الفيزياء /١/

الجزء النظري

منشورات جامعة دمشق
كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية

الفيزياء /١/

(الجزء النظري)

الدكتور نقولا أبو عيسى
أستاذ مساعد
في قسم الهندسة الطبية

الدكتور أوس السلمان
مدرس
في قسم العلوم الأساسية

جامعة دمشق

الفهرس

مقدمة

قد مضت سنوات عديدة على تدريسنا مادة الفيزياء /١/ في كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية ولجميع الاختصاصات وكل عام من التدريس نراجع الأخطاء ونتطلع إلى الأفضل وبعد مضي هذه الأعوام قررنا أن نضع كتاباً بأيدي أبنائنا الأعزاء ليكون لهم عوناً في دراستهم ولكي يساعدهم في تفهم مواضيع الفيزياء التي لا غنى عنها كي يتفهموا مواضيع عديدة ستواجههم في المستقبل أثناء دراستهم الهندسية وقد مهدنا إلى هذا الكتاب معرفين بنشوء علم الفيزياء وأهم وحدات القياس ثم دخلنا إلى المواضيع المقررة في علم سكون السوائل والغازات ومن ثم الاهتزازات وانتشارها والصوت إلى أن وصلنا إلى الضوء الهندسي والفيزيائي المرتبط بصورة وثيقة بالاهتزازات ومن ثم قياس الضوء ووحداته، ثم دخلنا إلى الحرارة وقوانينها ومن ثم الترموديناميك والقانون الأول والثاني.

حاولنا أن تكون الصيغ الواردة بسيطة ليسهل على الطالب فهم الموضوع المدروس بأيسر السبل. وقد وضعنا في كل فصل من فصول الكتاب أمثلة محلولة ستساعد الطالب في تفهم مواضيع هذا الكتاب كما وضعنا أسئلة ومسائل غير محلولة في نهاية كل فصل من فصول هذا الكتاب لتحسين قدرة الطالب على فهم الموضوع واختبار فهمه النظري لكل فصل، آملين أن يكون كتابنا هذا وسيلة مساعدة لإغناء المكتبة العربية بكتب الفيزياء المهمة.

ونأمل أن يكون كتابنا هذا مرجعاً جيداً لطلاب كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية وطلاب الكليات الأخرى وكل من له اهتمام في علم الفيزياء.

كما زودنا الكتاب بقائمة المصطلحات العلمية المستعملة وفق الأحرف الأبجدية باللغة الانكليزية.

وذكرنا المراجع العلمية التي استندنا إليها، كي يعود القارئ إلى المواضيع التي يرغب التفصيل فيها.

وكلنا أمل أن يجد قارئ هذا الكتاب، ما يصبو إليه من فائدة ومتعة. ولا أدعي أن هذا الكتاب بلغ المستوى، الذي يجعله بمنأى عن النقد البناء. من أجل ذلك نتطلع بمزيد من الشكر والامتنان إلى تلقي أي ملاحظة، أو اقتراح حول المستوى، وطريقة العرض، أو ما قد يكون من ثغرات وهفوات، كي نأخذ ذلك بعين الاعتبار مستقبلاً.

والله ولي التوفيق

المؤلفان

تمهيد

الفيزياء هو علم الطبيعة – فمنذ زمن طويل بدأ الناس بمراقبة ظواهر منتظمة في الطبيعة وحاولوا مراقبة نواتج هذه الظواهر، وأخذوا بالتعرف على مجريات الأحداث في الطبيعة. وعلى سبيل المثال تغير الأوقات في العام وزمن فيضان الأنهار وغيرها. وقد استخدموا معرفتهم لتعيين زمن قطف الثمار والحصاد ..... إلخ. وبالتدريج أقتنع الناس أن دراسة الظواهر الطبيعية أعطتهم فوائد كثيرة. وعند ذلك ظهر علماء كرّسوا حياتهم لدراسة الظواهر الطبيعية واستفادوا من تجارب الأجيال السابقة، ودونوا نتائج المراقبات والتجارب وأعطوا معرفتهم لطلابهم، وفي البداية كان العلماء كُهاناً وبواسطة معرفتهم كانوا يتحكمون بالناس. ولذلك كانت كتابات العلماء بشكل مختصر أو مبهم (مُشفر)، أما الطلاب فكانوا يُختارون بدقة بحيث تبقى معلوماتهم سرية تماماً.

إن أول كتاب عن الظواهر الطبيعية والذي أصبح في متناول الناس ظهر في اليونانية القديمة وهذا مكّن من تطور العلم في هذه البلد وظهور كثير من العلماء الشهيرين.

إن الكلمة اليونانية فيوزيس تعني الطبيعة ولذلك فإنّ علم الطبيعة أصبح يسمى الفيزياء. ومنذ القرن السابع عشر جرى تطوّر سريع للفيزياء. حيث تفرع منها علومٌ جديدة عن الطبيعة على سبيل المثال الكيمياء. وكل العلوم التي تدرس الطبيعة أصبحت تسمى العلوم الأساسية. إن الدراسة لسنوات طويلة للطبيعة قادت العلماء إلى فكرة المادية للعالم المحيط بنا. على هذه الصورة كل ماهو حقيقة موجود في الطبيعة (وليس في خيالنا) هو مادي، وهكذا وعلى أساس تصورنا عن الطبيعة يقع المفهوم المادي.

المادة لا توجد فقط على شكل أشياء مجسدة فعلى سبيل المثال الأمواج الراديوية والضوء لا يمكن تسميتها مواد فهي عبارة عن شكل خاص للمادة يسمى الحقل الكهرطيسي. وتدل دراسة العالم المحيط بنا على أن المادة تقع في حركة دائمة. وإن أي تغير في الطبيعة يوافقه حركة المادة. وبناءً على للمعطيات التجريبية الهائلة تبين للعلماء أن المادة يمكن أن تتحول، ولكنها لا تنشأ ولا تفنى. يرافق حركة المادة طاقة يعبر عنها بقانون حفظ الطاقة ولكل شكل من أشكال الحركة المادة طاقة توافقه مثل الطاقة الميكانيكية والحرارية والكهرطيسية وغيرها.

تدرس الفيزياء الحديثة الأشكال المختلفة لحركة المادة وتحولاتها وكذلك خواص المواد والحقل.

أدى التسارع في دراسة الطبيعة إلى اكتشاف ظواهر جديدة وضبط قوانينها وقد أسهم هذا بتسارع تطور التقنيات الناجم عن الترابط بين الفيزياء والتكنولوجيا.

وفي الجزء الثاني من القرن الثامن عشر وبدايات القرن التاسع عشر توصل العلماء إلى اختراع المحركات البخارية وبنفس الوقت جرت دراسة العمليات الحرارية التي أفضت إلى علم الترموديناميك. ويسمى هذا العصر بالعصر البخاري لأنه استخدمت الآلات البخارية فيه. وفي نهاية القرن التاسع عشر وبداية القرن العشرين بدأت دراسة كيفية الحصول على الطاقة النووية واستخدامها في التكنيك. وفي عام ١٩٥٤م تمكن العلماء السوفيت من تصنيع أول محطة نووية وتصنيع السفن التي تعمل بالطاقة النووية.

وقد سجل أول رائد فضاء عام ١٩٥٧م في الاتحاد السوفيتي، وفي عام ١٩٧٠م مشى أول رجل فضاء على سطح القمر. و سمي الجزء الثاني من القرن العشرين بعصر الفضاء.

يدل تاريخ تطور العلوم على أن الفيزياء هي التي لعبت الدور الأساسي في تطوير التقنيات العلمية. وكلما تطور علم الفيزياء كلما حصلنا على تقانات جديدة وجديدة.

- **الكميات الفيزيائية ووحداتها وأبعادها:** تربط قوانين الفيزياء بين الكميات الفيزيائية، ولصياغة هذه القوانين ينبغي قياس هذه الكميات الفيزيائية.

إن قياس أي مقدار فيزيائي (على سبيل المثال السرعة) يعني مقارنته مع قيمة من نفس الشكل (بمثالنا سرعة أخرى) لها واحدة. ويقال إن كل قيمة فيزيائية لها واحدة طوعية لا تتعلق بالأخرى. ولكن هذا الاختيار يمكن تقنينه إلى ثلاث وحدات مثلاً ونعتبرهم أساسية، ويمكن ربط الوحدات الأخرى مع هذه الوحدات الأساسية ضمن القوانين الفيزيائية.

لنشرح ذلك في المثال التالي لنفرض أننا وضعنا واحدة الكتلة والتسارع :

إن العلاقة $ma = kf$ التي تربط هاتين الكميتين مع القوة ولنختار واحدة القوة بحيث إنّ ثابت التناسب يساوي الواحد عندئذ تصبح العلاقة:

$$ma = f$$

ومن العلاقة الأخيرة تكون وحدة القوة هي القوة التي لو أثرت على جسم كتلته واحد نحصل على تسارع مساوٍ أيضاً واحد وبالتعويض في العلاقة الأخيرة:

$(m = 1$ وَ $a = 1 \Leftarrow f = 1)$.

هناك عدة جمل للقياس تختلف الواحدة عن الأخرى باختيار الوحدات الأساسية، وتسمى الجملة المطلقة العملية التي وحداتها الأساسية هي الطول والكتلة والزمن.

إنّ جملة الواحدات الدولية International System (SI) وهذا الاختصار من اللغة الفرنسية (Système International) ووحداتها الأساسية هي: الطول بالمتر (m) والكتلة بـ (kg) والزمن بالثواني (S) وشدة التيار بالأمبير (A) ودرجة الحرارة المطلقة بالكلفن (K) ووحدة شدة الضوء بالشمعة (cd) ووحدة كمية المادة وهي المول (mol).

وفي عام ١٩٨٣م تم تعيين المتر بصورة أدق على أساس ثابت سرعة الضوء. وهذا أعطى القياسات دقة أكبر. والمتر حسب ما ذكرنا هو المسافة التي تقطعها موجة كهرطيسية مستوية في الفراغ خلال 1/299792458 من أجزاء الثانية. إن هذا التعيين للمتر نتج عن تطور علم الليزر والإلكترونيات الكوانتية. المتر تقريباً يساوي 1/40000000 جزء من طول المرديان الأرضي. ويستخدم أجزاء وأضعافاً للمتر مثلاً الكيلومتر ($1Km = 10^3m$) والسنتمتر ($1cm = 10^{-2}m$) والميلمتر ($1mm = 10^{-3}m$) وهكذا ....

الكيلوغرام هو كتلة جسم من (البلاتين والإيريدوم) والمحفوظ في مكتب المقاييس العالمية (محفوظ في سفير قرب باريس) وهو يسمى الكيلوغرام المعياري وكتلته تقريباً تساوي كتلة $1000cm^3$ من الماء النقي عند درجة الحرارة 4^oc. والغرام يساوي 1/1000 كيلوغرام.

تعين الثانية بالفاصل الزمني والمساوي لمجموع 9192631770 دوراً للأشعة الناتجة من العبور بين السويتين فوق الدقيقتين إلى السوية الأساسية لذرة السيزيوم -١٣٣. والثانية تساوي تقريباً 1/86400 من يوم شمسي وسطي.

ويستخدم في الفيزياء أيضاً وحدة النظام المطلق والمسماة نظام cgs. والوحدات الأساسية في هذه الجملة هي السنتمتر والغرام والثانية. وتعتبر الوحدات مثل السرعة والتسارع وحدات مشتقة من الوحدات الأساسية وكواحدة للسرعة تستخدم سرعة الجسم المتحرك بإنتظام خلال واحدة الزمن (الثانية) يعبر مساراً قدره واحدة الطول (بالمتر أو السنتمتر) ويعبر عن هذه الواحدة في الجملة الدولية بـ m/s والسغثية بـ cm/s. وكواحدة للتسارع يستخدم. تسارع حركة متغيرة بإنتظام والتي عندها سرعة الجسم خلال واحدة الزمن (الثانية) تتغير بمقدار واحد (بـ m/s أو cm/s) ويرمز لهذه الواحدة بـ (m/s^2 أو cm/s^2) في الجملة السغثية.

إن واحدة القوة في الجملة الدولية SI هي النيوتن (N) وحسب العلاقة $f = ma$ فإن النيوتن يساوي القوة التي إذا أثرت على جسم كتلته 1kg سيكتسب تسارعاً قدره $1m/s^2$. ووحدة القوة في الجملة السغثية هي الدينه، وتساوي الدينه القوة التي إذا أثرت على جسم كتلته 1g يصبح تسارعه مساوٍ $1cm/s^2$. والعلاقة بين النيوتن والدينه هي:

$$1\mathrm{N} = 1\mathrm{kg} \times 1\mathrm{m/s^2} = 10^3\mathrm{g} \times 10^2\mathrm{cm/s^2} = 10^5 \text{ دينه}$$

في علم التكنيك نستخدم واحدة تسمى عادة وحدة النظام التقني. والوحدات الأساسية لهذه الجملة هي المتر، وواحدة القوة هي الكيلوغرام تقني، وواحدة الزمن هي الثانية. والكيلوغرام التقني هو القوة التي إذا قدمت لجسم كتلته 1kg يكتسب تسارعاً قدره $9,80655m/s^2$. ومن هذا التعريف ينتج أن:

$1kg = 9,80655N$ تقني وتقريباً يساوي 9,81N. وكواحدة للكتلة في الجملة التقنية هذه وحسب المعادلة $f = ma$ تستخدم كتلة ذلك الجسم والذي تحت تأثير قوة قدرها ١كغ.ث يكتسب تسارعاً قدره $1m/s^2$. ويرمز لهذه الواحدة [(كغ ث.ثا^٢)/م] وليس لها تسمية خاصة بها. ويتضح أن:

$\frac{\text{١كغ.ث.ثا}^{٢}}{\text{م}} = 9,80655kg$ وتقريباً يساوي 9,81kg. ينتج من طرائق تعيين الوحدات أن تغيير الوحدات الأساسية يؤدي إلى تغيير في الوحدات المشتقة. فلو أخذنا على سبيل المثال

كواحدة للزمن الدقيقة بدلاً من الثانية هذا يعني أن واحدة الزمن تزداد بـ 60 مرة، أي أن واحدة السرعة تقل بـ 60 مرة، أما واحدة التسارع فتقل بـ 3600 مرة.

إن العلاقة التي تبين كيف تتغير وحدات أي كمية عندما تتغير الواحدة الأساسية تسمى أبعاد هذه القيمة. ومن أجل رمز أبعاد كميّة فيزيائية اختيارية تستخدم رموزها الحرفية موضوعة في قوسين مربعين على سبيل المثال الرمز $[\upsilon]$ يعني أبعاد السرعة. ومن أجل أبعاد الكميات الأساسية تستخدم رموز خاصة ، فمن أجل الطول L ومن أجل الكتلة M ومن أجل الزمن T.

على هذه الصورة لو رمزنا للطول بـ l وللكتلة بالحرف m والزمن t يمكن أن نكتب :

$$[l] = L \quad , \quad [m] = M \quad , \quad [t] = T$$

وفي الرموز المبينة لأبعاد القيم الفيزيائية الاختيارية لها الشكل $L^{\alpha}M^{\beta}T^{\gamma}$ (حيث α وَ β وَ γ يمكن أن تكون موجبة أو سالبة ويمكن أن تساوي الصفر).

إن هذه الكتابة تعني أنه عند زيادة وحدة الطول بـ n_1 مرة فإن واحدة القيمة المعطاة تزداد بـ n_1^{α} مرة (وبالتالي العدد الذي يعبر عن قيمة الكمية في هذه الوحدات ينقص بـ n_1^{α} مرة).

وعند زيادة واحدة الكتلة بـ n_2 مرة فواحدة الكمية المعطاة تزداد بـ n_2^{β} مرة وأخيراً عند زيادة واحدة الزمن بـ n_3 مرة فواحدة الكمية المعطاة تزداد بـ n_3^{γ} مرة.

بما أن القوانين الفيزيائية لا يمكن أن ترتبط باختيار الواحدة التي تتشكل منها الكمية فإن أبعاد كلا أجزاء المعادلة المعبّرة بهذا القانون يجب أن تكون متماثلة. إن هذه الشروط يجب أن تكون مستخدمة أولاً من أجل التأكد من صحة العلاقة الفيزيائية، وثانياً من أجل وضع أبعاد الكميات الفيزيائية. وهكذا وعلى سبيل المثال تعيّن السرعة بالعلاقة: $\nu = \Delta s/\Delta t$.

إن أبعاد Δs تساوي L وأبعاد Δt تساوي T. إن أبعاد الجزء اليميني من المعادلة يساوي:

$$[\Delta s]/[\Delta t] = L/T = LT^{-1}$$

إن أبعاد الجزء اليساري يجب أن يكون نفسه أي:

$$[\nu] = LT^{-1}$$

تسمى العلاقة السابقة بمعادلة الأبعاد، أما جزؤها اليميني فيسمى أبعاد القيمة الموافقة (وفي حالتنا هذه السرعة).

واعتماداً على العلاقة: $a = [\Delta v]/[\Delta t]$ يمكن إيجاد أبعاد التسارع:

$$[a] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{LT^{-1}}{T} = LT^{-2}$$

أبعاد القوة:

$$[f] = [m][a] = MLT^{-1}$$

وعلى هذه الصورة يمكن إيجاد أبعاد أي كمية فيزيائية.

جدول (١) الوحدات الدولية الأساسية SI ووحدات قياسها		
الرمز	الوحدة	الكمية
m	متر	الطول
s	الثانية	الزمن
kg	الكيلوغرام	الكتلة
A	الأمبير	شدة التيار
k	الكلفن	الحرارة
mol	المول	كمية المادة
cd	الشمعة	شدة الضوء

جدول (٢) Some prefixes for powers of Ten used with metric units بعض السابقات لعشرة مرفوعة لقوة والمستخدمة في الوحدات المترية		
القوة Power	سابقة Prefix	اختصار Abbreviation
10^{-18}	atto-	[illegible]
10^{-15}	femto-	f
10^{-12}	pico-	p
10^{-9}	namo-	n
10^{-6}	micro-	µ
10^{-3}	milli-	m
10^{-2}	centi-	c
10^{-1}	deci-	d
10^{1}	deka-	da
10^{3}	kilo-	K
10^{6}	mega-	M
10^{9}	giga-	G
10^{12}	tera-	T
10^{15}	peta-	P
10^{18}	exa-	E

وهناك نظام بريطاني The British system:

الطول Length: 1 inch = 2,54 cm (تماماً)

القوة Force: 1 pound = 4,448221615260 N (تماماً)

الوحدات المشتقة:

1mile = 1609m = 1,609km

1m = 39,37in = 3,281ft

1ft = 0,3048m = 30,48cm

1in = 0,0254m = 2,54cm

مثال:

إذا كانت السرعة المسموحة في بريطانيا هي 55,0mi/h. وإذا كنت تسير بسرعة قدرها 28,0 m/s. فهل سرعتك ضمن السرعة المسموحة في بريطانيا؟

الحل:

يمكن التحويل من متر في الثانية إلى ميل في الساعة على مرحلتين من مترات إلى ميلات ومن ثم من ثوانٍ إلى ساعات.

$$28{,}0\ \mathrm{m/s} = \left(28{,}0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\left(\frac{1\mathrm{mi}}{1609\mathrm{m}}\right) = 17{,}4 \times 10^{-2}\mathrm{mi/s}$$

نحوّل من ثوانٍ إلى ساعات:

$$1{,}74 \times 10^{-2}\frac{\mathrm{mi}}{\mathrm{s}} = \left(1{,}74 \times 10^{-2}\frac{\mathrm{mi}}{\mathrm{s}}\right)\left(60\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{min}}\right)\left(60\frac{\mathrm{min}}{\mathrm{h}}\right) = 62{,}6\mathrm{mi/h}$$

لذا ستخفف السيارة من سرعتها لأنها تزيد عن السرعة المسموحة.

يمكن إجراء التحويل مباشرة إذا علمنا أن:

$$1\mathrm{m/s} = 2{,}237\mathrm{mi/h}$$

$$28{,}0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \left(28{,}0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\left(\frac{2{,}237\mathrm{mi/h}}{1\mathrm{m/s}}\right) = 62{,}6\mathrm{mi/h}$$

ونتمنى أن يكون هذا الكتاب عوناً لطلاب الهندسة الميكانيكية والكهربائية وطلاب الكليات الأخرى في فهم موضوعات مقرر الفيزياء /١/.

الباب الأول

الفصل الأول : علم سكون السوائل والغازات .

الفصل الثاني : الاهتزازات .

الفصل الثالث : الصوت

الفصل الأول

علم سكون السوائل والغازات

hydrostatics and aerostatics

١-١- لمحة عن علم سكون السوائل والغازات:

Resting liquids and gases :

١-١-١- حالات المادة: States of mater :

تتوزع المواد في الطبيعة بعدة أشكال يمكن اختصارها بالأشكال الأربعة التالية:

صلب – سائل – غاز – بلازما.

أما بالنسبة للنوع الأخير وهو البلازما فيمكن أن نميز بين حالتين:

بلازما حارة : هي عمليات الاندماج النووي (الاندماجات النووية).

بلازما باردة : عندما تصبح الكترونات الذرات لا تخضع لنواة معينة ويوجد عندنا شوارد موجبة وشوارد سالبة كما هو الحال في أنابيب الإفراغ .

١-١-٢- كثافة المواد: Density of substances :

دلت المشاهدات اليومية للإنسان العادي من خلال تعامله مع الطبيعة المحيطة به في العمل أو المنزل أن كثافة الحديد أكبر من كثافة الخشب وكثافة الخشب أكبر من كثافة الهواء وهكذا...... أي أن الكثافة هي إحدى الصفات المميزة للمواد ولندرس هذا المقدار مع تفاصيله.

ما هي الكثافة؟ الكثافة يرمز لها بـ ρ (Rho)، وهي كتلة واحدة الحجم من المادة أي $\rho = m/V$ حيث m كتلة كمية المادة التي حجمها V .

إذا كانت المادة متساوية الكثافة في كل نقاطها نسميها مادة متجانسة (Homogeneous material) (الكثافة واحدة في كل نقاط المادة) ومن القانون السابق نستنتج أن وحدة الكثافة في الجملة الدولية SI هي: (Kg/m^3)، وفي الجملة السغثية (cgs) هي g/cm^3.

ويكون :

$$1\text{kg/m}^3 = \frac{1000\text{g}}{(100)^3\text{cm}^3} = \frac{10^3\text{g}}{10^6\text{cm}^3} = 10^{-3}\text{g/cm}^3$$

مثال (١-١-١):

$$\rho_{AL} = 2.7\ \text{g/cm}^3 = 2700\ \text{Kg/m}^3$$

ملاحظة هامة: تتعلق الكثافة بدرجة الحرارة والضغط خاصة بالنسبة للغازات، وتعطى الكثافة بالنسبة للسوائل والجوامد بتغيير درجة الحرارة وفق المعادلة:

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \beta\Delta t} \qquad (1-1-1)$$

حيث: ρ_2 كثافة المادة عند درجة الحرارة t_2 ، ρ_1 كثافة المادة عند درجة الحرارة t_1 ، β معامل التمدد الحجمي للمادة، Δt تغير درجة الحرارة.

مثال (١-١-٢):

أحسب كتلة كرة رصاصية نصف قطرها 0.5m إذا علمت أن كثافة الرصاص 11300Kg/m^3 .

$$V = (4/3)\pi R^3 = (4/3) \times 3{,}14 \times (1/2)^3 = 0{,}523\ \text{m}^3$$

$$m = \rho.V = 11300 \times 0.52 = 5910\ \text{Kg}$$

١-١-٣- الكثافة النسبية Relative density or specific gravity:

يمكن تعيين كثافة المواد بقيمها النسبية وذلك بتعين كثافة المادة بالنسبة لكثافة الماء (أي مقارنة نسبة كثافة المادة بالنسبة للماء) عند الدرجة 4°c وهذه القيمة عديمة الأبعاد ليس لها واحدة حيث إنّ كثافة الماء هي:

$$1{,}0 \times 10^3\ \text{Kg/m}^3 = 1{,}00\ \text{g/cm}^3$$

على هذه الصورة إن الكثافة النسبية لأي مادة تساوي عددياً الكثافة بـ g/cm^3 أو بـ 1000 مرة أقل من الكثافة المقدرة بـ Kg/m^3 . وعلى سبيل المثال :

كثافة الحديد النسبية = 11,3 أما الكحول 0,79. ونبين في الجدول التالي كثافة بعض المواد في حالات مختلفة صلبة وسائلة وغازية:

الجدول (١-١-١) كثافة بعض المواد في حالات مختلفة

المادة	الكثافة kg/m^3	المادة	الكثافة kg/m^3
الأجسـام الصلبـة			
الألمنيوم	$2,70.10^3$	الغرانيت	$2,70.10^3$
الحديد والفولاذ	$7,8.10^3$	الخشب	$(0,3\text{-}0,9).10^3$
النحاس	$8,9.10^3$	زجاج النافذة	$(2,4\text{-}2,8).10^3$
الرصاص	$11,3.10^3$	الجليد	$0,917.10^3$
الذهب	$19,3.10^3$	عظم الحيوانات	$(1,7\text{-}2,0).10^3$
البيتون	$2,3.10^3$		
السـوائل			
الماء عند الدرجة $4°c$	$1,00.10^3$	ماء البحر	$1,025.10^3$
بلازما الدم	$1,03.10^3$	الزئبق	$2,70.10^3$
الدم	$1,05.10^3$	كحول إيتيلي	$0,79.10^3$
البنزين	$0,68.10^3$		
الغـازات			
الهواء	1,29	غاز ثاني أوكسيد الكربون	1,98
الهليوم	0,179	بخار الماء عند الدرجة $100°c$	0,598

في حال عدم ذكر درجة الحرارة التي قيست عندها الكثافة، فقد قيست الكثافة عند الدرجة $0°c$ والضغط الجوي النظامي $1\ atm$.

في جسم الإنسان مثلاً تكون الكثافة قليلة في الشحوم وتبلغ حوالي $940\ kg/m^3$ والكثافة أكبر في العظام وتتراوح بين $(1700\text{-}2500)\ kg/m^3$. أما الغلاف الجوي فالكثافة تقل كلما ارتفعنا عن سطح البحر، وبصورة معاكسة تزداد الكثافة كلما تعمقنا في البحر أو المحيط.

١-١-٤- الضغط في السوائل والغازات: pressure in fluid and gas:

يعرف الضغط بأنه القوة المؤثرة عموديا على وحدة المساحة من السطح :

$$P = \frac{F}{A} \qquad (1-1-2)$$

حيث : F القوة المؤثرة عامودياً على السطح ووحدتها النيوتن، A المساحة ووحدتها الـ m^2 ، وعندها فإن وحدة الضغط هي الباسكال.

$$1\ pa = 1\ N/m^2$$

مثال (١-١-٣):

احسب الضغط الذي يؤثر به إنسان كتلته $60\ kg$ ومساحة كفوف قدميه $500\ cm^2$.

$$P = \frac{F}{A}$$

لكن:

$$F = m.g \quad \Rightarrow \quad p = \frac{m.g}{A}$$

وبالتعويض العددي نجد :

$$\mathbf{P} = \frac{60 \times 9.8N}{0,050\ m^2} = 12 \times 10^3\ N/m^2$$

وإذا وقف هذا الرجل على رجل واحدة ستقل المساحة مرتين أي سيزداد الضغط مرتين أي يصبح الضغط مساوياً :

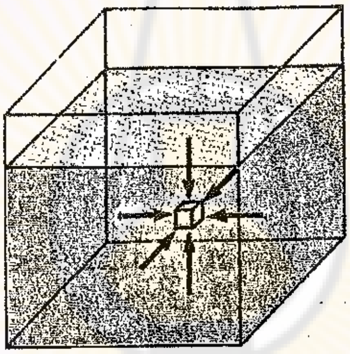
$$P = 24 \times 10^3 \ N/m^2$$

وهنالك وحدات أخرى لقياس الضغط سنذكرها لاحقاً.

١-١-٥- تغير الضغط مع تغير العمق في سائل متجانس:

variation of pressure with depth :

تبين التجربة أن الضغط المؤثر على جسم ساكن يوجد عند عمق معين في سائل ما يكون متساوي في جميع الجهات ، وإذا لم يكن متساوي يبدأ الجسم بالحركة. انظر الشكل (١-١-١).



الشكل (١-١-١) الضغط المؤثر على جسم في سائل أو غاز عند عمق ثابت يكون متساوي من كل الاتجاهات

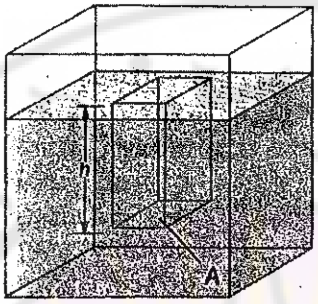
بفرض جسم سطحه A يقع عند عمق h من سطح سائل كما في الشكل (١-١-٢) إن هذا السائل سيؤثر بقوة F على السطح A حيث وتعطى قيمتها بالعلاقة:

$$F = m.g = \rho.V.g = \rho.A.h.g$$

حيث : $A.h = V$ حجم عمود السائل الذي يضغط على المساحة A.

$$p = \frac{F}{A} = \rho . A . h . \frac{g}{A} = \rho . h . g \qquad (1-1-3)$$

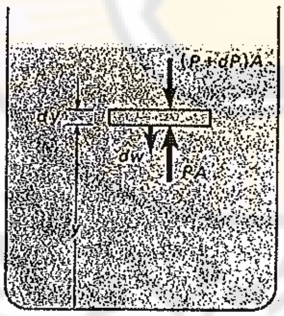
وهو ينطبق على السوائل والغازات . تعين العلاقة (3−1−1) الضغط على عمق h ولكن ماذا يحصل لو أثّر على سطح السائل ضغط إضافي على سبيل المثال الضغط الجوي .



الشكل (١-١-٢) الضغط المؤثر على السطح A في سائل أو غاز

لنعين الضغط على ارتفاع y فوق نقطة معينة من سائل :

ولنعتبر عنصر الحجم من السائل والذي نمثله بمتوازي مستطيلات قاعدته A وارتفاعه dy والذي يقع على ارتفاع y من قعر الإناء كما في الشكل (١-١-٣) :



الشكل (١-١-٣) تعيين الضغط على ارتفاع y في السوائل

أن الضغط المؤثر إلى الأعلى على السطح السفلي للعنصر الحجمي الواقع على الارتفاع y مساوياً P وبالتالي تكون القوة المؤثرة على هذا السطح P_A ، أما الضغط المؤثر إلى الأسفل

على السطح العلوي على ارتفاع y+dy هو (P+dP) وبالتالي القوة المؤثرة تساوي (P+dP)A وعندئذ يؤثر على عنصر الحجم المختار إلى الأعلى قوة PA وإلى الأسفل قوة (P+dP)A وكذلك يؤثر على عنصر الحجم قوة الثقالة dw المتجهة للأسفل أي :

$$dw = dm.g = \rho.dV.g = \rho.g.dV = \rho.g.A.dy$$

حيث : ρ كثافة السائل على المستوى y .

بما أن السائل ساكن فإن عنصر الحجم يقع في حالة توازن ومحصلة القوى المؤثرة عليه تساوي الصفر. أي :

$$PA - (P + dP)A - \rho.g.A.dy = 0$$

وبإعادة ترتيب المعادلة و الاختصار نحصل على :

$$\frac{dP}{dy} = -\rho.g \qquad (1-1-4)$$

تصف المعادلة (1-1-4) تغير الضغط مع الارتفاع داخل السائل أو الغاز، وتدل الإشارة السالبة على أن الضغط يقل مع زيادة الارتفاع أو بصورة أخرى يزداد الضغط بزيادة العمق.

إذا كان الضغط داخل السائل أو الغاز يساوي P_1 وَ P_2 عند الارتفاعين y_1 وَ y_2 على الترتيب ، وإذا كان $P_1 = P$ عند الارتفاع y_1 ، وَ $P_2 = P_0$ عند الارتفاع y_2.

يمكن إجراء تكامل للمعادلة (1-1-4) على الشكل التالي :

$$\int_{P_1}^{P_2} dp = -\int_{y_1}^{y_2} \rho.g.dy \quad \Rightarrow$$

$$P_2 - P_1 = -\int_{y_1}^{y_2} \rho.g.dy \qquad (1-1-5)$$

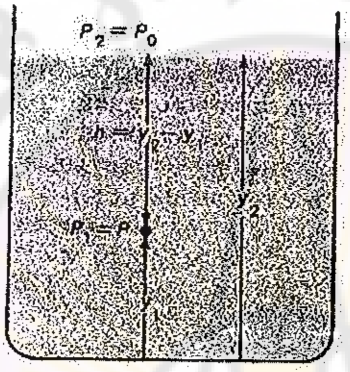
ولندرس المعادلة (1-1-5) في الحالتين الخاصتين الآتيين:

١- دراسة الضغط في السوائل أو الغازات ذات الكثافة الثابتة.

٢- تغير الضغط في الغلاف الجوي للأرض.

١- من أجل السوائل والغازات التي يمكن إهمال تغير الكثافة فيها، أي $\rho = costant$ فإن المعادلة (5-1-1) تأخذ الشكل التالي:

$$P_2 - P_1 = -\rho . g(y_2 - y_1) \qquad (1-1-6)$$



الشكل (١-١-٤) الضغط على عمق $h=y_2-y_1$ في سائل كثافته ρ يساوي $P=P_0+\rho gh$ حيث P_0 الضغط الخارجي على سطح السائل

في حالة وجود السائل في وعاء مفتوح مثل (بحيرة – مسبح – بحر) يمكننا تعيين المسافة التي يقع عندها الجسم في السائل (أي العمق) من الشكل (١-١-٤) حيث نجد أن: $h = y_1 - y_2$ (بعد الجسم عن سطح السائل).

وإذا كانت y_2 إحداثي السطح العلوي للسائل المكشوف للهواء فعندئذ يكون الضغط P_2 مساوياً الضغط الجوي أي $P_2 = P_0$ وعند ذلك نكتب العلاقة :

$$P = P_0 + \rho . g . h \qquad (1-1-7)$$

العلاقة (7-1-1) تتطابق مع العلاقة (1-1-1) لكن العلاقة (7-1-1) تأخذ بعين الاعتبار الضغط الجوي حيث :

$$P_0 = 1\ atm = 1.013 \times 10^5\ pa = 1.013\ bar = 1013\ mbar$$

مثال (١-١-٤):

إذا كان ارتفاع سطح الماء في خزان يساوي 30m وإذا علمت أنّ $g = 9{,}8\ m/s^2$ أحسب ضغط الماء في صنبور المطبخ (علماً أنه يهمل تغير الضغط الجوي عند الارتفاعات المنخفضة)؟

الحل :

يؤثر الضغط الجوي على سطح الماء في الخزان وعلى سطح الماء النازل من الصنبور، ويكون فرق الضغط داخل الحنفية وخارجها:

$$\Delta P = \rho . g . h = (10^3 kg/m^3)\ (9{,}8 m/s^2)(30m) = 2{,}9 \times 10^5\ N/m^2$$

تستخدم العلاقة الأخيرة سواء في الغازات أو السوائل. ونظراً لكون كثافة الغازات صغيرة مقارنة بالسوائل لذلك فان فرق الضغط عند مستويات مختلفة يمكن إهماله لذلك اعتبر الضغط الجوي متساوي في المثال السابق ولذلك في أي حجم غازي يمكن اعتبار الضغط متساوي. إن الضغط الجوي على مستوى سطح البحر $P = 1{,}013 \times 10^5\ pa$ ويقل مع الارتفاع التدريجي عن سطح البحر.

٢- تغير الضغط في الغلاف الجوي للأرض :

من أجل دراسة هذا التغير نطرح المثال التالي:

أوجد الضغط الجوي كتابع للارتفاع y فوق سطح البحر باعتبار g (تسارع الجاذبية الأرضية) ثابتاً أما كثافة الهواء فتتناسب مع الضغط ، مع العلم أن الكثافة تتعلق بالحرارة ؟

عند أي ارتفاع يكون ضغط الهواء أقل بمرتين من الضغط عند مستوى سطح البحر.

الحل :

كثافة الهواء عند سطح البحر: ρ_0 ، $P \sim \rho$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{P}{P_0} \qquad (1-8)$$

حيث : P (الضغط عند أي ارتفاع) ، P_0 (الضغط الجوي عند سطح البحر) .

$$P_0 = 1{,}013 \times 10^5 \ N/m^2 \ (pa)$$

$$\rho_0 = 1{,}29 \frac{Kg}{m^2}$$

ρ_0 كثافة الهواء عند سطح البحر عند درجة الحرارة صفر مئوية والضغط الجوي النظامي.

نعوض في العلاقة (4−1−1) فنجد :

$$\frac{dP}{dy} = -\rho . g$$

نجد أن ρ غير ثابتة ويمكن حسابها من العلاقة (8-1-1) :

$$P = \frac{\rho_0}{P_0} \rho$$

نعوض قيمة ρ بهذه المعادلة :

$$P. g . \frac{\rho_0}{P_0} = \frac{dP}{dy}$$

نقسم هذه المعادلة على P ونضرب بـ dy تختصر المعادلة وتصبح على الشكل التالي :

$$\frac{dP}{P} = -\frac{\rho_0}{p_0} . g . dy$$

نكامل العلاقة الأخيرة من قيمة 0 إلى y ومن اليسار من قيمة P_0 إلى الضغط P :

$$\int_{p_0}^{P} \frac{dP}{P} = -\frac{\rho_0}{p_0} . g \int_{o}^{y} dy$$

$$\ln\frac{\rho_0}{P_0} = -\frac{\rho_0}{P_0}.g.y \qquad (1-1-9)$$

$$P = P_0\, e^{\left(-\frac{\rho_0}{P_0}.g\right).y} \qquad (1-1-10)$$

يتناقص الضغط مع الارتفاع y وبصورة أسية . وبما أن في أس العلاقة (10-1-1) جميع المقادير ثابتة فإن :

$$\frac{\rho_0}{P_0}.g = 1.29\,\frac{kg}{m^2}\left(9{,}8\frac{m}{s^2}\right)\ /\ 1{,}013\times 105\ \frac{N}{m^2}$$

$$= 1{,}25\times10^{-4}\ m^{-1}$$

$$P = P_0 e^{-1{,}25\times10^{-4}\ m^{-1}y}$$

وعندما $P = P_0/2$ يكون :

$$\frac{P_0}{2} = P_0 e^{-1{,}25\times10^{-4}\ m^{-1}y}$$

$$y = \frac{\ln 2}{(1.25\times10^{-4}m^{-1})}$$

$$y = 5550\ \ m$$

١-١-٦- الضغط الجوي و الضغط الإضافي :

Aatmospheric pressure and surplus pressure:

يتغير الضغط الجوي مع الارتفاع، ولكن عند نفس النقطة وعند نفس الارتفاع يمكن أن يتغير الضغط بتغيير الطقس، فالقيمة الوسطية للضغط الجوي عند سطح البحر: $P_0 = 1{,}013\ x\ 10^5\ \ N/m^2$ ، وهذه القيمة تستخدم كواحدة للضغط وتسمى بالأتموسفير أو الضغط الجوي :

$$1\ atm = 1{,}013x10^5\ N/m^2 = 1{,}013x10^5\ pa$$

وفي علم القياسات تستخدم واحدات أخرى للضغط مثل البار :

$$1\ \text{bar} = 1{,}00 \times 10^5\ \text{N/m}^2$$

على هذه الصورة فإن الضغط المسمى بالأتموسفير القياسي (الفيزيائي) يكون أكثر بقليل من الضغط المساوي لـ 1 bar.

إن الضغط مشروط بوزن الغلاف الجوي الأرضي (الأتموسفير) و تتأثر كافة الأشياء و الأجسام بالضغط الجوي بما فيها أجسامنا ، فكيف تتحمل الأعضاء البشرية هذا القدر من الضغط ؟

الجواب: إن الضغط الجوي يتعدل بالضغط الداخلي الموجود داخل الخلايا الحية كما أن الضغط الجوي داخل كرة يتساوى مع الضغط الجوي. أما في حالة دولاب سيارة مثلاً فبفضل صلابة مادة الدولاب يكون الضغط داخله أكبر بكثير من الضغط الجوي وعند قياس الضغط في دولاب السيارة أو في بالون مليء بالغاز فإن مقابيس الضغط تقيس مقدار زيادة الضغط عن الضغط الجوي، وتسمى هذه القيمة بالضغط الفائض، على هذه الصورة فمن أجل الحصول على القيمة المطلقة للضغط (P) يجب إضافة قيمة الضغط الجوي (P_0) للقيمة المقاسة (P_i) أي يكون الضغط المطلق :

$$P = P_0 + P_i$$

فإذا بيّن مقياس الضغط في الدولاب القيمة 220Kpa فالقيمة المطلقة للضغط في الدولاب تساوي :

$$220\ \text{Kpa} + 100\ \text{Kpa} = 320\ \text{Kpa}$$

ويدعى الضغط الزائد عن الضغط الجوي guage pressure، ويسمى الضغط المطلق absolute pressure، وبما أن الضغط الجوي 1,01x105pa فيكون الضغط الزائد 2,2x105pa.

١-١-٧- قياس الضغط : Pressure measurements:

من أجل قياس قيمة الضغط جرى تصميم العديد من الأجهزة وسنبين بعضاً منها :

١-١-٧-١- مقياس الضغط البسيط (المانومتر المفتوح على شكل حرف U):

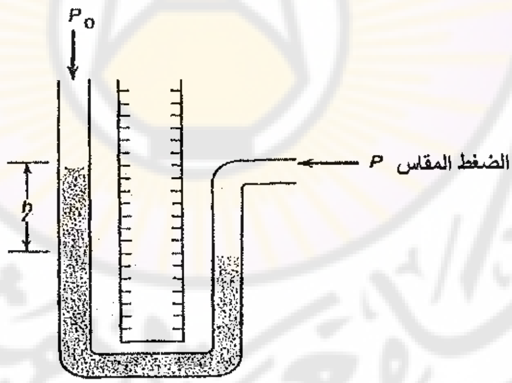
وهو أنبوب مفتوح من الجانبين على شكل حرف U ومزود بمسطرة كما في الشكل (١-١-٥أ) حيث تُملأ الأنبوبة فيه جزئياً بالماء أو الزئبق ويرتبط الضغط المقاس بالفرق بين مستويي السائلين في الأنبوب وفق العلاقة :

$$P = P_0 + \rho gh$$

حيث : P_0 : الضغط الجوي، و ρ : كثافة السائل (ماء أو زئبق) .

ونلاحظ أنّ القيمة (ρgh) تمثل الضغط الفائض أو الزائد أي أنّها القيمة التي يزيد فيها الضغط عن الضغط الجوي .

إذا كانت سوية السائل في الأنبوبة اليُسرى أقل من اليمنى يكون الضغط P أقل من الضغط الجوي وتكون h سالبة .



الشكل (١-١-٥أ) المانومتر المفتوح على شكل حرف U

وفي كثير من الأحيان لا يحسب الجداء (ρgh) وإنما تعطى قيمة h فقط ويقاس عندئذ الضغط بوحدة ارتفاع عمود الزئبق أو الماء ، وتقدر بـ mmHg حيث :

$$1\ \text{mmHg} = 133\ \text{N/m}^2$$

$$P = \rho gh = (13{,}6 \times 10^3 \text{kg/m}^3)\ (9{,}8\ \text{m/s}^2)\ (1 \times 10^{-3} \text{m})$$

$$= 1{,}33 \times 10^2\ \text{N/m}^2$$

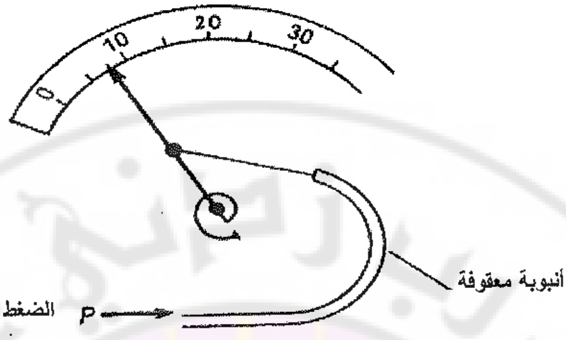
حيث: $\rho = 13{,}6\ \text{g/cm}^3$ هي كثافة الزئبق.

وسميت هذه القيمة بتور على شرف العالم إيفانجيلست تورتشيل ويبين الجدول التالي وحدات الضغط :

الجدول (١-١-٢) كيفية الانتقال بين مختلف وحدات الضغط

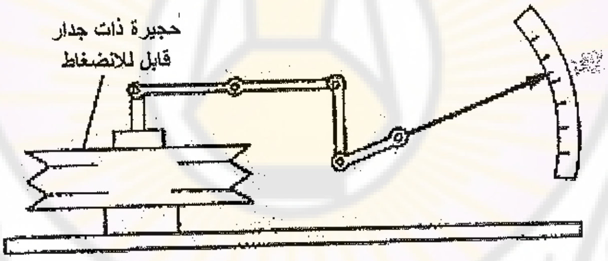
من أجل 1 atm	في وحدات الباسكال = $1\ \text{N/m}^2$
$1\text{atm}=1{,}013\times10^5\text{N/m}^2$	$1\text{atm} =1{,}013\times10^5\text{N/m}^2$
$=1{,}013\text{Bar}$	$=1{,}013\times10^5\text{pa}$
$=1{,}013\text{din/cm}^2$	$=1{,}013\text{Kpa}$
$=1{,}03\text{kgf/cm}^2$	$1\text{Bar}=1{,}000\times10^5\text{N/m}^2$
$=76\text{cmHg}$	$1\text{din/cm}^2=0{,}1\text{N/m}^2$
$=760\text{mmHg}$	$1\text{kgf/cm}^2=9{,}85\times10^4\text{N/m}^2$
$=760\text{Torr}$	$1\text{cm kg}=1{,}33\times10^3\text{N/m}^2$
$=1{,}03\times10^4\text{mmH}_2\text{o}$ عند الدرجة $4°\text{c}$	$1\text{mmHg}=133\text{N/m}^2$
	$1\text{Torr}=133\text{N/m}^2$
	$1\text{mmH}_2\text{o}=9{,}81\text{N/m}^2$ عند الدرجة $4°\text{c}$

١-١-٧-٢- أنبوبة بوردون: هي أنبوبة معقوفة تنحني وتنفرج بتأثير الضغط وهي موصولة بمؤشر متحرك يشير إلى قيمة الضغط عند تحرك الأنبوبة.



الشكل (١-١-٥ب) أنبوبة بوردون

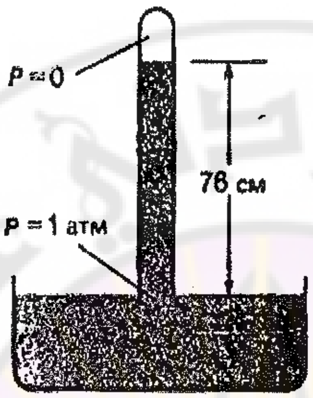
١-١-٧-٣- البارومتر اللاسائلي: هو عبارة عن حجيرة مخلاة من الهواء ومغلقة بإحكام مصنعة من مادة لدنة رقيقة معدنية وموصولة بمؤشر من سطحها ، وبتمدد وتقلص الحجيرة يتحرك المؤشر معطياً قيمة الضغط.



الشكل (١-١-٥ج) بارومتر لقياس الضغط الجوي

وهناك أيضاً حساسات ضغط أكثر دقةً وتعقيداً، وهي تعتمد على غشاء رقيق جداً والذي يتشوه تحت تأثير الضغط وتتحول الإشارة الميكانيكية إلى إشارة كهربائية، ويمكن اقتباسها وتسجيلها وهو ما يسمى مقاييس الاجهاد، وهناك حساسات ضغط تعتمد على أنصاف النواقل.

أما من أجل قياس الضغط الجوي فيستخدم عادةً المانومتر الزئبقي حيث تملأ أنبوبة طولها أكثر من 76 cm بالزئبق وتغطس بصورة رأسية في وعاء مليء بالزئبق ويبقى الجزء العلوي من الأنبوبة فارغاً والذي يمكن أن تحافظ عليه أنبوبة طولها أكبر من 76 cm.



الشكل (١-١-٦) قياس الضغط الجوي

وإذا حسبنا قيمة الضغط على اعتبار أن كثافة الزئبق تساوي $(13,6x10^3 kg/m^3)$ و $h=76,0\ cm$ فإن الضغط يساوي:

$$P = \rho gh = (13,6 \times 10^3\ kg/m^3)\ (9,8\ m/s^2)\ (0,76\ m)$$

$$P = 1,013 \times 10^5 \frac{N}{m^2} = 1\ atm$$

١-١-٨- قانون باسكال: Pascal's law :

يؤثر الضغط الجوي على الجسم المغمور داخل السائل أو الغاز ويعطى الضغط المؤثر على الغاز أو السائل لكامل الحجم من السائل أو الغاز ولجدران الوعاء بالعلاقة:

$$P = P_0 + \rho gh$$

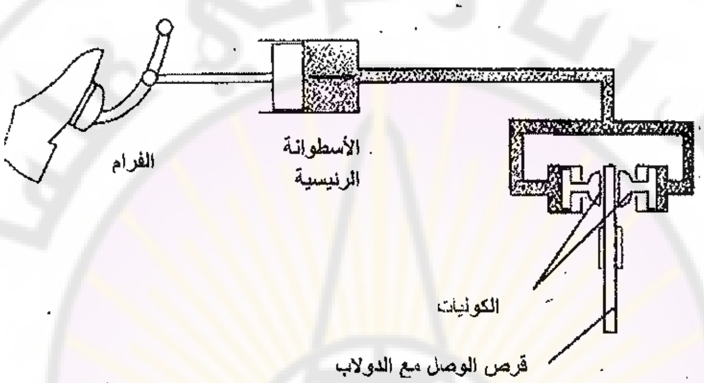
ومنه فضغط الماء في بحيرة عند عمق (100 m) يساوي :

$$P = \rho gh = (1000Kg/m^3)(9,8\ m/s^2)(100\ m) = 9.8N/m^2$$

وللحصول على الضغط الكلي يجب أن نضيف قيمة الضغط الجوي.

ينص قانون باسكال أن الضغط المطبق على السائل أو الغاز الموجود في حجم كبير يعطى لكل نقاط السائل أو الغاز بصورة متساوية دون تغيير ولجدار الوعاء الذي يحويه واعتماداً عليه تم تصميم عدة أنظمة مثل نظام الفرملة الهيدروليكي في السيارة ، والرافعة الهيدروليكية ، ....إلخ

يبين الشكل (١-١-٧أ) نظام الفرملة الهيدروليكي في السيارة :

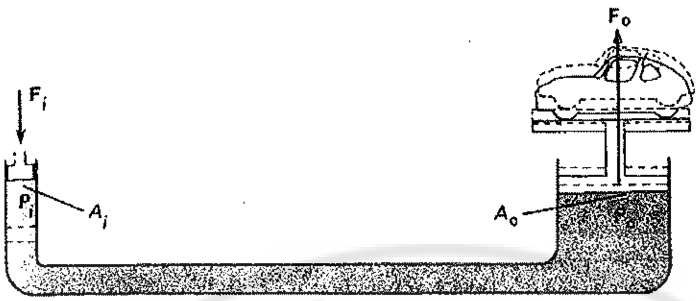


الشكل (١-١-٧أ) نظام الفرملة الهيدروليكي في السيارة

وفي الرافعة الهيدروليكية تتشكل قوة كبيرة بجهد قليل وذلك لكون مساحة المكبس عند الخرج أكبر من مساحته عند الدخل ، لاحظ الشكل (١-١-٧ب).

فلو رمزنا لثوابت الدخل بالدليل (i) ولثوابت الخرج بالدليل (o) فطبقاً لقانون باسكال :

$$P_0 = P_i \Rightarrow F_0/A_0 = F_i/A_i \rightarrow F_0/F_i = A_0/A_i$$



الشكل (١-١-٧ب) الرافعة

و تعين القيمة (F_0/F_i) الربح في القوة الذي تعطيها الرافعة الهيدروليكية و المساوية لنسبة مساحتي المكبسين فعلى سبيل المثال : إذا كانت مساحة الخرج أكبر بعشرين مرة من مساحة الدخل يكون الربح في القوة عشرين مرة. فإذا وضعنا على المكبس الصغير 100Kg فإنه يمكن رفع سيارة وزنها 2000 Kg = 2 T .

١-١-٩- قوة الدفع وقانون ارخميدس :

Buoyancy force and Archimedes' law:

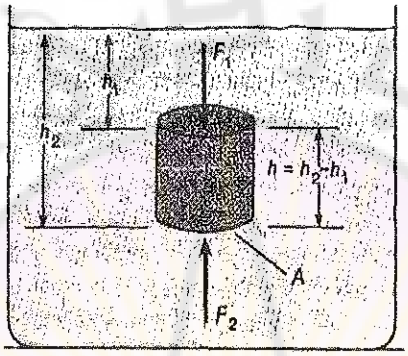
يفقد الجسم المحاط بالسائل أو الغاز جزءاً من وزنه ، على سبيل المثال: يمكن لشخص رفع حجر من قعر البحيرة بسهولة ولكن تبدأ الصعوبة عند سطح البحيرة ، وهناك أجسام تطفو على سطح الماء كالخشب وغيرها لأن كثافتها أقل من كثافة الماء ، أي توجد قوة تدفع الجسم متجهة نحو الأعلى.

في الأمثلة السابقة تظهر قوة الدفع متجهة للأعلى بينما يؤثر على الجسم قوة ثقالة تتجه نحو الأسفل.

والسؤال : كيف تنشأ قوة الدفع؟

يعود سبب نشوء قوة الدفع إلى أن الضغط في السائل أو الغاز يزداد مع العمق ، على هذه الصورة فالضغط المتجه نحو الأعلى على السطح السفلي للجسم المغمور في السائل أو الغاز يكون أكبر من الضغط المتجه نحو الأسفل على السطح العلوي.

ومن أجل الإيضاح لندرس أسطوانة ارتفاعها h ومساحة قاعدتها A والمغمورة تماماً في السائل أو الغاز الذي كثافته ρ_f . كما موضح في الشكل (١-١-٨) .



الشكل (١-١-٨) كيفية تعين قوة الدفع

فعلى الوجه العلوي للأسطوانة يؤثر الضغط P_1 :

$$P_1 = \rho_f . g . h_1$$

وبالتالي فالقوة المؤثرة على السطح العلوي:

$$F_1 = P_1 . A = \rho_f . g . h_1 . A$$

وعلى الوجه السفلي للأسطوانة يؤثر الضغط P_2 :

$$P_2 = \rho_f . g . h_2$$

وبالتالي القوة المؤثرة على السطح السفلي:

$$F_2 = P_2 . A = \rho_f . g . h_2 . A$$

إن محصلة هاتين القوتين هي قوة الدفع F_B حيث :

$$F_B = F_2 - F_1 = \rho_f . g . h_2 . A - \rho_f . g . h_1 . A$$

$$F_B = F_2 - F_1 = \rho_f . g . A . (h_2 - h_1)$$

$$F_B = F_2 - F_1 = \rho_f . g . A . h$$

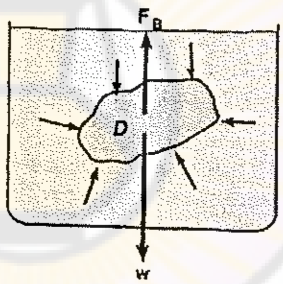
$$F_B = F_2 - F_1 = \rho_f . g . V$$

ولكن : $m_f = \rho_f . g$ ومنه:

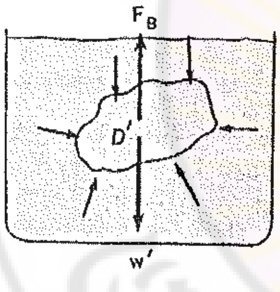
$$F_B = m_f . g$$

أي أن قوة الدفع المؤثرة على الاسطوانة تساوي بالقيمة وزن السائل الذي تزيحه الاسطوانة. وهذا صحيح من أجل أي حجم بغض النظر عن شكله. هذا القانون اكتشفه العالم أرخميدس منذ ٢٠٠ عام قبل الميلاد والذي ينص على أنه : تؤثر على الجسم المغمور في سائل أو غاز قوة دفع تساوي وزن السائل الذي يزيحه الجسم المغمور.

يمكن تفسير قانون أرخميدس كما يلي :



الشكل (١-١-٩أ)



الشكل (١-١-٩ب)

في الشكل (١-١-٩أ) يؤثر على الجسم ذي الشكل (D) قوة الثقالة (W) وقوة الدفع (F_B) هذا إذا لم تؤثر على الجسم أية قوى أخرى. أي أن الجسم سيتحرك إلى الأسفل لأن (W) أكبر من (F_B) ومن أجل تعيين قيمة (F_B) لنتخيل جسماً له نفس شكل الجسم (D) وليكن الجسم (D`) الشكل (١-١-٩ب) والذي له نفس الحجم ونفس الشكل ويقع على نفس العمق في السائل. هذا الجسم يمكن تخيله أنه منفصل عن الوسط بغشاء رقيق جداً معدوم الوزن فيؤثر

على الجسم (`D) نفس قوة الدفع ($F_B$) التي تؤثر على الجسم المغمور (D) لأن لهما نفس الشكل والحجم، ويقعان عند نفس العمق. إن الحجم المختار (`D) يقع في حالة توازن لأن السائل ككل متوازن لذلك تكون : $F_B = W^{`}$ كما في الشكل (١-١-٩ب) حيث : (`W) وزن السائل ذي الحجم المختار، وبالتالي قوة الدفع تساوي وزن السائل الذي حجمه يساوي حجم الجسم المغمور وهذا ما يؤكده قانون أرخميدس.

مثال (١-١-٥):

صخرة كتلتها 70kg مستقرة في قاع بحيرة. إذا كان حجم الصخرة $3\times10^4\ cm^3$ ما هي القوة اللازم تطبيقها لرفعها من القاع ؟

الحل :

قوة الدفع المؤثرة على الصخرة في الماء تساوي وزن الماء الذي حجمه يساوي حجم الصخرة.

$$F_B = \rho_{H_2O} \cdot g \cdot V$$

$$F_B = (1000kg/m^3).(9{,}8m/s^2).(3\times10^{-2}m^3)$$

$$F_B = 2{,}9\times10^2 N$$

وزن الصخرة :

$$W = m.g$$

$$= (70kg).(9{,}8m/s^2)$$

$$W = 6{,}9\times 10^2 N$$

القوة اللازمة لرفع الصخرة:

$$F = W - F_B$$

$$F = 690 - 290 = 400N$$

وكأن الصخرة لها كتلة تحت الماء لا تساوي 70kg وإنما تساوي:

$$m = \frac{F}{g} = \frac{400}{9,8} = 41kg$$

مثال (١-١-٦):

تاج كتلته 14.7kg ووزنه تحت الماء يقابل كتلة قدرها 13.4kg. هل مادة هذا التاج هي الذهب؟ علماً بأن : $\rho_{H_2O} = 10^3\ kg/m^3$

الحل :

إن وزن الجسم المغمور في السائل يساوي وزنه خارج السائل مطروح منه قوة الدفع F_B

$$W` = W - F_B$$

حيث : `W وزن الجسم داخل السائل ، W وزن الجسم خارج السائل ، F_B قوة الدفع .

$$W = \rho_0 . g.V - \rho_f . g.V$$

حيث : ρ_0 كثافة الجسم المغمور ، ρ_f كثافة السائل (الماء) ، V حجم الجسم المغمور.

$$W = W` + F_B$$

$$F_B = W - W`$$

$$\frac{W}{W - W`} = \frac{\rho_0 . g.V}{F_B} = \frac{\rho_0 . g.V}{\rho_f . g.V} = \frac{\rho_0}{\rho_f}$$

إن نسبة وزن الجسم خارج السائل إلى قوة الدفع تساوي الكثافة النسبية أو نسبة كثافة الجسم إلى كثافة السائل الذي غمر به الجسم.

من هنا نلاحظ أن $\frac{W}{W-W`}$ تساوي الكثافة النسبية ولما كان الجسم مغموراً في الماء يكون :

$$\frac{W}{W - W`} = \frac{\rho_0}{\rho_f} = \frac{14,7kg}{1,3kg} = 11,3$$

وفي حالتنا هذه :

$$\frac{14,7}{14,7-13,4}=\frac{\rho_0}{\rho_{H_2O}} \Rightarrow \frac{14,7}{1,3}=\frac{\rho_0}{\rho_{H_2O}}=11,3 \qquad \Rightarrow$$

$$\rho_0=\rho_{H_2O}\times 11,3=11300\mathrm{kg/m^3}$$

بالبحث في جدول الكثافات والمقارنة نجد أن كثافة الرصاص $\rho_{pb}=11300\mathrm{kg/m^3}$ ومنه نستنتج أن التاج مصنوع من الرصاص وليس من الذهب.

يطبق قانون أرخميدس على الأجسام الطافية مثل الخشب. والأجسام التي كثافتها أقل من كثافة الماء ، ويقال بأن الجسم يطفو في حالة كون كثافته أقل من كثافة السائل أو الغاز.

مثال (١-١-٧):

خشبة كثافتها النسبية 0,6 أما حجمها $2\mathrm{m^3}$ وكتلتها 1200kg فإذا غطست هذه الخشبة بالماء كلياً فإنها تزيح كتلة من الماء قدرها :

$$m=\rho_f.V$$

$$m=(1000\mathrm{kg/m^3}).(2\mathrm{m^3})$$

$$m=2000\mathrm{kg}$$

وبالتالي فقوة الدفع أكبر من وزن الخشبة بـ 800kg فتطفو الخشبة على سطح الماء.

متى تحصل عملية التوازن ؟

تحصل عملية التوازن عندما تزيح الخشبة 1200kg من الماء أي عندما يكون حجم الجزء المغمور من الخشبة يساوي $1,2\mathrm{m^3}$ أو يجب أن تكون نسبة حجم الجزء المغمور إلى حجم الجسم الطافي الكلي مساوياً للكثافة النسبية للجسم بالنسبة للسائل أو الغاز المغمور فيه:

$$\frac{V`}{V}=\frac{\rho_0}{\rho_f}$$

حيث : $V`$ حجم الجزء المغمور في السائل أو الغاز ، V حجم الجسم الكلي ، ρ_0 كثافة الجسم المغمور ، ρ_f كثافة السائل أو الغاز.

ملاحظة: يؤثر في الهواء قوة دفع أيضاً وكل جسم موجود في الهواء يكون وزنه أقل من وزنه في الفراغ أو الخلاء (vacuum) ولكن كثافة الهواء قليلة لذلك لا نلاحظ هذا الفرق. وهناك أجسام تطير في الهواء ، كالكرة أو البالون المليء بالهليوم.

مثال (١-١-٨):

احسب حجم الهليوم في كرة مملوءة بالهليوم وذلك من أجل رفع ثقل كتلته 800kg (بما فيه كتلة الغشاء) . علماً بأن $\rho_{\text{هواء}} = 1,29\ kg/m^3$ و $\rho_{\text{هليوم}} = 0,18\ kg/m^3$.

الحل :

من أجل أن ترتفع الكرة في الهواء يجب أن تكون قوة الدفع المؤثرة على الكرة (والمساوية وزن الهواء الذي يزيحه حجم الكرة) مساوية على الأقل وزن الهليوم + وزن الثقل المعلق أو الحمل.

$$F_B = \left(m_{\text{هليوم}} + 800kg\right).g$$

$$\rho_{\text{هواء}}.V.g = \left(\rho_{\text{هليوم}}.V + 800kg\right).g$$

$$(\rho_{\text{هواء}} - \rho_{\text{هليوم}}).V = 800kg$$

$$V = \frac{800kg}{(\rho_{\text{هواء}} - \rho_{\text{هليوم}})} = \frac{800kg}{1,29\ kg/m^3 - 0,18\ kg/m^3} = 720m^3$$

نلاحظ أنه كي ترتفع الكرة يجب أن يكون حجم الكرة $V \geq 720m^3$، وكذلك يجب أن تكون $\rho_{\text{هليوم}} < \rho_{\text{هواء}}$، وهذا واضح من المعادلة الأخيرة.

١-١-١١ التوتر السطحي Surface Tension:

جرى الحديث في هذا الفصل عما يجري في الأساس داخل حجم السائل أو الغاز. غير أن سطح السائل يتمتع بحد ذاته بخصائص مهمة.

