المتغير المستقل.

- **الخطأ المعياري للتقدير:** وهو يبّين مقدار انحراف القيم الفعلية للمتغير التابع عن قيمها المقابلة لها والمحسوبة وفق معادلة التقدير، ويستخدم كمعيار لمقدار الثّقة، أي في تحديد المقدرة التمثيلية لمعادلة التقدير.

- **معامل الارتباط:** وهو يقيس شدة العلاقة الارتباطية أو درجة العلاقة بين المتغيرين من حيث القوة، إذ تراوح قيمته ما بين (−1 و +1) ويرمز له بـ (r)، وتدل الإشارة المسبوقة له على نوع العلاقة الارتباطية، أي إن الإشارة السالبة (−) تدل على أن العلاقة الارتباطية عكسية بين المتغيرين المدروسين، وعلى العكس تدل الإشارة الموجبة (+) على أنها علاقة طردية، وتكون درجة العلاقة قوية جداً، عندما تقترب من (± 1)، أي إنها علاقة تامة، في حين تضعف درجة العلاقة كلما اقتربت القيمة من الصفر، ونوضح قيمة معامل الارتباط بالشكل الآتي:



وتربيع هذا المعامل يعطي ما يسمى **بمعامل التحديد** (r^2) الذي على النسبة المئوية من تباين المتغير التابع التي يفسرها تباين المتغير المستقل، وقيمته $r^2 \in [0,+1]$ و لا يمكن أن تكون سالبة.

كما أن للارتباط أنواعاً، نذكر منها:

1− الارتباط الخطي البسيط (*): ويتحقق بتوافر الشرطين:

* العلاقة مقتصرة فقط على متغيرين أو ظاهرتين.
* أ ن يكون تمثيل (شكل الانتشار) العلاقة على شكل مستقيم.

2− الارتباط غير الخطي: ويتحقق بتوافر:

* العلاقة مقتصرة على متغيرين أو ظاهرتين فقط.
* أ ن تكون العلاقة غير ممثلة بخط مستقيم، أي تحتوي على التواء أو أكثر.

3- الارتباط المتعدد: ويتحقق عند دراسة الارتباط بين ظاهرة وظاهرتين أو أكثر بآن معاً، أي:

$$Y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$$

4- الارتباط الجزئي: ويتحقق عند دراسة الارتباط بين ظاهرة وظاهرتين أو أكثر منفردتين، أي ارتباط بين ظاهرة وأخرى على افتراض أن الظاهر الأخرى ثابتة:

$$Y = f(x_1, x_2, ..., x_n) \rightarrow Y / x_1, (x_2, x_3, ..., x_n')$$

5- ارتباط الرتب ومعاملي الاقتران والتوافق(*): ونقوم بحساب هذه المعاملات لمعرفة نوعية وشدة العلاقة الارتباطية بين المتغيرات النوعية (الظواهر غير القابلة للقياس الكمي). (*) وسنقتصر في هذا الفصل على دراسة كل من الارتباط الخطي البسيط (الانحدار الخطي البسيط) وارتباط الرتب ومعاملي الاقتران والتوافق.

3-6- الانحدار الخطي البسيط Linear regression

يُعرّف مستقيم الانحدار، بأنه: " ذلك المستقيم الذي يصف العلاقة بين متغيرين مدروسين"، ويُعطى بالعلاقة:

$$\widehat{Y}_i = a + bX_i$$

حيث إن :

$\widehat{Y}_i$: القيمة المقدرة أو المحسوبة للمتغير التابع.

a : ثابت خط الانحدار، وهو يمثل قيمة المتغير التابع $\widehat{Y}_i$ حين يأخذ المتغير المستقل القيمة صفراً، أي: $(x_i = 0)$.

b : معامل الانحدار، وهو يدل على مقدار التغير في القيم المقدرة للمتغير التابع $\widehat{Y}_i$ حين يتغير المتغير المستقل x_i بمقدار وحدة واحدة، وإشارته تدل نوع العلاقة الارتباطية، إذا كانت تلك العلاقة طردية أم عكسية، أي أن إشارة معامل الارتباط من إشارته.

ويتمّ إيجاد ثوابت هذه المعادلة بإحدى الطرائق الآتية:

أولاً – طريقة الرسم الحر (طريقة الرسم البياني): وتعتمد هذه الطريقة على رسم شكل الانتشار للظواهر المدروسة، إذ نضع قيم المتغير المستقل x_i على المحور الأفقي وقيم المتغير التابع Y_i على المحور العمودي ، ثُم يتم رسم خط الانحدار $\hat{Y}_i = a + bX_i$ ، بحيث يمر من النقطتين :

a : هي نقطة تقاطع خط الانحدار مع المحور العمودي.

b : وهي ميل خط الانحدار (ظل الزاوية) مع المحور الأفقي x_i.

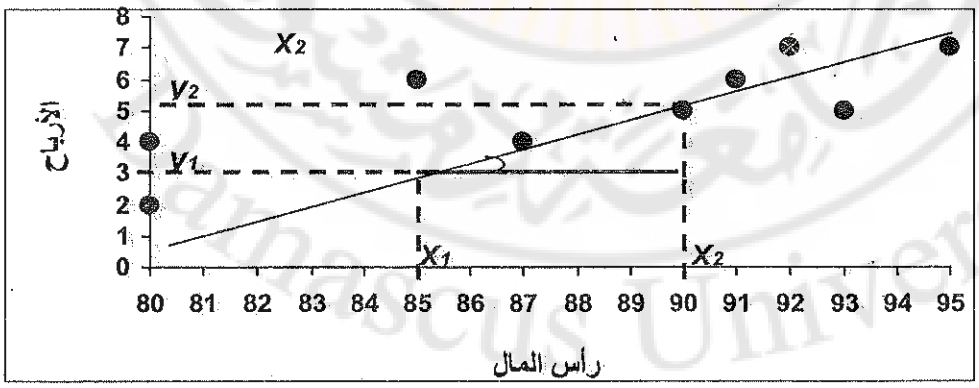
وبعدها يتم تحديد معادلة خط الانحدار من خلال حساب ظل الزاوية ، وذلك بأخذ نقطتين على خط الانحدار وإسقاطهما على المحور الأفقي x_i والمحور العمودي Y_i، كما هو موضح في التمرين:

مثال (3):

أخذت عينة عشوائية مكونة من (10) شركات لدراسة العلاقة بين رأس المال والأرباح، فأعطت نتائجها الآتي:

رقم الشركة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
رأس المال (بالملايين)	90	80	80	85	87	92	90	95	93	85
الأرباح (بالملايين)	5	2	4	6	4	7	6	7	5	5

نرسم أزواج القيم المتقابلة بين رأس المال والأرباح على الجملة الإحداثية، ونتبع ما ذكرناه أعلاه، فنجد:



$a = +1$ (نقطة التقاطع مع المحور Y_i) .

$$b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5.5 - 3}{90 - 85} = 0.5$$

المقابل أو ظل الزاوية = -------- المجاور

ومن ثَمَّ معادلة خط الانحدار :

$$\hat{Y}_i = 1 + 0.5X_i$$

ويؤخذ على هذه الطريقة، بأنها تقريبية وتختلف من شخص لآخر بسبب اختلاف أسلوب الرسم، إلاَّ أنها تعطي فكرة عن معادلة خط الانحدار .

ثانياً ــ الطريقة الرياضية : وهي أدق من طريقة الرسم البياني، لأنها تعتمد الأسلوب الرياضي في إيجاد ثوابت معادلة الانحدار، وهي تقوم على أحد الأسلوبين :

a- **أسلوب المربعات الصغرى:** وتقوم هذه الطريقة في إيجاد الثوابت (a) و (b) على مبدأ: " إن مجموع مربع انحرافات القيم المقدرة عن القيم الفعلية، هو أصغر ما يمكن"، أي:

$$\Sigma\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2 \rightarrow \min$$

وبما أن : $\hat{Y}_i = a + bX_i$ ، نكتب:

$$\Sigma(Y_i - a - bx_i)^2 \rightarrow \min$$

ولنأخذ الاشتقاق الجزئي الأول لها، بالنسبة لـــ (a) و (b) ، ولنعدم هذه المشتقات ، فنحصل على:

$$\frac{\partial \sum (Y_i - a - bx_i)^2}{\partial a} = -2\Sigma(Y_i - a - bx_i) = 0$$

$$\frac{\partial \sum (Y_i - a - bx_i)^2}{\partial b} = -2x_i\Sigma(Y_i - a - bx_i) = 0$$

بالتقسيم على (2−) وبالإصلاح، نجد:

$$\Sigma Y_i = na + b\sum x_i \qquad (1)$$

$$\Sigma Y_i x_i = a\sum x_i + b\sum x_i^2 \qquad (2)$$

وبحل هاتين المعادلتين الطبيعيتين بإحدى الطرائق المعروفة (الحذف بـالتعويض، أو الحذف بالجمع، أو بالمعنيات " كرامر")، نحصل على قيم الثوابـت (a) و (b) وعلـى معادلة خط الانحدار.

b) ـ الأسلوب المباشر: ويقوم هذا الأسلوب على حل المعـادلتين الـسابقتين، علـى تطبيق العلاقتين الآتيتين:

$$b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{n\sum x_i Y_i - \sum x_i * \sum Y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} = \frac{\sum x_i Y_i - n * \bar{x} * \bar{Y}}{\sum x_i^2 - n * \bar{x}^2}$$

$$a = \bar{Y} - b * \bar{x}$$

مثال (4):

أخذت عينة عشوائية مكونة من (7) أسر في إحدى المدن، لدراسة العلاقة بين الـدخل والإنفاق الشهري

(مقدرة بمئات الوحدات النقدية) لهذه الأسر على الغذاء، فأعطت بياناتها، كالآتي:

الدخل (x_i)	38	32	42	48	40	44	50
الإنفاق (Y_i)	24	21	27	30	27	33	36

والمطلوب : 1− حساب ثوابت معادلة الانحدار، وفسرها؟

2− رسم معادلة الانحدار الناتجة على الجملة الإحداثية؟

الحل:

1− نطبق أحد أسلوبي الطريقة الرياضية في إيجاد ثوابت معادلة الانحـدار، لأن كـلا

الأسلوبين سيؤدي إلى النتيجة نفسها، وعليه نتبع حل جملة المعادلتين الطبيعيتين، أي:

$$\Sigma Y_i = na + b\sum x_i \qquad (1)$$

$$\Sigma Y_i x_i = a\sum x_i + b\sum x_i^2 \qquad (2)$$

ننشئ الجدول المساعد للقيم اللازمة للحساب، كالآتي:

i	x_i	Y_i	$x_i * Y_i$	x_i^2	Y_i^2	$\hat{Y}_i = -4.47 + 0.78x_i$	$(Y_i - \hat{Y}_i)^2$	$(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$
1	38	24	912	1444	576	25.21	1.464	9.42
2	32	21	672	1024	441	20.59	0.1681	59.13
3	42	27	1134	1764	729	28.29	1.6641	0.001
4	48	30	1440	2304	900	32.91	8.4681	21.43
5	40	27	1080	1600	729	26.75	0.0625	2.34
6	44	33	1452	1936	1089	29.83	10.048	2.4
7	50	36	1800	2500	1296	34.45	2.4025	38.06
$\sum$	294	198	8490	12572	5760	203.03	24.278	132.781

وبالتعويض في المعادلتين السابقتين، نجد:

$$198 = 7a + 294b \qquad (1)$$

$$8490 = 294a + 12572b \qquad (2)$$

لنتبع طريقة الحذف بالجمع في حل المعادلتين، وذلك من خلال ضرب كامل حدود المعادلة (1) بـ (42−)، نجد:

$$-8316 = -294a - 12348b \qquad (3)$$

وبجمع (3) إلى (2)، نحصل:

$$174 = 0 + 224b \Rightarrow b = \frac{174}{224} = 0.78 \qquad (4)$$

نعوض قيمة (b) في المعادلة (1)، نجد أن:

$$198 = 7a + 294(0.78) \Rightarrow 7a = -31.32 \Rightarrow$$

$$a = \frac{-31.32}{7} = -4.47$$

وبناءً عليه، تكون معادلة الانحدار:

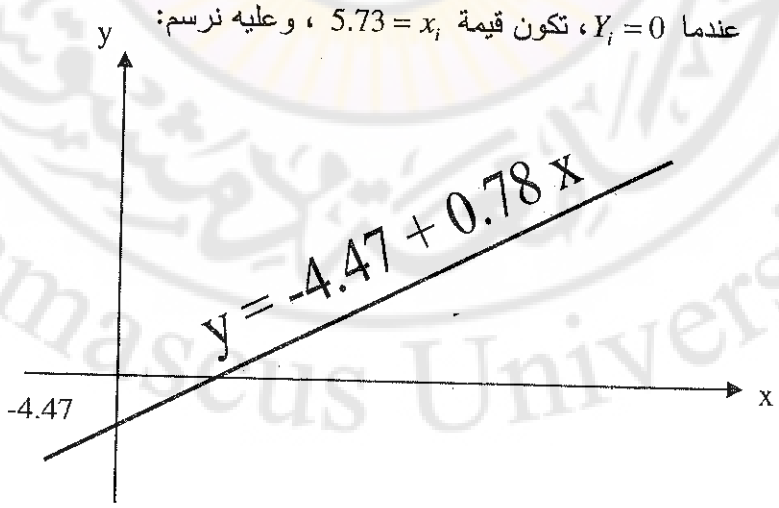
$$\hat{Y}_i = -4.47 + 0.78X_i$$

تفسير الثوابت:

- (a) إن الإنفاق الشهري للأسر على الغذاء هو (447 -) وحدة نقدية، وهو سالب، وهذا ممكن اقتصادياً، إذا كانت هذه الأسر من ذوي الدخل المحدود، ودخولها لا يكفي لسد احتياجاتها من الغذاء.
- (b)يتغير حجم الإنفاق على الغذاء لهذه الأسر بمقدار (78) وحدة نقدية، إذا ما تغير دخلها بمقدار مئة وحدة نقدية.

2- لرسم معادلة الانحدار على الجملة الإحداثية، يكفينا تحديد نقطتين، إحداهما على المحور الأفقي والأخرى على المحور العمودي، وذلك من خلال إعطائنا:

- المتغير المستقل القيمة صفر، فنحصل على نقطة على المحور العمودي $(0.Y_i)$، أي: عندما $x_i = 0$، تكون قيمة $Y_i = -4.47$
- المتغير التابع القيمة صفر، فنحصل على نقطة على المحور الأفقي $(x_i.0)$، أي: عندما $Y_i = 0$، تكون قيمة $x_i = 5.73$ ، وعليه نرسم:



6-4- خواص معادلة الانحدار واستعمالاتها

تتمتع معادلة الانحدار بخاصتين أساسيتين، هما:

1- إن مستقيم معادلة الانحدار يمر من نقطة تقاطع الأوساط الحسابية $(\bar{x},\bar{Y})$ لكل من المتغيرين التابع والمستقل.

2- إن مربع مجموع انحرافات القيم المقدرة عن القيم الفعلية هو أصغر ما يمكن، أي: $\Sigma(Y_i-\hat{Y}_i)^2 \to \min$.

كما تقدم معادلة مستقيم الانحدار معلومات هامة، عند تحليل البيانات، ومنها:

- تقدير قيم المتغير التابع Y_i بدلالة المتغير المستقل x_i، حيث إن مجموع القيم الفعلية للمتغير التابع يساوي لمجموع القيم المقدرة له (المحسوبة بدلالة المتغير المستقل)، أي:

$$\sum \hat{Y}_i = \sum Y_i$$

- تقدير قيم المتغير التابع Y_i عندما تكون قيمة x_i معدومة، وهي قيمة (a)، لكن ولمعرفة مقدار التغير في المتغير التابع Y_i إذا ما تغيرت قيمة x_i بمقدار وحدة واحدة، فإن قيمة المتغير التابع Y_i تتغير بمقدار (b).
- تبلغ القيمة المقدرة للمتغير التابع Y_i قيمة الوسط الحسابي للمتغير التابع $(\bar{Y})$، حين تكون قيمة المتغير المستقل مساوية لوسطه الحسابي $(\bar{x})$، أي إن معادلة الانحدار تمر من نقطة تقاطع الأوساط الحسابية: $(\bar{Y}=a+b\bar{x})$.

تستعمل معادلة الانحدار في التنبؤ، ونميز هنا الآتي:

- عند عدم معرفتنا لمعادلة التقدير أو الانحدار: فإن القيمة المقدرة للمتغير التابع هي قيمة الوسط الحسابي لهذا المتغير، وعليه يكون المجال العددي حول القيمة المقدرة بدلالة الانحراف المعياري للمتغير التابع، أي: $\bar{Y} \mp Z_{\frac{\alpha}{2}} * S_y$

حيث إن:

- $\bar{Y}$ هي الوسط الحسابي للمتغير التابع.

- $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ هي قيمة **الأخطاء الاحتمالية** المقابلة لدرجة الثِّقة أو احتمال الدقة المعطى.
- S_y هي قيمة **الانحراف المعياري للمتغير** التابع.

- عند معرفتنا لمعادلة **الانحدار، فإنه يمكننا معرفة** القيمة التي يأخذها المتغير التابع بدلالة المتغير **المستقل من خلال تعوض قيمة** هذا الأخير في معادلة الانحدار، وبعدها **ننشئ المجال العددي حول القيمة** المقدرة $(\hat{Y}_i)$ بدلالة الأخطاء الاحتمالية **المقابلة لاحتمال ما** $(Z_{\frac{\alpha}{2}})$ والخطأ المعياري للتقدير $(S_{Y\hat{Y}})$ (سنتناوله بالتفصيل **فيما بعد)، أي:** $\hat{Y}_i \mp Z_{\frac{\alpha}{2}} * S_{Y\hat{Y}}$
- أما إذا كانت قيم المتغير x_i **معطاة بين مجال قيمها**، فإنه يمكننا تقدير قيم $(\hat{Y}_i)$ (تقدير من داخل **قيم** x_i**)، أما إذا كانت قيم** x_i أكبر أو أصغر من قيم مجال قيمها (تقدير **من خارج قيم** x_i**)، فهذا لا** يضمن حتمية أو استمرارية العلاقة الخطية بين **المتغيرين** x_i **و** Y_i.

6-5- الخطأ المعياري للتقدير

إذا قارنا القيم المحسوبة لـ $(\hat{Y}_i)$ **مع القيم الفعلية** (Y_i)[كما في الجدول المساعد المُنشأ أعلاه]، فإننا نجد أن **هناك تبايناً واضحاً فيما بينهما**، لذا لا بد لنا من معرفة مدى تشتت هذه القيم عن معادلة التقدير(**معادلة مستقيم الانحدار**)، التي تمثل العلاقة الارتباطية بين المتغيرين المدروسين، **وهذا يعني بأن كل** نقاط الانتشار لهذه العلاقة الارتباطية لا تقع جميعها على **خط المستقيم، وإنما ثمّة** نقاط منها تقع خارجه، ومن هنا تنبع أهمية دراسة تشتت **النقاط في شكل الانتشار**، لأن مقدار الثقة بتقدير قيم Y_i بدلالة x_i تعتمد لدرجة كبيرة **على هذا التشتت.**

لقد سبق، أن أشرنا إلى أهمية حساب **الانحراف المعياري** للمتغير التابع Y_i، والمعطى بالعلاقة $S_y = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}{n}}$، لأنه يعبر عن القيمة التمثيلية للوسط الحسابي لهذا المتغير $\bar{Y}$، فكلما قلت قيمة الانحراف **المعياري له، زادت** المقدرة التمثيلية بـ (ا .

وكذلك الأمر بالنسبة إلى معادلة مستقيم الانحدار، فإن من الضروري حساب التشتت لمعرفة مقدار المقدرة التمثيلية لهذه المعادلة، ويتم هذا عن طريق **الخطأ المعياري للتقدير**، وهو يعُرّف: " بأنه عبارة عن الجذر التربيعي لمتوسط مجموع مربع انحرافات القيم المقدرة عن القيم الفعلية للمتغير التابع" ، وهو يحسب من العلاقة الآتية:

$$S_{y\tilde{y}} = \sqrt{\frac{\sum\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum Y_i^2 - a\sum Y_i - b\sum x_i Y_i}{n}}$$

ومما سبق، نلحظ أن ثمّة فرقاً بينه وبين الانحراف المعياري للمتغير التابع، فهو يقيس مدى التشتت عن معادلة مستقيم الانحدار، في حين أن الانحراف المعياري للمتغير التابع يقيس مدى التشتت قيم هذا المتغير عن وسطه الحسابي، كما أنه يُعد مقياساً للتشتت، وليس مقياساً للأخطاء الاحتمالية بالرغم من الاسم المُعطى له.

كما يلحظ، إذا أخذت البيانات لعينة عشوائية، فأنّ نقاط الانتشار تتوزع توزيعاً طبيعياً حول-معادلة الانحدار، وبناءً عليه يمكننا إيجاد المساحات المحصورة ما تحت المنحنى الطبيعي بدلالة كل من معادلة الانحدار والخطأ المعياري للتقدير عند احتمال ما، كالآتي:

$$\Pr\left(\hat{Y}_i - 1 * S_{y\tilde{y}} \le Y_i \le \hat{Y}_i + 1 * S_{y\tilde{y}}\right) = 68.27\%$$
$$\Pr\left(\hat{Y}_i - 1.96 * S_{y\tilde{y}} \le Y_i \le \hat{Y}_i + 1.96 * S_{y\tilde{y}}\right) = 95\%$$
$$\Pr\left(\hat{Y}_i - 2 * S_{y\tilde{y}} \le Y_i \le \hat{Y}_i + 2 * S_{y\tilde{y}}\right) = 95.45\%$$
$$\Pr\left(\hat{Y}_i - 2.58 * S_{y\tilde{y}} \le Y_i \le \hat{Y}_i + 2.58 * S_{y\tilde{y}}\right) = 99\%$$
$$\Pr\left(\hat{Y}_i - 3 * S_{y\tilde{y}} \le Y_i \le \hat{Y}_i + 3 * S_{y\tilde{y}}\right) = 99.73\%$$

هذا وللخطأ المعياري للتقدير عدة استعمالات، منها:

- معيار لمعرفة الثِّقة التي يضعها الباحث في القيم المقدرة $(\hat{Y}_i)$ بدلالة x_i .
- مقياس عام لانتشار أو تشتت القيم الفعلية للمتغير التابع حول معادلة مستقيم الانحدار، وهو لا يقبل التفسير، لكن كلما قلت قيمته زادت الثِّقة بالمقدرة التمثيلية التنبؤية بمعادلة مستقيم الانحدار.
- في رسم الأخطاء المعيارية للتقدير حول معادلة مستقيم الانحدار، ولرسم هذه

الأخطاء حول معادلة التقدير، نقوم بالآتي:

1. نرسم معادلة التقدير (كما مرَّ معنا سابقاً).
2. ثمَّ نرسم بدلالة ثابت الانحدار a، وذلك من خلال تطبيق العلاقة الآتية: $a \mp 1 * S_{y\hat{y}}$ ، أو $a \mp 2 * S_{y\hat{y}}$ ، أو $a \mp 3 * S_{y\hat{y}}$ ، المستقيمات الموازية لمعادلة التقدير من نقطتي الحد الأدنى والحد الأعلى للمجال المُنشأ بدلالة ثابت الانحدار.

ولتوضيح ما أشرنا إليه أعلاه، نعود للمثال (4) المتعلق بالدخل والإنفاق على الغذاء، ونحسب الخطأ المعياري للتقدير ونفسره، ولنرسم خطأ معيارياً واحداً حول معادلة التقدير؟

- لقد سبق أن حصلنا على معادلة التقدير، لهذا المثال، والمعطاة كالآتي:

$$\hat{Y}_i = -4.47 + 0.78x_i$$

وبتطبيق علاقة إيجاد قيمة الخطأ المعياري للتقدير، نجد:

$$S_{y\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2}{n}} = \sqrt{\frac{24.278}{7}} = 1.862$$

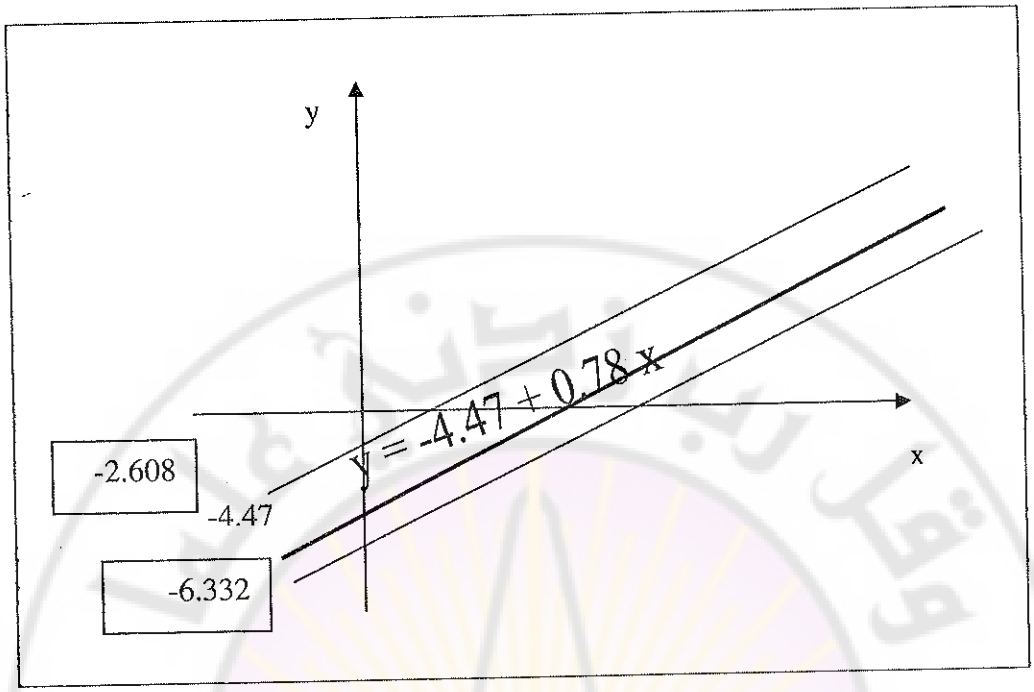
أو

$$S_{y\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum Y_i^2 - a\sum Y_i - b\sum x_i Y_i}{n}} = \sqrt{\frac{5760 - (-4.47)(198) - (0.78)(8490)}{7}} = 1.862$$

وهو لا يقبل التفسير، لكن كلما قلت قيمته زادت الثِّقة بالمقدرة التمثيلية التنبؤية بمعادلة مستقيم الانحدار.

- لرسم خطأ معياري واحد حول معادلة التقدير، ننشئ المجال العددي حول ثابت الانحدار a من خلال العلاقة الآتية:

$$a \mp 1 * S_{y\hat{y}} \Rightarrow$$
$$(-4.47) \mp 1 * (1.862) \Rightarrow [-6.332 ، -2.608]$$



مثال (5):

لدينا عينة عشوائية مكونة من (50) أسرة في مدينة ما، وحسبت معادلة الانحدار بين دخلها وإنفاقها على الملابس سنوياً، فكانت:

$$\hat{Y}_i = 300 + 15X_i$$

حيث تمثل :

(X_i) الدخل السنوي للأسر و (Y_i) الإنفاق السنوي على الملابس (بمئات الليرات السورية)، وأن دخول هذه الأسر تراوح بين [4000 – 16000] سنوياً، وأن إنفاقها السنوي يراوح بين [500 – 3000] ليرة سورية، كما أن : $S^2_{y\hat{y}} = 400$ و $S^2_{\hat{y}} = 1600$ ، والمطلوب:

1– بيّن الغاية من معادلة الانحدار، وفسر ثوابتها.

2– قدّر النفقات السنوية على دخلها (20000) ليرة سورية، وقد وجد أن أسرة في هذه المدينة دخلها (5000) ليرة سورية سنوياً، وتنفق على الملابس مبلغ (1200)، فهل تعتبر أن إنفاقها على الملابس غير اعتيادي، برر ذلك إحصائياً؟

الحل:

1- إن الغاية من معادلة الانحدار هو إمكانية تقدير قيمة المتغير التابع (الإنفاق) بدلالة المتغير المستقل (الدخل).

تفسير الثوابت:

* إذا كان الدخل مساوياً للصفر، فإن الإنفاق على الملابس يساوي (300) ليرة سورية سنوياً.

* إذا ما زاد الدخل وحدة واحدة (100 ليرة سورية) ، فإن الإنفاق على الملابس يزداد وسطياً بمعدل (15 ليرة سورية)، فمثلاً لو كان الدخل معادلاً لـ (10000 ليرة سورية) ، فإنه وجب علينا تحويل قيم (X_i) إلى الوحدة القياسية المستخدمة، أي:

$\left(\frac{10000}{100}\right) = 100$، وعليه تكون:

$\widehat{Y}_i = 300 + 15(100) = 1800$ ليرة سورية .

2- بالنسبة لـ (20000) ليرة سورية، لا نستطيع تقدير الإنفاق السنوي على الملابس لهذه الأسرة، لأن دخلها أكبر من الدخول التي حسبت من خلالها معادلة الانحدار، وبالتالي لا نستطيع الجزم بضمان استمرارية هذه العلاقة الخطية بعد حدود هذه البيانات التي حسبت منها المعادلة أعلاه.

أما الأسرة التي دخلها (5000) ليرة سورية، فسيكون إنفاقها:

$\widehat{Y}_i = 300 + 15\left(\frac{5000}{100}\right) = 1050$ ليرة سورية ، أي إن الإنفاق الوسطي على الملابس للأسر التي يبلغ دخلها 5000 ليرة سورية، هو: (1050) ليرة سورية، وبما أن هذا الإنفاق وسطي (فهناك أسر تنفق أقل منه، وأخرى تنفق أكثر منه)، لذا لا بد من تحديد المدى العددي عند أكبر احتمال دقة ممكن، وهو: 99.73% (لأن هذا غير محدد)، وعليه يكون:

$$\Pr\left(\hat{Y}_i - 3 * S_{y\hat{y}} \le Y_i \le \hat{Y}_i + 3 * S_{y\hat{y}}\right) = 99.73\% \Rightarrow$$
$$\Pr(1050 - 3 * 20 \le Y_i \prec 1050 + 3 * 20) = 99.73\% \Rightarrow$$
$$\Pr(990 \le Y_i \prec 1110) = 99.73\%$$

وهذا يعني أنه باحتمال قدره 99.73% فإننا نثق بأن إنفاق هذه الأسر لن يقل عن 990 ليرة سورية و لا يزيد على 1110 ليرة سورية، وإن إنفاقها المساوي لـــ 1200 ليرة سورية، ليس اعتيادياً، لأنه يقع خارج المجال العددي المنشأ أعلاه.