تبين المشاهدات اليومية ، على أن سطح السائل يسلك سلوك غشاء مرن مطاط . إن قطرات الماء التي تسيل من صنبور المياه ، وقطرات الندى العالقة على الأعشاب صباحاً تأخذ تقريباً شكلاً كروياً ، كما لو أنها كريات هوائية صغيرة مملوءة بالماء. فيمكن مثلاً لإبرة الفولاذ أن تطفو على سطح الماء على الرغم من أن كثافة الفولاذ أكبر من كثافة الماء. ويذكّرنا سطح السائل بالغشاء المشدود ، وهذا الشد يؤثر بصورة موازية للسطح وينشأ من وجود قوى التجاذب الفاعلة بين جزيئات السائل التي تستطيع حمل إبرة الفولاذ. ويُدعى هذا التأثير بالتوتر السطحي. ويوصف هذا التأثير كمياً بقيمة التوتر السطحي التي يرمز لها بالحرف اللاتيني γ ، وهو عبارة عن القوة F المطبقة على واحدة الطول من الخط L والمؤثرة عامودياً على أي خط مأخوذ من السطح ، والتي تسعى إلى شد السطح وفق هذا الخط :

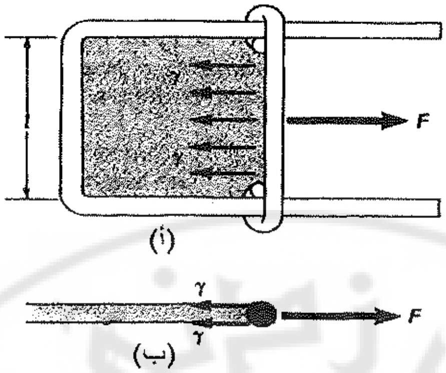
$$\gamma = F/L \qquad (1-1-11)$$

ومن أجل فهم أفضل ، لما ذكر ، نأخذ إطاراً سلكياً ، يحوي في داخله على غشاء رقيق من السائل كما في الشكل (١-١-١٠(أ ، ب)). ونجعل أحد جانبي الإطار قابلاً للحركة. وبسبب وجود التوتر السطحي ، وكي نقوم بإزاحة الجانب المتحرك للإطار وبالتالي نزيد من سطح السائل لابد من تطبيق قوة F.

ويتحدد غشاء السائل المحمول على الإطار بسطحين (علوي وسفلي) ، لذا فإن طول الخط الذي يخضع لتأثير القوة F التي تعمل على مد السطح يساوي إلى $2l$، وهكذا فمن أجل التوتر السطحي يكون لدينا العلاقة التالية :

$$\gamma = F/2l$$

مثل هذا الجهاز يتيح القيام بقياس التوتر السطحي لكافة السوائل. فالتوتر السطحي للماء يساوي $0{,}072\ N/m$ عند درجة الحرارة $20°C$.



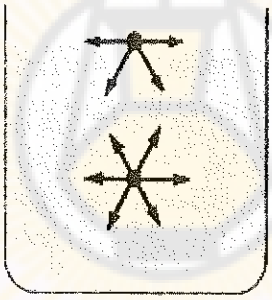
الشكل (١-١-١٠) إطار افتراضي على شكل حرف U مع غشاء السائل الموضوع من أجل قياس التوتر السطحي (أ) عند الرؤية من الأعلى ، (ب) الرؤية الجانبية مع زيادة بالأبعاد.

يبين الجدول (١-١-٣) قيم التوتر السطحي γ لسوائل مختلفة وتجدر الملاحظة إلى أن درجة الحرارة تبدي تأثير كبيراً جداً على التوتر السطحي.

جدول (١-١-٣) قيم التوتر السطحي لبعض المواد

المادة	التوتر السطحي γ (N/m)
الزئبق (20°c)	0,44
الدم (37°c)	0.058
بلازما الدم (37°c)	0.037
الكحول الايتلي (20°c)	0,023
الماء (0°c)	0,076
الماء (20°c)	0,072
الماء (100°c)	0,059
البنزن (20°c)	0,029
محلول الصابون (20°c)	0,025
الأوكسجين السائل (-139°c)	0,016

يمكن تفسير وجود التوتر السطحي بوساطة النظرية الجزيئية. تؤثر قوى تجاذب بين جزيئات السائل ، ففي الشكل (١-١-١١) تظهر هذه القوى المأخوذة على جزيئة واحدة واقعة في عمق السائل وعلى جزيئة واقعة على سطح السائل. فالجزيئة الواقعة داخل السائل تتوازن بفعل انعدام محصلة القوى المؤثرة عليها من كافة الجهات من الجزيئات المحيطة بها. والجزيئة الواقعة على السطح تتوازن هي الأخرى (السائل ساكن) ، حتى ولو أثرت قوى على الجزيئة من الجزيئات الواقعة تحتها ومن على جانبيها في نفس المستوي الواقعة عليه. وبالتالي تنشأ محصلة للقوى المؤثرة على الجزيئة متجهة نحو الأسفل إلى عمق السائل محدثة شداً بسيطاً للطبقة السطحية ، إلى الحد الذي تتوازن فيه قوى التجاذب مع قوى التدافع أو التنافر، والتي تنشأ عند حدوث اقتراب أكثر بين الجزيئات . ويمكن تناول شد السطح هذا ، بمعنى أن السائل يسعى إلى حالة تكون فيها مساحة سطح السائل أصغرية. ولهذا السبب يكون لقطرات الماء شكلاً كروياً : فمن أجل حجم واحد يكون للكرة مساحة أصغرية للسطح من بين كافة الكتل ذات الأشكال المختلفة التي لها نفس الحجم.



الشكل (١-١-١١) تفسير التوتر السطحي من وجهة النظر الجزيئية وضحت فقط قوة التجاذب الفاعلة بين الجزيئات على سطح السائل وفي عمقه

ولزيادة سطح السائل لابد أن تطبق قوة ، بحيث أن العمل المنجز يبذل على نقل الجزيئات من عمق السائل إلى السطح انظر الشكل (١-١-١٢) عندئذ تزداد الطاقة الكامنة للجزيئات، والتي تدعى بالطاقة السطحية ، وكلما ازدادت مساحة السطح ازدادت الطاقة السطحية.

يمكن حساب العمل اللازم لزيادة مساحة السطح ، باستخدام العلاقة (1-1-11) وبمساعدة الشكل (١-١-١٠) حسب مايلي :

$$W = F\Delta x = \gamma L\Delta x = \gamma\Delta A$$

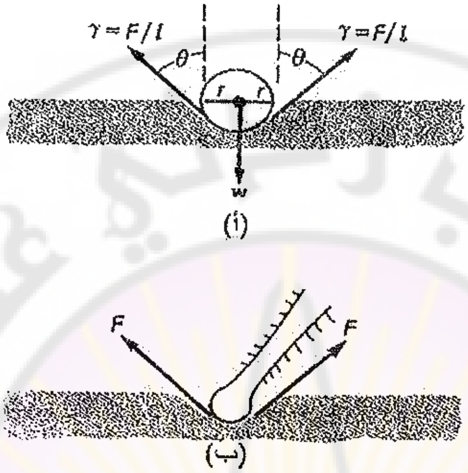
حيث Δx مقدار انتقال الطرف المتحرك للإطار و ΔA تغير مساحة السطح (من كلا طرفي الإطار). ومنه نجد :

$$\gamma = \frac{W}{\Delta A}$$

الشكل (١-١-١٢) الجزيئة العابرة من داخل السائل إلى السطح ، عند زيادة مساحة السطح تؤثر قوة كبيرة من جهة سطح الجزيئات. ومن جهة أخرى وحسب قانون نيوتن الثالث تؤثر على الجزيئة قوة معاكسة تساوي قوة التوتر السطحي

وهكذا فإن معامل التوتر السطحي γ يمكن تعريفه ليس فقط كقوة مؤثرة في واحدة الطول، وإنما العمل اللازم كي تزداد مساحة سطح السائل بمقدار واحد وبالتالي ، فإن γ تقاس إما بواحدة نيوتن/متر أي N/m أو جول/متر مربع أي J/m^2. ولذلك يمكن للأجسام ذات الكثافة الأكبر من كثافة الماء (كالإبرة الفولاذية) أن تطفو على سطح الماء. ويبين الشكل (١-١-١٣أ)، كيف أن قوة التوتر السطحي لاتسمح للجسم الطافي على السطح بأن يغرق في الماء. حيث يشير W أن وزن الجسم في السائل ، الذي يساوي إلى الفرق بين قوة الثقل والقوة الدافعة للجسم نحو الأعلى (لأن الجسم موجود في الماء جزئياً) إذا كان الجسم كطرف رجل

حشرة على سبيل المثال: الشكل (١-١-١٣ب)، فإنّ قوة التوتر السطحي تؤثر في جميع النقاط الواقعة على محيط دائرة نصف قطرها r وتتم موازنة ثقل الجسم بالمركبة الشاقولية $\gamma \cos\theta$. وعليه تكون المركبة الشاقولية لقوة التوتر السطحي مساوية لـ $2\pi r\gamma\cos\theta$.



الشكل (١-١-١٣) قوة التوتر السطحي الشرطية المؤثرة على كرة (أ) وعلى رجل حشرة (ب)

مثال (١-١-٩):

إذا علم أن لطرف رجل حشرة شكل كروي تقريباً نصف قطره $2x10^{-5}$ m وأن كتلة الحشرة تساوي 0,0030g ويتوزع وزنها بالتساوي على أرجلها الست . أوجد عندئذ الزاوية θ حسب ما هو مبين في الشكل (١-١-١٣ب) ، إذا كانت درجة حرارة الماء مساوية ل $20^{o}c$.

الحل :

بما أن :

$$W = 2\pi\, r\, \gamma \cos\theta$$

حيث W سدس وزن الحشرة ذات الست أرجل.

يكون لدينا:

$$(6,28).(2.10^{-5}\text{m}).(0,072\text{N/m})\cos\theta = \frac{1}{6}(3.10^{-6}\text{kg}).(9,8\text{m/c}^2)$$

$$\cos\theta = \frac{0,49}{0,90} = 0,45 \Rightarrow \theta = 57°$$

نشير إلى أنه لو أن $\cos\theta$ كانت أكبر من الواحد فهذا كان سيعني أن التوتر السطحي سيكون غير كاف لحمل الحشرة على سطح الماء.

لا تكون دقة الحسابات عالية لمثل الحسابات السابقة لأن نصف قطر(الحفرة) r على السطح لا يساوي إلى نصف قطر الجسم الطافي بشكل دقيق . بيد أن هذه الطريقة تسمح بالحصول على تقدير تقريبي لإمكانية سطح السائل على حمل الجسم.

يقلل الصابون ومساحيق الغسيل من قيم التوتر السطحي للماء. وهذا يسهل عملية الاستحمام والغسيل ، لأن التوتر السطحي المرتفع للماء النقي لا يسمح للماء بالتغلغل إلى الداخل ما بين ألياف القماش وإلى المسامات الصغيرة. والمواد التي تخفض من التوتر السطحي ، تدعى بالمواد الفعالة سطحياً Surface active materials (واختصاراً SAM).

مسائل

١) إذا كانت كثافة مادة ما أكبر من كثافة مادة أخرى، هل هذا يعني أن الكتلة الجزيئية للمادة الأولى أكبر من الكتلة الجزيئية للمادة الثانية؟

٢) كيف يمكنك أن تعين كثافة جسمك عندما تسبح في المسبح؟

٣) هل يمكن لكرة هوائية أن ترتفع في الجو إلى ارتفاع غير محدد؟ وضح ذلك

٤) هل يبقى قانون أرخميدس محققاً في مصعد:

أ- إذا تحرك المصعد بتسارع $g/2$؟

ب- إذا سقط بصورة حرة؟

٥) إلى أي ارتفاع تقريباً سيرتفع الزئبق في مقياس ضغط موجود في قمر صناعي يبعد عن الأرض $6400km$؟

٦) تسبح البطة على الماء لأنها تغطي ريشها بالدهون. فسر كيف أن زيادة التوتر السطحي يمكن البطة من السباحة؟

٧) أحسب كتلة الهواء في غرفة حجمها $6,8 \times 3,4 \times 2,8m^3$؟

٨) إذا كانت كتلة قارورة فارغة $31,20g$ وعندما نملأها بالماء تصبح كتلتها $98,44g$. وعندما نملأها سائل آخر تصبح كتلتها $88,78g$. أحسب الكثافة النسبية لهذا السائل؟

٩) قدر ضغط الهواء على قمة إيفرست في جبال هيمالايا ($8850m$ فوق سطح البحر)؟

١٠) ما هي القوة التي يؤثر فيها الماء على سد مستطيل ارتفاعه $75m$ وعرضه $120m$ عندما يمتلأ حوض ماء السد إلى الأعلى؟

١١) ما هو أصغر ضغط إضافي في خرطوم ماء والذي يمرر الماء من الأسفل إلى البناء كي يعطي الصنبور ماء في الطابق 12 على ارتفاع $40m$؟

١٢) عند انقباض البطين الأيسر للقلب يُدفع الدم في الجملة الدورانية للدم. لو اعتبرنا المساحة الداخلية لسطح البطين تساوي $85cm^2$، أما الضغط الأعظمي للدم فيساوي $120mmHg$، احسب القوة الكلية الجارية في عضلات البطين عندما يكون الضغط أعظمياً.

١٣) إذا كان الضغط الإضافي في كل من الدواليب الأربعة لسيارة كتلتها 1800kg يساوي $210\mathrm{kN/m^2}$. ما هي مساحة تماس كل من الدواليب الأربعة مع سطح الأرض؟

١٤) ما هو ارتفاع عامود الكحول في مقياس الضغط عند الضغط الجوي النظامي؟

١٥) إذا كان الضغط الإضافي على رافعة هيدروليكية يساوي 16atm، ما هي الكتلة العظمى للسيارة القادرة على رفعها إذا كان قطر المكبس في أسطوانة العمل يساوي 17cm؟

١٦) احسب قوة الدفع المؤثرة في الجو على خزان ماء حجمه $4700\mathrm{m^3}$؟

١٧) قطعة من الخشب كتلتها 0,40kg تطفو في الماء لكنها تغرق في الكحول $(\rho_{\text{كحول}} = 790\mathrm{kg/m^3})$ حيث تكون كتلتها في الكحول 0,020kg. أحسب كثافة هذه القطعة الخشبية؟

١٨) احسب قوة التوتر السطحي γ للسائل، إذا كانت القوة اللازمة لإزاحة الجهة المتحركة للإطار (L=0,075m)؟

١٩) بيّن أنه يوجد داخل فقاعة الصابون ضغط إضافي $\Delta P = 4\gamma/R$. حيث R− نصف قطر الفقاعة، أما γ− فهو التوتر السطحي.

الفصل الثاني

الاهتزازات

The vibrations

١-٢- مقدمة :

الحركة الدورية هي الحركة التي يعود فيها الجسم إلى مواقع محددة بعد زمن ثابت ومثال ذلك حركة الأرض حول الشمس وتعاقب الفصول خلال أزمنة محددة ، وحركة القمر حول الأرض خلال الشهر القمري . إن كثيراً من الأجسام قادرة على الاهتزاز أو التذبذب ، إن الحمل المعلق في نهاية نابض والرنانة ورقاص الساعة والبندول والمسطرة البلاستيكية والمثبتة بقوة على نهاية المنضدة وأوتار الغيتار والبيانو. إن العنكبوت تكتشف الفريسة التي تقع في شبكتها نتيجة لاهتزازاتها. يهتز الجسم الخارجي للسيارة إلى الأعلى والأسفل على نوابض عند سير السيارة في مكانٍ وعرٍ، إن البيت والجسر يهتزان عند مرور شاحنة ضخمة وكذلك عند عواصفٍ شديدةٍ.

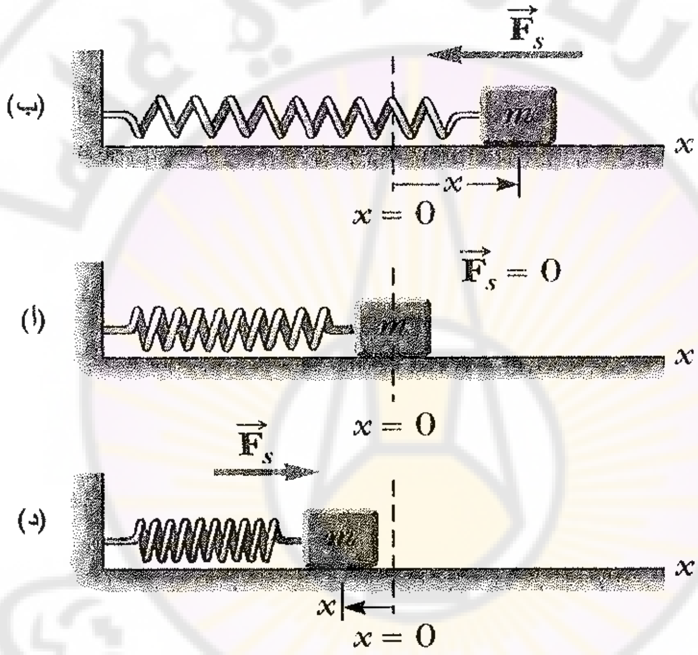
وبصورة عامة فإن الأجسام الصلبة ومرونتها هي مواد قابلة للاهتزاز (ولفترة قصيرة) وبعد ذلك كيف يؤثر عليها نبض القوة. تحدث الاهتزازات الكهربائية في الراديو وفي التلفزيون. وعلى مستوي الذرات فالذرات تهتز في جزيئاتها ، وعلى مستوي الجسم الصلب فتقوم الذرات بالاهتزاز بالنسبة لموضعها المحدد بالشبكة البلورية. إن الحركة الاهتزازية تمتلك أهمية كبيرة بما أنها منتشرة بصورة واسعة ونصادفها في كثير من أقسام الفيزياء. ويجب علينا ألا ندرسه كقسم خاص لأن ميكانيك نيوتن يصف الاهتزازات الميكانيكية بصورة تامة.

هناك حالة خاصة من الحركة الدورية تحدث للأنظمة الميكانيكية تكون فيه القوة الميكانيكية تتناسب طرداً مع موضع الجسم بالنسبة لنقطة اتزان ما ، وفي هذه الحالة تعرّف الحركة الدورية بأنها حركة توافقية بسيطة simple harmonic motion والدراسة اللاحقة ستعتبر أن الحركات الميكانيكية هي حركة دورية توافقية بسيطة.

١-٢-١- حركة جسم معلق بنابض :

عند الكلام عن اهتزاز أو تذبذب الجسم نحن نقصد تكرار حركته ذهاباً وإياباً على نفس المسار. وبكلمات أخرى تعتبر الحركة دورية. والمثال البسيط على الحركة الدورية هو اهتزاز ثقل معلق في نهاية نابض. وأشكال كثيرة أخرى للحركات تظهر سلوكاً متماثلاً مع الاهتزازات ولذلك سندرس هذا المثال بصورة مفصلة. سنعتبر أن كتلة النابض يمكن إهمالها وأن النابض يقع

بصورة مستوية كما هو موضح على الشكل (١-٢-١أ). وفي إحدى نهايتي النابض ثبت جسم كتلته m ويتحرك بصورة مستوية دون احتكاك على سطح مستوٍ. إذا اعتبرنا في البدء أن النابض ذو الطول المحدد دون أي شد أو ضغط وعند هذا الطول لا يؤثر النابض بأية قوة على الثقل ويقال عند ذلك إنّ النابض يقع في حالة توازن. وإذا حركنا الثقل إلى اليمين يتمدد النابض وإلى اليسار ينضغط النابض أي أن النابض يؤثر على الثقل بقوة تحاول إعادته إلى وضع توازنه ، وتسمى هذه القوة بقوة الإرجاع .



الشكل (١-٢-١) جسم مهتز معلق في نهاية نابض

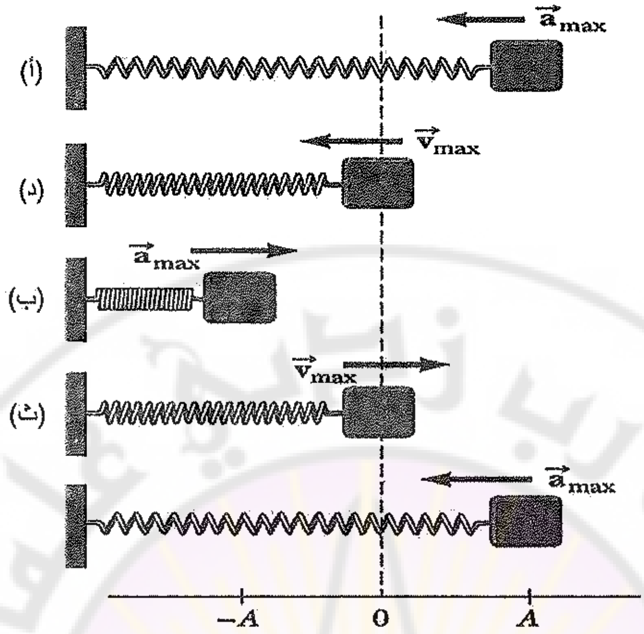
من أجل هذه الجملة تتناسب قوة الإرجاع F طرداً مع المسافة x التي ينضغطها أو يتمددها النابض الشكل (١-٢-١ب) .

$$F = -Kx \qquad (1-2-1)$$

وتدل الإشارة السالبة إلى أن قوة الإرجاع $\vec{F}$ تتجه باتجاه يعاكس التمدد (الانضغاط).

إن العلاقة (1-2-1) تبقى صحيحة حتى ينضغط النابض بحيث لفائفه تصبح متلامسة أو يتمدد النابض مسافة تزيد عن حد مرونته الشكل (١–٢–١). إن الإشارة السالبة تشير إلى أن قوة الإرجاع دائماً بعكس اتجاه الإزاحة x. فعلى الشكل (١–٢–١) لو وجهنا المحور إلى اليمين مثلاً هذا يعني أنه عند تمدد النابض ستكون x موجبة أما قوة الإرجاع F ستتجه إلى اليسار. نلاحظ أن موضع التوازن تم أختياره في النقطة $x = 0$. وعندما ينضغط النابض ستتجه القوة إلى اليمين الشكل (١–٢–١ب). إن الثابتة K في المعادلة (1-2-1) تسمى ثابتة صلابة (صلادة) النابض. ومن أجل جعل النابض يتمدد إلى مسافة x من الضروري تقديم قوة خارجية تساوي على الأقل $F = +Kx$ ، كلما كبرت قيمة K كلما كبرت القوة اللازمة لتمديد النابض نفس المسافة.

ولنتساءل الآن ماذا يحصل فيما لو تمدد النابض إلى مسافة $x = A$ كما هو مبين على الشكل (١–٢–٢أ) ومن ثم نتركه؟ إن النابض يؤثر على الثقل بقوة والتي تحاول إعادته إلى وضع توازنه وبسرعة كبيرة. تسمى هذه القوة بـ قوة الارجاع restoring force نلاحظ أنه في وضع التوازن إن القوة المؤثرة على الثقل أو الحمل تقل حتى الصفر، أما سرعته فتكون عظمى الشكل (١–٢–٢د) وعندما يغادر الثقل وضع التوازن ويتحرك إلى اليسار فإن القوة المؤثرة من النابض تبطئه وعند النقطة $x = -A$ يتوقف الثقل لحظياً الشكل (١–٢–٢ب) ومن ثم يتابع حركته وبجهة معاكسة الشكل (١–٢–٢) حتى يصل إلى النقطة $x = A$. الشكل (١–٢–٢د) وهي النقطة التي بدأ عندها الحركة . ومن ثم كل هذه العملية تتكرر.



الشكل (١-٢-٢) القوة المؤثرة على جسم مهتز وتبين سرعة الجسم في مواضع مختلفة

ومن أجل دراسة الحركة الاهتزازية من الضروري إدخال بعض المصطلحات. إن المسافة x التي يُبعد فيها الجسم عن موضع توازنه في اللحظة الزمنية t تسمى الإزاحة. إن المسافة العظمى للإزاحة عن وضع توازن الثقل تسمى السعة ويرمز لها بالرمز A. إن الحركة من أي نقطة بدائية حتى العودة إلى هذه النقطة (على سبيل المثال من النقطة $x = A$ حتى $x = -A$ وبالعكس حتى $x = A$) تسمى بالاهتزازة التامة. نعرف الدور T بالزمن الذي يتحقق خلاله اهتزازة تامة. وأخيراً التواتر f يعين بعدد الاهتزازات التامة في الثانية الواحدة. ويقدر التواتر بواحدة الهرتز HZ : دورة واحدة في الثانية $= 1HZ$. $1HZ = 1s^{-1}$.

ومن هنا نجد :

$$f = \frac{1}{T} \quad , \quad T = \frac{1}{f} \qquad (1-2-2)$$

على سبيل المثال إذا كان التواتر يساوي 5HZ هذا يعني أن دور الاهتزاز يساوي $\frac{1}{5}$ s .

إن اهتزاز نابض معلق شاقولياً لا يختلف عن النابض المهتز بشكل أفقي. ونظراً لتأثير قوة الثقل فإن طول النابض الشاقولي في وضع توازنه ستكون أكبر منه فيما لو وضع بصورة مسطحة. غير أنه إذا حسبنا الإزاحة بدأً من وضع توازنه الجديد فالعلاقة (1-2-1) لهذا النابض يمكن استخدامها من دون تغيير قيمة K (البرهان على ذلك نتركه للطالب في المسألة الآتية في نهاية هذه الفقرة).

١-٢-٢- التمثيل الرياضي للحركة التوافقية البسيطة:

Mathnatical representation of simple harmonic motion:

إن أي جملة مهتزة والتي فيها قوى الإرجاع تتناسب طرداً مع الإزاحة مأخوذ بإشارة معاكسة (على سبيل المثال $F = -Kx$ في العلاقة (1-2-1)) تنجز اهتزازات توافقية أو هرمونية.

تسمى مثل هذه الجملة عادة الاهتزازات الهرمونية التوافقية. وسنقوم باشتقاق معادلة رياضية تصف هذا النوع من الحركة معتمدين على قوانين نيوتن في الميكانيك التقليدي.

لنعَين كيف تتغير الإزاحة x تبعاً للزمن. نستخدم قانون نيوتن الثاني $\vec{F} = m\vec{a}$. وبما أن التسارع يعطى بالعلاقة:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

يمكن عندها كتابة قانون نيوتن الثاني على الشكل التالي:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -Kx \qquad (1-2-3a)$$

حيث m كتلة الجسم المهتز. ويمكن إعادة ترتيب العلاقة على الشكل :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x = 0$$

نعبر عن النسبة $\frac{K}{m}$ بـ المقدار ω^2 (نستخدم ω^2 بدلاً من ω لجمل الحل النهائي الذي سنصل إليه وذلك للسهولة) ومنه $\omega^2 = \frac{K}{m}$ والمعادلة الأخيرة يصبح لها الشكل :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \qquad (1-2-3b)$$

المعادلة (1-2-3b) هي معادلة حركة للمهتز الهرموني التوافقي، وتعين هذه المعادلة في الرياضيات معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية.

يجب علينا أن نبين ما هو التابع الزمني $x(t)$ الذي يحقق هذه المعادلة، وهذا الحل يمثل تغير موقع الجسم مع الزمن. وبحيث يكون مشتقه الثاني هو المعادلة الأصلية وهذا مبدئياً يتحقق في الدوال الجيبية. إن شكل الحل يقترح التجربة التالية :

إذا وصلنا في الثقل قلم رصاص الشكل (١-٢-٣) ووضعنا تحته طبق من الورق عند ذلك سيرسم قلم الرصاص على طبق الورق المتحرك المنحني المبين على الشكل. إن هذا المنحني هو منحني جيبي (سيكون منحني جيبي أو تجيبي وذلك حسب وضع الثقل في اللحظة الزمنية $t = 0$) مضروباً بالسعة A. يتضح من العلاقة (1-2-3a) أن المشتق الثاني بالنسبة لـ x يساوي قيمة x وبإشارة معاكسة مضروباً بمعامل K/m ، ويمتلك التابع الجيبي والتجيبي نفس هذه الخواص:

$$\frac{d^2}{dt^2}(\sin\omega t) = -\omega^2(\sin\omega t)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}(\cos\omega t) = -\omega^2(\cos\omega t)$$

حيث: ω قيمة ثابتة. على هذه الصورة إن العلاقة (1-2-3a) وَ (1-2-3b) تناسب $x = \sin\omega t$ وكذلك $x = \cos\omega t$ إذا أختير الثابت ω بصورة صحيحة. غير أنه من أجل التعميم لنحاول كتابة الحل $x(t)$ بصورة عامة :

$$x(t) = a\cos\omega t + b\sin\omega t$$

حيث a,b ثوابت اختيارية. لنشتق هذه المعادلة مرتين :

$$\frac{dx}{dt} = -a\,\omega\,\sin\omega t + b\,\omega\,\cos\omega t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -a\,\omega^2\cos\omega t - b\,\omega^2\,\sin\omega t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\,\omega^2(a\cos\omega t + b\,\sin\omega t)$$

لنعوض قيم x و $\frac{d^2x}{dt^2}$ في العلاقة (1-2-3d) فنجد :

$$-\,\omega^2(a\cos\omega t + b\sin\omega t) + \frac{K}{m}(a\cos\omega t + b\sin\omega t) = 0$$

$$(\frac{K}{m} - \omega^2)(a\cos\omega t + b\sin\omega t) = 0$$

على هذه الصورة إن الحل المفترض يصف معادلة الحركة عند أي زمن t إذا تحقق الشرط:

$$\left(\frac{K}{m} - \omega^2\right) = 0$$

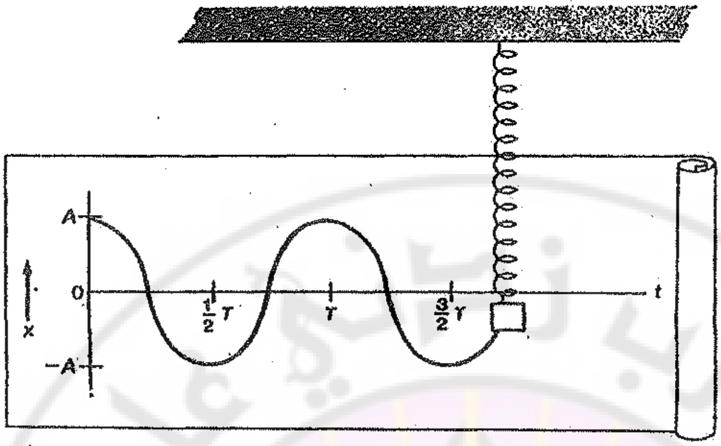
أو

$$\frac{K}{m} = \omega^2 \qquad (1-2-4)$$

على هذه الصورة يكون :

$$x = a\cos\omega t + b\,\sin\omega t \qquad (1-2-5)$$

وهي عبارة عن معادلة الحركة في تلك الحالة وفقط في تلك الحالة عندما تتحقق العلاقة (1-2-4).



الشكل (١-٢-٣) الخواص الجيبية للحركة التوافقية وهنا $x=A\cos(\frac{2\pi t}{T})$

إن العلاقة (5-2-1) هي عبارة عن الحل العام والذي يحتوي على ثابتين اختياريين a و b. إن تعيين قيمة هذين الثابتين هو جزء من الحل ويتحقق من معرفة شروط البدء للحركة. على سبيل المثال إذا وضعنا الثقل في وضع الإزاحة العظمى أي : $x = A$ وتركناه دون دفع، ستجري الحركة كتابع تجيبي. كما هو موضح على الشكل (١-٢-٣) بتبديل هذه الشروط في معادلة الحركة $a = A$ و $b = 0$ سنجد أن :

$$x = A\cos\omega t$$

إذا افترضنا أن في اللحظة الزمنية $t = 0$ أن الثقل يقع في النقطة $x = 0$ وأعطيناه دفعة أي سرعة بدائية بالاتجاه الموجب لـ x ، هذا يعني أن في العلاقة (5-2-1) يجب أن نضع $a = 0$ (حيث أن $x = 0$ عندما $t = 0$) أما b ستكون مساوية لـ A وعند ذلك العلاقة (1-2-5) تأخذ الشكل التالي :

$$x = A\sin\omega t$$

يمكن أن يكون هناك حالات أخرى عندما تكون a وَ b لا يساويان الصفر على سبيل المثال عندما $t = 0$ يسحب النابض إلى مسافة ما ومن ثم يدفع الثقل ، أي قيمة x عندما $t = 0$

أقل من A ، ولكن على أي حال الثوابت a و b يعينان معاً بثابتان معطيان على سبيل المثال في لحظة زمنية ما عُرفت السرعة والإزاحة.

إن المعادلة (1-2-5) باستخدام قوانين الرياضيات المثلثية يمكن كتابتها بالشكل التالي :

$$x = A\cos(\omega t + \Phi) \qquad (1-2-6)$$

إن العلاقتين (1-2-5) و (1-2-6) متكافئتان :

$$\cos(\omega t + \Phi) = \cos\omega t.\cos\Phi - \sin\omega t.\sin\Phi$$

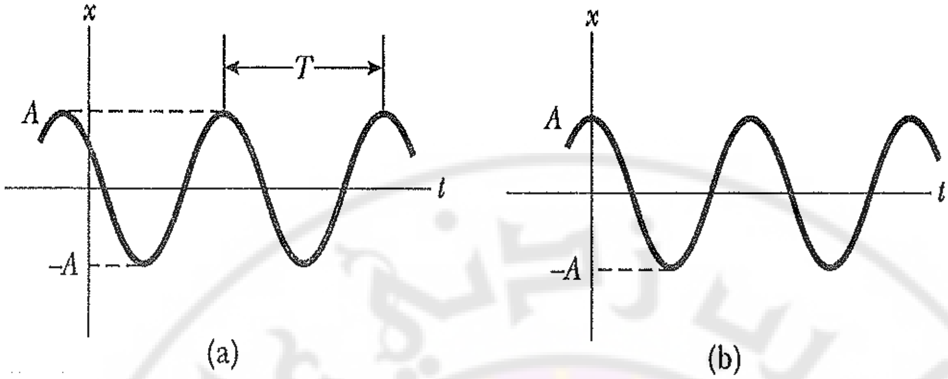
إن الثابتين A و Φ في العلاقة (1-2-5) يرتبطان بالثابتين a و b في العلاقة (1-2-6) وفق مايلي:

$$-A\sin\Phi = b \qquad , \qquad A\cos\Phi = a$$

تمتلك العلاقة (1-2-6) تفسيراً فيزيائياً أسهل من العلاقة (1-2-5). كما هو واضح على الشكل (١-٢-٤) فالقيمة A هي عبارة عن السعة (وهي القيمة التي نصل إليها في اللحظة الزمنية عندما التجيب في العلاقة (1-2-6) يأخذ قيمة عظمى أي يساوي الواحد) ويمكن إيجاد هذين التابعين أيضاً من شروط البدء. إن قيمة Φ تسمى بالطور البدائي phase constant والتي يبين التأخر أو التقدم بالوصول إلى القيمة العظمى للإزاحة A بالنسبة للزمن البدائي $t = 0$ أما المقدار $(\omega t + \Phi)$ فيسمى بطور الحركة phase of motion. وعندما $\Phi = 0$ سيكون $x = A\cos\omega t$ كما هو موضح على الشكل (١-٢-٤) أما عندما $\Phi = -\frac{\pi}{2}$ سيكون:

$$x = A\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = A\sin\omega t$$

أي أننا نمتلك تجيباً خالصاً.



الشكل (١-٢-٤). (a)-منحني الإزاحة x مع الزمن t لجسم يتحرك حركة توافقية بسيطة بسعة حركة A وزمن دوري T وثابت الطور ϕ. (b)-منحني الإزاحة x مع الزمن t في حالة خاصة عندما $x = A$ وَ $\phi = 0$.

نلاحظ أن القيمة Φ لاتؤثر على شكل المنحني $x(t)$ وتؤثر فقط على موضعه في بعض اللحظات الزمنية الإختيارية t.

تمرين:

بفرض أن التمثيل البياني لجسم يتحرك بحركة توافقية بسيطة يوضح بالشكل (١) ويحقق المعادلة (1-2-6) عين موضع النقطة A في الحالات التالية :

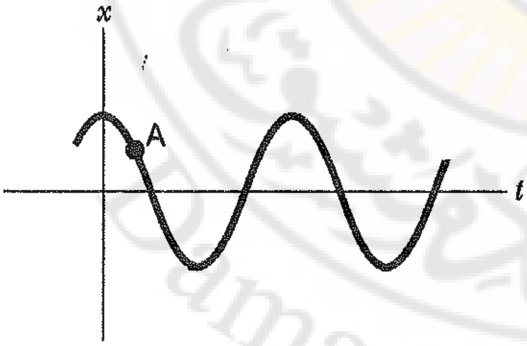
أ- الموضع والسرعة موجبان.

ب- الموضع والسرعة سالبان.

ج- الموضع موجب والسرعة سالبة.

د- الموضع سالب والسرعة معدومة.

هـ- الموضع سالب والسرعة موجبة.



الشكل (١)

على هذه الصورة تعتبر الاهتزازات التوافقية تعين كحركة ذات منحني جيبي صرف.

بما أن حركة الجسم المهتز تتكرر بدورٍ يساوي T في اللحظة الزمنية $t = T$ يجب أن يقع الجسم في نفس النقطة ويتحرك في نفس الاتجاه كما هو في اللحظة الزمنية $t = 0$. وبما أن الجيب والتجيب تابعان يتغيران بدور قدره 2π راديان فمن العلاقة (1-2-6) نجد أن:

$$\omega T = 2\pi$$

وبالتالي :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

حيث f تواتر الاهتزاز ويقاس بالهرتز HZ (تسمى القيمة ω التواتر الزاوي للاهتزاز من أجل تفريقه عن التواتر f). إن العلاقة (1-2-6) يمكن إعادة كتابتها على الشكل التالي :

$$x = A\cos(\frac{2\pi t}{T} + \Phi) \qquad (1-2-7a)$$

أو

$$x = A\cos(2\pi f t + \Phi) \qquad (1-2-7b)$$

وطبقاً للعلاقة (1-2-4) يكون :

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} \qquad (1-2-8a)$$

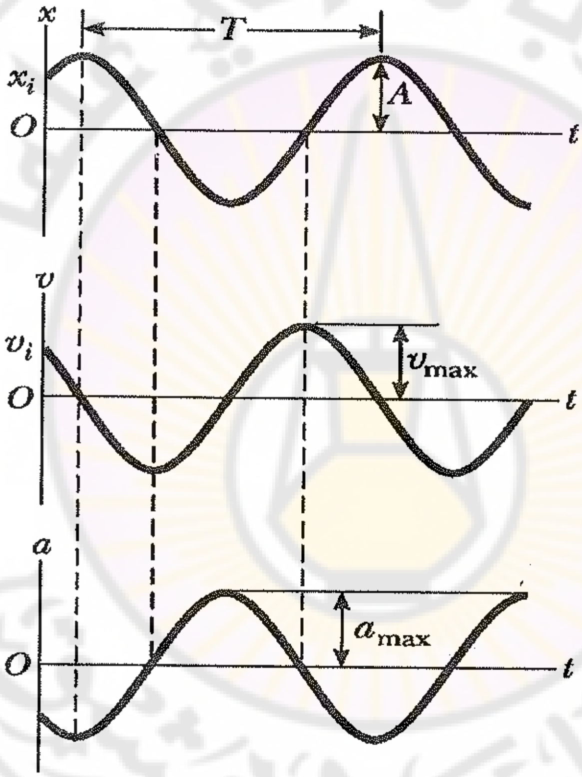
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{K}{m}} \qquad (1-2-8d)$$

نلاحظ أن التواتر ودور الاهتزاز لا يتعلقان بالسعة . إن تغيير سعة اهتزاز الثقل على النابض لا يغير تواتر اهتزاز هذه الجملة . من العلاقة (1-2-8a) ينتج أنه كلما ازدادت كتلة الجسم المهتز قلَّ التواتر، وكلما ازداد ثابت صلابة النابض ازداد التواتر .

فيزيائياً : يرتبط بالكتلة الكبيرة عطالة كبيرة وتسارع أقل ، أما النابض الصلد فيولد قوة كبيرة وتسارعاً كبيراً باشتقاق العلاقة (6-2-1) نحصل على سرعة وتسارع الكتلة المهتزة :

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \Phi) \qquad (1-2-9)$$

$$a = \frac{d^2x}{d^2t} = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \Phi) \qquad (1-2-10)$$



الشكل (١-٢-٥) يبين الإزاحة x والسرعة $\frac{dx}{dt}$ والتسارع $\frac{d^2x}{dt^2}$ للمهتز التوافقي عندما $\Phi = 0$

إن سرعة وتسارع المهتز التوافقي تتغير أيضاً بقانون جيبي. فعلى الشكل (١-٢-٥) تم إنشاء تابعية الإزاحة والسرعة وتسارع المهتز التوافقي للزمن في حالة $\Phi = 0$. نجد أن السرعة عظمى عندما :

$$v_{max} = \omega A = \sqrt{\frac{K}{m}}\ .A$$

عندما يمر الثقل في حالة التوازن في النقطة $x = 0$ ستساوي السرعة صفر في نقاط الإزاحة العظمى $x = \pm A$. وهذا يتوافق مع مناقشتنا للشكل (١-٢-٢) أما القيمة العظمى للتسارع :

$$a_{max} = \omega^2 A = \frac{K}{m}.A$$

يطابق $x = \pm A$ وعندما $x = 0$ فالتسارع يساوي الصفر. وهذا ما كان متوقعاً حيث: $ma = f = -Kx$.

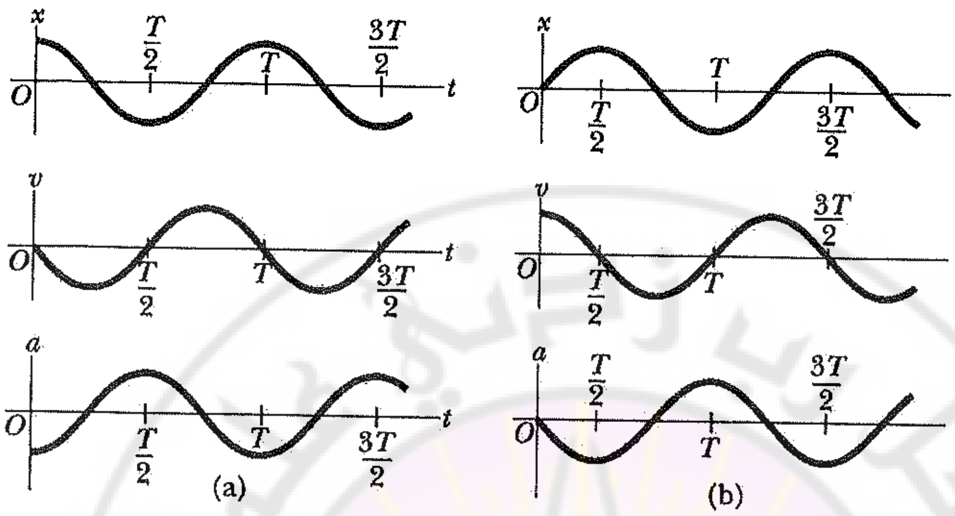
وفي الحالة العامة عندما $\Phi = 0$ ، فالثابتان A و Φ يمكن ربطهما مع القيم البدائية لكل من x و v و a بتعويض $t = 0$ في العلاقات (1-2-6) و (1-2-9) و (1-2-10) :

$$x_0 = x(0) = A\cos\Phi$$

$$v_0 = v(0) = -\omega A\sin\Phi = -v_{max}\sin\Phi$$

$$a_0 = a(0) = -\omega^2 A\cos\Phi = -a_{max}\cos\Phi$$

إن علاقة الموضع والسرعة والتسارع مع الزمن تتعين كما شاهدنا سابقاً بالشكل (١-٢-٥) وهذه القيم تتعلق بالشروط البدائية فهي تعين طوراً بدائياً مختلفاً للحركة ولشكل الحل كما يبين الشكل (١-٢-٦) من أجل شروط ابتدائية مختلفة.



الشكل (١-٢-٦) شكل الحل الجيبي عند شروط ابتدائية مختلفة

مثال (١-٢-١):

نعلق بنابض ما كتلة قدرها 0,300kg فيستطيل النابض بمقدار 0,150m. نطبق استطالة إضافية للنابض قدرها 0,100m عن وضع توازنه ويترك. أحسب:

١- ثابت صلابة النابض K. ٢- سعة الاهتزاز . ٣- سرعته العظمى v_{max}. ٤- تسارعه الأعظمي. ٥- دوره T وتواتره f. ٦- معادلة الحركة. ٧- السرعة عندما $t = 0,150s$.

الحل :

١- بما أن استطالة النابض الموافقة للكتلة 0,300kg هي 0,150m، لذا فمن العلاقة (1-2-1) نجد :

$$K = \frac{F}{x} = \frac{mg}{x} = \frac{(0,300kg)(9,80m/s^2)}{0,150m} = 19,6N/m$$

٢- بما أن النابض أستطال بمقدار $0,100m$ وترك دون إكسابه سرعة بدائية فإن $A = 0,100m$.

٣- طبقاً للعلاقة (1-2-9) نجد:

$$\nu_{max} = wA = \sqrt{\frac{K}{m}}\ .A = \sqrt{\frac{19,6N/m}{0,300kg}}(0,100m) = 0,808m/s$$

٤- بما أن $F = ma$ يكون التسارع أعظمياً في تلك النقاط التي تكون فيها القوة أعظمية أيضاً أي عندما $x = A = 0,100m$ وبالتالي :

$$a_{max} = \frac{K}{m}.A = \frac{(19,6N/m)}{(0,300kg)} = 6,53m/s^2$$

٥- حسب العلاقتين (1-2-8a) و (1-2-8b) نحسب :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 6,28\sqrt{\frac{0,300kg}{19,6N/m}} = 0,777s$$

$$f = \frac{1}{T} = 1,29HZ$$

٦- تبدأ الحركة من نقطة الإزاحة العظمى للأسفل. إذا وجهنا المحور x للأعلى يعني $x = -A$ عندما $t = 0$. وبالتالي يجب علينا اختيار تابع التجيب الذي يكون قيمته السالبة عظمى لما $t = 0$ ، إن هذا التابع هو تابع التجيب وبإشارة سالبة :

$$x = -A\cos(2\pi ft)$$

حيث أنه عندما $t = 0$ يكون : $x = -A\cos(0) = -A$

وبتبديل القيم بالأرقام نجد :

$$x = -0,100\cos(8,10t)$$

تقاس t هنا بالثواني ، أما x بالمترات . نلاحظ أنه في العلاقة (1-2-6) يكون الطور البدائي في هذه الحالة مساوياً $\Phi = \pi$ راديان أو $180°$.

٧- تحسب السرعة في أي لحظة زمنية t بالشكل التالي :

$$v = \frac{dx}{dt} = -A(-2\pi f)\sin(2\pi f t) = 0,810 \sin 8,10t$$

وعندما $t = 0,150s$ نجد أن :

$$v = 0,810\sin(1,22) = 0,761 m/s$$

في هذا القسم وجدنا حلاً تحليلياً عاماً للمعادلة التفاضلية. انظر (1-2-3b) التي تصف الاهتزازات التوافقية.

$$\frac{d^2x}{d^2t} + \frac{K}{m}x = 0$$

لا تحل جميع المعادلات التفاضلية هكذا ببساطة. غير أنه نجد الشروط البدائية المعطاة فالحل يمكن أن نحصل عليه عن طريق التكاملات العددية. حتى إنّه من أجل المعادلات البسيطة مثل (1-2-3d) فالحل العددي يعطي معلومات إضافية (انظر المسألة في نهاية هذا الفصل).

مثال (١-٢-٢):

يهتز جسم معلق بنابض حركة اهتزازية توافقية بسيطة على محور x فيتغير موضعه بالنسبة للزمن وفق المعادلة :

$$x = 6{,}00\cos(\pi t - \frac{\pi}{4})$$

حيث يقدر الزمن بالثواني والطور الابتدائي بالراديان والمطلوب :

١- أوجد سعة الحركة والتردد والزمن الدوري.

٢- أحسب السرعة والتسارع في اللحظة t.

٣- من النتائج التي حصلت عليها في الطلب الثاني عين موضع الجسم وسرعته وتسارعه عند اللحظة $t = 2s$.

٤- عين السرعة العظمى والتسارع الأعظمي.

٥- احسب إزاحة الجسم بين $t = 0$ و $2 = t$.

الحل :

١- بمقارنة معادلة المتحرك مع المعادلة العامة $x = A\cos(\omega t + \Phi)$ نجد أن :

$A = 6{,}00m$ والتردد الزاوي $\omega = \pi\ rad/sec$ ومنه فإن التردد هو :

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi}{2\pi} = 0{,}5\ HZ$$

والدور هو : $T = 1/f = 2sec$.

٢- لإيجاد السرعة v نقوم باشتقاق المعادلة بالنسبة للزمن ونحصل على المعادلة التالية :

$$v = \frac{dx}{dt} = -(6{,}00m/s)\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right).\pi$$

$$\nu = -(6{,}00\ \pi\ m/s)\sin\left(\pi t + \frac{4}{4}\right)$$

أما قيمة التسارع فهي تمثل المشتق الثاني بالنسبة للزمن فنجد :

$$a = \frac{d\nu}{dt} = -(6{,}00\ \pi\ m/s)\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right).\pi$$

$$a = -(6{,}00\ \pi^2\ m/s)\cos\left(\pi t + \frac{4}{4}\right)$$

٣- بالتعويض عن الزمن $t = 2s$ نستطيع أن نحصل على المعلومات المطلوبة لكل من الموضع والسرعة والتسارع.

$$x = (+6{,}00 m/s)\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = (6{,}00 m/s)\cos\left(\frac{9\pi}{4}\right) = 4{,}24m$$

$$\nu = (-6{,}00\ \pi\ m/s)\sin\left(\frac{9\pi}{4}\right) = -13{,}3 m/s$$

$$a = (-6{,}00\ \pi^2\ m/s^2)\cos\left(\frac{9\pi}{4}\right) = -41{,}8 m/s^2$$

٤- تكون السرعة والتسارع أعظميين عندما يكون كل من تابعي $\cos$ وَ $\sin$ يساوي الواحد أي :

السرعة عظمى عندما:

$$\nu = (\mp 6{,}00\ \pi\ m/s) = 10{,}85 m/s$$

التسارع أعظمي عندما:

$$a = (\mp 6{,}00\ \pi^2\ m/s^2) = 59{,}2 m/s^2$$

٥- موضع الجسم عندما $t = 0s$ هو:

$$x_{t=0} = (+6{,}00 m/s)\cos\left(0 + \frac{\pi}{4}\right) = 4{,}24m$$

أما عند الزمن $t = 2s$ فهو $4,24m$ نجد أن الإزاحة بين هذين الزمنين يكون :

$$\Delta x = x_{t=2} - x_{t=0} = 4,24 - 4,24 = 0$$

مثال (١-٢-٣) :

يعلق جسم كتلته $200g$ بنابض ثابت صلابته $K=5,00N/m$ يتحرك أفقياً على سطح ودون احتكاك نسحب الجسم مسافة $5,000m$ عن موضع التوازن ثم نتركه من السكون والمطلوب:

١- أوجد دور الحركة.

٢- أوجد السرعة والتسارع الأعظمين.

٣- عبر عن موضع الجسم وسرعته وتسارعه كتابع للزمن.

الحل:

١- نحسب التردد الزاوي للجسم:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{500N/m}{200x10^{-3}kg}} = 5,00\ rad/sec$$

ويكون الدور:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5,00\ rad/sec} = 1,26\ sec$$

٢- باستخدام العلاقة :

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A \sin(\omega t + \Phi)$$

وتكون السرعة عظمى عندما:

$$\sin(\omega t + \Phi) = 1$$

$$v_{max} = \omega A = (5{,}00\ rad/s)(5{,}00x10^{-2}m) = 0{,}250m/s$$

بنفس الشكل للتسارع الأعظمي نجد:

$$a_{max} = \omega^2 A = (5{,}00\ rad/s)^2(5{,}00x10^{-2}m) = 1{,}25m/s^2$$

٣- سنحسب طور الحركة بالاعتماد على شروط البدء:

$t = 0$ و $x = A$

$$x(0) = A\cos\Phi = A \quad \Rightarrow \quad \Phi = 0$$

وموضع الجسم يعطى بـ

$$x = A\cos\omega t = (0{,}05m)\cos 5{,}00t$$

$$v = -\omega A\sin\omega t = -(0{,}25m/s)\sin 5{,}00t$$

$$a = -\omega^2 A\cos\omega t = -(1{,}25m/s^2)\cos 5{,}00t$$

- أعد الطلبات السابقة من أجل نفس الجسم، ولكن عندما يسحب للموضع $x_i = 5{,}00m$ ويعطى سرعة ابتدائية $v_i = 0{,}1m/s$.

١-٢-٣- طاقة الحركة الاهتزازية التوافقية البسيطة :

Energy of the simple harmonic motion:

لنقوم الآن بحساب الطاقة الكلية لجسم كتلته m معلق بنابض مهمل الكتلة يتحرك على سطح عديم الاحتكاك. إن قوة إرجاع النابض تعطى بالعلاقة:

$$F = -Kx$$

تعطى الطاقة الكامنة كتابع للإزاحة بالشكل:

$$U = -\int f dx = \frac{1}{2} K x^2$$

حيث إننا اخترنا ثابت التكامل مساوياً للصفر من أجل الحصول على $U = 0$ عندما $x = 0$.

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} K x^2$$

حيث : v سرعة الجسم ذي الكتلة m وعند مسافة x من موضوع التوازن. في حالة الاهتزاز التوافقي لا يوجد احتكاك (يكون معدوماً) ولذلك الطاقة الميكانيكية الكلية E تبقى محافظة. وعندما يقوم الجسم بالاهتزاز تتحول الطاقة الحركية إلى طاقة كامنة وبالعكس. ففي مواضع نهايات الحركة $(x = \mp A)$ تكون السرعة مساوية للصفر $v = 0$ وتتحول الطاقة كلياً إلى طاقة كامنة :

$$E = \frac{1}{2} m (0)^2 + \frac{1}{2} K A^2 = \frac{1}{2} K A^2$$

وعلى هذه الصورة فالطاقة الميكانيكية الكلية للهزاز التوافقي تتناسب مع مربع سعة الاهتزاز. وفي وضع التوازن $(x = 0)$ تتحول كل الطاقة إلى طاقة حركية:

$$E = \frac{1}{2} m (v_0)^2 + \frac{1}{2} K (0)^2 = \frac{1}{2} m (v_{max})^2$$

حيث : v_{max} السرعة القصوى التي يصلها الجسم المهتز. أما في النقاط البينية، فتكون الطاقة الحركية والكامنة لا تساوي الصفر، وبما أن الطاقة محافظة سيكون لدينا:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}K\,x^2 = \frac{1}{2}m(v_{max})^2 = \frac{1}{2}KA^2 \qquad (1-2-11)$$

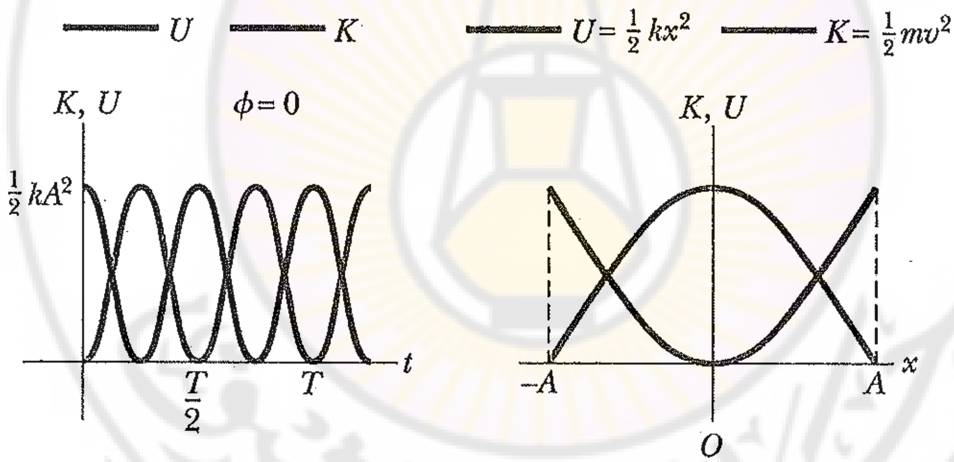
ومن هنا يمكننا الحصول على علاقة هامة بين السرعة v والإزاحة x :

$$v = \pm\sqrt{\frac{K}{m}(A^2 - x^2)} \qquad (1-2-12a)$$

وبما أن : $v_{max} = A\sqrt{K/m}$ سنحصل على :

$$v = \pm\, v_{max}\sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} \qquad (1-2-12d)$$

وجدنا من جديد أن السرعة v عظمى عندما $x = 0$ وتساوي الصفر عندما $x = \pm A$. على الشكل (١-٢-٧) وضح منحني الطاقة الكامنة : $U(x) = \frac{1}{2}Kx^2$.



الشكل (١-٢-٧) (أ)- الطاقة الحركية والطاقة الكامنة كتابع للزمن للحركة التوافقية البسيطة عند $\phi = 0$. (ب)- الطاقة الحركية والكامنة كتابع للموضع للحركة التوافقية البسيطة. وكلا الشكلين يبين انخفاض مجموع الطاقتين $U + K$

يوافق الخط الأفقي قيمة معينة للطاقة الكلية $E = \frac{1}{2}KA^2$. المسافة من هذا الخط حتى المنحني U تساوي الطاقة الحركية، أما الحركة محددة بقيمة x ومحصورة في حدود من A حتى A-. هذه النتائج تتوافق تماماً مع الحل العام لمعادلة الحركة المحصول عليها في الفقرة السابقة.

مثال (١-٢-٤) :

لنحسب من أجل هزاز توافقي من المثال (١-٢-١) مايلي :

١- الطاقة الكلية.

٢- تابعية الطاقة الكامنة والطاقة الحركية للزمن.

٣- السرعة في اللحظة الزمنية عندما يكون الثقل عند المسافة 0,050m من وضع التوازن.

٤- الطاقة الحركية والطاقة الكامنة عند إزاحة الثقل إلى مسافة تساوي نصف السعة $x = \mp A/2$.

الحل :

١- بالتعويض في المعادلة (1-2-11) قيمتي $K = 19,6N/m$ و $A = 0,100m$ نجد :

$$E = \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}(19,6N/m)(0,100m)^2 = 9,80 \times 10^{-2}\ J$$

٢- في المثال (١-٢-١) وجدنا أن :

$$x = -0,100\cos(8,10t)$$

$$v = 0,810\cos(8,10t)$$

ومنه:

$$E_P = \frac{1}{2}Kx^2 = 9,80 \times \cos^2 8,10t$$

$$E_K = \frac{1}{2} m\nu^2 = (9{,}80 \times 10^{-2}\ J)\sin^2 8{,}10t$$

٣- لنحسب بالعلاقة (12-2) فنجد :

$$\nu = \pm\, \nu_{max} \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{A^2}\right)} = 0{,}70\ m/s$$

$$E_P = \frac{1}{2} Kx^2 = 2{,}5 \times 10^{-2}\ J$$

$$E_K = E - E_P = 7{,}3 \times 10^{-2}\ J$$

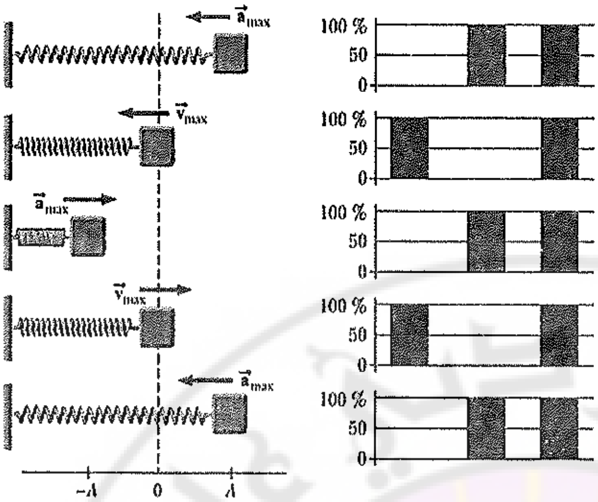
إن الطاقة تتحول باستمرار بين شكليها الكامن والحركي والشكل (١-٢-٨) يوضح تغيرات السرعة والتسارع والطاقة الحركية والكامنة لجسم معلق بنابض ولنواس بسيط يتحركان حركة توافقية بسيطة وذلك خلال دورة كاملة من حركته. إن الشكل يوضح معظم ما قمنا بشرحه سابقاً، وفي هذه الأشكال تم أخذ المعادلة الرياضية السابقة :

$$E = K + U = \frac{1}{2} m\nu^2 + \frac{1}{2} K\,x^2$$

وحيث تعطى :

$$\nu = \pm \sqrt{\frac{K}{m}(A^2 - x^2)} = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

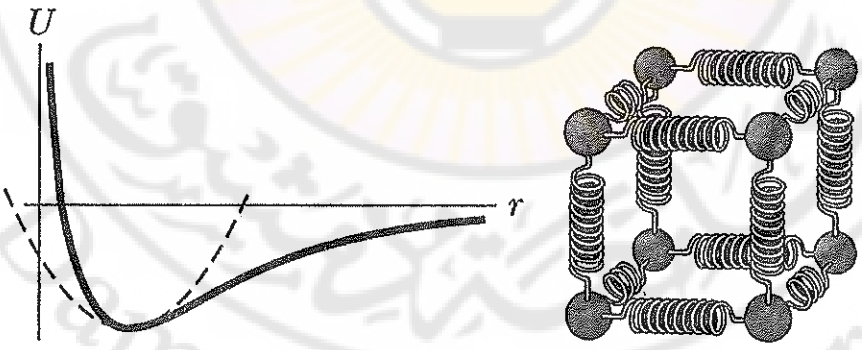
وفيها نلاحظ أن السرعة تكون عظمى عندما $x = 0$ ومعدومة عند النهايات العظمى $x = \pm A$.



t	x	v	a	K	U
0	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$\frac{T}{4}$	0	$-\omega A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
$\frac{T}{2}$	$-A$	0	$\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$\frac{3T}{4}$	0	ωA	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
T	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$

الشكل (١-٢-٨) تغيرات الحركة مع الموضع (السرعة – الزمن – التسارع – الطاقة الحركية والكامنة) كتابع للموضع لكل من جسم يتحرك وفق نابض وحركة نواس بسيط

الدراسة السابقة للحركة التوافقية البسيطة يمكن تطبيقها على العديد من النماذج العلمية التي تتحرك بحركة توافقية بسيطة كدراسة القوة التي تربط بين ذرات مركب ما. كما في الشكل (١-٢-٩) حيث أن إثارة ضوئية أو ميكانيكية لمركب تبعد الذرات عن مواضع التوازن فإن منحني الطاقة يمكن تمثيله على شكل منحني قطع ناقص ، يمكن تمثيل هذه الذرات المترابطة بنوابض صغيرة تربط بين الذرات التي تحقق انخفاض الطاقة الحركية والكامنة أثناء الحركة.



(ب) (أ)

الشكل (١-٢-٩) (أ)- شكل تمثيل الذرات المشكلة لمركب. (ب)- منحني الطاقة الكامنة لاهتزاز الذرات المرتبطة بنوابض وتابعيتها للبعد عن موضع التوازن.

مثال (١-٢-٥) :

جسم كتلته $0,5kg$ معلق بنابض $K = 20,0N/m$ يتحرك على سطح أفقي من دون احتكاك:

١- احسب الطاقة الكلية للجسم والسرعة القصوى للجسم وذلك من أجل سعة حركة $A = 3,0cm$.

٢- ماهي سرعة الجسم عندما تكون على بعد $x = 2,00cm$.

٣- احسب كلاً من الطاقة الحركية والكامنة للجسم عن الموضع السابق $x = 2,00cm$.

الحل :

١- باستخدام المعادلة نحصل على :

$$E = \frac{1}{2} K A^2 = \frac{1}{2} (20,0N/m)(3,00 \times 10^{-2}m)^2 = 9,00 \times 10^{-3}J$$

عندما يكون الجسم عند $x = 0$ فإن $U = 0$ وتكون طاقة الحركة أكبر ما يمكن :

$$E = \frac{1}{2} m v_{max}^2 = 9,00 \times 10^{-3}J$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2(9,00 \times 10^{-3}J)}{0,500kg}} = 0,190m/s$$

$$v = \pm \sqrt{\frac{K}{m}(A^2 - x^2)}$$

$$v = \pm \sqrt{\frac{\frac{20,0N}{m}}{0,500kg}((0,030)^2 - (0,020)^2)} = \pm 0,141m/s$$

الإشارة الموجبة والسالبة تدل على أن الجسم يمكن أن يتحرك لليمين أو اليسار في تلك اللحظة.

٣- باستخدام العلاقة التي حصلنا عليها في الجزء (٢) نجد أن :

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(0,500kg)(0,141m/s)^2 = 5,00 \times 10^{-3}J$$

$$U = \frac{1}{2}mx^2 = \frac{1}{2}(20,0N/m)(0,020m)^2 = 4,00 \times 10^{-3}J$$

لاحظ أن الطاقة الكلية E تساوي مجموع طاقتي الحركة K وطاقة الوضع U.