6- 6- دراسة التباينات وعلاقة معاملي الارتباط والتحديد فيها

نحن نعلم أن: التباين الكلي للمتغير التابع هو عبارة عن مجموع تباينين، التباين الذي يمكن لمعادلة التقدير تفسره بدلالة المتغير المستقل، والتبـــاين الـــذي لا تـــستطع معادلة التقدير تفسيره، أي يمكننا أن نكتب:

التباين غير المفسر	+	التباين المفسر	=	التباين الكلي
$S^2_{y\hat{y}}$ أو (SSE)	+	$S^2_{\hat{y}}$ أو (SSR)	=	S^2_y أو (SST)
$\frac{\sum(Y_i-\hat{Y}_i)^2}{n}$	+	$\frac{\sum(\hat{Y}_i-\bar{Y})^2}{n}$	=	$\frac{\sum(Y_i-\bar{Y})^2}{n}$
$\frac{\sum Y_i^2 - a\sum Y_i - b\sum x_iY_i}{n}$	+	$\frac{b(\sum x_iY_i - \bar{X}*\sum Y_i)}{n}$	=	$\frac{\sum Y_i^2}{n} - \left(\frac{\sum Y_i}{n}\right)^2$
وهو مربع الخطأ المعياري للتقدير، أي هو التباين الذي لا يمكن لمعادلة التقدير تفسيره، وكلما زادت قيمته، دل على إمكانية تقدير Y_i بدلالة x_i بدقة أقل.		وهو التباين الذي يمكن لمعادلة التقدير تفسيره، وكلما زادت قيمته، دل على إمكانية تقدير Y_i بدلالة x_i بدقة أكبر.		وهو تباين المتغير التابع Y_i

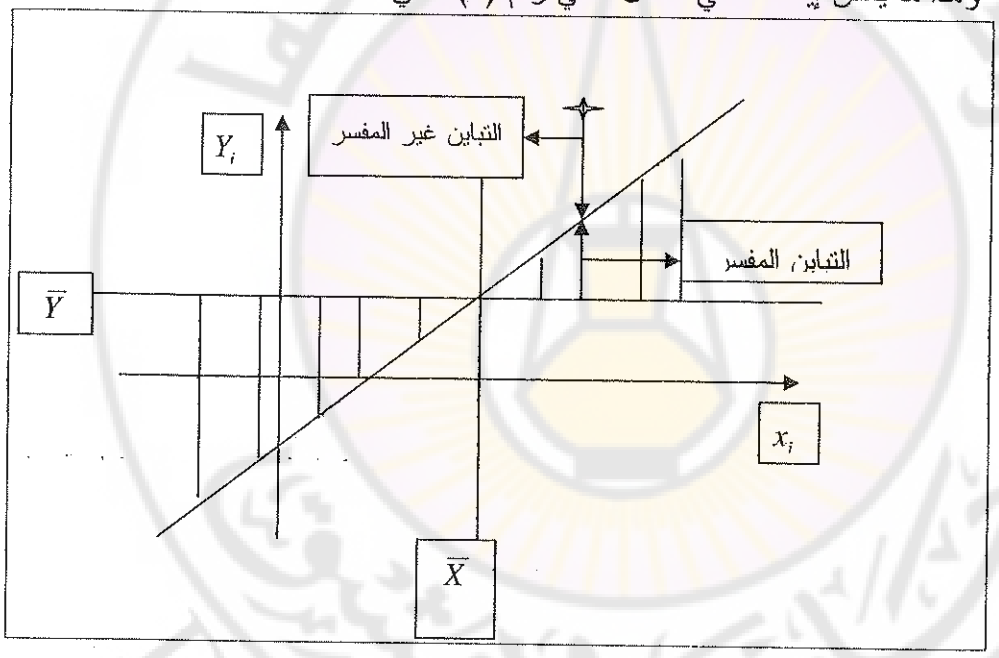
وبالتطبيق على بيانات المثال (4)، نجد أن :

$$\frac{\sum Y_i^2}{n}-\left(\frac{\sum Y_i}{n}\right)^2 = \frac{b\left(\sum x_i Y_i - \bar{X} * \sum Y_i\right)}{n} + \frac{\sum Y_i^2 - a\sum Y_i - b\sum x_i Y_i}{n}$$

$$\frac{5760}{7}-\left(\frac{198}{7}\right)^2 = \frac{.78(8490-(42)(198))}{7} + \frac{60-(-4.47)(198)-(0.78)(8490)}{7}$$

$$22.66 = 19.39 + 3.27$$

وهذا ما يمكن إيضاحه في الشكل الآتي رقم (4) الآتي:



ملاحظات هامة:

1) ــ كلما اقتربت القيم الفعلية (Y_i) من خط الانحدار، قلت قيمة الخطأ المعياري للتقدير.

2) ــ عندما يمر خط الانحدار بمركز الإحداثيات، فإن جميع نقاط الانتشار تقع على هذا الخط ، وفيها يكون الارتباط تام بين المتغيرين.

3) ــ عندما تكون قيمة معامل الانحدار مساوية للصفر، أي: $(b=0)$ ، فإن خط معادلة الانحدار ينطبق على خط الوسط الحسابي للمتغير التابع $(\bar{Y})$، ويكون فيها الارتباط معدوماً بين المتغيرين، و في هذه الحالة تكون قيمة التباين المفسّر مساوية للصفر، أي : $(S^2_{\hat{y}}=0)$.

4) ــ إذا كان : $(S^2_{y\hat{y}}=0)$، تكون العلاقة تامة بين المتغيرين $(r=1)$، وعندها تكون جميع نقاط الانتشار واقعة على خط الانحدار.

5) ــ إذا كان : $(S^2_{y\hat{y}}=S^2_y)$ لا يوجد علاقة ارتباطية بين (x_i) و (Y_i) .

ولمعرفة العلاقة بين التباينات (المفسّر وغير المفسّر) ومعاملي التحديد (r^2)والارتباط (r)، نعود إلى العلاقة العامة بين التباينات، ونقسم طرفي العلاقة على التباين الكلي، فنحصل:

$$\frac{S^2_y}{S^2_y}=\frac{S^2_{\hat{y}}}{S^2_y}+\frac{S^2_{y\hat{y}}}{S^2_y}$$

$$1=r^2+\frac{S^2_{y\hat{y}}}{S^2_y}\Rightarrow$$

$$\boxed{r^2=\frac{S^2_{\hat{y}}}{S^2_y}=1-\frac{S^2_{y\hat{y}}}{S^2_y}}$$

وبالتطبيق على المثال (4)، نجد أن :

$$r^2=\frac{19.39}{22.66}=0.856 \qquad \text{أو} \qquad r^2=1-\frac{3.27}{22.66}=0.856$$

فمعامل التحديد، هو عبارة عن مربع معامل الارتباط وتراوح قيمته أو درجته بين الصفر والواحد الصحيح أي : $r^2 \in [0,1]$ ، وهو يقيس التحسن الناتج عن استخدام خط الانحدار بدلاً من استخدام الوسط الحسابي كأساس لتقدير قيم المتغير التابع، أو أنه يقيس النسبة المئوية من تباين المتغير التابع التي يفسرها المتغير المستقل، ويلحظ:

أن قيمة معامل التحديد في المثال (4)، كانت: $r^2=\frac{19.39}{22.66}=0.856$ ، وهذا يعني

أن (87%) من تباين المتغير التابع فسرته معادلة خط الانحدار، و(13%) لم تستطع تفسيره، وإذا ما أخذنا الجذر التربيعي لمعامل التحديد، فإننا نحصل على معامل الارتباط، الذي يقيس شدة ومتانة العلاقة الارتباطية بين المتغيرين المدروسين، ويُعطى بالعلاقة: $r=\sqrt{r^2}$ ، وإشارته تكون من إشارة معامل الانحدار b، وبالإضافة إلى ذلك، فثمّة علاقات أخرى تستخدم في إيجاد قيمة معامل الارتباط r ، ومنها:

* $$r=\frac{\Sigma(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{n*s_x*s_y}$$

* $$r=\frac{\Sigma(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\Sigma(x_i-\bar{x})^2\sum(y_i-\bar{y})^2}}$$

* $$r=\frac{n*\Sigma x_i y_i-\Sigma x_i*\Sigma y_i}{\sqrt{[n*\Sigma x_i^2-(\Sigma x_i)^2][n*\Sigma y_i^2-(\Sigma y_i)^2]}}$$

* $$r=\frac{\sum x_i y_i-n*\bar{x}*\bar{y}}{\sqrt{\left[\sum x_i^2-n*\bar{x}^2\right]\left[\sum y_i^2-n*\bar{y}^2\right]}}$$

* $$r=b\frac{S_x}{S_y}$$

هذا ويمكننا حساب معامل اللارتباط للبيانات المبوبة (الخاضعة لتوزيع تكراري، من خلال العلاقة الآتية:

$$r=\frac{n*\Sigma f_{ij}x_i y_j-\Sigma f_i x_i*\Sigma f_j y_j}{\sqrt{[n*\Sigma f_i x_i^2-(\Sigma f_i x_i)^2][n*\Sigma f_j y_j^2-(\Sigma f_j y_i)^2]}}$$

حيث إن:

x_i ، y_i هي وسط الفئة لكل من المتغيرين المدروسين (المستقل والتابع على التوالي).

f_i هي التكرار المقابل للمتغير المستقل x_i .

f_j هي التكرار المقابل للمتغير التابع y_i .

f_{ij} هي التكرارات المشتركة لكل من المتغيرين x_i و y_i .

مثال (6):

في دراسة لمعرفة العلاقة الارتباطية بين كميات السماد المستخدمة (بالكيلو غرام) والغلة الناتجة (بالكيلو غرام) ، أعطت نتائجها في الجدول التكراري الآتي:

	كمية السماد	2 – 4	4 – 6	6 – 8	8 – 10	10 – 12	$\sum$			
الغلة	x_i / y_i	3	5	7	9	11	f_j	$f_j x_j$	$f_j x_j^2$	$f_{ij} x_i y_j$
10 – 12	11	5	–	–	–	–	5	55	605	165
12 – 14	13	3	14	–	–	–	17	221	2873	1027
14 – 16	15	–	5	15	6	–	26	390	5850	2760
16 – 18	17	–	1	10	20	2	33	561	9537	4709
18 – 20	19	–	–	–	4	15	19	361	6859	3819
$\sum$	f_i	8	20	25	30	17	100	1588	25724	12480
	$f_i x_i$	24	100	175	270	187	756			
	$f_i x_i^2$	72	500	1225	2430	2057	6284			
	$f_{ij} x_i y_j$	282	1370	2785	4534	3509	12480			

وبالتطبيق نجد:

$$r = \frac{n * \Sigma f_{ij} x_i y_j - \Sigma f_i x_i * \Sigma f_j y_j}{\sqrt{[n * \Sigma f_i x_i^2 - (\Sigma f_i x_i)^2][n * \Sigma f_j y_j^2 - (\Sigma f_j y_i)^2]}} =$$

$$\frac{(100)(12480) - (756)(1588)}{\sqrt{[(100)(6284) - (756)^2][(100)(25724) - (1588)^2]}} =$$

$$\frac{47472}{\sqrt{(56864)(50656)}} = 0.885$$

وتدل قيمة معامل الارتباط هنا، على أن العلاقة الارتباطية بين كمية الغلة الناتجة وكمية السماد المستخدمة طردية وقوية جداً.

- **الدلالة والأهمية الإحصائية لمعامل الانحدار**

لمعرفة إذا كان لمعامل الارتباط دلالة إحصائية، فإنه يجب أن نطبق الاختبار الإحصائي الآتي:

$$t = r * \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$$

للتأكد إذا كان معامل الارتباط للمجتمع الإحصائي الذي أخذت منه العينة العشوائية المدروسة لا يساوي الصفر، تقارن القيمة التي نحصل عليها من جراء تطبيق العلاقة أعلاه مع القيمة الجدولية لـ $t_{\alpha,(n-2)}$ والمقابلة لمستوى دلالة α ودرجات الحرية المساوي لـ $(n-2)$، وكانت نتيجة المقارنة:

- $t \geq t_{\alpha,(n-2)}$ نرفض الفرضية، وتكون قيمة معامل الارتباط للمجتمع الإحصائي الذي أخذت منه العينة العشوائية المدروسة غير مساوية للصفر.
- $t \prec t_{\alpha,(n-2)}$ نقبل الفرضية، وتكون قيمة معامل الارتباط للمجتمع الإحصائي الذي أخذت منه العينة العشوائية المدروسة مساوية للصفر.

وبشكل آخر، يمكننا أن نتأكد إذا كان معامل الارتباط للمجتمع الإحصائي الذي تؤخذ

منه عينة ما، بأنه لا يساوي الصفر، وذلك فيما إذا تحقق شرطان، هما:

1- أن تكون العينة المأخوذة عشوائية.

2- أن تكون قيمة معامل الارتباط للعينة المأخوذة عشوائياً أكبر من ثلاثة أمثال قيمة الخطأ المعياري لمعامل الارتباط، والذي يحسب من العلاقة الآتية:

$$S_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$$

وإذا ما تحقق الشرطان أعلاه، فإننا نكون أمام حالتين:

- $r \geq 3 * S_r$ فإن لمعامل الارتباط أهمية إحصائية، وهذا يعني، بأن معامل الارتباط للمجتمع الإحصائي الذي أخذت منه العينة المسحوبة عشوائية لا يمكن أن يساوي الصفر، وإنما أي قيمة أخرى سالبة أو موجبة؛
- $r \prec 3 * S_r$ فإنه ليس لمعامل الارتباط أهمية إحصائية، وهذا يعني، بأن معامل الارتباط للمجتمع الإحصائي الذي أخذت منه العينة المسحوبة عشوائية يمكن أن يساوي الصفر.

وبالتطبيق على المثال (5)، نجد:

$$S_r = \sqrt{\frac{1-0.8}{50-2}} = 0.065$$

بالمقارنة نجد:

$$r = 0.89 \geq 3 * S_r = 3(0.065) = 0.185$$

وبما أن العينة المسحوبة عشوائية وتمثل المجتمع الإحصائي المسحوبة منه ولمعامل الارتباط أهمية إحصائية.

- **معامل ارتباط الرتب " سبيرمان Spearman "**

يستخدم هذا المعامل في دراسة الارتباط بين تراتيب ظاهرتين بياناتها نوعية غير القابلة للقياس الكمي، كأنّ ندرس العلاقة الكائنة بين المستوى التعليمي للأم وعدد الأطفال لديها، أو العلاقة بين كثافة الغيوم المتشكلة في السماء وكمية الأمطار الهاطلة

خلال أيام السنة، أو العلاقة بين **الحالة الاجتماعية للفرد** وعدد حالات الإجرام المرتكبة،.... إلخ.

إذ يعتمد في إيجاد قيمة هذا **المعامل الذي يرمز له بـ (ρ ويلفظ** " رو")، على إعطاء المتغيرات المدروسة رتباً تصاعدية **أو تنازلية بدلاً من القياس** العددي، أي نفترض أنه لدينا ظاهرتان غير قابلتين **للقياس، وأن لكل منها الحالات المميزة** والمتقابلة، كالآتي:

X	A	B	C	D	E	F
Y	a	b	c	d	e	f

وتعتمد دراسة العلاقة الارتباطية **بين الظاهرتين X و Y** على وجود أو عدم وجود توافق بين حالتيهما المميزّة، **ولإظهار هذا التوافق، نقوم بالخطوات** الآتية:

1- نرتب حالات الظاهرة X **بأرقام طبيعية من 1 إلى n** بشكل تصاعدي أو تنازلي، ونسمي ذلك **برتب حالات الظاهرة X ونرمز** لها بـ (K_i).

2- نرتب حالات الظاهرة Y **بأرقام طبيعية من 1 إلى n** بشكل تصاعدي أو تنازلي، ونسمي ذلك **برتب حالات الظاهرة Y ونرمز** لها بـ (P_i).

3- نحسب الفرق بين كل **ترتيبين متقابلين من X و Y** ونرمز لها بـ (D_i)، ثمَّ نقوم بتربيع قيمها، $((D_i)^2)$.

4- نطبق العلاقة التي **أوجدها سبيرمان " معامل ارتباط الرتب** ρ" الذي قيمته تراوح ضمن المجال العددي **[1-;+1]، الآتية:**

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n}(K_i - P_i)^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n}(D_i)^2}{n(n^2-1)}$$

حيث إن :

n هي عدد المشاهدات (حجم **العينة المدروسة.**

هذا ويُعتبر معامل ارتباط سبيرمان ρ، **حالة خاصة** من معامل الارتباط البسيط r .

مثال (7) :

لدى دراسة العلاقة الارتباطية بين المستوى التعليمي للأم في مدينة ما وعدد الأطفال لديها، وجدنا الآتي:

المستوى التعليمي للأم X	أمية	حلقة 1	حلقة 2	ثانوية	متوسطة	جامعية وعليا
عدد الأطفال لها Y	9	7	7	5	4	2

والمطلوب: معرفة نوعية العلاقة الارتباطية وشدتها؟

الحل:

يلحظ من البيانات أعلاه، أن إحدى الظواهر المدروسة غير مقاسة كمياً (المستوى التعليمي للأم X والمرتبة تصاعدياً) والأخرى مقاسة كمياً (عدد الأطفال لديها Y)، وبتطبيق الخطوات المذكورة أعلاه في إيجاد قيمة معامل سبيرمان (ρ)، نجد:

المستوى التعليمي للأم X	أمية	حلقة 1	حلقة 2	ثانوية	متوسطة	جامعية وعليا
عدد الأطفال لها Y	9	7	7	5	4	2
R [رتب حالات (X)]	1	2	3	4	5	6
P [رتب حالات (Y)]	6	4.5	4.5	3	2	1
D	-5	-2.5	-1.5	-1	+3	+4
$(D)^2$	25	6.25	2.25	1	9	16

يلحظ أننا أعطينا لرتب حالات (Y) ، الرتبة (4.5) وهي عبارة عن متوسط الرتب (5 و 4)، وذلك لوجود توافق بين عدد الأطفال لدى الأم في مستويي التعليم حلقة (1) و حلقة (2)، وهكذا....

وبتطبيق العلاقة، نحصل:

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n}(D_i)^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6*(59.5)}{6[(6)^2-1]} = 1 - \frac{357}{210} = -0.7$$

نلحظ أن قيمة $\rho = -0.7$ وهي علاقة ارتباطية عكسية وجيدة الشدة.

- **معاملا الاقتران والتوافق**

يعرّف **معامل الاقتران** بأنه : هو عبارة عن مقياس يقيس شدة العلاقة الارتباطية بين متغيرين (X و Y) وكل منهما ينقسم إلى صفتين (X_1 و X_1) أو (Y_1 و Y_2)، كالآتي:

X / Y	X_1	X_1	$\sum$
Y_1	A	B	$A+B$
Y_2	C	D	$C+D$
$\sum$	$A+C$	$B+D$	n

حيث إن:

n هي حجم العينة المدروسة، وتعطى بالعلاقة: $n=(A+B+C+D)$

وعليه يعطى معامل الاقتران (r_c) بالعلاقة:

$$r_c=\frac{AD-BC}{AD+BC}$$

كلما اقتربت قيمة (r_c) من الواحد كانت العلاقة بين المتغيرين قوية جداً، وإذا كانت $r_c \succ 0.5$ ، فهذا يعني أن هناك ترابطاً بين المتغيرين المدروسين، وبالعكس إذا كانت $r_c \prec 0.5$ العلاقة ضعيفة بين المتغيرين وتأخذ عادة (r_c) بالقيمة المطلقة.

مثال (8): يبين الجدول الآتي البيانات المستخدمة في دراسة العلاقة بين رضا أو عدم رضا مجموعة من المتعاملين مع أحد المصارف وكونهم موظفين في القطاع العام أو في القطاع الخاص.

موقع الوظيفة / درجة الرضا	في القطاع العام	في القطاع الخاص	المجموع
راضٍ	50	35	85
غير راضٍ	40	45	85

والمطلوب: قياس مقدار الترابط بين رضا أو عدم رضا المتعامل مع هـذا المـصرف كونه في القطاع العام أو القطاع الخاص.

$$r_c = \frac{(50)(45)-(35)(40)}{(50)(45)+(35)(40)} = 0.23$$

وعليه، فإن العلاقة ضعيفة بين المتغيرين، أي: عدم وجود اقتران بين موقع الوظيفة، (قطاع عام، قطاع خاص) ودرجة الرضا.

ـ **أما معامل التوافق** : فيستخدم هذا المعامل عند دراسـة العلاقـة الارتباطيـة بـين الظواهر التي تحمل أكثر من صفتين، لذا يُعد معامل التوافق أعم من معامل الاقتـران، ويتم حسابه من خلال العلاقة:

$$r_A = \sqrt{\frac{G-1}{G}}$$

علماً بأن:

$$G = \Sigma\left(\frac{fij^2}{fifj}\right)$$

حيث إن:

(f_i) مجموع السطر i ؛

(f_j) مجموع العمود j ؛

(f_{ij}) عدد تكرارات الخلية الواقعة في السطر i والعمود j .

وإذا كانت ($r_A \succ 0.5$) فثمّة علاقة ارتباطية أو توافق، وكلما اقتربت من الواحـد دل ذلك على متانة وشدة التوافق بين المتغيرين المدروسين .

مثال(9): أعيد تصنيف المتعاملين مع المصرف في التمرين السابق حـسب مـستواهم التعليمي، فكانت النتائج على النحو الآتي:

المستوى التعليمي / درجة الرضا	ثانوية وإعدادية	جامعة أو معهد	فوق جامعية	Σ
راض	20	25	50	95
غير راض	30	25	20	75
Σ	50	50	70	170

والمطلوب: هل من علاقة بين المستوى التعليمي ودرجة الرضا ؟ أي ما هو "معامل التوافق" ؟

$$G=\Sigma\left(\frac{fij^2}{fifj}\right)=\frac{(20)^2}{(50)(95)}+\frac{(25)^2}{(50)(95)}+\frac{(50)^2}{(70)(95)}+\frac{(30)^2}{(50)(75)}+\frac{(25)^2}{(50)(75)}+\frac{(20)^2}{(70)(75)}$$

$$=0.08+0.24+0.13+0.167+0.376+0.08=1.073$$

$$r_{\Lambda}=\sqrt{\frac{G-1}{G}}=\sqrt{\frac{1.073-1}{1.073}}=0.26$$

يُلحظ أن: $r_{\Lambda}=0.26\prec 0.5$ ، ومن ثَمَّ العلاقة الارتباطية بين المتغيرين المدروسين ضعيفة، أي إننا نجزم القول، بعدم وجود توافق بين المستوى التعليمي ودرجة الرضا.

تمارين ومسائل غير محلولة

1-أخذت عينة عشوائية حجمها (5) أُسر من إحدى المدن، ثم جمعنا معلومات عن الدخل الشهري والادخار لهذه الأسر(مقدرة بآلاف الوحدات النقدية)، فحصلنا على ما يأتي :

رقم الأسرة	1	2	3	4	5
دخلها	22	25	33	40	35
ادخارها	2	3.5	5.5	6.5	6

والمطلوب :

a) أوجد معادلة مستقيم الانحدار بين الدخل والادخار وفسر ثوابتها ؟ ثَمَّ ارسم المعادلة الناتجة على المحاور الإحداثية؟

b) احسب قيمة كلٍّ من التباين المفسر وغير المفسر، وفسرهما؟

c) هل تعتقد بأن لمعامل الارتباط أهمية إحصائية ، سوِّغ ذلك بما تراه إحصائياً ؟

2- أخذت عينة عشوائية من (10) أسر قاطنة في مدينة جبلة ، حيث جمعت معلومات تتعلق بدخولها وإنفاقها الشهري ، إذ كانت قيم الدخول تراوح بين (3 – 12) وقيم الإنفاق تراوح بين (2 – 10) والقيم مقدرة بآلاف الوحدات النقدية ، فتبين الآتي :

$\sum x_i = 80 , \sum y_i = 50 , \sum x_i y_i = 450 , \sum x_i^2 = 680 , \sum y_i^2 = 325$

<u>والمطلوب</u> :

a) احسب ثوابت المعادلة وفسّر ها ؟ ثمَّ ارسم مستقيم الانحدار الناتج ؟

b) أوجد قيمة التباين المفسّر ، وفسّره ؟ 3- بيّن إذا كان هناك من أهمية إحصائية لمعامل الارتباط ؟

c) وجد أن أسرة دخلها 9000 وحدة نقدية وتنفق 8000 وحدة نقدية ، فهل تعتقد أن إنفاقها اعتياديٌ، سوِّغ إجابتك إحصائياً ؟

3- أخذت عينة عشوائية حجمها (6) أُسر من إحدى المدن، ثمَّ جمعنا معلومات عن الدخل الشهري والادخار لهذه الأسر، فحصلنا على ما يأتي:

رقم الأسرة	1	2	3	4	5	6
دخلها	220	250	330	400	350	550
ادخارها	30	25	50	65	55	75

والمطلوب :

a) أوجد معادلة مستقيم الانحدار بين الدخل والادخار وفسر ثوابتها ؟ ثمَّ ارسم حولها مدى من خطئين معياريين ، مبيناً استعمالات الخطأ المعياري للتقدير ؟

b) هل تعتقد بأن لمعامل الارتباط أهمية إحصائية ، سوِّغ ذلك بما تراه إحصائياً ؟

4- أخذت عينة عشوائية من (6) أسر قاطنة في مدينة حماة ، حيث جمعت معلومات تتعلق بدخولها وادخارها الشهري، إذ كانت قيم الدخول تراوح بين (2 – 6) وقيم الادخار تراوح بين(0.3 – 0.8) والقيم مقدرة بمئات الوحدات النقدية، فتبين الآتي :

$\sum x_i = 2100$, $\sum y_i = 300$, $\sum x_i y_i = 115850$, $\sum x_i^2 = 804800$, $\sum y_i^2 = 16900$

والمطلوب :

1- احسب ثوابت المعادلة وفسّر ها ؟ ثمَّ ارسم مستقيم الانحدار الناتج وارسم حوله مدى من خطأ معياري واحد .

2- أوجد قيمة التباين المفسّر ، وفسّره .

5- أخذت عينة عشوائية من (130) أسرة من مدينة درعا ، حيث جمعت معلومات تتعلق بدخولهم وادخارتهم الشهرية، فيما إذا علمت أن قيم دخولها تراوح بين [20 – 120] وقيم ادخارها تراوح بين [10 – 60] وهي مقدّرة بمئات الوحدات النقدية ، فأعطت الآتي :

$$\sum x_i = 9100, \sum y_i = 1690, \sum x_i y_i = 120900, \sum x_i^2 = 642200, \sum y_i^2 = 23998$$

قبل التبويب :

بعد التبويب : $\sum f_i = 130, \sum f_i x_i = 9100, \Delta_1 = \Delta_2 = 5, \sum f_i x_i^2 = 642200$

وأن فئة مقاييس النزعة المركزية هي (60 وأقل من 80) ، والمطلوب :

1- ما علاقة سترجس وما الاختبار الذي تخضع له ، وهل هذه العلاقة سوية في بيانات هذه العينة؟

2- هل تعتقد بأن بيانات دخول الأسر بعد التبويب خاضعة لتوزيع طبيعي ، سوِّغ بالحسابات اللازمة ؟

3- أخذت عينة عشوائية من أسر مدينة الرقة ومن حجمٍ مماثلٍ ، فوجد أن متوسط الدخل مساوٍ لـ (72) مئة وحدة نقدية وبانحراف معياري قدره (8)، فأيّ العينتين تبدي ثقة أكبر بمتوسطه الدخل ، عينة دخول أسر مدينة درعا أم عينة دخول أسر مدينة الرقة ، دعّم إجابتك بالحسابات ؟

4- بينّ الفرق بين معامل الانحدار ومعامل الارتباط ، وما قيمتهما؟ وهل لمعامل الارتباط أهمية إحصائية ؟

5- ارسم معادلة الانحدار وارسم حولها مدى من ثلاثة أخطاء معيارية ؟

6- وجدت أسرة في مدينة درعا ادخارها (3000) وحدة نقدية عندما كان دخلها مساوياً لـ (8500) وحدة نقدية ، فهل تعتقد باحتمال قدره (95.5%) أن ادخارها اعتيادي ، سوِّغ إجابتك ؟

6- في الجدول (188) موظف من الموظفين في وزارة السياحة في إحدى الدول الموزّعين حسب المشاركة في الدورات التدريبية ومستوى الأداء:

المشاركة / الأداء	مشارك	غير مشارك
حسن	90	14
غير حسن	22	62

والمطلوب : قياس شدة العلاقة بين المشاركة والأداء (يترك الحل للطالب).

7- لدراسة تأثير الحالة التعليمية للأم على مستوى الابن في المدرسة الابتدائية، تم جمع البيانات الآتية :

الحالة التعليمية للأم / مستوى الابن بالمدرسة	أمية وابتدائية	إعدادية وثانوية	ما بعد الثانوية
متفوق	5	15	30
وسط	5	40	15
ضعيف	70	15	5

والمطلوب: قياس شدة العلاقة بين المستوى التعليمي للأم ومستوى الابن في المدرسة الابتدائية.

الفصل السابع

الأرقام القياسية
Index Number's

- أهمية استخدام الأرقام القياسية.
- تركيب الأرقام القياسية.
- أنواع الأرقام القياسية.
  - الأرقام القياسية البسيطة.
  - الأرقام القياسية التجميعية المثقّلة.
- الاختبارات الإحصائية.
- الأرقام القياسية شائعة الاستعمال.

نحتاج في كثير من الأحيان لدى دراسة الظاهر الاقتصادية والاجتماعية إلى مقارنة إحداها في زمنٍ أو مكانٍ ما بمثيلتها في زمنٍ أو مكانٍ آخر أو كليهما معاً، وذلك بغية قياس التغير الطارئ باختلاف المكان أو بمرور الزمن، كأن نقول : تغير أسعار طن القمح في محافظة حلب عنه في محافظة الحسكة عام 1998 أو دراسة مدى تغير أسعار التفاح في سورية بين عامي 2000 – 2001.

تستخدم الأرقام القياسية في ميادين عدة، إلاَّ أن أهم استعمال لها هو قياس عمليات التغير والتحوّل بالنسبة إلى ظاهرة واحدة أو عدة ظواهر ترتبط فيما بينها بعوامل متجانسة، وتنتمي بمجملها إلى زمان ومكان محددين، كقياس تغيرات الأسعار والإنتاج والاستهلاك. هذا ونميّز عادة لدى حساب الأرقام القياسية بين أسعار المفرق وأسعار الجملة، كما نميّز بالنسبة للإنتاج والاستهلاك بين الكمية والقيمة، إذ ولأجل استخدام الأرقام القياسية نأخذ دوماً قيم الظاهرة أو كمياتها أو أسعارها في فترة المقارنة (الدراسة) ونقارنها مع مثيلتها في فترة الأساس، وعليه يُعرف الرقم القياسي Index Number : "بأنه أداة لقياس التغير النسبي في أسعار أو كميات أو قيم ظاهرة ما أو مجموعة من الظواهر من زمان لآخر أو من مكان لآخر". وبمعنى آخر، فالرقم القياسي هو: عبارة عن حاصل قسمة القيم التي تأخذها الظاهرة أو كميتها أو أسعارها في فترة المقارنة (الدراسة) ومقارنتها مع مثيلتها في فترة الأساس، وعليه نكتب:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{قيمة ظاهرة ما أو كميتها أو سعرها في سنة المقارنة } Y_1}{\text{قيمة الظاهرة نفسها أو كميتها أو سعرها في سنة الأساس } Y_0}$$

و يكون دائماً في مقام كسر الرقم القياسي حجم الظاهرة في فترة (سنة) الأساس، ويكون أساساً ثابتاً أو متغيراً، فعندما يكون هذا الأساس، فإننا ننسب وبشكل متتالٍ كل قيمة من قيم السلسلة إلى قيمة ثابتة، أي قيمة المقام ثابتة ولأجل جميع القيم:

لدينا $P_1, P_2, P_3, P_4, ..., P_n$ نكتب: $\frac{P_1}{P_1}, \frac{P_2}{P_1}, \frac{P_3}{P_1}, ..., \frac{P_n}{P_1}$

ويكون هذا الأساس متغيراً، فيما نسبنا وبشكل متتالٍ كل قيمة من قيم السلسلة إلى القيمة التي تسبقها مباشرة، أي قيمة المقام متغيرة ولأجل كلّ القيم:

$$\frac{P_1}{P_0}, \frac{P_2}{P_1}, \frac{P_3}{P_2}, ..., \frac{P_n}{P_{n-1}}$$

ويطرح السؤال نفسه، لماذا نفرق بين الأساس الثابت والأساس المتغير؟ وما السبب في تحويل مجموعة من القيم من أرقام مطلقة إلى أرقام نسبية؟

السبب يبدو واضحاً في:

1- إمكانية إجراء المقارنة بين أرقام المجموعة نفسها من البيانات.

2- إمكانية إجراء المقارنة بين عدة مجموعات من القيم معبراً عنها بوحدات مختلفة.

كما أن عملية تحويل الرقم القياسي المطلق إلى آخر نسبي، لا تضيف شيئاً جديداً، إلاّ وصف التغيرات المطلقة فيما بينها بصورة مئوية من أساس ثابت سواءً أكان زمانياً أم مكانياً.

وبشكل عام، يكون الرقم النسبي Relative Number: " هو الذي يعبر عن المتغيرات المطلقة فيما بينها بصورة مئوية من أساس ثابت سواءً أكان زمانياً أم مكانياً، وعموماً هو أصغر عددياً بالمقارنة مع الرقم المطلق"، وعليه يكون:

التغير المطلق: $\Delta P = P_2 - P_1$

أما التغير النسبي: $\frac{P_2}{P_1}.100$

هذا ويرتبط الرقم القياسي بمعدل النمو، لأن الرقم القياسي يعبر عن الظاهرة المدروسة بالزيادة أو النقصان، أي لو كان لدينا على سبيل المثال قيم ظاهرة ما: y_0, y_1 خلال الفترة الزمنية t_0, t_1، فسيكون معدل النمو، كالآتي:

$$r = \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{Y_{t1} - Y_{t0}}{Y_{t0}} = \frac{Y_{t1}}{Y_{t0}} - \frac{Y_{t0}}{Y_{t0}} = \frac{Y_{t1}}{Y_{t0}} - 1$$

أي إن :

معدل النمو (r) = الرقم القياسي (I_x) مطروحاً من الواحد الصحيح، أي:

$$r = I_x - 1 \Rightarrow I_x = r + 1$$

فالرقم القياسي: هو " مقياس إحصائي مصمم لإظهار المتغيرات في متغير ما أو مجموعة مرتبطة من المتغيرات بالنسبة للزمان أو المكان، أو أي خاصية أخرى كالدخل والوظيفة،... "، إذ تسمى مجموعة من الأرقام القياسية لسنوات أو لأماكن مختلفة " بالسلسلة القياسية ".

وقبل التطرق إلى أنواع الأرقام القياسية وكيفية إنشائها، وما مدلول كلٍ منها، وبماذا يتصف كل رقم، ثُمَّ ما العلاقة بين مختلف الأرقام؟ لذا لا بد لنا وبعد أن اطلعنا على بينة الرقم القياسي من خلال هذه المقدمة أن نشير إلى أهمية استخدام الأرقام القياسية.

7-1- أهمية استخدام الأرقام القياسية

إن أوجه استخدام الأرقام القياسية متعددة، ولا تقتصر هذا الاستخدام على مجال بعينه، بل يشمل كل مجالات الحياة على حدٍ سواء، ونذكر منها، الآتي:

1- مقارنة تكاليف المعيشة في بلد ما لفترة زمنية معينة مع مثيلتها لنفس البلد بالنسبة لفترة زمنية سابقة
(فترة أساس) أو مقارنتها مع سنوات سابقة (سلسلة قياسية).

2- مقارنة الإنتاج لأحد الفلزات لمنطقة (مدينة) خلال سنة ما مع إنتاج منطقة أخرى من نفس السنة.

3- في مجال الأعمال والاقتصاد ومجالات متعددة بهدف التنبؤ بأحوال الظواهر ذات الصلة بهذه المجالات، فعلى سبيل المثال:

- في مجال التعليم: لمعرفة ذكاء الطلبة في مناطق أو في سنوات مختلفة.
- في المؤسسات الحكومية والخاصة.
- في إعطاء القيمة الحقيقية لا الاسمية، ولاسيَّما ما يتعلق بالقوة الشرائية لوحدة النقد المستخدمة لأي بلد.
- في إعطاء القيمة الحقيقية للتغير في تكلفة المشروع الإنتاجي أياً كان صناعياً أم سياحياً... إلخ.

سنورد بعض الأمثلة عن مجالات استخدام الأرقام القياسية الآنفة الذكر، لتسليط الضوء على أهمية الأرقام القياسية واستخداماتها في تحليل البيانات العددية ذات بالموضوع المدروس.

مثال1- إذا كان دخل أسرة ما في عام 1990 مساوياً لـــــ 10000 ل.س، وارتفع ليصبح في العام الآتي 15000ل.س، غير أن الرقم القياسي لتكاليف المعيشة قد ارتفع من 100% إلى 130% في عام 1991، فما الدخل الحقيقي؟

<u>الحل:</u>

إن التغير في دخل هذه الأسرة في عام 1991 بالنسبة إلى دخلها في عام 1990، هو:

$$I_{income} = \frac{income1991}{income1990} * 100 = \frac{15000}{10000} * 100 = 150\%$$

أي إن دخل هذه الأسرة قد ازداد 50% في عام 1991 عما كان عليه في عام 1990 ، وإذا ما أخذنا الرقم القياسي لتكاليف المعيشة بالحسبان ، والذي تغيـــر بمقـــدار 30% $(130\% - 100\% = 30\%)$ في عام 1991 عما كان عليه عام 1990 ، لمعرفة التغير الحقيقي في دخل هذه الأسرة بين عامي 1991 و 1990 ، نوجد:

$$\frac{income1991}{Index1991} * 100 = \frac{15000}{130} * 100 = 11538.46 \text{ ل.س}$$

وعليه تكون الزيادة الحقيقية في الدخل هي:

$$11538.46 - 10000 = 1538.46 \text{ ل.س}$$

أما الزيادة الاسمية فهي:

$$15000 - 10000 = 5000 \text{ ل.س}$$

مثال2- بفرض أن الرقم القياسي لتكاليف المعيشة لمجتمع ما عام 1990 كان مساوياً لـ 100%، إلاّ أنه صار مساوياً في عام 1992 إلى 108,5% وفي عام 1993 صار مساوياً 120,7% ، والمطلوب: احسب القوة الشرائية لوحدة النقد في هذا البلد في عامي 1993 و 1992 بالنسبة إلى عام 1990؟

الحل:

نعلم بأن، القوة الشرائية لوحدة النقد تساوي لمقلوب الرقم القياسي لتكاليف المعيشة للعام المدروس، وعليه يكون:

القوة الشرائية لوحدة النقد عام 1990 = مقلوب الرقم القياسي لتكاليف المعيشة لعام 1990 مضروباً بـ 100، أي:

$$\frac{1}{I_{ndex1990}} * 100 = \frac{1}{100} * 100 = 1 \text{ وحدة نقدية}$$

أي إن القوة الشرائية لوحدة النقد لم تتغير في عام 1990 ، غير أنها قد تغيرت في عامي 1992 و 1993 بمقدار $(92.166\% - 100\% = -7.834\%)$ و $(82.85\% - 100\% = -17.15\%)$ وعلى التوالي، عما كانت عليه في عام 1990 ، أي:

القوة الشرائية لوحدة النقد لعام 1992، هي:

$$\frac{\frac{1}{I_{ndex1992}}}{\frac{1}{I_{ndex1990}}} * 100 = \frac{\frac{1}{108.5}}{\frac{1}{100}} * 100 = 92.166\%$$

القوة الشرائية لوحدة النقد لعام 1993، هي:

$$\frac{I_{index1993}}{I_{index1990}} * 100 = \frac{120.7}{100} * 100 = 82.15\%$$

مثال 3- تم تخصيص مبلغ 52 مليون ليرة سورية عام 1995 لمشروع إقامة فندق درجة ممتازة، وكان الرقم القياسي لتكاليف المواد الداخلة في هذا المشروع 125% مقارنة مع عام 1990، وفي عام 2000 ورد في الخطة إقامة مشروع مماثل للسابق، فتم تخصيص مبلغ 30 مليون ليرة سورية، إلاَّ أن الرقم القياسي لتكاليف المواد اللازمة لهذا المشروع صار مساوياً لـ 180% مقارنة مع أسعار عام 1990، فهل يكفي المبلغ لإنشاء المشروع الجديد؟.

الحل:

سنتبع إحدى الطريقتين التاليتين، لمعرفة عما إذا كان المبلغ المخصص يكفي لإنشاء المشروع الجديد:

الطريقة الأولى : نحسب القيمة المخصصة لإنشاء المشروع في كل من عامي 1995 و 2000 وننسب القيمة الأخيرة إلى القيمة الأولى، فنحصل على ما يسمى بنسبة الإنجاز، أي:

القيمة الحقيقية المخصصة لإنشاء المشروع عام 1995، هي: $\left(\frac{25}{120} * 100 = 20\right)$ مليون ل.س ، في حين أن القيمة الحقيقية المخصصة لإنشائه عام 2000 ، هي: $\left(\frac{30}{180} * 100 = 16.66\right)$ مليون ل.س، وعليه تكون نسبة الإنجاز مساوية لـ $\frac{16.66}{20} * 100 = 83.3\%$ ، وهذا يدل على أن المبلغ المخصص لا يكفي إلاَّ لإنجاز من نسبته 83.3% فقط.

الطريقة الثانية: نطبق القاعدة الآتية:

$$\text{نسبة الإنجاز} = \frac{(I_{NOC2000})}{(I_{NOC1995})} : \frac{Cap_{2000}}{Cap_{1995}}$$

حيث إن:

$I_{NOC2000}$ الرقم القياسي لتكاليف المواد الداخلة في المشروع لعام 2000 ،

$I_{NOC1995}$ الرقم القياسي لتكاليف المواد الداخلة في المشروع لعام 1995 ،

Cap_{2000} المبلغ المخصص عام 2000 ،

Cap_{1995} المبلغ المخصص عام 1995 .

أو أن نكتب:

$$\text{نسبة الإنجاز} = \frac{(I_{NOC2000}0)*(Cap_{1995})}{(I_{NOC1995})*(Cap_{2000})}$$

أو نحسب القيمة الحقيقية، كالآتي:

$$\text{القيمة الحقيقية} = \frac{1}{\frac{Cap_{2000}}{Cap_{1995}}} = \frac{Cap_{1995}}{Cap_{2000}} = \frac{25}{30} = 0.833$$

يتمتع الرقم القياسي لأسعار التجزئة بأهمية كبيرة في دراسة الظواهر الاقتصادية والاجتماعية، فمثلاً تحديد مستوى الأجور الذي يرتبط لدرجة كبيرة بتحديد هذا الرقم، لأن الدولة تعتمد على هذا الرقم في تقرير سياستها على الضرائب والاستهلاك والأجور، وكذلك في تحديد سياستها تجاه مراقبة الأسعار والدخل في الأسواق لحماية المستهلك لتحديد التضخم النقدي ومعالجته من خلال حساب القوة الشرائية لوحدة النقد وتطورها، وكذلك في حساب الأجر الحقيقي للعمال والموظفين كمؤشر هام مختلف عن الأجر الاسمي الذي يتقاضونه، فالأرقام القياسية للأجور، والبطالة، والاستيراد،...، ولأسعار الجملة والتجزئة، فكل رقم منها، له أهمية خاصة

في التحليل سواءً على صعيد المؤسسة أم الاقتصاد ككل، فمثلاً رب العمل لا يمكنه رفع الأجور دون أن يتعرف على الرقم القياسي لإنتاجية العمل، حتى ولو كان الرقم القياسي لتكاليف المعيشة مرتفعاً (الرقم القياســـي للأسعار مرتفعاً)، وعلى ضوء ذلك إما أن ترفع الرواتب وإمَّا ألاَّ ترفع ، غير أن نقابات العمال لا تطالب برفع أجور عمالها قبل أن تحسب الرقم القياسي للأسعار، غير أن مطالبة نقابات العمال برفع الأجور قد يتعارض مع رأي رب العمل ، وهذا يعني بأن رفع الأجور يقتضي معرفة ثلاثة أرقام قياسية بآن معاً، وهي: الرقم القياسي للأجور، والرقم القياسي للأسعار والرقم القياسي لإنتاجية العمل.

مثال 4: إذا كانت قيمة الرقم القياسي للأسعار على السلع والخدمات لدولة ما وفي عام ما، يساوي (1.3) ، فما هي القوة الشرائية لتلك العملة بالنسبة إلى سنة الأساس؟

معدل النمو = $\left(\frac{1}{1.3}-1\right)*100=-23\%$ أي إن القوة الشرائية لوحدة النقد قد انخفضت بمقدار 23% في عام الدراسة مقارنة مع عام الأساس.

7-2- تركيب الأرقام القياسية:

ثمَّة عوامل يجب مراعاة عند تركيب الأرقام القياسية ، لكي تعطي الغاية الأساسية المرجوة منها، ونذكر من هذه العوامل الآتي:

1- تحديد الغرض أو الهدف من تركيب الرقم القياسي، فمثلاً: الرقم القياسي لتكاليف المعيشة الذي يستخدم لقياس نفقات المعيشة لأفراد المجتمع، يختلف عن الرقم القياسي لنفقات المعيشة لطبقة واحدة من طبقات المجتمع المدروس.

2- اختيار العناصر التي يتكون منها الرقم القياسي، أي اختيار عينة من السلع وأسعارها حيث تمثل مجتمعها الإحصائي تمثيلاً صحيحاً، فمثلاً: الرقم القياسي لنفقات المعيشة يتكون من مجموعة من السلع الغذائية، واللباس، والنقل .... وغيرها، واختيار تلك العناصر يخضع لعدة اعتبارات، منها:

أ- التكلفة: أن لا تكون تلك العناصر المختارة مكلفة جداً.

ب- التماثل: بقاء العناصر المختارة في فترة ما مماثلة لها تماماً في فترة أخرى.

ج- الازدواجية: عدم تشميل السلع موضوع الدراسة أكثر من مرة واحدة.

3- اختيار مصادر جمع المعلومات التي يتطلبها تركيب الرقم القياسي بحيث تكون موثوقة.

4- اختيار فترة الأساس، بحيث تحقق بعض الشروط، ومنها:

أ- أن تكون فترة عادية ومستقرة أي عدم تأثرها بالأوضاع الشاذة.

ب- أن لا تكون فترة رواج أو كساد، وأحياناً تؤخذ لعملية المقارنة مع نفسها، إذا ما تكررت.

ج- أن تكون فترة قريبة نسبياً من فترة المقارنة (لا يوجد بعد زمني بين سنة الأساس وسنة المقارنة)، ويصعب تحقق هذا الشرط في بعض الأحيان، فعندها نكون أمام خيارين، هما:

- إما أن نحسب متوسط عدة سنوات " كسنة أساس ".
- وإما أن نعتمد طريقة المتوسطات المتحركة.

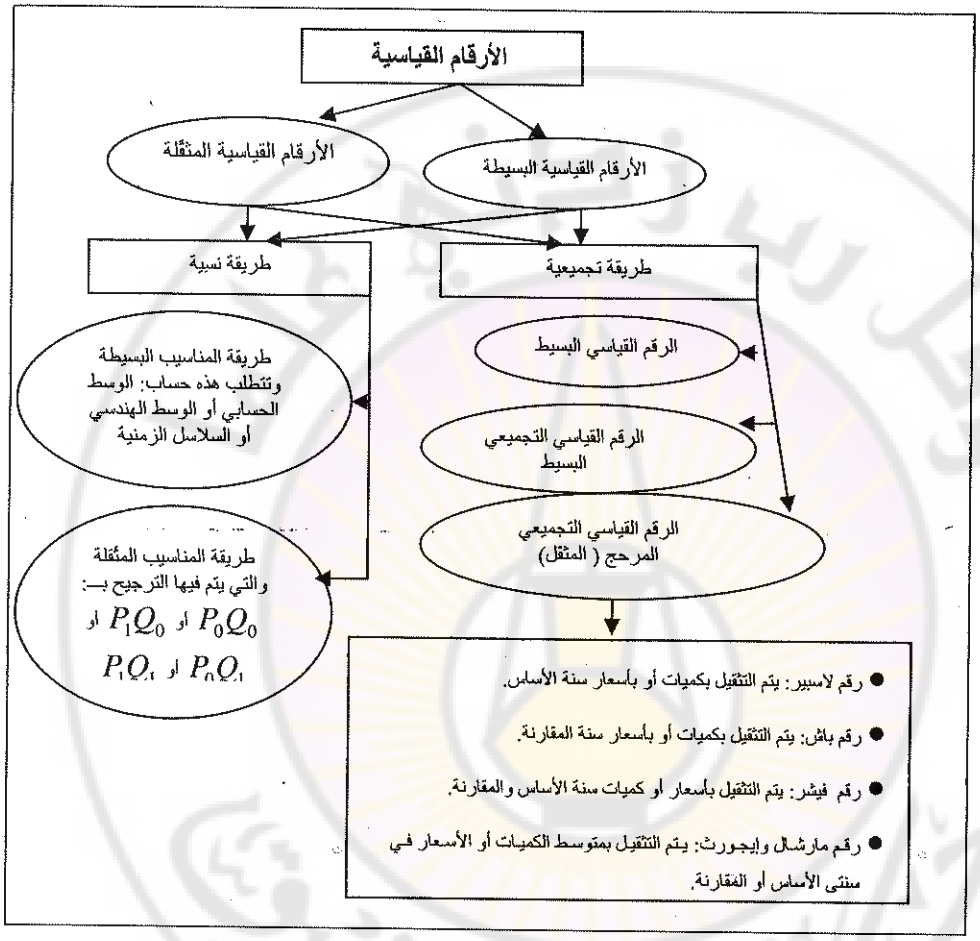
5- اختيار الأوزان المناسبة، وهذا يتوقف على البيانات المتوفرة، وعلى الغاية التي يتم من أجلها تركيب الرقم القياسي.

6- اختيار المعادلة المستخدمة في تصميم الرقم القياسي، أي الطريقة التي نحسب بموجبها الرقم القياسي، أهي: بسيطة، أم نسبية، أم تجميعية بسيطة أم تجميعية مثقّلة.

7-3- أنواع الأرقام القياسية

يمكننا تصنيف الأرقام القياسية سواءً من حيث التركيب إلى أرقام قياسية بسيطة وأخرى مثقّلة (مرجحة)، أم من حيث طريقة الحساب إلى أرقام قياسية تجميعية

وأخرى نسبِّية، ومِن ثَمَّ سندرس أهم الأرقام القياسية البسيطة والمثقِّلة سواءً أكانت تحسب بالطريقة التجميعية أم النسبِّية، وهذا ما يوضحه الشكل الآتي:



ويلاحظ مما سبق، أنه يمكننا التثقيل (الترجيح) كل من الأسعار أو الكميات إما بكميات أو أسعار ثابتة مع مرور الزمن، وفي مثل هذه الحالة، أي عندما يكون التثقيل بأوزان ثابتة لفترة زمنية، نميزّ بين أربعة أرقام قياسية نسبة إلى الإحصائيين الذين أوجدوها (لاسبير Lasper؛ باش Paash's؛ فيشر Fisher's ؛ مارشال و إيجورث Marshall's & Ejourth .

7-3-1- الأرقام القياسية النسبية البسيطة : ويقصد فيها، تلك الأرقام التي تعبر عن تغير الأسعار أو الكميات بين فترتين زمنيتين أو مكانين مختلفين، وتقسم إلى :

1- **الرقم القياسي التجميعي البسيط:** وهو يمثل التغير العام للأسعار أو للكميات أو للقيم، ويتم ذلك بتجميع الأسعار الفعلية أو الكميات الفعلية أو القيم الفعلية في فترة الدراسة (المقارنة) وننسبها إلى مجموع الأسعار الفعلية أو الكميات الفعلية أو القيم الفعلية في فترة الأساس، أي:

- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار في الفترة (1) بالنسبة للفترة (0):

$$I_{P_{1/0}} = \frac{P_1^{'} + P_1^{''} + P_1^{'''} + \ldots + P_1^{n'}}{P_0^{'} + P_0^{''} + P_0^{'''} + \ldots + P_0^{n'}} * 100 = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} * 100$$

- الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميات في الفترة (1)بالنسبة للفترة (0):

$$I_{Q_{1/0}} = \frac{Q_1^{'} + Q_1^{''} + Q_1^{'''} + \ldots + Q_1^{n'}}{Q_0^{'} + Q_0^{''} + Q_0^{'''} + \ldots + Q_0^{n'}} * 100 = \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} * 100$$

- الرقم القياسي التجميعي البسيط للقيم في الفترة (1)بالنسبة للفترة (0):

$$I_{V_{1/0}} = \frac{P_1^{'}Q_1^{'} + P_1^{''}Q_1^{''} + P_1^{'''}Q_1^{'''} + \ldots + P_1^{n'}Q_1^{n'}}{P_0^{'}Q_0^{'} + P_0^{''}Q_0^{''} + P_0^{'''}Q_0^{'''} + \ldots + P_0^{n'}Q_0^{n'}} * 100 = \frac{\sum V_1}{\sum V_0} * 100$$

وهذا ما يتضح بدقة، لأجل مجموعة سلعية مكونة من (n) سلعة، كما في الجدول الآتي:

المجموعة السلعية	سنة الأساس		سنة المقارنة		$V_0 = P_0 * Q_0$	$V_1 = P_1 * Q_1$
	الأسعار	الكميات	الأسعار	الكميات		
	P_0	Q_0	P_1	Q_1		
أ	P_0'	Q_0'	P_1'	Q_1'	$V_0' = P_0' * Q_0'$	$V_1' = P_1' * Q_1'$
ب	P_0''	Q_0''	P_1''	Q_1''	$V_0'' = P_0'' * Q_0''$	$V_1'' = P_1'' * Q_1''$
ج	P_0'''	Q_0'''	P_1'''	Q_1'''	$V_0''' = P_0''' * Q_0'''$	$V_1''' = P_1''' * Q_1'''$
. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .
$\sum$	$\sum P_0$	$\sum Q_0$	$\sum P_1$	$\sum Q_1$	$\sum V_0$	$\sum V_1$

مثال عددي: لو أردنا معرفة الرقم القياسي التجميعي لما يصرفه السائح على الغذاء خلال استجمامه في بلد ما خلال الأعوام 1998 و 1999 و2000، حيث كانت أسعار أربعة أصناف من الأغذية (مقدرة بعشرات الوحدات النقدية) على النحو الآتي:

المجموعة السلعية	الأسعار		
	1998	1999	2000
	P_0	P_1	P_2
اللحم (كغ)	30	35	40
البيض (العشرات)	14	18	20
الحليب (الليتر)	8	10	11
الماء (زجاجة)	3	3	4
$\sum$	55	66	75

والمطلوب: معرفة الرقم القياسي التجميعي البسيط لأسعار ما صرفه السائح على هذه المجموعة السلعية في عامي 1999 و 2000 بالنسبة لأسعارها في عام 1998 ولعام 2000 بالنسبة لعام 1999؟

الحل:

- $$I_{P_{1/0}} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} * 100 = \frac{66}{55} * 100 = 120\%$$

أي: ارتفعت أسعار هذه المجموعة السلعية عام 1999 عما كانت عليه في عام 1998 بمقدار 20%.

- $$I_{P_{2/0}} = \frac{\sum P_2}{\sum P_0} * 100 = \frac{75}{55} * 100 = 136.4\%$$

وقد ارتفعت أسعار نفس المجموعة السلعية عام 2000 عما كانت عليه في عام 1998 بمقدار 36.4%.

- $$I_{P_{2/1}} = \frac{\sum P_2}{\sum P_1} * 100 = \frac{75}{66} * 100 = 113.6\%$$

وارتفعت أسعارها عام 2000 عما كانت عليه في عام 1999 بمقدار 13.6% .

ويلحظ هنا، أن الرقم القياسي المحسوب أعلاه، قد عكس تطور أسعار المجموعة السلعية بين فترتين زمنيتين، وبالرغم من سهولة حسابه، فإن نتيجته تتغير إذا ما غيرنا الوحدة المستخدمة لقياس السعر لإحدى السلع المدروسة، فمثلاً لو أخذنا سعر اللحمة على أساس الباوند بدلاً من الكغ، فإننا نحصل على نتيجة مغايرة تماماً لذلك، أي:

المجموعة السلعية	الأسعار	
	1998 P_0	1999 P_1
اللحم (باوند)	60	70
البيض (عشرات)	10	15
$\sum$	70	85

المجموعة السلعية	الأسعار	
	1998 P_0	1999 P_1
اللحم (كغ)	30	35
البيض (عشرات)	10	15
$\sum$	40	50

$$I_{P_{1/0}} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} * 100 = \frac{85}{70} * 100 =$$

$$I_{P_{1/0}} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} * 100 = \frac{50}{40} * 100 = 12$$

لذا فكر الإحصائيون بأخذ كل سلعة على حدة، فحصلوا على الرقم القياسي النسبي البسيط، بحيث تؤخذ الأهمية النسبية لكل سلعة، لأنه وحسب المقولات الاقتصادية ، بأن : " السلع المرتفعة القيمة هي عادة أقل أهمية بالنسبة للمستهلك العادي من تلك ذات القيمة المنخفضة تحت دخله المحدود".

وخير مثال على ذلك، أنه إذا كانت أسعار المجموعة السلعية التالية بين عامي 2005 و 2006 مقدرة بالوحدات النقدية، فإن التغير المطلق لثلاث سلع أساسية (الخبز والجبن واللبن) تشكل نحو ربع السلعة الأخيرة (البن) :

المجموعة السلعية	السعر في 2005 P_0	السعر في 2006 P_1	التغير المطلق $\Delta P = P_1 - P_0$
الخبز (كغ)	3	4	1
الجبن (كغ)	50	60	10
اللبن (الليتر)	11	15	4
البن (كغ)	104	165	61
$\sum$	168	244	76

وعليه يكون:

$$I_{P_{1/0}} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} * 100 = \frac{244}{168} * 100 = 145.2\%$$

و

$$I_{P_{0/1}} = \frac{\sum P_0}{\sum P_1} * 100 = \frac{168}{244} * 100 = 68.8\%$$

2- الرقم القياسي النسبي البسيط:

عندما يكون لدينا أسعار أو كميات لمجموعة من السلع خلال فترتين زمنيتين أو أكثر، ونرغب بدراسة تغير أسعارها أو كمياتها من فترة لأخرى، فمن الممكن أن ننسب سعر أو كمية كل سلعة منها في سنة المقارنة إلى سعرها أو كميتها في سنة الأساس، فنحصل على مجموعة من النسب، يُطلق على كل منها بمنسوب السعر أو الكمية أو القيمة (لأن القيمة هي عبارة عن حاصل جداء السعر في الكمية)، وهذا يدعونا للتطرق إلى كل ما يتعلق بالمناسيب وخصائصها:

آ- **منسوب السعر:** وهو عبارة عن نسبة سعر سلعة ما في سنة المقارنة إلى سعرها في سنة الأساس فيكون:

$$I_{P_{1/0}} = \frac{P_1}{P_0} * 100$$

ب- **منسوب الكمية:** وهو عبارة عن نسبة الكمية المستهلكة أو المنتجة أو .... في سنة المقارنة إلى كميتها في سنة الأساس، أي:

$$I_{Q_{1/0}} = \frac{Q_1}{Q_0} * 100$$

ج- **منسوب القيمة:** إذا كان (P) هو سعر سلعة ما خلال فترة معينة و (Q) الكمية المنتجة أو المباعة أو المستهلكة من تلك السلعة خلال نفس الفترة، فإن حاصل جداء (PQ) يدعى بقيمة تلك السلعة في نفس الفترة (V)، أي:

القيمة (V) = السعر (P) * الكمية (Q)

وعليه يكون منسوب القيمة، عبارة عن قيمة السلعة في سنة المقارنة إلى قيمتها في سنة الأساس، أي:

$$I_{V_{1/0}} = \frac{P_1 Q_1}{P_0 Q_0} * 100 = \frac{V_1}{V_0} * 100$$

مثال 5:

لتكن لدينا أسعار المفرق لمادة معينة (25 و 30) وكمياتها المستهلكة (15 و 20) خلال عامي 2005 و 2006 وعلى التوالي، والمطلوب: ما منسوب كل من: السعر والكمية والقيمة لهذه السلعة معتبراً عام 2005 مرة عام أساس ومرة أخرى عام مقارنة؟

الحل:

- **منسوب السعر:**

$$I_{P_{06/05}} = \frac{P_{06}}{P_{05}} * 100 = \frac{30}{25} * 100 = 120\%$$

$$I_{P_{05/065}} = \frac{P_{05}}{P_{06}} * 100 = \frac{25}{30} * 100 = 83.33\%$$

أي إن ســـعر هذه السلعة عام 2006 قد ارتفع عن سعرها عام 2005 بمقدار 20%، في حين أن سعرها عام 2005 مقارنة بسعرها عام 2006 كان منخفضاً بمقدار 16.67% .

- **منسوب الكمية:**

$$I_{Q_{06/05}} = \frac{Q_{06}}{Q_{05}} * 100 = \frac{20}{15} * 100 = 133.3\%$$

$$I_{Q_{05/06}} = \frac{Q_{05}}{Q_{06}} * 100 = \frac{15}{20} * 100 = 75\%$$

أي إن الكمية المستهلكة من هذه السلعة عام 2006 قد ارتفع عن كميتها عام 2005 بمقدار 33.3%، في حين أن الكمية المستهلكة عام 2005 مقارنة بكمياتها عام 2006 كانت منخفضةً بمقدار 25% .