ماذا لو أن حركة الجسم في المثال بدأت عندما كان الجسم عند $x = 3,00cm$ وبسرعة ابتدائية مقدارها $v = -0,100m/s$. ماهي سعة الحركة؟ وما هي أقصى سرعة للجسم؟

لاحظ أن هذه الحالة تشبه تماماً الحالة التي ناقشناها في مثال سابق ولكننا هنا سوف نعتمد على الطاقة لإيجاد المطلوب. سنبدأ أولاً بحساب الطاقة الكلية للنظام عند الزمن $t = 0$.

$$E = \frac{1}{2}K\,v^2 + \frac{1}{2}K\,x^2$$

$$E = \frac{1}{2}(0,500kg)(-0,100m/s)^2 + \frac{1}{2}(20,0N/m)(0,30m)^2$$

$$E = 1,15 \times 10^{-2}J$$

ولإيجاد سعة الحركة نقوم بمساواة الطاقة الكلية بالطاقة الكامنة عندما يكون الجسم عند أقصى نقطة له في الحركة:

$$E = \frac{1}{2}K\,A^2$$

$$A = \sqrt{\frac{2E}{K}} = \sqrt{\frac{2(1,15 \times 10^{-2}J)}{20,0N/m}} = 0,0339m$$

ولإيجاد السرعة القصوى للجسم سنقوم بمساواة الطاقة الكلية مع الطاقة الحركية عندما يكون الجسم عند نقطة الاتزان :

$$E = \frac{1}{2} K \, v_{max}^2$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2(1,15 \times 10^{-2}J)}{0,500kg}} = 0,214m/s$$

وهذه القيمة أكبر من القيمة السابقة وهذا متوقع لأن الجسم يمتلك في هذه الحالة سرعة ابتدائية عند الزمن $t = 0$.

١-٢-٤- مقارنة الحركة التوافقية البسيطة والحركة الدائرية المنتظمة :

Comparing simple harmonic motion with uniform circular motion:

إن الكثير من الأجهزة التي نستخدمها في حياتنا العملية والتي تظهر العلاقة بين الحركة الاهتزازية والحركة الدورانية كحركة مكبس محرك السيارة الذي يتحرك للأعلى والأسفل بحركة اهتزازية تنتقل إلى حركة دورانية في عجلات السيارة ، وكمثال آخر تظهر هذه العلاقة في حركة القطارات البخارية ، ولإيجاد العلاقة بين شكلي الحركة.

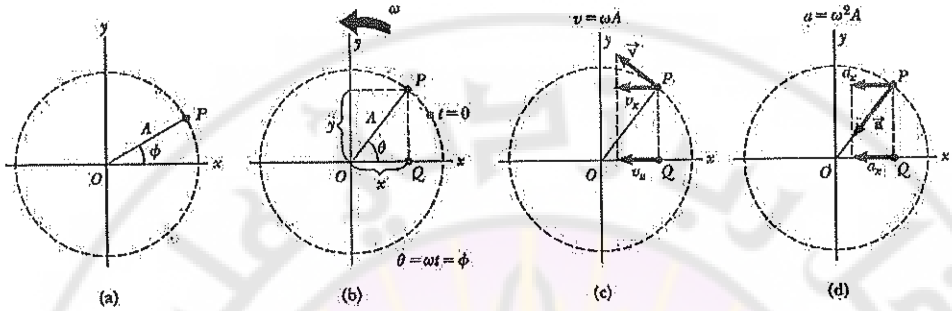
بفرض جسم كتلته m يدور على محيط دائرة نصف قطرها A وبسرعة v_m على سطح أفقي. النظر شاقولياً من الأعلى يظهر الحركة تجري بصورة دائرية. والنظر أفقياً للحركة فهو يبين أن الحركة تتم ذهاباً وإياباً ، إن ما يراه الرجل من الطرف الافقي ليس إلا مسقط الحركة الدائرية على المحور x الشكل (١-٢-١٠). ومن أجل التأكد من أن هذه الحركة تشبه الاهتزازات التوافقية نحسب مسقط السرعة v_m على المحور x والذي نرمز له على الشكل بـ v.

من تشابه المثلثات نجد :

$$\frac{v}{v_m} = \frac{\sqrt{A^2 - x^2}}{A}$$

ومن هنا نجد :

$$v = v_m \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}$$



الشكل (١-٢-١٠) يوضح العلاقة بين الحركة الدائرية للنقطة p والحركة التوافقية البسيطة للنقطة Q

الجسم في موضع ما يمكن تمثيله بالخط op والذي يعين زاوية قدرها θ بالنسبة للمحور x عند الزمن $t = 0$ والذي نعتبره الزمن المرجعي. لو افترضنا أن الجسم يتحرك على محيط دائرة بسرعة زاوية منتظمة ω عند زمن آخر $t > 0$ فإن الشعاع $\overrightarrow{op}$ سيصنع زاوية θ مع المحور x وستكون هذه الزاوية $\theta = \omega t + \Phi$ وباستمرار الحركة على محيط الدائرة فإن مسقط النقطة p على المحور x (النقطة Q) تتحرك للأمام والخلف على المحور x بين النقطتين $x = \mp A$. نلاحظ أن النقطتين p و Q لهما نفس إحداثيات x. من المثلث opQ نجد أن الأحداثي (x) هو:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \Phi)$$

وهذه المعادلة هي نفسها التي تظهر أن النقطة Q تتحرك حركة توافقية بسيطة على المحور x وعليه نستنتج أن الحركة التوافقية البسيطة على خط مستقيم ممكن أن نمثلها بمسقط نقطة تتحرك على مسار دائري بسرعة منتظمة. نفس النتيجة السابقة يمكن الوصول إليها لو اعتبرنا مسقط النقطة p على المحور y. وبهذا يمكن الاستنتاج أن الحركة الدائرية المنتظمة تعتبر حركة مركبة من حركة توافقية بسيطة على المحورين x و y وبفارق طور بينهما قدره $90°$.

يبين هذا التفسير الهندسي أن الزمن اللازم للنقطة p لتقوم بدورة كاملة على محيط الدائرة يساوي الزمن الكلي T اللازم لإنجاز حركة توافقية بسيطة بين النقطتين $x = \mp A$ كما يبين أن السرعة الزاوية ω للنقطة p هي نفسها التردد الزاوي ω للحركة التوافقية البسيطة على المحور x ولهذا السبب نستخدم نفس الرمز أيضاً. أما ثابت الطور Φ للحركة التوافقية البسيطة فيعادل الزاوية الابتدائية التي يصنعها الشعاع $\overrightarrow{op}$ مع المحور x. أما نصف قطر الدائرة فهو يمثل سعة الحركة التوافقية البسيطة A.

من الميكانيك التقليدي نعلم أن $v = r\omega$، وهذا يبين أن أي جسم يتحرك على محيط دائرة نصف قطرها A له سرعة هي ωA وبشكل متطابق مع التمثيل الهندسي حيث نلاحظ من الشكل السابق أن المركبة x للسرعة تساوي :

$$-\omega A \sin(\omega t + \Phi)$$

التي نحصل عليها من تعريف السرعة اللحظية $v = dx/dt$ والذي يعطي العلاقة السابقة، يمكن الحصول أيضاً على تسارع الحركة بالاشتقاق مرتين للموضع أي :

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \Phi)$$

مثال (١-٢-٦) :

جسم يتحرك بحركة دائرية نصف قطرها 3,00m وذلك عكس عقارب الساعة وبسرعة زاوية ثابتة 8,00 rad/s . في بدء الحركة $t = 0$ ، للجسم مركبة x تساوي 2,00m ثم يبدأ بالحركة نحو اليمين. المطلوب :

١- أوجد المركبة x كتابع للزمن.

٢- أوجد مركبة السرعة والتسارع كتابع للزمن وفي اتجاه المركبة x.

الحل :

١- لأن سعة الحركة للجسم تساوي نصف قطر الدائرة التي يتحرك عليها الجسم بسرعة $\omega = 8{,}00\ \mathrm{rad/s}$ ، نحصل على:

$$x = A\cos(\omega t + \Phi) = (3{,}00\mathrm{m})\cos(8{,}00t + \Phi)$$

يمكن أن نحسب Φ من خلال استخدام الشروط الابتدائية للحركة $x = 2{,}00\mathrm{m}$ عند الزمن $t = 0$.

$$2{,}00\mathrm{m} = (3{,}00\mathrm{m})\cos(0 + \Phi)$$

$$\Phi = \cos^{-1}\left(\frac{2{,}00m}{3{,}00m}\right)$$

$$\Phi = 48{,}2° = 0{,}841\mathrm{rad}$$

وعليه تكون :

$$x = (3{,}00\mathrm{m})\cos(8{,}00t + 0{,}841)$$

ولكن بما أن الجسم يتحرك لليمين، وهذا يعني أن ثابت الطور Φ يجب أن يكون سالباً أي $\Phi = -0{,}841\mathrm{rad}$ وبالتالي فإن الإجابة الصحيحة هي على النحو التالي :

$$x = (3{,}00\mathrm{m})\cos(8{,}00t - 0{,}841)$$

لاحظ أن الزاوية Φ يجب أن تكون بوحدة الـ rad.

٢- لإيجاد السرعة v_x :

$$v_x = \frac{dx}{dt} = (-3{,}00\mathrm{m})(8{,}00\mathrm{rad/s})\sin(8{,}00t - 0{,}841)$$

$$v_x = -(24{,}0\mathrm{m/s})\sin(8{,}00t - 0{,}841)$$

ولإيجاد التسارع :

$$a_x = \frac{dv}{dt} = (-24{,}0 m/s)(8{,}00 rad/s)\cos(8{,}00t - 0{,}841)$$

$$a_x = -(192 m/s^2)\cos(8{,}00t - 0{,}841)$$

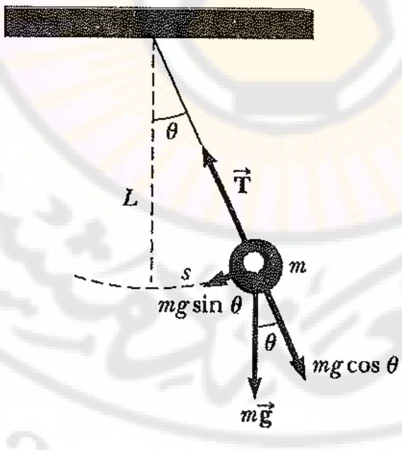
ومن هذه النتائج نستنتج أن $v_{max} = 24{,}0 m/s$ و $a_{max} = 192 m/s^2$.

١-٢-٥- البندول الرياضي (النواس البسيط) **The pendulum:**

هو إحدى الجمل الفيزيائية الميكانيكية التي تتحرك حركة دورية. ويتألف هذا النواس من جسم كتلته m معلق بخيط طوله L في أحد طرفيه والطرف الآخر مثبت. نفرض أن هذا الخيط غير قابل للامتطاط وكتلته مهملة بالنسبة لكتلة الثقل. تحدث الحركة على المستوي الأفقي تحت تأثير قوة الجاذبية. وعندما تكون زاوية الإزاحة في بدء الحركة θ صغيرة (أقل من $10°$) فإن حركة النواس هي حركة توافقية بسيطة. تتناسب قوة الارجاع منها مع الإزاحة.

لنشرح هذا :

إن ازاحة النواس x على طول القوس تساوي $x = L\theta$. حيث : θ زاوية انحراف الخيط عن الشاقول ، أما L فهي المسافة بين نقطة التعليق حتى مركز ثقل الثقل. الشكل (١-٢-١١).



الشكل (١-٢-١١) البندول الرياضي

على هذه الصورة إذا كانت قوة الارجاع متناسبة مع x أو θ هذا يعني أن الاهتزاز يكون توافقياً. وكقوة إرجاع تدخل مركبة قوة الثقل المماسة للقوس :

$$F = -mg\sin\theta$$

وكما نرى أن القوة F تتناسب مع جيب الزاوية ، وليس مع الزاوية نفسها θ فلا يعتبر الاهتزاز توافقياً. غير أنه لو كانت الزاوية θ صغيرة ، هذا يعني أن قيمة الجيب تقريباً لا تختلف عن قيمة الزاوية المقدرة بالراديان. لو نظرنا إلى نشر الجيب في سلسلة :

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \ldots\ldots\ldots$$

لو عدنا إلى الجداول المثلثية (في الجهة الوسطى) أو لو أعرنا الانتباه إلى الشكل (١-٢-١١) طول القوس ($x = L\theta$) لا يختلف إلا قليلاً عن طول الوتر ($= L\sin\theta$) والمبين على شكل خطوط متقطعة ، ومن اجل الزوايا أقل من $15°$ فإن قيمة θ و $\sin\theta$ يختلفان بأقل من 1%. وبالتالي من الزوايا الصغيرة تكون العلاقة :

$$F \approx -mg\,\theta = m.\frac{d^2x}{dt^2}$$

وهي عبارة عن تقريب جيد. وبالأخذ بالحسبان أن $x = L\theta$ يكون لدينا :

$$F \approx -\left(\frac{mg}{L}\right).x$$

على هذه الصورة ، عند انحرافات صغيرة عن الشاقول فإن حركة النواس الرياضي هي عبارة عن حركة توافقية تصفها العلاقة (1-2-1) والتي يجب تعويض فيها $K = \frac{mg}{L}$. يمكن حساب دور اهتزاز النواس الرياضي بالعلاقة (1-2-8d) والتي يجب تعويض قيمة K بـ $\frac{mg}{L}$.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{mg/L}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{L/g} \qquad \text{(النواس الرياضي عند الزوايا الصغيرة)} \qquad (1-2-13)$$

أما التردد الزاوي فهو يعطى على النحو التالي :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

تظهر العلاقة أن دور الاهتزاز لا يتعلق بكتلة النواس! وتجريبياً يمكن أن تلاحظ ذلك إذا راقبت نفس المراجيح التي يركبها الاطفال والكبار. سابقاً بيّنا أن دور الاهتزاز التوافقي لا يتعلق بالسعة. إن أول من أهتم بذلك غاليلو ، عندما راقب ثريا مهتزة في كاتدرائية بيز. وهذا الاكتشاف أدى إلى تصنيع نواس الساعات – أول جهاز دقيق لقياس الزمن وليس له مثيل لعدة مئات من السنين. ولكون اهتزاز النواس لا يعتبر توافقياً بدقة حيث إنّ دوره يتعلق بالسعة. والعلاقة العامة التي تعين دور اهتزاز النواس يمكن كتابتها على شكل سلسلة لامتناهية:

$$T = 2\pi\sqrt{L/g}\ \left(1 + \frac{1}{2^2}\sin^2\frac{\theta_m}{2} + \frac{1}{2^2}\frac{3^2}{4^2}\sin^4\frac{\theta_m}{2} + \ldots\right) \qquad (1-2-14)$$

حيث : θ_m زاوية إزاحة النواس (الكبرى).

وفي العلاقة (1-2-14) إن كل عنصر أقل من الذي قبله. لذلك يجب أن نكتفي بعدد العناصر حسب الدقة المطلوبة. فعند الزاوية $\theta_m = 15°$ تعطي العلاقة (1-2-13) خطأً أقل من $0,5\%$ وبازدياد الزاوية يزداد الخطأ بشدة.

إن صغر سعة اهتزاز النواس (الرقاص) في الساعات ونتيجة للاحتكاك ستؤثر على دقة حركتها. غير أن طاقة الزمبرك (النابض) ستعدل الفقد في الطاقة على الاحتكاك وتبقى السعة ثابتة وبفضل هذا تدور الساعة بدقة. يستخدم النواس في الجيولوجيا. فيهتم الجيولوجيون بعدم تماثل قشرة الأرض ولذلك من الضروري قياس تسارع الجاذبية الأرضية بدقة في تلك النقطة من سطح الأرض. ومن أجل ذلك يستخدم جهاز يوضع بدقة ويعتبر الجزء الأساسي منه نواساً دقيقاً. كما هو موضح في المثال التالي :

مثال (١-٢-٧) :

في مكان ما من سطح الأرض يقوم جيولوجي بقياس تسارع الجاذبية الأرضية باستخدام نواس رياضي والذي طوله 37,10cm وسعة °6,0. تبين أن تواتر اهتزازه يساوي 0,8152HZ. ما هو تسارع الجاذبية الأرضية الذي قاسه الجيولوجي؟

الحل :

في العلاقة (14-2-1) إن مجموع السلسلة بين القوسين يساوي تقريباً:

$$1+\frac{1}{4}(0{,}0523)^2+\frac{9}{64}(0{,}0523)^4+\cdots=$$

$$1+7\times10^{-4}+1\times10^{-6}+\cdots\approx1{,}0007$$

حسب الدقة المطلوبة مننا اربعة أرقام بعد الفاصلة. على هذه الصورة يعطى التواتر حسب العلاقة :

$$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{g/L}\,(\frac{1}{1{,}0007})$$

ومن هنا نجد g :

$$g=(2\pi f)^2L(1{,}0007)^2$$

$$=(6{,}283\times0{,}8152s^{-1})^2(0{,}3710m)(1{,}0014)$$

$$=9{,}795\ m/s^2$$

مثال (١-٢-٨) :

اقترح العالم Christian Huygens (١٦٢٩-١٦٩٥) وحدة للطول تعتمد على فكرة النواس البسيط وهي طول النواس الذي دوره يساوي 1s ما هو طول هذه الواحدة بالنسبة للمتر؟

الحل :

لدينا المعادلة :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(1,00s)^2(9,80m/s^2)}{4\pi^2} = 0,248m$$

أي أن المتر أقصر بقليل من طوله الحالي (ربع طوله الحالي).

- بفرض أن العالم Huygens في كوكب آخر غير الأرض عندما اقترح هذه الفكرة. احسب قيمة جاذبية هذا الكوكب.

من نفس العلاقة نجد :

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = \frac{4\pi^2(1,00m)}{(1,00)^2} = 4\pi^2 m^2/s^2 = 39,5m/s^2$$

ولا يوجد أي كوكب في مجموعتنا الشمسية يملك هذه القيمة الكبيرة لتسارع الجاذبية الأرضية.

١-٢-٦- النواس الفيزيائي Physical pendulum:

إن كتلة النواس الفيزيائي خلافاً للنواس الرياضي المثالي مركزة في ثقل صغير (نقطة مادية) في نهاية الخيط والمسماة جسم صلب حقيقي والتي تقوم بالاهتزاز تحت تأثير ثقل خاص. وكمثال على النواس الفيزيائي فعلى الشكل (١-٢-١٢) بين مضرب البيسبول والمعلق في النقطة O. إن قوة الثقل تقع في مركز كتلة الجسم والواقعة على مسافة h من محور الدوران.

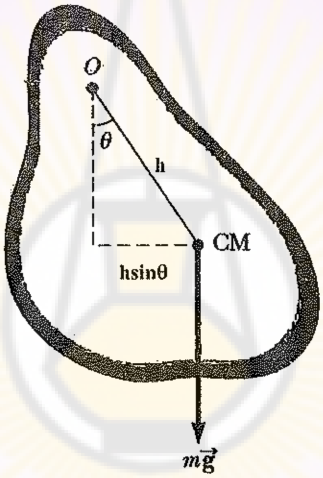
من السهل دراسة النواس البسيط باستخدام المعادلة الحركية للحركة الدورانية. إن عزم القوة المؤثرة على النواس الفيزيائي بالنسبة للنقطة O تعطى بالعلاقة :

$$\tau = -mgh\sin\theta$$

الإشارة السالبة تبين أن العزم يحاول إعادة الجسم إلى موضع توازنه. وحسب قانون نيوتن الثاني من أجل الحركة الدورانية (العلاقة (2-12)) يكون :

$$\sum \tau = I\alpha = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

حيث I عزم عطالة الجسم أما $\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ فهو السرعة الزاوية.



الشكل (١-٢-١٢) النواس الفيزيائي والمعلق في نقطة التعليق O

على هذه الصورة يمكن كتابة العلاقة التالية :

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgh\sin\theta$$

أو

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgh}{I}\sin\theta = 0$$

حيث عزم العطالة I يحسب بالنسبة للمحور المار من النقطة O. وبما أنه عند الزوايا الصغيرة للإزاحة يكون $\sin\theta \approx \theta$ ، يمكن إعادة كتابة العلاقة الأخيرة على الشكل :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\frac{mgh}{I}\right)\theta = 0$$

وهذه المعادلة تذكرنا بالمعادلة (1-2-3d) للاهتزازات التوافقية ولكن هنا لدينا θ مكان x و $\frac{mgh}{I}$ مكان $\frac{K}{m}$. على هذه الصورة وعند زوايا صغيرة للإزاحة فإن النواس الفيزيائي يقوم باهتزازات توافقية حسب القانون :

$$\theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \Phi\right)$$

حيث θ_m الإزاحة الزاوية العظمى عن الشاقول. إن دور اهتزاز النواس الفيزيائي (انظر الشكل (١-٢-١١)) يكتب على الشكل :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} \qquad \text{(عند إزاحة زاوية صغيرة)} \qquad (1-2-15)$$

وعند إزاحة زاوية كبيرة يجب إدخال تصحيح في العلاقة (1-2-15) مثلما أدخلنا في حالة النواس الرياضي (السلسلة ضمن قوسين في المعادلة (1-2-14)). نلاحظ أن الحركة الدورانية ستوافق اهتزازات توافقية ، إذا كان عزم القوة متناسباً مع زاوية الإزاحة وبإشارة معاكسة كمايلي :

$$\tau = -K\theta$$

حيث K ثابت متعلق بثوابت الجملة.

مثال (١-٢-٩) :

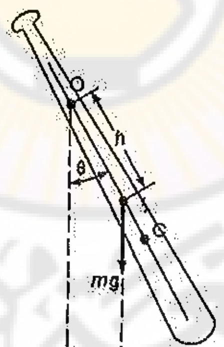
إن الطريقة السهلة والمريحة لقياس عزم عطالة الجسم بالنسبة لأي محور تتم عن طريق قياس دور اهتزاز هذا الجسم بالنسبة لهذا المحور. لنفرض أن مركز كتلة عصا غير متماثلة الأبعاد وكتلتها 1,6kg يقع على مسافة قدرها 42cm من إحدى نهايتيها. لو جعلنا هذه العصا تهتز حول محور يمر من هذه النهاية هذا يعني أن تواتر الاهتزاز الحر لهذه العصا سيساوي 2,5HZ. ماهو عزم عطالة هذه العصا بالنسبة لهذه النهاية؟

الحل :

نحسب عزم العطالة بالعلاقة (1-2-15) بعد التعويض فيها بـ $T = 1/f = 0{,}40s$ و $h = 0{,}42m$:

$$I = mgh\frac{T^2}{4\pi^2} = 0{,}27\ \mathrm{kg.m^2}$$

إن عزم عطالة قضيب متماثل ذي طول L بالنسبة للمحور المار من إحدى نهايتيه الشكل (١-٢-١٣) يساوي $\overline{L} = (1/3)\,ML^2$. وحسب ذلك هل سيكون طول القضيب غير المتماثل أكبر من 84cm أو أقل؟



الشكل (١-٢-١٣)

مثال (١-٢-١٠) :

قضيب رفيع ومستقيم طوله $L = 1,00m$ وكتلته $m = 160g$ يعلق من نهايته على محور دوران.

١- ما هو دور اهتزازه الصغير ؟

٢- ماهو طول النواس الرياضي الذي له نفس هذا الدور؟

الحل :

١- إن عزم عطالة قضيب رفيع بالنسبة لمحور دورانه يمر من إحدى نهايتيه كما في الشكل (١-٢-١٢) يساوي $I = (1/3)\ mL^2$.

وبالأخذ بعين الاعتبار أن مركز كتلة القضيب يقع في منتصفه هذا يعني أن $h = L/2$.

فيكون دور اهتزازه مساوٍ:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}} = 6,28\sqrt{\frac{2(1,00m)}{3(9,8m/s^2)}} = 1,64\ s$$

٢- إن طول النواس الرياضي الذي يمتلك نفس دور الاهتزاز يساوي :

$$L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{gI}{mgh} = \frac{I}{mh}$$

ويكون هذا الطول من أجل قضيب متماثل مثبت من إحدى نهايتيه يساوي $L = (2/3)l$ وفي حالتنا هذه يكون $L = 0,67m$.

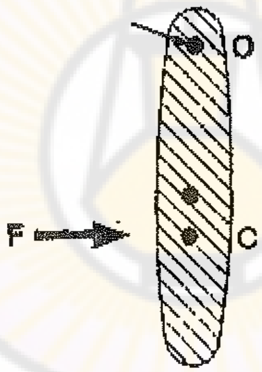
إن النقطة من النواس الفيزيائي التي تقع عند مسافة $L = I/mh$ من نقطة التعليق O حتى الخط الذي يعبر من مركز الكتلة تسمى بمركز الاهتزاز (وهي النقطة C على الشكل (١-٢-١٣)).

إن مركز اهتزاز قضيب متجانس طوله l تقع على المسافة $L = (2/3)l$ بدء من محور الدوران. كما رأينا في المثال الأخير. إن دور اهتزاز النواس الرياضي ذي الطول $L=I/mh$ يماثل دور اهتزاز النواس الفيزيائي. وبكلمات أخرى نقول إن النواس الفيزيائي يهتز بنفس الدور كما لو أن كتلة مركزه مجمعة في مركز كتلته.

إن مركز الاهتزاز يمتلك خاصتان هامتان اضافيتان :

١) إذا كانت C هي مركز الاهتزاز بالنسبة لمحور الدوران O فإن O تعتبر مركزاً للدوران بالنسبة للمحور المار من C، إضافة إلى ذلك فإنّ دور الاهتزاز في كلتا الحالتين متساوي.

٢) إذا قمنا بضرب الجسم المعلق في مستوي الاهتزاز وبصورة مستوية في نقطة الاهتزاز الشكل (١-٢-١٣) عند ذلك في نقطة التعليق لا يوجد أي قوة رد فعل. إن المثال الهام على هذه الخاصة (الثانية) يمكن اقتباسه من لعبة البيسبول.



الشكل (١-٢-١٤) الجسم المعلق في النقطة O والذي يؤثر عليه قوة ضعيفة F والمتجهة بصورة أفقية والمؤثرة على مركز الاهتزاز

لو ضربنا بالمضرب على الطابة سيشعر اللاعب بحرق على أصابعه إذا لم تصب الضربة مركز الاهتزاز. ويسمى مركز الاهتزاز أيضاً بمركز الضرب. وفي المسائل الواردة في نهاية هذه الفقرة نطلب من القارئ إيجاد كلتا هاتين الحالتين. نلاحظ أن مركز الاهتزاز يتعلق بمكان نقطة التعليق. ومن الهام ذكره أنه عند المشي تتحرك الرجل أيضاً كنواس فيزيائي عند كل خطوة،

وتدرس الرجل كنواس ينجز نصف دور من الاهتزاز. عند المشي ننقل الأرجل بصورة موافقة لتواتر اهتزازهما الخاص ، ومن أجل تسريع أو تبطيء المشي أو البدء بالركض من الضروري تطبيق قوة إضافية من جانب العضلات. غير أنه بنفس الوقت يمكن العبور لمسافة كبيرة (وبتعب أقل) إذا تحركنا بخطوات كبيرة مع الحفاظ على نفس تواتر الاهتزاز الخاص (حيث إنّ دور الاهتزاز لا يتعلق تقريباً بالسعة).

١-٢-٧- نواس الفتل Torsional pendulum:

وهو جسم صلب معلق بسلك مثبت من الأعلى بنقطة ثابتة. عند تدوير الجسم بزاوية θ حول محور السلك الشاقولي فإن هذا السلك سيطبق على الجسم قوة ارجاع تتناسب طردياً مع زاوية الفتل θ ويكون العزم الدوراني τ هو :

$$\tau = -K\theta$$

حيث K هو ثابت فتل السلك torsion constant وهو يتعلق بنوع مادة السلك. وبتطبيق قانون نيوتن الثاني للحركة الدورانية نحصل على :

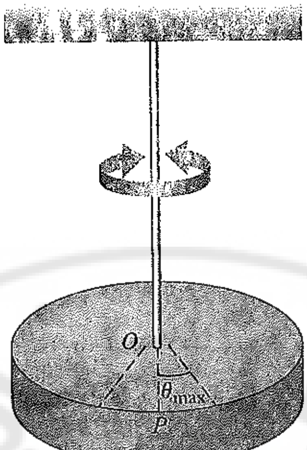
$$\tau = -K\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{-K}{I}\,\theta \qquad (1-2-16)$$

ومرة أخرى فإن هذه المعادلة تمثل معادلة الحركة التوافقية البسيطة لنواس الفتل الذي يهتز بتواتر زاوي $\omega = \sqrt{K/I}$ وبدور حركة قدره :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{K}}$$

وفي هذه الحالة لا يوجد أي قيمة لزاوية الفتل طالما أن السلك لم يفقد خواصه الفيزيائية كحد الليونة elastic limit المسموح به.



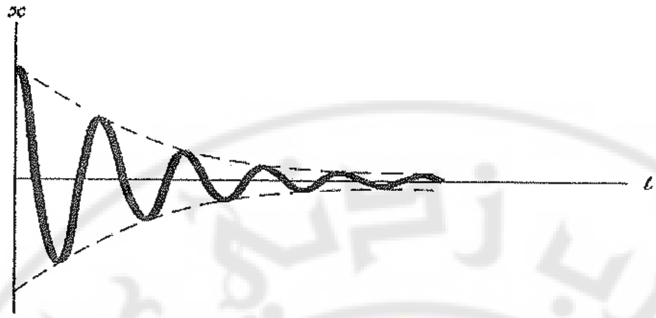
الشكل (١-٢-١٥) نواس الفتل

١-٢-٨- الاهتزازات التوافقية المتخامدة (Damped oscillation):

إن الدراسة التي ناقشناها سابقاً تمثل الحالة المثالية لنظام فيزيائي يستمر في الاهتزاز إلى ما لانهاية تحت تأثير قوة واحدة هي قوة إرجاع النابض أو قوة الجاذبية ولكن في الأنظمة الحقيقية فإن قوى غير محافظة كقوة الاحتكاك تكون مؤثرة في الحركة الاهتزازية وتؤدي لتناقص سعة الحركة وتخامدها بمرور الزمن أي تناقص الطاقة الميكانيكية للجملة ونقول عن هذه الحركة بأنها متخامدة (Damped).

في الشروط الحقيقية فإن سعة اهتزاز النواس أو النابض ستتناقص بالتدريج حتى يتوقف الاهتزاز نهائياً. ففي الشكل (١-٢-١٦) يبين كيفية تخامد سعة الاهتزاز مع الزمن. مثل هذه الاهتزازات تسمى الاهتزازات التوافقية المتخامدة. إن سبب تخامد الاهتزازت يعود إلى مقاومة الهواء والاحتكاك داخل الجملة المهتزة. إن طاقة الاهتزاز تتحول بالتدريج إلى حرارة وتقل سعة الاهتزاز. إن أنواع الحركة المتخامدة كثيرة جداً نذكر منها حركة سقوط جسم في سائل حيث تتولد في السائل قوة معاكسة تعمل على تقليل سرعة الجسم ، ومن الأمثلة أيضاً حركة نواس بسيط بوجود قوى احتكاك وذلك من أجل سعات اهتزاز صغيرة ، حركة نواس فيزيائي (نواس مركب) في حال وجود قوى احتكاك عند الاهتزاز بزوايا صغيرة وأخيراً حالة دارة كهربائية مكونة من مكثف وملف وبوجود قوى مقاومة أومية في الدارة. ولكن إذا كانت الجمل المهتزة الحقيقية

دائماً متخامدة ، هل هناك تفسير للكلام عن الجمل المهتزة التوافقية غير المتخامدة؟ حيث إن تحليل الجمل غير المتخامدة من الناحية الرياضية أسهل بكثير.



الشكل (١-٢-١٦) الاهتزازات التوافقية المتخامدة

يؤدي التخامد إلى تغيير تواتر الاهتزاز، ويكون هذا التأثير غير كبير إذا كان التخامد قليلاً. ولندرس هذا بالتفصيل. إن القوة المؤدية للتخامد تتعلق بسرعة الحركة الاهتزازية وهي معاكسة للحركة وفي كثير من الحالات يمكن اعتبارها متناسبة طرداً مع السرعة:

$$F_{\text{تخامد}} = -b\upsilon_x$$

حيث : b ثابت يسمى معامل التخامد damping cofficient. وفي حالة اهتزاز الثقل في نهاية النابض فإن قوة الارجاع من قبل النابض تساوي : $F_x = -Kx$ وحسب القانون الثاني لنيوتن : $F = ma$ يمكن أن نكتب :

$$\sum F_x = ma_x = -Kx - b\upsilon_x$$

لننقل جميع العناصر إلى الطرف اليساري ونعوض بـ $\upsilon_x = dx/dt$ و $a_x = d^2x/dt^2$ لنحصل على معادلة الحركة التالية، وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + Kx = 0 \qquad (1-2-17)$$

بفرض أن $\gamma = b/2m$ و $\omega = k/m$. حل المعادلة يتطلب مهارات مهنية من الرياضيات قد تكون جديدة على الطالب في هذه المرحلة. يتم حل هذه المعادلة التفاضلية بإثبات وتحقيق وجود حلين خاصين يحققان المعادلة السابقة في حين يشكل الترتيب الخطي لهذين الحلين الخاصين

الحل العام للمعادلة التفاضلية. أي بفرض x_1 و x_2 حلين خاصين مختلفين للمعادلة فإن الحل العام :

$$x = c_1x_1 + c_2x_2$$

حيث c_1 و c_2 هما ثابتان يرتبطان بالشروط البدائية للظاهرة.

إن المعادلة السابقة تقبل حلولاً خاصة من الشكل $x = e^{rt}$ حيث r ثابت يتعلق بالمتغيرات الفيزيائية للحركة السابقة γ و ω أي أنه يتعلق بثوابت الظاهرة المدروسة.

وللتأكد من صحة الحل السابق نشتق الحل الخاص، ونعوض في معادلة الظاهرة :

$$x = e^{rt}$$

$$\frac{dx}{dt} = re^{rt} \qquad , \qquad \frac{d^2x}{dt^2} = r^2e^{rt}$$

بالتبديل في المعادلة نجد :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega^2x = 0 \quad \dots\dots\dots (1-2-18)$$

$$r^2e^{rt}\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma re^{rt}\frac{dx}{dt} + \omega^2e^{rt} = 0$$

$$e^{rt}(r^2 + 2\gamma r + \omega^2) = 0$$

والمعادلة الأخيرة نفرض أن الجداء معدوم. الحد الأول $e^{rt} \neq 0$ وهو شرط وجود الحركة وبالتالي فإن الحد الآخر هو الحد الذي يحدد شروط الحركة وظروفها بحسب الحلول الرياضية المقبولة فيزيائياً للحركة.

أي : $r^2 + 2\gamma r + \omega^2 = 0$ وهي معادلة من الدرجة الثانية يمكن أن يكون لها حلان أو حل مضاعف أو حل عقدي وهذا ما تحدّده قيمة المقدار $\Delta = 4(\gamma^2 - \omega^2)$ ومنه نحصل على:

$$\Delta > 0 \quad \Leftarrow \quad r_1 = -\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega^2} \quad \text{و} \quad r_2 = -\gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega^2}$$

حلان للمعادلة.

$$\Delta = 0 \quad \Leftarrow \quad r_{1,2} = e^{-\gamma t} \quad \Rightarrow \quad \gamma = \omega \quad \Leftrightarrow \quad r_1 = r_2$$

$\Delta < 0 \quad \Leftarrow$ الحل عقدي وسنوجد صيغة الحل لاحقاً.

ولنناقش الحالات الثلاث تفصيلياً:

١- من أجل قيم المميز الموجبة :

$\Delta > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{b}{2m} = \gamma > \omega$ وفي هذه الحالة لدينا :

$$r_1 = -\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega^2}$$

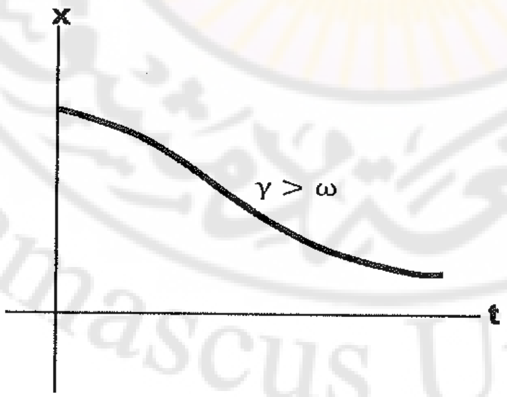
$$r_2 = -\gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega^2}$$

والحلول الخاصة المختلفة ستكون : $x_2 = e^{r_2 t}$ و $x_1 = e^{r_1 t}$

أما الحل العام فهو من الشكل:

$$x = c_1 e^{-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega^2}} + c_2 e^{-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega^2}}$$

وهذه الحالة تمثل مجموع تابعين أسيين متناقصين وهو تابع أسي متناقص من طرف واحد بالنسبة للحركة فالجسم يتخامد بسرعة وقبل وصوله إلى موضع التوازن ويمثله التابع :



الشكل (١-٢-١٧) يمثل حل المعادلة التفاضلية من أجل $\Delta > 0$ وهو تابع متناقص أسياً

تسمى هذه الحالة بـ حالة فوق التخامد over damped وفي هذه الحالة تؤول طاقة المهتز للصغر وتناقص الطاقة الميكانيكية يتحول إلى طاقة داخلية للجسم والوسط المحيط بالمهتز.

٢- إذا كان المميز معدوم أي : $\Delta = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \gamma = \omega$

وفي هذه الحالة كما ذكرنا سابقاً يكون للمعادلة جذر مضاعف حقيقي :

$$r_1 = r_2 = -\gamma < 0$$

والحلان السابقان سيمثلان حلاً خاصاً واحداً : $x_1 = x_2 = e^{-\gamma t}$

وعندها سنحتاج إلى حل خاص آخر ليمثل مع الحل السابق حلاً عاماً للمعادلة. يبرهن أن المعادلة السابقة تقبل حلاً عاماً من الشكل :

$$x = u(t)e^{rt} \qquad (1-2-19)$$

حيث r هو الثابت المتعلق بـ γ و ω و $u(t)$ هو تابع متعلق بالزمن ومستمر وقابل للاشتقاق وللتأكد من أن هذا الحل هو حل للمعادلة نشتق هذا الحل ونعوض في المعادلة وذلك من أجل إيجاد شكل هذا التابع العام $u(t)$.

$$\frac{dx}{dt} = u'(t)e^{rt} + u(t)re^{rt} \qquad (1-2-20)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = u''(t)e^{rt} + 2u'(t)re^{rt} + u(t)r^2e^{rt} \qquad (1-2-21)$$

بالتعويض في المعادلة $(1-2-18)$ نجد:

$$u''(t)e^{rt} + 2u'(t)re^{rt} + u(t)r^2e^{rt} + 2\gamma[u'(t)e^{rt} + u(t)re^{rt}]$$
$$+\omega^2u(t)e^{rt} = 0 \qquad (1-2-22)$$

$$e^{rt}\{u''(t) + u'(t)[2r + 2\gamma] + u(t)[r^2 + 2r\gamma + \omega^2]\} = 0$$

المعادلة الأخيرة تبين شرط تحقق أن مجموع المقادير معدوم أي :

$$u'(t) \neq 0 \quad , \quad u(t) \neq 0$$

من شروط اختيار التابع $u(t)$ بأنه مستمر وقابل للاشتقاق.

$e^{rt} \neq 0$ وهو شرط الحل الأساسي وبالتالي حتى تتحقق المعادلة يجب أن يكون :

$r^2 + 2r\gamma + \omega^2 = 0$ وهو شرط الحل $\Delta = 0$.

$2r + 2\gamma = 0$ وهذا محقق $\Delta = 0 \Leftrightarrow \gamma = \omega$.

$u''(t) = 0$ ومنه نكامل هذا المقدار لإيجاد قيم التابع $u(t)$.

$$u'(t) = c_1 \quad \Rightarrow \quad u(t) = c_1 t + c_2$$

حيث c_2 , c_1 ثوابت تتعلق بشروط البدء.

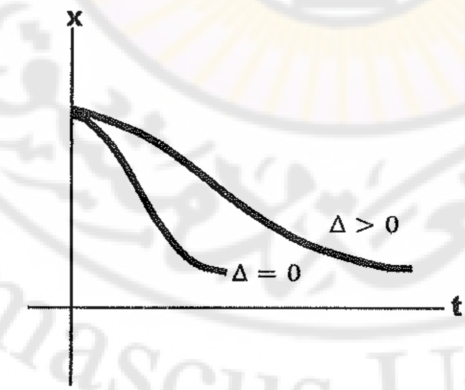
وبالتالي يكون الحل العام هو :

$$x = (c_1 t + c_2)e^{-rt} = (c_1 t + c_2)e^{-\gamma t}$$

هذا الحل يظهر أن التابع متناقص أسياً وأيضاً من طرف واحد من دون أن يختار موضع التوازن ولكن بشكل أسرع من الحالة السابقة $(\Delta > 0)$ وذلك لأن المقدار :

$$e^{-\gamma} < e^{[-\gamma+\sqrt{\gamma^2-\omega^2}]t}$$

وهو ما يظهره الشكل (١-٢-١٨)



الشكل (١-٢-١٨) مقارنة بين الحلين $\Delta > 0$ و $\Delta = 0$ وهما تابعين متناقصين أسياً وهو ينتهي للصفر بسرعة أكبر من أجل $\Delta = 0$

تسمى الحالة $\Delta = 0$ حالة التخامد الحرج Critically damped.

وهذه الحالة فيزيائياً تماثل الحالة السابقة $(\Delta > 0)$ من حيث الطاقة وتحولها إلى طاقة داخلية للمهتز والوسط المحيط.

٣- الحالة الأخيرة $\Delta < 0$ وفي هذه الحالة تكون جذور المعادلة المميزة عقدية مثلثية لها الشكل:

$$r_1 = -\gamma + i\sqrt{\omega^2 - \gamma^2} < 0$$

$$r_2 = -\gamma - i\sqrt{\omega^2 - \gamma^2} < 0$$

حيث : $i = \sqrt{-1}$. والحلول الخاصة في هذه الحالة هي :

$$x_1 = e^{r_1 t}$$

$$x_2 = e^{r_2 t}$$

في حين أن الحل العام هو :

$$x = c_1 x_1 + c_2 x_2$$

$$x = c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t}$$

$$x = c_1 e^{\left(-\gamma + i\sqrt{\omega^2-\gamma^2}\right)t} + c_2 e^{\left(-\gamma - i\sqrt{\omega^2-\gamma^2}\right)t}$$

نعرف المقدار : $\omega_d = \sqrt{\omega^2 - \gamma^2}$ بـ تواتر الحركة الاهتزازية المتخامدة، وعندها تصبح المعادلة بالشكل :

$$x = e^{-\gamma t}\left(c_1 e^{+i\omega_d t} + c_2 e^{-i\omega_d t}\right)$$

وباستخدام علاقات أويلر (Euler) :

$$e^{\pm i\theta} = \cos(\theta) \pm i\sin(\theta) \qquad (1-2-23)$$

تصبح معادلة الحل العام بالشكل :

$$x = e^{-\gamma t}[(c_1 + c_2)\cos(\omega_d t) + i(c_1 - c_2)\sin(\omega_d t)]$$

$$x = e^{-\gamma t}[k_1\cos(\omega_d t) + ik_2\sin(\omega_d t)]$$

حيث :

$$c_1 = 1/2(k_1 + ik_2) \quad \text{و} \quad c_2 = 1/2(k_1 - ik_2)$$

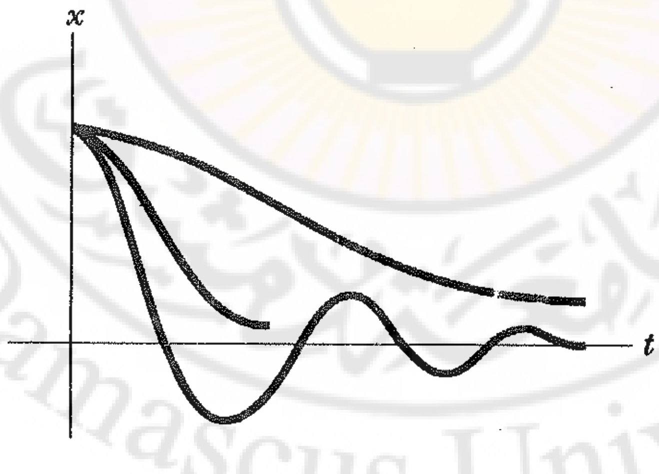
وهذه الثوابت c_1 و c_2 و k_1 و k_2 تتعلق بالشروط البدائية للظاهرة ويصبح الحل بالاستفادة من علم المثلثات :

$$x = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega_d t + \varphi)$$

أو

$$x = Ae^{-\gamma t}\sin(\omega_d t + \varphi)$$

حيث A و φ ثوابت تتعلق أيضاً بشروط البدء. أما المعادلة الأخيرة فهي تمثل الحل العام والذي يمثل بالمنحني المعين بالشكل (١-٢-١٩) والذي يبين الطبيعة الاهتزازية المتخامدة من الطرفين للحركة والتي يبينها جزئي الحل العام السابق.

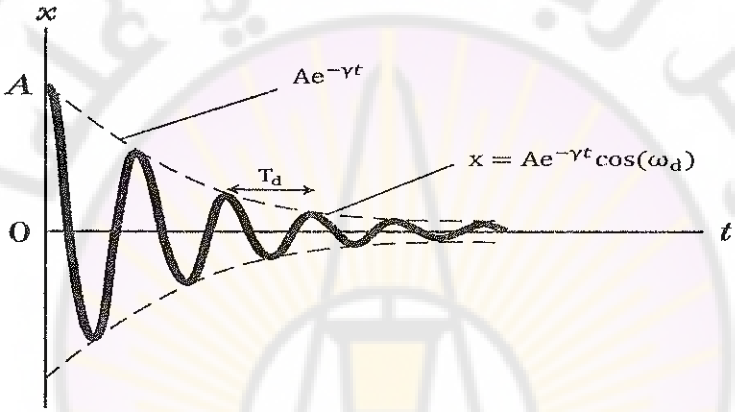


الشكل (١-٢-١٩) يمثل الحلول الثلاث للمعادلة الاهتزازية التفاضلية حتى الدرجة الثانية وهو يبين الحل المتخامد المهتز العقدي من أجل $\Delta < 0$

هذه الحالة تسمى حالة تحت حد الاخماد Under damped.

يكون تواتر حركة الجسم في هذه الحالة مختلفاً عن الحالتين السابقتين ، ففي هذه الحالة سيكون دور الحركة $T_d = {}^{2\pi}/_{\omega_d}$ أكبر أي أن الحركة تتم بتواتر زاوي ω_d أصغر من $\omega = \sqrt{{}^{k}/_{m}}$ لأن $\omega_d < \omega^2 - \gamma^2$.

نسمي T_d نسبة الدور وهو أكبر من $T = {}^{2\pi}/_{\omega}$، وبالتالي فالحركة أبطأ فيزيائياً في حالة وجود قوى احتكاك ضمن وسط الاهتزاز.



الشكل (١-٢-٢٠) يمثل حل المعادلة من أجل $\Delta < 0$ ويبين نسبة الدور ومغلف الحركة المتناقص أسياً (الخط المتقطع) وتناقص وسعة الحركة الأساسية

سؤال للتفكير ؟؟؟

يتكون نظام تعليق السيارة من هزازات لامتصاص الصدمات كما في الشكل (١-٢-٢٠) فإذا كنت مهندس ميكانيك فهل تصمم نظام التعليق بحيث يحقق تخامداً حرجاً أو فوق الحرج أو تحت الحرج، ناقش الحالات.

يمكن كتابة عبارة الطاقة الكلية في حالة التخامد تحت الحرج $(\Delta < 0)$ وذلك من الصيغة التالية:

$$E_t = E_c + E_p$$

$$E_t = \frac{1}{2}m\nu^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

E_c الطاقة الحركية و E_p الطاقة الكامنة.

وحيث أن: $\nu = dx/dt$ و $m = k/\omega^2$ و $x = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega_d t + \varphi)$

$$\nu = \frac{dx}{dt} = A\gamma e^{-\gamma t}\cos(\omega_d t + \varphi) - A\omega_d e^{-\gamma t}\sin(\omega_d t + \varphi)$$

بالتعويض نجد :

$$E_t = \frac{1}{2}\frac{k}{\omega^2}\nu^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$E_t = \frac{1}{2}k(\frac{1}{\omega^2}\nu^2 + x^2) \neq cte$$

وذلك لأن :

$$\gamma \ll \omega \Rightarrow \omega_d \approx \omega$$

$$\frac{\gamma^2}{\omega^2} \ll 0$$

$$E_t = \frac{1}{2}kA^2e^{-2\gamma t}[1 - \frac{\gamma}{\omega}\sin(2(\omega_d t + \varphi))]$$

وباستخدام العلاقة :

$$\int_0^T \sin(\,) = a\sin\left(2(\omega_d t + \varphi)\right) = 2\sin(\omega_d t + \varphi)\cos(\omega_d t + \varphi)$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2e^{-2\gamma t}$$

أي أن الطاقة متناقصة أسياً.

نعرف معامل الجودة للظواهر الاهتزازية المتخامدة بـ المقدار : $Q = \omega/2\gamma$.

حيث تأخذ γ القيم بين $0 , \omega$ و Q بالتالي تقع ضمن المجال $[1/2 \,,\, \infty]$.

نعرف أيضاً التناقص اللوغاريتمي للحركة الاهتزازية المتخامدة بالعلاقة :

$$\delta = \ln\frac{x(t)}{x(t+T_d)} = \ln\frac{e^{-\gamma t}}{e^{-\gamma(t+T_d)}} = \ln e^{\gamma T_d}$$

$$\delta = \gamma T_d$$

تمرين :

يعلق جسم كتلته $m = 5kg$ بنابض مرن معامل صلابته k ويخضع لقوة ارجاع f_r وقوة احتكاك f_d ويعطى $b = 2\sqrt{2}$ USI والمطلوب :

١- بين واحدات كل من k و b في الجملة الدولية.

٢- اكتب معادلات الحركة وبين حلولها ونوع الحركة من أجل القيم التالية:

$$K = (1\,,5\,,8)\text{USI}$$

مثال (١-٢-١١) :

تتألف دارة كهربائية من مدخرة قوتها المحركة 12,00v ومكثفة سعتها 10pf وملف معامل تحريضه $L = 6Mh$ نشحن المكثفة حتى تمام الشحن المطلوب :

١- أرسم دارة هزاز توافقي باستخدام العناصر السابقة واكتب المعادلة التفاضلية لشحنة المكثفة واحسب دور الحركة T.

٢- بفرض ان مقاومة أوجيه R أضيفت إلى الدارة السابقة والمطلوب :

أ) ارسم الدارة الجديدة واكتب المعادلة التفاضلية لشحنة المكثفة.

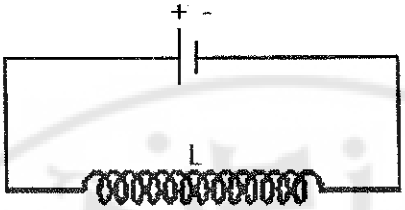
ب) احسب قيمة R_c الموافقة لحالة تخامد حرج لشحنة المكثفة.

ج) احسب نسبة الدور T_d للهزاز المتخامد من أجل قيمة مقاومة أوجيه $R = 50k\Omega$.

د) احسب معامل التخامد γ ومعامل الجودة والتناقص اللوغاريتمي.

الحل :

١-



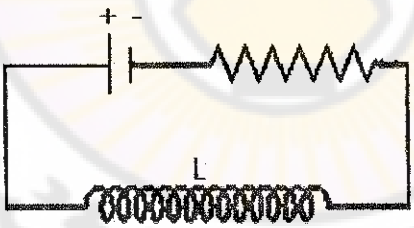
في حال عدم وجود مقاومة أومية فالشحنات الكهربائية تمثلها المعادلة :

$$\frac{d^2q}{dt^2}+\omega^2 q=0 \quad , \quad \omega^2=\frac{1}{Lc}$$

أما دور الحركة :

$$\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{Lc}}}=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{(6\times10^{-3})(10\times10^{-12})}}}=376\times10^{-6}s=376\ \mu s$$

٢-



عند إضافة المقاومة الأومية فإن الدارة الكهربائية المكافئة لحركة اهتزازية متخامدة تعطى باستخدام قانون كيرشوف بـ :

$$\sum v=0 \;\Rightarrow\; v_L+v_R+v_C=0$$

حيث إنّ :

$$v_L = L\frac{dI}{dt} = L\frac{d^2q}{dt^2} \quad , \quad v_R = RI = R\frac{dq}{dt} \quad , \quad v_C = \frac{q}{c}$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\gamma\frac{dq}{dt} + \omega^2 q = 0$$

$$\gamma = \frac{R_c}{2L} \quad , \quad \omega^2 = \frac{1}{Lc}$$

$$R_c = 2\sqrt{\frac{L^2}{Lc}} = 2\sqrt{\frac{L}{c}}$$

$$R_c = 2\sqrt{\frac{6\times10^{-3}}{10\times10^{-12}}} = 48{,}99\times10^{-3}k\Omega$$

٢- لحساب سعة الدور من أجل $R_c = 50\ k\Omega$:

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} \quad , \quad \omega_d = \sqrt{\omega^2-\gamma^2}$$

$$\omega_d = \sqrt{\frac{1}{Lc} - \frac{R_c^2}{4L^2}}$$

$$\omega_d = \sqrt{\frac{1}{(6\times10^{-3})(10\times10^{-12})} - \frac{(50\times10^3)^2}{4(6\times10^{-3})^2}} = 17{,}4\times10^{12}\ rad/s$$

$$T_d = \frac{2\pi}{17{,}4\times10^{12}}\ s$$

معامل التخامد:

$$\gamma = \frac{R_c}{2L} = \frac{50\times10^3}{2(6\times10^{-3})} = 4{,}17\times10^6 s^{-1}$$

معامل الجودة:

$$Q = \frac{\omega}{2\gamma} = \frac{2,65 \times 10^6}{2 \times 4,17 \times 10^6} = 0,32$$

التناقص اللوغاريتمي :

$$\delta = \gamma T_d = 4,17 \times 10^6 \times 0,36 \times 10^{-12} = 1,5 \times 10^{-6} s^{-1}$$

١-٢-٩- الاهتزازات القسرية Forced oscillation:

تبدأ الجملة المهتزة المزاحة عن وضع توازنها بالاهتزاز بتواترها الخاص. لقد وجدنا سابقاً في هذا الفصل العلاقة الرابطة بين التواتر الخاص للاهتزاز (أو الدور) مع متحولات الجملة من أجل الأجسام المرنة (مثل النابض) والنواس. ولاحظنا أن الطاقة تتناقص نتيجة التخامد ومن الممكن أن نعوض هذا التخامد بأن نقدم عملاً لهذه الجملة تكون جهته بعكس جهة التخامد فعلى سبيل المثال يمكن جعل الأرجوحة تستمر بالاهتزاز بإعطائها دفعة صغيرة وتكون سعة الاهتزاز ثابتة إذا كانت الطاقة المعطاة في كل دورة تساوي مقدار النقص في الطاقة المفقودة نتيجة التخامد. في كثير من الحالات، لاتهتز الجملة ببساطة لوحدها وإنما تتأثر بتأثير قوى خارجية والتي تتغير أيضاً بتواتر معين. على سبيل المثال يمكننا دفع الثقل الموصول في النابض كما في الشكل (١-٢-١) وبتواتر $\omega = 2\pi f$. وعندئذ يبدأ الثقل بالاهتزاز بتواتر القوة الخارجية ω_e، حتى لو أن هذا التواتر لا يتطابق مع تواتر الاهتزاز الخاص للنابض والذي نرمز له بـ ω_o :

$$\omega_o = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

وبصورة عامة هناك أشكال كثيرة للاهتزازات القسرية التوافقية وبعضاً منها سنناقشه في هذا الفصل وفي فصول لاحقة دارة تسلسلية مكونة من وشيعة ومكثفة ومقاومة ومولدة كهربائية متناوبة والأمواج الكهرطيسية والالكترونات الحرة في هوائي جهاز الاستقبال هي أمثلة على

الاهتزازات القسرية. وفي حالة الاهتزازات القسرية فإن سعة الاهتزاز وطاقتها المعطاة للجملة المهتزة تتعلق بمقدار الاختلاف بين التواترين ω_e و ω_o ، وأيضاً تتعلق بقيمة تخامد الاهتزاز. لنفرض أن القوة الخارجية قوة جيبية ويمكن تمثيلها على الشكل:

$$F_{\text{خارجية}} = F_o \cos\omega_e t$$

حيث : $\omega_e = 2\pi f_e$ التواتر الزاوي للقوة الخارجية المؤثرة على المهتز. عندئذ فإن معادلة الحركة (مع الأخذ بالحسبان التخامد) يمكن كتابتها بالشكل :

$$\sum F = ma = -Kx - b\upsilon + F_o \cos\omega_e t$$

أو

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + Kx = F_o \cos\omega_e t \qquad (1-2-24)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega^2 x = \frac{F_o}{m}\cos\omega_e t$$

فيزيائياً بعد أن تقوم الجملة الخارجية بالتأثير على جسم ساكن فإن الجسم الساكن يبدأ بالحركة وتزداد سعة الحركة تباعاً، وبعد فترة من الزمن، وعندما تصبح الطاقة المقدمة للجملة من القوة الخارجية في كل دورة تساوي قيمة الطاقة الميكانيكية المتحولة إلى طاقة داخلية في كل دورة حتى تصل إلى حالة الاستقرار Steady state تظهر على صورة ثبات في سعة الحركة ولتوجد حل هذه المعادلة التفاضلية السابقة بغية اثبات الوصف الفيزيائي السابق.

إن الحل العام للمعادلة التفاضلية السابقة هو مجموع حلين x_1 هو الحل العام من دون طرف ثانٍ للمعادلة التفاضلية مضافاً له حلاً خاصاً x_2 مع طرف ثانٍ ، ويكون الحل العام :

$$x = x_1 + x_2$$

دون طرف ثاني فالمعادلة تمثل حركة اهتزازية متخامدة يعطى حلها العام بالشكل :

$$x_1 = e^{-\gamma t}\left(k_1\cos(\omega_d t) - k_2\sin(\omega_d t)\right)$$

أما الحل الخاص مع طرف ثانٍ فيعطى بالمعادلة:

$$x_2 = A\cos(\omega_e t + \varphi)$$

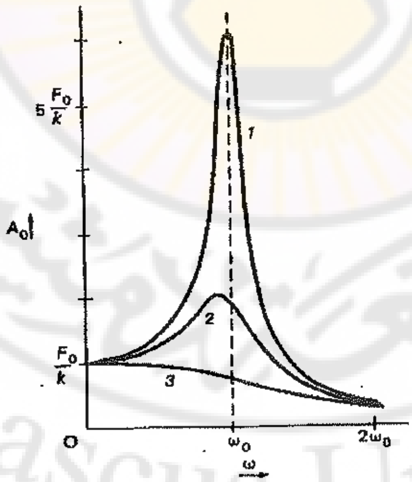
حيث إنّ الثوابت A و φ تتعلق بثوابت الظاهرة المدروسة (F_o ، m ، ω_e ، ω ، γ). أما قيمة السعة والتي تتعين من حل المعادلة فتعطى بالقيمة :

$$A_o = \frac{F_o/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_e)^2 + \gamma^2\omega_e^2}} \qquad (1-2-25a)$$

أما:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{w_o^2 - w^2}{w(b/m)} \qquad (1-2-25b)$$

إن الحل العام للمعادلة (1-2-24) هو مجموع حلول (1-2-24) وحد آخر من الشكل (1-2-20) والذي يصف تخامد الاهتزاز الخاص للهزاز ولكن الحد الثاني مع مرور الزمن يسعى إلى الصفر، بحيث أنه في أكثرية الحالات يمكن الاكتفاء فقط بحل من الشكل (1-2-24). ترتبط سعة الاهتزازات القسرية التوافقية A_o بشدة الفرق بين تواتر الاهتزاز والتواتر الخاص للجملة. فعلى الشكل (١-٢-٢١) بينت تابعية السعة A_o (حسب العلاقة (1-2-25a)) لتواتر القوة المثيرة w من أجل ثلاث قيم لثابت التخامد b.



الشكل (١-٢-٢١) تابعية سعة الاهتزاز القسري التوافقي لتواتر القوة المؤثرة ، المنحنيات 1 و 2 و 3 توافق التخامد الضعيف والقوي والحرج على الترتيب : $Q = mw/b = 6, 2, 0.71$

يطابق المنحني 1 التخامد الضعيف $[b = (1/6)mw_o]$ والمنحني 2 يمثل تخامد كبير جداً $[b = (1/2)mw_o]$ أما المنحني 3 يمثل التخامد فوق الحرج $[b = \sqrt{2}mw_o]$. عندما تواتر القوة المثيرة يقترب من التواتر الخاص للجملة المهتزة ، فإن السعة تزداد بشدة إذا كان التخامد غير كبير جداً. وعند تخامد ضعيف فإن ارتفاع السعة عند اقتراب $w = w_o$ يكون شديداً للغاية. تسمى هذه الظاهرة بالتجاذب. إن التواتر الخاص بالجملة المهتزة w_o يسمى عندئذ بالتواتر المرنان. [في بعض الأحيان يعين التواتر المرنان بالتواتر الذي تكون عنده السعة عظمى وفي هذه الحالة ستتعلق بثابت التخامد. وفي حالة استثنائية عندما يكون التخامد كبيراً جداً فإن هذا التواتر يقترب من w_o].

إذا كان b=0 سيحصل التجاوب عند تواتر $w = w_o$ عندئذ تسعى القمة المرنانة (السعة A_o) ستسعى إلى اللانهاية. عند ذلك تدخل الطاقة بالتدريج إلى الجملة ولا تتشتت. وفي الجملة الحقيقية لا يمكن أن يساوي ثابت التخامد b الصفر ولذلك فإن القمة المرنانة سيكون لها ارتفاعاً محدداً. إن أعلى نقطة في القمة لا تمر بدقة من $w = w_o$ (وذلك نظراً لوجود الحد b^2w^2/m^2 في مقام العلاقة (1-2-25a)). مع أنه سيكون لها مكان عملي عندما $w = w_o$ إذا التخامد غير كبير جداً. وإذا كان التخامد ضخماً ستظهر القمة ضعيفة أو ستختفي (المنحني 3 على الشكل (١-٢-٢١)). يوصف ارتفاع القمة المرنانية وعرضها غالباً بالثابت Q والذي يسمى عامل الجودة ويحدد على الشكل التالي :

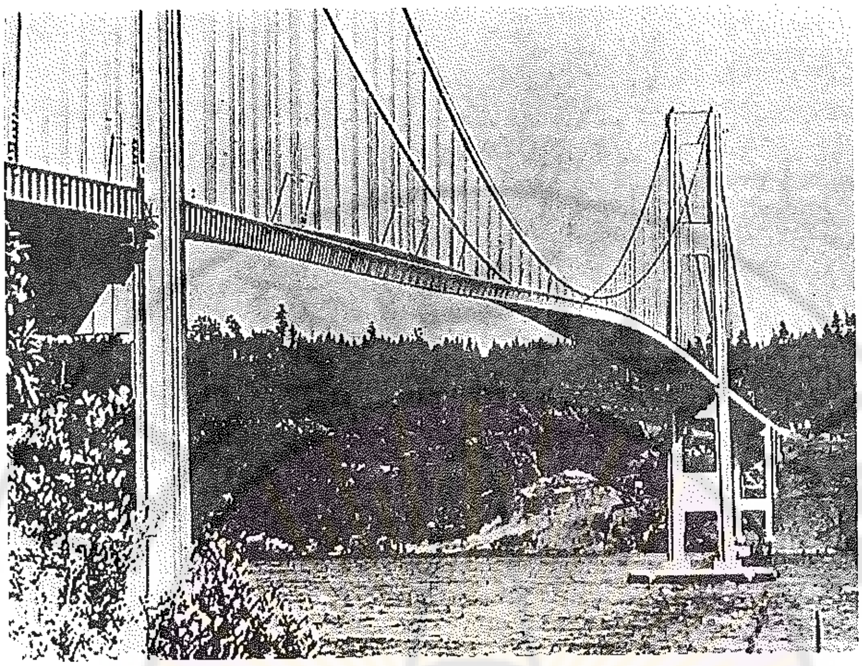
$$Q = \frac{mw_o}{b} \qquad (1-2-26)$$

فعلى الشكل (١-٢-٢١) إن المنحني 1 له عامل جودة $Q = 6$ والمنحني 2 له عامل جودة $Q = 2$ والمنحني 3 له عامل جودة $Q = 1/\sqrt{2}$.

كلما قل ثابت التخامد b أزداد Q وكذلك زاد ارتفاع القمة المرنانية. كذلك نصف قيمة Q هو عرض القمة المرنانية، إذا كان w_1 و w_2 التواتران الذين عندهما مربع السعة A_o يطابق نصف القيمة العظمى (يدور الكلام حول مربع السعة لأن كمون الاستطاعة للجملة يتناسب مع A_o^2 أنظر المسألة في نهاية الفصل) هذا يعني أن عرض القمة المرنانية $\Delta w = w_1 - w_2$ يرتبط مع Q وفق العلاقة:

$$\frac{\Delta w}{w_o} = \frac{1}{Q} \qquad (1-2-27)$$

(نترك للقارئ البرهان على هذه العلاقة وهو وارد في المسألة ٥٨ من هذا الفصل). كلما ازدادت Q كانت القمة المرنانية أعلى وحادة أي ذات عرض صغير. يعتبر التفسير البسيط للتجادب بهز الطفل في السرير. إن الأسرّة مثل أي نواس لها تواتر اهتزاز خاص بها. فإذا أغلقت عيناك ودفعت السرير بتواتر عشوائي (لا على التعين) هذا يعني أن السرير سيتحرك ذهاباً وإياباً ولكن هز السرير بصورة أقوى لا يمكن. ولكن إذا دفعنا السرير سيشكل مع تواتره الخاص سعة تزداد بسرعة. على هذه الصورة عند التجادب نحتاج إلى قوة غير كبيرة نسبياً للوصول إلى سعة اهتزاز كبيرة. كما يقال غن مغني البتنور العظيم هنريكو كاروزو يستطيع جعل القدح يتحطم عندما يغني النوتة بصوت عالٍ. هذا أيضاً مثال على التجادب: هنا الأمواج الصوتية تثير اهتزازات قسرية في جدران القدح. وعند الاهتزازات المرنانية فإن جدران القدح ستهتز بسعة كبيرة بحيث لا تستطيع هذه الجدران تحملها وتتكسر. بما أن أي جسم من الأجسام يمتلك مرونة، فإن ظاهرة التجاوب تلعب دوراً هاماً في كثير من الحالات. وتكمن أهميتها في البناء ، مع أن نشوءها ليس بالضرورة أن يكون واضحاً بصورة دائمة. ففي الجرائد تم نشر خبر أن جسر السكك الحديدية أنهار نتيجة انبعاج في عجلة القطار العابر والذي آثار ظاهرة الرنين (التجادب) في بنية الجسر. وبعيداً عن هذه الكارثة فإن العساكر الذين يقفون على جسر ويعطون أمر (استاعد) وهذا ماأدى إلى كارثة سقوط جسر تاكموسكي الشكل (١-٢-٢٢) في عام ١٩٤٠م نظراً لظهور ظاهرة الرنين.



الشكل (١-٢-٢٢) عاصفة قوية أدت إلى اهتزاز جسر تاكموسكي وبسعة كبيرة وهذا ما أدى إلى انهياره في ٧ يناير ١٩٤٠م (wide world photo)

إن ظاهرة التجاوب تأخذ مكاناً في مجالات الفيزياء الأخرى وخاصة الإلكترونيات والمغناطيسية وفيزياء النوى الذرية والجزيئية. وفي الفقرات الآتية سنشاهد أمثلة أخرى على التجاوب، وسنبين أن اهتزاز الجسم في حالات كثيرة يمتلك عدة قيم للتواترات المرنانية.

١-٢-١٠- جمع اهتزازتين توافقيتين:

The addition of two harmonic oscillations:

لندرس جسماً ينجز اهتزازان توافقيان في اتجاهين متعامدين لنقل على طول المحورين x وَ y. إن مثل هاتين الحركتين الاهتزازيتين الخطيتين يمكن كتابتهما على الشكل:

$$x = A_x \cos(w_x t + \phi_x) \quad , \quad y = A_y \cos(w_y t + \Phi_y)$$

إن المسار المحصل لحركته في المستوي xy يتعلق بالعلاقة بين التواتر والسعة والطور لهذه الاهتزازات. ولندرس حالات محددة :

١) لهما نفس التواتر : $w_x = w_y = w$.

أ- لهما نفس الطور : $\Phi_x = \Phi_y = \Phi$ ، عندئذ حركة الجسيم هي عبارة عن خط مستقيم في المستوي xy وإن ظل زاوية ميل هذا المستقيم تساوي A_y/A_x. ويمكن التحقق من ذلك كمايلي:

$$x = A_x \cos(w_x t + \phi)$$

$$y = A_y \cos(w_y t + \Phi) = (A_y/A_x)x$$

وهذه معادلة مستقيم ظل زاوية ميله A_y/A_x . وعلى الشكل (١-٢-٢٣أ) وضحت الحالة عندما $A_y = 2A_x$.

ب- إذا كان فرق الطور $\pi/2$ فإن $\Phi_y - \Phi_x = \pm\pi/2$. والسعتان متساويتان $A_x = A_y = A$. تجري الحركة على محيط دائرة (مع عقارب الساعة أو عكسها) حيث أن الإشارة السالبة تؤخذ من أجل التحديد ، على الشكل التالي :

$$x = A\cos(wt + \Phi) \qquad , \qquad y = A\cos\left(wt + \Phi - \frac{\pi}{2}\right)$$

بما أن :

$$\cos\left(wt + \Phi - \frac{\pi}{2}\right) = \sin(wt + \Phi)$$

يمكن أن نكتب :

$$x^2 + y^2 = A^2\cos^2(wt + \Phi) + A^2\sin^2(wt + \Phi) = A^2$$

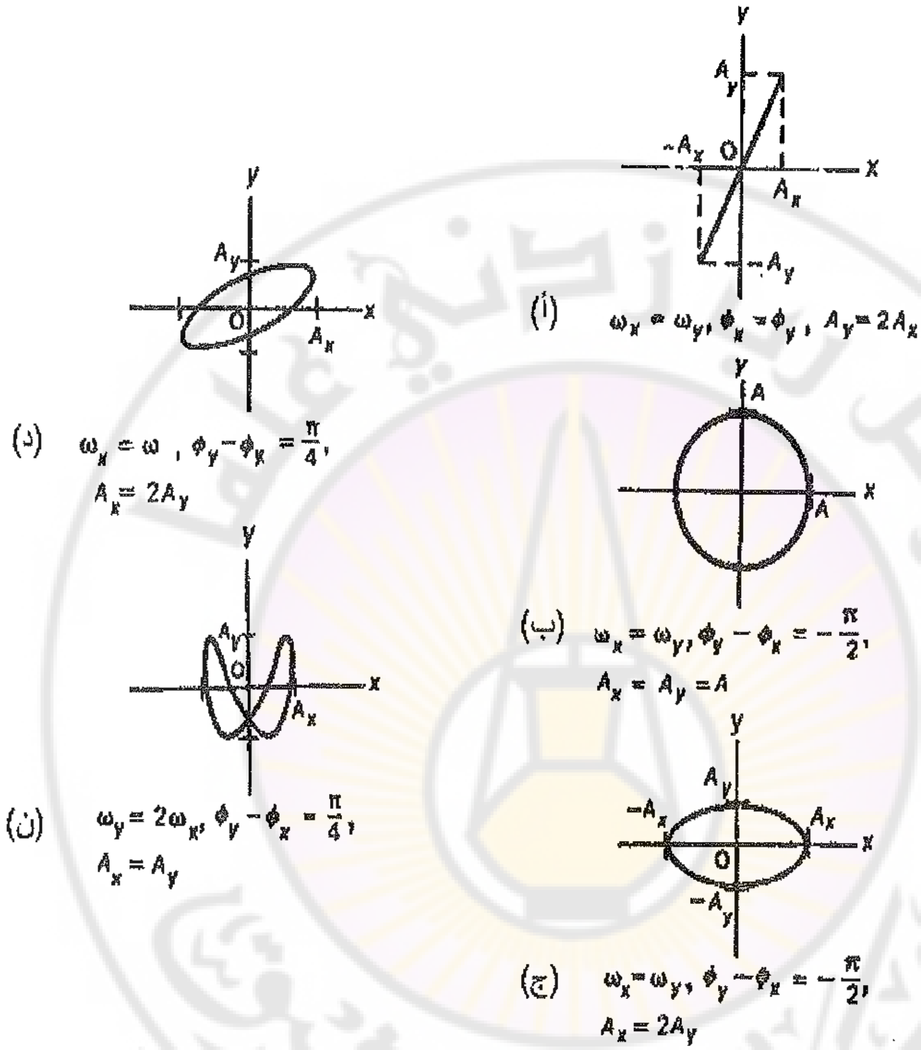
وهذه معادلة دائرة في المستوي xy ونصف قطرها A الشكل (١-٢-٢٣ب). إن النتائج المحصول عليها تتطابق مع استنتاجاتنا على أن الحركة الدائرية يمكن اعتبارها كمجموع اهتزازتين توافقيتين بسيطتين والمنجزتين في اتجاهين متعامدين.

ج- إذا كان $\Phi_y - \Phi_x = \pm\pi/2$ و $A_x \neq A_y$ في حالة كون الأطوار تختلف بـ $\pi/2$ أما السعات غير متساوية ، تجري الحركة بشكل أهليلجي (قطع ناقص) كما هو مبين على الشكل (١-٢-٢٣ج) إضافة إلى ذلك فإنّ محوري القطع الكبير والصغير يساويان $2A_x$ و $2A_y$ على الترتيب. وفي المثال المعطى $A_x = 2A_y$.

د- إذا كان $\Phi_y - \Phi_x \neq 0$ و $\Phi_y - \Phi_x \neq \pi/2$ و $\Phi_y - \Phi_x \neq \pi$ عند ذلك فالحركة الاهليليجية لا تتعلق بكون السعتين متساويتين أم لا. وفي المثال المعطى على الشكل (١-٢-٢٣د) :

$$\Phi_y - \Phi_x = \frac{\pi}{4} \quad و \quad A_x = 2A_y$$

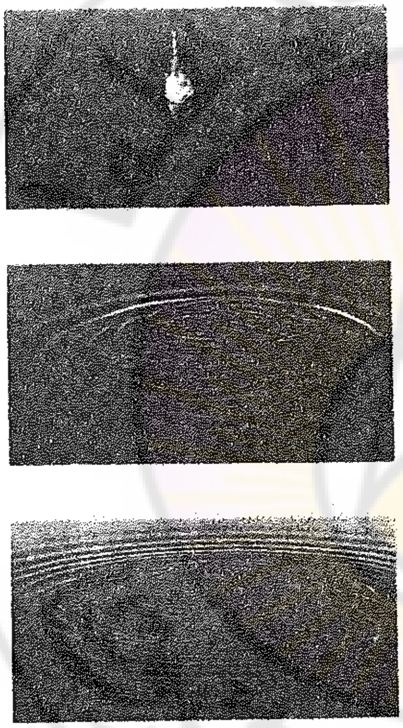
ن- غير متساوية التواتر $w_x \neq w_y$ عندما يكون تواتر الاهتزاز لاهتزازتين غير متساويتين فالحركة يمكن أن تكون معقدة جداً. وفي الحالة العامة فإن مسار الحركة غير مغلق والحركة لا تكون دورية. ولكن إذا كانت نسبة التواترين w_x/w_y أعداداً صحيحة ، هذا يعني أن المسار سيكون مغلقاً والحركة ستكون دورية (مع أنها ستكون معقدة). ففي المثال على الشكل (١-٢-٢٣ن) فإن $w_y = 2w_x$. أما $(\Phi_y - \Phi_x = \pi/4)$ وتسمى أشكال ليساجو. وإن أشكال ليساجو من السهل مشاهدتها على شاشات راسم الاهتزاز المهبطي . وبإعطاء على محور السينات والعينات من مدخل الراسم إشارات جيبية وبتغيير السعة والتواتر والطور يمكن أن نحصل على مجموعة صور رائعة. يمكن إعارة الاهتمام لجمع اهتزازات توافقية بنفس الاتجاه أي على نفس المحور، هذه المسألة سندرسها في الفقرات القادمة.



الشكل (١-٢-٢٣) جمع اهتزازيين توافقيين متعامدين

١-٢-١١- الحركة الموجية The wave motion:

يشكل الحجر الملقى في ماء البحيرة أمواجاً دائرية متباعدة الشكل (١-٢-٢٤). كذلك لو شدينا سلك ممدود على طاولة إلى الأعلى والأسفل فستنتشر فيه أمواجاً كما في الشكل (١-٢-٢٥). تعتبر الأمواج المتشكلة على سطح الماء وفي السلك مثالان واضحان على الحركة الموجية. كذلك الصوت ينتشر على شكل أمواج والضوء ليس إلا أمواجاً كهرطيسية. إن الجسيمات الأولية كالإلكترونات تسلك في بعض الحالات سلوكاً موجباً. على هذه الصورة، إن دراسة الظواهر الموجية لها أهميتها الخاصة كوننا نصادفها في مجالات فيزيائية متعددة. وفي هذا الفصل سنركز الاهتمام على دراسة الأمواج الميكانيكية أي الأمواج التي تنتشر فقط في المواد ، على سبيل المثال الأمواج على سطح الماء أو الأمواج في الأوتار المشدودة. أما الأشكال الأخرى للحركة الموجية سندرسها في الفصول القادمة. إن أمواج البحار والأمواج في الأوتار وأمواج الهزات الأرضية أو الأمواج الصوتية في الهواء هي عبارة عن اهتزازات. على سبيل المثال في حالة الصوت ينجز الحركة الاهتزازية ليس منبع الصوت فحسب (الجسم المهتز) وإنما المستقبل أيضاً (مستقبل الصوت) – كطبلة الأذن وأغشية الميكروفون. أي يهتز الوسط الذي تنتشر فيه الأمواج.

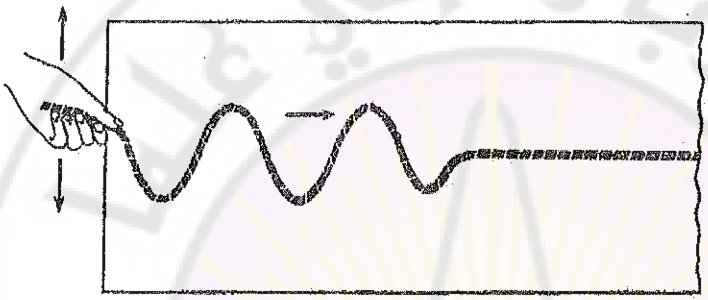


الشكل (١-٢-٢٤) الأمواج على سطح الماء والمنتشرة من المنبع

لو وقفنا وراقبنا أمواج الماء على شاطئ البحر فيمكن أن نطرح التساؤل التالي :

هل تحمل الأمواج الماء إلى الشاطئ؟

الجواب: كلا فالأمواج في الحقيقة لا تحمل المادة التي تنتشر فيها. من الواضح أن الأمواج المنتشرة في الماء تمتلك سرعة، ولكن كل جزيء من الماء ينجز اهتزازاً بالنسبة لوضع توازنه. إن هذا يمكن مشاهدته على سطح بحيرة تسبح عليها أوراق الشجر. لا تتحرك الأوراق إلى الأمام مع الماء وإنما تهتز إلى الأعلى والأسفل، إن مثل هذه الحركة ينجزها أيضاً الماء نفسه. وبصورة مشابهة إن الأمواج في السلك (الشكل (١-٢-٢٥)) تتحرك إلى اليمين وكل جزء من السلك يهتز ذهاباً وإياباً.

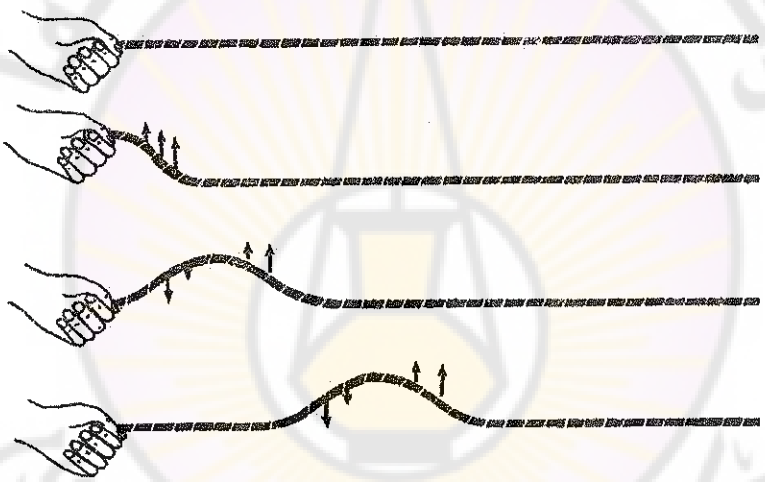


الشكل (١-٢-٢٥) الأمواج المتقدمة في السلك

وهذه هي الخواص العامة للأمواج. إن الأمواج نفسها يمكنها الانتشار من خلال الوسط إلى مسافات كبيرة ولكن الوسط نفسه (الماء والسلك) ينجز فقط حركة محددة. على هذه الصورة مع أن الموجة نفسها لا تعتبر جسماً مادياً فإن انتشارها يحصل فقط في وسط مادي (مادة)، والموجة هي عبارة عن اهتزازات والتي عند انتشارها لا تحمل معها مادة. تحمل الأمواج طاقة من نقطة إلى نقطة أخرى في الفراغ. تمتلك الموجة في الماء طاقة ناتجة عن الحجر الذي رمي في الماء أو هبوب الرياح على البحر، فتحمل الأمواج الطاقة إلى الشاطئ. لو أنك وقعت تحت موجة بحرية عندما تتبدد ستشعر بالطاقة التي تحملها. إن اليد التي تمسك السلك على (الشكل (١-٢-٢٥)) تعطيه طاقة، أضف إلى ذلك أن هذه الطاقة يمكن أن تعطى إلى النهاية الأخرى من السلك. وعند جميع الأشكال من الحركات الموجية يحصل انتقال الطاقة.

١-٢-١٢- خواص الحركة الموجية Characteristics of wave motion:

لندرس كيفية تشكل الموجة وكيفية انتشارها. لندرس في البداية قطاراً من الأمواج المتتالية عبر تحريك يدنا وبسرعة للأعلى والأسفل. الشكل (١-٢-٢٦). تشد اليد نهاية السلك للأعلى وبما أن أجزاء السلك مرتبطة مع بعضها البعض، لذلك تعطى هذه الأجزاء قوة مؤثرة للأعلى وستبدأ أيضاً بالحركة للأعلى واحداً تلو الآخر من أجزاء السلك وبالتتابع لترتفع للأعلى. وبنفس الوقت يتم انزال اليد إلى مكانها الأصلي في الأسفل، أما أجزاء السلك التي وصلت إلى النقطة العليا من الحركة فتعود بنفس التسلسل إلى مكانها وبصورة معاكسة ، على هذا يعتبر الاضطراب منبعاً للأمواج النبضية المنتشرة.



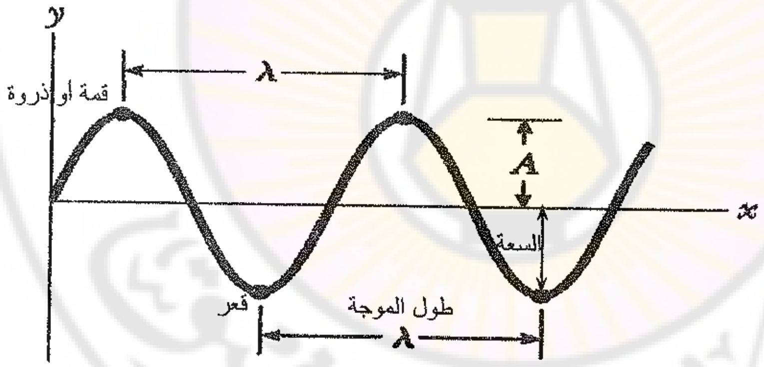
الشكل (١-٢-٢٦) حركة الاندفاع الموجي في السلك ، وتبين الأسهم سرعة جزيئات السلك

أما سبب انتشار الأمواج فهو قوى التأثير المتبادل بين الأجزاء المشكلة للسلك. وبصورة مشابهة تتشكل وتنتشر الأمواج في أوساط أخرى.

إن منابع الأمواج المستمرة أو الدورية مثل الأمواج الموضحة على الشكل (١-٢-٢٥) هي عبارة عن تأثير اضطراب مهتز مستمر، وعلى هذه الصورة فإن منبع الأمواج هو الاهتزاز. وعلى الشكل (١-٢-٢٥) إن اهتزاز نهاية السلك يتم بواسطة اليد. إن الأمواج على سطح الماء

يمكن توليدها بواسطة أي من الأجسام المهتزة والموجودة على سطح الماء بما فيها اليد أيضاً. إن منبع الاهتزاز يمكن أن يولده الماء نفسه. أو من هبوب الهواء أو من جسم ملقاً فيه (حجر أو كرة تنس). فالشوكة الرنانة وجلد الطبلة تثير أمواجاً صوتية في الهواء وكما سنرى فيما بعد، الشحنات الكهربائية المهتزة تولد أمواجاً ضوئية. وبصورة عامة إن أي جسم مهتز يولد أمواجاً.

على هذه الصورة إن أي منبع موجي هو عبارة عن مولد اهتزاز ينتشر من المنبع على شكل أمواج. فإذا تحرك المنبع بشكل جيبي منجزاً اهتزازاً توافقياً وإذا كان الوسط مرناً بصورة مطلقة فستمتلك الموجة شكلاً جيبياً في الفراغ وأيضاً مع الزمن. وبكلمات أخرى إذا أجرينا تصويراً لحظياً للحركة الموجية في لحظة زمنية معينة ستبدو الموجة كتابع جيب أو تجيب. وإذا درسنا حركة الوسط في مكان ما خلال فترة زمنية طويلة (على سبيل المثال مراقبة اهتزاز سطح الماء بين وتدبن متتاليتين ومتقاربين وساكنين للموجة). فإن جزيئات الماء ستتحرك للأعلى والأسفل ، منجزة اهتزازاً توافقياً نصفه تابع جيبي للزمن. فعلى الشكل (١-٢-٢٧) بينت الثوابت الأساسية المستخدمة لوصف الموجة الدورية الجيبية، النقطة العظمى للحركة الموجية تسمى بالذروة، والنقطة السفلى تسمى القعر.



الشكل (١-٢-٢٧) ثوابت الموجة

السعة وهي الارتفاع الأعظمي للذروة أو عمق التقعر والمقاسة بالنسبة إلى السوية الصفرية (وضع التوازن). السعة الكلية للاهتزاز من الذروة حتى القعر تساوي ضعف السعة. تسمى المسافة بين ذروتين متتاليتين بطول الموجة λ (وهو حرف لاتيني يسمى ليمدا). يساوي طول الموجة أيضاً المسافة بين نقطتين لهما نفس الارتفاع والاتجاه. التواتر f (أحياناً يرمز له بالحرف

اللاتيني ν نيو) وهو عدد القمم التي تمر في تلك النقطة في واحدة الزمن (أو عدد أمواج الاهتزاز). أما الدور T فيساوي مقلوب التواتر $1/f$. سرعة الموجة ν تسمى السرعة التي تنزاح فيها قمة الموجة كما نشاهدها. (يجب التفريق بين سرعة الموجة وسرعة جزيئات الوسط. على سبيل المثال سرعة الموجة المتقدمة في السلك على الشكل (١-٢-٢٥) تتمثل بشعاع على طول السلك وبنفس الوقت فإن سرعة جزيئات السلك تتمثل بشعاع عمودي عليه). وبما أنه خلال الدور T تعبر القمة مسافة تساوي طول الموجة λ لذلك تتعين سرعة الموجة كمايلي:

$$\nu = \frac{\lambda}{T} \qquad \text{أو} \qquad \nu = \lambda f \qquad (1-2-28)$$

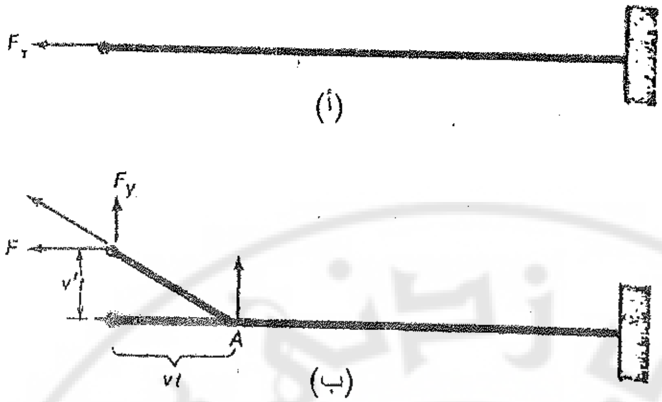
لنفترض كمثال أن طول الموجة يساوي 5m أما التواتر فيساوي 3HZ عند ذلك خلال ثانية واحدة وبنفس النقطة يمر ثلاث قمم موجبة متأخرة الواحدة عن الأخرى 5 أمتار، القمة الأولى (أو أية نقطة محددة من الموجة) تنزاح خلال ثانية واحدة مقدار 15 متراً وبالتالي فسرعة الموجة تساوي 15m/s.

تتعلق سرعة الموجة بخواص الوسط الذي تنتشر فيه، في وتر مشدود على سبيل المثال، تتعلق السرعة بقوة شد الوتر F_T وبكتلة في واحدة الطول من الوتر μ (حرف ميو باللاتينية)، ومن أجل الأمواج ذات السعة غير الكبيرة تعطى السرعة بالعلاقة التالية:

$$\nu = \sqrt{F_T/\mu} \qquad (1-2-29)$$

قبل أن نبين كيفية استنتاج هذه المعادلة نلاحظ أنها تتوافق مع ميكانيك نيوتن. وبكلمات أخرى يجب علينا أن نفترض أن الشد يجب تموضعه ببسط العلاقة أما الكثافة الخطية (الكتلة في واحدة الطول) فهي في المقام، كلما ازداد الشد كلما يجب أن تزداد السرعة بحيث أن كل جزء من الوتر سيرتبط بشدة مع الجزء المجاور له. وكلما ازدادت الكثافة الخطية كلما ازدادت عطالة الوتر وبالتالي تنتشر الاهتزازة في الوتر بصورة أبطأ.

من أجل إيجاد العلاقة (1-2-29) نستخدم نموذج بسيط للوتر والذي تؤثر عليه قوة الشد F_T الشكل (١-٢-٢٨أ). إن القوة F_y تشد الوتر إلى الأعلى فقط وبسرعة ν'، كما هو مبين على الشكل (١-٢-٢٨ب) وكل نقاط الوتر على يسار النقطة A تتحرك للأعلى وبسرعة ν'، أما النقاط على يمين A فتكون جميعها في حالة سكون.



الشكل (١-٢-٢٨) من أجل استنتاج العلاقة (2-15) – نبضة موجية بسيطة

إن سرعة الإنتشار v تساوي سرعة حركة النقطة A أي الجبهة الأمامية للتواتر وخلال الزمن t تنسحب النقطة A إلى اليمين بمسافة قدرها vt ، أما نهاية الوتر تنزاح للأعلى بمسافة $v't$. ومن تشابه المثلثات نحصل على علاقة تقريبية كمايلي:

$$F_T/F_y = v/v'$$

وهي صحيحة من أجل إزاحات صغيرة ($v't \ll vt$) حيث F_T كما يلاحظ لا تتغير. وقد بيّنا سابقاً أن تواتر القوة المؤثرة على الجسم ، يساوي تغير التواتر (كمية حركة) الجسم عندها فإن تغير الاندفاع Δp يساوي حاصل ضرب كتلة جزء الوتر المتحرك نحو الأعلى في سرعته. وبما أن كتلة الجزء المتحرك للأعلى تساوي جداء الكثافة الخطية μ في طول هذا الجزء vt ويكون لدينا :

$$F_y t = \Delta p$$

$$(v'/v)F_T t = (\mu v t)v'$$

ومن هنا نجد أن $v = \sqrt{F_T/\mu}$ أي أننا حصلنا على المعادلة (1-2-29) مع أننا حصلنا على هذه المعادلة من أجل حالة خاصة فستكون صحيحة لأمواج مختلفة الأشكال ، وصحيحة على اعتبار أي موجة يمكن اعتبارها تتألف من عدد كبير من الأجزاء الصغيرة.

أن العلاقة (1-2-29) تكون صحيحة من أجل إزاحات صغيرة وهذا ما أخذناه عند الاستنتاج. يتوافق هذا الاستنتاج مع ميكانيك نيوتن مع التجربة.

مثال (١-٢-١٢):

موجة طولها 0,50m، تتحرك على طول ناقل طوله 300m وكتلته الكلية تساوي 30kg. إذا أثرت على هذا الناقل قوة شد تساوي 4000N احسب سرعة وتواتر هذه الموجة؟

الحل :

نحسب سرعة الموجة بالعلاقة (1-2-29):

$$\nu = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{4000N}{(30kg)(300m)}} = 200m/s$$

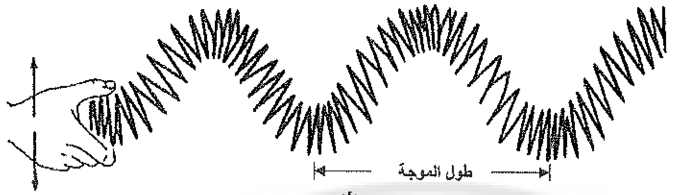
وعند ذلك يكون التواتر يساوي :

$$f = \frac{\nu}{\lambda} = \frac{200m/s}{0,5m} = 400HZ$$

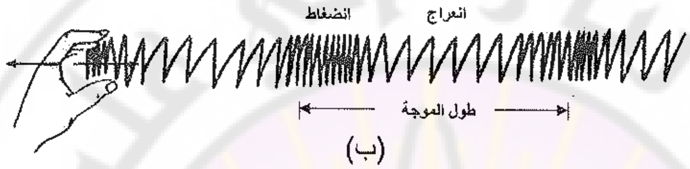
١-٢-١٣- أشكال الأمواج Types of waves:

لقد ذكرنا أن الأمواج يمكن أن تنتشر إلى مسافات طويلة أما جسيمات الوسط فهي تقوم بإهتزاز في منطقة محددة من الفضاء. وعندما تنتشر الموجة في السلك ولنقل من اليسار إلى اليمين فإن أجزاء السلك تهتز إلى الأعلى والأسفل أي في اتجاه عمودي (أو عرضي) على حركة الموجة. تسمى هذه الموجة بالموجة العرضية، علماً أن هناك أشكال أخرى من الأمواج تسمى أمواجاً طولية.

ففي الأمواج الطولية تهتز جزيئات الوسط بنفس أتجاه أنتشار الموجة. من السهل مراقبة الأمواج الطولية في نابض مشدود. انضغاط وانفراج إحدى نهايتيه بصورة متناوبة كما هو موضح على الشكل (١-٢-٢٩ب) (ومن أجل المقارنة مع الأمواج العرضية أنظر الشكل (١-٢-٢٩أ)).



(أ)



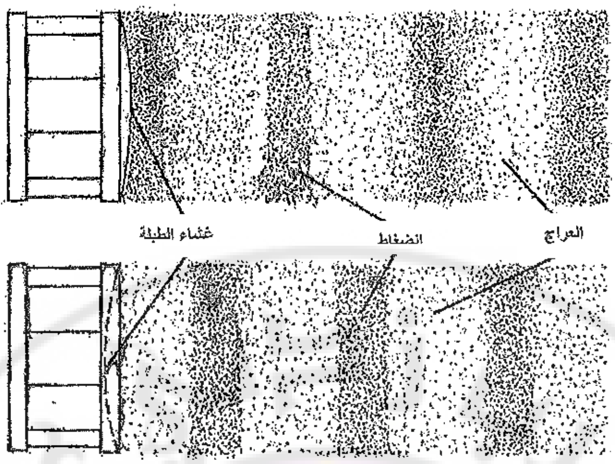
(ب)

الشكل (١-٢-٢٩) أ- موجة عرضية ، ب- موجة طولية

ففي النابض ينتقل موضع الانضغاط والانفراج.

منطقة الانضغاط – هي المنطقة التي تتقارب فيها حلقات النابض من بعضها بعضاً أما **منطقة الانفراج** – هي المنطقة التي تتباعد فيها حلقات النابض. إن منطقة الانضغاط والانفراج تطابقان ذروة وقعر الموجة العرضية.

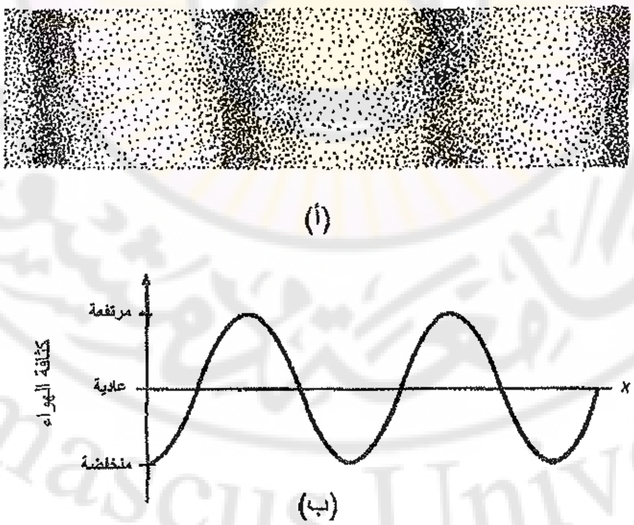
إن المثال الهام على الموجة الطولية هو الموجة الصوتية في الهواء. فاهتزاز جلدة الطبلة تشكل انضغاط وانفراج متناوب في الهواء الملاصق لها ، وبفضل ذلك تتشكل موجة طولية تنتشر في الهواء الشكل (١-٢-٣٠). وكما هو الحال في حالة الأمواج العرضية فإن كل جزء من الوسط تنتشر فيه الامواج الطولية تنجز اهتزازاً غير كبير بالسعة وبنفس الوقت فإن الموجة نفسها يمكن أن تنتشر إلى مسافة كبيرة. يستخدم أيضاً من أجل الأمواج الطولية مفهوم طول الموجة والتواتر والسرعة.



الشكل (١-٢-٣٠) تشكل الأمواج الصوتية (طولية)

طول الموجة – هو المسافة بين منطقتي انضغاط متجاورتين (أو انفراجين). أما **التواتر** – هو عدد الإنضغاطات الحاصلة في واحدة الزمن في نقطة معينة. **سرعة الموجة** – هي السرعة التي يتحرك فيها مجال الانضغاط (أو الانفراج) وهي تساوي جداء طول الموجة في التواتر.

يمكن تمثيل الموجة الطولية بشكل بياني يمثل تغير كثافة جزيئات الهواء (أو عدد عقد النابض) بدلالة المسافة على المحور x كما هو مبين على الشكل (١-٢-٣١).



الشكل (١-٢-٣١) أ- موجة طولية ، ب- التمثيل البياني لهذه الموجة

سنستخدم مثل هذا التمثيل البياني بصورة دائمة ، حيث أنه يبين بوضوح ماذا يحصل في الوسط. (مع ملاحظة أن التابعية على الشكل (١-٢-٣١ب) تشبه تماماً الموجة العرضية).

إن العلاقة التي تعطي سرعة الموجة الطولية تشبه العلاقة (1-2-29) التي تعطي سرعة الموجة العرضية في الوتر. على الشكل التالي :

$$v = \sqrt{\frac{\text{قوة المرونة}}{\text{العطالة}}}$$

وبالتفصيل سرعة الموجة الطولية في قضيب طويل ومصمت تعطى بالعلاقة :

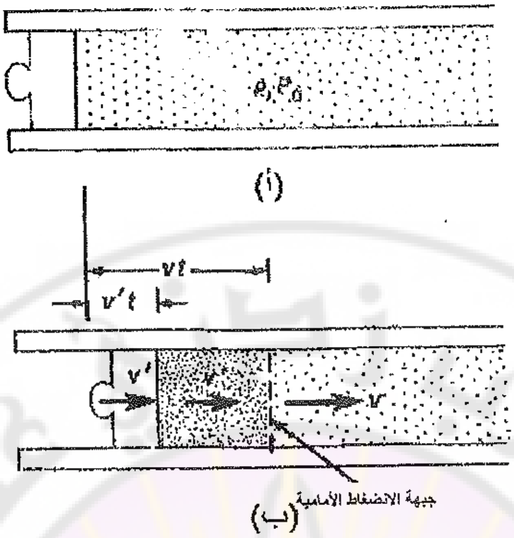
$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad (1-2-30)$$

حيث E : معامل المرونة للمادة ، أما ρ : كثافة المادة. ومن أجل الأمواج الطولية في السوائل أو الغازات تعطى السرعة كمايلي :

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \qquad (1-2-31)$$

حيث B : معامل الانضغاط من كل الاتجاهات ، أما ρ : الكثافة.

لنستنتج العلاقة (1-2-31) نفرض أن لدينا اهتزازاً موجياً ينتشر في السائل (الغاز) في أسطوانة طويلة بحيث يمكن اعتبار الحركة ذات بعد واحد. بفرض الأنبوبة مملوءة بالسائل وتحقق الشرط التالي: عندما $t = 0$ تكون الكثافة ρ والضغط P_0 ثابتان في كل الحجم. الشكل (١-٢-٣٢أ).



الشكل (١-٢-٣٢) تعيين سرعة انتشار موجة طويلة ذات بعد واحد محصور في مكعب ضيق طويل

وفي اللحظة الزمنية $t = 0$ يبدأ المكبس من نهاية الأنبوبة بالتحرك إلى اليمين بسرعة v'، ضاغطاً أمامه الوسط ، وخلال زمن قصير t يقطع المكبس مسافة $v't$.

إن الوسط المضغوط بالمكبس أيضاً يتحرك بسرعة v' غير أن الجبهة الأمامية لمنطقة الانضغاط تتحرك بسرعة خاصة v والتي ينتشر فيها الانضغاط في الوسط المعطى وسنعتبر أن $v' \ll v$. إن الجهة الأمامية للانضغاط (والذي عندما $t = 0$ يتطابق مع سطح المكبس) وخلال الزمن t يعبر على نفس الصورة المسافة vt. كما في الشكل (١-٢-٣٢ب). لنفرض أن الضغط في منطقة الانضغاط يساوي $P_o + \Delta P$ أي أنه أكبر بـ ΔP من الوسط غير المثار. ومن أجل نقل المكبس إلى اليمين يجب أن نطبق قوة خارجية $(P_o + \Delta P)A$ ، حيث A: مساحة سطح المكبس أو الأنبوبة.

يمكن كتابة القوة المحصلة المؤثرة على الوسط في مكان الانضغاط على الشكل:

$$(P_o + \Delta P)A - P_oA = A\,\Delta P$$

وبما أنه في الجهة اليمنى يكون الوسط غير مثار فتؤثر قوة P_0A على الجهة الأمامية لمنطقة الانضغاط. وبالتالي فإن اندفاع القوة المعطى للوسط المضغوط والمساوي لتغير اندفاعه يكتب على الشكل :

$$A\, \Delta P\, t = (\rho A v t) v`$$

حيث $\rho A v t$: كتلة السائل الذي يُعطى سرعة `v ومن هنا نجد :

$$\Delta P = \rho v v`$$

ووفقاً للعلاقات السابقة فإن معامل الانضغاط من كل الاتجاهات B يُعطى بالعلاقة :

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V / V_o} = -\frac{\rho v v`}{\Delta V / V_o}$$

حيث $\Delta V / V_o$: التغير النسبي للحجم نتيجة الانضغاط.

الحجم البدائي للسائل المضغوط $V_o = Avt$ أما تغير حجمه فيساوي :

$$\Delta V = -Av`t$$

على هذه الصورة نجد :

$$B = -\frac{\rho v v`}{\Delta V / V_o} = -\rho v v` \left(\frac{Avt}{-Av`t} \right) = \rho v^2$$

وَ

$$v = \sqrt{B/\rho}$$

إن العلاقة الأخيرة هي نفسها العلاقة (1-2-31). أما العلاقة (1-2-30) فنستنتجها بصورة مشابهة، ولكن يجب التأكيد أنه عند الانضغاط الطولي للقضيب يتمدد بسهولة.

مثال (١-٢-١٣):

يسمع ضجيج قطار يقترب من المحطة بوضع الأذن على السكة. ما هو زمن وصول الموجة الصوتية في سكة فولاذية عندما يكون القطار على مسافة 1,00km ؟

الحل :

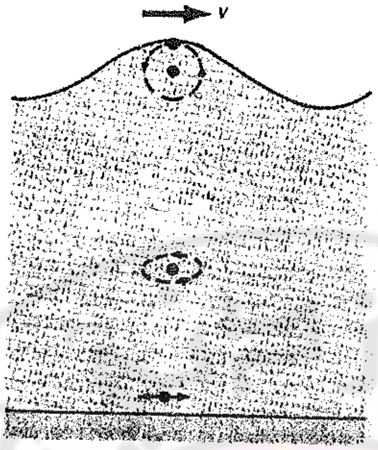
بالتعويض في المعادلة (1-2-30)، قيمة معامل المرونة $= 2,0 \times 10^{11} N/m^2$. وكثافة الفولاذ من الجدول (١-١-١). نجد :

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{2,0 \times 10^{11} N/m^2}{7,8 \times 10^3 kg/m^3}} = 5,1 \times 10^3 m/s$$

$$t = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{1,00 \times 10^3 m}{5,1 \times 10^3 m/s} = 0,20s$$

عند الهزات الأرضية تلعب الأمواج دوراً في الاضطراب فتنتشر في طبقات القشرة الأرضية، وهي أمواج عرضية تسمى الأمواج S وأمواج طولية وتسمى الأمواج P. وبشكل مماثل في أي جسم صلب يمكن ان يوجد أمواجاً طولية وعرضية، حيث إنّ الذرات والجزيئات يمكنها أن تهتز بالنسبة لوضع توازنها في أي اتجاه. غير أنه في السوائل والغازات يمكن أن تنتشر فقط أمواجٌ طولية نظراً لكثافة هذه الأوساط ولزوجتها، ففي الاتجاه العرضي لاتؤثر على الجزيئات قوة ارجاع. ومن هذه الخاصة استطاع الجيولوجيون الفيزيائيون (جيوفيزيائي) الاستنتاج بوجود النواة السائلة للأرض. حيث تبين في الاتجاه القطري للأرض يمر فقط أمواجاً طولية أما العرضية فلم تسجل على الأطلاق. إن التفسير الوحيد لهذه الظاهرة هو وجود نواة سائلة (مصهورة) في الأرض.

هناك أيضاً أمواج من النوع الثالث تسمى الأمواج السطحية والتي تنتشر على حواف وسطين. الأمواج على الماء – هي أحد أمثلة الأمواج السطحية الموجودة بين حدود الماء والهواء. إذا كان طول الموجة أصغر من عمق الحوض عند ذلك كل جزيئة ماء على السطح تتحرك بشكل أهليلجي كما في الشكل (١-٢-٣٣).



الشكل (١-٢-٣٣) الأمواج على سطح الماء – مثال على الأمواج السطحية التي هي عبارة عن مجموعة من حركات الأمواج الطولية والعرضية

أي هي عبارة عن مجموعة اهتزازات في الاتجاه الطولي والعرضي. أما تحت السطح (قرب السطح) فإن حركة الجزيئات تكون أيضاً طولية وعرضية. ولكن عند القعر نراقب فقط حركة طولية. عند الهزات الأرضية تثار في القشرة الأرضية أيضاً أمواجاً سطحية وبالضبط هذه الاهتزازات تكون المسؤولة عن الدمار الذي تحدثه الهزات الأرضية. إن الأمواج التي تنتشر على طول خط مستقيم (مثل الأمواج العرضية في وتر ممطوط أو أمواج عرضية في قضيب صلب أو في أنبوبة مملوءة بالسائل أو الغاز) تسمى أمواجاً خطية أو أمواجاً وحيدة البعد. تعتبر الأمواج السطحية كما في الشكل (١–٢–٣٣) أمواجاً ثنائية البعد. وأخيراً الأمواج التي تنتشر من المنبع في كل الاتجاهات (على سبيل المثال الصوت الناتج عن مكبر صوتي أو الأمواج التي تثيرها الهزات الأرضية في طبقات الأرض) هي أمواج ثلاثية الأبعاد.

سنهتم بدراسة الأمواج وحيدة البعد لأنها الأسهل والأقرب لدراسة الحركة الموجية.

١-٢-١٤- الطاقة التي تحملها الأمواج Energy carried by waves :

تحمل الأمواج الطاقة من مكان إلى آخر. وعندما تنتشر الأمواج في الوسط تعطى الطاقة على شكل طاقة اهتزازية من إحدى جزيئات الوسط إلى جزيئة أخرى. وفي الأمواج الجيبية ذات التواتر f فإن جزيئات الوسط تنجز اهتزازات توافقية بحيث إنّ كل جزيئة تمتلك طاقة:

$$E = (1/2)kD_M^2$$

حيث D_M : الإزاحة العظمى (سعة الاهتزاز) للجزيئات عن وضع التوازن في الاتجاه الطولي أو العرضي (أنظر المعادلة $(1-2-11)$ حيث استبدلنا A بـ D_M). وبواسطة المعادلة $(1-2-8a)$ يمكن التعبير عن k من خلال التواتر $k = 4\pi^2 mf^2$. وعلى هذه الصورة يكون :

$$E = 2\pi^2 mf^2 D_M^2$$

نعلم أن $m = \rho V$ ، حيث: $\rho-$ كثافة الوسط ، أما $V-$ حجم الوسط. إضافة إلى ذلك $V = AL$ حيث: $A-$ مساحة المقطع العرضي والذي خلاله تعبر الموجة ، أما $L-$ المسافة التي تعبرها الموجة خلال الزمن t ، $L = \nu t$ (هنا $\nu-$ سرعة الموجة) على هذه الصورة :

$$m = \rho v = \rho AL = \rho A\nu t$$

وَ

$$E = 2\pi^2 \rho A\nu t f^2 D_M^2 \qquad (1-2-32)$$

إذا درسنا الجبهة الأمامية لموجة جيبية واردة على منطقة لم تحصل فيها الحركة الموجية بعد كما في الشكل (١–٢–٢٥) وإن الطاقة E في المعادلة (1-2-32) هي الطاقة الوسطى التي تحملها الموجة خلال حدود مهمة المنطقة المدروسة وخلال الزمن t.

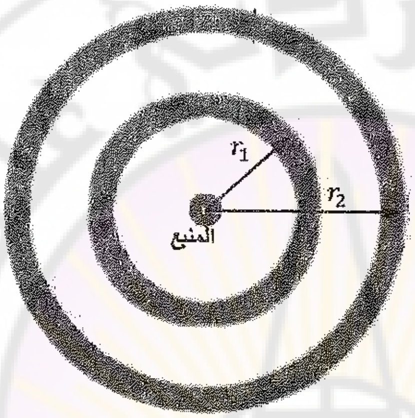
إن العلاقة (1-2-32) هي نتيجة هامة تبين أن الطاقة التي تحملها الموجة خلال واحدة الزمن هي الاستطاعة الوسطى $\overline{P}$:

$$\overline{P} = \frac{E}{t} = 2\pi^2 \rho A\nu f^2 D_M^2 \qquad (1-2-33)$$

وأخيراً تتعين شدة الموجة I كوسطي الاستطاعة المحمولة خلال وحدة المساحة من السطح العمودي على اتجاه تيار الطاقة :

$$I = \frac{\overline{P}}{A} = 2\pi^2 \rho \nu f^2 D_M^2 \qquad (1-2-34)$$

تبين أن شدة الموجة تتناسب طرداً مع مربع السعة. إذا انتشرت الموجة من المنبع وبكل الاتجاهات (مثل الأمواج الصوتية في الهواء وأمواج الهزات الأرضية والأمواج الضوئية) أي سنتعامل مع أمواج ثلاثية الأبعاد. وفي الأوساط متماثلة المناحي (أي الأوساط متماثلة الخواص في كل الاتجاهات) يكون لهذه الأمواج شكل كروي، وتسمى الأمواج الكروية الشكل (١-٢-٣٤).



الشكل (١-٢-٣٤) الموجة المنتشرة من المنبع لها شكل كروي بين ذروتين (أو انضغاطيين) وعند المسافتين r_1 و r_2 من المنبع

فكلما انتشرت الموجة عن المنبع تتوسع، وتأخذ مساحة أكبر وذلك لأن مساحة سطح الكرة هو $4\pi r^2$ أي تتناسب مع مربع نصف القطر r. وبفضل مبدأ انخفاض الطاقة فمن العلاقة (1-2-32) أو (1-2-33) نجد أنه كلما ازدادت المساحة A فإن سعة الموجة D_M يجب أن تتناقص. ويقال بصورة أخرى عند المسافتين r_1 و r_2 عن المنبع الشكل (١-٢-٣٤) يكون: $A_1 D_{M_1}^2 = A_2 D_{M_2}^2$ حيث: D_{M_1} و D_{M_2} هما سعتا الموجة عند المسافتين r_1 و r_2 على الترتيب. وبما أن $A_1 = 4\pi r_1^2$ و $A_2 = 4\pi r_2^2$ يكون :

$$D_{M_1}^2 r_1^2 = D_{M_2}^2 r_2^2$$

أو

$$D_{M_2}/D_{M_1} = r_1/r_2$$

على هذه الصورة فالسعة تتقاسب عكساً مع المسافة عن المنبع ، فإذا كانت المسافة أبعد بمرتين عن المنبع ستكون سعة الموجة هي النصف وهكذا (إذا لم نأخذ بعين الاعتبار التخامد الناتج عن الاحتكاك) وكذلك تهبط الشدة I أيضاً مع زيادة المسافة. وبما أن I تتقاسب طرداً مع D_M^2 (انظر الشكل (١-٢-٣٠)). الشدة تتناسب عكساً مع مربع المسافة إلى المنبع. يعتبر قانون التربيع العكسي صحيحاً للأمواج الضوئية والصوتية وأنواع أخرى من الأمواج. يمكن الوصول إلى هذا الاستنتاج بطريقة أخرى: لندرس نقطتين r_1 و r_2 بنفس الوقت. إذا كانت الاستطاعة عند خرج المنبع ثابتة ، هذا يعني أن الشدة في النقطة r_1 تساوي : $I_1 = \overline{P}/4\pi r_1^2$ أما الشدة في النقطة r_2 فتساوي : $I_2 = \overline{P}/4\pi r_2^2$. على هذه الصورة سيكون :

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \qquad (1-2-35)$$

مثال (١-٢-١٤):

إذا كانت شدة موجة الزلزال P على مسافة 100km عن مركزه $1{,}0 \times 10^6 w/m^2$. ماهي شدة هذه الموجة على مسافة 400km عن مركز الهزة الأرضية؟

الحل :

تتناقص الشدة متناسبةً عكساً مع مربع المسافة عن المنبع. وبالتالي على مسافة 400km ستساوي $(1/4)^2 = 1/16$ من الشدة المقاسة على مسافة 100km أي ستساوي $6{,}2 \times 10^4 w/m^2$. وعلى العكس يكون الأمر مع الأمواج وحيدة البعد (على سبيل المثال الأمواج العرضية في وتر مشدود أو الأمواج الطولية المنتشرة في قضيب معدني من نفس النوع). فهنا المساحة A لا تتغير ولذلك السعة D_M أيضاً تبقى ثابتة ، على هذه الصورة فسعة الموجة وشدتها لا يتناقصان مع المسافة.

في الحالات التطبيقية الواقعية يوجد دائماً تخامد ناتج عن الاحتكاك وجزء من طاقة الاهتزاز تتحول إلى طاقة حرارية. لذلك فإن سعة وشدة الموجة وحيدة البعد تتناقص قليلاً عند ابتعادها

عن المنبع. وطبقاً لذلك فالأمواج ثلاثية البعد تتناقص سعتها أكثر مما وجدناه سابقاً وعادة هذه التخامد غير كبير.

١-٢-١٥- الوصف الرياضي للأمواج المتقدمة:

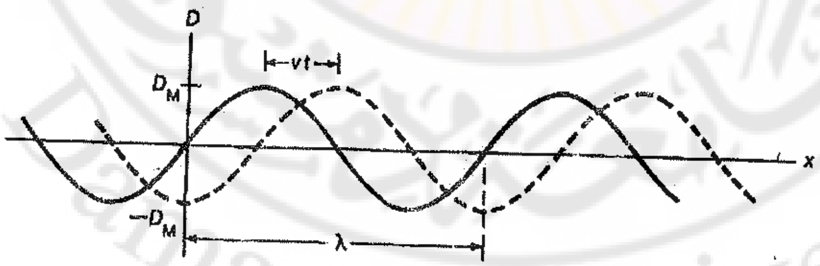
The mathematical description of the traveling wave:

لندرس موجة وحيدة البعد تنتشر على طول المحور x. يمكن أن تكون موجة عرضية منتشرة في وتر مشدود أو موجة طولية في قضيب صلب أو أنبوبة مملوءة بسائل أو غاز. سنعتبر أن الموجة جيبية طول موجتها λ أما تواترها فهو f . لنفرض أنه عندما $t = 0$ يعبر عن الموجة بالعلاقة :

$$D = D_M \sin(2\pi x/\lambda) \qquad (1-2-36)$$

حيث: D هي إزاحة الموجة في النقطة x ، أما D_M سعة الموجة (الازاحة العظمى). يوضح الخط الغامق على الشكل (١-٢-٣٥) هذه الموجة. تصف العلاقة (1-2-36) شكل الموجة التي تتكرر بدور يساوي طول الموجة (وهذا هو ما نريده) وبما أن الازاحة هي نفسها على سبيل المثال عندما $x = 0$ و $x = \lambda$ و $x = 2\lambda$ وهكذا....

(حيث أن $\sin 4\pi = \sin 2\pi = \sin 0$). لنفرض الآن أن الموجة تتحرك إلى اليمين بسرعة v. عندئذ خلال الزمن t كل جزء من الموجة (كل مظهر الموجة) ينزاح لليمين إلى مسافة vt كما هو موضح بالخط المتقطع على الشكل (١-٢-٣٥).



الشكل (١-٢-٣٥) الموجة المتقدمة – خلال الزمن t الشكل الموجي ينزاح مسافة vt

لندرس أية نقطة من الموجة عندما $t = 0$ ولتكن ذروة الموجة في النقطة x، خلال الزمن t تقطع هذه الذروة مسافة vt ، وستكون إحداثياتها الجديدة أكبر بـ vt عن السابقة. ولكي تصف معادلتنا نفس النقطة على شكل الموجة ، بما أن متحول الجيب يجب أن يبقى نفسه لذلك في العلاقة (1-2-36) يجب أستبدال x بـ $x - vt$.

$$D = D_M \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right) \qquad (1 - 2 - 37a)$$

وبكلمات أخرى إذا تحركنا مع الذروة المختارة فإن متحول الجيب يبقى بالنسبة لنا ثابتاً (مساوياً $\pi/2$ و $5\pi/2$ و .... إلخ)، وكلما ازدادت t يجب أن تزداد قيمة x وبنفس السرعة بحيث تبقى القيمة $(x - vt)$ ثابتة. تعطى العلاقة (1-2-37a) الوصف الرياضي للموجة الجيبية المتحركة على طول المحور x لليمين (في جهة ازدياد x). وهي تعين انزياح الموجة D في أي نقطة x وفي أي لحظة زمنية t. بما أن $v = \lambda f$ (انظر الشكل (١-٢-٢٤)) يمكن إعادة كتابة العلاقة (1-2-37a) بصورة أفضل :

$$D = D_M \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi t}{T}\right) \qquad (1 - 2 - 37b)$$

حيث : $T = 1/f = \lambda/v$ الدور.

أو بالشكل:

$$D = D_M \sin(kx - \omega t) \qquad (1 - 2 - 37d)$$

حيث : $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ التواتر الزاوي . أما :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad (1 - 2 - 38)$$

تسمى القيمة k العدد الموجي. (يجب عدم الخلط بين العدد الموجي k وبين ثابتة صلادة النابض k فهاتان القيمتان مختلفتان تماماً).

إن العلاقتين (1-2-37a) و (1-2-37b) متكافئتان تماماً وتكافئان العلاقة (1-2-37d) التي تمتلك الشكل الأسهل ويمكن استخدامها بصورة دائمة.

تسمى القيمة $(kx - \omega t)$ والقيم الموافقة لها في العلاقتين الاخيرتين بطور الموجة. تسمى سرعة الموجة v بالسرعة الطورية حيث إنّها تصف إزاحة طور الموجة، ويمكن كتابتها من خلال k :

$$v = \lambda f = (2\pi/k)(\omega/2\pi) = \omega/k \qquad (1-2-39)$$

لندرس موجة تنتشر على طول المحور x لليسار (في جهة تناقص x)، ونبدأ من جديد من العلاقة (1-2-36) ونلاحظ عند ذلك أن النقطة المختارة من الشكل الموجي وخلال الزمن t ستغير إحداثياتها بمقدار $(-vt)$ ، وعليه في العلاقة (1-2-36) يجب تغير الإحداثي x بـ $(x + vt)$.

وهكذا فإن إزاحة الموجة المتحركة لليسار وبسرعة v تكتب على الشكل :

$$D = D_M \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x + vt)\right) \qquad (1-2-40a)$$

$$D = D_M \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{2\pi t}{T}\right) \qquad (1-2-40b)$$

$$D = D_M \sin(kx + \omega t) \qquad (1-2-40d)$$

وبكلمة أخرى نغير (v) بـ $(-v)$ في العلاقة (1-2-37).

بدراسة دقيقة للعلاقة (1-2-40d) أو العلاقة (1-2-37d) وعندما $t = 0$ سيكون :

$$D = D_M \sin kx$$

أي نفس الشكل الموجي الجيبي الذي انطلقنا منه. إذا نظرنا إلى الشكل الموجي في وقت متأخر وليكن t_o سنحصل على :

$$D = D_M \sin(kx + \omega t_o)$$

أي لو قمنا بتصوير الموجة عندما $t = t_o$ سنرى منحني جيبي بإزاحة طورية ωt_o. على هذه الصورة من أجل اللحظة الزمنية المعطاة $t = t_o$ تمتلك الموجة في الفراغ شكلاً جيبياً. غير أنه إذا درسنا نقطة محددة في الفراغ ولتكن $x = 0$ سنجد كيف تتغير الموجة مع الزمن :

$$D = D_M \sin\omega t$$

(هنا استخدمنا العلاقة (1-2-40d)). وهذا يتطابق بدقة مع علاقة الاهتزاز التوافقية (انظر المعادلة (1-2-40d)). عند أية نقطة معينة أخرى x ولتكن $x = x_o$ يكون للإزاحة الشكل:

$$D = D_M \sin(\omega t + kx_o)$$

ويختلف فقط بالإزاحة الطورية kx_o . على هذه الصورة في أية نقطة معينة من الفراغ إن إزاحة الموجة تنجز اهتزازة توافقية (هرمونية). إن المعادلتين (1-2-37) و (1-2-40) تجمعان هاتين الخاصتين للحركة الموجية، وتصف التوابع الموجية المتقدمة (والمسماة أيضاً الأمواج التوافقية).

لندرس الآن موجة (أو اندفاع موجي) له شكل اختياري. لنفرض أن شكل الموجة عندما $t = 0$ يصفه التابع : $D = f(x)$

حيث: $D-$ إزاحة الموجة في النقطة x. خلال الزمن t وإذا تحركت الموجة إلى اليمين على طول المحور x ستحافظ على نفس شكلها الأولي وستنزاح لليمين إلى مسافة vt حيث v سرعة الموجة الطورية. ومنه يجب استبدال x بـ $(x - vt)$ للحصول على الإزاحة في اللحظة الزمنية t:

$$D = f(x - vt) \qquad (1-2-41)$$

وإذا تحركت نفس هذه الموجة إلى اليسار عندئذ يجب استبدال x بـ $(x + vt)$ وعندئذ :

$$D = f(x + vt) \qquad (1-2-42)$$

على هذه الصورة إن أي موجة تتحرك على طول المحور x يجب أن توصف بمعادلة من الشكل (1-2-41) أو (1-2-42) ، حيث التابع f يعين شكل التابع الموجي.

مثال (١-٢-١٥):

يمكن أن نبين أن أي موجة وحيدة البعد تحقق المعادلة التالية:

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \qquad (1-2-43)$$

والتي تسمى المعادلة الموجية. حيث v : سرعة الموجة ، القيمة $\frac{\partial^2 D}{\partial t^2}$: هي المشتق الثاني لـ D بالنسبة للزمن عند قيمة ثابتة لـ x ، أما $\frac{\partial^2 D}{\partial x^2}$ هي المشتق الثاني لـ D بالنسبة للموضع x بثبات t. هذان المشتقان يسميان جزيئيين ويستخدمان لتوابع من متحولين أو أكثر، والمطلوب:

١- بيّن أن الموجة الجيبية (1-2-37d) تحقق المعادلة الموجية.

٢- بيّن نفس الشيء للموجة بشكل عام (1-2-41).

الحل :

١- لنشتق المعادلة (1-2-37d) بالنسبة للزمن t مرتين :

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\omega D_M \cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = -\omega^2 D_M \sin(kx - \omega t)$$

يمكن كتابة المشتق الأول والثاني بالنسبة لـ x على الشكل :

$$\frac{\partial D}{\partial x} = k D_M \cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} = -k^2 D_M \sin(kx - \omega t)$$

لنقسم المشتق الثاني بالنسبة للزمن على المشتق الثاني بالنسبة للإحداثي x فنحصل على:

$$\frac{\partial^2 D/\partial t^2}{\partial^2 D/dx^2} = \frac{-\omega^2 D_M \sin(kx - \omega t)}{-k^2 D_M \sin(kx - \omega t)} = \frac{\omega^2}{k^2}$$

ومن المعادلة (1-2-39) لدينا : $\omega^2/k^2 = \nu^2$ ، أي أن المعادلة (1-2-37) حقيقة تحقق المعادلة الموجية (1-2-43).

٢- لنرمز للفرق $(x - \nu t)$ بـ z ، عندئذ إذا كان $D = f(x - \nu t) = f(z)$ وباستخدام قاعدة الاشتقاق بتغيير المتحول نجد :

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial t}(-\nu)$$

حيث أن $\partial z/\partial t = -\nu$ إضافة لذلك لدينا :

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left(-\nu\frac{\partial f}{\partial z}\right) = -\nu\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right) = \nu^2\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

بالمطابقة :

$$\frac{\partial D}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial z}$$

بما أن $\partial z/\partial x = 1$ نكتب المشتق الثاني كمايلي :

$$\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

وبما أن : $\partial^2 D/\partial t^2 = \nu^2(\partial^2 f/\partial z^2)$ و $\partial^2 D/\partial x^2 = \partial^2 f/\partial z^2$ سنصل إلى المعادلة الموجية :

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = \nu^2\left(\frac{\partial^2 D}{\partial x^2}\right)$$

مثال (١-٢-١٦):

تُعطى النهاية اليسرى لوتر مشدود بصورة أفقية حركة اهتزازية توافقية بسيطة بتواتر $f = 250Hz$ وسعة $2,6cm$ ، وقوة شد الوتر $140N$ ، والكثافة الخطية للوتر $\mu = 0,12kg/m$. عندما $t = 0$ ازيحت نهاية الوتر للأعلى بـ $1,6cm$ وتتحرك للأعلى. والمطلوب :

١- حساب طول الموجة المتشكلة.

٢- كتابة المعادلة التي تصف الأمواج المتقدمة.

الحل :

١- سرعة الموجة تساوي :

$$v = \sqrt{F_T/\mu} = \sqrt{(140N)/(0,12kg/m)} = 34m/s$$

ومنه:

$$\lambda = v/f = (34m/s)(250Hz) = 0,14m = 14cm$$

٢- لنفرض أن النهاية اليسرى للوتر تمتلك الإحداثي $x = 0$ إن طور الموجة عندما $t = 0$ كما يقال ليس دائماً مساوياً للصفر كما فرض في المعادلات (1-2-36) وَ (1-2-38) وَ (1-2-40).

الموجة المتحركة لليمين يمكن كتابتها على الشكل :

$$D = D_M \sin(kx - \omega t + \Phi)$$

حيث : Φ الطور البدائي. وفي حالتنا السعة تساوي $D_M = 2,6cm$ أما عندما $t = 0$ و $x = 0$ يكون لدينا $D = 1,6cm$ ، وبالتالي :

$$1,6 = 2,6 \sin\Phi$$

ومن هنا نجد أن $\Phi = 0,66\ rad = 38°$ إضافة لذلك وكما هو معروف أن :

$\omega = 2\pi f = 1570\ s^{-1}$ و $k = 2\pi/\lambda = 45\ m^{-1}$. على هذه الصورة نحصل على العلاقة التالية من أجل إزاحة الأمواج المتقدمة :

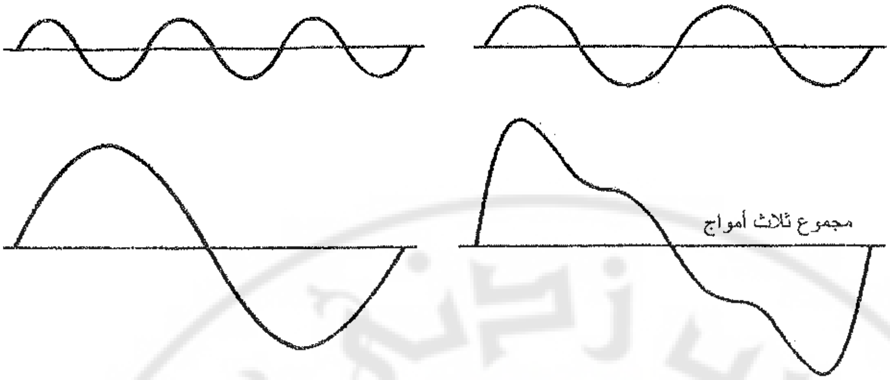
$$D = 0,026 \sin(45x - 1570t + 0,66)$$

حيث : D و x تقاسان بالمترات، أما t فتقاس بالثواني.