- **منسوب القيمة:**

$$I_{V_{06/05}} = \frac{V_{06}}{V_{05}} * 100 = \frac{20*30}{25*15} * 100 = 160\%$$

$$I_{V_{056/0}} = \frac{V_{05}}{V_{06}} * 100 = \frac{25*15}{20*30} * 100 = 62.5\%$$

أي إن قيمة هذه السلعة عام 2006 قد ارتفع عن سعرها عام 2005 بمقدار 60%، في حين أن قيمتها عام 2005 مقارنة بقيمتها عام 2006 كانت منخفضة بمقدار 31.5%.

- **خصائص المناسيب:** إذا كانت $P_1, P_2, P_3, ..., P_n$ تعبر عن أسعار الفترات الزمنية $1,2,3,...,n$ على الترتيب، فإن الخصائص التالية تتحقق لمناسيب الأسعار المرتبطة بها، وهي:

1)- **خاصية التطابق:** إن منسوب السعر أو الكمية أو القيمة لفترة زمنية مـــا بالنـــسبة لنفس الفترة، يساوي الواحد الصحيح أو 100% ، أي:

$$I_{P_{1/1}} = \frac{P_1}{P_1} * 100 = 100\%$$

$$I_{Q_{1/1}} = \frac{Q_1}{Q_1} * 100 = 100\%$$

$$I_{V_{1/1}} = \frac{V_1}{V_1} * 100 = 100\%$$

2)- **خاصية الانعكاس في الزمن:** إذا أحللنا فترةً كل محلٍّ الأخرى، فإن مناسيب الأسعار أو الكميات أو القيم المقابلة تكون كل منها مقلوب الأخرى، أي:

$$I_{P_{2/1}} = \frac{1}{P_{1/2}}$$

لأن الرقم القياسي الأصلي في مقلوبه الزمني يساوي الواحد الصحيح، أي:

$$I_{P_{2/1}} * I_{P_{1/2}} = 1$$

3)- **الخاصية الدائرية (الدورية):** إذا كان لدينا $I_{P_{2/1}} = \frac{1}{P_{1/2}}$ و $I_{P_{2/1}} * I_{P_{1/2}} = 1$

فإنه سيكون:

$$P_{2/1} * P_{3/2} * P_{4/3} * P_{1/4} = 1$$

4)- **الخاصية الدائرية المعدلة:** ونحصل عليها من الخاصيتين (2) و (3) السابقتين، وتستخدم بشكل رئيس عند معرفة التغيرات اللحظية بالنسبة للظاهرة المدروسة سواءً أكانت بالسنوات أم الأشهر أم... ، بشرط أن لا يكون هناك تقطع زمني، أي:

$$P_{2/1} * P_{3/2} = P_{3/1}$$

$$P_{2/1} * P_{3/2} * P_{4/3} = P_{4/1}$$

وتنطبق هذه الخصائص على مناسيب الكميات والقيم أيضاً.

- **سلسلة المناسيب ووصلة المناسيب:** إذا كانت $P_1, P_2, P_3, ..., P_n$ تمثل الأسعار في فترات زمنية متتالية $1,2,3,...,n$ ، فإن: $P_{2/1}$ و $P_{3/2}$ و $P_{4/3}$ و ... تمثل

مناسيب الأسعار لكل فترة زمنية بالنسبة للفترة الزمنية السابقة لها، وهذا ما يسمى **بمناسيب الوصلات" سلسلة المناسيب** "، أما المناسيب لفترة معينة بالنسبة لفترة الأساس هي **وصلة المناسيب**، إذ إن الفرق بين سلسلة المناسيب ووصلة المناسيب، يكمن في أن سلسلة المناسيب، الأساس فيها متغير، بينما الأساس في وصلة المناسيب الأساس ثابت، كما أنها تساوي حاصل جداء مناسيب الوصلات بعضها ببعض، وما ينطبق على مناسيب الأسعار، ينطبق أيضاً على مناسيب الكميات أو القيم.

ولتوضيح ذلك، نأخذ المثال: إنه إذا كانت أسعار تذاكر السفر لسائح ما (مقدرة بمئات الدولار) خلال السنوات 1991 ، 1992 ، 1993 ، 1994 وعلى التوالي: 8 ، 12 ، 15 ، 18 ، فإن مناسيب الوصلات هي:

$$P_{92/91} = \frac{P_{92}}{P_{91}} * 100 = \frac{12}{8} * 100 = 150\%$$

$$P_{93/92} = \frac{P_{93}}{P_{92}} * 100 = \frac{15}{12} * 100 = 125\%$$

$$P_{94/93} = \frac{P_{94}}{P_{93}} * 100 = \frac{18}{15} * 100 = 120\%$$

وعليه تكون وصلة المناسيب، كالآتي:

$$P_{94/91} = \left(P_{92/91} * P_{93/92} * P_{94/93}\right) * 100 = \left(\frac{12}{8} * \frac{15}{12} * \frac{18}{15}\right) * 100 = 225\%$$

مثال (6):

إذا علمت أن منسوب الكمية عام 2000 على أساس عام 1990 يساوي إلى 105 ، وأن منسوب الكمية لعام 2000 على أساس عام 1995 يساوي 140، فما منسوب الكمية لعام 1995 على أساس 1990؟

الحل:

لنفرض أن: 1990=1 و 1995=2 و 2000=3 ، فسيكون:

$$Q_{3/1} = Q_{3/2} * Q_{2/1} \Rightarrow Q_{2/1} = \frac{Q_{3/1}}{Q_{3/2}} = \frac{105}{140} = 75$$

مثال (7):

تتوقع شركة أن تزيد مبيعاتها من سلعة ما بنسبة 50 % في السنة القادمة، فما النسبة المئوية التي يجب أن يزاد فيها سعر البيع حتى تتضاعف القيمة (الدخل الإجمالي)؟

الحل:

ليكن لدينا $V_{1/0}$ وهي قيمة السلعة في السنة القادمة بالنسبة لقيمتها في العام السابق، وعليه نكتب:

$$V_{1/0} = P_{1/0} * Q_{1/0}$$

بالتعويض يكون:

$$200\% = P_{1/0} * 150\% \Rightarrow P_{1/0} = \frac{200\%}{150\%} = 133.3\%$$

أي يجب أن يزاد سعر البيع بمقدار $133.3\% - 100\% = 33.3\%$ حتى تتضاعف قيمة مبيعات تلك السلعة في العام القادم، فيما إذا ازدادت مبيعاتها بمقدار 50% عما كانت عليه في العام السابق.

مثال (8):

في كانون الثاني عام 2000 كان مجموع قائمة الأجور بفندق ما، فيه(120) عاملاً، هو(40000) وحدة نقدية، وفي آب من العام نفسه أضيف (30) عاملاً إلى قائمة الأجور، فدفعت إدارة الفندق (6000) وحدة نقدية أكثر مما دفعته في كانون الثاني، وباستخدام كانون الثاني من عام 2000 كشهر أساس، أوجد:

1- الرقم القياسي للعمالة (منسوب الكمية) لشهر آب؟

2- الرقم القياسي لتكلفة العمالة (منسوب القيمة) لشهر آب؟

3- ما قيمة منسوب السعر هنا (الرقم القياسي لتكلفة العامل)، وما تفسيره؟

<u>الحل</u>:

1- الرقم القياسي للعمالة (منسوب الكمية) لشهر آب، هو:

$$\frac{120+30}{120}*100=125\%$$

أي إن عدد عمال الفندق في شهر آب بالنسبة لعددهم في شهر كانون الثاني من عام 2000 قد ازداد بمقدار 25%.

2- الرقم القياسي لتكلفة العمالة (منسوب القيمة) لشهر آب، هو:

$$\frac{40000+6000}{40000}*100=115\%$$

وهذا يدل، على أن إدارة الفندق صارت تدفع في شهر آب 15% أكثر مما كانت تدفعه في كانون الثاني من العام 2000، أي إن تكلفة العمالة قد ازدادت.

3- ما قيمة منسوب السعر هنا (الرقم القياسي لتكلفة العامل)، هو:

$$\frac{115}{125}*100=92\%$$

ويدل هذا، على أن تكلفة العامل في شهر آب انخفضت عما كانت عليه في شهر كانون الثاني بمقدار 8 %.

تمرين (<u>يترك حله للطالب</u>) :

بفرض أن سعر صرف الدولار مقابل اليورو كان مساوياً لـــــ 0,795 ، وكان سعر صرف الدولار مقابل الليرة السورية 46.25 ، فما سعر صرف اليورو مقابل الليرة السورية؟ وما الخاصية التي اعتمدت في إيجاد المطلوب؟

تطرقنا فيما سبق إلى منسوب سعر أو كمية أو قيمة كل سلعة في فترتين زمنيتين أو أكثر بغية معرفة تغير أسعارها أو كمياتها أو قيمتها من فترة لأخرى، وفي حال وجود مجموعة من السلع أو المواد المؤلفة لرقم قياسي ما، فالحصول على الرقم القياسي نقوم باختيار المتوسط الملائم بهدف حساب متوسط الأسعار أو الكميات أو القيم لهذه السلع مجتمعة، وبالرغم من إمكانية تمثيل هذه النسب (نسبة سعر أو كمية أو قيمة في سنة المقارنة إلى ما يقابلها في سنة الأساس)، أي إننا سوف نستخدم أي مقياس من مقاييس النزعة المركزية، إلاّ أن الوسط الحسابي والوسط الهندسي والوسط التوافقي، تُعد من أهم المتوسطات التي تستخدم في حساب الأرقام القياسية النسبية عملياً، أما باقي المتوسطات (كالوسيط والمنوال)، فإن استعمالها ضئيلٌ، لعدم تأثرهما نسبياً بالقيم المتطرفة، لهذا وسوف نتطرق هنا إلى:

- الرقم القياسي النسبي بطريقة الوسط الحسابي .
- الرقم القياسي بطريقة الوسط الهندسي .
- الرقم القياسي بطرقة الوسط التوافقي .
- الرقم القياسي بطريقة السلاسل الزمنية.

أولاً- الوسط الحسابي للمناسيب البسيطة (الرقم القياسي التجميعي النسبي بطريقة الوسط الحسابي): يحسب الوسط الحسابي لمناسيب وفقاً لأيٍّ من العلاقات الآتية:

$$I_{P_{1/0}} = \frac{1}{n}\left(\frac{P_1^{'}}{P_0^{'}} + \frac{P_1^{''}}{P_0^{''}} + \ldots + \frac{P_1^{n'}}{P_0^{n'}}\right) * 100 = \frac{\sum\left(\frac{P_1}{P_0}\right)}{n} * 100$$

$$I_{Q_{1/0}} = \frac{1}{n}\left(\frac{Q_1^{'}}{Q_0^{'}} + \frac{Q_1^{''}}{Q_0^{''}} + \ldots + \frac{Q_1^{n'}}{Q_0^{n'}}\right) * 100 = \frac{\sum\left(\frac{Q_1}{Q_0}\right)}{n} * 100$$

$$I_{V_{1/0}} = \frac{1}{n}\left(\frac{V_1^{'}}{V_0^{'}} + \frac{V_1^{''}}{V_0^{''}} + \ldots + \frac{V_1^{n'}}{V_0^{n'}}\right) * 100 = \frac{\sum\left(\frac{V_1}{V_0}\right)}{n} * 100$$

حيث إن: n عدد المواد الداخلة في تركيب الرقم القياسي.

هذا ويمكننا تلخيص خطوات الإيجاد، كما يأتي:

أ- نحسب نسبة سعر أو كمية أو قيمة كل سلعة على حدة في سنة المقارنة إلى سعرها أو كميتها أو قيمتها في سنة الأساس.

ب- نحسب مجموع نسب أسعار أو كميات أو قيم هذه السلع الداخلة في تركيب الرقم القياسي ثم نقسمها على عددها، فنحصل على متوسط السعر أو القيمة أو الكمية أو الوسط الحسابي لتلك المناسيب.

يُلحَظُ هنا، أن الرقم القياسي التجميعي النسبي بطريقة الوسط الحسابي لا يتأثر بتغير الوحدات المستخدمة، كما أنه لا يأخذ بالحسبان الأهمية الاقتصادية لكل سلعة، لذلك ينصح باستعمال الأرقام القياسية المرجحة (المثقّلة).

ثانياً- الوسط الهندسي للمناسيب البسيطة (الرقم القياسي التجميعي النسبي بطريقة الوسط الهندسي): وبتطبيق إحدى الطريقتين، يمكننا حساب الوسط الهندسي للمناسيب البسيطة، كالآتي:

- **باستخدام اللوغاريتمات:** إذا ما أخذنا لوغاريتمات المناسيب ثم مجموعها بعد تقسيمها على عددها، نحسب مقابل هذا اللوغاريتم، فنحصل على :

$$I_{P_{G1/0}} = AntiLog \frac{\sum\left(Log\frac{P_1}{P_0}\right)}{n} * 100$$

- **باستخدام الجذر النوني** : إذا أخذنا الجذر النوني لحاصل جداء المناسيب بعضها ببعض، نحصل:

$$I_{P_{G1/0}} = \sqrt[n]{\frac{P_1^{'}}{P_0^{'}} * \frac{P_1^{''}}{P_0^{''}} * \ldots * \frac{P_1^{n'}}{P_0^{n'}}} * 100 = \sqrt[n]{\Pi \frac{P_1}{P_0}} * 100$$

ويطبق هذا بصورة مشابهة، على كل من مناسيب الكميات والقيم.

هذا ويستخدم الوسط الهندسي في قياس معدلات النمو، ولاسيَّما فيما إذا كانت البيانات المدروسة تعاني التواء في توزيعها، لذا يفضل حساب الوسط الهندسي بدلاً من الوسط الحسابي، لأنه أكثر دقة.

ثالثاً- الوسط التوافقي للمناسيب البسيطة (الرقم القياسي التجميعي النسبي بطريقة الوسط التوافقي): يمكننا حساب الوسط التوافقي للمناسيب البسيطة من خلال تطبيق تعريفه، فهو يعرف لمجموعة من القيم أو المفردات بأنه مقلوب متوسط مقلوبات هذه القيم أو المفردات، أي إننا نطبق الآتي:

$$I_{P_{1/0}} = \frac{n}{\sum \frac{P_0}{P_1}} * 100$$

$$I_{Q_{1/0}} = \frac{n}{\sum \frac{Q_0}{Q_1}} * 100$$

$$I_{V_{1/0}} = \frac{n}{\sum \frac{V_0}{V_1}} * 100$$

مثال 9 : يبين الجدول الآتي أسعار خمس سلع للتجزئة(مقدرة بمئات الوحدات النقدية) في عامي 2003 و 2004 ، احسب الأرقام القياسية المذكورة أعلاه ، معتمداً كل من هذين العامين كعام أساس:

السلع	الأسعار 2003 P_0	الأسعار 2004 P_1	$\frac{P_1}{P_0}$	$\frac{P_0}{P_1}$	$\log\frac{P_1}{P_0}$	$Log\frac{P_0}{P_1}$
الخبز (كغ)	3	4	1.33	075	0.12483	- 0.12494
الجبن (كغ)	50	60	1.2	0.832	0.07918	- 0.07935
اللبن (ليتر)	11	15	1.36	0.733	0.13481	- 0.13489
البيض (دزينة)	8	10	1.25	0.80	0.09691	- 0.09691
البن (كغ)	104	175	1.68	0.694	0.22608	- 0.22621
$\sum$	**176**	**264**	**6.82**	**3.71**	**0.66181**	**- 0.66231**

الحل:

* الوسط الحسابي:

$$I_{P_{1/0}} = \frac{\sum\left(\frac{P_1}{P_0}\right)}{n} * 100 = \frac{6.82}{5} * 100 = 136.4\%$$

$$I_{P_{0/1}} = \frac{\sum\left(\frac{P_0}{P_1}\right)}{n} * 100 = \frac{3.71}{5} * 100 = 74.2\%$$

* الوسط الهندسي:

$$I_{P_{G_{1/0}}} = \sqrt[n]{\Pi \frac{P_1}{P_0}} * 100 = \sqrt[5]{1.33 * 1.2 * 1.36 * 1.25 * 1.68} * 100 = 135.6\%$$

أو:

$$I_{P_{G_{1/0}}} = AntiLog \frac{\sum\left(Log\frac{P_1}{P_0}\right)}{n} * 100 = Antiog \quad \frac{0.66181}{5} * 100 = 135.6\%$$

$$I_{P_{G_{0/1}}} = \sqrt[n]{\Pi \frac{P_0}{P_1}} * 100 = \sqrt[5]{0.75 * 0.833 * 0.733 * 0.80 * 0.574} * 100 = 73.7\%$$

أو:

$$I_{P_{G_{0/1}}} = AntiLog \frac{\sum\left(Log\frac{P_0}{P_1}\right)}{n} * 100 = AntiLog \frac{(-0.66231)}{5} * 100 = 73.7\%$$

* الوسط التوافقي:

$$I_{P_{1/0}} = \frac{n}{\sum \frac{P_0}{P_1}} * 100 = \frac{5}{3.72} * 100 = 134.8\%$$

$$I_{P_{10/1}} = \frac{n}{\sum \frac{P_1}{P_0}} * 100 = \frac{5}{6.82} * 100 = 73.3\%$$

يُلحظ مما سبق، أن متوسط المناسيب (أيّاً كانت طريقة الحساب) فهو لا يتأثر بالقيم المتطرفة، وأن الفرق بين قيمة كل متوسط من المتوسطات المشار إليها سابقاً بسيط جداً، إلاّ أن استخدام متوسط المناسيب حتى ولو اختلفت الوحدات الإحصائية التي عبرت عنها كل سلعة من السلع الداخلة في إنشاء الرقم القياسي، فهو لا يأخذ الأهمية الاقتصادية لكل سلعة، لذا وجب استخدام الأرقام القياسية التجميعية المثقّلة.

رابعاً – الأرقام القياسية بطريقة السلاسل الزمنية: إن إحدى مساوئ الأرقام القياسية ذات الأساس الثابت، هي عدم جدواها للمدى البعيد لسببين:

1- هو أن بعض المواد التي تدخل في حساب أي رقم قياسي تتغير أهميتها بسبب تغير نمط الاستهلاك، ومن ثَمَّ تصبح غير ملائمة لإدخالها في إنشاء الرقم القياسي؛

2- هو أن الفروق بين أرقام لاسبير وباش (التي سنراها وسنوضحها لاحقاً) تصيركبيرة، عند تباعد فترة المقارنة عن فترة الأساس، أي المقارنة عندها غير صحيحة، وذلك نتيجة لتغير ظروف الحياة واختلاف أذواق الأفراد ونمط استهلاكهم.

إن اللجوء لمثل هذه الطريقة، يهدف إلى التخلص من عيوب الطرائق السابقة في حساب الأرقام القياسية من جهة، ولإجراء المقارنات الزمانية، ليس فقط لفترتين زمنيتين، وإنما لأكثر من ذلك من جهة أخرى، هذا ويتم حساب الرقم القياسي في فترة ما بالنسبة إلى الفترة التي تسبقها مباشرة، وهكذا... (أنظر ما سبق وصلة المناسيب):

$$I_{V_{1/0}} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0} \quad \text{و} \quad I_{V_{0/1}} = \frac{\sum P_0 Q_0}{\sum P_1 Q_1}$$

فإذا أردنا الحصول على الرقم القياسي بين الفترة (1) وفترة الأساس (0) ، فإننا نلجأ إلى جداء الأرقام القياسية الواقعة بين فترة المقارنة وفترة الأساس.

بفرض لدينا الفترات الزمنية المتتالية $t, t-1, ..., 4, 3, 2, 1$ وأسعار المواد المقابلة لها، هي: $P_t, P_{t-1}, ..., P_4, P_3, P_2, P_1$ ، فإن الأرقام القياسية، هي:

$$P_{1/0} = \frac{P_1}{P_0} \quad \text{و} \quad P_{2/1} = \frac{P_2}{P_1} \quad \text{و} \quad .... \quad P_{t/t-1} = \frac{P_t}{P_{t-1}}$$

وعليه يكون:

$$P_{t/0} = P_{1/0} * P_{2/1} * P_{3/2} * ... * P_{t-1/t-2} * P_{t/t-1}$$

وهذا ما أطلقنا عليه " **بالسلسلة المتصلة** " ، لكن ما يعاب على هذا النوع من الأرقام القياسية، أنه إذا حدثت خطيئة في أحد الشهور أو السنوات، فإنها تتكرر باستمرار وفي كل شهر أو سنة تالية، بمعنى آخر، فإن أي خطأ في أحد عناصر السلسلة سينعكس ذلك على جميع الأرقام القياسية التالية، كما أن دلالة هذا الرقم غير

محددة بدقة، إذ إنَّ النتيجة تتعلق بتعديلات معامل التثقيل من فترة لأخرى، ومن ثَمَّ فإن هذا الرقم القياسي أقل ملائمة من رقمي لاسبير وباش لدراسة التغيرات الحاصلة منذ فترة الأساس، وسوف نتطرق إلى ذلك ثانية، وبأمثلة تطبيقية لتفسير ذلك بعد معرفتنا لرقمي لاسبير وباش، إلا أننا نشير هنا، أن استعمالات الرقم القياسي بطريقة السلاسل الزمنية، تقتصر على قياس التغيرات الحاصلة في المدى القريب، وليس في المدى البعيد، وذلك تبعاً للأوزان المستعملة في التثقيل.

- **خواص الأرقام القياسية البسيطة:** تتميز الأرقام القياسية البسيطة بخاصتين، هما: قابلية الانعكاس والتحويل في الزمن، وذلك على خلاف الأرقام القياسية المثقلة التي لا تتمتع بهما بشكل عام، وهذا يعتبر من مساوئ تلك الأرقام، وسنتطرق إليها عندما نتحدث عن اختبارات الأرقام القياسية.

1 – **قابلية الانعكاس:** ويُقصد فيها " **الانعكاس بالزمن** "، أي إنه إذا ضربنا الرقم القياسي في سنة المقارنة بالنسبة لسنة الأساس $I_{2/1}$ في الرقم القياسي لسنة الأساس بالنسبة لسنة المقارنة $I_{1/2}$ ، فإن الناتج يساوي الواحد الصحيح:

$$I_{2/1} * I_{1/2} = 1$$

أو أن: $I_{2/1} = \frac{1}{I_{1/2}}$ و $I_{1/2} = \frac{1}{I_{2/1}}$

مثال 10 :

بفرض أننا قمنا بدراسة لأربع سلع أساسية، يعتمد عليها السائح أثناء سفره، فأعطت الآتي:

$$n = 4 \;;\; \sum P_1 = 66 \;;\; \sum P_0 = 55 \;;\; \sum \frac{P_1}{P_0} = 8.5 \;;\; \sum \frac{P_0}{P_1} = 3.6 \;;$$

$$\Pi \frac{P_1}{P_0} = 2.3 \;;\; \Pi \frac{P_0}{P_1} = 0.435$$

<u>والمطلوب</u>: التأكد من أن الأرقام القياسية البسيطة تحقق هذه الخاصية؟

الحل:

- الرقم القياسي التجميعي البسيط:

$$I_{P_{1/0}} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} * 100 = \frac{66}{55} * 100 = 120\%$$

$$I_{P_{0/1}} = \frac{\sum P_0}{\sum P_1} * 100 = \frac{55}{66} * 100 = 83.3\%$$

للتأكد نطبق:

$$I_{2/1} * I_{1/2} = 1$$
$$I_{P_{1/0}} * I_{P_{0/1}} = 120\% * 83.3\% = 100\%$$

وهو محقق.

- الرقم القياسي التجميعي النسبي:

- بطريقة الوسط الحسابي:

$$I_{P_{1/0}} = \frac{\sum \frac{P_1}{P_0}}{n} * 100 = \frac{8.5}{4} * 100 = 212.5\%$$ و $$I_{P_{0/1}} = \frac{\sum \frac{P_0}{P_1}}{n} * 100 = \frac{3.6}{4} * 100 = 90\%$$

للتأكد نطبق:

$$I_{2/1} * I_{1/2} = 1$$
$$I_{P_{1/0}} * I_{P_{0/1}} = 212.5\% * 90\% \neq 100\%$$

وهو غير محقق.

- بطريقة الوسط التوافقي:

$$I_{P_{1/0}} = \frac{n}{\sum \frac{P_0}{P_1}} * 100 = \frac{4}{3.6} * 100 = 111.1\%$$ و $$I_{P_{0/1}} = \frac{n}{\sum \frac{P_1}{P_0}} * 100 = \frac{4}{8.5} * 100 = 47\%$$

للتأكد نطبق:

$$I_{2/1} * I_{1/2} = 1$$
$$I_{P_{1/0}} * I_{P_{0/1}} = 111.1\% * 470\% \neq 100\%$$

وهو غير محقق.

- بطريقة الوسط الهندسي:

$$I_{P_{G_{1/0}}} = \sqrt[n]{\Pi \frac{P_1}{P_0}} * 100 = \sqrt[4]{2.3} * 100$$

$$I_{P_{G_{0/1}}} == \sqrt[n]{\Pi \frac{P_0}{P_1}} * 100 = \sqrt[4]{0.435} * 100$$

للتأكد نطبق:

$$I_{2/1} * I_{1/2} = 1$$

$$I_{P_{1/0}} * I_{P_{0/1}} = (\sqrt[4]{2.3} * \sqrt[4]{0.435}) * 100 = 100\%$$

وهو محقق.

2 – **قابلية التحويل** (الدائرية المعدلة) : رأينا أن الرقم القياسي البسيط يقيس تغير الأسعار أو الكميات أو القيم بين سنتين معينتين، فإذا تغيرت إحداهما وجب تغير الرقم القياسي، ولكن قد ترغب أحياناً الحصول على أرقام قياسية لقياس تغير الأسعار أو الكميات أو القيم ضمن فترة من الزمن، وليس فقط بين أول الفترة ونهايتها' الأمر الذي يدعوننا لتغيير سنة الأساس إلى سنة أخرى. فمثلاً: لو كان لدينا الرقم القياسية التي تقيس الأسعار بين عامي 1990 و 1995، ونريد أن ننقل سنة الأساس لعام 1992. لنرمز بـــ A لعام 1990 و بـــ B لعام 1992 وبـــ C لعام 1995 ، وبفرض أن الأرقام القياسية المتوفرة، هي: $I_{B/A}$ و $I_{C/B}$ و $I_{C/A}$، فإننا نحصل على رقم قياسي بين العام C و B ، حيث نحول الأساس من A إلى B :

$$I_{C/B} = I_{C/A} * I_{A/B} \quad \text{أو} \quad I_{C/B} = \frac{I_{C/A}}{I_{B/A}}$$

مثال 11 :

إذا كانت $P_{02} = 404.9$ و $P_{05} = 494.58$ و $P_{02} = 687.1$ حجم الاستثمارات السياحية (بملايين الوحدات النقدية) في بلد ما خلال الأعوام 2002 و 2005 و 2008 ، فما مقدار التغير على حجم الاستثمارات السياحية في ذلك البلد للأعوام 2005 و 2008 مقارنة مع عام 2002، وما مقدار التغير على حجم الاستثمارات السياحية في

ذلك البلد لعام 2008 بالنسبة لعام 2005 ؟ وهل تنطبق خاصية الدائرية المعدلة على ما أوجدته؟

الحل:

$$I_{P_{05/02}} = \frac{P_{05}}{P_{02}} * 100 = \frac{494.58}{404.9} * 100 = 122.1\%$$

$$I_{P_{85/02}} = \frac{P_{08}}{P_{02}} * 100 = \frac{687.1}{404.9} * 100 = 167.7\%$$

$$I_{P_{85/05}} = \frac{P_{08}}{P_{05}} * 100 = \frac{687.1}{494.58} * 100 = 138.9\%$$

$$I_{08/05} = \frac{I_{08/02}}{I_{05/02}} * 100 = \frac{167.7}{122.1} * 100 = 138.9\%$$

وبناءً على ما سبق، نلحظ بأن **النسب المئوية للتغير** لا تتمتع بخواص قابلية التحويل والانعكاس بالزمن، ومن ثَمَّ تُعد أقل ملائمة للحسابات الاقتصادية، وذلك لفكرتين خاطئتين، هما:

1- لا تضاف النسب المئوية للتغير بعضها إلى بعضٍ.

2 – لا تتمتع النسب المئوية للتغير بقابلية الانعكاس بالزمن.

مثال توضيحي: إذا كان سعر إحدى الغرف في فندق ما في أيلول عام 2000 هو (30) دولاراً، وصار سعرها في نفس الشهر للعام التالي 40 ل.س، وبفرض أن سعرها صار في أيلول عام 2002 مساوياً لـ (45) دولاراً، فما الزيادة التي طرأت على سعر هذه الغرفة في شهر أيلول عام 2001 و 2002 بالنسبة لسعرها في شهر أيلول عام 2000 ؟ وما النسبة المئوية التي نخفض بها سعر هذه الغرفة لتصبح كما كانت عليه عام 2000؟

الحل:

أ- الزيادة في سعر هذه الغرفة في أيلول عام 2001 بالنسبة إلى سعرها عام 2000، هو:

$$\frac{40-30}{30}*00=33,3\%$$

ب- الزيادة في سعر هذه الغرفة في أيلول عام 2002 بالنسبة إلى سعرها عام 2001، هو:

$$\frac{45-40}{40}*100=12,5\%$$

ج- الزيادة في سعر هذه الغرفة في أيلول عام 2002 بالنسبة إلى سعرها عام 2000، هو:

$$\frac{45-30}{30}*100=50\%$$

ومن ثمَّ الزيادة بين عامي 2000 و 2002 لا تساوي إلى (45.8 %)، وإنما تساوي إلى (50%) وهي النسبة المئوية للتغير في سعر الغرفة من عام 2000 إلى عام 2002. لنربط بين ما حسبناه سابقاً والرقم القياسي للسعر، فسوف نلحظ:

$$I_{P_{01/00}}=\frac{40}{30}*100=33.3\%$$

$$I_{P_{02/01}}=\frac{45}{40}*100=125\%$$

$$I_{P_{02/00}}=\frac{45}{30}*100=150\%$$

النسبة المئوية = (الرقم القياسي – 100)% = 150% – 100% = 50% ، وعليه نحظ: أن سعر الغرفة قد ارتفع من أيلول 2000 إلى أيلول 2002 بمقدار 50% وأننا لا نستطيع العودة إلى السعر السابق من خلال انخفاض في السعر مساوٍ (50%) ،

لأنه في الواقع قد يكون الانتقال من السعر 45 إلى السعر 30 هو $\left(\frac{30-45}{45}*100=-33.3\%\right)$، لكن وباستخدام الأرقام القياسية عندما تجهل أسعار الفترات الزمنية المختلفة، حيث إن: $I_{P_{02/00}}=\frac{45}{30}*100=150\%$، وبالاعتماد على خاصية الانعكاس بالزمن، نجد: $I_{P_{00/02}}=\frac{30}{45}*100=66.6\%$ وعليه تكون النسبة المئوية للتغير، هي: $(66.6-100)\%=-33.3\%$ وهي النسبة المئوية التي يجب أن يخفض بها سعر تلك الغرفة في أيلول عام 2002 لتصير كما كان سعرها عام 2000.

7-3-2- الأرقام القياسية التجميعية المثقلة (المرجحة)

لدى حساب الأرقام القياسية البسيطة أهملنا الأهمية النسبية والاقتصادية للمواد واعتبرناها ذات أهمية واحدة، وهي بعيدة كل البعد عن الواقع، إذ تتفاوت الأهمية من مادة إلى أخرى، فعلى سبيل المثال: ارتفاع بسيط في مادة أساسية: كالخبز أهم بكثير من ارتفاع أحد أنواع السيارات، وهذا ما يطابق بالواقع مقولة: " إن السلع المرتفعة القيمة هي أقل أهمية بالنسبة للمستهلك العادي من السلع المنخفضة القيمة "، لأن دخله محدود ولا يكفيه إلا لشراء كميات محدودة من تلك السلع المرتفعة القيمة.

فإذا أردنا الحصول على رقم قياسي يعكس تغير الأسعار بشكل حقيقي، فمن الأهمية بمكان إعطاء تثقيلات (أوزان) لكل سعر يتناسب مع تأثيره الفعلي، وقد تكون هذه الأوزان قيماً أو كميات أو أسعاراً، إلا أنه عندما يتم تثقيل الأسعار بالكميات أو الكميات بالأسعار، فإننا نحصل على القيمة، وهذا يعني افتراض ثبات الكميات أو الأسعار – عدم تغيرها – بمرور الزمن، أي إن ما يثقّل فيه يكون مستقلاً بمرور الزمن، وعندها تكون الأرقام القياسية للأسعار المثقلة بالكميات أو تلك للكميات المثقّلة بالأسعار، تعكس لنا فقط التغير في الأسعار أو التغيرات في الكميات، لأنها تحوي فقط على متغير واحد هو السعر أو الكمية.

والسؤال الذي يطرح نفسه الآن: لماذا يفضل استعمال الكميات أو الأسعار كأوزان بدلاً من استعمال القيم عند إنشاء الرقم القياسي التجميعي المثقل؟ للإجابة عن

هذا السؤال، نقدم سببين يكمن وراءهما تفضيل استعمال الكميات أو الأسعار كأوزان عند إنشاء الرقم القياسي التجميعي المثقل، وهما:

- إمكانية استعمال الكميات أو الأسعار كأوزان حتى ولو كانت كل سلعة من السلع الداخلة في تركيب الرقم القياسي معبراً عنها بوحدات إحصائية مختلفة [(سعر/ كغ) ، (كمية / كغ)].
- السبب الثاني هو فني بطبيعته وقائم على المفهوم الجبري المورث في فكرة القيم، لأن قيمة محصول ما في بلد معين، هي عبارة عن حاصل جداء الكمية المنتجة من هذا المحصول في متوسط السعر الذي يباع على أساسه، أي إن: القيمة = الكمية × السعر ، (انظر ما سبق). وبعبارة أخرى، أنه إذا ما ثقلنا كل من الأسعار أو الكميات بالقيم ، فإننا سنحصل على مربع أحد المتغيرين المدروسين، أي: $P^2 * Q$ أو $P*Q^2$ أي إن مجاميعها لا تسمح بمقارنة التغيرات في الأسعار أو الكميات لقائمة معينة من السلع، وإنما بمقارنة الأسعار المربعة والمرجحة (الكميات المربعة) في الكميات (في الأسعار) المباعة أو المستهلكة أو ... من هذه السلع، ومن ثَمَّ العلاقة بين مربعات الأعداد مختلفة تماماً عن العلاقة بين القوى من الدرجة الأولى لهذه الأعداد، وعليه يصبح مدلولها موضع شك وريبة.

أما إذا اعتبرنا أن الأسعار والكميات تتغير بمرور الزمن نتيجة لتغير نمط الاستهلاك، فإن الأرقام القياسية سوف تقيس التأثير الصافي لهذين المتغيرين معاً، ومن ثمَّ تعذر على الباحث أن يحدد إذا كانت التغيرات في هذه الأرقام القياسية هي نتيجة اختلاف في الأسعار أو هي نتيجة الاختلاف في نمط الاستهلاك (الكميات)، لذا استخدام الإحصائيين " أوزان ثابتة " لا تتغير مع تغير الزمن، وذلك بهدف مقارنة تغيرات الأسعار بين فقرتين زمنيتين (كميات ثابتة) أو مقارنة تغير نمط الاستهلاك بين فترة وأخرى (أسعار ثابتة).

ونشير هنا إلى مشكلة قد تواجه الباحث عند استعمال الكميات المستهلكة (الأسعار) كأوزان، هي اختيار فترة الأساس، أو ما يطلق عليها " بالفترة الآمنة" التي

تعود إليها الكميات المستهلكة (الأسعار) كأوزان، أي لا بد لنا من الإشارة إلى الشروط الواجب توافرها في اختيار فترة الأساس، وهي:

1- أن تكون فترة عادية تتصف بالاستقرار وعدم تأثيرها بالأوضاع الشاذة، مثل: الأزمات الاقتصادية والحروب وانتشار الأوبئة، أي بمعنى عدم تعرضها للعوامل الفجائية أو الطارئة التي تعتبر واحدة من مكونات السلسلة الزمنية.

2- ألاّ تكون فترة الأساس فترة رواج أو كساد، لكن وفي بعض الأحيان يمكن أن تتخذ كفترة أساس لبعض الدراسات المعينة، وهي لا تستخدم في الأحوال العامة والدراسات الطويلة الأجل.

3- يجب أن تكون فترة الأساس قريبة نسبياً من فترة المقارنة، كي لا يكون هنالك اختلافٌ بينٌ بين الفترتين، وعندها يفقد الرقم القياسي أهميته، إذ لا يصح أن نقارن أسعار 1990 بأسعار1969 ، كما لا يصح وفي معظم الحالات أن نتخذ الشهر كأساس ، وذلك لقصر وتعرضه للتغيرات الموسمية والعرضية.

4- وفي حالة كان هنالك صعوبة في تحديد فترة الأساس، فإننا نكون أمام خيارين:

أ- استعمال متوسط عدة سنوات " كسنة أساس "، لأن هذا يقلل من التأثير الطارىء في الهيكل الاقتصادي.

ب- استعمال أساس متحرك - متوسطات متحركة للسلاسل الزمنية .

وسنتطرق هنا إلى الأرقام القياسية التجميعية المثقلة والأرقام القياسية التجميعية النسبية المثقلة:

أولاً- الأرقام القياسية التجميعية المثقلة: ويقصد بها الأرقام القياسية التجميعية للأسعار المثقلة بالكميات أو الأرقام القياسية للكميات المثقلة بالأسعار، أي أننا سنستعمل الأرقام القياسية الآتية:

- الرقم القياسي التجميعي المثقل وفق صيغة لاسبير: الذي يتم الحصول عليه بتثقيل الأسعار (الكميات) الداخلة في تركيب الرقم بكميات (بأسعار) سنة الأساس، ويُعطى:

$$I_{Q_{L_{1/0}}} = \frac{\sum P_0 Q_1}{\sum P_0 Q_0} * 100 \qquad \text{أو} \qquad I_{P_{L_{1/0}}} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} * 100$$

حيث نرمز بـ (0) لسنة الأساس وبـ (1) لسنة المقارنة.

ويقيس هذا الرقم التكلفة الإجمالية في سنة المقارنة بنفس المجموعة السلعية المشتراة في سنة الأساس، إلا أنه يتصف بعدم واقعيته، فيما إذا كان هناك تباعد ما بين سنتي الأساس والمقارنة، كما يتصف بجمود نمط الاستهلاك وبتوفير المال والوقت في جمع البيانات. وعبارة أخـرى، نلحظ في هذا الرقم ، أن الأوزان (الكميات أو الأسعار) في سنة الأساس لا تتغير من سنة لأخرى ، بل تبقى ثابتة، بمعنى أن المستهلكين يستمرون في استهلاك نفس الكميات بالرغم من ارتفاع الأسعار أو انخفاضها، بالإضافة لعدم مراعاته لمبدأ المنافسة والإحلال الذي يؤدي إلى التحول إلى سلع أخرى، أو إلى سلع بأسعار أخرى، وهذا يتطلب فقط معرفة آخر الأسعار أو آخر الكميات لتلك السلع فيما إذا ثبت سعرها.

- الرقم القياسي التجميعي المثقل وفق صيغة باش: الذي يتم الحصول عليه بتثقيل الأسعار (الكميات) الداخلة في تركيب الرقم بكميات (بأسعار) سنة المقارنة، ويُعطى:

$$I_{Q_{B_{1/0}}} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_1 Q_0} * 100 \qquad \text{أو} \qquad I_{P_{B_{1/0}}} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} * 100$$

ويقيس هذا الرقم التكلفة الإجمالية لمجموعة سلعية بسنة المقارنة بالنسبة إلى ما يمكن أن تتكلفه لو تم الشراء في سنة الأساس، إلا أن هذا الرقم مكلف من حيث الوقت والمال بسبب جمع البيانات عن السلع في سنة المقارنة، أي إننا نحتاج في رقم باش إلى معلومات عن الأوزان المثقّلة فيها سواءً الكميات أم الأسعار، أي أننا نحتاج إلى مجهود أكبر في تجميع المعلومات، غير أننا نفترض بأن المستهلك قد اشترى في سنة الأساس نفس الكميات التي اشتراها في سنة المقارنة، أو أن أسعار تلك الكميات لم

تتغير بين سنتي الأساس والمقارنة إذا ما تغيرت الكميات المشتراة منها، وهذا مخالف للواقع الاقتصادي، وبخاصة ما يرتبط بنظرية العرض والطلب:

" مرونة الطلب " : شراء قليل بأسعار مرتفعة، أو زيادة في الشراء بأسعار منخفضة، ولاسيما إذا كانت الحاجة للسلع ليست ضرورية تماماً (سلع كمالية)، وخلاصة القول: أن رقم لاسبير للأسعار أو للكميات يميل إلى المغالاة في تقدير تغيرات السعر أو الكمية ، بينما رقم باش يميل إلى التقليل في تقدير هذه التغيرات، وهذا يؤدي إلى أن نجد رقم باش أكبر من رقم لاسبير، وبالعكس، وأحياناً متساويان، لكن بشكل عام، يكون رقم لاسبير أعلى من رقم باش في أغلب الحالات العملية.

- الرقم القياسي التجميعي المثقل وفق صيغة فيشر: الذي يتم الحصول عليه بتثقيل الأسعار (الكميات) الداخلة في تركيب الرقم بكميات أو (بأسعار) سنتي الأساس والمقارنة، ويُسمى هذا بالرقم القياسي الأمثل، وهو يساوي إلى الوسط الهندسي لرقمي لاسبير وباش، ويُعطى:

$$L_{P_{F_{1/0}}} = \sqrt{I_{P_{L_{1/0}}} * I_{P_{B_{1/0}}}} * 100 = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} * \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}} * 100$$ أو

$$L_{Q_{F_{1/0}}} = \sqrt{I_{Q_{L_{1/0}}} * I_{Q_{B_{1/0}}}} * 100 = \sqrt{\frac{\sum P_0 Q_1}{\sum P_0 Q_0} * \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_1 Q_0}} * 100$$

- الرقم القياسي التجميعي المثقل وفق صيغة مارشال وإيجورث: ويتم الحصول عليه بتثقيل الأسعار (الكميات) الداخلة في تركيب الرقم بمتوسط كميات أو (بمتوسط أسعار) سنتي الأساس والمقارنة، ويُعطى:

$$I_{Q_{M_{1/0}}} = \frac{\sum Q_1 (P_0 + P_1)}{\sum Q_0 (P_0 + P_1)} * 100$$ أو $$I_{P_{M_{1/0}}} = \frac{\sum P_1 (Q_0 + Q_1)}{\sum P_0 (Q_0 + Q_1)} * 100$$

ويعني الرقم القياسي التجميعي وفق مارشال و إيجورُث، أنه لو كنا نعيش مستوى الحياة (الأسعار) في سنة الأساس والمساوي لمتوسط مستوى الحياة (الأسعار) في سنتي الأساس والمقارنة، وأردنا أن نعيش بنفس المستوى (الأسعار) في سنة المقارنة لشعرنا بارتفاع الأسعار (الكميات) أو انخفاضها.

نبين في الجدول المساعد الآتي، كيفية الحصول على المجاميع في علاقات إيجاد الأرقام القياسية المثقّلة المشار إليها أعلاه:

السلع	الكميات		الأسعار		P_1Q_0	P_0Q_0	P_0Q_1	P_1Q_1
	Q_0	Q_1	P_0	P_1				
1	Q_0'	Q_1'	P_0'	P_1'	$P_1'Q_0'$	$P_0'Q_0'$	$P_0'Q_1'$	$P_1'Q_1'$
2	Q_0''	Q_1''	P_0''	P_1''	$P_1''Q_0''$	$P_0''Q_0''$	$P_0''Q_1''$	$P_1''Q_1''$
3	Q_0'''	Q_1'''	P_0'''	P_1'''	$P_1'''Q_0'''$	$P_0'''Q_0'''$	$P_0'''Q_1'''$	$P_1'''Q_1'''$
4	Q_0''''	Q_1''''	P_0''''	P_1''''	$P_1''''Q_0''''$	$P_0''''Q_0''''$	$P_0''''Q_1''''$	$P_1''''Q_1''''$
	.	.	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.	.	.
$\sum$	$\sum Q_0$	$\sum Q_1$	$\sum P_0$	$\sum P_1$	$\sum P_1 Q_0$	$\sum P_0 Q_0$	$\sum P_0 Q_1$	$\sum P_1 Q_1$

تتمة الجدول المساعد في إيجاد قيم الأرقام القياسية المثقلة:

Q_0+Q_1	P_0+P_1	$P_0(Q_0+Q_1)$	$P_1(Q_0+Q_1)$	$Q_1(P_0+P_1)$	$Q_0(P_0+P_1)$
$Q_0'+Q_1'$	$P_0'+P_1'$	$p_0'(Q_0'+Q_1')$	$p_1'(Q_0'+Q_1')$	$Q_1'(p_0'+p_1')$	$Q_0'(p_0'+p_1')$
$Q_0''+Q_1''$	$P_0''+P_1''$	$p_0''(Q_0''+Q_1'')$	$p_1''(Q_0''+Q_1'')$	$Q_1''(p_0''+p_1'')$	$Q_0''(p_0''+p_1'')$
$Q_0'''+Q_1'''$	$P_0'''+P_1'''$	$p_0'''(Q_0'''+Q_1''')$	$p_1'''(Q_0'''+Q_1''')$	$Q_1'''(p_0'''+p_1''')$	$Q_0'''(p_0'''+p_1''')$
$Q_0''''+Q_1''''$	$P_0''''+P_1''''$	$p_0''''(Q_0''''+Q_1'''')$	$p_1''''(Q_0''''+Q_1'''')$	$Q_1''''(p_0''''+p_1'''')$	$Q_0''''(p_0''''+p_1'''')$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
		$\sum P_0(Q_0+Q_1)$	$\sum P_1(Q_0+Q_1)$	$\sum Q_1(P_0+P_1)$	$\sum Q_0(P_0+P_1)$

ثانياً – الأرقام القياسية التجميعية النسبية المثقلة: بما أن المواد ليست متساوية من حيث الأهمية، فمن المنطقي أن نأخذ بالحسبان عند حساب الرقم القياسي لمجموعة من المواد أهمية كل مادة، وذلك بضرب الرقم القياسي لها بوزن معين أو معامل تثقيل يعبر عن أهمية المادة النسبية، لذا نستخدم قيمة المادة كمؤشر لقياس الأهمية النسبية للمواد الداخلة في تركيب الرقم القياسي المُعنى، حيث لا يمكن استعمال الكميات كأساس في التثقيل، وذلك:

1- لاختلاف وحدات القياس (كغ، ليتر، عدد الوحدات،...)، لهذا لا بد من إزالة الاختلاف في وحدات الأسعار عند حساب النسب المئوية.

2- لأن القيم المستهلكة من كل سلعة من السلع، تدل بصورة أفضل على الأهمية النسبية لكل منها بالمقارنة مع الكميات المستهلكة منها (كالخبز أو المازوت)، لأن كمية النقود المصروفة على مثل هذه المواد هو أكثر منها على مواد أخرى.

ويتم التثقيل بأربع طرائق باستعمال القيم كأوزان في ترجيح المناسيب، وهي:

أ- **التثقيل بقيمة السلع في سنة الأساس** $(V_0 = P_0Q_0)$: وهي عبارة عن حاصل جداء سعر هذه السلعة في سنة الأساس (P_0) بالكمية في سنة الأساس (Q_0) : أي الترجيح بالقيمة النقدية التي يتم إنفاقها على مجموعة السلع الداخلة في تركيب الرقم القياسي في سنة الأساس مقوّمة بأسعار سنة الأساس $(V_0 = P_0Q_0)$، إذ يمكننا أن نحسب الرقم القياسي التجميعي النسبي المثقل بقيمة السلع في سنة الأساس بطريقتين:

* **طريقة الوسط الحسابي** : أي الوسط الحسابي لمناسيب (الأسعار أو الكميات) المرجحة بقيمة السلع في سنة الأساس، فيكون:

$$I_{\overline{P}_{1/0}} = \frac{\sum\left(\frac{P_1}{P_0} * V_0\right)}{\sum V_0} * 100 = \frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} * 100$$ (لاسبير للأسعار)

$$I_{\overline{Q}_{1/0}} = \frac{\sum\left(\frac{Q_1}{Q_0} * V_0\right)}{\sum V_0} * 100$$

* **طريقة الوسط التوافقي**: أي الوسط التوافقي لمناسيب (الأسعار أو الكميات) المرجحة بقيمة السلع في سنة الأساس، فيكون:

$$I_{\overline{G}_{1/0}} = \frac{\sum V_0}{\sum\left(\frac{P_0}{P_1} * V_0\right)} * 100$$

$$I_{\overline{G}_{1/0}} = \frac{\sum V_0}{\sum\left(\frac{Q_0}{Q_1} * V_0\right)} * 100$$

أي إننا نوجد: مناسيب الأسعار أو الكميات لكل سلعة داخلة في تركيب الرقم القياسي ، ومن ثمّ نثقِل كل من المناسيب ولكل مادة بقيمتها في سنة الأساس $(V_0 = P_0Q_0)$.

ب- **التثقيل بقيمة السلع في سنة المقارنة** $(V_1 = P_1Q_1)$: وهي عبارة عن حاصل جداء سعر هذه السلعة في سنة المقارنة (P_1) بالكمية في سنة المقارنة (Q_1) : أي الترجيح بالقيمة النقدية التي يتم إنفاقها على مجموعة السلع الداخلة في تركيب الرقم القياسي في سنة الأساس مقوّمة بأسعار سنة المقارنة $(V_1 = P_1Q_1)$، إذ يمكننا أن نحسب الرقم القياسي التجميعي النسبي المثقل بقيمة السلع في سنة المقارنة بطريقتين:

* **طريقة الوسط الحسابي** : أي الوسط الحسابي للمناسيب المرجحة بقيمة السلع في سنة المقارنة، فيكون:

$$I_{\overline{P}_{1/0}} = \frac{\sum\left(\frac{P_1}{P_0} * V_1\right)}{\sum V_1} * 100$$

$$I_{\overline{Q}_{1/0}} = \frac{\sum\left(\frac{Q_1}{Q_0} * V_1\right)}{\sum V_1} * 100$$

* **طريقة الوسط التوافقي**: أي الوسط التوافقي للمناسيب المرجحة بقيمة السلع في سنة المقارنة، فيكون:

$$I_{\overline{G}_{1/0}} = \frac{\sum V_1}{\sum\left(\frac{P_0}{P_1} * V_1\right)} * 100 = \frac{\sum V_1}{\sum P_0Q_1} * 100 \quad \text{(باش للأسعار)}$$

$$I_{\overline{G}_{1/0}} = \frac{\sum V_1}{\sum\left(\frac{Q_0}{Q_1} * V_1\right)} * 100 = \frac{\sum V_1}{\sum P_1Q_0} * 100 \quad \text{(باش للكميات)}$$

أي إننا نوجد: مناسيب الأسعار أو الكميات لكل سلعة داخلة في تركيب الرقم القياسي ، ومن ثمَّ نثقل كل من المناسيب ولكل مادة بقيمتها في سنة المقارنة $(V_1 = P_1Q_1)$.

ج- التثقيل بتكلفة السلع المشتراة في سنة المقارنة مقومة بأسعار سنة الأساس (P_0Q_1): وبأسلوب مشابه لما سبق، يمكننا أن نكتب:

طريقة الوسط الحسابي : أي الوسط الحسابي للمناسيب المرجحة بـ (P_0Q_1)، فيكون:

$$I_{\overline{P}_{1/0}} = \frac{\sum\left(\frac{P_1}{P_0} * P_0Q_1\right)}{\sum P_0Q_1} * 100 = \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1} * 100 \quad \text{(باش للأسعار)}$$

$$I_{\overline{Q}_{1/0}} = \frac{\sum\left(\frac{Q_1}{Q_0} * P_0Q_1\right)}{\sum P_0Q_1} * 100$$

* **طريقة الوسط التوافقي:** أي الوسط التوافقي للمناسيب المرجحة بـ (P_0Q_1)، فيكون:

$$I_{\overline{G}_{1/0}} = \frac{\sum P_0Q_1}{\sum\left(\frac{P_0}{P_1} * P_0Q_1\right)} * 100$$

$$I_{\overline{G}_{1/0}} = \frac{\sum P_0Q_1}{\sum\left(\frac{Q_0}{Q_1} * P_0Q_1\right)} * 100 = \frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0} * 100 \quad \text{(لاسبير للكميات)}$$

أي إننا نوجد: مناسيب الأسعار أو الكميات لكل سلعة داخلة في تركيب الرقم القياسي ، ومن ثمَّ نثقل كل من المناسيب ولكل مادة بقيمتها في سنة المقارنة (P_0Q_1).

د- **التثقيل بتكلفة السلع المشتراة في سنة الأساس مقومة بأسعار سنة المقارنة** (P_1Q_0): وبأسلوب مشابه لما سبق، يمكننا أن نكتب:

طريقة الوسط الحسابي : أي الوسط الحسابي للمناسيب المرجحة بـــ (P_1Q_0)، فيكون:

$$I_{\overline{P}_{1/0}} = \frac{\sum\left(\frac{P_1}{P_0} * P_1Q_0\right)}{\sum P_1Q_0} * 100$$

$$I_{\overline{Q}_{1/0}} = \frac{\sum\left(\frac{Q_1}{Q_0} * P_1Q_0\right)}{\sum P_1Q_0} * 100 = \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0} * 100 \quad \text{(باش للكميات)}$$

* **طريقة الوسط التوافقي:** أي الوسط التوافقي للمناسيب المرجحة بـــ (P_1Q_0)، فيكون:

$$I_{\overline{G}_{1/0}} = \frac{\sum P_0Q_1}{\sum\left(\frac{P_0}{P_1} * P_1Q_0\right)} * 100 = \frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0} * 100 \quad \text{(لاسبير للكميات)}$$

$$I_{\overline{G}_{1/0}} = \frac{\sum P_0Q_1}{\sum\left(\frac{Q_0}{Q_1} * P_1Q_0\right)} * 100$$

أي إننا نوجد: مناسيب الأسعار أو الكميات لكل سلعة داخلة في تركيب الرقم القياسي ، ومن ثمّ نثقل كل من المناسيب ولكل مادة بقيمتها في سنة المقارنة (P_1Q_0).

مثال 13: يبين الجدول الآتي أسعار وكميات مجموعة من المواد بين عامي 2002 – 2003 (إذا لم يذكر أيٌّ من العامين كسنة الأساس، يؤخذ العام الأول كسنة أساس):

المواد	الأسعار		الكميات		$\frac{p_1}{p_0}$	$\frac{Q_1}{Q_0}$	$\frac{p_0}{p_1}$	$\frac{Q_0}{Q_1}$
	P_0	P_1	Q_0	Q_1				
1	25	40	100	120	1,6	1,2	0,625	0,83
2	40	50	150	180	1,25	1,20	0,8	0,83
3	100	80	200	300	0,8	1,5	1,25	0,66
4	60	60	50	100	1	2	1	0,5
Σ	225	230	500	700		5,95	3,625	2,82

والمطلوب:

1. أوجد الرقم القياسي التجميعي البسيط لكل من الأسعار والكميات؟
2. الرقم القياسي التجميعي النسبي البسيط لكل من الأسعار والكميات بطريقتي الوسط الحسابي والوسط الهندسي ؟
3. أوجد الأرقام القياسية التجميعية لكل من الأسعار والكميات المثقلة بكلّ الطرائق؟
4. أوجد كل من الوسط الحسابي والتوافقي لمناسيب كلٍّ من الأسعار والكميات المثقلة مرة بقيمها في سنة الأساس ومرة أخرى بقيمها في سنة المقارنة؟

الحل:

1)
$$Ip_{1/0} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} * 100 = \frac{230}{225} * 100 = 102{,}02\%$$

وهذا يعني أن الأسعار ازدادت في عام 2003 عما كانت عليه في عام 2002 بمقدار 2.02%.

$$I_{Q_{1/0}} = \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} * 100 = \frac{700}{500} * 100 = 140\%$$

أي إن الكميات ازدادت على ما كانت عليه بمقدار 40%.

2) – الوسط الحسابي:

* للأسعار

$$I_{\bar{P}_{1/0}} = \frac{\sum \frac{p_1}{p_0}}{n} * 100 = \frac{4,65}{4} * 100 = 116,25\%$$

* للكميات

$$I_{\bar{Q}_{1/0}} = \frac{\sum \frac{Q_1}{Q_0}}{n} * 100 = \frac{5,95}{4} * 100 = 147,5\%$$

- الوسط الهندسي:

* للأسعار

$$I_{P_{G1/0}} = \sqrt[4]{\prod_{i=1}^{n} \frac{P_1}{P_0}} * 100 = \sqrt[4]{1,6 * 1,25 * 0,8 * 1} * 100 = 112.47\%$$

* للكميات

$$I_{Q_{G1/0}} = \sqrt[4]{\prod_{i=1}^{n} \frac{Q_1}{Q_0}} * 100 = \sqrt[4]{1,2 * 1,2 * 1.5 * 2} * 100 = 144.17\%$$

3) الأرقام القياسية التجميعية المثقلة:

ننشئ الجدول المساعد في إيجاد الأرقام القياسية التجميعية المثقلة لكل من الأسعار والكميات، كالآتي:

المواد	P_0Q_0	P_0Q_1	P_1Q_0	P_1Q_1	P_0+P_1	Q_0+Q_1	$P_0(Q_0+Q_1)$	$P_1(Q_0+Q_1)$	$Q_0(P_0+P_1)$	$Q_1(P_0+P_1)$
1	2500	3000	4000	4800	65	220	5500	8800	6500	7800
2	6000	7200	7500	9000	90	330	13200	16500	13500	16200
3	20000	30000	16000	24000	180	500	50000	40000	36000	54000
4	3000	6000	3000	6000	120	150	9000	9000	6000	12000
$\sum$	31500	46200	30500	43800			77700	74300	62000	90000

لنضع جدولاً يبين الأرقام القياسية المراد إيجادها، كالآتي:

الرقم القياسي التجميعي المثقل وفق صيغة:	للأسعار	للكميات
لاسبير	$I_{P_{L_{1/0}}} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} * 100 = \frac{30500}{31500} * 100 = 96.83\%$	$I_{Q_{L_{1/0}}} = \frac{\sum P_0 Q_1}{\sum P_0 Q_0} * 100 = \frac{46200}{31500} * 100 = 146.7\%$
باش	$I_{P_{B_{1/0}}} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} * 100 = \frac{43800}{46200} * 100 = 94.81\%$	$I_{Q_{B_{1/0}}} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_1 Q_0} * 100 = \frac{43800}{30500} * 100 = 143.6\%$
فيشر	$L_{P_{F_{1/0}}} = \sqrt{I_{P_{L_{1/0}}} * I_{P_{B_{1/0}}}} * 100 = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} * \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}} * 100 = \sqrt{\frac{30500}{31500} * \frac{43800}{46200}} * 100 = 95.81\%$	$L_{Q_{F_{1/0}}} = \sqrt{I_{Q_{L_{1/0}}} * I_{Q_{B_{1/0}}}} * 100 = \sqrt{\frac{\sum P_0 Q_1}{\sum P_0 Q_0} * \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_1 Q_0}} * 100 = \sqrt{\frac{46200}{31500} * \frac{43800}{30500}} * 100 = 145.14\%$
مارشال وإيجورث	$I_{P_{M_{1/0}}} = \frac{\sum P_1 (Q_0 + Q_1)}{\sum P_0 (Q_0 + Q_1)} * 100 = \frac{74300}{77700} * 100 = 95.62\%$	$I_{Q_{M_{1/0}}} = \frac{\sum Q_1 (P_0 + P_1)}{\sum Q_0 (P_0 + P_1)} * 100 = \frac{90000}{62000} * 100 = 145.16\%$

4) الأرقام القياسية التجميعية النسبية المثقلة:

ننشئ الجدول المساعد في إيجاد الأرقام القياسية التجميعية النسبية المثقلة لكل من الأسعار والكميات، كالآتي:

المواد	$\frac{P_1}{P_0}*V_0=\frac{Q_0}{Q_1}*V_1=P_1Q_0$	$\frac{P_1}{P_0}*V_1$	$\frac{Q_1}{Q_0}*V_0=\frac{P_0}{P_1}*V_1=P_0Q_1$	$\frac{Q_1}{Q_0}*V_1$	$\frac{P_0}{P_1}*V_0$	$\frac{Q_0}{Q_1}*V_0$	$\frac{Q_0}{Q_1}*V_1=P_1Q_0$
1	4000	7680	3000	5760	1562.5	2075	4000
2	7500	7500	7200	10800	4800	4980	7500
3	16000	19200	30000	36000	25000	13200	16000
4	3000	6000	6000	12000	3000	1500	3000
$\sum$	30500	40380	46200	64560	34362.5	21755	30500

نبين في الجدول الآتي الأرقام القياسية المراد إيجادها:

الرقم القياسي التجميعي النسبي والمثقَّل:		للأسعار	للكميات
الوسط الحسابي	بقيم سنة الأساس V_0	$I_{\overline{P}_{1/0}}=\frac{\sum\left(\frac{P_1}{P_0}*V_0\right)}{\sum V_0}*100=\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0}*100=\frac{30500}{31500}*100=96.83\%$	$I_{\overline{Q}_{1/0}}=\frac{\sum\left(\frac{Q_1}{Q_0}*V_0\right)}{\sum V_0}*100=\frac{46200}{31500}*100=146.67\%$

	بقيم سنة المقارنة V_1	$I_{\bar{P}_{1/0}}=\frac{\sum\left(\frac{P_1}{P_0}*V_1\right)}{\sum V_1}*100=$ $\frac{40380}{43800}*100=92.19\%$	$I_{\bar{Q}_{1/0}}=\frac{\sum\left(\frac{Q_1}{Q_0}*V_1\right)}{\sum V_1}*100=$ $\frac{64560}{43800}*100=147.4\%$
الوسط التوافقي	بقيم سنة الأساس V_0	$I_{\bar{G}_{1/0}}=\frac{\sum V_0}{\sum\left(\frac{P_0}{P_1}*V_0\right)}*100=$ $\frac{31500}{343625}*100=91.67\%$	$I_{\bar{G}_{1/0}}=\frac{\sum V_0}{\sum\left(\frac{Q_0}{Q_1}*V_0\right)}*100=$ $\frac{31500}{21755}*100=144.8\%$
	بقيم سنة المقارنة V_1	$I_{\bar{G}_{1/0}}=\frac{\sum V_1}{\sum\left(\frac{P_0}{P_1}*V_1\right)}*100=$ $\frac{\sum V_1}{\sum P_0Q_1}*100=\frac{43800}{46200}*100=94.8\%$	$I_{\bar{G}_{1/0}}=\frac{\sum V_1}{\sum\left(\frac{Q_0}{Q_1}*V_1\right)}*100=$ $\frac{\sum V_1}{\sum P_1Q_0}*100=\frac{43800}{30500}*100=1436\%$

تمرين (يترك للطالب حله): لتكن لدينا أسعار الصرف لبعض العملات الأساسية حسب نشرة الأسعار ليوم 2005/6/19 والمطلوب إكمال الفراغات في الجدول، ثم اذكر الخصائص التي استندت إليها في إتمام الفراغات مع شرح كل منها بإيجاز:

مقارنة / أساس	إسترليني	دولار	اليورو	الين	الليرة السورية
إسترليني	1				0,0103
دولار $	1,822	1	1,2464		0,0187
يورو	1,4614		1		0,015
الين	196,72	107,96		1	0,49955
الليرة السورية	79,48	53,5	66,7	2,081	1

7-3-3- **الاختبارات الإحصائية:** بيّنا فيما سبق، مفهوم الأرقام القياسية، وأنواعها وطرائق حسابها، وتطرقنا إلى الأسباب التي تدعو إلى تفضيل بعض الأرقام القياسية عن غيرها سواء من حيث:

- صعوبة الحسابات اللازمة لها.
- أو صعوبة الحصول على القيم اللازمة كالأوزان.