١-٢-١٦- مبدأ التطابق The principle of superposition:

عند عبور موجتين أو عدة موجات من خلال نفس المنطقة فالإزاحة الكلية من هذه النقطة تساوي المجموع المتجه لكل موجة من هذه الأمواج (أو المجموع الجبري). يسمى هذا المبدأ بمبدأ التطابق، وهو محقق من أجل الأمواج الميكانيكية ، ففي تلك الحالات عندما تكون الإزاحة صغيرة في الوسط المهتز تبقى محافظة على التابعية الخطية بين الإزاحة وقوة الإرجاع (من أجل الأمواج الكهرطيسية في الفراغ يكون مبدأ التطابق محققاً دائماً). إذا كانت سعة الموجة الميكانيكية كبيرة جداً بحيث تخرج الإزاحة خارج حدود منطقة التشوه المرن للوسط، ويصبح قانون هوك غير محقق، ويختل عندئذ مبدأ التطابق.

سندرس بصورة أساسية الأنظمة والتي يتحقق فيها مبدأ التطابق، إن إحدى نتائج مبدأ التطابق تبين أن الأمواج العابرة من خلال أي منطقة من الفراغ تتابع دون ارتباط الواحدة بالأخرى. فلو راقبنا كيف تعبر دائرتان ناتجتان عن حجرين ألقيا بنفس الوقت في الماء بعضهما بعضاً (أمواج ثنائية البعد). لنعتمد مبدأ التطابق على الشكل (١-٢-٣٦) ولنفسر الموجة الناتجة.



الشكل (١-٢-٣٦) مبدأ التطابق (موجة وحيدة البعد) الموجة المحصلة تتشكل من ثلاث أمواج جيبية مختلفة السعة والتواتر ($f_0 , 2f_0 , 3f_0$) السعة المحصلة للأمواج في أية نقطة من الفراغ وفي لحظة زمنية معينة تساوي المجموع الجبري لسعات هذه الأمواج

لدينا في هذه الحالة ثلاثة أمواج (في وتر مشدود) مختلفة السعة والتواتر. وفي أية لحظة زمنية، إن سعة الأمواج هي عبارة عن المجموع الجبري لسعات الأمواج في تلك النقطة وفي نفس الزمن. لا يعتبر شكل الموجة المحصلة شكلاً جيبياً، وتسمى الموجة بالمعقدة (أو المركبة). (ومن أجل التوضيح وضح على الشكل (١-٢-٣٦) السعات بمقياس مكبر).

يمكننا أن نبين أن أي شكل للموجة يمكن تمثيله على شكل مجموع أمواج جيبية مختلفة السعة وطول الموجة والتواتر ويعرف مثل هذا التمثيل بنظرية فورييه.

يمكن تمثيل الموجة الدورية المركبة ذات الدور T على شكل مجموع عدة أمواج جيبية تواتراتها هي مضاعفات صحيحة من $f=1/T$. وإذا كانت الموجة غير دورية يتحول المجموع إلى تكامل، ويسمى عندئذ تكامل فورييه. إن هذا يؤكد مرة إضافية أهمية دراسة الأمواج الجيبية والاهتزازات التوافقية، إن أي شكل موجي يمكن تمثيله على شكل مجموع أمواج جيبية.

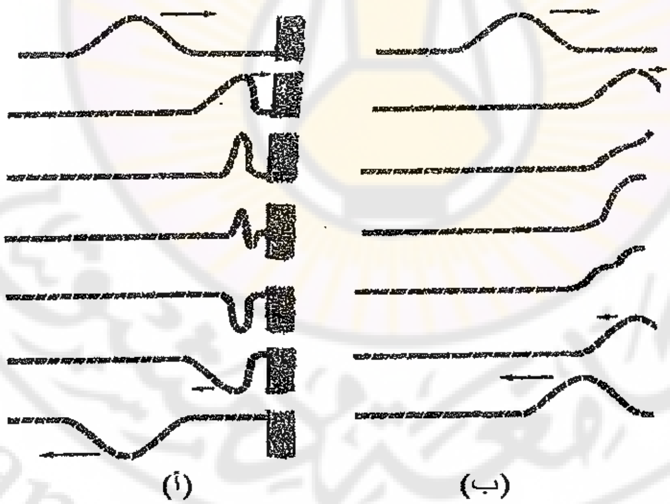
إذا كانت قوة الإرجاع لا تتناسب بدقة مع الإزاحة، عندئذ سرعة الموجة الميكانيكية الجيبية المنتشرة في وسط ما، ترتبط بتواترها. تسمى هذه الظاهرة بالتشتت (التغاير أو التباين). وعند

ذلك الأمواج الجيبية والتي تشكلت منها الموجة المركبة، تتحرك بسرعات مختلفة. ومن هنا ينتج أن شكل الموجة المركبة يتغير كلما عبرت من خلال وسط مشتت.

إن شكل التابع الموجي في هذه الشروط لا يتغير ولكن يمكن أن يتأثر بالاحتكاك وقوى تبديد أخرى. إذا كان الوسط غير مشتت ولا يوجد احتكاك هذا يعني أن الموجة وحيدة البعد والمركبة لا تحتوي على تشوه.

١-٢-١٧- انعكاس الأمواج Reflected waves:

عندما ترد موجة على حاجز أو تصل إلى حافة وسط الانتشار ستنعكس (ولو بصورة جزئية). من الممكن أننا شاهدنا انعكاس الأمواج عن الصخر في البحر أو عن حواف حوض سباحة. ستسمع عند ذلك صوت الأمواج المنعكسة عن حاجز بعيد. الشكل (١-٢-٣٧) يبين انعكاس النبضات الموجية المتقدمة في حبل. قم بهذه التجربة بنفسك وستتأكد أن الموجة المنعكسة ستظهر إذا كانت نهاية الحبل مثبتة كما بالشكل (١-٢-٣٧أ) ، بينما لا تنشأ إذا كانت نهاية الحبل حرة.

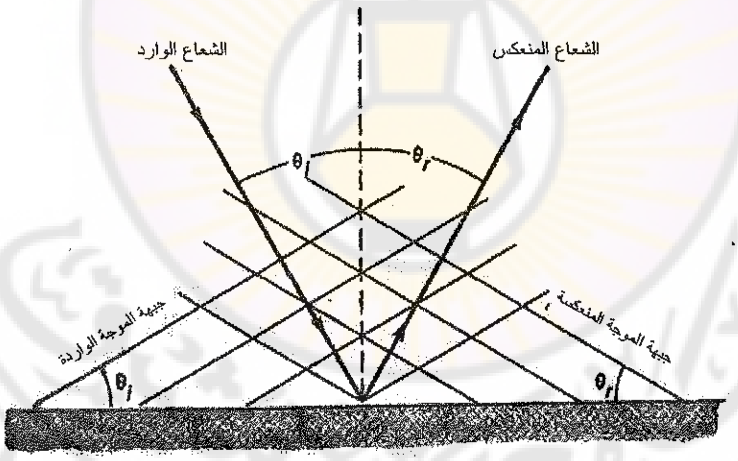


الشكل (١-٢-٣٧) انعكاس النبضات الموجية المنتشرة في سلك.

أ- سلك مثبت من نهايته ، ب- سلك غير مثبت من نهايته.

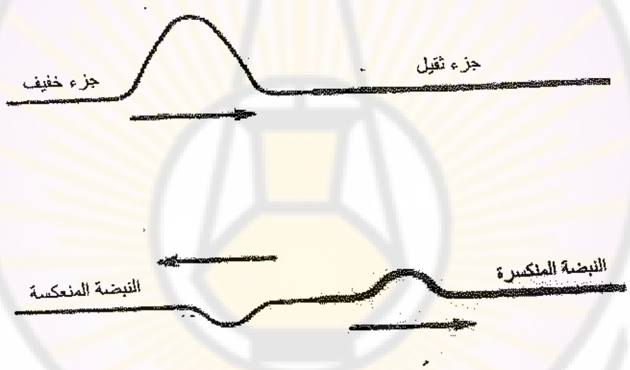
وفي الحالة عندما تكون نهاية الحبل مثبتة في قاعدة ما الشكل (١-٢-٣٧أ) سيصل النبض حتى النهاية المثبتة ويؤثر على القاعدة بقوة متجهة إلى الأعلى. وطبقاً لقانون نيوتن حول الفعل ورد الفعل سترد القاعدة على الحبل بقوة مساوية للقوة السابقة ولكنها تعاكسها بالاتجاه. إن هذه القوة المتجهة نحو الأسفل ستشكل نبضات منقلبة (مقلوبة). وعندئذ يقال أن الموجة المنعكسة تغير طورها بـ $180°$. (إن انقلاب النبضة يوافق فقط نصف موجة $\lambda/2$ أو إزاحة الطور بـ $180°$ ، والمكان الذي كان ذروة يصبح قعراً وبالعكس). وعلى هذه الصورة إذا كانت نهاية الحبل مثبتة ستختلف الموجة المنعكسة عن الموجة الواردة بطور قدره $180°$. يظهر الشكل (١-٢-٣٧ب) الحالة الثانية عندما نهاية الحبل تكون حرة والحبل غير مرتبط بقاعدة أو مع حبل آخر.

لذلك عندما يصل إليه النبض الموجي فإن نهاية الحبل (تطير) تصبح إزاحة هذه النهاية أكبر منها مقارنة مع النبض في وسط الحبل. تشد النهاية الحرة كل الحبل وبفضل ذلك ينشأ نبضٌ منعكسٌ غير منقلب (الطور لا يتغير).



الشكل (١-٢-٣٨) قانون الانعكاس

ومن أجل الأمواج ثنائية وثلاثية البعد كالأمواج على الماء من السهل إدخال مفهوم صدر الموجة. نعرّف صدر الموجة بأنه الخط أو السطح الذي لكل نقاطه نفس الطور. إن الخط العمودي على صدر الموجة وبجهة انتشار الموجة يسمى شعاعاً. كما هو مبين على الشكل (١-٢-٣٨) ، إن الزاوية التي يصنعها مع السطح العاكس للموجة الواردة تساوي الزاوية التي تصنعها الموجة المنعكسة، أي تساوي زاوية الورود، وتعين زاوية الورود بالزاوية التي يصنعها الشعاع الوارد مع العمود على السطح (الزاوية بين صدر الموجة والمماس لها) وبنفس الطريقة تعين زاوية الانعكاس ولكن بالنسبة للشعاع المنعكس. عندما تصل النبضة الموجية على الشكل (١-٢-٣٧أ) إلى السطح لا تنعكس كل الطاقة. فجزءاً منها يعطى إلى السطح حيث إنّه يتحول جزئياً إلى طاقة حرارية ، أما الجزء الآخر فيتابع الانتشار على شكل أمواج في السطح. أي في المادة التي صنع منها السطح. يمكننا إيضاح ذلك، إذا درسنا النبض المتقدم في الحبل والذي يتألف من جزئين : خفيف وثقيل. الشكل (١-٢-٣٩).



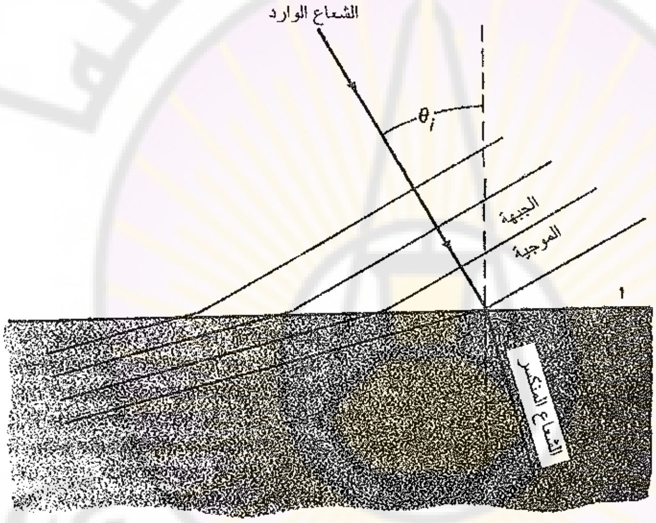
الشكل (١-٢-٣٩) عندما يصادف النبض الموجي في طريقه عدم تماثل فإنه جزئياً ينعكس والجزء الآخر يعبر.

عندما تصل الموجة إلى الحدود بين الأجزاء فإن جزءاً منها ينعكس والجزء الآخر يتابع عبوره كما هو مبين على الشكل (١-٢-٣٩). كلما كان الجزء الثاني من الحبل كبيراً (كثيف المادة) تناقص مقدار الطاقة الموافقة للموجة العابرة ، الجزء الكثيف أو الكبير يكون متجه للجدار وستكون طاقة الموجة العابرة صغيرة جداً. أما في حالة كون الكثافة الخطية للجزء الثاني أكبر

من الجزء الأولي فتغير عندئذ النبضة المنعكسة طورها بـ $180°$. إذا كانت الكثافة الخطية للجزء الثاني أقل هذا يعني أن طور النبضة المنعكسة لا يتغير.

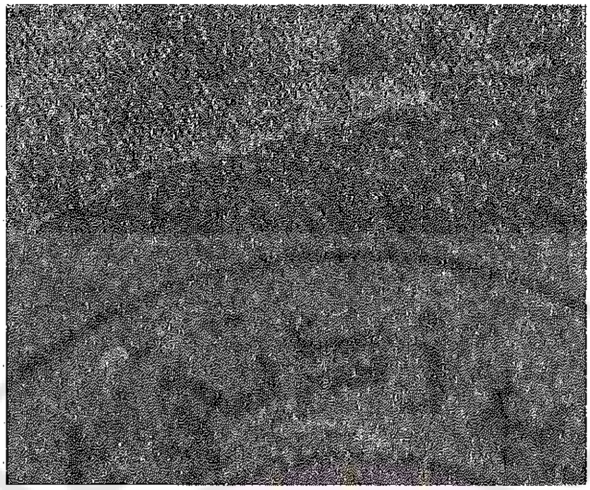
١-٢-١٨- الإنكسار Refraction:

عندما ترد الموجة على الحد الفاصل بين وسطين فإن جزء من طاقتها ينعكس أما الجزء الآخر فيمتص أو يعبر. إذا انتشرت موجة ثنائية أو ثلاثية البعد في نفس الوسط تعبر من خلال الحد الفاصل للوسط ، حيث تختلف سرعتها عندئذ فإن الموجة العابرة يمكن أن تبدأ الحركة في اتجاه آخر يختلف عن الجهة الواردة. الشكل (١-٢-٤٠).



الشكل (١-٢-٤٠) انكسار الأمواج على الحد الفاصل بين وسطين

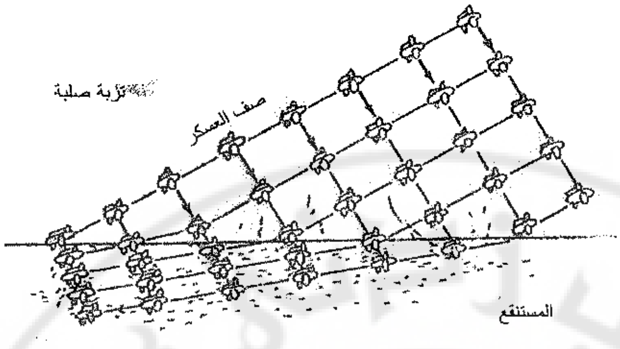
تسمى هذه الظاهرة بالانكسار (أو انكسار الأشعة) ومثال على ذلك الأمواج على الماء الضحلة (قليلة العمق) تقل سرعة الموجة وتجري عملية انكسار الأمواج. الشكل (١-٢-٤١). فعلى الشكل (١-٢-٤٠) إن سرعة الموجة في الوسط 2 أقل من سرعتها في الوسط 1. وفي هذه الحالة يتغير اتجاه حركة الموجة حيث إنها تتحرك تقريباً بصورة عمودية على الحد الفاصل، أي أن زاوية الانكسار Θ_r أقل من زاوية الورود Θ_i. ومن أجل تفسير ما يحدث، لنتصور أن كل صدر موجة هو رتل من جنود يتحركون بصورة منتظمة.



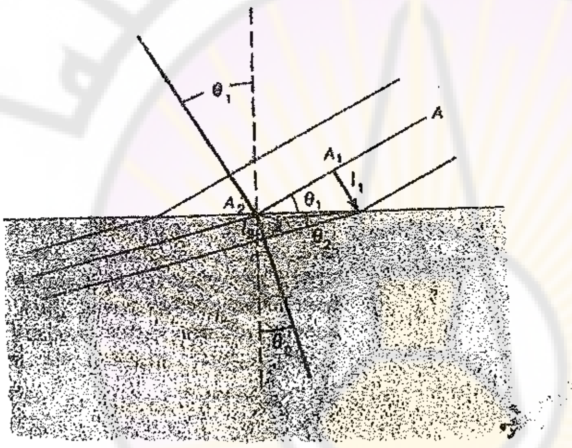
الشكل (١-٢-٤١) انكسار وانعكاس الأمواج على الماء – صورة مأخوذة من Air France في مختبر الكامبرج

يمثل صف الجنود المنتظم الحد بين التربة الصلبة (الوسط 1) والمستنقع (الوسط 2) بحيث أن سرعة حركتهم تقل بصورة طبيعية. الجنود الذين يصلون أولاً إلى المستنقع هم من يبدأ بتقليل خطواتهم بحيث يصبح صفهم منحني كما هو مبين على الشكل (١-٢-٤٢أ).

لندرس صدر الموجة (أو صف جنود منتظم) والممثل على الشكل (١-٢-٤٢ب) بالحرف A وخلال نفس الزمن t تقطع النقطة A_1 المسافة $L_1 = v_1 t$ أما النقطة A_2 فتقطع المسافة $L_2 = v_2 t$.



(أ)



(ب)

الشكل (١-٢-٤٢). أ- حركة صف الجنود المنتظم.

ب- من أجل استنتاج قانون انكسار الأمواج.

إن المثلثين المبينين على الشكل لهما وجه مشترك ، رُمز لها بـ a. على هذه الصورة يكون لدينا :

$$\sin\Theta_2 = L_2/a = v_2 t/a \quad \text{و} \quad \sin\Theta_1 = L_1/a = v_1 t/a$$

بتقسيم العلاقتين بعضهما على بعض نجد :

$$\sin\Theta_2/\sin\Theta_1 = \nu_2/\nu_1 \qquad (1-2-44)$$

حيث : Θ_1 زاوية الورود (Θ_i) ، وَ Θ_2 زاوية الانكسار (Θ_r). على هذه الصورة فالعلاقة (1-2-44) تربط بين زاوية الورود وزاوية الانكسار. لنتصور أن الموجة تنتشر بصورة معاكسة (جهة معاكسة) فإن مناقشتنا لا تتغير وإنما زاوية الورود والانكسار Θ_1 و Θ_2 تتبادلان الترتيب، أي تصبح الزاوية Θ_2 زاوية الورود، أما Θ_1 فتصبح زاوية الانكسار. واضح أنه إذا عبرت الموجة في وسط بحيث سرعتها في هذا الوسط أكبر من وسط الورود فتنكسر مبتعدة عن الناظم أي $\Theta_r > \Theta_i$. يتضح من العلاقة (1-2-44) أنه كلما ازدادت سرعة الموجة في الوسط كلما ازدادت زاوية الانكسار وبالعكس. تنكسر أمواج الزلازل في عمق الأرض عندما تنتشر في طبقات التربة ذات الكثافات المختلفة (أي بسرعات مختلفة) تنكسر الأمواج في الماء وكذلك الأمواج الضوئية.

مثال (١-٢-١٧):

موجة زلزالية (P) تعبر من خلال الحد الفاصل بين تربتين بحيث إنّ سرعتها تزداد من 6,5m/s حتى 8,0m/s. احسب زاوية الانكسار إذا كانت زاوية الورود على الحد الفاصل بين التربتين °30 ؟

الحل :

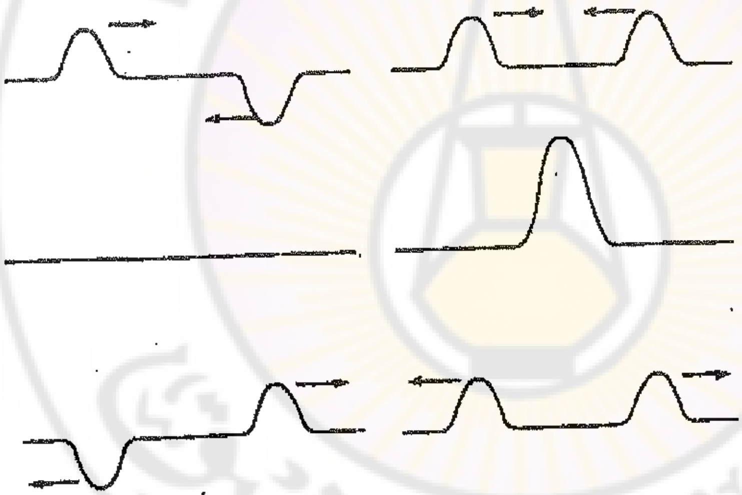
بما أن $\sin 30° = 0,50$ تعطى العلاقة (1-2-44) مايلي :

$$\sin\Theta_2 = \frac{8,0\text{m/s}}{6,5\text{m/s}}(0,50) = 0,62$$

ومنه نجد : $\Theta_2 = 38°$.

١-٢-١٩- التداخل The interference of waves:

التداخل هو وصول موجتين بنفس الوقت إلى منطقة واحدة وهو أحد الأمثلة التي يعمل عندها مبدأ التطابق (وهنا يجب أن نبين أنه من الضروري تحقيق شروط التداخل ألا وهي ترابط الأمواج المتراكبة أي ثبات إزاحة الطور بين الموجتين في أية نقطة). لندرس كمثال موجتين تنتشران في حبل باتجاه بعضهما كما هو مبين على الشكل (١-٢-٤٣). من الشكل (١-٢-٤٣أ) نجد أن كلتا النبضتين لهما نفس السعة، ولكن إحداهما تمثل الذروة أما الأخرى فتمثل القعر، وعلى الشكل (١-٢-٤٣ب) كلتا النبضتين تمثلان الذرى. ففي كلتا الحالتين تتلاقيان وتمر إلى الأمام كل واحدة لوحدها. غير أنه عندما تتقاطعان فالإزاحة المحصلة في كل نقطة تساوي المجموع الجبري لإزاحتها كلٍ على حدة، وهذا ينتج من مبدأ التطابق.

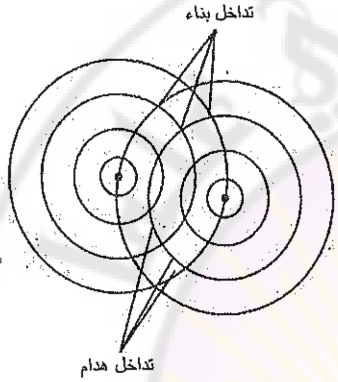


(أ) (ب)

الشكل (١-٢-٤٣) نبضتان موجيتان تنتشران بصورة متلاقية الواحدة مع الأخرى – في المنطقة التي تتغطى فيها الموجتان يحصل التداخل.
أ- تداخل هدام ، ب- تداخل بناء.

فعلى الشكل (١-٢-٤٣أ) تكون الإزاحة متجهة بصورة معاكسة لكل منهما وتكون المحصلة هي تداخل هدام. أما الشكل (١-٢-٤٣ب) فيبين ما يسمى تداخلاً بناء. إن الأمواج الدائرية المنتشرة عن حجرين ملقيين في الماء بصورة متوافقة تتداخلان كما هو مبين على الشكل (١-٢-٤٤).

(أ)

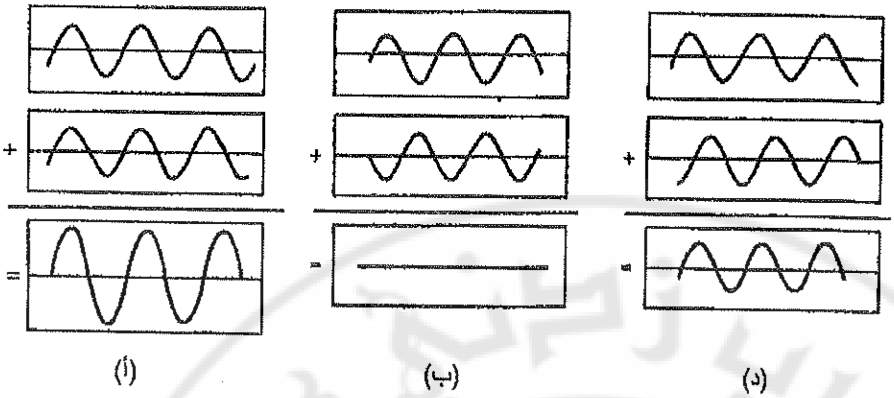


(ب)

الشكل (١-٢-٤٤) تداخل الأمواج في الماء

في بعض الأماكن نهايات عظمى إحدى الموجات تتلاقى مع ذرى موجة أخرى (أما القعر فيلتقي مع القعر) ويحصل تداخل بناء (تقوية) تهتز جزيئات الماء للأعلى وللأسفل وبسعات كبيرة وأكبر من كل موجة منفردة، وفي مناطق أخرى يجري تداخل هدام والماء لا يتحرك على الإطلاق، وهذا يحصل عندما تلتقي ذروة موجة مع قعر موجة أخرى.

ففي الحالة الأولى (عندما يكون التداخل بناء) تكون الأمواج المتداخلة في طور واحد وعند التداخل الهدام ستقع في طورٍ معاكس أي أنهما يختلفان بنصف موجة أو بـ $180°$. وبالأخذ بالحسبان اختلاف الطور ففي حالات كثيرة تبدو في مكان ما بين هاتين الحالتين الحديتين والتداخل عندئذ يسمى التداخل مع تخامد جزئي. إن كل الحالات الثلاث تم تفسيرها على الشكل (١-٢-٤٥) الذي بين تابعية السعة للزمن لنقطة معينة من الفراغ. وسندرس التداخل بالتفصيل في الكتاب الثاني حيث سندرس الأمواج الصوتية والضوئية.

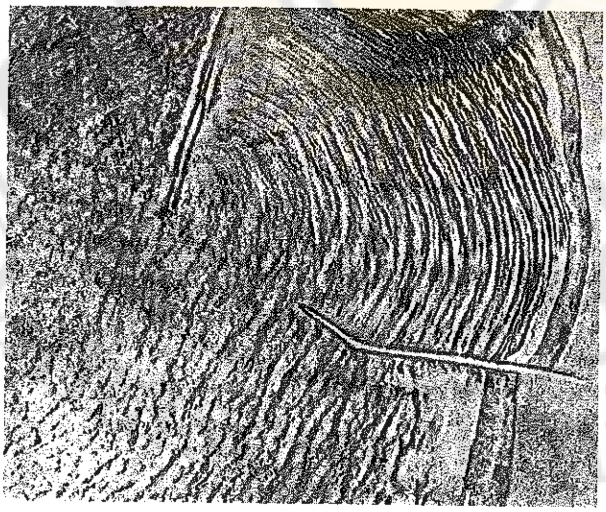


الشكل (١-٢-٤٥) تداخل موجتان.

أ- بناءة ، ب- هدامة ، د- هدامة جزئياً (متخامدة جزئياً).

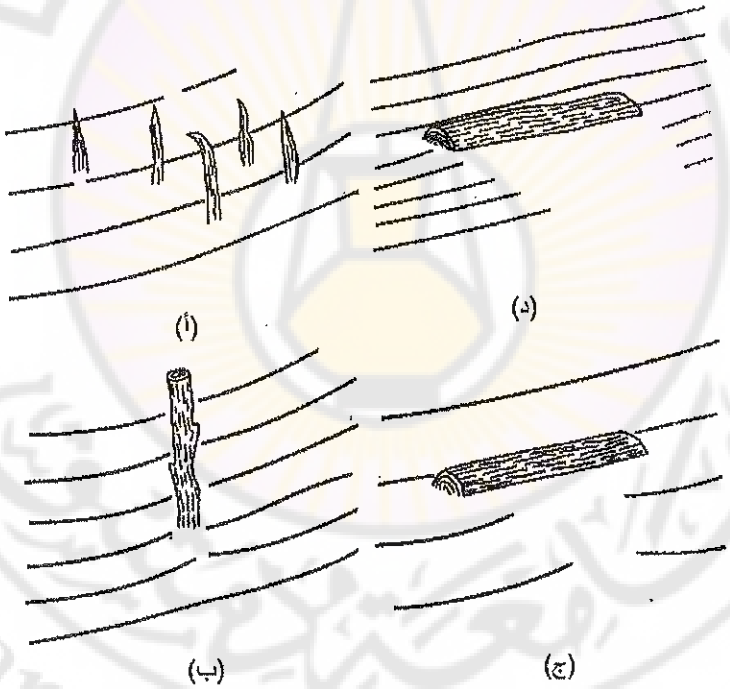
١-٢-٢٠- الانعراج (الحيود) Diffraction:

هناك ظاهرة أخرى مهمة ترتبط بحركة الموجة وتسمى الانعراج. هنا سنتكلم فقط على نوعية الانعراج (أما الوصف الرياضي فسنعطيه عند دراسة الضوء)، ونفهم من الحيود قدرة الموجات على الانعراج عندما يعترضها حاجز لتنتقل إلى منطقة خلفه، وهو ما يفسر على الشكل (١-٢-٤٦) بالنسبة للأمواج على الماء.



الشكل (١-٢-٤٦) انعراج الأمواج

يرتبط الانعراج بالعلاقة بين طول الموجة وأبعاد الحاجز. وهذا يفسر على الشكل (١-٢-٤٧). إذا كان طول الموجة أكبر بكثير من أبعاد الحاجز (كمثال أوراق السُعر على الشكل (١-٢-٤٧أ)) أي أن الموجة تعبر وكأنه لم يكن موجوداً (الأوراق). ومن أجل حواجز أضخم الشكل (١-٢-٤٧ب،د) يوجد منطقة ظلام. غير أننا نلاحظ على الشكل(١-٢-٤٧ج) حيث الحاجز نفسه كما على الشكل (١-٢-٤٧ب). ولكن طول الموجة أكبر لذا سيكون انعراج الأمواج في منطقة الظلام أشد. وبالتالي يجب أن نتذكر القاعدة أن منطقة الظلام تكون كبيرة في تلك الحالة عندما يكون طول الموجة أصغر من أبعاد الحاجز. ومن الضروري أن نبين أن هذه القاعدة تنطبق على انعكاس الأمواج عن الحواجز. فعلى الشكل (١-٢-٤٧أ،د) ينعكس جزء قليل من الموجة. ويكون الانعكاس ملحوظاً فقط عندما طول الموجة أصغر من أبعاد الحاجز كما في الشكل (١-٢-٤٧ب).



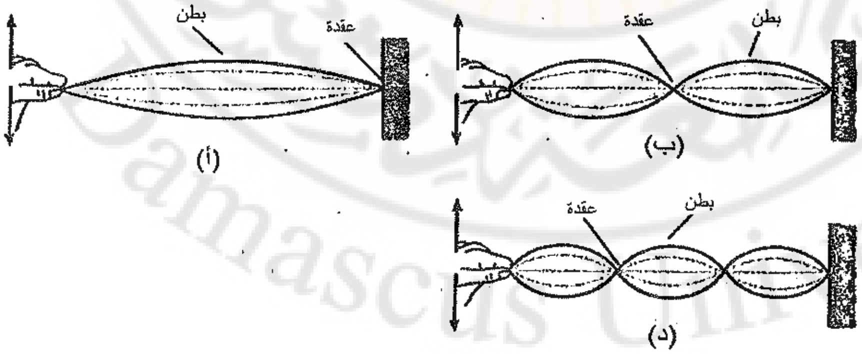
الشكل (١-٢-٤٧) الأمواج على الماء بوجود حواجز مختلفة الأبعاد. كلما ازداد طول الموجة مقارنة بأبعاد الحاجز، كلما وضح الانعراج في منطقة (الظلام).
أ- أوراق السُعر. ب- خشبة على سطح الماء (طول موجة صغير). ج- خشبة تطفو على وجه الماء (طول موجة كبير).

إن قدرة الأمواج على تخطي الحواجز ونقل الطاقة إلى منطقة تقع خلف الحواجز، تختلف عن جزيئات المادة التي تنقل الطاقة. لنذكر المثال، لو وقفنا خلف السياج، عند ذلك لا تخاطر بأن تضرب بكرة البيسبول المقذوفة من الجهة الأخرى، أما أصوات المشجعين والأصوات الأخرى ستكون مسموعة بالنسبة لك، حيث إنّ الأمواج الصوتية تنعرج خلف السياج، أما كما يقال تنعرج على حواف الحاجز. إنّ التداخل وكذلك الانعراج هي خواص الأمواج وليست خواص الجسم المادي. وبالمثل إنّ الإختلاف بين الطاقة المحمولة من الأمواج والطاقة المحمولة من جزيئات المادة هي من الأهمية لفهم طبيعة الضوء والمادة كما سنرى في الفصول التالية.

١-٢-٢١- الأمواج المستقرة – التجاوب :

Standing waves , Resonance:

إذا هيجنا موجة في نهاية حبل، نهايته الأخرى مثبتة. هذا يؤدي إلى انتقال أمواج مستمرة إلى نهايته المثبتة ثم ينعكس الاهتزاز بالاتجاه المعاكس. لو تابعنا الهز فإنه سيتولد أمواج تنتشر في كلا الاتجاهين وبحيث نحقق تداخل الموجة الواردة مع المنعكسة. إذا كان تواتر الاهتزاز مختار بصورة صحيحة فإن تداخل الأمواج الواردة والمنعكسة سيؤدي إلى نشوء أمواج مستقرة لها سعات كبيرة. الشكل (١-٢-٤٨). تسمى هذه الأمواج بالأمواج المستقرة لأنها تبدو غير متحركة. تسمى نقاط التداخل الهدام بالعقد ونقاط التداخل البناء بالبطون والتي لا تغير مواقعها. لا تنشأ الأمواج المستقرة عند تواتر واحد فقط بل يتم ذلك من أجل عدة تواترات تحقق شروطاً خاصة.

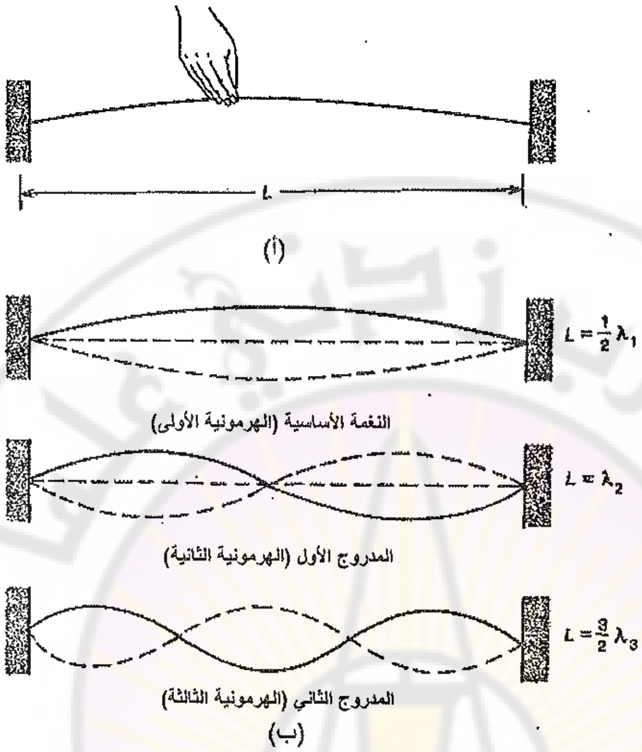


الشكل (١-٢-٤٨) الأمواج الواقفة والموافقة لثلاثة تواترات مرنانية

إن الأمواج المستقرة الموضحة على الشكل (١-٢-٤٨ب،د) تنشأ عند تواترات مساوية بدقة ضعف أو ثلاثة أضعاف التواتر الأقل وعندما يبقى شد الحبل نفسه دون تغيير. وإذا أصبح التواتر أكبر بأربع مرات من التواتر الأصغري هذا يعني أن الأمواج المستقرة ستمتلك أربعة بطون وهكذا. تسمى التواترات التي تنشأ عندها أمواجاً مستقرة بالتواترات الخاصة أو التواترات التجاوبية والصور المختلفة للاهتزاز موضحة على الشكل (١-٢-٤٨).

إن الأمواج المستقرة هي نتيجة لتداخل موجتين متحركتين بإتجاهين متعاكسين. عندما يتشكل في الحبل أمواجاً مستقرة عند التواترات التي توافق تواترات مرنانية ، لا يتطلب عندئذ جهداً كبيراً من أجل المحافظة على الاهتزاز بسعة كبيرة. على هذه الصورة تعود الأمواج المستقرة إلى نفس الظاهرة التي يحصل عند الاهتزاز التجاوبي للثقل المعلق بنابض أو نواس والمناقش في الفقرة السابقة. والاختلاف الوحيد أنه في النابض والنواس يوجد تواتر تجاوبي وحيد في حين في الحبل المشدود يوجد عدد من التواترات التجاوبية كل واحد منها مضاعف للتواتر الأصغري.

لندرس الآن وتر آلة موسيقية مشدود بين مسندين الشكل (١-٢-٤٩أ) عندما يشد الوتر ويترك لينجز اهتزازاً ينشأ فيه أمواجاً بتواترات مختلفة. إن الأمواج المتحركة في الوتر بكلا الاتجاهين تنعكس على النهايات وتغير اتجاه حركتها. إنّ أغلبية الأمواج المثارة تتداخل بعضها مع بعض عشوائياً وبسرعة تتخامد مع الزمن والموضع. ويبقى لفترة طويلة فقط تلك الأمواج التجاوبية للوتر. وعند نهايتي الوتر حيث إنّه من نهايتيه سيكون هناك عقد اهتزازية (وعلى الوتر يمكن أن يكون عقد أخرى).



الشكل (١-٢-٤٩) أ- إثارة الوتر. ب- إن الأمواج المستقرة فقط والموافقة للتواترات المرنانية ، تستطيع أن تتواجد لفترة طويلة.

إن بعض امكانيات النماذج الموجية (الأمواج المستقرة) موضحة على الشكل (١-٢-٤٩ب). وبصورة عامة يقال أن الحركة الاهتزازية هي مجموعة من هذه النماذج التجاوبية المختلفة، ولكن فقط بتلك التواترات الموافقة للتواترات التجاوبية. إن ايجاد التواتر التجاوبي معتمد غير أن طول الأمواج المستقرة مرتبط بطول الوتر L. إن التواتر الأخفض الموافق للنموذج الأساسي يوافق بطناً واحداً على الوتر. وكما هو واضح من الشكل (١-٢-٤٨ب)، في هذه الحالة فإن طول الوتر L يساوي نصف طول الموجة أي أن $L = \lambda_1/2$ حيث : λ_1 طول موجة النموذج الأساسي. أما النموذج التالي للاهتزاز فيوافق بطنين ويسمى المدروج الثاني وفي هذه الحالة $L = \lambda_2$. ومن أجل المدروج الثالث والرابع سيكون لدينا على التتابع $L = (3/2)\lambda_3$ و $L = 2\lambda_4$ وهكذا....

وبصورة عامة يمكن أن نكتب:

$$L = n\,\lambda_n/2 \qquad (1-2-45)$$

حيث : $n = 1, 2, 3, \ldots \ldots$. يرمز العدد الصحيح n إلى رقم الهرموني فإن $n = 1$ توافق المدروج الأول و $n = 2$ الهرموني الثاني وهكذا....

يسمى أيضاً الهرموني الثاني بالمدروج الأول والهرموني الثالث بالمدروج الثاني وهكذا. على هذه الصورة يكون:

$$\lambda_n = 2L/n$$

حيث : $n = 1, 2, 3, \ldots \ldots$.

ومن أجل تعيين تواتر الاهتزاز f، نستخدم العلاقة (1-2-27) والتي تعطي $f = \nu/\lambda$.

بما أن الموجة المستقرة تكافئ موجتين متقدمتين متحركتين بصورة متعاكسة، فإن مفهوم السرعة له نفس المعنى فسرعة الموجة في الوتر يمكن التعبير عنها بالعلاقة (1-2-28) من خلال شد الوتر F_T والكثافة الخطية μ بحيث أن: $\nu = \sqrt{F_T/\mu}$.

مثال (١-٢-١٨) :

يبلغ طول وتر بيانو $1{,}10m$ وكتلته $9{,}0g$. والمطلوب :

أ)- احسب قوة شد الوتر بحيث يساوي التواتر الأساسي (تواتر النغمة الأساسية) القيمة $131\ Hz$؟

ب)- احسب التواترات التجاوبية الأربعة الأولى؟

الحل :

أ)- إن طول الموجة للمدروج الأساسي تساوي :

$$\lambda = 2L = 2{,}20m$$

وعند ذلك فإن سرعة الأمواج المتقدمة:

$$\nu = \lambda f = (2{,}20m)(131s^{-1}) = 288m/s$$

على هذه الصورة ومن العلاقة (2-15) يكون:

$$F_T = \mu\nu^2 = \left(\frac{0{,}0090kg}{1{,}10m}\right)(288m/s)^2 = 679N$$

ب)- إن التواترات التجاوبية الثانية والثالثة والرابعة تزيد عن التواتر الأساسي بـ 2 و 3 و 4 مرات وتساوي على الترتيب 262 و 393 و 524 هرتز.

لقد تعرفنا سابقاً ماذا تمثل الإزاحة D لموجة متقدمة أحادية البعد على شكل تابع بين الاحداثي x والزمن t. على نفس الصورة يمكن اجراءه بالنسبة للأمواج المستقرة في الوتر. وكما ذكرنا فإن الأمواج المستقرة يمكن تمثيلها على شكل مجموع موجتين متقدمتين تتحركان للتلاقي.

ومن أجل كل منهما يمكن أن نكتب : (أنظر العلاقتين (15-10B) و (15-13B)).

$$D_1 = D_M \sin(kx - \omega t)$$

$$D_2 = D_M \sin(kx + \omega t)$$

وهنا نفترض أن التخامد معدوم أما التواتر وطول الموجة لهاتين الموجتين فهما متساويان. إن يعطى مجموع هاتين الموجتين المشكلتين للموجة المستقرة بالعلاقة:

$$D = D_1 + D_2 = D_M[\sin(kx - \omega t) + \sin(kx + \omega t)]$$

وباستخدام العلاقات المثلثية من أجل مجموع جيب زاويتان نجد:

$$\sin\Theta_1 + \sin\Theta_2 = 2\sin[1/2(\Theta_1 + \Theta_2)] \times \cos[1/2(\Theta_2 - \Theta_1)]$$

يمكن إعادة كتابة العلاقة الأخيرة على الشكل:

$$D = 2D_M \sin kx \cos\omega t \qquad (1-2-46)$$

بفرض أن $x = 0$ من أجل النهاية اليسرى للوتر ومن أجل النهاية اليمنى يكون لدينا $x = L$ حيث L هو طول الوتر. وبما أن نهايتي الوتر مثبتتين وَ $D = 0$ عند $x = 0$ وعندما $x = L$.

إن العلاقة (1-2-46) تحقق الشروط البدائية ($D = 0$ عندما $x = 0$) ، تتحقق الشروط الثانية عندما يتحقق:

$$kL = \pi\, , 2\pi\, , 3\pi\, , \dots\dots\, , n\pi$$

حيث n أعداد صحيحة أو لما كان $k = 2\pi/\lambda$.

$$\lambda = 2L/n \qquad (n \text{ عدد صحيح})$$

على هذه الصورة فقد توصلنا من جديد إلى العلاقة (1-2-45).

إن العلاقة (1-2-46) إضافة إلى الشرط $\lambda = 2L/n$ تمثل الوصف الرياضي للأمواج المستقرة. سنرى أن الجسيم في أي نقطة x سينجز اهتزازاً هرمونياً (حيث إنّه يوجد في العلاقة $\cos\omega t$). كل جسيمات الوتر تهتز بنفس التواتر $f = \omega/2\pi$ ، أضف إلى ذلك فإن السعة تتعلق بـ x وتساوي $2D_M \sin kx$. وعندما $kx = \pi/2\, , 3\pi/2\, , 5\pi/2\, , \dots\dots$ فالسعة تكون عظمى وتساوي $2D_M$. وبكلمات أخرى توافق السعة العظمى النقاط التالية:

$$x = \lambda/4\, , 3\lambda/4\, , 5\lambda/4\, , \dots\dots$$

وهي تمثل مواضع البطون ولا شيء آخر.

تظهر الأمواج المستقرة في الحقيقة غير متحركة في حين الأمواج المتقدمة تنجز حركة واضحة نحو الأمام. إن تسمية الأمواج المستقرة توافق أيضاً ما يحصل في هذه الحالة للطاقة. في العقد تكون جزيئات الوتر ساكنة لا تحمل طاقة. وكأن الطاقة تتوقف مكانها ولا تنقل على طول الوتر. لا تثار الأمواج المستقرة فقط في الأوتار وإنما في كل الأجسام القادرة على انجاز الاهتزاز. حتى إنّه لو ضربنا بالمطرقة على حجر أو لوح سنثير فيهما أمواجاً مستقرة توافق الرنين الخاص بهذا الجسم.

يرتبط التواتر التجاوبي بأبعاد الجسم ومنها طوله. على سبيل المثال التواتر الخاص لجسم صغير لا يمكن أن يكون مساوياً للتواتر الخاص لجسم كبير. ففي كل الأجهزة الموسيقية يتشكل الصوت بفضل الأمواج المستقرة في الأوتار وجانب الأوتار وفي أعمدة الهواء وفي الطبلات ...... إلخ.

مسائل

١) يمتلك النابض الحقيقي كتلة، وضح كيف يختلف الدور الحقيقي للاهتزاز وتواتره عن القيمة المحصول عليها لحمل يهتز في نهاية نابض مهمل الكتلة؟

٢) كيف يمكن مضاعفة السرعة العظمى للاهتزازة التوافقية؟

٣) علق جسم كتلته m في نهاية نابض ثابت صلادته k. قُطع النابض من منتصفه وعلق فيه نفس الثقل. بكم سيتغير تواتر الاهتزاز؟

٤) جسمان لهما نفس الكتلة معلقان بنابضين متماثلين. يسحب الجسم الأول المعلق بمسافة 10cm والآخر يسحب لمسافة 20cm ويتركان بنفس الوقت، أي من الجسمين يصل أولاً إلى وضع التوازن؟

٥) أ- اكتب المعادلة التي تصف حركة النابض، إذا كان معروفاً أنه عندما نمطه بمقدار 20cm عن وضع التوازن ونتركه سيهتز بدور قدره $1{,}5\text{s}$؟

ب- عين إزاحة النابض عندما $t = 1{,}8\text{s}$.

٦) تقع حشرة كتلتها $0{,}30\text{g}$ في شبكة عنكبوت. اهتزت شبكة العنكبوت بتواتر 15Hz.

أ- عين قيمة k لشبكة العنكبوت.

ب- بأي تواتر ستهتز شبكة العنكبوت إذا وقعت فيها حشرة كتلتها $0{,}10\text{g}$؟

٧) يُزاح النابض تحت تأثير ثقل m إلى مسافة $0{,}8\text{cm}$ عن وضع توازنه ويترك، عند أية مسافة عن وضع التوازن يكون:

أ- سرعة الثقل m تساوي نصف السرعة العظمى؟

ب- يكون التسارع نصف التسارع الأعظمي؟

٨) لنفرض أن $\Delta r = r - r_0$ هي إزاحة صغيرة عن وضع التوازن، حيث أن: $\Delta r \ll r_0$.

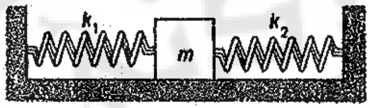
أ- بيّن أن مثل هذه الإزاحة تؤدي إلى حركة اهتزازية توافقية تقريباً.

ب- عين قيمة k.

ج- ما هو دور مثل هذا الاهتزاز (اعتبر إحدى الذرات ساكنة)؟

٩) يربط جسم كتلته m بنابضين لهما ثابتا الصلادة k_1 وَ k_2. كما في الشكل (٢-١أ، ب).

(أ)



(ب)

الشكل (٢-١أ،ب)

بين أن دور الاهتزاز على الشكل (أ) يعطى بالعلاقة:

$$T = 2\pi\sqrt{m\left(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}\right)}$$

وعلى الشكل (ب) يعطى بالعلاقة:

$$T = 2\pi\sqrt{\left(\frac{m}{k_1+k_2}\right)}$$

١٠) ينجز جسم كتلته $1,0kg$ اهتزاز حسب القانون:

$$x = 0,42\cos 7,40t$$

حيث t- تقاس بالثواني، أما x- فتقاس بالمترات. أوجد:

أ- سعة الاهتزاز.

ب- التواتر.

ج- الطاقة الكلية.

د- الطاقة الحركية والكامنة عندما $x = 0,16m$.

١١) رصاصة كتلتها $0,012kg$ تصيب حجر كتلته $0,300kg$ والمربوط في نابض شاقولي والذي يمتلك ثابت صلادة قدره $5,2\times10^3 N/m$. النهاية الأخرى للنابض ثابتة. إذا كانت سعة اهتزاز الحجر بعد إصابته بالرصاصة تساوي $12,4cm$ ما هي سرعة الرصاصة إذا اعتبرت أنه بعد إصابة الرصاصة للحجر تحركا معاً؟

١٢) يربط حجر كتلته $0,3kg$ بنابض شاقولي مثبت من إحدى نهايتيه وثابت صلادته $5,2 \times 10^3 N/m$. بفرض أن رصاصة كتلتها $0,012kg$ تصيب هذا الحجر، فإذا كانت سعة اهتزاز الحجر بعد إصابته بالرصاصة هي $12,4cm$. ما هي سرعة الرصاصة؟ علماً أن الرصاصة والحجر تحركا معاً بعد الإصابة.

١٣) إذا كانت طاقة اهتزاز جملة أكبر بعشرة مرات من طاقة اهتزاز جملة أخرى ولكن ثابت صلادة الجملة الأولى k أكبر بمرتين مما هو للجملة الثانية. ما هي العلاقة بين سعتا الاهتزاز لهاتين الجملتين؟

١٤) ما هو طول البندول الرياضي حتى يكون دوره يساوي بدقة $1s$؟

١٥) إن دور اهتزاز البندول الرياضي على الأرض يساوي $0,60s$ ما هو دوره على المريخ، علماً أن تسارع الجاذبية هناك تساوي $0,37$ من التسارع الأرضي؟

١٦) إذا كان طول البندول الرياضي يساوي $0,36m$ وأزيح بمقدار $10°$ عن الشاقول وترك:

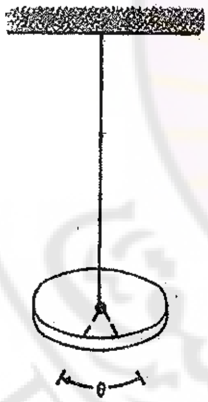
أ- احسب تواتر الاهتزاز.

ب- بأي سرعة تمر الكرة النقطية المعلقة بنهايته من النقطة الأخفض؟

١٧) يتألف نواس فتل من قرص أسطواني مسطح عزم عطالته I ويعلق كما في الشكل (٢-٢). إذا دورنا القوس بزاوية θ عن وضع التوازن فإنه يبدأ الاهتزاز ويتولد في السلك المفتول عزم قوة إرجاع: $\tau = -K\theta$ حيث K - ثابت، أما الزاوية θ متغيرة كبيرة.

أ- أوجد معادلة الحركة (تابعية θ للزمن) وبين أن الاهتزاز هو اهتزاز توافقياً.

ب- أوجد العلاقة لدور الاهتزاز.



الشكل (٢-٢)

١٨) يهتز حجر كتلته $750g$ مربوط بنهاية نابض ثابت صلادته $k = 56,0N/m$.
يتحرك الحجر في سائل حيث يؤثر عليه قوة مقاومة $f = -bv$ وَ $b = 0,162N.s/m$.

أ- ما هو دور الاهتزاز؟

ب- ما هو مقدار نقصان السعة بعد كل اهتزاز؟

ج- عبر عن تابعية الاحداثيات للزمن عندما $t = 0\ ,\ x = 0$.
وعندما $t = 100s\ ,\ x = 0,120m$.

١٩)أ- بيّن أن الطاقة الميكانيكية الكلية $E = mv^2/2 + kx^2/2$ لهزاز توافقي تخامده ضعيف يقل مع الزمن حسب القانون:

$$E = \frac{1}{2}kA^2e^{-(b/m)t} = E_o e^{-(b/m)t}$$

حيث E_o-الطاقة الميكانيكية الكلية عندما $t = 0$ (اعتبر أنَّ $\omega \gg b/2m$).

ب- بيّن أنه خلال دور واحد يفقد جزء من الطاقة يساوي:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{2\pi b}{m\omega_o} = \frac{2\pi}{Q}$$

حيث: $\omega_o = \sqrt{k/m}$، أما $Q = m\omega_o/b$.

٢٠) هل يتساوى تواتر موجة دورية بسيطة مع تواتر اهتزازة مثارة منها؟ ولماذا؟

٢١) بيّن الاختلاف بين سرعة الموجة العرضية والمتقدمة في حبل وسرعة الجزيء ضمن جزء صغير من الحبل؟

٢٢) اذكر أمثلة إضافية على أمواج أحادية وثنائية وثلاثية البعد؟

٢٣) اذكر سببان يبينان سبب انخفاض سعة الموجة في الماء كلما ابتعدت عن المنبع؟

٢٤) موجتان وحيدتا البعد لهما نفس السعة وهما متماثلتان بكافة الخواص ماعدا أن الأولى لها طول موجة أكبر بمرتين من الثانية. أي من الموجتين تحمل طاقة أكبر؟ وبكم مرّة؟

٢٥) لاحظ صياد سمك أن ذروة الموجة تمر أمام مقدمة القارب الواقف عليه والمتوقف كل $5s$. وإذا كانت المسافة بين الذرى (كما قدرهما) تساوي $15m$. ما هي سرعة حركة الأمواج؟

٢٦)يقع تواتر المجال الضوئي الوسطي بين (550-1600kHz) وإن الأمواج الراديوية (الأمواج الكهرطيسية) تنتشر بسرعة $3{,}0 \times 10^8 m/s$. ما هو طول الموجة الموافق لهذا المجال؟ ماهو مجال طول الموجة الموافق للمجال من التواتر بين (88-108MHz).

٢٧)حبل كتلته 0,85kg مشدود بين مسندين يقعان على مسافة 30m الواحد عن الآخر. إذا كانت قوة الشد 1950N. أوجد زمن انتقال النبضة من أول مسند إلى المسند الآخر؟

٢٨)احسب سرعة الأمواج الطولية: أ- بالماء، ب- بالغرانيت.

٢٩)اوجد طول الموجة الصوتية ذات التواتر 7000Hz والمنتشرة على طول قضيب حديدي.

٣٠)حبل متماثل كتلته m وطوله L ومعلّق بصورة شاقولية.

أ- بيّن أن سرعة الموجة العرضية في هذا الحبل تساوي $\sqrt{gh}$. حيث h - ارتفاع الحبل عن النهاية السفلى.

ب- ما هو زمن عبور النبضة الموجيّة من النهاية السفلى إلى العليا؟

٣١) تمتلك موجتان في نفس المنطقة من القشرة الأرضية نفس التواتر ولكن طاقة إحداهما أكبر بمرتين من الأخرى. ما هي علاقة سعة هاتين الموجتين؟

٣٢) قارن بين: أ- شدة، ب- سعة الموجة الزلزالية على مسافة 10km وَ20km عن بؤرة الهزة الأرضية.

٣٣) بيّن أنّ الإزاحة في الموجة الكروية، تتناقص في كل الاتجاهات بصورة متساوية عن منبع نقطي يمكن كتابتها على الشكل:

$$D = \frac{A}{r}\sin(kr - \omega t)$$

حيث r- المسافة عن المنبع، أما A- ثابت.

٣٤) لنفرض موجتان وحيدتا البعد والموصوفتان بالتابعان:

$$D_2 = f_2(x,t) \quad \text{وَ} \quad D_1 = f_1(x,t)$$

بيّن أنه إذا حقق هذان التابعان العلاقة الموجية:

$$\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} = v^2 \frac{\partial^2 D}{\partial x^2}$$

فإن أي مجموعة خطّية $D = c_1 D_1 + c_2 D_2$ تحقق هذه العلاقة الموجية حيث c_1 وَ c_2 ثابتان.

٣٥) لنفرض موجتان وحيدتا البعد ولهما نفس السعة والتواتر وتنتشران في نفس الوسط بحيث أن الفرق في طوريهما هو Φ يمكن كتابة هاتان الموجتان كمايلي:

$$D_1 = D_M \sin(kx - \omega t)$$
$$D_2 = D_M \sin(kx - \omega t + \Phi)$$

أ- بأستخدام علاقة المثلثات:

$$\sin\theta_1 + \sin\theta_2 = 2\sin[(\theta_1 + \theta_2)/2]\cos[(\theta_1 - \theta_2)/2]$$

بيّن أن الموجة المحصلة لها الشكل:

$$D = \left(2D_M \cos\frac{\Phi}{2}\right)\sin\left(kx - \omega t + \frac{\Phi}{2}\right)$$

ب- ما هي سعة الموجة المحصلة؟ هل الموجة جيبية تماماً؟

ج- بيّن أننا سنراقب التداخل البّناء عندما: $\Phi=0\ ,\ 2\pi\ ,\ 4\pi,\dots\dots$. وتداخل هدام عندما: $\Phi=\pi\ ,\ 3\pi\ ,\ 5\pi,\dots\dots$.

د- صف الموجة المحصلة (بالمعادلات الرياضية وكلامياً) عندما $\Phi=\pi/2$.

٣٦) تتجاوب الأوتار بأربعة بطون عند التواتر 22Hz. اذكر ثلاثة تواترات إدنى والتي عندها ستتجاوب أيضاً.

٣٧) إذا كانت سرعة الموجة في الوتر 480m/s. ماهي المسافة بين العقد للأمواج المستقرة بتواتر $86{,}0\text{Hz}$؟

٣٨) إذا كان تواتر مدروجان متتاليان بالتوتر يساويان 320Hz وَ 360Hz ماهو تواتر المدروج الأساسي؟

٣٩) بيّن أن تواتر الموجة المستقرة في وضع طوله L وكثافته الخطية μ ، والمشدود بقوة F_T يعطى بالعلاقة:

$$f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

حيث n- عدد صحيح.

٤٠)يعلق قرص رقيق متجانس نصف قطره $R = 10\ cm$ في نقطة من محيطه بسلك مهمل الكتلة طوله $2R$. وعند إزاحة القرص عن وضع التوازن بزاوية صغيرة α وتركه بدون سرعة بدائية (يهمل الاحتكاك)، يهتز النواس في مستوي القرص باهتزازات صغيرة حول وضع التوازن.

أ- ارسم الشكل الموافق، واكتب المعادلة التفاضلية لحركة القرص مبيناً مدلول كل حد من حدودها.

ب- احسب نبض الاهتزاز ω والدور P (بفرض أن تسارع الجاذبية $g = 10 m.s^{-2}$)

ج- احسب نصف قطر القرص بحيث يكون دور الاهتزاز $P = 1\ s$.

الفصل الثالث

الصوت

The sound

١-٣- الصوت The sound :

يرتبط مفهوم الصوت بالسمع وبالتالي بالعمليات الفيزيولوجية في الأذن وكذلك بالعمليات النفسية في أدمغتنا (حيث تجري هناك معالجة الإحساسات الواردة إلى عضو السمع). إضافة إلى ذلك نفهم تحت مفهوم السمع الظاهرة الفزيائية التي تؤثر في أذاننا وبالضبط الأمواج الطولانية.

عند دراسة الصوت يمكن التحدث عن ثلاثة مفاهيم مختلفة:

الأول: وجود منبع للصوت، وكما بالنسبة لأية موجة فإن منبع الأمواج الصوتية هو جسم مهتز.

الثاني: الطاقة المحمولة من منبع الصوت إلى المستقبل وهي على شكل أمواج صوتية طولانية.

الثالث: استقبال الصوت من قبل الأذن أو أية أجهزة استقبال للصوت.

سندرس في نهاية هذا الفصل منابع ومستقبلات الصوت ولندرس بعضاً من خواص الأمواج الصوتية.

١-٣-١- خواص الصوت :

لنأخذ مثلاً طبلة تصدر صوتاً، يهتز الجلد المثبت على الطبلة ويشكل في الهواء موجة صوتية. تنتشر فيه ولذلك وكون الهواء يتصل مع غشاء الطبلة فإن اهتزاز الهواء مرتبط باهتزاز هذه الأغشية. غير أن الأمواج الصوتية يمكنها الانتشار في مواد أخرى يمكن سماع اصطدام حجران مع بعضهما بعضاً وكذلك السباح تحت الماء يمكن أن يسمع الأصوات حيث تنتقل الأمواج الصوتية إلى الأذن عبر الماء، ولو وضعنا آذاننا على سكة القطار يمكننا سماع صوت قطار يقترب أو صوت جرار زراعي عندما نضع آذاننا على الأرض. في هذه الحالة لا تؤثر بصورة مباشرة على طبلة الأذن غير أن الأمواج الطولية المنتشرة في الأرض تسمى أمواجاً صوتية حيث أن أي اهتزاز يؤدي إلى اهتزاز الهواء حول الآذن.

في الحقيقة إن الأمواج الطولانية تنتشر في أي وسط مادي وعادة ما يسمى وسطاً صوتياً. يتضح أنه لا يمكن للصوت إنّ ينتشر في حال عدم وجود وسط مادي. فعلى سبيل المثال لا

يمكن سماع صوت جرس كهربائي إذا وضع الجرس في وعاء مفرغ من الهواء. تمتلك سرعة الصوت قيماً مختلفة بحسب الأوساط المادية المختلفة. إن سرعة انتشار الصوت في الهواء عند الدرجة $0°c$ والضغط الجوي $1atm$ تساوي $331,3m$ ففي الفصل السابق شاهدنا أن السرعة تتعلق بمعامل المرونة وكثافة المادة. وتعطى سرعة الصوت في الهواء والغازات والأوساط السائلة بالمعادلة :

$$v = \sqrt{B/\rho}$$

حيث B : معامل الانضغاط بكل الاتجاهات، أما ρ : كثافة الوسط.

ففي الهليوم الذي كثافته أقل بكثير من كثافة الهواء ومعامل الانضغاط في كل الاتجاهات تقريباً متساوي لذلك فسرعة الصوت فيه أكبر بحوالي ثلاث مرات من الهواء وفي السوائل والأجسام الصلبة، الأقل انضغاطاً وبالتالي تمتلك معامل مرونة أكبر فستكون سرعة الصوت أكبر. يبين الجدول (١-٣-١) قيم سرعة الصوت في مواد مختلفة، وهذه السرعة تتعلق بصورة واضحة بدرجة الحرارة. وهذه التابعية تكون واضحة في الغازات بينما لا تكون مؤثرة في المواد الصلبة والسائلة. على سبيل المثال في الهواء عند ارتفاع درجة الحرارة درجة مئوية واحدة، فإن سرعة الصوت تزداد تقريباً بمقدار $0,60m/s$:

$$v \approx (331 + 0,60t)m/s$$

حيث t : درجة الحرارة مقدرة بـ $°c$.

على سبيل المثال عند درجة الحرارة $20°c$ يكون لدينا:

$$v \approx \big(331 + 0,60 \times (20)\big)m/s \approx 343m/s$$

الجدول (١-٣-١) سرعة الصوت في مواد مختلفة عند درجة الحرارة 20°c

المادة	سرعة الصوت m/s
الهواء	343
الهواء (°c)	331
الهليوم	1005
الهيدروجين	1300
الماء	1440
ماء البحر	1560
الحديد والفولاذ	≈ 5000
الزجاج	≈ 4500
الألمنيوم	≈ 5100
لب الخشب الثقيل	≈ 4000

ومن أجل إنسان ذي سمع طبيعي نجد خاصتين للصوت ألا وهما سوية الشدة (الجهارة) والإرتفاع. وهاتان الخاصتان تصفان الشعور الناشئ في وعي السامع. غير إنّ كل خاصة من هذه الخواص تطابق قيمة يمكن قياسها بالطرائق الفيزيائية.

فالجهارة (سوية الشدة) ترتبط بشدة الموجة الصوتية وسندرسها لاحقاً بينما ارتفاع الصوت يمثل كون هذا الصوت مرتفعاً كما في الكمان أو الفيليونت ومنخفضاً كصوت طبلاً كبيراً أو أوتار جهيرة. إن القيمة الفيزيائية التي تصف ارتفاع الصوت هي تواتر اهتزاز الأمواج الصوتية وإن هذا ما لاحظه أولاً العالم غاليلو. فكلما انخفض التواتر تناقص ارتفاع الصوت وكلما ازداد التواتر كان الصوت أكثر ارتفاعاً. تستقبل الأذن تواترات في المجال من 20 إلى 20000 هرتز، والمسماة بالمجال المسموع. ومن المعروف أنه من الممكن ملاحظة بعض الحيود عن هذا المجال (المجال المسموع) فالطبيعة العامة أن المسنون يبدؤون بالسماع السيئ للتواترات العالية والحد الأعلى عندهم ينخفض حتى 10000 هرتز وحتى أخفض من ذلك.