ولكن يبقى لنا التعرف على الصيغ المتعددة لتركيب الأرقام القياسية من خلال اختبارها والتعرّف على الأفضل منها، لأن الغاية الأساسية من إجراء هذه الاختبارات على الأرقام القياسية هي التعرّف على مدى اتساق أو جودتها أو مدى صلاحيتها.

فالرقم القياسي الذي يجتاز اختباراً ما، يكون رقماً مثالياً لهذا الاختبار، ومن ثَمَّ يصلح هذا الرقم لاستخدامه في دراسة التغير الذي يطرأ على الظواهر الاقتصادية والاجتماعية، ولاسيما التغيرات التي تتعرض لها الأسعار والكميات المنتجة بالنسبة لسلعة واحدة أو مجموعة سلعية، وسواءً أكان على مستوى الاقتصاد الجزئي أو المؤسساتي أو على صعيد الاقتصاد الكلي، وإذا كان الأمر يتعلق بالارتفاع أو

الانخفاض تسمى هذه الاختبارات " باختبارات جودة الأرقام القياسية " ، والتي يمكن استخدامها من أجل المقارنة سواءً المتعلق منها بالأسعار أم بالكميات.

وبشكل عام، فإن لكل رقم قياسي خاصية معينة، فإن تحققت هذه الخاصية، قلنا: إن الرقم القياسي المرتبط بتلك الخاصية، أنه يحقق الاختبار المناط فيها، ومن ثَمَّ فإننا نجد:

- أرقاماً قياسية لها خاصية الانعكاس بالزمن، فنقول عنها: إنها تجتاز اختبار الانعكاس بالزمن.
- وأرقاماً قياسية لها خاصية الانعكاس بالعامل، فنقول عنها: إنها تجتاز اختبار الانعكاس بالعامل.
- وأرقاماً قياسية أخرى لها خاصية الدائرية، فنقول عنها: إنها تجتاز اختبار الدائري.

وعليه، يمكننا تصنيف الاختبارات الإحصائية المطبقة على الأرقام القياسية في ثلاثة، هي:

- اختبار الانعكاس في الأساس (المكان أو الزمان).
- اختبار الانعكاس في العامل (المعامل).
- الاختبار الدائري.

لنشرح بالتفصيل ماهية كل اختبار من هذه الاختبارات الثلاثة؟

أولاً- اختبار الانعكاس بالزمن (بالأساس): أول من استخدم هذا الاختبار أرفنيغ فيشر، لكي تحقق الأرقام القياسية نوعاً من التناسق الرياضي لا بد لها من اجتياز اختبار انعكاس بالزمن، ومن ثَمَّ إذا ما استبدلنا بالأدلّة الدالة على الزمن في الرقم القياسي الذي ينعكس في الزمن للسعر أو الكمية (أي استبدلنا دليل سنة مقارنة بدليل سنة أساس وبالعكس)، كان الرقم القياسي الناتج هو مقلوب الرقم القياسي الأصلي، كأن نستبدل أسعار أو كميات سنة الأساس بأسعار أو كميات سنة المقارنة.

لنفرض أنه لدينا على سبيل المثال أن الرقم القياسي التجميعي للأسعار ($\frac{\sum P_1}{\sum P_0}$) ، فإن بديله الزمني ، هو : ($\frac{\sum P_0}{\sum P_1}$)، وإذا ما ضربنا الرقم القياسي للأسعار أو للكميات في الزمان أو المكان ببديله في الزمان أو المكان، لكانت نتيجة الضرب مساوية للواحد الصحيح، أي إن حاصل جداء رقمين قياسيين متبادلين بالزمان أو بالمكان يجب أن يساوي الواحد.

وعليه نكتب القاعدة العامة لهذا الاختبار، وهي:

الرقم القياسي الأصلي × بديله الزمني = 1

ونشير هنا، إلى أن البديل الزمني لرقم قياسي ما، ليس إلا المقلوب الزمني لذلك الرقم.

(انظر ما سبق خواص الأرقام القياسية البسيطة).

لو طبقنا قاعدة اختبار الانعكاس في الزمن المذكورة أعلاه على الأرقام القياسية التي سبق لنا وشرحناها، لوجدنا ثمة أرقاماً قياسية تحقق هذا الاختبار وأخرى لا تحققها، فالأرقام القياسية المحققة لهذا الاختبار، هي: الأرقام القياسية التجميعية البسيطة، الأرقام القياسية النسبية البسيطة (المناسيب)، الرقم القياسي التجميعي المثقّل وفق صيغة " فيشر " أو ما يطلق عليه بالرقم القياسي الأمثل، الوسط الهندسي للمناسيب البسيطة، والرقم القياسي التجميعي المثقّل وفق صيغة مارشال وإيجورث. أما الأرقام القياسية غير المحققة لهذا الاختبار، هي: الأرقام القياسية التجميعية المثقّلة وفق صيغتي لاسبير وباش ومتوسطات المناسيب سواءً البسيطة منها أم المثقّلة.

ولكي ننفي الشك باليقين لما سبق واشرنا إليه، نتأكد من صحة ذلك رياضياً أو عددياً، ولنعمد الآن فقط رياضياً من خلال الجدول (واختصرنا ذلك على كلا من الأسعار والكميات) الآتي:

الرقم القياسي	صيغته	صيغة البديل الزمني له	تطبيق قاعدة الاختبار	نتيجة الاختبار
التجميعي البسيط: * للأسعار	$\frac{\sum P_1}{\sum P_0}$	$\frac{\sum P_0}{\sum P_1}$	$\frac{\sum P_1}{\sum P_0} * \frac{\sum P_0}{\sum P_1} = 1$	محقق
* للكميات	$\frac{\sum Q_1}{\sum Q_0}$	$\frac{\sum Q_0}{\sum Q_1}$	$\frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} * \frac{\sum Q_0}{\sum Q_1} = 1$	
النسبي البسيط: * للأسعار	$\frac{P_1}{P_0}$	$\frac{P_0}{P_1}$	$\frac{P_1}{P_0} * \frac{P_0}{P_1} = 1$	محقق
* للكميات	$\frac{Q_1}{Q_0}$	$\frac{Q_0}{Q_1}$	$\frac{Q_1}{Q_0} * \frac{Q_0}{Q_1} = 1$	
التجميعي المثقّل وفق فيشر: * للأسعار	$\sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}}$	$\sqrt{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_1Q_1} * \frac{\sum P_0Q_0}{\sum P_1Q_0}}$	$\sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}} * \sqrt{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_1Q_1} * \frac{\sum P_0Q_0}{\sum P_1Q_0}} = 1$	محقق
* للكميات	$\sqrt{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}}$	$\sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_1Q_1} * \frac{\sum P_0Q_0}{\sum P_0Q_1}}$	$\sqrt{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}} * \sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_1Q_1} * \frac{\sum P_0Q_0}{\sum P_0Q_1}} = 1$	

التجميعي المثقل وفق مارشال: * للأسعار	$\frac{\sum P_1(Q_0+Q_1)}{\sum P_0(Q_0+Q_1)}$	$\frac{\sum P_0(Q_0+Q_1)}{\sum P_1(Q_0+Q_1)}$	$\frac{\sum P_1(Q_0+Q_1)}{\sum P_0(Q_0+Q_1)} * \frac{\sum P_0(Q_1+Q_0)}{\sum P_1(Q_0+Q_1)} = 1$	محقق
* للكميات	$\frac{\sum Q_1(p_0+p_1)}{\sum Q_0(p_0+p_1)}$	$\frac{\sum Q_0(p_0+p_1)}{\sum Q_1(p_0+p_1)}$	$\frac{\sum Q_1(p_0+p_1)}{\sum Q_0(p_0+p_1)} * \frac{\sum Q_0(p_1+p_0)}{\sum Q_1(p_0+p_1)} = 1$	
الوسط الهندسي لمناسيب: * الأسعار	$\sqrt[n]{\prod \frac{P_1}{P_0}}$	$\sqrt[n]{\prod \frac{P_0}{P_1}}$	$\sqrt[n]{\prod \frac{P_1}{P_0}} * \sqrt[n]{\prod \frac{P_0}{P_1}} = 1$	محقق
* الكميات	$\sqrt[n]{\prod \frac{Q_1}{Q_0}}$	$\sqrt[n]{\prod \frac{Q_0}{Q_1}}$	$\sqrt[n]{\prod \frac{Q_1}{Q_0}} * \sqrt[n]{\prod \frac{Q_0}{Q_1}} = 1$	
التجميعي المثقل وفق لاسبير: * للأسعار	$\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0}$	$\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_1Q_1}$	$\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_1Q_1} \neq 1$	غير محقق
* للكميات	$\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0}$	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}$	$\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0} \neq 1$	

التجميعي المثقّل وفق باش: * للأسعار	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}$	$\frac{\sum P_0Q_0}{\sum P_1Q_0}$	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1} * \frac{\sum P_0Q_0}{\sum P_1Q_0} \neq 1$	غير محقق
* للكميات	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}$	$\frac{\sum P_0Q_0}{\sum P_0Q_1}$	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0} * \frac{\sum P_0Q_0}{\sum P_0Q_1} \neq 1$	
التجميعي النسبي المثقل بـ V_0: * للأسعار	$\frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * V_0}{\sum V_0}$	$\frac{\sum \frac{P_0}{P_1} * V_1}{\sum V_1}$	$\frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * V_0}{\sum V_0} * \frac{\sum \frac{P_0}{P_1} * V_1}{\sum V_1} \neq 1$	غير محقق
* للكميات	$\frac{\sum \frac{Q_1}{Q_0} * V_0}{\sum V_0}$	$\frac{\sum \frac{Q_0}{Q_1} * V_1}{\sum V_1}$	$\frac{\sum \frac{Q_1}{Q_0} * V_0}{\sum V_0} * \frac{\sum \frac{Q_0}{Q_1} * V_1}{\sum V_1} \neq 1$	
التجميعي النسبي المثقل بـ V_1:	$\frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * V_1}{\sum V_1}$	$\frac{\sum \frac{P_0}{P_1} * V_0}{\sum V_0}$		

* للأسعار			$\frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * V_1}{\sum V_1} * \frac{\sum \frac{P_0}{P_1} * V_0}{\sum V_0} \neq 1$	غير محقق
* للكميات	$\frac{\sum \frac{Q_1}{Q_0} * V_1}{\sum V_1}$	$\frac{\sum \frac{Q_0}{Q_1} * V_0}{\sum V_0}$	$\frac{\sum \frac{Q_1}{Q_0} * V_1}{\sum V_1} * \frac{\sum \frac{Q_0}{Q_1} * V_0}{\sum V_0} \neq 1$	

ثانياً- اختبار الانعكاس بالعامل: إن الإحصائي أرفنيغ فيشر هو أول من اقترح هذا الاختبار، وذلك من خلال سعيه لإيجاد رقم قياسي أمثل ، إذ يُقصد **بالرقم القياسي الأمثل، ذلك الرقم الذي يحقق اختبارين على الأقل**' أي إنه إذا حقق رقمٌ قياسيٌ ما، اختبار الانعكاس بالزمن والانعكاس بالعامل، قلنا عن ذلك الرقم القياسي بالرقم القياسي الأمثل.

إذن اختبار الانعكاس بالعامل يقرر بشكله العام: أنه إذا ما ضُرب **الرقم القياسي للأسعار بمثيله للكميات فإنه سيساوي الرقم القياسي للقيمة.** وبعبارة أخرى، نقول: إن حاصل جداء الرقم القياسي الناتج عن تغير الأسعار فقط في الرقم القياسي الناتج عن تغير الكميات فقط ، يجب أن يساوي التغير الناجم عن التغيرين معاً.

وبشكل عام: إذا ضربنا الرقم القياسي للأسعار والمحسوب بطريقة ما في الرقم القياسي للكميات والمحسوب بنفس الطريقة، فإن حاصل الضرب يساوي الرقم القياسي للقيمة، لأن:

القيمة = السعر * الكمية

إذ يقوم اختبار الانعكاس بالعامل على استبدال رموز الأسعار (P) بدلاً من رموز الكميات (Q) في صيغة أي رقم قياسي، شريطة الإبقاء على دليل الزمن في صيغة ذلك الرقم ، فنحصل على ما يسمى **بالبديل المعاملي** ، وعليه يكون :

الرقم القياسي الأصلي * بديله العاملي = الرقم القياسي للقيمة

وبتطبيق هذا الاختبار على صيغ الأرقام القياسية التي سبق لنا وشرحناها، نجد أن الرقم القياسي الأمثل والأوحد هو " الرقم القياسي التجميعي المثقّل وفق صيغة فيشر" ، هو الذي يحقق خاصية الانعكاس بالعامل، بالإضافة لكونه يحقق خاصية الانعكاس بالزمن ، فهو إذن " رقم قياسي أمثل ": لأنه يحقق اختبارين من الاختبارات المطبقة على الأرقام القاسية بآن واحد، ويمكننا البرهنة الرياضية والعملية لمعرفة أيٍّ من الأرقام القياسية الآنفة الذكر تحقق اختبار الانعكاس في العامل، وذلك كما في الجدول الآتي:

الرقم القياسي	صيغته	صيغة البديل الزمني له	تطبيق قاعدة الاختبار	نتيجة الاختبار
التجميعي البسيط: * للأسعار	$\frac{\sum P_1}{\sum P_0}$	$\frac{\sum Q_1}{\sum Q_0}$	$\frac{\sum P_1}{\sum P_0} * \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} \neq \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0}$	غير محقق
* للكميات	$\frac{\sum Q_1}{\sum Q_0}$	$\frac{\sum P_1}{\sum O_0}$	$\frac{\sum P_1}{\sum P_0} * \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} \neq \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0}$	

النسبي البسيط: * للأسعار	$\frac{P_1}{P_0}$	$\frac{Q_1}{Q_0}$	$\frac{P_1}{P_0} * \frac{Q_1}{Q_0} = \frac{P_1Q_1}{P_0Q_0}$	محقق
* للكميات	$\frac{Q_1}{Q_0}$	$\frac{P_1}{P_0}$	$\frac{Q_1}{Q_0} * \frac{P_1}{P_0} = \frac{P_1Q_1}{P_0Q_0}$	
التجميعي المثقّل وفق فيشر: * للأسعار	$\sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}}$	$\sqrt{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}}$	$\sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}} * \sqrt{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}} = \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0}$	محقق
* للكميات	$\sqrt{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}}$	$\sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}}$	$\sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}} * \sqrt{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}} = \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0}$	
التجميعي المثقّل وفق مارشال: * للأسعار	$\frac{\sum P_1(Q_0+Q_1)}{\sum P_0(Q_0+Q_1)}$	$\frac{\sum Q_1(P_0+P_1)}{\sum Q_0(P_0+P_1)}$	$\frac{\sum P_1(Q_0+Q_1)}{\sum P_0(Q_0+Q_1)} * \frac{\sum Q_1(P_0+P_1)}{\sum Q_0(P_0+P_1)} \neq \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0}$	غير

* للكميات	$\frac{\sum Q_1(p_0+p_1)}{\sum Q_0(p_0+p_1)}$	$\frac{\sum P_1(Q_0+Q_1)}{\sum P_0(Q_0+Q_1)}$	$\frac{\sum P_1(Q_0+Q_1)}{\sum P_0(Q_0+Q_1)} * \frac{\sum Q_1(P_0+P_1)}{\sum Q_0(P_0+P_1)} \neq \frac{\sum p_1Q_1}{\sum P_0Q_0}$	محقق
الوسط الهندسي لمناسيب: * الأسعار	$\sqrt[n]{\prod \frac{P_1}{P_0}}$	$\sqrt[n]{\prod \frac{Q_1}{Q_0}}$	$\sqrt[n]{\prod \frac{P_1}{P_0}} * \sqrt[n]{\prod \frac{Q_1}{Q_0}} \neq \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0}$	غير محقق
* الكميات	$\sqrt[n]{\prod \frac{Q_1}{Q_0}}$	$\sqrt[n]{\prod \frac{P_1}{P_0}}$	$\sqrt[n]{\prod \frac{P_1}{P_0}} * \sqrt[n]{\prod \frac{Q_1}{Q_0}} \neq \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0}$	غير محقق
التجميعي المثقّل وفق لاسبير: * للأسعار	$\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0}$	$\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0}$	$\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0} \neq \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0}$	غير محقق
* للكميات	$\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0}$	$\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0}$	$\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0} \neq \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0}$	

التجميعي المثقّل وفق باش: * للأسعار	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}$	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}$	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0} \neq \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0}$	غير محقق
* للكميات	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}$	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}$	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0} \neq \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0}$	
التجميعي النسبي المثقل بـ: V_0 * للأسعار	$\frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * V_0}{\sum V_0}$	$\frac{\sum \frac{Q_1}{Q_0} * V_0}{\sum V_0}$	$\frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * V_0}{\sum V_0} * \frac{\sum \frac{Q_1}{Q_0} * V_0}{\sum V_0} \neq \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0}$	غير محقق
* للكميات	$\frac{\sum \frac{Q_1}{Q_0} * V_0}{\sum V_0}$	$\frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * V_0}{\sum V_0}$	$\frac{\sum \frac{Q_1}{Q_0} * V_0}{\sum V_0} * \frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * V_0}{\sum V_0} \neq \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0}$	

التجميعي النسبي المثقل بـ V_1: * للأسعار	$\frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * V_1}{\sum V_1}$	$\frac{\sum \frac{Q_1}{Q_0} * V_1}{\sum V_1}$	$\frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * V_1}{\sum V_1} * \frac{\sum \frac{Q_1}{Q_0} * V_1}{\sum V_1} \neq \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0}$	غير محقق
* للكميات	$\frac{\sum \frac{Q_1}{Q_0} * V_1}{\sum V_1}$	$\frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * V_1}{\sum V_1}$	$\frac{\sum \frac{Q_1}{Q_0} * V_1}{\sum V_1} * \frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * V_1}{\sum V_1} \neq \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0}$	

* **تعديل الرقم القياسي:** نصادف في بعض الأحيان، أن بعض الأرقام القياسية التجميعية المثقّلة وفق صيغتي لاسبير وباش، تحتاج إلى تعديل، لكي تفي بالغرض المطلوب، سواءً لقياس التغير الكمي أم التغير السعري، وخاصة الأرقام التي لا تحقق الانعكاس في الزمن ولا تحقق الانعكاس في العامل، لتصبح قابلة للانعكاس ومحققة لهذين الاختبارين (الزمن – العامل):

– ما يتعلق باختبار الانعكاس في الزمن نبحث عن ما يسمى " **بالمعكوس الزمني** " أو " **المقلوب الزمني** "، لأي صيغة من صيغ الأرقام القياسية هو ناتج عن قسمة الواحد الصحيح على البديل الزمني لصيغة الرقم القياسي المعنى، أي يمكننا أن نكتب:

$$\text{المقلوب الزمني} = \frac{1}{\text{البديل الزمني}}$$

فإذا ما أخذنا الوسط الهندسي لحاصل جداء أي رقم قياسي (لاسبير ، باش) بمقلوبه الزمني ،فإننا نحصل على الرقم القياسي المعدّل وهو الرقم القياسي الأمثل ، فالقاعدة إذن، هي:

الرقم القياسي المعدّل = الوسط الهندسي للرقم القياسي الأصلي مضروبا بالمقلوب الزمني له
= " الرقم القياسي الأمثل

أما ما يتعلق ما يتعلق باختبار الانعكاس في العامل نبحث عن ما يسمى " **بالمقلوب العاملي** "، لأي صيغة من صيغ الأرقام القياسية هو: عبارة عن حاصل قسمة الرقم القياسي للقيمة على البديل العاملي للرقم القياسي المطلوب حسابه، بحيث يكون الرقم القياسي المعدّل مساوياً للوسط الهندسي لحاصل جداء الرقم القياسي المطلوب حسابه بالمقلوب المعاملي له. وبناءً عليه، نكتب:

$$\text{المقلوب المعاملي لرقم قياسي ما} = \frac{\text{الرقم القياسي للقيمة}}{\text{البديل المعاملي للرقم القياسي المطلوب}}$$

قاعدة التعديل :

الرقم القياسي المعدّل= الوسط الهندسي للرقم القياسي الأصلي مضروبا بالمقلوب المعاملي له
= " الرقم القياسي الأمثل

وخلاصة القول: أنه يمكننا تعديل أي صيغة من صيغ الأرقام القياسية التجميعية المثقلة، لتصبح محققة لكلا الاختبارين (الانعكاس في الزمن أو في العامل) ، وذلك بأخذ **الوسط الهندسي** للرقم القياسي الأصلي مضروبا بمقلوبه الزمني أو المعاملي.

وبناءً على ما سبق، يمكننا إيجاز ذلك في الجدول الآتي:

الرقم القياسي	صيغته	صيغة المقلوب الزمني له	تطبيق قاعدة التعديل	نتيجة الاختبار
التجميعي المثقّل وفق لاسبير: * للأسعار	$\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0}$	$\frac{1}{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_1Q_1}} = \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}$	$\sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} * \frac{1}{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_1Q_1}}} =$ $\sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}} = 1$	محقق
* للكميات	$\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0}$	$\frac{1}{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_1Q_1}} = \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}$	$\sqrt{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0} * \frac{1}{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_1Q_1}}} =$ $\sqrt{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}} = 1$	
التجميعي المثقّل وفق باش: * للأسعار	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}$	$\frac{1}{\frac{\sum P_0Q_0}{\sum P_1Q_0}} = \frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0}$	$\sqrt{\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1} * \frac{1}{\frac{\sum P_0Q_0}{\sum P_1Q_0}}} =$ $\sqrt{\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1} * \frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0}} = 1$	

* للكميات	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}$	$\frac{1}{\frac{\sum P_0Q_0}{\sum P_0Q_1}} = \frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0}$	$\sqrt{\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0} * \frac{1}{\frac{\sum P_0Q_0}{\sum P_0Q_1}}} =$ $\sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_1Q_0} * \frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0}} = 1$	محقق
الرقم القياسي	**صيغته**	**صيغة المقلوب المعاملي له**	**تطبيق قاعدة التعديل**	**نتيجة الاختبار**
التجميعي المثقّل وفق لاسبير: * للأسعار	$\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0}$	$\frac{\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0}}{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0}} = \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}$	$\sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} * \frac{\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0}}{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0}}} =$ $\sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}}$	
* للكميات	$\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0}$	$\frac{\frac{P_1Q_1}{P_0Q_0}}{\frac{P_1Q_0}{P_0Q_0}} = \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}$	$\sqrt{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0} * \frac{\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0}}{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0}}} =$ $\sqrt{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}}$	محقق

التجميعي المثقل وفق باش:	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}$	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0} = \frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0}$	$\sqrt{\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1} * \frac{\sum P_0Q_0}{\sum P_1Q_1}} = \sqrt{\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1} * \frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0}}$	محقق
* للأسعار				
* للكميات	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}$	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0} = \frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0}$	$\sqrt{\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0} * \frac{\sum P_0Q_0}{\sum P_0Q_1}} = \sqrt{\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0} * \frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0}}$	

ثالثاً – الاختبار الدائري: يعتبر الاختبار الدائري بمثابة امتداد لاختبار الانعكاس بالزمن، على أنه يفترض شروطاً أقسى منه، إذ يشترط توافر تناسق رياضي تام ما بين أي عددين عائدين لسنتين مختلفتين ولأي أرقام قياسية سواءً أكانت لأسعار التجزئة أم الجملة، وبغض النظر عما إذا كان العددان يعودان إلى الأساس أو لا.

إن أبسط أشكال هذا الاختبار، هو إمكان تغيير سنة الأساس لأي رقم قياسي دون أن يكون هناك من حاجة إلى إعادة الحساب من الأسعار الأصلية (الكميات)، وذلك عن طريق القيام بتقسيم كل رقم قياسي على الرقم القياسي المتخذ كأساس، وأن القيم التي نحصل عليها وفق الأساس الجديد يجب أن تكون مماثلة لتلك الأرقام التي يمكن تأمينها، فيما لو قمنا بإعادة الحساب مباشرة من الأسعار الأصلية (الكميات الأصلية)، أي تقويم الأرقام القياسية بأسعار أو قيم السنة التي تتخذ كأساس، ولتوضح ذلك، نورد المثال الآتي:

مثال(15): إذا كان لدينا سلسلة زمنية من الأرقام القياسية للأسعار المأخوذة على أساس 2005، وأردنا أن نحسب سلسلة من الأرقام القياسية على أساس 2002 مرة، وعلى أساس (200 – 2001):

الأعوام	2000	2001	2002	2003	2004	2005
الرقم القياسي للأسعار	101	110	105	99	98	102
الرقم القياسي للأسعار على أساس 2002	$\frac{101}{105}*100=$ 96.2	$\frac{110}{105}.100=$ 104.8	$\frac{105}{105}.100=$ 100	$\frac{99}{105}.100=$ 94.29	$\frac{98}{105}.100=$ 93.33	$\frac{102}{105}.100=$ 97.14
الرقم القياسي للأسعار على أساس (2000-2001)	$\frac{101}{105.5}*100=$ 95.73	$\frac{110}{105.5}*100=$ 104.27	$\frac{105}{105.5}*100=$ 99.53	$\frac{99}{105.5}*100=$ 93.84	$\frac{98}{105.5}*100=$ 92.89	$\frac{102}{105.5}*100=$ 96.68

عمدنا في هذا المثال إلى تقسيم كل قيمة للرقم القياسي واردة في السطر الثاني على قيمته المقابلة لعام 2002،ثمّ على متوسط قيمتيه في العامين 2000 – 2001 فحصلنا على قيمة الرقم القياسي للأسعار بالأساس الجديد المطلوب أعلاه.

لاحظنا فيما سبق، حين تطرقنا إلى خواص المناسيب سواءً للأسعار أم للكميات أم للقيم، إلى الخاصية الدائرية والدائرية المعدّلة، ثم استعرضنا بالإضافة إلى ذلك جميع الأرقام القياسية التجميعية المثقلة والنسبية المثقلة والمتعلقة بالأسعار أو الكميات آخذين بالحسبان نقطتين فقط (نقطة اساس، ونقطة مقارنة)، وهذا ما يطلق

عليه " بالمقارنات الثنائية "، غير أنه من المرغوب فيه أحياناً إجراء مقارنات بين أكثر من نقطتين " عدة نقاط " ، ولتكن (0)و(1)و(2)و(3)و... ، ففي هذه الحالة سنحصل على سلسلة من الأرقام القياسية: $I_{0/0}$ و $I_{1/0}$ و $I_{2/0}$ و $I_{3/0}$ و .... (مقارنات ثنائية ، فالدليل الأيسر لسنة المقارنة والدليل الأيمين لسنة الأساس) ، ومن ثمّ كل رقم قياسي من هذه السلسلة ذات الأساس المتغير فيها نقطتان (أساس ومقارنة).