إن الأمواج الصوتية التي تواتراتها تقع خارج المجال المسموع يمكن أن تصل إلى آذاننا ولكن لا نسمعها. وتسمى الأمواج الصوتية ذات التواترات التي تزيد عن 20000 هرتز بالأمواج فوق الصوتية. (يجب عدم الخلط بينها وبين السرع الأعلى من سرعة الصوت والتي تصف الجسم المتحرك بسرعة أعلى من سرعة الصوت). إنّ كثيراً من الحيوانات يمكنها سماع التواترات فوق الصوتية فعلى سبيل المثال تستطيع الكلاب سماع أصوات ذات ارتفاع حتى 50000Hz، أما الخفافيش فتسمع حتى 100000Hz وتستخدم الأمواج فوق الصوتية بصورة واسعة في الطب وفي الكثير من المجالات العلمية والتقنية.

إن الأمواج الصوتية التي تواتراتها تقع تحت المجال المسموع أي (أقل من 20 هرتز) تسمى الأمواج تحت الصوتية. إن منابع الأمواج تحت الصوتية هي الهزات الأرضية وصدمات الرعد وانفجارات البراكين، وكذلك الأمواج الناشئة عند اهتزاز مكنات ثقيلة مع تجهيزات أخرى. إن المنبع الأخير يمكن أن يكون خطيراً على العاملين لأن تأثير الأمواج تحت الصوتية مع أنها غير مسموعة لها تأثيرات سيئة على الأعضاء البشرية. إن هذه الأمواج ذات التواترات المنخفضة تسمى ظاهرة الرنين المصاحبة للحركة والاهتزاز داخل الأعضاء البشرية.

١-٣-٢- الوصف الرياضي للأمواج الطولانية (الصوتية):

بينا في الفصل السابق أن الموجة الجيبية وحيدة البعد والمنتشرة على طول المحور x يمكن وصفها بالعلاقة :

$$D = D_M \sin(kx - \omega t) \qquad (1-3-1)$$

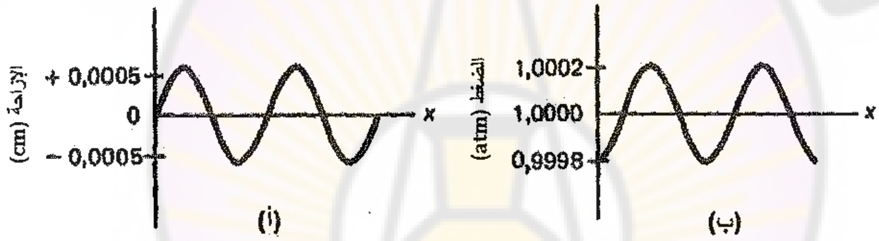
وفي هذه العلاقة العدد الموجي k يرتبط بطول الموجة λ بالعلاقة :

$$k = 2\pi/\lambda \quad \text{و} \quad \omega = 2\pi f$$

حيث : f التواتر، وَ D الإزاحة في النقطة x في اللحظة الزمنية t، وَ D_M القيمة العظمى لهذه الإزاحة (السعة). إن الإزاحة D للموجة العرضية، كما في الموجة في الوتر تكون عمودية على اتجاه انتشار الموجة على طول المحور x. غير أن إزاحة الموجة الطولية متجهة على طول

محور انتشار الموجة، وهذا يعني أن D موازية لـ x وتمثل إزاحة جزيئات دقيقة من حجم المادة بالنسبة لوضع توازنها.

إن الأمواج الطولانية (الصوتية) يمكن أيضاً دراستها من وجهة نظر تغير الضغط وليس الحجم. في الحقيقة تسمى الأمواج الطولية بالأمواج الانضغاطية حيث إنّ تغير الضغط عادة يقاس بصورة أسهل من الإزاحة كما نرى من الشكل (١-٢-٢٩) وفي منطقة انضغاط الأمواج (حيث تقع الجزيئات قريبة من بعضها بعضاً) يكون الضغط أكبر من الضغط الطبيعي، عندئذ في منطقة التخلخل سيكون أقل من الضغط الطبيعي. إن التمثيل البياني للأمواج الصوتية في الهواء من وجهة نظر الإزاحة ممثلة على الشكل (١-٣-١أ)، ومن وجهة نظر الضغط ممثلة على الشكل (١-٣-١ب).



الشكل (١-٣-١) التمثيل البياني للأمواج الصوتية أ- من خلال الإزاحة. ب- من خلال الضغط.

نلاحظ أن موجة الإزاحة تختلف من حيث الطور عن موجات الضغط بمقدار ربع موجة (أو بـ 90°). وفي المنطقة حيث يصبح الضغط أعظمياً أو أصغرياً يكون الانزياح صفراً. وعندما تغير الضغط يساوي الصفر تكون الإزاحة عظمى أو صغرى. ولنحاول إيجاد تفسير هذه التبادلية :

لنحصل الآن على علاقة تغير الضغط في الأمواج المتقدمة الطولانية. يعطى معامل الانضغاط لكل الاتجاهات B بدلالة تغير الحجم والضغط بالعلاقة :

$$\Delta P = -B(\Delta V/V)$$

حيث : $\Delta V/V$ التغير النسبي لحجم الوسط والمؤدي إلى تغير الضغط ΔP. ومن أجل السهولة نفرض p انحراف الضغط عن الضغط الطبيعي P بغياب أي موجة صوتية أي نفترض أن $p = \Delta P$ على هذه الصورة يكون :

$$p = -B(\Delta V/V)$$

إن الإشارة السالبة هنا تعكس حقيقة تناقص الحجم $(\Delta V < 0)$ مع زيادة الضغط.

لندرس الآن طبقة من السائل أو الغاز التي تعبر من خلالها موجة طولانية. فإذا كانت سماكة الطبقة Δx ومساحتها A. فإن حجمها يساوي $V = A\Delta x$. ونتيجة لتغير الضغط في الماء فإن هذا الحجم يتغير بقيمة $\Delta V = A\Delta D$. حيث ΔD تغير سماكة الطبقة نتيجة لانضغاطها أو تمددها. (مثلاً D هي انزياح جزيئات الوسط).

على هذه الصورة يكون لدينا :

$$p = -B(A\Delta D)/(A\Delta x)$$

ومن أجل الدقة العالية لنجعل الحد $\Delta x \longrightarrow 0$ ، عندئذ يمكن إعادة كتابة العلاقة الأخيرة على الشكل التالي :

$$p = -B(\partial D/\partial x) \qquad (1-3-2)$$

حيث استعملنا التفاضل الجزئي لأن D هي تابع لـ x ولـ t. إذا كانت الإزاحة جيبية، نعين المعادلة (1-3-1) من المعادلة (1-3-2) فنحصل:

$$p = -(BD_M k)\cos(kx - \omega t) \qquad (1-3-3)$$

على هذه الصورة فالضغط مثل الإزاحة يتغير جيبياً ولكن يختلف عن الإزاحة بالطور بمقدار °90، أو بربع طول موجة الشكل (١-٣-١). إن القيمة $BD_M k$ تسمى السعة الانضغاطية p_M فهي تبين القيمة العظمى والصغرى التي يصلها الضغط عند الانزياح عن قيمة الضغط العادي للوسط المحيط. وبما أن سرعة الموجة تعطى بالعلاقة : $\nu = \sqrt{B/\rho}$ ، فإن السعة الانضغاطية يمكن كتابتها على الشكل التالي :

$$p_M = B\, D_M\, k = \rho \nu^2 D_M\, k = 2\pi\rho\nu D_M\, f \qquad (1-3-4)$$

وَ

$$p = -p_M \cos(kx - \omega t) \qquad (1-3-5)$$

١-٣-٣- شدة الصوت:

إن سوية الشدة مثل ارتفاع الصوت مرتبط بالإحساس الناشئ في وعي الإنسان. وهي ترتبط أيضاً مع قيمة فيزيائية مقاسة وبالضبط مع شدة الموجة. وتعرّف الشدة بالطاقة التي تحملها الموجة في واحدة الزمن خلال واحدة المساحة. وكما شاهدنا في الفصل السابق فهي تتناسب طرداً مع مربع سعة الموجة. إن آذان الإنسان قادرة على استقبال أصوات تتراوح شدتها من $10^{-12}w/m^2$ (حد السمع) إلى $1w/m^2$ (حد الإحساس المؤلم). يستطيع الإنسان سماع شدات صوتية أعلى غير أنه سيشعر بالألم. إنه مجال واسع من الشدة، والفرق بين حديه 10^{12}. كما هو واضح فإنّ القيمة التي نستقبلها كجهارة (سوية الشدة) لا تتناسب طرداً مع الشدة.

في الحقيقة كلما ازدادت الشدة كلما كان الصوت اكثر جهارة (ارتفاعاً). غير انه من أجل صوت مضاعف الجهارة يتطلب موجة صوتية شدتها تزيد عن شدة الموجة الأولية بعشرة مرات. إن هذه النتيجة صحيحة كتقريب أولي عند أية سوية من الجهارة. فعلى سبيل المثال يستقبل الإنسان وسطياً موجة صوتية شدتها $10^{-9}w/m^2$ والتي تطن بمرتين أعلى من موجة شدتها $10^{-10}w/m^2$. إن الموجة التي شدتها $10^{-2}w/m^2$ تطن بمرتين أشد من الموجة التي شدتها $10^{-3}w/m^2$ وبأربع مرات أشد من موجة شدتها $10^{-4}w/m^2$. نتيجة لذلك فالعلاقة بين الشعور الذاتي للجهارة والقيمة الفيزيائية المقاسة لسوية شدة الصوت فإن شدة الصوت تعين عادة باستخدام التدريجات اللغارتمية. إن واحدة قياس هذه التدريجات هي Bl (البل) أو الديسبل (dB) والذي يساوي عُشر البل (1dB=0,1Bl).

وتعين سوية الشدة الصوتية β من خلال شدة الصوت I على الصورة التالية :

$$\beta(dB) = 10\lg(I/I_o) \qquad (1-3-6)$$

حيث : I_o الشدة البدائية، أما اللوغارتم فيؤخذ اللوغرتم العشري. وعادة تؤخذ I_o كقيمة عتبة السمع وبالضبط شدة أخفض الأصوات والتي يقدر على سماعها رجل ذي سمع متوسط، حيث $I_o = 1,0 \times 10^{-12} w/m^2$.

ومنه سوية شدة الصوت الذي شدته $I_o = 1,0 \times 10^{-10} w/m^2$ تساوي:

$$\beta = 10 \lg\left(\frac{10^{-10}}{10^{-12}}\right) = 10 \lg 100 = 20 dB$$

وبما أن $\lg 100 = 2,0$ ، نلاحظ أن عند حد السمع تكون سوية الشدة مساوية $0 dB$ أي أن :

$$\beta = 10 \lg\left(\frac{10^{-12}}{10^{-12}}\right) = 10 \lg 1 = 0 dB$$

حيث أن $\lg 1 = 0$.

ومن هنا نلاحظ أنه عند زيادة الشدة بـ 10 مرات فإن سوية الشدة تزداد بـ $20 dB$. على هذه الصورة فصوت سوية شدته $50 dB$ يكون أشد بـ 100 مرة من صوت سوية شدته $30 dB$ وهكذا ....

يعطي الجدول (١-٣-٢) الشدة وسوية الشدة من أجل بعض الأصوات التي نصادفها غالباً.

الجدول (١-٣-٢) شدة الصوت من منابع مختلفة

الشدة w/m^2	سوية الشدة dB	منبع الصوت
100	140	طائرة نفاثة (على بعد 30m منها)
1	120	أي منبع صوتي عند عتبة الشعور بالألم
1	120	موسيقا الروك في غرفة مغلقة
1×10^{-2}	100	صفارة (على بعد 30m منها)
$3,2\times10^{-5}$	75	الضجيج في حافلة تسير بسرعة 100km/h
1×10^{-5}	70	حركة شارع مزدحمة
$3,2\times10^{-6}$	65	الكلام العادي (على مسافة 50cm منها)
1×10^{-8}	40	الراديو (غير عالي)
1×10^{-10}	20	الهمس أو الوشوشة
1×10^{-11}	10	ضجيج ورق الشجر
1×10^{-12}	0	أي منبع صوتي عند عتبة السمع

مثال (١-٣-١):

مكبر صوت ذي نوعية عالية مخصص لإعادة انتاج سوية شدة صوتية عظمى بتواتر من 30 حتى 18000 هرتز (إن سوية الشدة يجب ألا تختلف عن الصفر أكثر من 3dB) ما هي نسبة تغير شدة الصوت عند التغير الأعظمي لسوية الشدة 3dB؟

الحل :

لنرمز للشدة الوسطى بـ I_1 ، وقيمة سوية الشدة الوسطى بـ β_1 . عند ذلك الشدة العظمى I_2 تطابق سوية شدة $\beta_2 = \beta_1 + 3dB$ على هذه الصورة :

$$\beta_2 - \beta_1 = 10\lg(I_2/I_o) - 10\lg(I_1/I_o)$$

$$3dB = 10[\lg(I_2/I_o) - \lg(I_1/I_o)] = 10\lg(I_2/I_1)$$

وبما أن : $\lg a - \lg b = \lg(a/b)$ عندئذ يكون : $\lg(I_2/I_1) = 0,30$ وباستخدام الحاسبة نحسب 10^x عندما $x = 0,30$ وباستخدام جداول اللوغرتمات نجد قيم اللوغرتم الموافق لـ 0,30 إن هذا الرقم يساوي 2,0 على هذه الصورة $I_2/I_1 = 2,0$ أي أن شدة I_2 أكبر بمرتين من I_1.

مما سبق نلاحظ أن تغير سوية الشدة بـ 3dB (والمطابقة لما كنا قد شهدناه ضعف الشدة) يؤدي فقط إلى تغير غير كبير في الاستقبالية الذاتية لسوية الشدة (أي السمع).

وعليه أذن رجل متوسط تميز مستوى الشدة المساوي فقط لـ 1dB. وكما شهدنا في الفصل السابق فإن الشدة I تتناسب طرداً مع مربع السعة. وحقيقة فالعلاقة (7-15) تسمح بالربط الكمي بين السعة والشدة I أو مع سوية الشدة β. وهذا ما هو مبين في المثال التالي.

مثال (١-٣-٢) :

أ)- احسب الإزاحة العظمى لجزيئات الهواء من أجل صوت عند عتبة السمع حيث تواتر الصوت 1000 هرتز.

ب)- عين التغير الأعظمي للضغط في هذه الموجة الصوتية.

الحل :

أ)- باستخدام العلاقة (7-15) ونحسب D_M :

$$D_M = \left(\frac{1}{\pi f}\right)\sqrt{\frac{I}{2\rho v}}$$

$$D_M = \frac{1}{3,14(1,0 \times 10^3 s^{-1})} \times \sqrt{\frac{1,0 \times 10^{-12} w/m^2}{(2)(1,29 kg/m^3)(331 m/s)}}$$

حيث كثافة الهواء هي: $1,29 kg/m^3$، وكذلك سرعة الصوت في الهواء عند درجة الحرارة $0°c$ هي: $331 m/s$، وبإجراء الحساب نجد أن: $D_M = 1,0 \times 10^{-11} m$.

$$p_M = 2\pi\rho v D_M f = 2{,}7 \times 10^{-5} Pa$$

أو

$$p_M = 2{,}7 \times 10^{-10}\ atm$$

تبين نتائج هذا المثال مقدار حساسية أذن الإنسان. فتستطيع التقاط إزاحة جزيئات الهواء والتي لا تزيد عن أبعاد الذرة (حوالي $10^{-10}m$)! باستخدام العلاقتين (7–15) و (4–3–1) يمكن كتابة الشدة من خلال سعة الضغط p_M :

$$I = 2\pi^2\rho v f^2 D_M^2 = 2\pi^2\rho v f^2 (p_M / 2\pi\rho v f)^2 = p_M^2 / 2v\rho \qquad (1-3-7)$$

على هذه الصورة فإن السعة المكتوبة من خلال سعة الضغط لا تتعلق بالتواتر. باستخدام أجهزة قياس تغير الضغط يمكن المقارنة مباشرة شدات الصوت ذات تواترات مختلفة.

{لا يمكننا اجراء هذا باستخدام أجهزة تقيس الإزاحة بـ cm أي حسب العلاقة (7–15)}.

وعادة عند الابتعاد عن المنبع فإن سوية الشدة أو شدة الصوت تتناقص. وفي الغرف المغلقة تتخامد هذه الظاهرة نتيجة لانعكاس الصوت عن الجدار. بينما إذا وجد المنبع الصوتي في الهواء الطلق، بحيث إنّ الصوت يمكنه الانتشار بصورة حرة في كل الاتجاهات فإن الشدة تتناقص متناسبة عكساً مع مربع المسافة :

$$I \sim 1/r^2$$

وهذا ما كنا بيناه في الفصل السابق (انظر المعادلة (8–15)). عند وجود انعكاسات عن الأبنية أو عن سطح الأرض سيكون انتشار الصوت أكثر تعقيداً.

مثال (١–٣–٣) :

إذا كانت سوية الشدة الصوتية الآتية من طائرة نفاثة عند مسافة 30m منها تساوي 140dB. ما هو مستوى الشدة عند مسافة 300m منها؟ (يهمل الانعكاس عن الأرض).

الحل :

لنحسب الشدة I عند مسافة 30m م عن الطائرة بالعلاقة (6-3-1) :

$$140\text{dB} = 10\lg I/(10^{-12}\text{w/m}^2)$$

وبإعادة ترتيب هذه المعادلة نجد :

$$I = 10^2\text{w/m}^2$$

وعند مسافة 300m عن الطائرة (أبعد بعشرة مرات) ستساوي الشدة في $100/1 = (10/1)^2$ مرة أقل من الشدة الأولى. أي ستساوي 1w/m^2.

وبالتالي فإن سوية الشدة :

$$\beta = 10\lg(\frac{1}{10^{-12}})\text{w/m}^2 = 120\text{dB}$$

حتى عند مسافة 300m يؤدي هذا الصوت للشعور بالألم في الآذان، ولذلك فإن العاملين في المطارات يرتدون واقيات صوت كي لا يتأثروا بهذه الأصوات.

١-٣-٤- منابع الصوت - اهتزاز الأوتار والأعمدة الهوائية :

إن منبع أي صوت هو جسم مهتز. وعملياً أي جسم يمكن أن يهتز، ومنه فهو منبع للصوت. لندرس الآن بعض المنابع الصوتية البسيطة وبالتفصيل الأدوات الموسيقية. ففي الأدوات الموسيقية ينقل المنبع الصوتي إلى حالة اهتزاز وذلك بضرب الوتر وجعل الأوتار تتقارب أو نفخ الهواء في الأجهزة الموسيقية. عند ذلك ينشأ أمواج مستقرة ويهتز الجسم بتواتره المرناني الخاص (التجاوبي). وفي الطبلة يهتز الغشاء المشدود عليها والمصنوع عادة من الجلد. وفي المكيسلافون والميتاليفون يوجد صفائح خشبية أو معدنية التي يمكنها أن تحدث اهتزازاً. وفي الأجراس والنواقيس تهتز الأجزاء المعدنية. والأدوات الأكثر انتشاراً هي الأوتار المهتزة. ونذكر منها الكمنجة والغيتار والعود والبيانو ولا تقل عنها انتشاراً الأدوات التي ينشأ فيها اهتزاز عمود الهواء وعلى سبيل المثال المزمار والبوق والأُرغن.

وفي الفصل السابق (الشكل (١-٢-٤٨)) بيّنا كيفية نشوء الأمواج المستقرة وهذا هو أساس كل الأدوات الوترية. يتعين ارتفاع الصوت عادة بالأقل مرنانية (تجاوبية) بالتواتر الأساسي الذي يوافق وجود عقد فقط في نهايات الأوتار. إن طول موجة اهتزاز التواتر الأساسي (النغمة الأساسية) تساوي ضعف طول الوتر. وبالتالي فالتواتر الأساسي يساوي:

$$f = v/\lambda = v/(2L)$$

حيث: v سرعة انتشار الموجة في الوتر. وعندما يلمس الموسيقار بأصابعه الأوتار، لنقل على الغيتار أو الكمان فإنه يقلص طول الوتر الفعال، لذلك ينشأ صوت أعلى، حيث إنّ طول موجة الاهتزاز الأساسي يصبح أقصر. إنّ كل الأوتار في الغيتار أو الكمان لها نفس الطول. وتعطي أصواتاً بارتفاع نغمات مختلفة وهذا يعود إلى اختلاف كتلها في واحدة الطول μ. (كثافة خطية) والتي تؤثر في السرعة $v = \sqrt{F_T/\mu}$. (إن شد الأوتار سيكون مختلفاً، وإن تغير الشد يؤثر على الأداة الموسيقية). على هذه الصورة فإن سرعة انتشار الأمواج ستكون أقل في الوتر ذي الكتلة الأكبر وبالتالي عند نفس طول الموجة فالتواتر الموافق سيكون أقل. وفي البيانو والأدوات ذات المفاتيح الأخرى فإن كل وتر يختلف بالطول عن الأوتار الأخرى. ومن أجل إخراج نوطة منخفضة يجب أن يكون الوتر ليس ثقيلاً فحسب وإنما أطول ولنفسر ذلك بالمثال التالي:

مثال (١-٣-٤) :

تمتلك النوطة الأعلى في البيانو صوتاً تواتره يزيد بـ 150 مرة عن تواتر صوت النوطة الأكثر إنخفاضاً. وإذا كان طول الأوتار اللازمة لعزف النوطة الأعلى 5,0cm. ولنفرض أن الوتر اللازم لعزف النوطة الأكثر انخفاضاً له نفس الكتلة في واحدة الطول ومشدود بنفس الشد. احسب طول هذا الوتر؟

الحل :

إن سرعة انتشار الاهتزازات الصوتية في كل وتر من الأوتار تكون متساوية ولذلك فالتواتر يتناسب عكساً مع طول الوتر L :

$$f = v/\lambda = v/(2L)$$

وعلى هذه الصورة يكون :

$$L_H/L_B = f_B/f_H$$

حيث يمثل الدليل H النوطة المنخفضة، و B النوطة المرتفعة. ومن هنا نجد :

$$L_H = L_B(f_B/f_H) = (5,0cm) \times (150) = 750cm = 7,5m$$

ومن أجل بيانو هذا سيكون طولاً كبيراً جداً ومن أجل الخروج من هذا الوضع، فمن أجل عزف نوطة منخفضة نضع الوتر أثخن (أثقل) بحيث أنه عند استخدام جهاز عزف كبير فلا يتجاوز طول الوتر 3m. إن صوت أوتار الأدوات سيكون منخفضاً جداً، وذلك إذا خرج فقط نتيجة لاهتزاز الأوتار، وبما أن الأوتار رفيعة جداً فلكي تضغط وتخلخل حجم هواء كبير، يستخدم في الأدوات ذات الأوتار مضخم ميكانيكي خاص به، وبالضبط موجه صوتي، إن عملية التضخيم هذه مبنية على أساس أن الاتصال بالهواء يتم مع سطح كبير جداً. وعند اهتزاز الأوتار فإن موجه الصوت يهتز أيضاً. وبما أن مساحة الموجه الصوتي المتصلة مع الهواء أكبر بكثير من مساحة الأوتار، لذلك تستطيع أن تثير موجة صوتية أكثر شدة وعلى هذه الصورة يضخم الصوت. وفي الغيتار الكهربائي فإن موجه الصوت لا يمتلك هذا المعنى، لأن اهتزاز أوتاره تضخم بمساعدة دارات كهربائية. إن الأدوات مثل آلات النفخ الخشبية والنحاسية والأرغن يتشكل فيها الصوت على حساب الأمواج المستقرة في عامود الهواء داخل الأنبوبة. ويمكن أن تنشأ الأمواج المستقرة في الهواء الموجود في أي تجويف، غير أنه وبصورة استثنائية الأجواف البسيطة الشكل (على سبيل المثال أنبوبة طويلة ورفيعة) إن حساب تواتر هذه الأمواج صعباً. والأمر كذلك من أجل أدوات النفخ الكبيرة. فعند العزف على الأدوات الموسيقية النفخية يحرك الموسيقار لسانه أو شفاهه من أجل إثارة اهتزاز في العمود الهوائي. وفي أجهزة أخرى يوجه تيار الهواء إلى حواف ثقوب أو راس البوق، وهذا يؤدي إلى نشوء اضطراب ونتيجة لذلك يحصل الاهتزاز. وتحت تأثير الإثارة (بغض النظر عن منبعها) ينشأ داخل أنبوبة الجهاز الموسيقي اهتزازات بمجموعة تواترات غير أنه لا يبقى من هذه التواترات إلا تلك الاهتزازات ذات التواترات الثابتة والموافقة للأمواج المستقرة. عندما درسنا الوتر المثبت من طرفيه بيّنا أنه على كلتا نهايتيه تمتلك الأمواج المستقرة عقداً (النقاط التي لا يوجد عندها حركة). وعلى طول الوتر يتشكل بطن أو عدة بطون (النقاط التي تكون عندها سعة الاهتزاز عظمى). كل زوج من

البطون يفصلها عقدة. تمتلك الأمواج المستقرة ذات التواتر الأصغر والموافقة لبطن واحد أو مغزل وحيد وتسمى التواتر الأساسي. إن الأمواج المستقرة ذات التواترات الأعلى تسمى بالتوافقية. وكقاعدة تسمى التوافقية الأولى بالتواتر الأساسي أما التوافقية الثانية فلها تواتر يساوي ضعف التواتر الأساسي وهكذا... (انظر الشكل (١-٢-٤٨)).

وبصورة مشابهة يكون الحال في عمود الهواء ولكن يجب أن نتذكر هنا أن الهواء نفسه يهتز، بحيث إنّ الهواء في النهاية المغلقة للأنبوبة يجب إنّ يشكل عقد (إزاحة) حيث لا يستطيع الهواء أن يتحرك بحرية، أما عند النهاية المفتوحة للأنبوبة فسيتشكل بطن حيث إنّ الهواء يمكنه الحركة بحرية. وتمثل على الشكل (١-٣-٢).

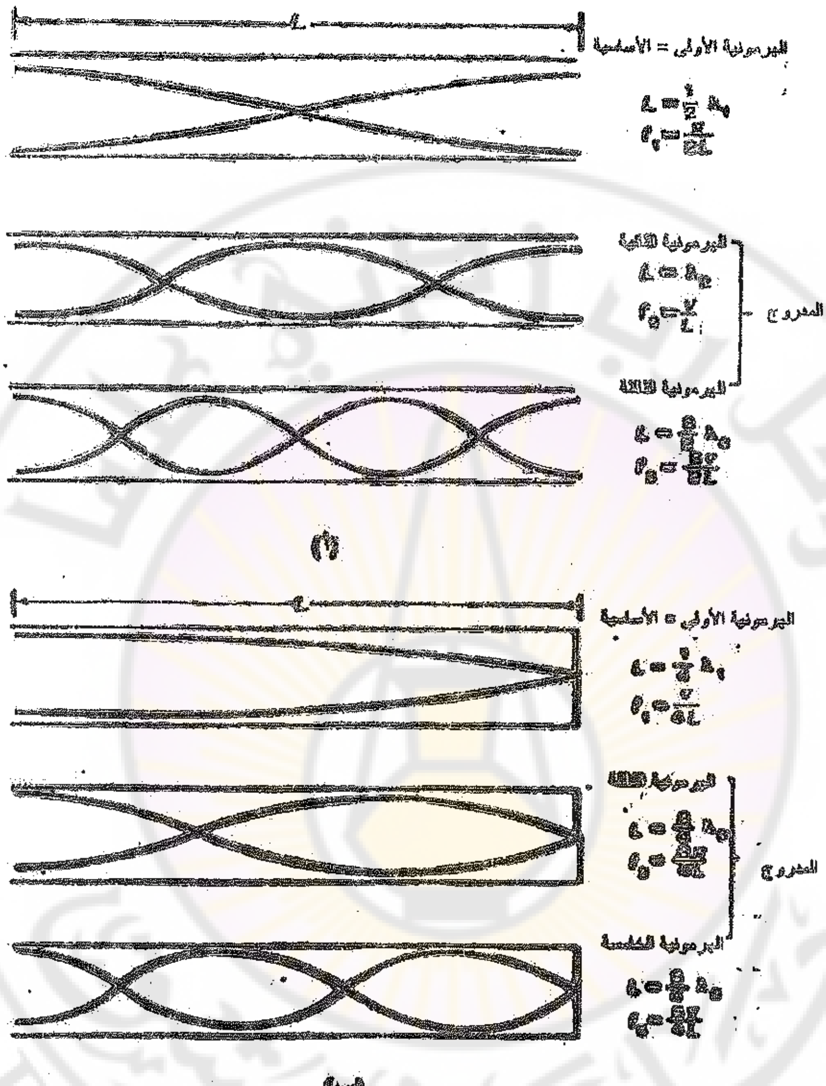
تبين المخططات سعة الاهتزاز للجسيمات المهتزة في الهواء الداخل للأنبوبة. لا تنشأ البطون بدقة عند النهايات المفتوحة للأنبوبة. وتتعلق مواضعها بأبعاد الأنبوبة (أقطارها). فإذا كان قطر الأنبوبة صغيراً بالمقارنة مع طولها (وهذا ما يمثل الواقع)، هذا يعني أن البطن أو المغزل سينشأ بصورة قريبة جداً من نهاية الأنبوبة وهذا مبين على الشكل (١-٣-٢). (وعلى موضع البطن يؤثر أيضاً طول الموجة ومعاملات أخرى).

لندرس في البداية أنبوبة مفتوحة الشكل (١-٣-٢أ) تمتلك الأنبوبة المفتوحة بطون انزياح جزيئات الهواء على كلا الطرفين ومن ثم ومن أجل وجود موجة مستقرة داخل الأنبوبة يجب أن يكون على الأقل عقدة واحدة. وهذا يوافق التواتر الأساسي للأنبوبة، وبما أن المسافة بين عقدتين متجاورتين أو بطنين متجاورين يساوي $\lambda/2$ وفي هذه الحالة يتسع داخل الأنبوبة نصف طول الموجة : $L = \lambda/2$ والتواتر الأساسي يساوي :

$$f_1 = v/\lambda = v/(2L)$$

حيث : v سرعة الصوت في الهواء.

إن الموجة المستقرة ذات العقدتين هي المدروج الأول First overtone أو الاهتزازية التوافقية الثانية. يساوي طول موجة هذه الاهتزازات نصف طول موجة النغمة الأساسية $\lambda = L$، أما التواتر فأكبر بمرتين. في الحقيقة إن تواتر كل مدروج يساوي عدد صحيح من التواتر الأساسي، وهذا يتوافق حقيقةً ما كنا قد وجدناه بالنسبة للوتر.



الشكل (١-٣-٢) أنماط الاهتزاز (الأمواج المستقرة)

أ- من أجل أنبوبة مفتوحة. ب- أنبوبة مغلقة.

وفي الأنبوبة المغلقة الشكل (١-٣-٢ب) ينشأ دائماً عند نهايتها المغلقة عقدة إزاحة، أما عند النهاية المفتوحة فينشأ بطن. وبما أن المسافة بين العقدة والبطن الأقرب إليها تساوي $\lambda/4$ فعند التواتر الأساسي للاهتزاز سيتسع داخل الأنبوبة فقط ربع موجة : $L = \lambda/4$. على هذه الصورة يساوي التواتر الأساسي $f_1 = v/4L$، أي نصف التواتر الأساسي في أنبوبة مفتوحة لها نفس الطول. يوجد اختلافات أخرى كما هو مبين على الشكل (١-٣-٢ب). فيوجد في الأنبوبة المغلقة فقط توافقيات فردية أي أن تواترات المدروج تساوي التواتر الأساسي مضروباً بـ 3،5،7،.....إلخ إن الموجة الصوتية التي تواترها يساوي تواتر الموجة الأساسية مضروباً بـ 2،4،..... لا يمكن أن يمتلك عقد على إحدى نهايتيه وبطن على النهاية الأخرى وهذا يعني أن الأمواج المستقرة التي لها مثل هذا التواتر في لا يمكن أن توجد أنبوبة مغلقة.

ويستخدم في الأُرغن أنابيب مفتوحة ومغلقة. ويحصل على أصوات مختلفة الارتفاعات من الأُرغن باستخدام أنابيب مختلفة الطول والتي طولها من عدة سنتمترات حتى 5m أو أكثر.

إن الأدوات الموسيقية النفخية الأخرى تعمل إما بأنابيب مفتوحة أو بأنابيب مغلقة. مثلاً المزمار هو أنبوبة مفتوحة، وبما أنها مفتوحة ليس فقط من الجهة التي ينفخ فيها المزمار وإنما من الجهة المقابلة، فنحصل على الصوت المختلف الارتفاع عند العزف على المزمار وكثير من الأدوات الموسيقية عن طريق تقصير طول الأنبوبة أي فتح ثقوب على طول الأنبوبة وفي الأنبوبة على العكس عند الضغط على الصمام يزداد طول عمود الهواء. ففي كل هذه الأدوات إن زيادة طول عمود الهواء المهتز يوافق انخفاض تواتر الصوت.

يبين المنحني على الشكل (١-٣-٢) إزاحة جزيئات الهواء في الأمواج المستقرة غير أن الضغط سيتأخر بالطور بـ $90°$ عن الإزاحة كما هو في حالة الأمواج المتقدمة. على هذه الصورة عند النهايات المفتوحة للأنبوبة ستنشأ عقد ضغط (وهذا مفهوم حيث أنه عند النهايات المفتوحة للأنبوبة تتجاور مع الهواء الجوي)، أما بطون الضغط فتنشأ عند نهايات مغلقة للأنبوبة.

مثال (١-٣-٥) :

ما هو التواتر الأساسي والتواترات الثلاث الأولى لأنبوبة الأُرغن التي طولها 26m عند درجة الحرارة 20°c وذلك إذا كانت الأنبوبة : أ- مفتوحة. ب- مغلقة؟

الحل :

عند درجة الحرارة 20°c تساوي سرعة الصوت في الهواء 343m/s.

أ)- من أجل أنبوبة مفتوحة يساوي التواتر الأساسي :

$$f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{343m/s}{2(0,26m)} = 660Hz$$

أما التواترات الثلاثة الأولى فتساوي 1320 و 1980 و 2640 هرتز ..... الخ

ب)- يوضح الشكل (١-٣-٢) أن :

$$f_1 = \frac{v}{4L} = \frac{343m/s}{4(0,26m)} = 330Hz$$

غير أنه في هذه الحالة يوجد فقط توافقيات فردية وتساوي التواترات الثلاثة الأولى المداريج الثلاثة الأولى : 990 وَ 1650 وَ 2310 هرتز.

مثال (١-٣-٦) :

مزمار مصمم على النموذج المعروف بحيث أن أغلاق كل الثقوب فإن صوته يتوافق مع نقطة الـ Do الدو الأوكتاف الأول (الطبقة الثمانية الأولى). كتواتر أولي. عين بصورة تقريبية المسافة بين بز البوق ونهاية المزمار. (نلاحظ أن هذه المسافة يمكن تعيينها فقط بصورة تقريبية، حيث أنه لا ينشأ البطن بدقة في بز البوق). اعتبر درجة حرارة الهواء 20°c.

الحل :

إن سرعة الصوت في الهواء عند درجة الحرارة $20°c$ تساوي $343m/s$ (حسب الفقرة (١٦–١)). عند ذلك وطبقاً للشكل (١–٣–٢) فإن التواتر الأساسي f_1 يرتبط بطول عمود الهواء المهتز L بالعلاقة $f_1 = v/2L$. ومن هنا نجد أن المسافة بين بز البوق ونهاية المزمار تساوي:

$$L = \frac{v}{2f_1} = \frac{343m/s}{(2)(264s^{-1})} = 0{,}650m$$

مثال (١–٣–٧) :

في المزمار المدروس في المثال السابق والمغلق ثقوبه. ما هو تواتر الصوت الخارج منه عند درجة الحرارة $10°c$؟

الحل :

إن طول المزمار يساوي $65{,}0cm$ غير أن سرعة الصوت أقل لأن انخفاض درجة الحرارة إلى $10°c$ يرافقه نقص سرعة الصوت بمقدار $0{,}60m/s$. عند هبوط درجة الحرارة حتى $10°c$. تنقص سرعة الصوت بمقدار $6m/s$ وتصبح مساوية $337m/s$ وتواتر الصوت سيساوي:

$$f = \frac{v}{2L} = \frac{337m/s}{2(0{,}650m)} = 259Hz$$

يبين هذا المثال لماذا الموسيقار عند عزفه على آلته النفخية بعد وقت قصير من العزف يقوم بتسخين آلته حتى تعطي صوتاً صحيحاً. إن تأثير الحرارة على الآلات الوترية أقل منها في الآلات النفخية.

١-٣-٥- نوعية الصوت :

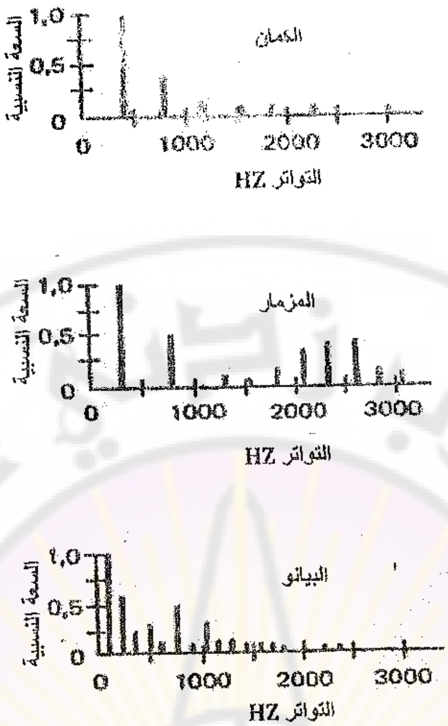
عندما نسمع صوت وخاصة صوت موسيقا نستقبل سوية شدته وارتفاعه وأيضاً خاصة أخرى له وهي ما يعرف بنوعيته. على سبيل المثال لو عزف على بيانو وعلى المزمار الخشبي نوطة لها نفس سوية الشدة ونفس الارتفاع فالصوت الذي نحصل عليه سيكون مختلفاً بوضوح. ولن نخطئ التمييز بين صوت البيانو وصوت المزمار الخشبي، ويساعدنا في التمييز بين صوت إحدى الأدوات عن الأداة الأخرى نوعية الصوت. ويستخدم في الموسيقا أيضاً مصطلحات الجرس ولون المقام الموسيقي للصوت. كما في حالة سوية الشدة، وارتفاع الصوت، إن نوعية الصوت يمكن ربطها مع قيم فيزيائية مقاسة.

تعين نوعية الصوت بوجود المدروجات وعددها وسعاتها النسبية.

وبصورة عامة عندما تعزف نوطة على آلة موسيقية يوجد في الصوت وبصورة متوافقة التواتر الأساسي ومدروجاته. فعلى الشكل (١٥-١٣) شاهدنا توضع ثلاثة أمواج - في تلك الحالة الموجة الأساسية والمدروجان الأوليان (بسعات محددة)، وهو يقود إلى موجة محصلة معقدة. عند آلات موسيقية مختلفة، السعات النسبية لمدروجات مختلفة تكون مختلفة أيضاً. وهذا بالضبط يعطيه صوت كل آلة والذي يخص نوعيته أو جرسه.

إن المنحني الذي يبين القيم النسبية لهرمونية الصوت الذي تعطيه آلة معينة يسمى بطيف الصوت. يوضح الشكل (١-٣-٣) إن بعض الأمثلة النموذجية لأطياف الصوت الناتج عن أدوات موسيقية مختلفة مبينة.

وعادة الصوت الأكثر سعة يمتلك التواتر الأساسي وبالضبط هذه السعة نستخدمها كـ ارتفاع الصوت.

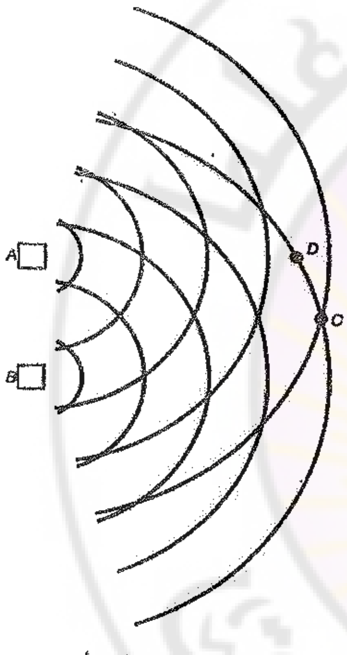


الشكل (١-٣-٣) الطيف الصوتي لبعض الأدوات الموسيقية

إن طريقة العزف على الأداة الموسيقية تؤثر بصورة ملحوظة على نوعية الصوت. على سبيل المثال بتحريك أوتار الكمان بالأصابع سنحصل على صوت يختلف عنه فيما لو عزفنا على الكمان بواسطة القوس. غالباً ما نصادف الصوت مثل الصوت الذي يحصل عند ضرب قطعتين حجريتين ببعضهما بعضاً والذي هو عبارة عن ضجيج يصف نوعية معينة غير أن الارتفاع المعين لهذا الصوت لا يمكن فصله. مثل هذا الضجيج يتصف بعدد كبير من التواترات التي ترتبط بصورة ضعيفة بعضها بعضاً. لو مثلنا الطيف الصوتي لهذا الضجيج لن يكون هناك خطوط منفصلة يماثل ما هو مبين على الأطياف المبينة على الشكل (١-٣-٣) وإنما سيمثل طيفاً مستمراً أو تقريبياً مستمراً للتواترات.

١-٣-٦- تداخل الأمواج الصوتية – الخفقان :

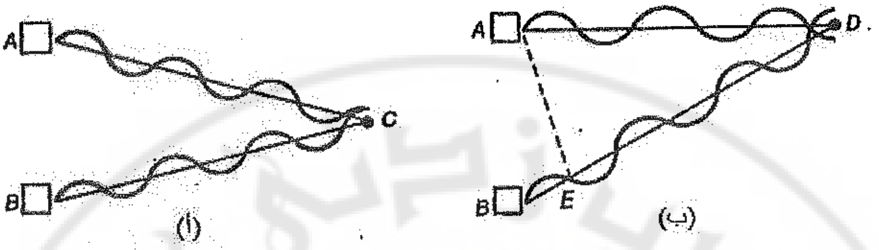
بيّنا في الفصل السابق أنه عند عبور موجتين مترابطتين وبنفس الوقت من خلال مكان معين من الفضاء فإن هاتين الموجتين تتداخلان فيما بينهما. بما أن مثل هذا التداخل ينشأ في الأمواج من أي نوع ما لهذا سنتوقع أن الأمواج الصوتية ستتداخل أيضاً وهذا ما يحصل حقيقةً. وكمثال بسيط ندرس مضخمان صوتيان (A وَ B) يقعان على مسافة d الواحد عن الآخر على جدار القاعة الشكل (١-٣-٤). سنعتبر أن كلا المضخمين الصوتيين يعطيان أمواجاً صوتية لها نفس التواتر (متساوية للاثنان) ولها نفس الطور وهذا يعني أن أحد المضخمين الصوتيين يشكل انضغاطاً للهواء بنفس الوقت مع الآخر. تبين الخطوط المتحدة المركز على الشكل (١-٣-٤) بطون الأمواج الصوتية المنتشرة من كل مضخّم صوتي. وبالأخذ بعين الاعتبار أنه من الضروري فهم أن في الموجة الصوتية يمثل البطن انضغاط الهواء أما القعر بين بطنين فهو تخلخل الهواء.



الشكل (١-٣-٤) تداخل الأمواج الصوتية المنتشرة مع مضخمين صوتين

إن الإنسان أو (مستقبل الصوت) الموجود في النقطة C والواقعة على نفس المسافة من كل من المضخمان الصوتيان، سيسمع صوتاً عالياً، حيث أنه في هذه النقطة سيجري التداخل مع تضخيم للأمواج. وفي النقاط مثل النقطة D على الشكل (١-٣-٤) سنسمع صوتاً خافتاً أو غير مسموع على الأطلاق. في مثل هذه النقاط عند تداخل الأمواج ستخمد بعضها بعضاً: تتطابق موجة انضغاط مع موجة تخلخل وبالعكس انظر الشكل (١٥-٢١). وبمناقشة مشابهة من أجل الأمواج على سطح الماء في الفصل السابق. يمكن دراسة ذلك أكثر سهولة إذا مثلنا المقطع الجانبي للأمواج على شكل منحني كما في الشكل (١-٣-٥). سنرى أن التداخل مع التضخيم سيظهر في النقطة C، حيث إنّه في تلك النقطة كلا الموجتين لها بطون أو قعر بنفس الوقت. وما يحصل في النقطة D موضحاً على الشكل (١-٣-٥ب). الموجة المنتشرة في

المضخم B يجب أن تقطع مسافة أكبر من الموجة المنتشرة من المضخم A. لذلك الموجة المنتشرة من B تتأخر بالنسبة للموجة المنتشرة من A.



الشكل (١-٣-٦) المضخمان A و B واللذان يولدان تداخلاً مضخماً (بناءاً) في النقطة C وهداماً في النقطة D

أُختيرت النقطة E على الشكل بحيث إنّ المسافة ED تساوي المسافة AD. على هذه الصورة إذا كانت المسافة BE مساوية بدقة نصف طول موجة الصوت، هذا يعني أنه في النقطة D كلا الموجتين ستقعان في طورين متعاكسين وبالتالي ستخمدان بعضهما بعضاً. إن هذا القانون يمكن أن يكون معياراً لتعيين النقاط التي يجري فيها التداخل مع الهدم: يحصل مثل هذا التداخل في النقاط التي تقع على مسافة من المضخم الأول أكبر من المسافة عن المضخم الثاني وبدقة بمقدار نصف طول موجة. نلاحظ أنه إذا كانت المسافة الإضافية (BE على الشكل) مساوية أعداداً صحيحة من طول الموجة (2 , 3 , ... أطوالاً موجية) هذا يعني أن كلا الموجتين تقع في طور، ويحصل التداخل مع تضخيم.

وإذا كانت المسافة BE مساوية (1/2 , 3/2 , 5/2 , ... من طول الموجة) هذا يعني أننا نحصل على تداخل هدام (تضعيف). إذا كان المضخم الصوتي يعطي أمواجاً لكل التواترات هذا يعني أنه في نقطة لا على التعيين (اختيارية) مثل النقطة D يحصل التداخل مع التضعيف (الهدام) ليس لكل الأمواج. وطبقاً للمعيار الوارد من قبل، فإن التداخل الهدام يحصل فقط من أجل الأمواج ذات الطول الموجي المعين.

مثال (١-٣-٨) :

مضخمان صوتيان على الشكل (١-٣-٤) يقعان على مسافة 1,00m يقف رجل عند المسافة 4,00m عن المضخم الأول. يصدر المضخم صوتاً بتواتر 1150Hz. والمطلوب: على أي مسافة من المضخم الثاني يجب أن يوجد إنسان كي يستمع إلى تداخل مع تضعيف (هدام)؟ اعتبر أن درجة حرارة الهواء 20°c.

الحل :

طول موجة هذا الصوت تساوي :

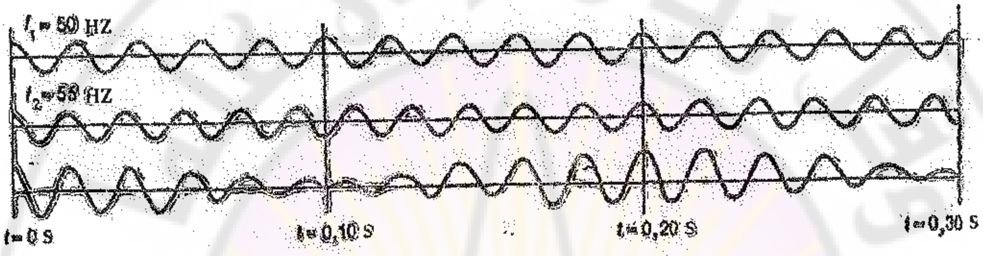
$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{343\ \mathrm{m/s}}{1150\ \mathrm{Hz}} = 0{,}30\mathrm{m}$$

ولكي يحصل التداخل مع تضخيم، يجب أن يقف المستمع على مسافة من أحد المضخمات بنصف طول موجة الصوت (أي على مسافة 0,15m) وأقرب أو أبعد من المضخم الثاني (أي على مسافة 4,15m أو 3,85m عن المضخم الثاني). يمكن ملاحظة أنه إذا كان المضخمان موضوعين على مسافة 0,15m من بعضهما بعضاً هذا يعني أننا لن نجد نقاط والتي المسافة عنها حتى أحد المضخمات ستزيد بـ 0,15m عن المسافة للمضخم الثاني، على هذه الصورة لن يكون في كل النقاط التي يجري فيها التداخل تضخيم.

إن المثال الهام لجمع الأمواج هو **ظاهرة الخفقان**. تنشأ هذه الظاهرة إذا امتلك منبعان صوتيان (على سبيل المثال رنانتان) تواترات متقاربة وغير متساوية بدقة. إن الأمواج الصوتية المنتشرة من المنبعين تتداخل فيما بينها وبالتالي سوية شدة الصوت تزداد وتتناقص. إن مثل هذا التغير المنتظم والمتكرر مع الزمن في شدة سوية الصوت يسمى بـ الخفقان. ومن أجل فهم كيف ينشأ الخفقان ندرس موجتان صوتيتان لهما نفس السعة وتواتر إحداهما $f_1 = 50\mathrm{Hz}$ والثانية $f_2 = 55\mathrm{Hz}$. خلال 1,00s يهتز المنبع الأول 50 هزة والثاني 55 هزة.

لندرس سلوك الأمواج في نقطة من الفضاء تبعد نفس المسافة عن كلا المنبعين. على الشكل (١-٣-٦) وعلى المنحنيين العلويين وضعت تابعية مقطع جانبي لكلا الموجتين مع الزمن. وبين المنحني الثالث مجموع الموجتين. وفي اللحظة الزمنية $t = 0$ كلا الموجتين يقعان بنفس

الطور وعند التداخل يحصل تضخيم. وبما أن كلا الموجتين لهما تواترات مختلفة ففي اللحظة الزمنية $t = 0,10s$ سيقعان في طور متعاكس وسيحصل التداخل الهدام. وعندما $t = 0,20s$ سيقعان من جديد بنفس الطور وستكون السعة المحصلة كبيرة. على هذه الصورة كل 0,20s ستزداد السعة، أما في الفاصل الزمني لهذا الزمن فالمحصلة ستضعف أو تقل. وبالضبط هذه الزيادة والنقصان في الشدة سنشعر فيها بخفقان. وفي حالتنا هذه فإن الخفقان يحصل خلال 0,20s. على هذه الصورة فإن الخفقان يحصل 5 مرات في الثانية أي تواتر الخفقان يساوي 5Hz.



الشكل (١-٣-٦) ينشأ الخفقان نتيجة تراكب موجتين صوتيتين ذات اختلاف قليل بالتواتر

هذه النتيجة – تكافئ تواتر الخفقان لموجتين مختلفتا التواتر. يمكن تفسيرها على الشكل التالي:

لنفرض أن موجتين تواترهما f_1 وَ f_2 توصف في نقطة من الفراغ على الشكل التالي:

$$D_1 = D_M \sin(2\pi f_1 t) \quad \text{وَ} \quad D_2 = D_M \sin(2\pi f_2 t)$$

وحسب مبدأ التطابق يمكن كتابة الإزاحة المحصلة على الشكل:

$$D = D_1 + D_2 = D_M[\sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t)]$$

وباستخدام قانون التحويل المثلثي:

$$\sin A + \sin B = 2\sin[(A + B)/2]\cos[(A - B)/2]$$

نحصل على:

$$D = 2D_M \cos\left(2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t\right) \sin\left(2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t\right) \qquad (1-3-8)$$

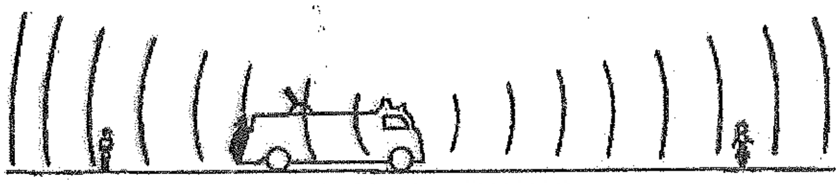
يمكن تفسير العلاقة (8-3-1) على الشكل التالي: إن تراكب موجتان يعطي موجة لها تواتر اهتزاز يساوي التواتر الوسطي للموجتين الأوليتين وبالضبط $(f_1 + f_2)/2$. وسعة الاهتزاز المحصل في النقطة المعتبرة تعطى بالعلاقة بعد تربيع ما ضمن القوسين. إن هذه السعة تتعلق بالزمن وتتغير من الصفر حتى قيمة عظمى $2D_M$ (مجموع سعات الأمواج المتراكبة) ذات التواتر $(f_1 - f_2)/2$. ينشأ الخفقان كل مرة عندما التابع $\cos[2\pi((f_1 - f_2)/2)t]$ يصبح مساوياً $1+$ أو $1-$ كما في الشكل (١-٣-٦): هذا يعني أنه خلال دور يحصل خفقانان، حيث إنّ تواتر الخفقان يساوي ضعف قيمة $(f_1 - f_2)/2$، أي أنها تساوي الفرق بين تواترات الأمواج المتداخلة $(f_1 - f_2)$.

تنشأ ظاهرة الخفقان لكل الأمواج، وهي عبارة عن طريقة حساسة لمقارنة التواترات.

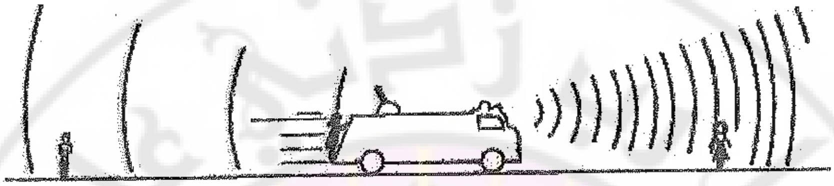
١-٣-٧- مفعول (أثر) دوبلر :

يمكن أن نلاحظ أن ارتفاع صوت صفارة سيارة الإطفاء، والمتحركة بسرعة عالية تقل بشدة بعد أن تمر السيارة بسرعة قربنا. من الممكن أنكم لاحظتم أيضاً تغير ارتفاع إشارات الحافلة الصوتية المسافرة بسرعة عالية قربكم. إن ارتفاع صوت محرك سيارة السباق يتغير أيضاً عندما تمر قرب المراقب. إذا اقترب منبع الصوت من المراقب، يزداد ارتفاع الصوت مقارنة مع منبع صوتي ثابت.

إذا ابتعد المنبع الصوتي عن المراقب، فإن ارتفاع الصوت يقل. تسمى هذه الظاهرة بمفعول دوبلر، وتحدث عند جميع أنواع الأمواج. وسندرس سبب نشوئها وتغير تواترات الأمواج الصوتية والمرتبطة بهذا المفعول.



(أ)



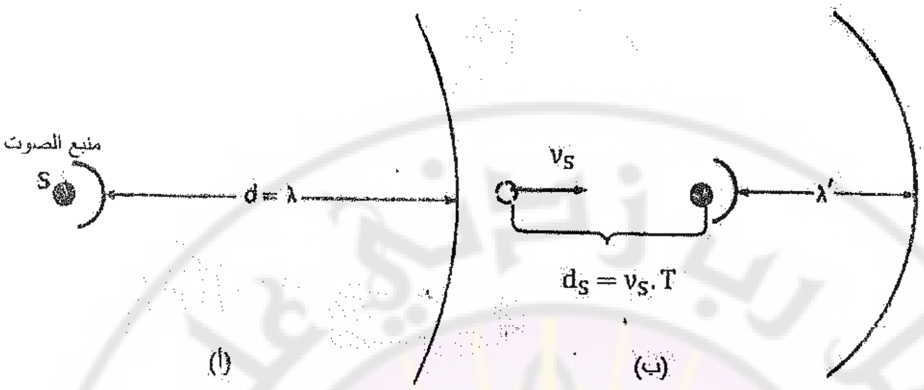
(ب)

الشكل (١-٣-٧)

أ- كلا المراقبين على الرصيف يسمعان صوت صفارة سيارة إطفاء الحريق الواقفة بنفس التواتر. ب- مفعول دوبلر: المراقب الذي تقترب منه سيارة الإطفاء يسمع صوت أكبر تواتراً والمراقب الذي تبتعد عنه السيارة يسمع صوتاً أخفض.

لنفرض سيارة إطفاء والتي تملك صفارتها عندما تكون واقفة في مكانها نبضات صوتية ذات تواترات محددة في كل الاتجاهات كما هو مبين على الشكل (١-٣-٧أ). لنفرض الآن أن سيارة الإطفاء بدأت بالحركة والصفارة تتابع إعطاء الصوت بنفس التواتر السابق. غير أنه واثناء حركة الأمواج الصوتية التي تعطيها الصفارة إلى الأمام ستشعر مقتربة من بعضها بعضاً، خلافاً لحالة السيارة الواقفة، وهذا مبين على الشكل (١-٣-٧ب). وهذا يحدث لأنه أثناء حركة سيارة الإطفاء تلحق بالأمواج المنطلقة منها سابقاً. على هذه الصورة المراقب على الطريق يلاحظ عدد كبير من القمم الموجية التي تعبر أمامه في واحدة الزمن وبالتالي بالنسبة له سيكون تواتر الصوت أعلى. ومن جهة أخرى الأمواج المنتشرة خلف السيارة ستتأخر الواحدة عن الأخرى حيث إنّ السيارة تبتعد عنهما أو تنفصل عنهم. وبالتالي خلال واحدة الزمن، وأمام مراقب يقع خلف السيارة سيعبر كمية أقل من القمم الموجية وارتفاع الصوت سيكون أقل. ومن أجل حساب تغير التواتر نستخدم الشكل (١-٣-٨). سنعتبر في جملتنا هذه أنّ الهواء (أو أي وسط آخر)

ثابتاً (غير متحرك). فعلى الشكل (١-٣-٨أ) إن منبع الصوت (على سبيل المثال صفارة) ثابت.



الشكل (١-٣-٨) من أجل تعيين تغير التواتر نتيجة لمفعول دوبلر

بين ذروتين موجيتين متتابعتين، مع أن واحدة منهما انطلقت في هذه اللحظة من المنبع الصوتي. إن المسافة بين هاتين الذروتين تساوي طول الموجة λ إذا كان تواتر اهتزاز المنبع الصوتي يساوي f، هذا يعني أن الزمن المنقضي بين انطلاق الذرى الموجية يساوي $T = 1/f$ وعلى الشكل (١-٣-٨ب) إن المنبع الصوتي يتحرك بسرعة v_S. وخلال الزمن T (التي حددناها منذ قليل) فإن ذروة الموجة الأولى تعبر مسافة $d = vT$، حيث: v سرعة الموجة الصوتية في الهواء (وهي طبعاً ستكون نفسها لا تتعلق بحركة المنبع أو عدمها). وخلال هذا الزمن ينتقل المنبع الصوتي إلى مسافة: $d_S = v_S.T$.

عندئذ المسافة بين ذروتين موجيتين متتاليتين تساوي طول الموجة الجديد λ' والتي نكتب على الشكل التالي :

$$\lambda' = d - d_S = (v - v_S)T = (v - v_S)/f$$

وبما أن $T = 1/f$، فإن التواتر الموجي f' يعطى بالعلاقة :

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \left(\frac{v}{v - v_S}\right)f$$

أو :

$$f` = \left(\frac{1}{1 - \nu_S/\nu}\right) f \quad \text{(يقترب المنبع الصوتي من المراقب الثابت)} \qquad (1-3-9a)$$

بما أن مقام الكسر أصغر من الواحد سيكون لدينا : $f` > f$. على سبيل المثال إذا اعطى المنبع الصوتي صوتاً بتواتر $400Hz$ عندما يكون ساكناً، هذا يعني أنه عندما يبدأ المنبع بالحركة في اتجاه المراقب الواقع في مكانه وبسرعة $30m/s$ يسمع المراقب الصوت بتواتر (عند درجة الحرارة $0°c$) يساوي:

$$f` = \frac{400Hz}{1-(30m/s)(331m/s)} = 440Hz$$

إن طول الموجة الجديد للمنبع المبتعد عن المراقب وبسرعة ν_S ستساوي :

$$\lambda` = d + d_S$$

وعند ذلك يعطى التواتر بالعلاقة :

$$f` = \left(\frac{1}{1 + \nu_S/\nu}\right) f \quad \text{(يبتعد المنبع الصوتي من المراقب الثابت)} \qquad (1-3-9b)$$

ينشأ مفعول دوبلر أيضاً في تلك الحالة عندما المنبع الصوتي يكون ساكناً (بالنسبة للوسط الذي تنتشر فيه الموجة الصوتية)، أما المراقب فيتحرك. إذا اقترب المراقب من المنبع الصوتي فإنه سيسمع صوتاً بارتفاع أكبر من الذي يرسله المنبع. وإذا المراقب نفسه ابتعد عن المنبع فسيظهر له الصوت أخفض. إن التغير الكمي للتواتر هنا يختلف قليلاً عن الحالة التي عندها يتحرك المنبع، أما المراقب فهو ساكن. في هذه الحالة المسافة بين قمم الأمواج (طول الموجة λ) لا يتغير، وإنما تتغير سرعة حركة القمم بالنسبة للمراقب. إذا اقترب المراقب من المنبع الصوتي فإن سرعة الموجة بالنسبة للمراقب ستساوي : $\nu` = \nu + \nu_{L\,\text{مراقب}}$.

حيث : ν سرعة انتشار الصوت في الهواء (نعتبر الهواء ساكناً). وَ ν_L سرعة المراقب.

وبالتالي التواتر الجديد سيساوي :

$$f` = v'/\lambda = (v + v_L)/\lambda$$

وبما أن $\lambda = v/f$ سيكون :

$$f` = (1 + v_L/v)f \quad \left(\text{يقترب المراقب من المنبع الصوتي}\right) \qquad (1-3-10a)$$

وفي حالة ابتعاد المراقب عن المنبع الصوتي فإن السرعة النسبية ستساوي $v` = v - v_L$ وسيكون لدينا :

$$f` = (1 - v_L/v)f \quad \left(\text{يبتعد المراقب عن المنبع الصوتي الساكن}\right) \qquad (1-3-10b)$$

إذا انعكست الموجة الصوتية عن حاجز متحرك، فإن تواتر الموجة المنعكسة نتيجة لمفعول دوبلر ستختلف عن تواتر الموجة الواردة. يمكن تفسير ذلك بالمثال التالي:

مثال (١-٣-٩):

تُرسل موجة صوتية ذات تواتر $5000Hz$ في اتجاه جسم يقترب من المنبع الصوتي وبسرعة $3{,}30m/s$. احسب تواتر الموجة المنعكسة؟

الحل:

في هذه الحالة يظهر أثر دوبلر مرتين :

أولاً– الجسم الذي تتجه نحوه الموجة الصوتية سيسلك سلوك مراقب متحرك وسيسجل الموجة الصوتية بتواتر :

$$f` = \left(1 + \frac{v_L}{v}\right)f = \left(1 + \frac{3{,}30m/s}{331m/s}\right)(5000Hz) = 5050Hz$$

ثانياً– يلعب الجسم كمنبع ثانوي للصوت (المنعكس) والذي يتحرك بحيث تواتر الموجة الصوتية المنعكسة سيساوي:

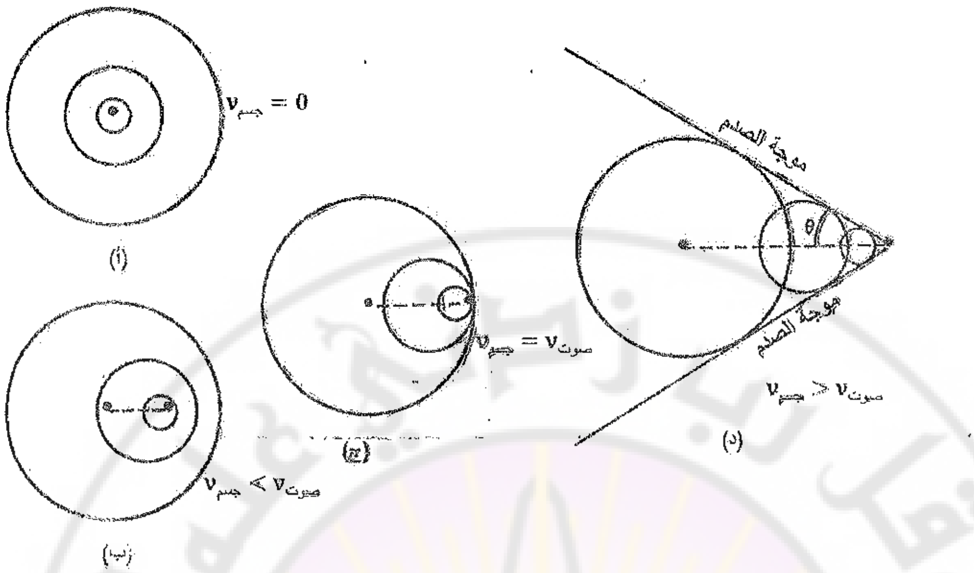
$$f" = \left(\frac{1}{1 - v_S/v}\right)f` = \frac{5050Hz}{1 - (3{,}30m/s)/(331m/s)} = 5100Hz$$

على هذه الصورة فإن انزياح التواتر حسب دوبلر يساوي 100Hz. إذا توضعت الموجة الصوتية الواردة والمنعكسة الواحدة على الأخرى، هذا يعني أن تراكب الأمواج سينشأ، وهذا يؤدي إلى الخفقان.