والسؤال المطروح الآن؟ كيف يمكننا مقارنة أسعار أو كميات الفترة (2) بأسعارها أو كمياتها في الفترة (1) ؟

الإجابة واضحة ، لأنه لو كان لدينا على سبيل المثال، الأسعار في كلتا الفترتين، لأمكن حسابهما مباشرة، أما وحسب الحالة المعروضة أعلاه – سلسلة أرقام قياسية – منسوبة إلى فترة واحدة، فالأمر مختلف، حيث تكون طريقة الإيجاد كالآتي:

$$I_{r/k} = \frac{I_{r/0}}{I_{k/0}} \Rightarrow I_{r/0} = I_{r/k} * I_{k/0}$$

وعليه يكون الاختبار الدائري:

$$\frac{I_{r/k} * I_{k/0}}{I_{r/0}} = 1$$

وبناءً على قاعدة هذا الاختبار، سنحاول معرفة أيّ الأرقام القياسية التي سبق أن تطرقنا إليها، تحقق هذا الاختبار وفي فترات زمنية متتالية هي (0)و(1)و(2) ، كما يأتي:

الرقم القياسي	صيغته	تطبيق قاعدة الاختبار	نتيجة الاختبار
التجميعي البسيط:			
* للأسعار	$\frac{\sum P_1}{\sum P_0}$	$\frac{\frac{\sum P_2}{\sum P_1} * \frac{\sum P_1}{\sum P_0}}{\frac{\sum P_2}{\sum P_0}} = 1$	محقق
* للكميات	$\frac{\sum Q_1}{\sum Q_0}$	$\frac{\frac{\sum Q_2}{\sum Q_1} * \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0}}{\frac{\sum Q_2}{\sum Q_0}} = 1$	
النسبي البسيط:			
* للأسعار	$\frac{P_1}{P_0}$	$\frac{\frac{p_2}{p_1} * \frac{p_1}{p_0}}{\frac{p_2}{p_0}} = 1$	محقق
* للكميات	$\frac{Q_1}{Q_0}$	$\frac{\frac{Q_2}{Q_1} * \frac{Q_1}{Q_0}}{\frac{Q_2}{Q_0}} = 1$	

التجميعي المثقّل وفق فيشر : * للأسعار	$\sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}}$	$\frac{\sqrt{\frac{\sum P_2Q_1}{\sum P_1Q_1} * \frac{\sum P_2Q_2}{\sum P_1Q_2}} * \sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}}}{\sqrt{\frac{\sum P_2Q_0}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_2Q_2}{\sum P_0Q_2}}} \neq 1$	غير محقق
* للكميات	$\sqrt{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}}$	$\frac{\sqrt{\frac{\sum P_1Q_2}{\sum P_1Q_1} * \frac{\sum P_2Q_2}{\sum P_2Q_1}} * \sqrt{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}}}{\sqrt{\frac{\sum P_0Q_2}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_2Q_2}{\sum P_2Q_2}}} \neq 1$	
التجميعي المثقّل وفق مارشال (*) : * للأسعار	$\frac{\sum P_1(Q_0+Q_1)}{\sum P_0(Q_0+Q_1)}$	$\frac{\frac{\sum P_2(Q_1+Q_2)}{\sum P_1(Q_1+Q_2)} * \frac{\sum P_1(Q_0+Q_1)}{\sum P_0(Q_0+Q_1)}}{\frac{\sum P_2(Q_0+Q_2)}{\sum P_0(Q_0+Q_2)}} \neq 1$	غير محقق
* للكميات	$\frac{\sum Q_1(p_0+p_1)}{\sum Q_0(p_0+p_1)}$	$\frac{\frac{\sum Q_2(P_1+P_2)}{\sum Q_1(P_1+P_2)} * \frac{\sum Q_1(P_0+P_1)}{\sum Q_0(P_0+P_1)}}{\frac{\sum Q_2(P_0+P_2)}{\sum Q_0(P_0+P_2)}} \neq 1$	

الوسط الهندسي لمناسيب: * الأسعار	$\sqrt[n]{\prod \frac{P_1}{P_0}}$	$\frac{\sqrt[n]{\prod \frac{P_2}{P_1}} * \sqrt[n]{\prod \frac{P_1}{P_0}}}{\sqrt[n]{\prod \frac{P_2}{P_0}}} = 1$	محقق
* الكميات	$\sqrt[n]{\prod \frac{Q_1}{Q_0}}$	$\frac{\sqrt[n]{\prod \frac{Q_2}{Q_1}} * \sqrt[n]{\prod \frac{Q_1}{Q_0}}}{\sqrt[n]{\prod \frac{Q_2}{Q_0}}} = 1$	
التجميعي المثقّل وفق لاسبير (*) : * للأسعار	$\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0}$	$\frac{\frac{\sum P_2Q_1}{\sum P_1Q_1} * \frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0}}{\frac{\sum P_2Q_0}{\sum P_0Q_0}} \neq 1$	غير محقق
* للكميات	$\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0}$	$\frac{\frac{\sum P_1Q_2}{\sum P_1Q_1} * \frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0}}{\frac{\sum P_0Q_2}{\sum P_0Q_0}} \neq 1$	
التجميعي المثقّل وفق باش (*) : * للأسعار	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}$	$\frac{\frac{\sum P_2Q_2}{\sum P_1Q_2} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}}{\frac{\sum P_2Q_2}{\sum P_0Q_2}} \neq 1$	

* للكميات	$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}$	$\frac{\frac{\sum P_2Q_2}{\sum P_2Q_1} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}}{\frac{\sum P_2Q_2}{\sum P_2Q_0}} \neq 1$	غير محقق
التجميعي النسبي المثقل بـ V_0: * للأسعار	$\frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * V_0}{\sum V_0}$	$\frac{\frac{\sum \frac{P_2}{P_1} * V_1}{\sum V_1} * \frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * V_0}{\sum V_0}}{\frac{\sum \frac{P_2}{P_0} * V_0}{\sum V_0}} \neq 1$	غير محقق
* للكميات	$\frac{\sum \frac{Q_1}{Q_0} * V_0}{\sum V_0}$	$\frac{\frac{\sum \frac{Q_2}{Q_1} * V_1}{\sum V_1} * \frac{\sum \frac{Q_1}{Q_0} * V_0}{\sum V_0}}{\frac{\sum \frac{Q_2}{Q_0} * V_0}{\sum V_0}} \neq 1$	
التجميعي النسبي المثقل بـ V_1: * للأسعار	$\frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * V_1}{\sum V_1}$	$\frac{\frac{\sum \frac{P_2}{P_1} * V_2}{\sum V_2} * \frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * V_1}{\sum V_1}}{\frac{\sum \frac{P_2}{P_0} * V_2}{\sum V_2}} \neq 1$	

* للكميات	$\frac{\sum \frac{Q_1}{Q_0} * V_1}{\sum V_1}$	$\frac{\frac{\sum \frac{Q_2}{Q_1} * V_2}{\sum V_2} * \frac{\sum \frac{Q_1}{Q_0} * V_1}{\sum V_1}}{\frac{\sum \frac{Q_2}{Q_0} * V_2}{\sum V_2}} \neq 1$	غير محقق

(*) إذا ثُقِّلت هذه الأرقام القياسية بأوزان ثابتة (أسعار ثابتة أو كميات ثابتة) خلال الفترات الزمنية المتتالية، فإنها تحقق الاختبار الدائري. (يترك إثبات هذا للطالب، إذا ما أراد).

وهنا تجدر الإشارة إلى الملاحظات الآتية:

- لا يمكننا تغيير فترة الأساس للأرقام القياسية القابلة للتطبيق، إلاَّ في حالة وحيدة فقط، وهي تكون محققة للاختبار الدائري.
- لا يمكننا التصور بأنه إذا زاد الرقم القياسي بين الفترتين (0)و(1) بنسبة $(\%m)$ وبين الفترتين (1)و(2) بنسبة $(\%n)$، أن الزيادة التي يظهرها الرقم القياسي الجديد بين الفترتين (0)و(2) هي بالضرورة مساوية لحاصل جداء النسبتين $\%(m*n)$، وبخاصة في الأرقام القياسية المثقِّلة، فمثلاً: $I_{L_{1/0}}$ و $I_{L_{2/0}}$, فالتثقيل هنا نفسه، $I_{L_{2/1}}$ ، لكن هنا مختلف تماماً.
- لا يمكننا الحصول على رقم قياسي باستخدام رقمين جديدين، إلاَّ إذا كانت الفترة الزمنية الفاصلة بين الفترتين (الأساس والمقارنة) قريبة جداً، فعلى العكس عندما تكون الفترة بعيدة جداً، فإن الأوزان المتخذة كأساس للتثقيل ستكون متفاوتة بقيمها ونوعيتها أيضاً، لهذا يجب أن تكون الفترة الفاصلة بين فترتي الأساس والمقارنة ليست ببعيدة، لكي لا تتغير الأوزان المستخدمة في التثقيل تغيراً كبيراً؛
- إذا كانت الفترة الزمنية الفاصلة بين فترة الأساس وفترة المقارنة بعيدة، ولدينا أرقام قياسية ثنائية (أي يكون كل رقم قياسي نقطة مقارنة بالنسبة للرقم القياسي

الذي يسبقه) وعليه نحصل على ما يسمى " بالرقم القياسي المتسلسل"، ونعبر عنه:

$$I_{T/0} = I_{1/0} * I_{2/1} * I_{3/2} * ... * I_{T-1/T}$$

وبالرغم من عدم وضوح المعنى للرقم القياسي المتسلسل، لأنه يعتمد على مجموعات متغيرة من السلع، إلا أنه يحافظ لحدٍ ما على الأوزان مع طول المدة الزمنية، إذ إن هذه الأوزان لا تتغير من فترة لأخرى مباشرة، لكنه في بعض الأحيان قد يكون هناك اختلاف في حساب الرقم المتسلسل

($I_{T/0} = I_{1/0} * I_{2/1} * I_{3/2} * ... * I_{T-1/T}$) عن الرقم $I_{T/0}$ المحسوب بين الفترتين (0)و(T) مباشرة، ولاسيما إذا لم تكن الأرقام القياسية الداخلة في الرقم المتسلسل، متسلسلة ومتخذة كأساس بعضها لبعضٍ.

ملاحظات هامة:

- كيف يتم استبعاد أثر تغيرات الأسعار، ولماذا؟

بات معروفاً لنا ما يعانيه العالم الاقتصادي من أزمات اقتصادية وموجات تضخمية متلاحقة أدت إلى ارتفاع متزايد في مستويات الأسعار، وهو يؤدي إلى ارتفاع قيم المتغيرات الاقتصادية بمعدلات متسارعة، ليصبح التعرّف على التغيرات الحقيقية للظواهر الاقتصادية صعباً، ولأهمية هذه المعضلة، فإن الأرقام القياسية لها أثرٌ مهمٌ في تحديد تغيرات تلك الظواهر، لأنها كما شرحنا سابقاً تقيس التغيرات النسبيّة في الأسعار خلال الزمن، ومن ثمّ فبموجبها نتعرف على التغيرات الحقيقية للظواهر التي تتعرض قيمها لتغيرات نقدية بسبب ارتفاع الأسعار ونمو معدلات التضخم . ومن الظواهر التي تتأثر بتغيرات الأسعار، نذكر: الدخل القومي، والأجور والرواتب، وإنفاق الحكومة على مختلف نواحي الإنفاق العام، وقيم الصادرات والواردات، وعوائد رؤوس الأموال الموظفة والمستثمرة في القطاعات الإنتاجية والمصرفية، وغيرها.

وبما أن قيم هذه التغيرات تتعرض لتضخم شديد نتيجة ارتفاع الأسعار، لذا لا تتضح تغيراتها الحقيقية عن الاسمية، لهذا نستعين بالأرقام القياسية لأجل استبعاد أثر التغيرات الاسمية، لاسيما التغيرات الخاصة بالنقد والأسعار، وبعد استبعاد أثر التغيرات الاسمية، لا يبقى من الظاهرة المدروسة غير تغيراتها الحقيقية، وبشكل عام، نعبر: " إن استبعاد أثر تغيرات الأسعار من قيمة معينة يكون بقسمة تلك القيمة على الرقم القياسي لأسعار المواد الداخلة في تركيب هذه القيمة"، وعليه نحصل على رقم يمكننا مقارنته مع القيمة في سنة الأساس، للتعرّف على التغير الحقيقي الذي اكتنف الظاهرة موضوع الدراسة، ولتوضيح ذلك، نضرب الأمثلة الآتية:

* الناتج القومي الإجمالي بأسعار سنة الأساس = القيمة النقدية للناتج القومي الإجمالي / الرقم القياسي العام للأسعار

* الرقم القياسي للأجور الحقيقية (التغير النسبي الحقيقي في الكسب) = كسب العامل (مجموع عائدات العمال) / الرقم القياسي لنفقات المعيشة

* يبين الجدول الآتي الأجور النقدية والأرقام القياسية لأسعار سلع الاستهلاك على أساس عام 2003 :

الأعوام	2005	2006	2007	2008	2009
متوسط الأجر الساعي بالدولار	1.19	1.33	1.44	1.57	1.61
الرقم القياسي للأجور	95.5	102.8	101.8	111	113

والمطلوب: مقارنة التغير في الأجور على أساس أسعار عام 2005؟

لمعرفة ما هو مطلوب وما ينجم عنه، نعمد إلى حساب الرقم القياسي للأجور على أساس عام 2005 ، ومن ثمَّ نقسم متوسط الأجر على الرقم القياسي الجديد والمقابل له، أي:

الرقم القياسي للأجور على أساس عام 2005	100	107.6	106.6	116.2	117.3
متوسط الأجر الساعي بالدولار	1.19	1.24	1.35	1.35	1.37

ومما نلحظه الآن: بالنسبة للرقم القياسي للأجور الجديد قد اختلف عنه في عام 2003 بالزيادة، في حين أن متوسط الأجر الساعي قد انخفض، فالفروق هي اسمية في الأجور وليست زيادة حقيقية، والسبب يعود إلى الزيادة في الرقم القياسي للأسعار ونمو معدلات التضخم نتيجة تغير فترة الأساس من عام 2003 على عام 2005، أدى ذلك إلى ظهور تغيرات اسمية عن تلك الحقيقية، وهذا يُعزى إلى التغير الناتج في الأسعار لتلك الفترة.

- ما متوسط السعر الحقيقي لمجموعة سلعية ما؟ وكيف يُحسب ؟ وما العوامل المؤثرة عليه؟

إن متوسط السعر الحقيقي لمجموعة سلعية ما: ما هو إلا عبارة عن نسبة قيمة المجموعة السلعية في بالنسبة إلى مجموع كمياتها في سنة المقارنة مقسومة على نسبة قيمة نفس المجموعة السلعية بالنسبة لمجموع كمياتها في سنة الأساس، أي إننا نكتب:

$$I_{\bar{P}} = \frac{\dfrac{\sum P_1 Q_1}{\sum Q_1}}{\dfrac{\sum P_0 Q_0}{\sum Q_0}} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum Q_1} * \frac{\sum Q_0}{\sum P_0 Q_0}$$

ويؤثر بشكل كبير في هذا بالدرجة الأولى كل من تغير الأسعار وتغير تركيب الكميات، لذا لا بد من أخذهما بالحسبان، وعليه نكتب:

$$\frac{\frac{\sum P_1Q_1}{\sum Q_1}}{\frac{\sum P_0Q_0}{\sum Q_0}} = \frac{\frac{\sum P_1Q_1}{\sum Q_1}}{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum Q_1}} * \frac{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum Q_1}}{\frac{\sum P_0Q_0}{\sum Q_0}}$$

↑ ↑ ↑

متوسط السعر الحقيقي = متوسط السعر نتيجة تغير السعر * متوسط السعر نتيجة تغير تركيب الكميات

وبناء على ذلك، يمكننا دراسة التغيرات المطلقة لمتوسط السعر، أي العوامل المؤثرة في تطور السع من خلال العلاقة الآتية :

$$\left[\frac{\sum P_1Q_1}{\sum Q_1} - \frac{\sum P_0Q_0}{\sum Q_0}\right] = \left[\frac{\sum P_1Q_1}{\sum Q_1} - \frac{\sum P_0Q_1}{\sum Q_1}\right] + \left[\frac{\sum P_0Q_1}{\sum Q_1} - \frac{\sum P_0Q_0}{\sum Q_0}\right]$$

↑ ↑ ↑

التغير المطلق لمتوسط السعر الحقيقي = التغير المطلق لمتوسط السعر نتيجة تغير السعر + التغير المطلق لمتوسط السعر نتيجة تغير تركيب الكميات

مثال (16): في دراسة لمجموعة سلعية مؤلفة من ثلاث سلع بين عامي 2003 و 2004 ، أعطت البيانات الآتية:

$\sum \frac{Q_1}{Q_0}(P_0Q_0) = 3200$	$\sum P_1Q_1 = 4800$	$\sum P_0Q_0 = 2100$	$\sum P_0Q_1 = 3200$ $\sum Q_1 = 200$	$\sum P_1Q_0 = 3040$ $\sum Q_0 = 140$

والمطلوب:

1- احسب الرقم القياسي للقيمة وفسره؟

2- ما الأسباب التي أدت إلى تسمية رقم فيشر (أسعار – كميات) بالرقم القياسي الأمثل مبينا ذلك عددياً؟

3 – ادرس تطور متوسط السعر والعوامل المؤثرة فيه؟

الحل:

1- الرقم القياسي للقيمة، هو:

$$I_{V_{1/0}} = \frac{\sum V_1}{\sum V_0} = \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0} * 100 = \frac{4800}{2100} * 100 = 228,57\%$$

أي إن قيمة هذه المجموعة السلعية قد ارتفعت عام 2004 عما كانت عليه في عام 2003 بمقدار 128,57% (نتيجة تضخم الأسعار).

2- الأسباب التي أدت إلى تسمية رقم فيشر (للأسعار أو للكميات) بالرقم القياسي الأمثل ، لأنه يحقق أو يجتاز اختبارين: الانعكاس في الزمن والانعكاس في العامل . لنتحقق من ذلك عددياً:

* الانعكاس في الزمن:

قاعدته: الرقم القياسي الأصلي * بديله الزمني = 1

$$\sqrt{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0} * \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}} * \sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_1Q_1} * \frac{\sum P_0Q_0}{\sum P_0Q_1}} = 1$$

بالتعويض نجد:

$$\sqrt{\frac{3200}{2100}*\frac{4800}{3040}}*\sqrt{\frac{3040}{4800}*\frac{2100}{3200}}=1 \quad \text{محققة}$$

* الانعكاس في العامل :

قاعدته: الرقم القياسي الأصلي * بديله المعاملي = الرقم القياسي للقيمة

$$\sqrt{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum P_0Q_0}*\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_1Q_0}}*\sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0}*\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}}=\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0}$$

بالتعويض نجد:

$$\sqrt{\frac{3200}{2100}*\frac{4800}{3040}}*\sqrt{\frac{3040}{2100}*\frac{4800}{3200}}=\sqrt{\left(\frac{4800}{2100}\right)^2}=\frac{4800}{2100} \quad \text{محققة}$$

4- دراسة تطور متوسط السعر والعوامل المؤثرة فيه:

* نوجد أولاً متوسط السعر الحقيقي: $\frac{\frac{\sum P_1Q_1}{\sum Q_1}}{\frac{\sum P_0Q_0}{\sum Q_0}}*100=\frac{\frac{4800}{200}}{\frac{2100}{140}}*100=159{,}99\%$

أي إن متوسط السعر الحقيقي لهذه المجموعة السلعية قد ارتفع عام 2004 عما كان عليه في عام 2003 بمقدار 60%.

* نوجد متوسط السعر الناتج عن تغير الأسعار: $\frac{\frac{\sum P_1Q_1}{\sum Q_1}}{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum Q_1}}*100=\frac{\frac{4800}{200}}{\frac{3200}{200}}*100=150\%$

إذن: ازداد متوسط السعر الناجم عن تغير السعر عام 2004 بمقدار 50% عما كانت في عام 2003.

* نوجد متوسط السعر الناتج عن تغير تركيب الكميات:

$$\frac{\frac{\sum P_0Q_1}{\sum Q_1}}{\frac{\sum P_0Q_0}{\sum Q_0}}*100=\frac{\frac{3200}{200}}{\frac{2100}{140}}*100=106,66\%$$

أي إن: متوسط السعر الناجم عن تغير الكميات قد ازداد عام 2004 بمقدار 6,66% عما كانت عليه في عام 2003.

* نوجد التغيرات المطلقة في تغير متوسط السعر الحقيقي:

$$\left[\frac{\sum P_1Q_1}{\sum Q_1}-\frac{\sum P_0Q_0}{\sum Q_0}\right]=\left[\frac{\sum P_1Q_1}{\sum Q_1}-\frac{\sum P_0Q_1}{\sum Q_1}\right]+\left[\frac{\sum P_0Q_1}{\sum Q_1}-\frac{\sum P_0Q_0}{\sum Q_0}\right]$$

بالتعويض نجد:

$$\left[\frac{4800}{200}-\frac{2100}{140}\right]=\left[\frac{4800}{200}-\frac{3200}{200}\right]+\left[\frac{3200}{200}-\frac{2100}{100}\right]\Rightarrow 9=8+1$$

ويمكننا القول: إن متوسط السعر قد ارتفع من عام 2003 إلى عام 2004 بمقدار 60%، أي بنحو(9) وحدات نقدية، وأن متوسط السعر قد ارتفع في نفس الفترة نتيجة تغير أسعار هذه المجموعة بمقدار 50%، أي ما يعادل (8) وحدات نقدية، ونتيجة لتغير الكميات الموازية لنفس الفترة ولنفس المجموعة السلعية فقد ارتفع بمقدار 6,66%، أي ما يعادل (1) وحدة نقدية واحدة.

وبشكل عام، فإن متوسط السعر الحقيقي يتأثر بعاملين، هما: تغير أسعار المجموعة السلعية من جهة، وتغير كمياتها من جهة ثانية، سواءً بالزيادة أم بالنقصان.

7-3-4- الأرقام القياسية شائعة الاستعمال

تعتبر إحصاءات الأسعار من أقدم الإحصاءات انتشاراً واستعمالاً، لما في ذلك من فوائد هامة سواءً بالنسبة للدولة أو للباحثين أو لأرباب العمل أو للأفراد المستهلكين، ومن أهم أدوات تلخيص إحصاءات الأسعار، هي: الأرقام القياسية لهذه الأسعار وفق المستويين اللذين تُجمع الإحصاءات على أساسها، وهما: مستوى الجملة، ومستوى المفرق (التجزئة أو المستهلك) . ونشير هنا إلى بعض أهم الأرقام القياسية المستخدمة، ومنها:

- **الرقم القياسي لأسعار الجملة:** وهو " أداة إحصائية لقياس التغير في أسعار مجموعة معينة من مواد الجملة التي يتم تبادلها خلال فترة معينة من الزمن". وهذه الأداة توضح التغيرات التي تطرأ على هذا النوع من الأسعار، إذا أردنا أخذ صورة واسعة عن تغيرات أسعارها الصافية.

ويستعمل هذا الرقم كأداة أساسية عند دراسة القوة الشرائية للنقود، وفي قياس المستوى العام للأسعار، وفي تقدير الحسابات القومية بالأسعار الثابتة، وفي معرفة اتجاه الدورات الاقتصادية، وفي تحديد سياسات الاستيراد والتصدير وانعكاسات السياسات المماثلة والسابقة على الوضع الاقتصادي.

ويمر هذا الرقم بخطوات متتالية، هي:

1- تحديد المواد الداخلة في تركيب الرقم القياسي، ففي سورية هناك (195) مادة موزعة في (9) أقسام.

2- تحديد فترة الأساس، كأن تكون فترة محددة تماماً، أو متوسط عدة سنوات أو سنة سابقة لسنة الدراسة.

3- اختيار الأوزان الواجب استعمالها، إذ إنها تختلف باختلاف نوع المواد، إذا كانت زراعية أم صناعية أم... .

4- طريقة الحساب ، فقد تكون أرقاماً قياسية مثقّلة، وأهمها: لاسبير، أو المناسيب المثقّلة بقيمها في سنة الأساس.

- **الرقم القياسي لأسعار المفرق " نفقة المعيشة "**: هو " " أداة إحصائية لقياس متوسط التغير في أسعار مجموعة معينة من مواد المفرق التي تشتريها فئة معينة خلال فترة من الزمن"، والفرق بين هذا الرقم والرقم القياسي لتكاليف المعيشة هو أن الأخير يقيس تغيرات إنفاق الأسر التي تتحدد نتيجة تغيرات الدخل والتي تؤثر في تغير الكمية المستهلكة وأسعارها، ومن ثمَّ فإن الرقم القياسي لأسعار المفرق يقيس ذلك الجزء من تغيرات تكاليف المعيشة العائد إلى تغيرات الأسعار فقط. ومن استعمالاته، نذكر الآتي:

1- تحديد أجور العمال والموظفين، والتي تتطور في الغالب بنفس نسبة تطور الأسعار.

2- الإسهام في تقرير سياسة الحكومة تجاه الضرائب على الاستهلاك والأجور.

3- تحديد معدل التضخم النقدي والدلالة عليه.

4- حساب القوة الشرائية للوحدة النقدية.

5- حساب الأجر الحقيقي للعمال وتفريقه عن الأجر النقدي.

6- تحويل الحسابات القومية من الأسعار الجارية إلى الأسعار الثابتة.

ويمر هذا الرقم بنفس الخطوات المتتالية عند إنشائه، كما سبق أن أشرنا ، وهي:

- تحديد المواد الداخلة في تركيب الرقم القياسي، ففي سورية هناك (150) مادة موزعة في (14) قسماً.
- تحديد فترة الأساس، كأن تكون فترة محددة تماماً، أو متوسط عدة سنوات أو سنة سابقة لسنة الدراسة.
- اختيار الأوزان الواجب استعمالها، إذ إنها تختلف باختلاف نوع المواد، إذا كانت زراعية أم صناعية أم... .
- طريقة الحساب ، فقد تكون أرقاماً قياسية مثقّلة، وأهمها: لاسبير، أو المناسيب المثقّلة بقيمها في سنة الأساس.

- **الرقم القياسي للإنتاج الصناعي:** وهو رقم نسبي يبين التغير في مقدار الإنتاج في القطاع الصناعي في فترة المقارنة بالنسبة إلى فترة الأساس، ويحسب هذا الرقم على فترات زمنية قصيرة (3 أشهر، كل سنة)، وذلك من خلال الوسط الحسابي البسيط للمناسيب، أو المناسيب المثقّلة بقيمها في سنة الأساس، ليتمكن رجال القرار من مراقبة الوضع بصورة مستمرة، ومعالجة أي خلل أو ركود يطرأ على الجهاز الاقتصادي في الحال.

- **الرقم القياسي لحجم الصادرات والواردات:** وهو يقيس التغير في قيم الصادرات والواردات بأسعار ثابتة، ويحسب هذا الرقم بطريقة الوسط الحسابي المثقّل لمناسيب الكميات، إذ تستخدم قيم السلع في فترة الأساس كأوزان، وتحسب المناسيب على أساس المعلومات الواردة والموجودة في إحصاءات التجارة الخارجية.

- **الرقم القياسي للأجور:** وهو " عبارة عن حاصل قسمة الرقم القياسي لإنتاجية العمل على الرقم القياسي لمتوسط الأجر"، أو " حاصل جداء الرقم القياسي لتغير مقدار الزمن للوحدة المنتجة في الرقم القياسي لمتوسط أجر العامل"، حيث إن الرقم القياسي لزمن الوحدة المنتجة يساوي لمقلوب الرقم القياسي لإنتاجية العامل.

- **الرقم القياسي للإنتاج الزراعي:** وهو يقيس إنتاجية العمل الزراعي، ويكون على ثلاثة أشكال:

1- **الرقم القياسي الفردي المتوسط:** وهو ذاك الرقم المحسوب لإنتاجية العمل لناتج واحد من عدة مشرعات، ولإيجاده نقوم بحساب متوسط الإنتاجية في المشرعات المختلفة (مقارنة، أساس).

2- **الرقم القياسي العام المتوسط:** وهو ذلك الرقم المحسوب لمجموعة من المنتجات الزراعية بعد تحويلها إلى نوعية واحدة باستخدام الأسعار الثابتة أو أسعار إحدى السنوات، ولإيجاده نستخرج أولاً متوسط الإنتاجية بوحدات نقدية في سنتي المقارنة والأساس.

3- **الرقم القياسي الموحد لتغير إنتاجية العامل الزراعي:** وهو يساوي حاصل قسمة مجموع جداء إنتاجية العامل الزراعي في سنة المقارنة في معدل عدد العمال لكل مجموعة في سنة الأساس على مجموع جداء إنتاجية العامل الزراعي في سنة الأساس في معدل عدد العمال لكل مجموعة في سنة المقارنة.

أسئلة وتمارين:

1- ما الفرق بين البديل الزمني والبديل المعاملي لرقم قياسي ما؟

2- ما البديل المعاملي لرقم قياسي ما؟

3- ما الرقم الذي يحقق الانعكاس بالزمن ولا يحقق الانعكاس بالعامل؟

4- لماذا أطلق على الرقم القياسي وفق صيغة فيشر " الرقم الأمثل " ؟

5- أي الأرقام القياسية التجميعية النسبية المثقلة المحققة لخاصية الانعكاس المعامل، اذكرها إن وجدت.

6- كيف نحول أو نعدل رقماً قياسياً لا يحقق أيّاً من خاصيتي الزمن والعامل إلى رقم قياسي يحقق أيّاً منها ؟

7- استخلصت من دراسة أسعار المفرق لثلاث سلع والكميات المستهلكة منها خلال فترتين متتاليتين (1) و(2) ، فأعطت نتائجها الآتي:

$$\sum p_1q_1 = 12350 , \sum p_1q_2 = 11125 , \sum p_1(q_1 + q\ ) = 27510 , \sum p_2q_2 = 13050 ,$$

$$\sum p_2q_1 = \sum \frac{p_2}{p_1}.v_1 = 15600 , \sum p_2(q_1 + q_2) = 29650$$

<u>والمطلوب :</u>

1- أوجد قيمة الرقم القياسي التجميعي للأسعار في الفترة (2) بالنسبة للفترة (1) والمثقل بمتوسط كميات الفترتين (1) و (2) وفسّر معناها ؟

2- ما قيمة الرقم القياسي التجميعي للكميات في الفترة (2) بالنسبة للفترة (1) والمثقل بأسعار الفترتين (1) و (2) ؟

3- ما قيمة الرقم القياسي التجميعي للأسعار في الفترة (2) بالنسبة للفترة (1) والمثقل بكميات الفترة (1) وفسّر معناها ؟

4- أوجد قيمة الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار للفترة (2) بالنسبة للفترة (1) والمثقلة بقيمها في الفترة (1) ، ثم بيّن ما يقابله من الأرقام القياسية التجميعية المثقلة ؟

8- استخلصت من دراسة أسعار المفرق لثلاث سلع والكميات المستهلكة منها خلال ثلاث فترات زمنية متتالية (0) و (1) و (2) ، فأعطت نتائجها الآتي :

$$\sum v_0 = 11850, \sum p_0 q_1 = 12350, \sum p_0 q_2 = 11125, \sum p_1(q_1+q_2) = 27510,$$
$$\sum p_1 q_0 = 13860, \sum v_1 = 14460, \sum p_1 q_2 = 13050, \sum p_2(q_1+q_2) = 29650,$$
$$\sum p_2 q_0 = 15000, \sum p_2 q_1 = \sum \frac{p_2}{p_1} v_1 = 15600, \sum v_2 = 14050,$$

<u>والمطلوب</u> :

1 - أثبت عددياً أنّ الرقم القياسيّ التجميعيّ للأسعار في الفترة (2) بالنسبة للفترة (1) والمثقل بمتوسط كميات الفترتين (1) و(2) محققٌ لاختبار الانعكاس في الزمن ؟

2 - أثبت عددياً أن الرقم القياسي التجميعي للكميات في الفترة (2) بالنسبة للفترة (1) والمثقّل بأسعار الفترة (2) لا يحقق اختباري الانعكاس في الزمن والانعكاس في العامل ؟

3 - أثبت عددياً أن الرقم القياسي التجميعي للكميات والمثقل بأسعار سنة المقارنة وخلال الفترات الزمنية المتتالية لا يحقق الاختبار الدائري ؟ ثّم بينّ اعتماداً على النتائج المتوصل إليها في (2) و (3) ، الحالة التي يصبح فيها هذا الرقم محققاً للاختبارات الثلاثة المذكورة ؟

4 - متى يمكن تغيير سنة الأساس في الأرقام القياسية ، وما الرقم القياسي الذي ينطبق عليه هذا التغيير ؟

5 - ما قيمة الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار للفترة (2) بالنسبة للفترة (1) والمثقلة بقيمها في الفترة (1) ؟

9- استخلصت من دراسة أسعار المفرق لأربع سلع والكميات المبيعة منها خلال الفترتين 1999 و 2000 ، فأعطت نتائجها الآتي :

$$\sum v_0 = 11850, \sum p_0 q_1 = 12350, , \sum p_0(q_1+q_2) = 23475, \sum Q_0(P_0+P_1) = 12350$$
$$\sum p_1 q_0 = 13860, \sum v_1 = 14460, \sum p_1(q_1+q_2) = 29650, \sum Q_1(P_0+P_1) = 27510$$
$$\sum p_2 q_1 = \sum \frac{p_2}{p_1} v_1 = 14460, \sum Q_0 = 450, \sum Q_1 = 470,$$

والمطلوب :

1. عرّف المقلوب المعاملي لرقم قياسي ما ؟ ثمّ بيّن الغاية الأساسية من وراء إيجاده ؟
2. تأكد عددياً من أن الرقم القياسي الأمثل لكل من الأسعار والكميات يحقق اختباري الانعكاس في الزمن والانعكاس في المعامل ؟
3. متى يصبح الرقم الذي أوجدته في (1) محققاً للاختبار الدائري ؟
4. ثّمة رقم قياسي تجميعي سواءً للأسعار أم للكميات يحقق اختبار الانعكاس في الزمن ولا يحقق اختبار الانعكاس في العامل ، اذكر ذلك الرقم القياسي وتأكد من صحة ذلك عددياً ؟
5. ما قيمة الوسط التوافقي لمناسيب كل من الأسعار والكميات المثقّلة بقيم سنة المقارنة ؟
6. ما قيمة التغير في متوسط السعر الحقيقي الناجم فقط عن تغير الأسعار .