يساوي تواتر الخفقان الفرق بين تواترات هاتين الموجتين وفي المثال (١-٣-٩) هي 100Hz. مثل هذا الظهور لمفعول دوبلر يستخدم بصورة واسعة في أجهزة طبية مختلفة والتي تستخدم الأمواج فوق الصوتية بمجال تواتر من مرتبة الميغا هرتز. على سبيل المثال إن الأمواج فوق الصوتية المنعكسة عن كريات الدم الأحمر يمكن أن تستخدم من أجل تعيين سرعة تيار الدم. وبصورة مماثلة يمكن استخدام هذه الطريقة من أجل الكشف عن حركة الخلايا الصدرية الجنينية، وكذلك من أجل المراقبة عن بعد ضربات القلب. مفعول دوبلر يستخدم أيضاً في الرادار من أجل تحديد السيارة التي تتحرك بسرعة أكبر من السرعة المسموحة ولكن هنا تستخدم الأمواج الكهرطيسية الرادارية وليست الأمواج الصوتية. إن دقة العلاقتين (1-3-9) وَ (1-3-10) تقل عندما تقترب السرعتان v_S وَ v_L من سرعة الصوت. وهذا مرتبط كون إزاحة جزيئات الوسط لا تبقى متناسبة مع قوة الإرجاع أي ينشأ حيود عن قانون هوك حيث إنّ أكثرية مناقشاتنا النظرية لا تبقى صحيحة.

١-٣-٨- أمواج الصدم والصدمة الصوتية:

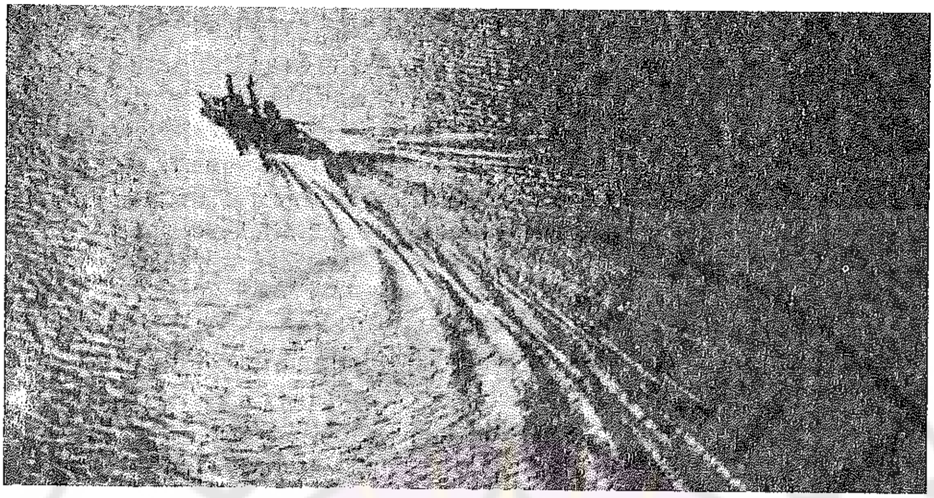
إذا تحرك جسم (على سبيل المثال طائرة) بسرعة أكبر من سرعة الصوت عندئذ يقال إنّها تمتلك سرعة فوق صوتية. غالباً تعطى هذه السرعة بعدد ماخ (M) والذي يعين بنسبة سرعة الجسم إلى سرعة الصوت في الوسط المعطى: على سبيل المثال الطائرة المتحركة بسرعة 900m/s في الفضاء عند ارتفاع تكون سرعة الصوت تساوي فقط 300m/s لها سرعة 3M (ثلاثة أعداد ماخ). إذا تحرك المنبع الصوتي بسرعة تحت صوتية، هذا يعني أن ارتفاع الصوت كما شاهدنا يتغير (مفعول دوبلر)، انظر الشكل (١-٣-٩أ، ب).



الشكل (١-٣-٩) الموجة الصوتية المرسلة من جسم ساكن (أ) ومتحرك (ب،ج،د). إذا كانت سرعة الجسم أقل من سرعة الصوت هذا يعني أن مفعول دوبلر يأخذ مكاناً (ب). إذا كانت سرعة الجسم أكبر من سرعة الصوت هذا يعني أنه تنشأ أمواج الصدم (د).

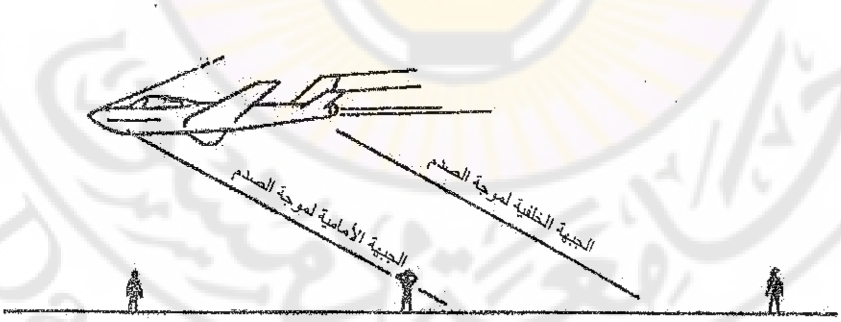
إذا تحرك المنبع الصوتي بسرعة أكبر من سرعة الصوت هذا يعني أنه سينشأ مفعول أكثر أهمية ألا وهو أمواج الصدم. في هذه الحالة يسبق المنبع الصوتي الأمواج الصوتية التي يشكلها. كما هو مبين على الشكل (١-٣-٩ب). وعندما يتحرك المنبع الصوتي بسرعة تساوي سرعة الصوت فالأمواج المرسلة منه للأمام وبالمعنى الحرفي تتكدس أمامه. وعندما يتحرك الجسم بسرعة أكبر من سرعة الصوت، تتكوم الأمواج فوق بعضها بعضاً منحصرة في زاوية كما هو موضح على الشكل (١-٣-٩د). تتوضع الذرى الموجية المختلفة على بعضها بعضاً مشكلة ذروة ضخمة تسمى موجة الصدم. وفي مؤخرة هذه الذروة العالية يتشكل قعراً عميقاً.

تنشأ موجة الصدم عند التداخل الشديد لعدد كبير من الأمواج. وفي الهواء تشبه الموجة الأنفية لسفينة بحرية التي تسير بسرعة تزيد عن سرعة انتشار الأمواج التي تشكلها في الماء. الشكل (١-٣-١٠).



الشكل (١-٣-١٠) تشكل السفينة أمواج أنفية

عندما تطير الطائرة بسرعة فوق صوتية فالضوضاء الذي تولده واضطراب الهواء يشكلان موجة الصدم تحوي كمية كبيرة من الطاقة الصوتية. وإذا اقتربت موجة الصدم من الإنسان فإنه سيستقبلها كصدمة صوتية. إن الصدمة الصوتية تستمر لأجزاء من الثانية ولكن الطاقة الموجودة فيها كبيرة لدرجة أنها قادرة على كسر زجاج النافذة أو إثارة آثارٍ سلبية أخرى، كعدم الراحة النفسية. حقيقة أن الصدمة الصوتية المثارة من طائرة فوق صوتية هي عبارة عن صدمتين. حيث إنّ موجة الصدم تتشكل في مقدمة ومؤخرة الطائرة. الشكل (١-٣-١١).



الشكل (١-٣-١١) الرجل الواقف على يمين الطائرة سيسمع صدمة صوتية مضاعفة. الرجل الواقف في الوسط منذ قليل سمعه. أما الرجل الواقف على اليسار من الطائرة سيسمعه قريباً

في اللحظة الزمنية عندما تصل الطائرة إلى سرعة الصوت ستقوم باختراق الحاجز الذي تشكله الأمواج الصوتية أمام الطائرة الشكل (١-٣-٩ب). ومن أجل التفوق على سرعة الصوت يتطلب قوة إضافية من أجل العبور من هذا الحاجز الصوتي.

إذا وصلنا إلى السرعة الفوق صوتية فهذا يعني أن الحاجز الصوتي لا يعتبر عائقاً للحركة. أحياناً يعتقد خطأً أن الصدمة الصوتية تنشأ فقط في لحظة عبور الطائرة للحاجز الصوتي. في الحقيقة إن موجة الصدم تصاحب الطائرة في كل وقت طيرانها بسرعة فوق صوتية. إن كل شخص من المراقبين الواقفين على الأرض سيسمع صدمة عالية كلما اقتربت موجة الصدم منه. انظر الشكل (١-٣-١١).

تشكل موجة الصدم مخروطاً رأسه في الطائرة. وزاوية رأسه θ. الشكل (١-٣-٩د) تعطى بالعلاقة:

$$\sin\theta = \nu_{\text{صوت}}/\nu_{\text{جسم}} \qquad (1-3-11)$$

حيث : $\nu_{\text{جسم}}$ سرعة الجسم (الطائرة)، أما $\nu_{\text{صوت}}$ سرعة الصوت في الوسط.

مسائل

١) ما هو الشاهد على أن الصوت شكلٌ من أشكال الطاقة؟

٢) هل يتغير تواتر موجة الصوت أو طولها عند عبوره من الهواء إلى الماء؟

٣) أعطِ [illegible]اً على أن سرعة انتشار الصوت في الهواء بصورة أساسية لا تتعلق بالتواتر.

٤) ما هو سبب كون سرعة انتشار الصوت في الهيدروجين أقل من الهواء؟

٥) تطلق الدلافين أمواجاً فوق صوتية بتواتر $250000Hz$. عين طول موجة هذا الصوت: أ- في الماء، ب- في الهواء. معتبراً أن درجة الحرارة تساوي $20^{\circ}c$.

٦) قذف حجر من أعلى صخرة وسمع صوت سقوطه بالماء خلال $4,0s$. ما هو ارتفاع الصخرة التي سقط منها؟ اعتبر أن درجة حرارة الهواء تساوي $20^{\circ}c$.

٧) يعطى تغير الضغط في موجة صوتية بالعلاقة:

$$p = 2,2\sin(\frac{\pi x}{3} - 1700\pi t)$$

حيث p- تقدر بالباسكال، وَ x- بالمترات، أما t- فتقدر بالثواني. عين:

أ- سرعة الانتشار، ب- سعة إزاحة الموجة. اعتبر أن كثافة الوسط يساوي $\rho = 2,7 \times 10^{3} kg/m^{3}$.

٨) عيّن موجتين صوتيتين لهما نفس سعة الإزاحة، غير أن تواتر إحدى الموجتين أكبر بمرتين من تواتر الأخرى:

أ- عند أي من هاتين الموجتين تكون السعة الضغطية أكبر؟ وبكم مرة؟

ب- ما هي نسبة شدتي هاتين الموجتين؟

٩) أ- احسب سوية الشدة الصوتية للصوت الذي شدته $7,5 \times 10^{8} w/m^{2}$.

ب- ما هي شدة صوت، سوية الشدة تساوي $35dB$؟

١٠) إذا ازدادت سعة الموجة الصوتية بثلاث مرات:

أ- بكم مرة ستزداد شدتها؟

ب- بكم ديسبل ستزداد سوية الشدة؟

١١) يمتلك وتر كمان تواتراً أساسياً يساوي $196Hz$. إذا كان طول الجزء المهتز من الوتر يساوي $32cm$ وكتلته $0,50g$. احسب قيمة شد هذا الوتر من أجل معايرته.

١٢)ما هي القيمة التقريبية لشدة صوت المدروجين الأوليين للكمان بالنسبة لشدة الصوت الذي يعطيه عند التواتر الأساسي؟ بكم ديسبل أضعف يعطي الكمان صوتاً للمدروجين الأول والثاني من المدروج الأساسي؟

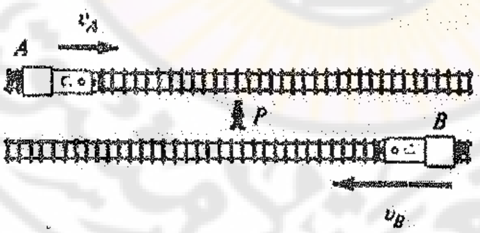
١٣)يسمع الإنسان صوت نغمة نقية آتية من منبعين. ويعتقد أن تواتر الصوت يقع في المجال $500\text{-}1000Hz$. وتكون سوية شدة الصوت عظمى في النقاط المتساوية البعد عن كلا المنبعين. ومن أجل التعيين الدقيق لتواتر الصوت ينتقل الرجل ويكتشف أن سوية الشدة صغرى في النقطة الواقعة عن المنبع الأول بـ $0,22m$ أبعد عن المنبع الثاني. ما هو تواتر الصوت إذا كانت درجة حرارة الهواء $37°c$؟

١٤)تطلق قاطرة صفارتها لدى اقترابها أو ابتعادها عن تقاطع سكك حديدية. مراقب عند التقاطع يقيس تردداً قدره $219Hz$ عند اقتراب القاطرة وَ $184Hz$ عند ابتعادها. أوجد سرعة القاطرة وتردد صفيرها، علماً بأن سرعة الصوت تساوي $340m/s$.

١٥)كما يوضح الشكل (٣-١) يقف مراقب بين خطي متوازيين حيث يقترب قطاران من اتجاهين متعاكسين. سرعة القاطرة الأولى (A): $v_A = 15m/s$ وتطلق صفارتها بتردد قدره: $\nu_0 = 200Hz$. سرعة القاطرة الثانية (B): $v_B = 15m/s$ وسرعة الصوت في الهواء $340m/s$. أخيراً الجو ساكن ولا توجد أية حركة في الهواء.

أ- أوجد طول الموجة λ_1 والتردد ν_1 للموجات الصوتية التي يتلقاها المراقب P من القاطرة (A).

ب- ما هو التردد ν_2 الذي يطرق مسامع المهندس في القاطرة (B)؟



الشكل (٣-١)

الباب الثاني

الفصل الأول : الأمواج الكهرطيسية .

الفصل الثاني : الضوء الهندسي .

الفصل الثالث : الضوء الفيزيائي .

الفصل الرابع : قياس الضوء .

الفصل الأول

الأمواج الكهرطيسية

Electromagnetic waves

٢-١- الضوء المرئي **Visible light** : وهي الأشعة الكهرطيسية ذات الأطوال الموجيّة المحصورة بالمجال $400nm \leq \lambda \leq 760nm$. حيث λ طول موجة الضوء المرئي، وفي هذا المجال يثار الإحساس بالرؤية عند الإنسان.

إن كلّ تردد (تواتر) يقع في مجال الأشعة المرئية يقابله طول موجة محدد. فالتردد (التواتر) المساوي $5,4 \times 10^{14}$ HZ يكافئ طول موجة الضوء الأخضر، والعلاقة بين طول موجة الإشعاع في الفراغ وتواتره هي:

$$\lambda = \frac{C}{\upsilon}$$

حيث : C سرعة الضوء في الخلاء ، υ التواتر.

يعطي التواتر السابق $5,4\times 10^{14}$ HZ طول موجة: $\frac{3\times10^{8}}{5,4\times10^{14}}$ m .

٢-١-١- النظرية الكوانتية لطبيعة الضوء **Quantum theory of light**:

إن الخلاف حول طبيعة الضوء كان سؤالاً محيراً ومثيراً في تاريخ العلم. فالعديد من النظريات المبكرة افترضت أنه مؤلف من حزمة من الجسيمات يصدرها المنبع وتسبب احساساً بالرؤية عند دخولها العين، وكان نيوتن هو أول من تحمس لهذه الفكرة واستطاع شرح قانوني الانعكاس والانكسار وفق ذلك بينما أظهر هويغنز وروبرت هوك الطبيعة الموجية للضوء وفسرا الظاهرتين السابقتين بافتراض أن الضوء يسير بسرعة أبطأ في الزجاج والماء من سرعته بالهواء ، ثم أثبت توماس يونغ (١٨٠١) بواسطة النظرية الموجية فكرة التداخل على أساس أنه ظاهرة موجية في الضوء والصوت.

أسهم العالم الفرنسي فرنيل بقدر كبير في إثبات الطبيعة الموجية عبر وضع النظرية الموجية على شكل رياضي وتفسير الانتشار المستقيم وربطه بصغر طول الموجة الضوئية. ثم أتت تجربة بواسون والحراج الأمواج الضوئية لتؤكد الطبيعة الموجية.

هذه الطبيعة الموجية كانت قادرة على وصف الضوء والأمواج الكهرطيسية إلا أنها فشلت في تفسير جميع الخواص المرتبطة بهما.

في الاتجاه الآخر أتت تجربة هرتز حول المفعول الكهرضوئي الذي لايمكن قبولها إلا باعتبار الضوء كنموذج جسيمي وليس موجياً فسقوط الضوء على سطح معدن لا يمكنه اقتلاع الإلكترونات إلا بافتراض أن الضوء هو جسيم يقتلع الكترونات المادة وهذا ما فسره إينشتاين بافتراض أن طاقة الموجة الضوئية مكممة على شكل حبيبات صغيرة سماها الفوتونات وتتناسب طاقة هذه الفوتونات مع تواتر الموجة الساقطة وفق العلاقة:

$$E = h\upsilon \quad \Rightarrow \quad E = hC/\lambda \qquad (2-1-1)$$

حيث h هو ثابت بلانك ويساوي $6{,}626\times10^{-34}$ J.S و υ هو تواتر موجة الضوء ، وC سرعة الضوء وتساوي 3×10^{8} mS ، وتمثل λ طول موجة الضوء .

عند ورود الضوء على سطح المعدن فإن الإلكترون يمتص الطاقة من فوتون واحد ، أما بزيادة الكثافة الضوئية تزداد عدد الفوتونات لتزيد عدد الإلكترونات المقتلعة ودون أي تزايد بطاقة هذه الفوتونات ، في حين أن تزايد طاقة الإلكترونات المقتلعة مرتبط بتواتر الضوء الوارد وله قيمة حدية سماها عتبة الإصدار. فلا يحدث الأثر الكهرضوئي إذا ورد الضوء بتواتر أقل من هذه القيمة ، وتتعلق قيمة هذه العتبة بنوع المادة.

إن أول من وفق بين النظرية الموجية والجسيمة هو العالم لوي دوبروي عام 1924 عبر الربط بين الشكل الجسيمي لشعاع الدفع P والطول الموجي λ الذي يميز الشكل الموجي وذلك باستخدام الشعاع الموجي K : $(\lambda = C/\upsilon \quad , \quad K = 2\pi/\lambda)$

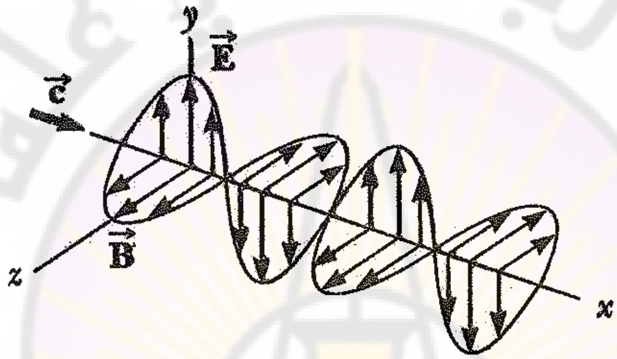
حسب العلاقة :

$$P = \hbar K$$

حيث : $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$

٢-١-٢- الأمواج الكهرطيسية Electromagnetic waves:

تتضمن الأمواج الكهرطيسية كامل الطيف الضوئي المرئي والأمواج الميكروية والراديوية والأشعة السينية وأشعة غاما والأشعة تحت الحمراء وفوق البنفسجية وتوصف جميعها بأنها تمثل انتشاراً فراغياً للحقلين الكهربائي والمغناطيسي بسرعة قدرها $3\times10^{8}m/s$ أنظر الشكل (٢-١-١) توزع الأمواج الكهرطيسية حسب طول الموجة والتواتر. أما عامل اختلاف هذه الأمواج عن بعضها فهو تواترتها والذي يقابله اختلاف في طول موجة كل نوع منها ، وتتوزع الأمواج وفق التالي :



الشكل (٢-١-١) شكل الموجة الكهرطيسية

توصف الأمواج الكهرطيسية بأنها تتألف من تعامد الحقول الكهربائية والمغناطيسية مع جهة انتشار الموجة مثنى مثنى وبشكل متغير كما في الشكل (٢-١-١). أما طريقة إنتاج هذه الحقول فيتم عبر اهتزاز شحنة كهربائية. لو اهتزت شحنة كهربائية بحركة توافقية بسيطة ذات اهتزازة فإنها ستشع أمواجاً كهرطيسية بتواتر مساوٍ لتواتر الاهتزاز ومثال ذلك الأمواج الراديوية التي تنتج بواسطة تيارات كهربائية تهز في جسم هوائي له شكل مستقيم ، يقابله في ذلك الأمواج الضوئية التي تنتج عن اهتزاز الشحنات في الذرات. الفارق الوحيد بين الأمواج الضوئية والراديوية هو طول وتواتر هذه الأمواج، بينما يتماثلان في طريقة الإنتاج مع فارق الأبعاد. فالأمواج الضوئية ذات التواترات ($10^{14}H$) مثلاً والتي تحس بها عيوننا لا يمكن إنتاجها بأية دارات الكترونية عادية.

٢-١-٣- سرعة الضوء Speed of light :

جربت عدة محاولات لقياس سرعة الضوء ، بدءاً من تجربة غاليلو لقياس السرعة كتابع للمسافة والزمن بين قمتي هضبتين تبعدان عن بعضهما البعض مسافة كيلومتر واحد ولكن بسبب سرعة الضوء الكبيرة كان الخطأ المرتكب أكبر من المدة الزمنية المقاسة مما سبب فشل غاليليو لقياس سرعة الضوء، ثم جربت عدة محاولات سنبينها لاحقاً.

سرعة انتشار الضوء في أوساط مختلفة :

The speed of light in different mediums :

إن سرعة انتشار الأمواج الكهرطيسية تعتمد على نوع الوسط، ويمكن قياسها دون الحاجة للضوء بشكل مباشر، وتعتمد على النظرية الكهرطيسية، وتحدد بالعلاقة :

$$v = \frac{c}{\sqrt{\mu_0\,\xi_0}} = \frac{c}{n} \qquad (2-1-3)$$

حيث $n = \sqrt{\mu\,\xi}$ قرينة الانكسار المطلقة للوسط الذي ينتشر فيه الضوء أو الأمواج الكهرطيسية، ξ يمثل قابلية الانتشار الكهربائي ، μ قابلية النفوذية المغناطيسية.

إن جميع المواد التي ينتشر فيها الضوء (الشفافة بالنسبة للضوء) لا تختلف فيها قابلية النفاذ المغناطيسية μ_0 إلا بشكل بسيط. وهذا يعني أن سرعة انتشار الضوء في المادة تتحدد بقابلية الانتشار الكهربائي أو العامل ξ ونلاحظ إن ξ تعتمد على تواترات الموجة المنتشرة ، لذا فإن سرعة انتشار الضوء في العوازل الكهربائية تعتمد أيضاً على ترددات الإشعاع الضوئي. نسمي المقدار الذي يميز اعتماد سرعة الضوء على نوع الوسط بالكثافة البصرية التي تقاس بالقيمة العددية لقرينة انكسار الوسط المطلقة (n). وتعطى بالعلاقة :

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{V}} \qquad (2-1-4)$$

حيث C : سرعة انتشار الضوء في الخلاء $= 3 \times 10^8 \; m/s$ ، V : سرعة انتشاره في الوسط الذي ينتشر فيه الضوء . وبالتالي فإن الكثافة البصرية للخلاء تساوي (١) وبينما قرينة

انكسار الهواء $n_{air} = 1.003$. لذا غالباً ما تعتبر سرعة الضوء في الهواء تساوي سرعة الضوء في الخلاء.

إن أول من قاس سرعة الضوء في الماء هو العالم فوكو، وقد اتضح له أن هذه السرعة أصغر من سرعة الضوء في الخلاء بـ 4/3 مرة.

إن تغير سرعة انتشار الضوء أثناء عبوره من وسط لآخر هو السبب الرئيسي في انكساره. ويبين الجدول التالي بعض قرائن انكسار الأوساط المختلفة:

الجدول (٢-١-١) قرائن انكسار الأوساط المختلفة

الوسط	$n = \frac{C}{V}$	الوسط	$n = \frac{C}{V}$
الهواء	1.0003	الزجاج العزال الخفيف	1.58
الماء	1.33	الزجاج البلاستيكي الشفاف	1.51
الغول الإيتيلي	1.30	زجاج كلور الصوديوم	1.53
زجاج الكوارتز	1.46	الزجاج الكرومي	1.52
الألماس	2.42		

٢-١-٤- طرائق قياس سرعة الضوء:

Measurements of the speed of light:

١- الطريقة الفلكية للعالم رومر Roemer's method:

عينت سرعة الضوء بطريقة فلكية لأول مرة عام ١٦٧٦ حيث راقب رؤمر عملية كسوف أحد توابع المشتري وبيّن الزمن بين كسوفين متتاليين والذي حدد بـ ٤٢ ساعة و٢٨ دقيقة.

تمّ القياس في البداية عندما كانت الأرض اقرب ما يمكن إلى المشتري ، هذا القياس اجري لمدة ستة أشهر قبل أن تبتعد الأرض عن المشتري ، وقد تبين أن التابع تأخر عن كسوفه (٩٩٦ ثانية). وقد فسر هذا التأخير بالمسافة التي يقطعها الضوء القادم من التابع إلى الأرض والمساوية لقطر مسار الأرض حول الشمس D.

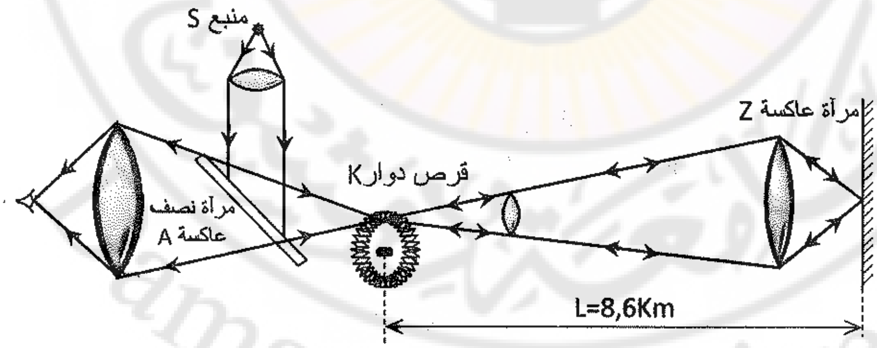
$$D = 2.99\text{x}10^{11}\text{m}$$

$$\Delta t = 996 \text{ sec} = 16.5 \text{ min}$$

$$c = \frac{D}{\Delta t} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

وبما أن متوسط الفرق بين القيمتين كبير فكان تحقيق القياس بدقة عالية غير ممكن.

٢- الطريقة المخبرية (طريقة فيزو) Fizeau's technique:



الشكل (٢-١-٢) طريقة فيزو

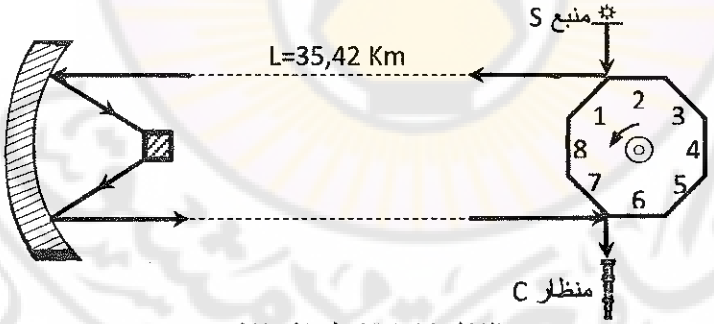
أنجز القياس لأول مرة لسرعة الضوء بطريقة مخبرية غير فلكية من قبل العالم فيزو عام ١٨٤٩ وذلك باستخدام مرآة نصف عاكسة A. وجه الضوء الوارد من المنبع S إلى قرص مسنن K الذي يدور عدد من الدورات قدره Z دورة حول محور الدوران O. بمرور الضوء خلال الفاصل بين الأسنان يصل الضوء إلى مرآة مستوية عاكسة تماماً ، وبعد الانعكاس على المرآة يسقط الضوء من جديد على القرص المسنن. ومن الممكن للضوء أن يعبر بين الأسنان ويسقط على العين أو يتوقف الضوء إذا أصاب أحد الأسنان المليئة.

وفي الحالة الأخيرة فإنّ الزمن Δt الذي يستغرقه الضوء لعبور مسافة قدرها $2L$ تساوي الزمن الذي يستغرقه القرص ليدور إلى مسافة منتصف السن المليء ، ويظهر في طريق الضوء عندئذ سن مليء (غير نفوذ) وتنعدم الرؤية ، وبالتالي حسب فيزو فإن سرعة الضوء تعطى بالعلاقة التالية:

$$C = \frac{2ZLW_0}{\pi} \qquad (2-1-5)$$

حيث : w_0 : السرعة الزاوية الصغرى للقرص المسنن التي عندها لا يصل الضوء إلى عين الناظر ، Z : عدد الدورات ، L : المسافة.

٣- طريقة مايكلسون (١٩٢٦ - ١٩٢٩) Michelson's method :



الشكل (٢-١-٣) طريقة مايكلسون

استطاع مايكلسون مع مجموعة كبيرة من العلماء من تعيين سرعة الضوء بدقة في الفراغ وفي مواد أخرى. يبين الشكل (٢-١-٣) محطة القياس التي قام مايكلسون بتجربته عليها،

حيث استخدم طبلة ذات ثمانية أوجه مرآتية. وضعت التجربة على جبل كلسون وجهاز المراقبة والجزء الآخر من التجربة وضع على جبل سان أنطونيو وكانت المسافة بين الجبلين $L=35.4263\ Km$، يسقط الضوء من المنبع الضوئي S على أحد وجوه الطبلة المرآتية ويعبر مسافة قدرها 2L بين الجبلين، ومن ثم يسقط على وجه آخر للطبلة، وينعكس إلى منظار C وبالتالي إلى عين الناظر.

عند تحريك الطبلة بسرعة زاوية ما يختفي الضوء عن عين الناظر ولكن عند عدد محدد من الدورات (سرعة زاوية معينة) يعود الضوء إلى المنظار من جديد وبالتالي إلى عين الناظر. يحصل هذا فقط في تلك الحالة عندما تدور المرآة $\frac{1}{8}$ دورة خلال الزمن الذي يقطعه الضوء من أول جبل إلى الأخر وبالعكس مسافة 2L.

ففي إحدى التجارب التي أجراها مايكلسون دارت الطبلة بتواتر قدره 528.76 دورة في الثانية وبالتالي فان زمن الدورة الواحدة يساوي $\frac{1}{528.76}$.

يكون زمن $\frac{1}{8}$ دورة $= \frac{1}{8\times528,76}$ خلال هذا الزمن يقطع الضوء مسافة قدرها 2L.

$$2L = 70,8526\ Km$$

وبالتالي سرعة الضوء في الهواء تساوي :

$$C = \frac{2L}{\Delta t} = \frac{70,8526}{\frac{1}{(8\times528,76)}}$$

$$C = 299711\ Km/Sec$$

٤ – الطريقة الكهرطيسية Electromagnetic method :

وفي هذه الطريقة يتم قياس سرعة الضوء دون الحاجة لوجود ضوء بصورة مباشرة بل معتمدة على النظرية الكهرطيسية (نظرية ماكسويل) التي تعطي سرعة الضوء بالعلاقة التالية:

$$C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\,\xi}}$$

حيث ε : تعين عن طريق القياس الدقيق لسعة مكثفة مستوية.

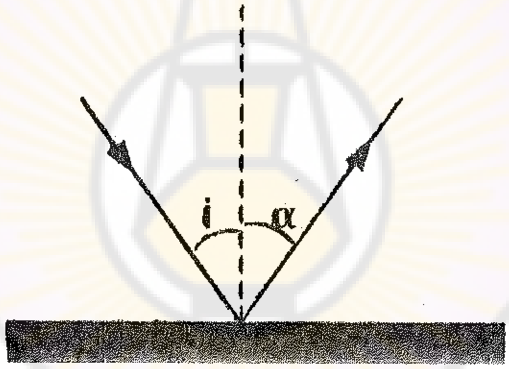
أما μ_0 : تُعين عن طريق القياس الدقيق للقوة بين سلكين يحملان تياران كهربائيان والتي تعطي النتيجة :

$$C = (2.997925 \pm 0.00003) x 10^8 \ m/sec$$

هناك توافق بين نتائج الطرائق المختلفة في تحديد سرعة الضوء والقيمة المقبولة حالياً هي القيمة السابقة ونعتبر القيمة $(3x10^8 m/s)$ دقيقة بشكل كافٍ في جميع الحسابات الفيزيائية.

٣-١-٥- الانعكاس Reflection of light :

عندما تصطدم الأمواج بكافة أنواعها حاجزاً مستوياً تتولد أمواج مبتعدة عن الحاجز، وتحقق خاصة أن الزاوية $\hat{i}$ بين الشعاع الممثل للأمواج الواردة والناظم على السطح تساوي الزاوية $\hat{\alpha}$ بين الشعاع الممثل للأمواج المنعكسة والناظم، وأن الشعاع المنعكس والوارد والناظم يقعان في مستوى واحد.

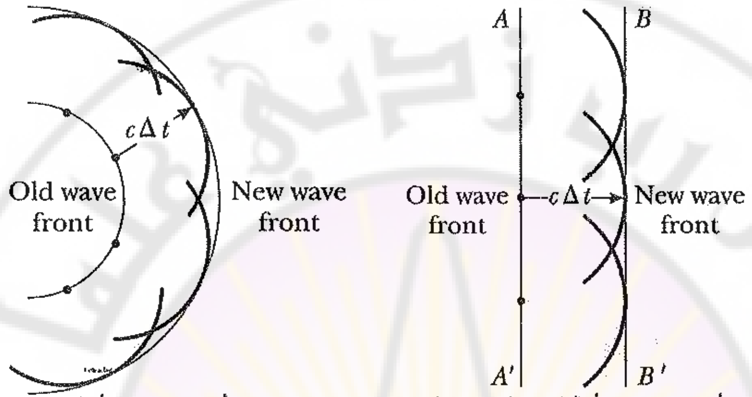


الشكل (٣-١-٤) انعكاس شعاع ضوئي على سطح

قانون الانعكاس هذا محقق في جميع الحالات ولجميع أنواع الأمواج كهربائية أو صوتية أو كهرطيسية . يمكن الوصول إلى قانون الانعكاس بطرق متعددة منها مبدأ هويغنز ومبدأ فيرما.

أ- مبدأ هويغنز (١٦٢٩-١٦٩٥) Huygens's principle:

تستند طريقة هويغنز على اعتبار أن كل نقطة من نقاط صدر الموجة منبعاً نقطياً للأمواج. أما صدر الموجة الجديد (بعد زمن قصير) فيمثل مغلفاً لجميع الموجات الصغيرة الكروية الانتشار الصادرة عن المنابع النقطية كما في الشكل (٢-١-٥).



مبدأ هويغنز من أجل موجة كروية   مبدأ هويغنز من أجل موجة مستوية

الشكل (٢-١-٥)

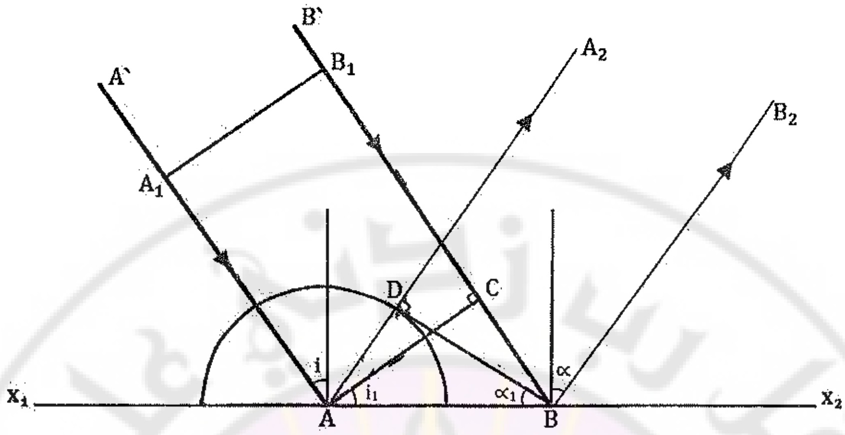
ب- مبدأ فيرما Fermi principle :

إن المسار الذي يسلكه الضوء لقطع مسافة بين نقطتين هو ذلك المسار الذي يستغرقه الضوء لقطعه أقصر زمن.

استنتاج قانون الانعكاس حسب مبدأ هويغنز :

Huygens's principle applied to reflection :

لنفرض أن موجة معينة مستوية تحتل جبهتها في لحظة زمنية معينة الموقع A_1B_1 تسقط هذه الموجة على السطح الأملس X_1X_2 كما في الشكل (٢-١-٦) وبعد برهة من الزمن يحتل صدر هذه الموجة الموقع AC. نتخذ هذه اللحظة الزمنية مبدأ للإحداثيات، إذا كانت سرعة انتشار الموجة v في هذا الوسط فإن هذا التأخر هو : $CB = v \times t$ حيث t هي الزمن اللازم لقطع الموجة المسافة CB.



الشكل (٢-١-٦) استخدام مبدأ هويغنز لإيجاد قانون الانعكاس

وفي الزمن t الذي يستغرقه انتقال رأس الموجة من النقطة C إلى النقطة B لتنعكس الموجة من النقطة A على سطح كرة بمسافة AD والمساوية CB (سرعة ارتداد الموجة = سرعة ورودها) ويكون الموقع الجديد لجبهة الموجة بعد انعكاس الأشعة هو المماس لسطح الكرة المرسوم في النقطة D أي المماس $\overline{BD}$. بعد ذلك يتحرك صدر الموجة بصورة موازية لنفسها باتجاه AA_2 و BB_2. نلاحظ من الشكل أن المثلثين ADB و ACB فيهما وتر مشترك AB وضلعان قائمان متساويان $A = AD$. لذا فالمثلثان طبوقان متساويان وفيهما زوايا المثلثين طبوقة أي الزاوية $\widehat{i_1} = \widehat{\alpha}_1$ ، و بما أن $\widehat{i_1} = \widehat{i}$ و $\widehat{\alpha}_1 = \widehat{\alpha}$ زاويتان بأضلاع متعامدة فهما متساويتان.

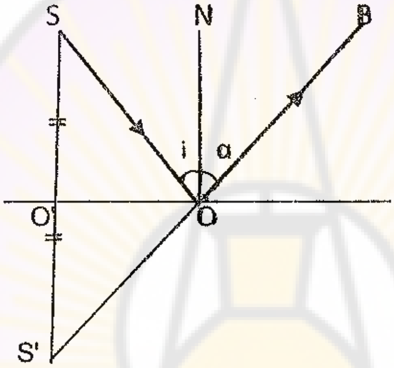
$$\widehat{i} = \widehat{\alpha} \qquad (3-1-6)$$

أي أن زاوية الورود تساوي زاوية الانعكاس.

استنتاج قانون الانعكاس حسب مبدأ فيرما :

Fermi's principle applied to reflection :

لو أخذنا حداً فاصلاً بين وسطين شفافين وأخذنا منبعاً ضوئياً S يصدر إشعاعات ضوئية في كافة الاتجاهات ، نأخذ نظير المنبع S بالنسبة للسطح العاكس وليكن `S الشكل (٢-١-٧) المثلثين 'SOO و `S`OO طبوقين كون المثلث `SOS مثلث متساوي الساقين و O`O ضلع مشترك. بما أن الضوء حسب نظرية فيرما يستغرق أقصر زمن فإن الخط المستقيم S`OB هو الطريق الذي يستغرق الزمن الأقصر ليقطعه الضوء ، ولما كان $OS' = OS$ فإن المسار SOB يستغرق أيضاً الزمن الأقصر ليقطعه الضوء وبالتالي فإن : $\hat{\alpha} = \hat{\imath}$.



الشكل (٢-١-٧) استخدام مبدأ فيرما لإيجاد قانون الانعكاس

شدة الشعاع المنعكس Reflection light intensity :

إن الصيغة العامة التي تعطي مقدار الطاقة المنعكسة معقدة جداً، لذلك سنأخذ الحالة التي يرد فيها الشعاع ناظمياً على السطح الفاصل ، وعند ذلك تعطى الشدة المنعكسة بالعلاقة التالية:

$$I = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2 \times I_o \qquad (2-1-7)$$

حيث : I_o : الشدة الواردة ، I : الشدة المنعكسة التي تعطى بالعلاقة السابقة ، n_2 : قرينة انكسار وسط الانعكاس ، n_1 : قرينة انكسار وسط الورود.

٢-١-٦- الانكسار Refraction :

عندما يرد الضوء على سطح فاصل بين وسطين شفافين ينعكس جزء من الطاقة الضوئية بينما ينفذ جزء آخر، إن سبب انكسار الضوء هو التغير المفاجئ بسرعة انتشاره عند الانتقال بين وسطين شفافين.

نسمي الزاوية بين الشعاع النافذ والناظم على السطح β بزاوية الانكسار، وترتبط مع زاوية الورود بين الشعاع الوارد والناظم (i) بالعلاقة :

$$n_1 \sin i = n_2 \sin\beta \qquad (2-1-8)$$

حيث n_1 قرينة انكسار الوسط الأول و n_2 قرينة انكسار الوسط الثاني. ولنوجد هذا القانون وفق مبدأ هويغينز.

نسقط على السطح الفاصل بين وسطين شفافين X_1X_2 كما في الشكل حزمة أشعة متوازية $A`B`$ تحتل جبهة موجتها في اللحظة الزمنية البدائية الموقع AC.

فإذا كانت سرعة انتشار الموجة في الوسط الأول V_1 وفي الوسط الثاني V_2 وكانت $V_1 > V_2$ ينتقل عندئذ صدر الموجة في الوسط الأول خلال الزمن t مسافة $CB = V_1 \times t$. وخلال الزمن t نفسه تنكسر الموجة من النقطة A على سطح كرة نصف قطرها $AD = V_2 \times t$. إذا انتقل الشعاع الضوئي من وسط أقل كسراً للضوء إلى وسط أشد كسراً للضوء يقترب من الناظم وبالتالي جبهة الموجة ستحتل المماس للكرة في النقطة B أي المماس DB، وستنتشر موازية لنفسها وفق ``AA و``BB.

عند عبور الأشعة من الوسط ذي الكثافة البصرية الأقل إلى الكثافة الأكبر ستكون الأشعة المنكسرة مقتربة من الناظم والعكس صحيح. ونجد من المثلثين ACB وَ ABD القائمين أن:

$$BC = AB \sin(i) \quad \text{القائم في } C \qquad (1)$$

$$AD = AB \sin(\beta) \quad \text{القائم في } D \qquad (2)$$

نقسم العلاقة (1) على (2) فنجد:

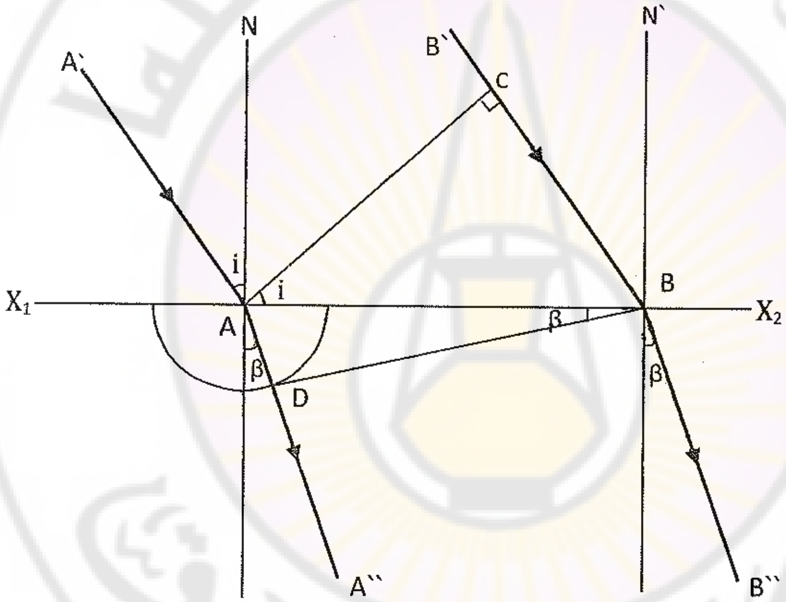
$$\frac{BC}{AD} = \frac{\sin(i)}{\sin(\beta)} = \frac{\nu_1 t}{\nu_2 t} = \frac{\nu_1}{\nu_2} \qquad (3)$$

وبما أن :

$$\{n_1 = \frac{c}{\nu_1} \Rightarrow \nu_1 = \frac{c}{n_1} \quad \text{و} \quad n_2 = \frac{c}{\nu_2} \Rightarrow \nu_2 = \frac{c}{n_2}\} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin \beta} = n_{2,1}$$

(قانون سنل) «Snell's law» $n_1 \sin(i) = n_2 \sin(\beta)$



شكل (٢-١-٨) استخدام مبدأ هويغنز في تفسير انكسار موجة مستوية

٢-١-٧- حالة خاصة: الانعكاس الكلي للضوء:

Total internal reflection:

الزاوية الحدية (critical angle):

لنفرض لدينا وسطان يفصل بينهما وسط شفاف. قرينة انكسار الوسط الثاني n_2 وقرينة انكسار الوسط الأول n_1 وكانت $n_2 > n_1$ ، ويفرض لدينا منبع ضوئي S.

الشعاع الذي يرد ناظمياً يتابع طريقه من دون أي انكسار، بقية الأشعة الواردة تتكسر وفق زوايا انكسار معينة، عند ورود شعاع زاوية وروده تساوي $\widehat{i_3}$ ينكسر مماساً للسطح الفاصل وتكون زاوية الانكسار في هذه الحالة $\beta_4 = \frac{\pi}{2}$. تسمى زاوية الورود $\widehat{i_3}$ بـ i_{cri} زاوية الورود الحدية.

عندما يرد الشعاع بزاوية أكبر من i_{cri} ينعكس انعكاساً كلياً محققاً شرط الانعكاس.

ولكي يتحقق الانعكاس الكلي يجب أن يتحقق:

١- أن يرد الشعاع الضوئي من وسط قرينة انكساره أكبر من الوسط الثاني $n_2 > n_1$.

٢- أن تكون زاوية الورود أكبر من الزاوية الحدية i_{cri} والتي تحسب من قانون Snell .

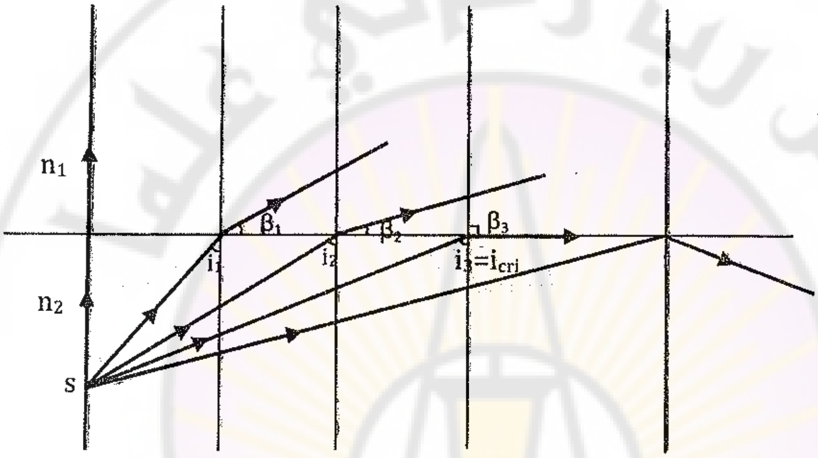
$$\frac{\sin(i_{cri})}{\sin(\frac{\pi}{2})} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\sin(i_{cri}) = \frac{n_2}{n_2} \qquad (2-1-9)$$

فلو أخذنا مثلاً حالة ورود ضوء من الزجاج إلى الهواء $n_1=1,5$ ، $n_2=1$ عندها فإن الزاوية الحدية ستحسب وفق العلاقة :

$$i_{cri} = \sin^{-1}(\frac{1}{1,5}) = 41,8°$$

وأية قيمة أكبر من القيمة الحدية سينعكس الشعاع كلياً في الزجاج ولن تنفذ الطاقة للهواء مشكلة ما يسمى الانعكاس الكلي. تطبيقياً يستفاد من هذه الظاهرة بنقل الضوء أو المعلومات عبر الليف الضوئي (الزجاجي) ، مما يسمح بنقل المعلومات لمسافات كبيرة من دون أي ضياع بالطاقة الضوئية عبر جدران الليف الضوئي أنظر الشكل (٢-١-٩).



الشكل (٢-١-٩) الانعكاس الكلي والزاوية الحدية

سؤال :

فسر لماذا لايحدث الانعكاس الكلي إذا كانت $n_1 > n_2$ ؟

نلاحظ أنه لا يحدث الانعكاس الكلي لأن في هذه الحالة : $\sin(i_c) > 1$

ونعلم أن sin أية زاوية محصور بين $\{-1 ، +1\}$.

٢-١-٨- قانون الانكسـار The law of refraction:

$$\frac{\sin i}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

ينكسر الضوء عندما يعبر بين وسطين شفافين وذلك لتغير سرعته. ويمكن تعويض هذه السرعة بقرينة انكسار الوسط n وبالتالي :

$$n = \frac{C}{V} = \frac{\text{سرعة الضوء في الخلاء}}{\text{سرعة الضوء في الوسط}}$$

$$n > 1 \Leftarrow C > V$$

حيث $n = 1$ عندما $C = V$ كما في الخلاء .

هناك تغير في طول الموجة عند مرور الضوء بين وسطين، ويبقى التواتر ثابتاً ⇐ تغير السرعة.

$$V = \lambda \times \upsilon$$

حيث υ : ثابت = تواتر الاشعاع .

$$V_1 = \lambda_1 \times \upsilon \qquad (1)$$

$$V_2 = \lambda_2 \times \upsilon \qquad (2)$$

نقسم (1) على (2) :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{C/n_1}{C/n_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin \beta}$$

حسب قانون سنل

إذا كان وسط المرور هو الخلاء :

$$n_1\,\lambda_1 = n_2\,\lambda_2$$

$$n_1 = 1$$

$$n = \frac{\lambda_0}{\lambda} \qquad (2-1-10)$$

حيث : λ_0 : طول موجة الضوء في الخلاء، λ : طول موجة الضوء في الوسط ذي قرينة الانكسار n.

مثال (٢-١-١):

حزمة ضوئية طول موجتها 550 nm تسقط من الهواء على وسط شفاف بزاوية ورود °40 وتنكسر في الوسط بزاوية انكسار °26، أوجد قرينة انكسار الوسط و طول موجة الضوء فيه؟

$$\frac{\sin i}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_2}{1}$$

$$n_2 = \frac{\sin i}{\sin \beta} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{\sin 40}{\sin 26} \quad \Rightarrow \quad n = 1{,}47$$

$$n = \frac{\lambda_0}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

$$\lambda = \frac{550}{1.47} = 374{,}15\ \text{nm}$$

مثال (٢-١-٢):

ضوء طول موجته في الهواء 589 nm يعبر خلال كوارتز قرينة انكساره 1.458 أوجد سرعة الضوء في الكوارتز وطول موجة الضوء فيه وكذلك التواتر؟

$$n = \frac{c}{V} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{c}{n}$$

$$V = 108 \times \frac{3}{1.458} \quad \Rightarrow \quad V = 108 \times 2.06 \ m / sec$$

$$n = \frac{\lambda_0}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

$$\lambda = \frac{589}{1.458} \quad \Rightarrow \quad \lambda = 404 \ Nm$$

$$V = \lambda \times \upsilon \quad \Rightarrow \quad \upsilon = \frac{V}{\lambda}$$

$$\upsilon = \frac{3}{589} \times 108$$

$$\Rightarrow \quad \upsilon = 5{,}9 \times 10^{16} \ Hz$$

مثال (٢-١-٣):

ضوء طول موجته 58,9 nm يسقط من الهواء على زجاج قرينة انكساره 1,52 بزاوية ورود 30° المطلوب:

١- احسب زاوية الانكسار.

٢- لو سقط الضوء بالعكس من الزجاج إلى الهواء بحيث تبقى الزاوية 30° ما هي الزاوية التي يبرز منها الشعاع الضوئي (زاوية الانكسار)؟

٣- أوجد الزاوية الحدية i_{cri} .

١)-

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin \beta} \quad \Rightarrow \quad \sin \beta = \frac{\sin i}{n_2}$$

$$\sin \beta = \frac{\sin 30}{1.52}$$

$$\sin \beta = 0.329$$

لكن :
$$\sin^{-1}(0.329) = \beta$$

فتكون :
$$\Rightarrow \quad \beta = 19{,}2°$$

٢)-

$$\frac{\sin i}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} \quad و \quad \frac{\sin 30}{\sin\beta} = \frac{1}{1.52} \quad \Rightarrow$$

$$\sin\beta = 1.52 \times 0.5 = 0.76$$

$$\Rightarrow \quad \beta = 49{,}46°$$

٣)-

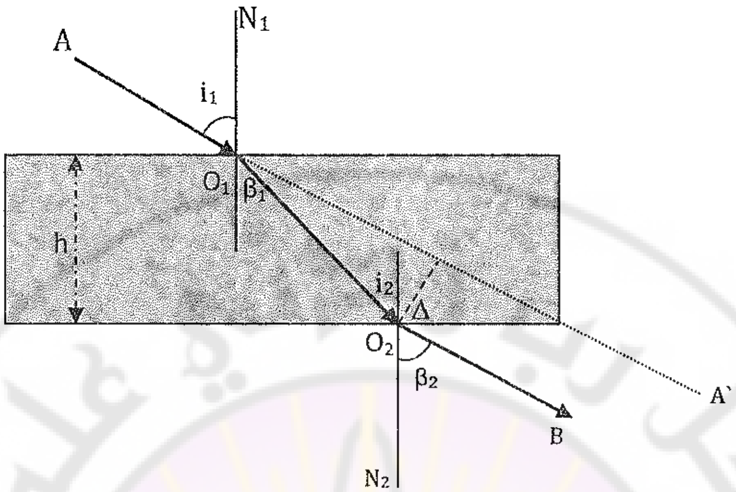
$$\sin i_{cri} = \frac{1}{n} = \frac{1}{1.52} = 0{,}658$$

$$\Rightarrow \quad i_{cri} = 41.14°$$

٢-١-٩- مرور الضوء من خلال صفيحة متوازية الوجهين:

إذا وردت حزمة من الضوء على صفيحة متوازية الوجهين الشكل (٢-١-١٠) بزاوية ما فإنها ستبرز من الوجه الأخر موازيةً لاتجاهها الأصلي ولكن بانزياح جانبي قدره Δ كما هو مبين بالشكل ويزداد هذا الانزياح بزيادة زاوية الورود ولنحسب مقدار هذا الانزياح.

نفرض أن حزمة رقيقة (رفيعة) من الضوء AO_1 تسقط من الهواء بزاوية $\widehat{i_1}$ على صفيحة من مادة قرينة انكسارها n كما في الشكل:



الشكل (٢-١-١٠) مسير شعاع ضوئي في صفيحة متوازية الوجهين

وبعد الانكسار على الوجه الأعلى (الأول) تسير الأشعة مقتربة من الناظم باتجاه O_1O_2 وتنكسر ثانية على السطح السفلي (الوجه الثاني) وتسير مبتعدة عن الناظم بالاتجاه O_2B لو لم يكن هناك صفيحة لكان المسار الضوئي وفق [AA`] أما بوجود الصفيحة فينزاح الشعاع بالمقدار Δ .

نطبق قانون Snell على الوجه الأعلى وعلى الوجه الأسفل للصفيحة فنجد :

على الوجه العلوي :

$$n = \frac{\sin i_1}{\sin \beta_1} \qquad (1)$$

وعلى الوجه السفلي :

$$\frac{\sin i_2}{\sin \beta_2} = \frac{1}{n} \qquad (2)$$

ولكن $\hat{\beta}_1 = \hat{i}_2$ متساويتان بالتبادل الداخلي

لذلك سيكون :

$$\sin i_2 = \sin \beta_1 \qquad (3)$$

بتعويض العلاقتين (1) و (2) بالعلاقة (3) نجد :

$$\frac{\sin i_1}{\sin \beta_2} = 1$$

$$\Rightarrow \quad \sin i_1 = \sin \beta_2 \quad \Rightarrow \quad \widehat{i_1} = \widehat{\beta_2}$$

زاوية الورود تساوي زاوية البروز في الصفيحة متوازية الوجهين وبالتالي فإن الصفيحة المتوازية الوجهين تحرف الأشعة الضوئية عن مسارها الأصلي، ويزداد الانزياح الجانبي كلما ازدادت سماكة الصفيحة h وقرينة انكسار مادة الصفيحة n وكلما ازدادت زاوية الورود i_1 .

تعطى علاقة الانزياح الجانبي Δ بالعلاقة :

$$\Delta = h \sin i(1 - \frac{n_1 \cos i}{n_2 \cos\beta}) \qquad (2-1-11)$$

البرهان :

المثلث O_1NO_2 فيه:

$$\cos\beta_1 = \frac{h}{O_1O_2} \quad \Rightarrow \quad O_1O_2 = \frac{h}{\cos\beta_1}$$

والمثلث O_2O_1O فيه:

$$\sin(i - \beta_1) = \frac{\Delta}{O_1O_2} \quad \Rightarrow \quad \Delta = O_1O_2 \sin(i - \beta_1)$$

$$\Delta = \frac{h}{\cos\beta_1}(\sin i \cos\beta_1 - \sin\beta_1 \cos i) \quad \Rightarrow$$

$$\Delta = h(\sin i - \frac{\sin\beta_1 \cos i}{\cos\beta_1})$$

ولكن :

$$n_1 \sin i = n_2 \sin\beta \quad \Rightarrow \quad \sin\beta = \frac{n_1}{n_2}\sin i$$

أي :

$$\Delta = h\left(\sin i - \frac{n_1}{n_2}\sin i\,\frac{\cos i}{\cos\beta}\right) \quad \Rightarrow$$

$$\Delta = h\sin i\left(1 - \frac{n_1}{n_2}\frac{\cos i}{\cos\beta}\right)$$

إن الرموز موضحة على الشكل (٢-١-١٠).

٢-١-١٠- التأثير المتبادل للأمواج الكهرطيسية والمادة :

وسندرس في هذا الجزء التفاعل بين الضوء ومادة الموشور.

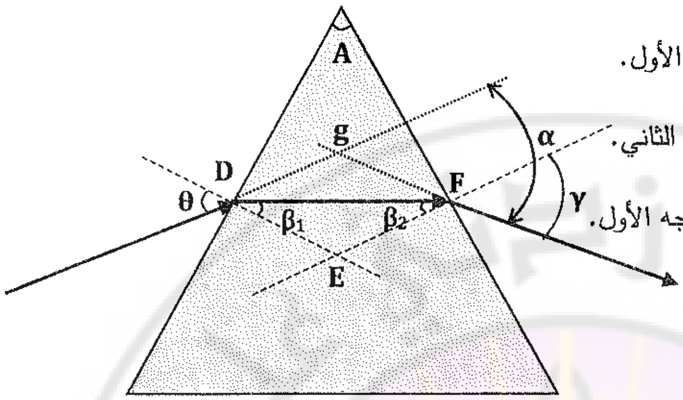
تبدد الضوء : هو نتيجة لتابعية قرينة انكسار الوسط n لتواتر الإشعاع الكهرطيسي υ. وبما أن الدراسة تظهر أن التواتر مرتبط بطول الموجة، لذا سندرس تابعية n لطول الموجة (λ) أو تابعية السرعة الطورية v للضوء في الوسط بالنسبة للتواتر (λ) $v \sim \upsilon$ أي إن $n = f(\lambda)$.

في الموشور ونتيجة للتبدد يتحلل الضوء الأبيض إلى طيف حسب الطاقة (حسب طول الموجة الطاقة وطول الموجة يتناسبان عكساً) أي حسب التواتر (هذه التابعية أوجدها العالم نيوتن) .

يتكون الموشور الضوئي الذي يدخل في تركيب العديد من الأجهزة الضوئية من مادة شفافة متجانسة ضوئية زجاجية في الغالب. له خمسة وجوه في ثلاثة مستطيلات ومثلثين متوازيين. يتميز الموشور بتحليل الضوء الأبيض إلى ألوان الطيف المرئي.

لنفرض أن حزمة ضوئية وحيدة اللون (طول موجتها ثابت) تسقط على موشور قرينة انكساره n وبزاوية ورود i_1 .

من الشكل نسمي :



الشكل (٢-١-١١) مسير شعاع ضوئي يرد على موشور زاوية رأسه A

θ زاوية الورود على الوجه الأول.

β_2 زاوية الورود على الوجه الثاني.

β_1 زاوية الانكسار على الوجه الأول.

γ زاوية البروز.

α زاوية الانحراف.

A زاوية رأس الموشور.

ولنوجد قوانين الموشور . نطبق قانون سنل على وجهي الموشور (الدخول والبروز) .

$$\sin\theta = n\sin\beta_1 \qquad (2-1-12)$$

$$\sin\gamma = n\sin\beta_2 \qquad (2-1-13)$$

إن α زاوية الانحراف هي الزاوية بين ممدد الشعاع الوارد والبارز، وتمثل زاوية انحراف الشعاع أثناء مروره بالموشور.

من الرباعي ADEF نجد أن :

$$\widehat{ADE} = \widehat{EFA} = 90°$$

$$1) \quad \widehat{ADE} + \widehat{EFA} = 90 + 90 = 180°$$

$$2) \quad \widehat{DAF} + \widehat{DEF} = 360° - 180° = 180°$$

α تساوي مجموع الزاويتين الداخلتين من المثلث $\overset{\triangle}{gDF}$ أي :

$$\hat{\alpha} = g\widehat{F}D + g\widehat{D}F \qquad (*)$$

$$g\widehat{F}D = \hat{\gamma} - \hat{\beta}_2$$

$$g\widehat{D}F = \hat{\theta} - \hat{\beta}_1$$

بالتبديل في (*) نجد :

$$\hat{\alpha} = \hat{\gamma} - \hat{\beta}_2 + \hat{\theta} - \hat{\beta}_1 = (\hat{\gamma} + \hat{\theta}) - (\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2) \qquad (**)$$

وجدنا سابقاً (2) أن :

$$\hat{A} + \hat{E} = 180°$$

ومن المثلث :

$$\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 + \hat{E} = 180°$$

بالمطابقة نجد :

$$\hat{A} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 \qquad (2-1-14)$$

بالتعويض في (**) نجد :

$$\hat{\alpha} = \hat{\gamma} + \hat{\theta} - \hat{A} \qquad (2-1-15)$$

المعادلات الأربعة السابقة تلخص الثوابت الهندسية للموشور.

من أجل زوايا صغيرة عندها يكون $\sin\theta = \theta$ وتصبح العلاقات السابقة بالشكل:

1) $\hat{\theta} = n\hat{\beta}_1 \qquad (2-1-16)$

2) $\hat{\gamma} = n\hat{\beta}_2 \qquad (2-1-17)$

3) $\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 = \hat{A} \qquad (2-1-18)$

$$\hat{\alpha} = \hat{\theta} + \hat{\gamma} - \hat{A}$$

$$= n\hat{\beta}_1 + n\hat{\beta}_2 - \hat{A}$$

$$= n(\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2) - \hat{A}$$

$$\hat{\alpha} = n\hat{A} - \hat{A} = \hat{A}(n-1) \qquad (2-1-19)$$

أي أن زاوية الانحراف تتعلق بزاوية رأس الموشور وقرينة انكساره n أي أن زاوية انحراف الشعاع الضوئي تزداد كلما زادت زاوية رأس الموشور، وكذلك كلما زادت قرينة انكساره n.