10- استخلصت من دراسة أسعار المفرق لأربع سلع والكميات المبيعة منها خلال الفترتين 1 و 2 ، النتائج الآتية :

$$\sum q_1 = 450 \;؛\; \sum q_2 = 470 \;؛\; \sum v_1 = 11850 \;؛\; \sum v_2 = 14460 \;؛\; \sum p_1(q_1+q_2) = 23475 \;؛$$

$$\sum p_1 q_2 = \sum \frac{p_1}{p_2} * v_2 = 14600 \;؛\; \sum p_2 q_1 = \sum \frac{q_1}{q_2} * v_2 = 15600 \;؛\; \sum p_2(q_1+q_2) = 28320$$

والمطلوب :

1- أثبت عددياً أن الرقم القياسي التجميعي للأسعار في الفترة (1) بالنسبة للفترة (2) والمثقّل بمتوسط كميات الفترتين (1) و (2) محققٌ لاختبار الانعكاس في الزمن ؟

2- أوجد قيمة المقلوب المعاملي للرقم القياسي التجميعي للكميات للفترة (2) بالنسبة للفترة (1) والمثقّل بأسعار الفترة (2) ؟

3- تأكد عددياً من أن الوسط الهندسي لحاصل جداء ما أوجدته في (B) بالرقم القياسي التجميعي للكميات في الفترة (2) بالنسبة للفترة (1) والمثقّل بأسعار الفترة (2) هو رقم قياسي تجميعي مثقّل يحقق اختبار الانعكاس في المعامل ؟

4- ثّمة اختبار آخر يطبق على الأرقام القياسية لم يرد في نص السؤال ، اذكره واكتب قاعدته ، ثّم اذكر الحالات التي تصبح فيها الأرقام القياسية التجميعية المثقّلة محققة للاختبارات الثلاثة المطبقة عليها ؟

5- ما قيمة الوسط التوافقي لمناسيب كل من الأسعار والكميات المثقّلة بقيم الفترة (2) ؟

6- ما قيمة التغير في متوسط السعر الحقيقي الناجم فقط عن تغير الأسعار؟.

11- استخلصت من دراسة أسعار المفرق لثلاث سلع والكميات المستهلكة منها خلال فترتين متتاليتين (1) و(2) ، فأعطت نتائجها الآتي:

$$\sum p_1q_1 = 12350 , \sum p_1q_2 = 11125 , \sum p_1(q_1 + q\ ) = 27510 , \sum p_2q_2 = 13050 ,$$
$$\sum p_2q_1 = \sum \frac{p_2}{p_1}.v_1 = 15600 , \sum p_2(q_1 + q_2) = 29650 , \sum q_1 = 450 , \sum q_2 = 490$$

<u>والمطلوب</u> :

1- أوجد قيمة الرقم القياسي التجميعي للأسعار في الفترة (1) بالنسبة للفترة (2) والمثقل بمتوسط كميات الفترتين (1) و (2) وفسّر معناها ، ثّم أثبت عددياً أنه يحقق اختبار الانعكاس في الزمن ؟

2- ما الرقم القياسي التجميعي للكميات في الفترة (2) بالنسبة للفترة (1) والمثقل بأسعار الفترتين (1) و (2) ، ثمّ أوجد قيمته ، ثمّ تأكد عددياً من أن الوسط الهندسي لحاصل جداء ما أوجدته بالرقم القياسي التجميعي للأسعار للفترة (2) بالنسبة للفترة (1) والمثقّل بكميات الفترتين (1) و (2) هو رقم قياسي يحقق اختبار الانعكاس في المعامل ؟

3- ما قيمة الرقم القياسي التجميعي للأسعار في الفترة (1) بالنسبة للفترة (2) والمثقل بكميات الفترة (1) وفسّر معناها ؟

4- أوجد قيمة الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار للفترة (2) بالنسبة للفترة (1) والمثقلة بقيمها في الفترة (1) ، ثم بيّن ما يقابله من الأرقام القياسية التجميعية المثقلة ؟

5- أوجد قيمة المقلوب المعاملي للرقم القياسي التجميعي للكميات للفترة (2) بالنسبة للفترة (1) والمثقّل بأسعار الفترة (2) ؟

6- ما قيمة التغير في متوسط السعر الحقيقي الناجم فقط عن تغير الأسعار؟

قائمة المراجع بالعربية

- أبو صالح، محمد صبحي؛ عوض، عدنان محمد ، 1990 ــ مقدمة في الإحصاء ــ مركز الكتب الأردني.
- أبو عمة، عبد الرحمن، راضي، الحسني عبد البر، الهندي، محمود إبراهيم، 1995، الإحصاء والاحتمالات، الرياض، جامعة الملك سعود.
- الأفندي، عبد القادر، 1975، نظرية الإحصاء ، منشورات جامعة حلب.
- البلداوي،عبد الحميد عبد المجيد، 1997، الإحصاء للعلوم الإدارية والتطبيقية، عمان، الأردن.
- الجاعوني، فريد؛ إسماعيل، حبيب؛ غانم، عدنان، 1999، مبادئ الإحصاء، جامعة صنعاء.
- الصياد، جلال مصطفى، 1999، مقدمة في الطرق الإحصائية، الرياض، المملكة العربية السعودية.
- العاقل، محمد عادل، 1969، مبادئ الإحصاء، الجزء الأول، مديرية الكتب والمطبوعات الجامعية، الطبعة الثانية، جامعة حلب.
- الكدري، عبدالله رمضان، 1985، مبادئ الإحصاء وأساليب التحليل الإحصائي، ذات السلاسل، الطبعة الأولى، الكويت.
- أوسيليفان، جورج، بانكروفت، جوردن، 1983، الرياضيات والإحصاء لدراسات المحاسبة والأعمال، دار ماكجرو هيل للنشر، ترجمة مقدسي، جمال سامي، ومراجعة السيد محمد الغزي.
- الهانسي، مختار محمود، 1993، مبادئ الإحصاء، بيروت، لبنان.
- بقجه جي ، صباح، 1978 ، تحليل الارتباط (الأمالي الجامعة).
- حمدي، محمد مظلوم، 1965، طرق الإحصاء، دار المعارف ، مصر.
- حيدر، ناظم، 1982 ، مبادئ الإحصاء، منشورات جامعة دمشق.
- درويش، رمضان، الإحصاء الوصفي، جامعة دمشق، محاضرات ألقيت على طلبة

كلية التربية، للعام الدراسي (2007 ,2008).
- درويش، رمضان؛ غانم، عدنان، مبادئ الإحصاء، جامعة دمشق، كلية الآداب، قسم الإعلام.
- حميدان، عدنان؛ الجاعوني، فريد؛ ناصر آغا، عمار؛ العواد، منذر، 2003، مبادئ الإحصاء، منشورات جامعة دمشق.
- حميدان، عدنان؛ مخول، مطانيوس؛ الجاعوني، فريد؛ ناصر آغا، عمار؛ 2005، الإحصاء التطبيقي، منشورات جامعة دمشق.
- طيوب، محمود؛ غانم، عدنان، 2002، مبادئ الإحصاء، جامعة صنعاء.
- عاشور، سمير كامل، 1977، مبادئ الإحصاء الوصفي والتحليلي، معهد الإحصاء، القاهرة.
- علام، اعتماد، 1995، أساسيات الإحصاء الاجتماعي، الدوحة، قطر.
- كنجو، أنيس، 1977، الإحصاء وتطبيقاته (جزأن)، مؤسسة الرسالة، دمشق.
- مخول، مطانيوس، غانم، عدنان،2006 مبادئ الإحصاء، كلية الآداب والعلوم الإنسانية، قسم المكتبات، جامعة دمشق.
- مخول، مطانيوس، غانم، عدنان،2010 مبادئ الإحصاء، كلية السياحة، جامعة دمشق.
- مصطفى، مدني دسوقي، 1979، مبادئ في علم الإحصاء، دار النهضة العربية، القاعرة.
- هيكل، عبد العزيز فهمي، 1985، مبادئ الإحصاء، جامعة الإسكندرية وبيروت العربية،
د. امتثال محمد حسن.
- هيكل، عبد العزيز فهمي، 1986، مبادئ في الإحصاء التطبيقي، جامعة بيروت العربية، بيروت.

المراجع باللغة الروسية

- جرسيموفيتش، أ . ن، الإحصاء الرياضي، الطبعة الثانية، موسكو 1983.
- إيفتشينكو، ج،1 ، ميدفيديف، يو، ان ، نظرية الاحتمالات والإحصاء الرياضي، موسكو، 1984 .
- بوروفكوف، أ ، أ ، الإحصاء الرياضي، تقدير المعالم واختيار الفرضيات، موسكو، 1988 .
- كينينكا، ب، ف، نظرية الاحتمالات، موسكو ، 1994 .

المراجع الأجنبية

- Allen L. Edward, 1967, Statistical Methods, second Edition, Holt, Rinehart & Winstuon, Inc, New York.
- B. C. Errcker, 1972, Adronced General Statistics,English Universities Press, London.
- Geeeorge W. Sendecor , 1974, Statistical Methods.Sixth edition, the lowa & willian cochram State University Press,lowe U.S.A
- Cohen J. , Statistical Power Analysis. Hillsdale, New Jersey, 1988.
- Collyer c. and Enns J., analysis of Variance: The Basic Designs. Chicogo, 1976.
- Druzhynin n.k , Sampling and Experiment. Gernal Logical Principles of Organization. Moscow "Statistica" 1977.
- Fisher R.A., Statistical Methods for an analyst. Moscow 1958.
- Günter , C.; Ebner, H., 1983, Grundlagen der Statistik für Psychologen, Pädagogen und Soziologen, Volk und Wissen , Volkseigener Verlag , Berlin.
- Kirk R. Experimental Design: Procedures for the Behavioral Sciences. California, 1982.
- Klitzsch,W.; Hellmund, U.; Schumann, K., 1992, Grundlagen der Statistik , Verlag moderne industrie , Landsberg , Germany.
- Kolmogrove A.N, 1967, Theory Of Probability and Mathematical Statistics. Moscow " Seince'.

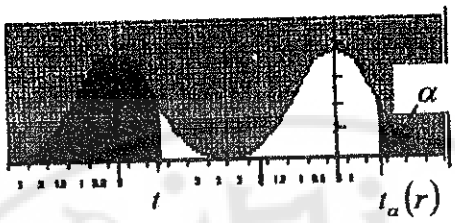
- Leiner B., 1994 , Stichprobentheorie, 3.Auflage, R.Oldenbourg Verlag München,Wien.
- Lincoln L. Chao,1984, Statistics for Mangement.
- Lohse, H.; Ludwig, R., 1982 , Prüfstatistik ,VEB Fachbuchverlag Leipzig .
- Lohse, H.; Ludwig, R.; Röhr, M., 1982 , Statisitsche Verfahren für Psychologen,Pädagogen und Soziologen, Volk und Wissen , Volkseigener Verlag ,Berlin.
- Mitropolskyi. A.K., 1978, Statistical Calculations techiscs. Moscow, "Seince".
- Neubauer,W., 1994 , Statistische Methoden ,Verlag franz Vahlen München .
- Schaich, E.; Köhle, D.; Scheitzer, W.; Wegner, F.; 1993 , Statistik I + II , Verlag franz Vahlen München .

مواقع الإنترنت

1- http://www.stutsft.com/textbook/stathome.html
2- http://www.bmj.com/collections/statsbk/11.shtml.
3- http://davidmlance.com/hyperstat/intro.html.
4- ttp://www.psychstat.missouristate.edu/introbook/sbko?.htm
5- http://www.penhall.com/groebner

الجداول الإحصائية

Table VI The t Distribution توزيع استيودنت



$$P(T \le t) = \int_{-\infty}^{t} \frac{\Gamma[(r+1)/2]}{\sqrt{\pi r}\,\Gamma(r/2)\left(1 + w^2/r\right)^{(r+1)/2}}\,dw$$

$$P[(T \le -t) = 1 - P(T \le -t)]$$

	0.60	0.75	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995
r	$t_{0.40}(r)$	$t_{0.25}(r)$	$t_{0.10}(r)$	$t_{0.05}(r)$	$t_{0.025}(r)$	$t_{0.01}(r)$	$t_{0.005}(r)$
1	0.325	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.656
2	0.289	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.271	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.261	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.259	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.258	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.258	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.256	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.256	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
29	0.256	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
∞	0.253	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

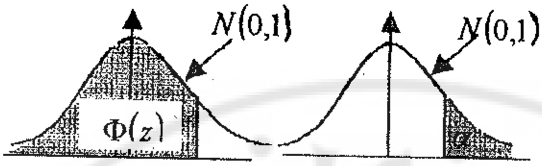
Table VIII جدول الأرقام العشوائية في الفترة (0,1)

9588	0198	3820	0894	6705	2742	4569
4900	7466	7496	2909	4978	3722	3079
7521	2725	3902	4063	0949	8802	7023
5843	8325	0528	9800	2068	9029	9665
3949	5233	7119	8639	8131	2475	7942
8715	3299	6692	9803	4528	3506	4945
8401	7484	8384	0224	1242	3068	3077
9207	0149	8058	6870	8529	7588	6798
7736	7574	8588	1319	1872	8386	2689
6520	7841	7373	6333	0333	7685	6023
4165	7946	3533	1031	3257	7900	7313
4838	1276	1246	7801	6225	0457	4350
7947	9142	2410	4292	9920	7496	3669
0253	3400	6426	1920	4342	1146	5190
8348	7762	5936	2109	1036	0439	5598
6720	7203	2655	2512	6737	4896	0476
0628	4188	5390	4364	9341	5278	5372
3661	2808	6778	9171	3486	0070	8395
9784	8036	3352	4960	3833	1634	2902
6119	7492	6927	0885	5729	5241	3936
7482	6518	9499	2966	7333	3457	5776
5938	9499	8154	6110	2970	2117	8560
4725	7083	3201	7851	0122	0435	5401
4298	3395	5982	9762	3821	6014	4061
8745	3018	6243	7117	6795	7009	4831
2084	5778	1475	9227	6156	7372	7152
2578	7162	3083	1147	2882	2377	9183
0045	7556	2820	1923	6061	6569	1805
8138	7994	0808	5852	3319	8838	7975
4187	5360	9691	0736	2104	5497	3998
9239	6149	2790	8068	0064	5110	2736
6640	0233	9391	4707	6740	8089	4086
5314	1778	0038	4353	3054	3854	7375
1982	4704	4771	5948	5567	8559	6118
6178	7492	1538	8617	8481	2830	0787
2817	6883	8082	0589	6475	0674	8508
3270	8611	9218	7240	6695	9635	9953
2826	4639	7201	6681	2385	4960	2165
1734	1450	5790	0361	7877	7867	2580
4870	1693	8312	6607	5553	3707	1932
8207	3300	7158	1835	8846	8869	1195
8248	1060	7053	8547	9854	4010	3488
7596	8039	2547	3006	3395	4834	9408
4959	4082	2318	5127	578	4345	2857
3329	7550	9481	2988	4642	3842	4167

Table VIII جدول الأرقام العشوائية في الفترة (0,1)

9588	0198	3820	0894	6705	2742	4569
4900	7466	7496	2909	4978	3722	3079
7521	2725	3902	4063	0949	8802	7023
5843	8325	0528	9800	2068	9029	9665
3949	5233	7119	8639	8131	2475	7942
8715	3299	6692	9803	4528	3506	4945
8401	7484	8384	0224	1242	3068	3077
9207	0149	8058	6870	8529	7588	6798
7736	7574	8588	1319	1872	8386	2689
6520	7841	7373	6333	0333	7685	6023
4165	7946	3533	1031	3257	7900	7313
4838	1276	1246	7801	6225	0457	4350
7947	9142	2410	4292	9920	7496	3669
0253	3400	6426	1920	4342	1146	5190
8348	7762	5936	2109	1036	0439	5598
6720	7203	2655	2512	6737	4896	0476
0628	4188	5390	4364	9341	5278	5372
3661	2808	6778	9171	3486	0070	8395
9784	8036	3352	4960	3833	1634	2902
6119	7492	6927	0885	5729	5241	3936
7482	6518	9499	2966	7333	3457	5776
5938	9499	8154	6110	2970	2117	8560
4725	7083	3201	7851	0122	0435	5401
4298	3395	5982	9762	3821	6014	4061
8745	3018	6243	7117	6795	7009	4831
2084	5778	1475	9227	6156	7372	7152
2578	7162	3083	1147	2882	2377	9183
0045	7556	2820	1923	6061	6569	1805
8138	7994	0808	5852	3319	8838	7975
4187	5360	9691	0736	2104	5497	3998
9239	6149	2790	8068	0064	5110	2736
6640	0233	9391	4707	6740	8089	4086
5314	1778	0038	4353	3054	3854	7375
1982	4704	4771	5948	5567	8559	6118
6178	7492	1538	8617	8481	2830	0787
2817	6883	8082	0589	6475	0674	8508
3270	8611	9218	7240	6695	9635	9953
2826	4639	7201	6681	2385	4960	2165
1734	1450	5790	0361	7877	7867	2580
4870	1693	8312	6607	5553	3707	1932
8207	3300	7158	1835	8846	8869	1195
8248	1060	7053	8547	9854	4010	3488
7596	8039	2547	3006	3395	4834	9408
4959	4082	2318	5127	578	4345	2857
3329	7550	9481	2988	4642	3842	4167

Table rd Normal Distribution التوزيع الطبيعي المعياري



$$P(Z \le z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-w^2/2} dw, \quad [\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)]$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5478	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5871	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6255	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6628	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.6985	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7324	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7642	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7939	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8212	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8461	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8686	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8888	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9066	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9222	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9357	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9474	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9573	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9656	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9726	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9783	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9830	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9868	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9898	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9922	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9941	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9956	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9967	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9976	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9982	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990

بعض القيم الشائعة

α	0.400	0.300	0.200	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
z_{α}	0.253	0.524	0.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090
$z_{\alpha/2}$	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.240	2.576	2.807	3.291

المصطلحات الإحصائية
Statistical Terminology
إنكليزي – عربي

A

Absolute	مطلق
Absolute value	القيمة المطلقة
Accuracy	دقة
Adjustment data	تعديل البيانات
Aggregation	تجميع
Allowance Value	حدود السماح
Aggregate	كلي، شامل
Analysis of variance	تحليل التباين
Applied Statistics	الإحصاء التطبيقي
Arbitrary constant	ثابت اختياري
Area	مساحة
Area under the normal curve	مساحة تحت المنحني الطبيعي
Array	ترتيب
Association	اقتران
Alternative hypothesis	الفرض البديل
Asymmetry	عدم التماثل

Asymmetrical	غير متماثل
Asymptotic	تقريبي
Attribute	صفة
Average	متوسط
Axis	محور
Axis of abscissas	المحور السيني أو الأفقي
Axis of ordinates	المحور العمودي

B

Base	أساس أو قاعدة
Bayes theorem	نظرية بايز
Basic statistics	إحصاءات أساسية
Battery of test	مجموعة الاختبارات
Best fit	التوفيق الأفضل
Between Groups	بين المجموعات
Bias in surveys	التحيّز في المسوح
Binominal Distribution	توزيع ثنائي الحدين
Bivariate	ذو متغيرين
Breakdown	تقسيم
Business Cycles	دورات اقتصادية
Business indicators	مؤشرات اقتصادية

C

Calculation	حساب
Calculus of probability	حساب الاحتمالات
Census	تعداد
Census enumerator	عداد
Census schedule	استمارة التعداد
Causation	سببية
Central tendency	النزعة المركزية
Central limit theorem	نظرية الحد المركزي
Change	تغير
Chi-Squared test	اختبار كاي مربع
Classification	تصنيف
Class frequency	تكرار الفئة
Code	رمز
Coefficient	معامل
Coefficient of Correlation	معامل الارتباط
Coefficient of Determination	معامل التجديد
Column	عمود
Confidence Intervals	فترات الثقة
Confidence limits	حدود الثقة
Consistency	اتساق

Constant	ثابت
Contingency	توافق
Contingency table	جدول التوافق
Continuous	متصل، مستمر
Control	مراقبة
Coordinate	إحداثي
Coordinate axis	محور الإحداثيات
Corrected rate	معدل مصحح
Correction factor	عامل التصحيح
Correlation	ارتباط
Correlation table	جدول ارتباطي
Correlation ratio	نسبة الارتباط
Classical probability	احتمال كلاسيكي
Conditional probability	احتمال شرطي
Continuous distribution	توزيع متصل (مستمر)
Critical region	منطقة حرجة
Curves	منحنيات

D

Data	بيانات
Deduction	استنباط
Degrees of freedom	درجات الحرية

Dependent variable	متغير تابع
Derivative function	دالة مشتقة
Design of experiments	تصميم التجارب
Determinant	محددة
Deviation	انحراف
Diagram (figure)	شكل بياني
Differential	تفاضلي
Discrete distribution	توزيع متقطع
Dispersion	تشتت
Distributions of probability	توزيعات احتمالية
Distribution function	دالة التوزيع
Double sampling	معاينة مزدوجة
Downward bias	تحيز نحو الأدنى
Downward trend	اتجاه هابط

E

Effect	تأثير
Efficiency of estimates	فعالية التقدير
Elimination	حذف
Enumerator	عداد
Equation	معادلة

Error	خطأ
Error of Estimate	خطأ التقدير
Error of Variance	تباين الأخطاء
Estimate / Estimation	تقدير
Estimation equation	معادلة التقدير
Event	واقعة / حادثة
Expected value	القيمة المتوقعة
Experimental error	الخطأ التجريبي
Experimental units	وحدات تجريبية
Exponential Curve	منحني آسي
Exponential equation	معادلة آسية

F

" F " Table	جدول " ف "
Factor	عامل
Factor analysis	تحليل عوامل
Factorial analysis	تحليل عاملي
Family budget	ميزانية الأسرة
Fluctuations	تقلبات
Forecasting	تنبؤ
Forms	استمارات

Frame	إطار
Frequency	تكرار
Frequency Curve	منحنى التكرار
Frequency density	كثافة التكرار
Frequency distribution	توزيع التكرار
Frequency polygon	مضلع التكرار
Frequency table	جدول التكرار
Function	دالة
Function relationship	علاقة دالة

G

Gaussian curve	منحنى غوس
Geometric mean	وسط هندسي
Graduation	تدريج
Graph	رسم بياني
Graphic analysis	تحليل بياني
Graphic presentation	عرض بياني
Goodness of fit test	اختبار جودة التوفيق
Grouping	تجميع / تصنيف
Grouping error	خطأ التجميع
Grouped data	بيانات مبوبة

H

Harmonic equation	دالة توافقية
Harmonic mean	وسط توافقي
Hetero variation	اختلاف التباين
Histogram	المدرج التكراري
Homogeneous	متجانس
Hypothesis testing	اختبار الفروض

I

Ideal number	الرقم الأمثل
Identity	متطابقة
Independent variable	متغير مستقل
Index	دليل أو مقياس
Index number	الرقم القياسي
Infinite	لانهائي
Inferential statistics	إحصاء استدلالي
Interclass correlation	ارتباط بين الفترات
Intersection of sets	تقاطع المجموعات
Interval estimation	فترة، مجال التقدير
Interview	مقابلة / استجواب

Inverse correlation	ارتباط عكسي
Inverse function	دالة عكسية

J

Joint distribution	توزيع مشترك
Joint regression	انحدار مشترك

K

Kurtosis	تفرطح

L

Large sample	عينات كبيرة
Law of large numbers	قانون الأعداد الكبيرة
Least squares	المربعات الصغرى
Least squares method	طريقة المربعات الصغرى
Level of significances	مستوى المعنوية
Likelihood	إمكان
Limit	نهاية أو حد
Linear	خطي / مستقيم
Linear correlation	ارتباط خطي
Linear equation	معادلة خطية

Linear interpolation	استكمال خطي
Linear regression	انحدار خطي
Linear trend	اتجاه مستقيم

M

Master Sample	عينة رئيسة
Matrix	مصفوفة
Miximum variation	أقصى اختلاف
Mean	وسط
Method of least squares	طريقة المربعات الصغرى
Median	الوسيط
Model	نموذج
Moment	عزم
Multiple correlation	ارتباط متعدد
Multiple factor analysis	تحليل عاملي متعدد
Multiplications of probabilities	ضرب الاحتمالات
Mutually exclusive events	احداث متنافية

N

Negative correlation	ارتباط سالب
Non-Linear correlation	ارتباط غير خطي
Non-Statistics	إحصاء لا معلمي

Normal curve	منحنى طبيعي
Normal distribution	توزيع طبيعي
Normal equation	معادلة طبيعية
Null hypotheses	فرضية العدم

O

Observation	مشاهدة
One – tailed test	اختبار من طرف واحد

P

Parabola	قطع مكافئ
Parameter	معلمة، ثابت
Partial correlation	ارتباط جزئي
Partial regression	انحدار جزئي
Percentage	نسبة مئوية
Population (statistical)	مجتمع (إحصائي)
Positive correlation	ارتباط موجب
Prediction	تنبؤ
Point estimation	تقدير بنقطة
Poisson distribution	توزيع بواسون
Power of a test	قوة الاختبار
Probability	احتمال

Prior probability	الاحتمال المسبق
Probability density	كثافة الاحتمال
Probability sampling	المعاينة الاحتمالية

Q

Qualitative analysis	تحليل وصفي
Quality control	مراقبة الجودة
Quantitative analysis	تحليل كمي
Quantity index	الرقم القياسي للكميات
Questionnaire	استبيان / استمارة
Quota sampling	عينة الحصص

R

Random distribution	توزيع عشوائي
Random error	خطأ عشوائي
Random numbers	أرقام عشوائية
Random sample	عينة عشوائية
Random selection	اختيار عشوائي
Random variable	متغير عشوائي
Range	مدى
Rank correlation	ارتباط الرتب
Rank correlation coefficient	معامل ارتباط الرتب
Rate	معدل

Ratio	نسبة
Ratio estimate	تقدير نسبي
Ratio test	اختبار النسب
Regression	انحدار
Regression coefficient	معامل الانحدار
Regression equation	معادلة الانحدار
Regression estimate	تقدير الانحدار
Regression line	خط الانحدار
Rejection region	منطقة الرفض

S

Sample	عينة
Sample census	مسح بالعينة
Sample design	تصميم العينة
Sampling	معاينة
Sampling error	خطأ المعاينة
Sampling method	طريقة المعاينة
Sampling unit	وحدة المعاينة
Sample size	حجم العينة
Sample space	فضاء العينة
Scatter diagram	شكل الانتشار
Second degree curve	منحنى من الدرجة الثانية

Set theory	نظرية المجموعات
Sensitivity	حساسية
Sequential analysis	تحليل تتابعي
Significance level	مستوى المعنوية
Simple correlation	ارتباط بسيط
Small samples	عينات صغيرة
Sources of error	مصدر الخطأ
Spurious correlation	ارتباط وهمي
Square	مربع
Standard normal distribution	توزيع طبيعي معياري
Standard deviation	انحراف معياري
Standard error	خطأ معياري
Standard error of estimate	خطأ معياري للتقدير
Standard error of the difference between means	خطأ معياري للفرق بين الوسطين
Statistical induction	استنتاج إحصائي
Statistical inference	استدلال إحصائي
Statistical method	الطريقة الإحصائية
Statistical probability	احتمال إحصائي
Statistical processing	التجهيز الإحصائي
Statistics	إحصاء
Survey	مسح (استقصاء)

Student's – distribution	توزيع (t) ستودنت

T

' T ' Table	جدول " ت " ستودنت
Table	جدول
Tabulation	جدول أو تبويب
Test	اختبار
Test of goodness of fit	اختبار جودة التوفيق
Test of homogeneity	اختبار التجانس
Test of significance	اختبار المعنوية
Third degree curve	منحنى من الدرجة الثالثة
Time series	سلسلة زمنية
Two – tailed test	اختبار من طرفين
Type I error	خطأ من النوع الأول
Type II error	خطأ من النوع الثاني

U

Union of sets	اتحاد المجموعات
Unbiased estimate	تقدير غير متحيز
Unit of measurement	وحدة القياس
Universe (statistical)	مجتمع (إحصائي)
Upward tend	اتجاه صاعد

V

Variable	متغير
Variance	تباين
Variance analysis	تحليل التباين
Variance ratio	نسبة التباين
Variation	اختلاف
Variation Coefficient	معامل اختلاف
Venn diagram	شكل فن

W

Weight average	تثقيلات، أوزان
Weight average	متوسط مثقل أو مرجح

X

X – axis	محور السينات

Y

Y-axis	محور العينات
Yates continuity correction	تصحيح ياتس

Z

Z – test	اختبار (ز)

اللجنة العلمية :

الأستاذ الدكتور عدنان عباس حميدان

الأستاذ الدكتور مطانيوس مخول

الأستاذ الدكتور فريد الجاعوني

المُدَقِّقُ اللُّغويُّ :

الدكتور محمَّد عبد اللّه قاسم