نعرف حالة الانحراف الأصغري في الموشور أي α_{min} عندما تتساوى زاوية الورود θ_i مع زاوية البروز النهائية γ . وذلك بحسب مبدأ رجوع الضوء حيث توجد قيمتين لزاويا الورود تقابل زاوية انحراف واحدة . وفي هذه الحالة تصبح قوانين الموشور السابقة كالتالي :

$$\theta = \gamma = \theta_i$$

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_i$$

$$\alpha = 2\theta_i - A \Rightarrow \theta_i = \frac{\alpha + A}{2} \qquad (2-1-20)$$

$$\beta_1 + \beta_2 = A \Rightarrow \beta_2 = \frac{A}{2} \qquad (2-1-21)$$

$$\sin\theta_i = n\sin\beta_i \Rightarrow n = \frac{\sin\theta_i}{\sin\beta_i} = \frac{\sin(\frac{\alpha + A}{2})}{\sin(\frac{A}{2})} \qquad (2-1-22)$$

وفي الحالة العامة من أجل موشور قرينة انكساره n_1 مغموس في سائل قرينة انكساره n_2 وفي شروط الانحراف الأصغري نجد :

$$n_1 \sin(\frac{\alpha + A}{2}) = n_2 \sin(\frac{A}{2}) \qquad (2-1-23)$$

– إن موشور رقيق لا تزيد زاوية رأسه عن $10°$ يمكن استخدامه كطريقة لتحديد قرينة انكسار مادة مجهولة وذلك باستخدام العلاقات السايقة في حالة الانحراف الأصغري فنجد:

$A < 10°$ فإن:

$$\sin\frac{A}{2} = \frac{A}{2} \quad , \quad \sin\frac{\alpha + A}{2} = \frac{\alpha + A}{2}$$

$$n_1 \left(\frac{\alpha + A}{2}\right) = n_2 \frac{A}{2}$$

ومنه نجد أن :

$$n_2 = \frac{\alpha + A}{A} n_1$$

$$n_2 = \left(\frac{\alpha}{A} + 1\right) n_1$$

ومن أجل موشور في الهواء :

$$n_2 = \frac{\alpha + A}{A} \qquad (2-1-24)$$

هذه العلاقة تمثل الطريقة التجريبية لحساب قرينة انكسار سائل ما يملئ به موشور زجاجي رقيق عبر قياس زاوية رأس الموشور وقياس زاوية الانحراف لشعاع ضوئي يمر عبره وذلك في حالة الانحراف الأصغري .

تمرين (١):

موشور زجاجي زاوية رأسه تساوي $60°$ إذا ورد عليه شعاع ضوئي كانت زاوية انحرافه الأصغري تساوي $48°$. احسب قرينة انكسار مادة الموشور .

الحل :

تعطى قرينة الانكسار في هذه الحالة بـ :

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\alpha + A}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}} = \frac{\sin\left(\frac{60 + 48}{2}\right)}{\sin\frac{60}{2}} = 1{,}62$$

تمرين (٢):

موشور زاوية رأسه $60°$ وقرينة انكسار مادته $n=\sqrt{2}$. برهن أن زاوية الانحراف الأصغري هي $30°$.

الحل :

$$n = \frac{\sin(\frac{\alpha + A}{2})}{\sin\frac{A}{2}} = \frac{\sin(\frac{\alpha + A}{2})}{\sin 30}$$

$$\sqrt{2} = \frac{\sin(\frac{\alpha + 60}{2})}{\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\frac{\alpha + 60}{2}$$

$$\sin 45 = \sin\frac{\alpha + 60}{2}$$

$$\frac{\alpha + 60}{2} = 45 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 90 - 60 = 30°$$

تمرين (٣):

موشور زجاجي زاوية رأسه $60°$ وقرينة انكساره $n=1,6$.

١- أوجد أصغر زاوية ورود يستطيع عندها الشعاع إذا ورد على أحد أوجه الموشور أن يبرز من الوجه الآخر.

٢- أوجد زاوية الورود في وضع الانحراف الأصغري.

الحل :

١) نطبق قانون ديكارت على الوجه الثاني للموشور :

$$n_1 \sin\beta_2 = n_1 \sin\gamma$$

عند أول بروز يكون $\gamma=90°$ نجد :

$$1,6 \sin\beta_2 = 1.1 \quad \Rightarrow \quad \sin\beta_2 = \frac{1}{1,6}$$

$$\beta_2 = 39°$$

$$\beta_1+\beta_2=A \quad \Rightarrow \quad \beta_1=60 - 39 = 21°$$

نطبق قانون ديكارت على الوجه الأول

$$n_2 \sin\theta_1=n_1 \sin\beta_1$$

$$\sin\theta_1 = 1,6 \sin 21$$

$$\theta = 35°$$

وهي أصغر زاوية ورود يبرز عندها الشعاع.

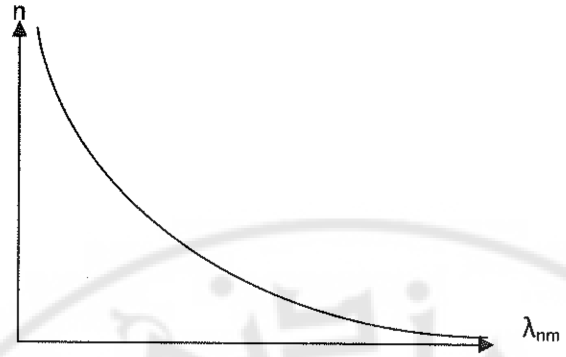
٢)-

$$n=\frac{\sin(\frac{\alpha+A}{2})}{\sin\frac{A}{2}} \quad \Rightarrow 1,6=\frac{\sin(\frac{\alpha+60}{2})}{\sin 30}$$

$$\frac{1,6}{2} = \sin\frac{\alpha + 60}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 48$$

إن تبدد الضوء في الموشور يعود إلى علاقة قرينة الانكسار بطول الموجة . ازدياد طول الموجة تنقص قرينة الانكسار وتزداد سرعة الموجة ، أي أن سرعة انتشار الأمواج في مادة الموشور ترتبط بطول الموجة الضوئية وتواترها ، تدعى هذه الظاهرة بالتبدد.

تبين هذه الظاهرة أن زاوية انكسار الضوء البنفسجي أصغر قليلاً من زاوية انكسار الضوء الأحمر ولهذه الفروق يتبدد اللون الأبيض إلى ألوانه الأساسية في الموشور، ونفس الأثر يمكن ملاحظته عند تشكل قوس قزح حيث يتبدد ضوء الشمس عند الانكسار ضمن قطرات المطر.



الشكل (٢-١-١٢) تابعية قرنية الانكسار لطول موجة الضوء
ضمن موشور زجاجي

ترتبط قرينة الانكسار بدرجة حرارة الوسط وفق علاقة غلاديستون التي تأخذ الشكل التالي:

$$n_t = 1 + \frac{C}{1 + kt} \qquad (2 - 1 - 25)$$

حيث : C : ثابت يمكن تعيينه بقياس قرينة الانكسار عند الدرجة 0° مئوية ، t : درجة حرارة الوسط مقدرة بالدرجة المئوية ، k : عامل التمدد الحجمي للوسط.

يظهر الشكل أن قرينة الانكسار تتناقص كلما ازدادت حرارة الوسط ، ويمكن تفسير ظاهرة السراب على انها انعكاس كلي ناتج عن تغيير قرينة الانكسار في طبقات الهواء المختلفة. يسبب ازدياد درجة الحرارة عند الاقتراب من سطح الأرض تغيراً في قرينة الانكسار فتعاني تناقصاً في قرينة الانكسار كلما اقتربنا من سطح الأرض لارتفاع الحرارة.

مسائل

١) ترد حزمة ضوئية طول موجتها 550nm من الهواء على مادة شفافة وبزاوية ورود قدرها $45°$ لتنكسر داخل المادة وبزاوية انكسار تساوي $30°$ مع الناظم والمطلوب:

١-أوجد قرينة انكسار هذه المادة.

٢-طول موجة الضوء في المادة.

٢) ترد حزمة ضوئية على لوح زجاجي قرينة انكساره 1,5 وبزاوية ورود قدرها $30°$ والمطلوب:

١-أوجد زاوية الانكسار والزاوية مع سطح الزجاج.

٢-ما هي زاوية الورود التي تجعل زاوية الانكسار مساوية لـ $1/2$؟

٣) يمر ضوء طول موجته في الخلاء 600nm عبر صفيحة من السيليكا $(n=1,458)$ والمطلوب:

١-أوجد سرعة الضوء في السيليكا.

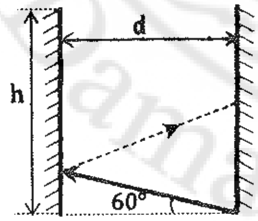
٢-طول موجة الضوء في السيليكا.

٤) يرد ضوء بزاوية ورود $\theta=30°$ على صفيحة متوازية الوجهين سمكها $h=2cm$ ليخرج منها بانزياح قدره δ يطلب تعيينه.

٥) يرد ضوء على حوض سمك بزاوية ورود $\theta=60°$ فينعكس جزء من الحزمة في حين ينكسر الجزء الآخر . تبلغ الزاوية بين الجزء المنعكس والمنكسر $\pi/2$. ماهي قرينة انكسار الماء في حوض السمك؟

٦) يقع منبع ضوئي داخل بركة ماء على بعد 2,0m. احسب قطر أكبر دائرة واقعة على سطح الماء ينفذ من خلالها الضوء خارج الماء.

٧) مرآتان مستويتان البعد بينهما $d=1m$ وارتفاع كل منهما 1m يرد ضوء بزاوية ورود $60°$ على المرآة اليسرى كما في الشكل.



أوجد عدد المرات التي تنعكس بها هذه الحزمة الضوئية على كل من المرآتين.

٨) يسقط ضوء بصورة ناظمية من الهواء إلى الماء

($n=1,33$) أوجد الشدة الضوئية المنعكسة إذا كانت الشدة الواردة هي I_0.

٩) ترد حزمة ضوئية ضيقة على ليف ضوئي نصف قطر مقطعه $r=1\mu m$ ومصنوع من مادة شفافة قرينة انكسارها $n=1,4$ أوجد قيمة الزاوية التي تجعل الضوء ينعكس على طول الأنبوب.

١٠) تعوم طبقة من الكيروسين ($n=1,51$) على سطح ماء قرينة انكساره $n=1.33$ من أجل أي زوايا بين السطح الفاصل بين الماء والكيروسين يحدث الانعكاس الداخلي الكلي.

١١) موشور زاوية رأسه $60°$ وقرينة انكسار مادته $n = \sqrt{2}$ برهن أن زاوية الانحراف الأصغر هي $30°$.

١٢) موشور زاوية رأسه $60°$ ، إذا ورد عليه شعاع ضوئي كانت زاوية انحرافه الأصغري تساوي $45°$. احسب قرينة انكسار مادته.

١٣) موشور زاوية رأسه $60°$ وقرينة انكساره $n=1,6$ المطلوب:

١-أوجد أصغر زاوية ورود يستطيع عندها الشعاع الورود على أحد أوجه الموشور أن يبرز من الوجه الآخر.

٢)- أوجد زاوية الورود في حال الانحراف الأصغري.

١٤) موشور زاوية رأسه $50°$ وقرينة انكساره $1,523$ ترد حزمة ضوئية على وجهه الأول بزاوية ورود $\theta=30°$ أوجد :

١-زاوية الانحراف عند الوجه الأول.

٢- زاوية الانحراف عند الوجه الثاني.

٣- زاوية الانحراف عند الكلية للموشور.

الفصل الثاني

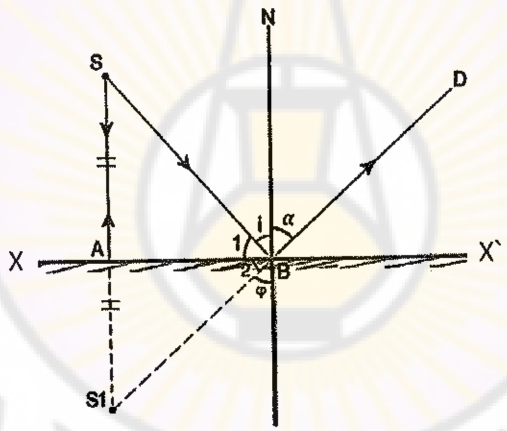
الضوء الهندسي

٢-٢-١- المرايا المستوية flat mirrors :

يسمى السطح المثالي الأملس الذي يعكس الضوء بصورة جيدة سطحاً مرآتياً. ويمكن في التطبيقات العملية الحصول على انعكاس مرآتي إذا كانت أبعاد تعرجات السطح لا تتجاوز طول موجة الإشعاع الضوئي ، عندها يمكن إهمال آثار التعرجات السطحية.

خيال نقطة مضيئة على سطح مرآة مستوية:

يظهر الشكل (٢-٢-١) منبعاً نقطياً S يعطي حزمة ضوئية تنعكس عن السطح المرآتي XX`، تتباعد الأشعة بعد الانعكاس وكأنها صادرة عن النقطة (S_1) الموجودة خلف المرآة والتي تسمى خيال النقطة (S) . يدعى هذا الخيال خيالاً وهمياً لأن الضوء لايأتي فعلياً من الخيال ولكن يبدو وكأنّه آتٍ منه، والعين البشرية لا تستطيع التميز بين الأشعة الصادرة عن منبع موجود في النقطة من دون وجود مرآة وبين الأشعة المنعكسة والواردة على سطح المرآة من النقطة S.



الشكل (٢-٢-١) خيال نقطة بواسطة مرآة مستوية

يشير الرسم الهندسي في الشكل (٢-٢-١) والذي يعتمد على قانون الانعكاس إلى أن نقطة الخيال تقع خلف المرآة على المستقيم المار من نقطة الجسم عمودياً على مستوي المرآة وعلى بعد يساوي بعد الجسم عن المرآة . من الشكل السابق يمكن استنتاج العلاقة التالية :

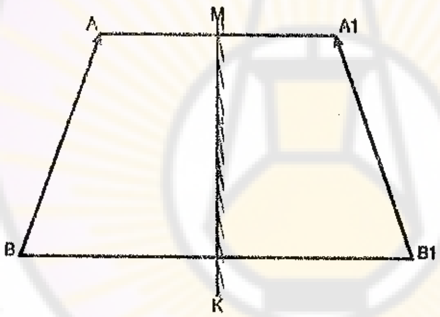
إن المسافة $SA = S_1A$.

ولدينا : $\hat{i} = \hat{\alpha}$ ، $\hat{\alpha} = \hat{\varphi}$ ومنه نستنتج أن $\hat{\varphi} = \hat{i}$ ونستنتج أيضاً $\hat{1} = \hat{2}$.

وهذا يعني أن المثلث (SBS_1) متساوي الساقين وفيه (AB) منصف لزاوية الرأس، أي أن المثلثين (S_1AB) , (SAB) مثلثان متطابقان لأنهما قائمان وفيهما ضلع مشترك وزاويتان متساويتان أي أن بعد الخيال عن سطح المرآة المستوية يساوي بعد الجسم عن سطحها.

وأخيراً في المرآة المستوية يكون طول الجسم مساوياً لطول الخيال وإنما يكون يسار الخيال يميناً ويمينه يساراً والعكس صحيح. الشكل (٢-٢-٢) يبين خيال جسم BA موضوع أمام مرآة مستوية X_2X_1 ويبعد عنها مسافة ما. هذا الشكل يظهر أن طول الخيال B_1A_1 يساوي طول الجسم أي :

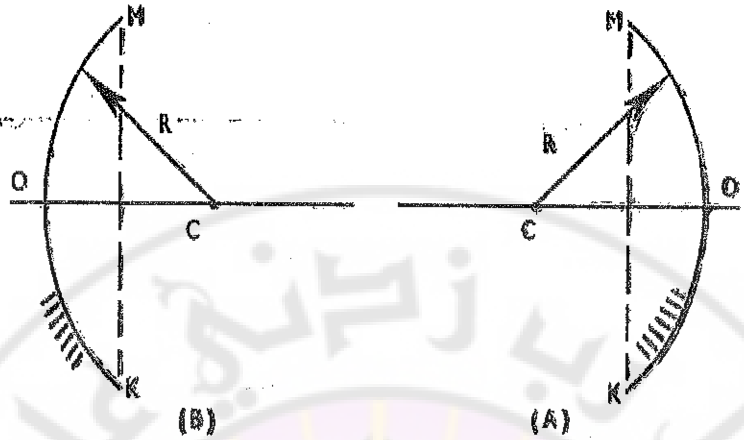
$$AB = A_1B_1 \qquad (2-2-1)$$



الشكل (٢-٢-٢)

٢-٢-٢- المرايا الكروية spherical mirrors :

تسمى المرايا التي تشكل سطوحها جزءاً أو قسماً من سطح كرة بالمرايا الكروية، وتكون مقعرة الشكل أو محدبة الشكل كما في الشكل التالي :



الشكل (٢-٦-٣) يبين كلاً من المرآة المحدبة A والمعقرة B

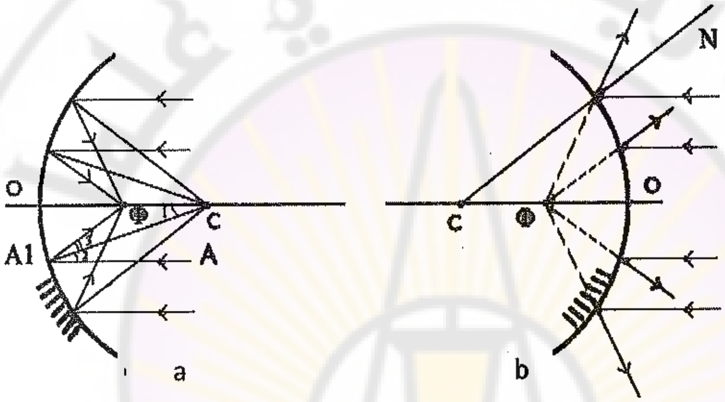
يرمز عادة بـ R لنصف قطر انحناء المرآة وإلى الطول KM أي قطر الدائرة التي تحددها المرآة بفتحة المرآة. تسمى أبعد نقطة عن هذا القطر إلى سطح المرآة بـ رأس المرآة، ويرمز لها بـ O.

المستقيم المار من مركز الكرة التي اقتطعت منها المرآة C ورأس المرآة O يسمى المحور البصري الرئيسي، ويكون هذا المستقيم عمودي على مستوي المرآة، كل مستقيم يمر من C ويسقط على سطح المرآة يكون ناظماً على سطحها، وأي مستقيم آخر مار من C ويقطع سطح المرآة في أي نقطة يسمى محوراً بصرياً جانبياً أو ثانوياً (هذه المحاور نسميها النواظم على سطح المرآة).

خاصة المحور الضوئي:

عندما يسقط شعاع ضوئي على أي محور بصري تكون زاوية سقوطه على سطح المرآة معدومة . لذلك يسير مثل هذا الشعاع بعد الانعكاس مرتداً على نفسه.

إذا سقطت حزمة أشعة على مرآة مقعرة موازية لمحورها البصري الرئيسي تمر عندئذ هذه الأشعة بعد انعكاسها عن المرآة من نقطة Φ. هذه النقطة تقع على المحور البصري الرئيسي كما في الشكل (٢-٢-٤)، وتسمى المحرق الرئيسي للمرآة .



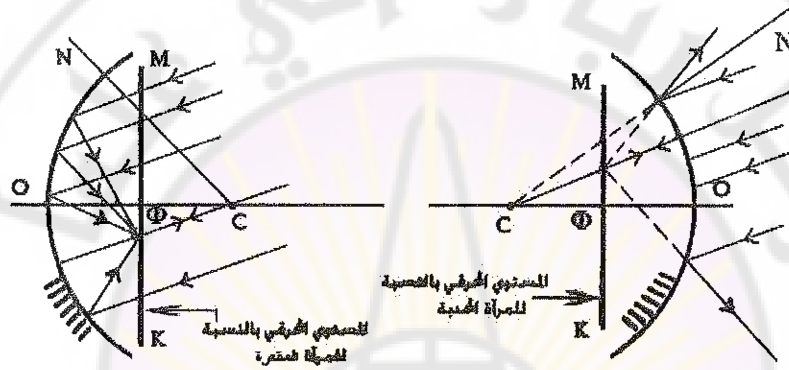
الشكل (٢-٢-٤) مسير أشعة ضوئية موازية للمحور الأصلي لمرآة مقعرة a ومحدبة b

إذا سقطت حزمة متوازية على مرآة محدبة موازية لمحورها البصري الرئيسي كما في الشكل (٢-٢-٤)، فإن امتدادات هذه الأشعة المتباعدة المنعكسة ستلتقي في نقطة واحدة Φ خلف المرآة تسمى المحرق الرئيسي للمرآة المحدبة.

وهكذا فالمرايا المقعرة هي مجمعة أو مقربة للأشعة ومحرقها الرئيسي حقيقي أما المرايا المحدبة فهي مشتتة أو مبعدة للأشعة ومحرقها الرئيسي خيالي أو وهمي.

المسافة من المحرق الرئيسي إلى رأس المرآة تسمى البعد المحرقي الرئيسي ورمزه F .

إذا سقطت أشعة على مرآة بصورة موازية لأحد محاورها البصرية الجانبية مثلاً المحور AC كما في الشكل (٢-٢-٥) فإنها تتجمع بعد انعكاسها على المرآة في نقطة واحدة على هذا المحور أي في محرق المرآة الثانوي، وإذا كانت جميع المحاور البصرية الجانبية (الثانوية) تحصر زاوية صغيرة مع المحور البصري الرئيسي OC، تكون عندئذ جميع محارق المرآة واقعة في المستوي المحرقي KM والمار من المحرق الرئيسي Φ والعمودي على المحور البصري الرئيسي OC.



الشكل (٢-٢-٥) سير شعاع ضوئي موازي للمحور البصري الجانبي في مرآة مقعرة (أ) ومحدبة (ب)

نستطيع تعين العلاقة بين الخيال وبعد الجسم ونصف قطر تقوس المرآة باستخدام قانون الانعكاس وقوانين الهندسة المستوية.

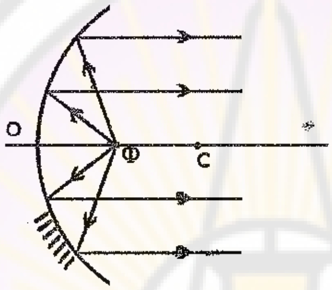
٢-٢-٢-١- العلاقة بين البعد المحرقي F ونصف قطر انحناء المرآة R :

لو عدنا إلى الشكل (٢-٢-٤) نجد أن الشعاع AA_1 الموازي للمحور البصري الرئيسي للمرآة يسير بعد الانعكاس متجها نحو $A_1\Phi$ ، لنصل الناظم A_1C فنجد من قوانين الانعكاس أن الزاوية 2 تساوي الزاوية 3 وبما أن AA_1 يوازي OC فتكون الزاوية 2 = 1 (التبادل الداخلي) ومنه تكون الزاوية 1 تساوي الزاوية 3 (بالتبادل الداخلي)، وبالتالي سيكون المثلث $A_1\Phi C$ مثلثاً متساوي الساقين فيه $A_1\Phi = \Phi C$. وبما أن سطح المرآة يشكل دائماً جزءاً

صغيراً من سطح كرة لذلك يمكن بالتقريب أن نكتب $A_1\Phi$ تقريباً يساوي ΦO وبالمثل سيكون $\Phi C \approx O\Phi$، وهذا يعني أن النقطة Φ تقسم نصف قطر المرآة بالتساوي أي أن البعد المحرقي F يساوي:

$$F = \frac{R}{2} \qquad (2-2-2)$$

يمكن عكس قوانين المرايا الكروية معتمدين على مبدأ رجوع الضوء، فإذا وضع مصدر ضوئي في المحرق الرئيسي للمرآة المقعرة تسير عندئذ الأشعة بعد انعكاسها عن المرآة بموازاة المحور البصري الرئيسي كما في الشكل (٢-٢-٦).

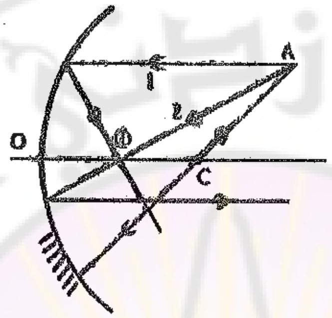


الشكل (٢-٢-٦) مسير شعاع ضوئي يصدر عن منبع يقع في محرق مرآة كروية مقعرة

ملاحظة: للحصول على حزم ضوئية متوازية في التطبيقات العملية نستخدم بدلاً من المرايا الكروية مرآة مكافئة سطحها العاكس هو قسم من سطح المجسم الدوراني المكافئ (المجسم الهندسي الناتج عن دوران قطع مكافئ حول محور تناظره) ، وتعطي المرايا المكافئة توجيهاً أكبر لحزمة الضوء، ويبنى على هذه الخاصية في بنية الأنواع المختلفة من المصابيح الكاشفة والمرايا العاكسة.

٢-٢-٢-٢- رسم الصور الناتجة عن المرايا الكروية (صيغة المرايا الكروية):

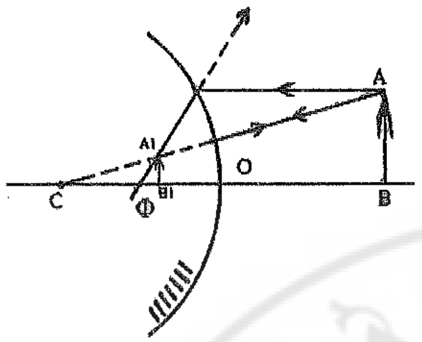
تستطيع المرايا الكروية أن تعطي صوراً مختلفة للأجسام ، فمن أجل رسم صورة لنقطة واحدة A تحدثها مرآة كروية نستخدم شعاعين فقط من الأشعة الثلاثة المرسومة على الشكل(٢-٢-٧).



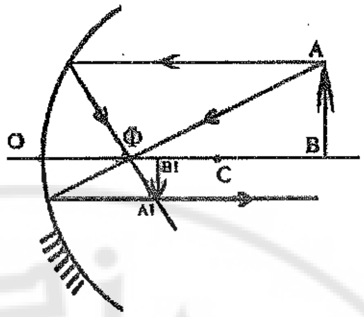
الشكل (٢-٢-٧) الأشعة الصادرة عن أي منبع ضوئي
يقع في نقطة ما A لمرآة كروية

الشعاع الأول يرسم ماراً من النقطة A بموازاة المحور البصري الرئيسي وبعد الانعكاس عن سطح المرآة يمر هذا الشعاع في المحرق الرئيسي لهذه المرآة. الشعاع الثاني يرسم من النقطة A ماراً من خلال النقطة Φ (المحرق الرئيسي) وبعد انعكاسه عن سطح المرآة يسير هذا الشعاع بموازاة المحور البصري الرئيسي .

الشعاع الثالث يرسم من النقطة A ماراً من مركز المرآة C وينعكس مرتداً على نفسه لأنه (عمودي على سطح المرآة)، فهو محور بصري ثانوي وكل المحاور البصرية الثانوية هي نواظم على سطح المرآة.



مرآة محدبة (أ)



مرآة مقعرة (ب)

الشكل (٣-٢-٨) يبين الطريقة الهندسية لرسم خيال جسم AB موضوع أمام مرآة محدبة (أ) ومرآة مقعرة (ب)

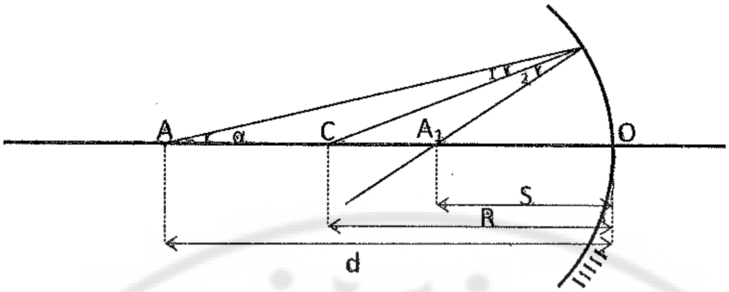
الشكل (٢-٢-٨) بيّن الطريقة الهندسية لرسم خيال جسم AB موضوع أمام مرآة محدبة (أ) ومرآة مقعرة (ب). الشعاع الموازي للمحور البصري الرئيسي في المرآة المحدبة ينعكس وكأنه مار من المحرق والشعاع الذي ممدده يمر من المركز ينعكس مرتداً على نفسه.

إن المرآة المحدبة تعطي دائماً صوراً خيالية (وهمية) للأجسام ويمكن في المرآة المحدبة رؤية عدداً كبيراً من الأجسام وأكبر بكثير من حالة المرايا المستوية لذلك يستخدم سائقو السيارات مرايا محدبة لرؤية ما يحدث على جانبي السيارة وخلفها.

٢-٢-٢-٣- قانون المرايا الكروية (Mirror Equation):

لنوضح الآن كيفية إيجاد خيال نقطة A تقع على المحور البصري الرئيسي لمرآة كروية سواء محدبة أو مقعرة.

لرسم زاوية الورود يجب أن نرسم الناظم ، هذا الناظم يمر من C ويسقط على سطح المرآة. من الواضح أنه يجب أن يقع خيال النقطة A على المحور البصري الرئيسي كما في الشكل (٢-٢-٩). لنرسم من النقطة A شعاعاً اختيارياً AB ولنرسم من نقطة سقوط هذا الشعاع أي B الناظم BC، يكون عمودياً على سطح المرآة فيعين زاوية الورود 1 زاوية الانعكاس 2.



الشكل (٢-٢-٩) كيفية حساب بعد الخيال بدلالة بعد الجسم d ونصف قطر المرآة R

من هذه النقطة B يتعين الشعاع المنعكس BA_1 ، يتكون خيال النقطة A في A_1. تسمى النقطتان A و A_1 نقطتان مترافقتان نرمز للمسافة (AO بـ d) بعد الجسم من المرآة وللمسافة (A_1O بـ S) بعد الخيال عن المرآة وللمسافة (OC بـ R) نصف قطر المرآة.

بالنسبة للمرايا التي يشكل سطحها قسماً أو جزءاً صغيراً من سطح كرة يمكن اعتبار وبصورة تقريبية مقبولة أن $AO \approx d$ $BA \approx$ وكذلك $BA_1 \approx OA_1 \approx S$ وبما أن $\hat{2} = \hat{1}$ يكون الضلع BC في المثلث ABA_1 منصفاً للزاوية ABA_1 وهذا يعني أن الخطين AC و A_1C متناسبين مع ضلعي المثلث ABA_1 حسب نظرية المنصف الزاوي.

$$\frac{A_1C}{AC} = \frac{BA_1}{BA}$$

$$\frac{R-S}{d-R} = \frac{S}{d}$$

$$\Longrightarrow \quad Rd - Sd = Sd - RS$$

$$\Longrightarrow \quad RS + Rd = 2Sd$$

نقسم طرفي العلاقة الأخيرة على المقدار RdS، ويصبح لدينا أن:

ولما كانت : $f = \frac{R}{2}$

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{S} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f} \qquad (2-2-3)$$

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{S}=\frac{1}{f} \qquad (2-2-4)$$

تصح هذه الصيغة بالمرايا المحدبة والمرايا المقعرة على حد سواء ولكن ينبغي وضع إشارة (+) أمام القيم العددية للمقادير الحقيقية ووضع إشارة (−) أمام القيم العددية للمقادير الوهمية. وعلى سبيل المثال يؤخذ البعد المحرقي الرئيسي للمرآة المقعرة بإشارة (+)، بينما يؤخذ البعد المحرقي الرئيسي للمرآة المحدبة بإشارة (−)، ويشير الجواب السالب إلى أن المقدار المناظر له وهمي (خيالي).

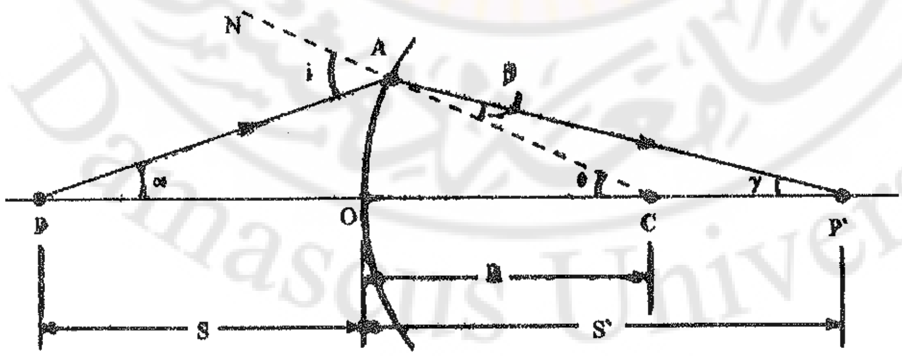
نعرف تكبير الجملة الضوئية للمرايا الكروية بنسبة طول الخيال إلى طول الجسم، وهي نفسها نسبة بعد الخيال إلى بعد الجسم :

$$M=\frac{y'}{y}=\frac{\text{طول الخيال}}{\text{طول الجسم}}=-\frac{S}{d} \qquad (2-2-5)$$

وتشير الإشارة إلى نوع الخيال فهو مقلوب في حال الإشارة السالبة وصحيح في حال الإشارة الموجبة .

٢-٢-٢-٤ - الكاسر الكروي (Spherical Refraction):

ليكن لدينا سطح كروي قرينة انكساره n_2 موجود في وسط قرينة انكساره n_1. إذا ورد شعاع ضوئي على السطح الكروي بزاوية ورود i فإنه سينكسر عند هذا السطح بزاوية انكسار β كما في الشكل (٢-٢-١٠).



الشكل (٢-٢-١٠) انكسار شعاع ضوئي في الكاسر الكروي

حسب Snell :

$$n_1 \sin i = n_2 \sin \beta \qquad (2-2-6)$$

وباعتبار أن الزوايا صغيرة :

$$n_1 i = n_2 \beta \qquad \text{(قانون كبلر)}$$

$$\beta = \frac{n_1}{n_2} i \qquad (2-2-7)$$

نلاحظ في المثلث Acp' فيه Θ زاوية خارجية فهي تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين عدا المجاورة.

نعوض في (2-2-7):

$$\Theta = \gamma + \beta \qquad (2-2-5)$$

$$\Theta = \gamma + \frac{n_1}{n_2} i$$

$$n_2 \Theta = n_1 i + n_2 \gamma$$

$$n_1 i = n_2 \Theta - n_2 \gamma \qquad (2-2-9)$$

في المثلث BAC فيه i زاوية خارجية:

$$i = \alpha + \Theta$$

نعوض في (2-2-9):

$$n_1(\alpha + \Theta) = n_2 \Theta - n_2 \gamma \qquad (2-2-10)$$

$$n_1 \alpha + n_1 \Theta = n_2 \Theta - n_2 \gamma$$

$$n_1 \alpha + n_2 \gamma = (n_2 - n_1)\Theta \qquad (2-2-11)$$

نعتبر الزاوية Θ زاوية صغيرة وجميع الزوايا أيضاً صغيرة، ونعتبر أن تقوس هذا الكاسر ليس كبيراً أي يمكن اعتبار A_0 جزءاً صغيراً (قطعة مستقيمة) والمثلث AOC قائم الزاوية في O.

$$tg = \theta = \frac{L}{R}$$

$$\propto = \frac{L}{S} \quad , \quad \gamma = \frac{L}{S'} \quad , \quad \theta = \frac{L}{R}$$

نعوض في (2-2-11) :

$$n_1 \frac{L}{S} + n_2 \frac{L}{S'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\frac{n_1}{S} + \frac{n_2}{S'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \qquad (2-2-12)$$

وهذا هو قانون الكاسر الكروي حيث :

S : بعد الجسم عن رأس الكاسر الكروي، وهو موجب إذا كان الجسم على يسار الكاسر كما في الشكل السابق وسالب إذا كان على يمين الكاسر مع افتراض وبصورة دائمة أن الضوء يرد من اليسار إلى اليمين.

S' : بعد خيال الجسم عن رأس الكاسر الكروي وهو موجب إذا كان الخيال على يمين الكاسر وسالب إذا كان على يساره.

n_1 : قرينة انكسار الوسط الذي يرد فيه الضوء.

n_2 : قرينة انكسار الوسط الذي ينكسر فيه الضوء.

R : نصف قطر انحناء الكاسر وهو موجب عندما يكون سطح الكاسر محدباً بالنسبة للضوء الساقط عليه من اليسار إلى اليمين وسالباً إذا كان مقعراً بالنسبة للضوء الساقط عليه من اليسار إلى اليمين.

يعطى التكبير الضوئي بالنسبة للكاسر الكروي بالعلاقة:

$$M = \frac{y'}{y} = -\frac{S' - R}{S + R} = -\frac{n_1 S'}{n_2 S} \qquad (2-2-13)$$

مثال (٢-٢-١):

كاسر كروي محدب نصف قطره $R = 60cm$ قرينة انكساره $n=1,5$ موضوع في الهواء. ما هو بعد الخيال المتشكل لجسم موضوع أمام هذا الكاسر وعلى بعد $15cm$ منه؟

الحل :

من علاقة الكاسر نجد :

$$\frac{n_1}{S}+\frac{n_2}{S'}=\frac{n_2-n_1}{R}$$

بالتعويض نجد :

$$\frac{1}{15}+\frac{1,5}{S'}=\frac{1,5-1}{60} \quad \Rightarrow \quad \frac{1,5}{S'}=\frac{0,5}{60}-\frac{1}{15}$$

$$S' = -25,7cm$$

ملاحظة :

أ- يستخدم قانون الكاسر الكروي في إيجاد العمق الظاهري لجسم تحت الماء وذلك عند النظر إليه بصورة ناظمية وفي هذه الحالة يكون الكاسر مستوياً أي أن $R\to\infty$ وبالتالي تأخذ (2-2-12) الشكل التالي :

$$\frac{n_1}{S}+\frac{n_2}{S'}=0$$

$$S'n_1+Sn_2=0$$

الإشارة السالبة هنا تشير إلى وجود الخيال الوهمي في الجهة نفسها مع الجسم بالنسبة إلى سطح الكاسر.

$$S'=-\frac{n_2}{n_1}S$$

مثال (٢-٢-٣):

ماهو العمق الظاهري لسمكة عائمة على عمق 1m أسفل سطح الماء؟ علماً أن قرينة انكسار الماء $n_1 = \frac{4}{3}$.

الحل :

$n_2 = 1$ و $n_1 = \frac{4}{3}$ (لأن الضوء يأتي من الأسفل)

$$S' = \frac{1}{\frac{4}{3}} \times 100 = -75\ \text{cm}.$$

أي أن العمق الظاهري يساوي ثلاثة أرباع العمق الحقيقي، وهذه العلاقة صحيحة فقط في حالة الورود الناظمي (النظر من الأعلى).

ب- إذا وقع الجسم في اللانهاية $S \to \infty \Leftarrow S' \to f$ وفي هذه الحالة فإن الأشعة تكون متوازية فيقع خيالها في محرق الكاسر $S' \to f \Leftarrow$ نطبق هذه الشروط ضمن العلاقة (2-2-12):

$$\frac{n_1}{\infty} + \frac{n_2}{f} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\frac{n_2}{f} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

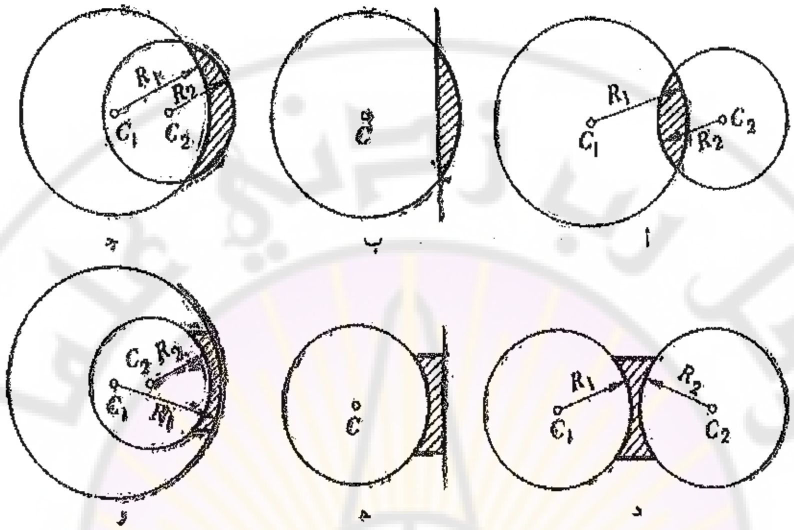
$$f = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} \qquad (2-2-14)$$

حيث f البعد المحرقي للكاسر.

٢-٢-٣- العدسات Lenses:

العدسة: هي جسم شفاف محدد بسطحين أملسين محدبين أو مقعرين، أو يمكن أن يكون أحدهما مستويا أملساً، وتجعل سطوح العدسات في أغلب الأحيان كروية ، وتصنع العدسات بأنواع خاصة من الزجاج، فعلى سبيل المثال زجاج الصوان flint glass أو مواد أخرى لها

قرينة انكسار مناسبة. ويبين الشكل التالي أشكالاً مختلفة من العدسات حيث يبين الجسم المظلل العدسة. إن خصائص الأشعة في العدسات تماثل خواصها في المرايا الكروية والكاسر الكروي. حيث أن:



الشكل (٢-٢-١١) أشكال العدسات المختلفة

بما أن العدسة هي عبارة عن كاسرين مضمومين إلى بعضهما البعض ، لذلك يمكن تطبيق قانون الكاسر الكروي العلاقة (12-2-2) .

$$\frac{n_1}{S}+\frac{n_2}{S`}=\frac{n_2-n_1}{R}$$

لنفرض أن لدينا عدسة زجاجية قرينة انكسارها n وهذه العدسة موجودة في الهواء ، فلكي نطبق قانون الكاسر على الوجه الأول للعدسة نكتب أن:

$$n_1=1$$

$$n_2=n$$

$$\frac{1}{S}+\frac{n}{S`}=\frac{n-1}{R_1} \qquad (2-2-15)$$

حيث R : نصف قطر تقوس انحناء الوجه الأول للعدسة، S : بعد الجسم عن الوجه الأول، $S`$: بعد الخيال الناتج من الانكسار على الوجه الأول.

لا يتشكل هذا الخيال عادة إلا إذا كانت العدسة سميكة بشكلٍ كافٍ ؛ حيث إنّ الضوء ينكسر ثانية على الوجه الثاني للعدسة. لنفرض أن الخيال $S`$ سالب أي أنه خيال وهمي يقع إلى يسار الوجه الأول فالضوء الذي يعبر هذا الوجه يسقط على الوجه الثاني كما لو أنه آتٍ من موضع تشكل الخيال.

نفرض أن سمك العدسة t فيكون بعد النقطة $S`$ عن الوجه الثاني يساوي $t + -S`$ ونستطيع إيجاد موضع الخيال النهائي الناتج عن الانكسارين باستخدام هذه المسافة كبعد للجسم عن الكاسر الثاني (الوجه الثاني).

فإذا توصلنا إلى قيمة موجبة لـ $S`$ إشارة إلى خيال حقيقي يقع على يمين الوجه الثاني في حال $S`_1 > t$ وعلى يسار الوجه الثاني في حال $S`_1 < t$.

وفي كلتا الحالتين تكون المسافة بين الخيال والوجه الثاني (السطح الثاني) مساوية $-S`_1 + t$ ، ($-S`_1$ موجب لأن $S`_1$ سالب).

وحتى إذا وقع الخيال على يمين الوجه الثاني فإننا نستطيع استخدام هذه المسافة ($-S`_1 + t$) في العلاقة (2-2-12)، وذلك من أجل تعيين موضع الخيال النهائي وفي هذه الحالة يكون بعد الجسم عن الكاسر الثاني سالباً أي أنه جسم وهمي يقع على يمين الكاسر. وبناء عليه فإن موضع الخيال النهائي نتيجة الانكسار على الوجه الثاني يمكن أن يعطى بالعلاقة التالية:

$$\left.\begin{array}{l} n_1 = 1 \\ n_2 = n \end{array}\right\} \Longrightarrow$$

$$\frac{n}{+S'_1 + t} + \frac{1}{S'} = \frac{1-n}{R_2} \qquad (2-2-16)$$

حيث R_2 : نصف قطر تقوس الوجه الثاني للعدسة.

إذا كانت سماكة العدسة t صغيرة كفاية بالنسبة لـ R_2 و R_1

$$t << (R_1, R_2)$$

عند ذلك يمكن إهمال t في العلاقة (2-2-16) وبحذف $S`_1$ من العلاقتين (2-2-15) وَ (2-2-16) وتصبح العلاقة على الشكل التالي:

$$\frac{n}{S`_1} = \frac{n-1}{R_1} - \frac{1}{S} = \frac{1}{S`} + \frac{n-1}{R_2}$$

$$\frac{1}{S} + \frac{1}{S`} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \qquad (2-2-17)$$

وهذه المعادلة الأخيرة تحدد بعد الخيال `S بدلالة بعد الجسم S ونصفي قطري العدسة R_1 وَ R_2 وقرينة الانكسار لمادة العدسة n.

عندما $S \to \infty \Leftarrow$ حزمة الأشعة الساقطة على العدسة ستكون متوازية وهذه الحزمة المتوازية ستتجمع في محرق العدسة .

$$S \to \infty \implies S' \to f$$

أي أن خيال الجسم سيقع في محرق العدسة.

نعوض في العلاقة (2-2-17) :

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \qquad (2-2-18)$$

نقارن بين (2-2-17) و (2-2-18) نجد أن:

$$\frac{1}{S}+\frac{1}{S`}=\frac{1}{f} \qquad \mathbf{(2-2-19)}$$

يسمى هذا القانون بدستور صانعي العدسات.

حيث S: بعد الجسم عن العدسة وهو موجب إذا وقع الجسم على يسار العدسة (الجسم حقيقي) وسالب إذا وقع على يمينها (الجسم وهمي)، 'S: بعد الخيال عن العدسة، وهو موجب إذا وقع الخيال على يمين العدسة (الخيال حقيقي) وسالب إذا وقع على يسارها(الخيال وهمي).

نعرف التكبير الخطي للعدسة بأنه نسبة طول الجسم إلى طول الخيال:

$$M = \frac{y'}{y} = -\frac{S'}{S} \qquad \mathbf{(2-2-20)}$$

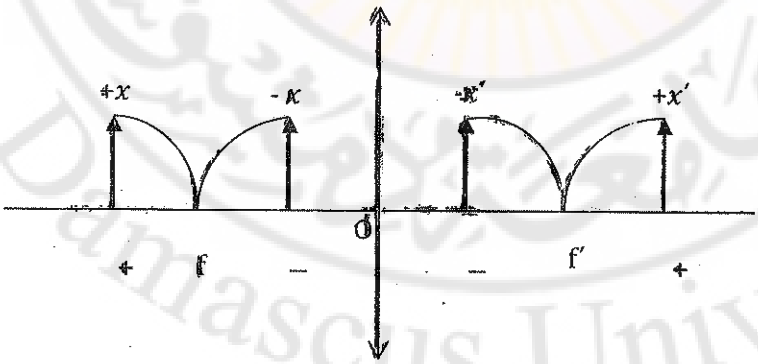
حيث y : طول الجسم ، 'y : طول الخيال.

ويكونان من إشارتين مختلفتين إذا كان الخيال مقلوباً، ومن إشارة واحدة إذا كان الخيال صحيحاً.

ونعرف العلاقة التالية في العدسات:

$$X \,.\, X' = f^2 \qquad (2-2-21)$$

حيث X : بعد الجسم عن المحرق الأصلي الجسمي وهو موجب إذا كان الجسم على يسار المحرق الجسمي ، وسالب إذا كان على يمينه كما في الشكل (٢-٢-١٢).



الشكل (٢-٢-١٢) قيم بعد الجسم وخياله بحسب موقعه

أما X' : بعد الخيال عن المحرق الأصلي الخيالي فهو موجب إذا كان الخيال على يمين المحرق الأصلي الخيالي ، وسالب إذا كان الخيال على يسار المحرق الأصلي الخيالي كما في الشكل (٢-٢-١٢) .

ملاحظة : للعدسة محرقين: محرق جسمي ومحرق خيالي.

حيث المحرق الجسمي: هو الذي يقع في جهة ورود الضوء، أما المحرق الخيالي: فيقع في جهة تشكل الخيال.

- استطاعة العدسة الرقيقة:

تعرف استطاعة العدسة على أنها مقلوب البعد المحرقي:

$$P = \frac{1}{f} \qquad (2-2-22)$$

حيث f: البعد المحرقي ويقدر بالميليمترات، تقدر استطاعة العدسة بالكسيرة (**diopter** ، dptr).

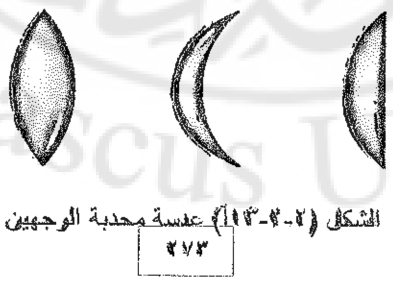
تكون استطاعة مجموع عدستين متلاصقتين بمجموع الاستطاعتين أي أن:

$$P = P_1 + P_2 \qquad (2-2-23)$$

P_1: استطاعة العدسة الأولى، P_2: استطاعة العدسة الثانية.

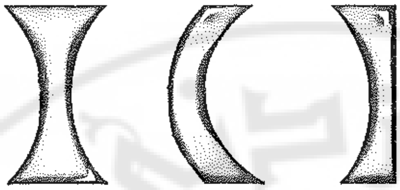
ملاحظات:

١ – في العدسة محدبة الوجهين نصف قطر سالب وآخر موجب ونحصل دائماً على بعد محرقي موجب، وتكون العدسة عندئذ مقربة (لأنها رقيقة الحواف) كما في الشكل (٢-٢-١٣أ):



الشكل (٢-٢-١٣أ) عدسة محدبة الوجهين

٢ – العدسة مقعرة الوجهين يكون لها بعد محرقي سالب وتكون مبعدة كما في الشكل (٢-٢-١٣ب):



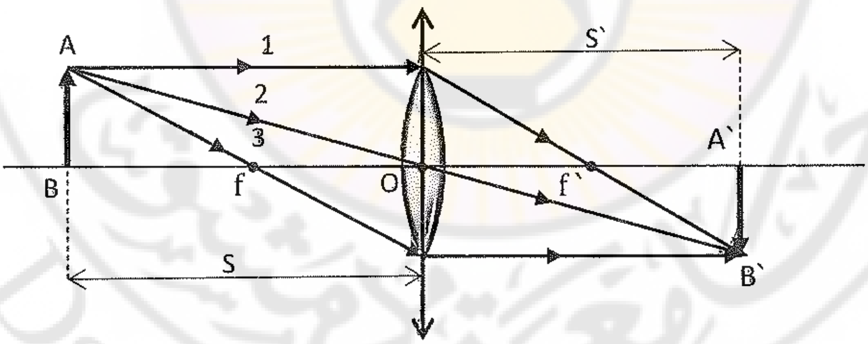
الشكل (٢-٢-١٣ب) عدسة مقعرة الوجهين

٣ – لرسم الخيال في العدسة نختار شعاعين فقط من الأشعة المبينة في الشكل (٢-٢-١٤):

أ – نرسم الشعاع الموازي لمحور العدسة الرئيسي فينكسر ماراً من المحرق الخيالي .

ب – نرسم الشعاع المار من مركز العدسة فيتابع مسيره دون أي انكسار .

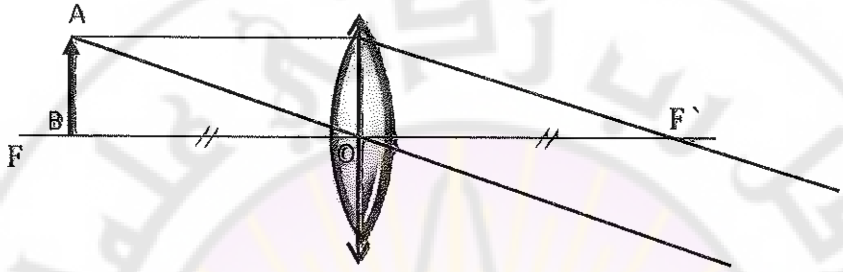
ج – نرسم الشعاع المار من محرق العدسة الجسمي فينكسر موازياً لمحور العدسة الرئيسي.



الشكل (٢-٢-١٤) مخطط شعاعي لعدسة رقيقة مقربة والاشعة
اللازمة لرسم خيال جسم AB

٢-٢-٤- المكبرة البسيطة Magnifying glass:

هي أحد أبسط الأجهزة البصرية وهي عدسة مقربة مخصصة للنظر إلي الأجسام من اجل تكبيرها يكون خيال الجسم الواقع في المحرق يقع في اللانهاية كما في الشكل (٢-٢-١٥) حيث إنّ أصغر مسافة تميز بها العين البشرية هي حوالي ٢٥ سم.



الشكل (٢-٢-١٥) خيال جسم في مكبرة

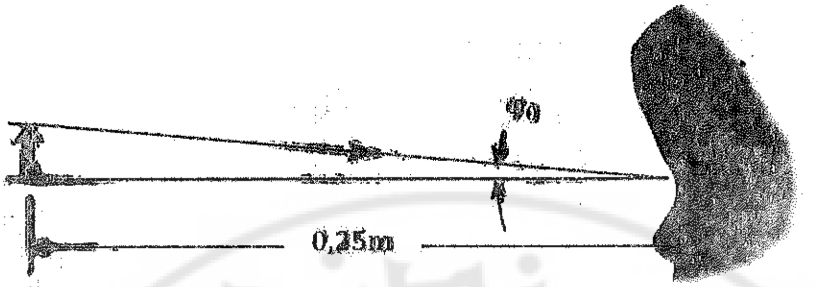
نعرف تكبير الجهاز البصري: بأنه العدد الذي يبين كم مرة تزيد الزاوية فيه التي تري بها العين صورة الجسم . وبوجود الجهاز البصري على زاوية النظر φ_0 التي ترى بها العين الجسم من دون وجود جهاز بصري (العين المجردة) كما في الشكل (٢-٢-١٦) وَ (٢-٢-١٧).

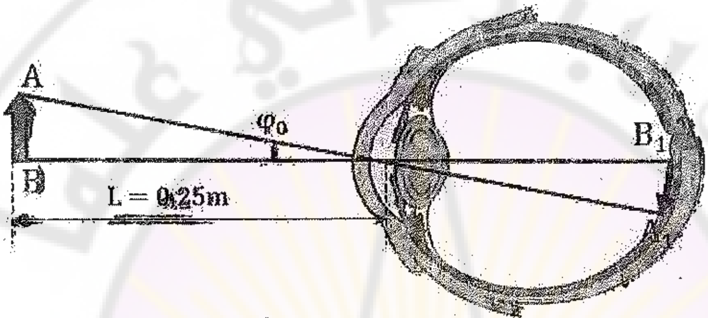
$$E = \frac{\varphi}{\varphi_0} \qquad (2-2-24)$$

وبما أن الزاويتان φ وφ_0 صغيرتان عادة لذا يمكن حساب التكبير بالعلاقة التقريبية التالية :

$$E = \frac{\tan\varphi}{\tan\varphi_0} \qquad (2-2-25)$$

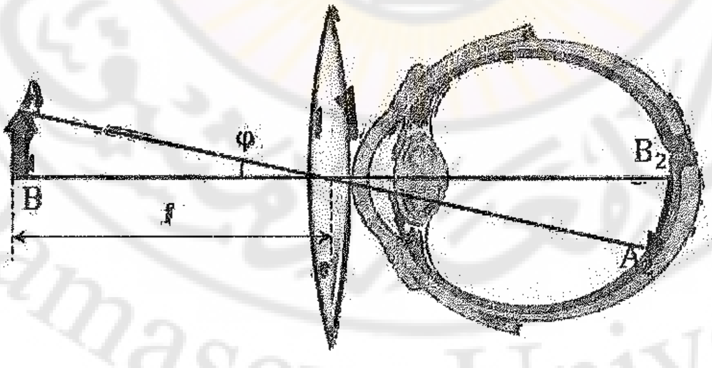
يوضع الجسم المنظور إليه بالعدسة المكبرة عادة في المستوي المحرقي للعدسة أو أقرب من ذلك بقليل ويبين الشكل (٢-٢-١٦) جسماً صغيراً AB و خياله A_1B_1.





الشكل (٢-٢-١٦) خيال الجسم الموضوع أمام العين البشرية

إذاً وضع جسم AB عند مسافة أفضل رؤية (L) عن العين يُرى الجسم عندئذٍ بزاوية نظر مساوية لـ φ_0 . تضع الآن عدسية مكبرة أمام العين و نحرك الجسم AB بحيث يصبح في مستويها المحرقي كما في الشكل (٢-٢-١٧).



الشكل (٢-٢-١٧) خيال جسم بوجوه مكبرة

فكل نقطة من الجسم تصدر حزمة متوازية تجمعها الجملة البصرية للعين على الشبكية وتتكون الصورة أوالخيال A_2B_2.

ويرى الجسم في هذه الحالة بزاوية $\varphi > \varphi_0$ لذا يكون الخيال (الصورة) $A_2B_2 > A_1B_1$ وبالتالي يستطيع الإنسان رؤية تفاصيل للجسم AB لم يكن باستطاعته رؤيتها عند النظر بالعين المجردة.

نعبر عن تكبير العدسة المكبرة في هذه الحالة بالعلاقة:

$$E = \frac{tg\,\varphi}{tg\,\varphi_o} = \frac{AB/f}{AB/L}$$

$$E = \frac{L}{f} \qquad (2-2-26)$$

وفي حالة الإنسان الطبيعي فإن ($L = 0.25m$) لذا تكون الصيغة النهائية لتكبير العدسة:

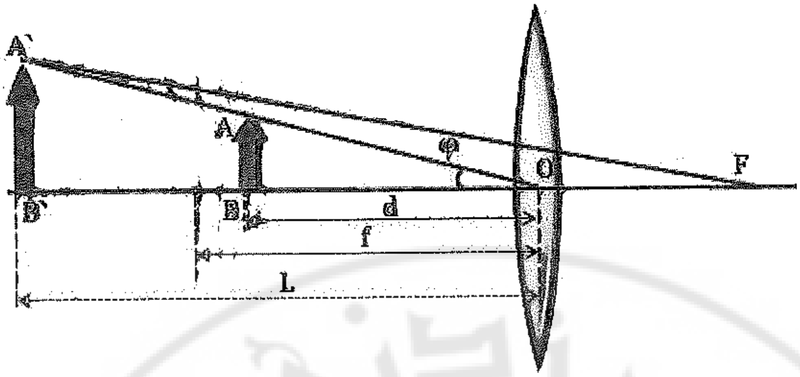
$$E = \frac{0.25}{f} \qquad (2-2-27)$$

نلاحظ أن العين ترى الجسم المطلوب في الحالة السابقة من دون تعب ولمدة طويلة لأن العين مكيفة على اللانهاية.

إذا نقل الجسم AB من المستوي المحرقي للعدسة و قرب إلى العدسة المكبرة كما في الشكل (٢-٢-١٨) يمكن عندئذ الحصول على خياله الوهمي $A'B'$ على مسافة أفضل رؤية (L) وبما أن زاوية النظر تكون في هذه الحالة أكبر بقليل مما كانت عليه في الحالة السابقة فنلاحظ من (2-2-26) أن:

$$tg\,\varphi = \frac{AB}{d}$$

حيث d : بعد الجسم عن العدسة.



الشكل (٢-٢-١٨) تكبير جسم يقع أمام مكبرة

وبالتالي يصبح التكبير :

$$E = \frac{AB/f}{AB/L}$$

$$E = \frac{AB}{d} \times \frac{L}{AB}$$

$$E = \frac{1}{d} \times L \qquad (2-2-28)$$

وبما أن الخيال $A'B'$ وهمي لذا سيكون بعد الخيال في هذه الحالة مسبوق بإشارة (−) . وبالتالي يصبح دستور العدسة على الشكل التالي :

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{L} = \frac{1}{f} \qquad (2-2-29)$$

ومن أجل قياس البعد المحرقي للعدسة :

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{f} + \frac{1}{L}$$

$$\frac{1}{d} = \frac{L+f}{Lf}$$

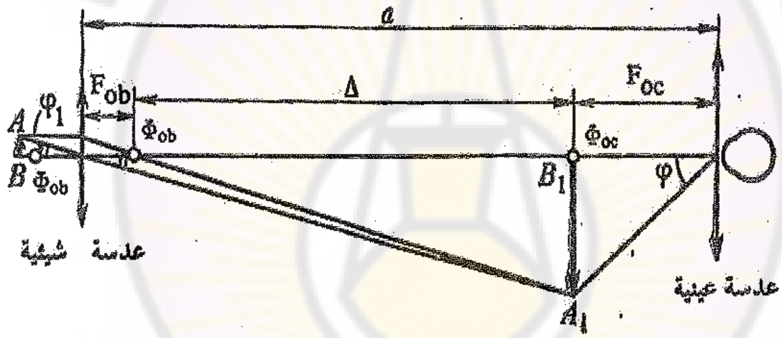
نعود إلى علاقة التكبير ونعوض $\frac{1}{d}$:

$$E = \frac{L + f}{Lf} \times L \quad \Rightarrow \quad E = \frac{L + f}{f} = \frac{L}{f} + 1$$

$$E = \frac{25cm}{f} + 1 \qquad (2-2-30)$$

٢-٢-٥ - المجهر microscope :

المجهر هو الجهاز البصري الذي يمكننا من الحصول على تكبير عال للأجسام المدروسة. ويتكوّن المجهر من عدستين مقرّبتين ذوات استطاعة بصرية عالية (أبعادها المحرقية صغيرة) أو تسمى العدسة التي ينظر من خلالها بالعدسة العينية وتسمى العدسة التي يوضع الجسم أمامها بالعدسة الجسمية (الشيئية)، والمسافة بين محرقي العدستين الجسمية والعينية تسمى بطول أنبوب المجهر حيث سنرسم عدستين مقربتين إحداهما عينية والأخرى شيئية.



الشكل (٢-٢-١٩) مخطط لتركيب المجهر ومسير شعاع ضوئي

يوضع الجسم AB خلف المحرق الرئيسي للعدسة الجسمية وتوضع العدسة العينية بحيث تقع صورة الجسم (خياله) في محرق العدسة العينية ويكون هذا الخيال خيالاً حقيقياً ومقلوباً نسميه A_1B_1، وتعمل العدسة العينية مثل عمل المكبرة البسيطة في الفقرة السابقة. ولنرى كيف يحدد تكبير المجهر (microscope)؟

إن الشخص الذي ينظر من خلال العدسة العينية يرى الخيال A_1B_1 بزاوية φ ومن الشكل السابق يتضح أن :

$$tg\varphi = \frac{A_1B_1}{F_{oc}} \qquad (2-2-31)$$

ومن جهة أخرى لنحسب $tg\varphi$ فيكون :

$$tg\varphi_1 = \frac{A_1B_1}{a - F_{oc}} \qquad (2-2-32)$$

أي أن :

$$A_1B_1 = (a - F_{oc})(tg\varphi_1) \qquad (2-2-33)$$

ومن جهة أخرى ولما كان الجسم يقع قريباً جداً من محرق العدسة الجسمية لذلك يمكن أن نكتب تقريباً أن:

$$tg\varphi_1 = \frac{AB}{F_{ob}} \qquad (2-2-34)$$

لنعوض (2-2-34) في العلاقة (2-2-33) :

$$A_1B_1 = (a - F_{oc})(\frac{AB}{F_{ob}}) \qquad (2-2-35)$$

نعوض العلاقة الأخيرة في (2-2-31) فنجد:

$$tg\varphi = \frac{(a - F_{oc})AB}{F_{oc} . F_{ob}} \qquad (2-2-36)$$

ونعلم أن :

$$tg\varphi_o = \frac{AB}{L} \qquad (2-2-37)$$

حيث L : مسافة أفضل رؤية.

نعوض العلاقة (2-2-36) في العلاقة (2-2-37) ثم نستفيد من علاقة المكبرة البسيطة (2-2-26) فنجد :

$$E = \frac{tg\varphi}{tg\varphi_o} = \frac{(a - F_{oc})AB}{F_{oc} . F_{ob}} \times \frac{L}{AB}$$

$$E = \frac{(a - F_{oc})L}{F_{oc} . F_{ob}} \qquad (2-2-38)$$

باعتبار أن البعد المحرقي للعدسة الجسمية صغير نسبياً لذلك يمكن اعتبار المقدار $\Delta - F_{oc}$ تقريباً مساوياً للمسافة بين محرقي العدستين Δ والمسماة بطول أنبوب المجهر أي :

$$\Delta \simeq a - F_{oc} \qquad (2-2-39)$$

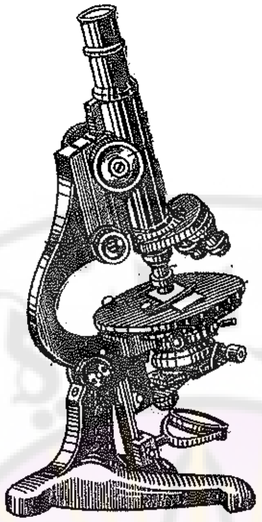
ويمكن عندئذ التعبير عن تكبير المجهر بتعويض (2-2-39) في (2-2-38) :

$$E = \frac{\Delta \times L}{F_{oc} . F_{ob}} = \frac{0.25}{F_{oc}} \times \frac{\Delta}{F_{ob}}$$

لكن لو سمينا $E_{oc} = \frac{0.25}{F_{oc}}$ بتكبير العدسة العينية وكذلك $E_{ob} = \frac{\Delta}{F_{ob}}$ بتكبير العدسة الجسمية. عندئذ يمكن القول بأن تكبير المجهر يساوي حاصل جداء تكبيري العدستين الجسمية والعينية:

$$E = E_{ob} \times E_{oc} \qquad (2-2-40)$$

إن الإنسان يرى بالمجهر صورة خيالية ومقلوبة ومكبرة للجسم المدروس وتعطي المجاهر تكبيراً للأجسام لا يزيد على 1000 مرة، ولذلك جرى تصميم المجهر الالكتروني. ويبين الشكل (٢-٢-٢٠) الشكل الخارجي للمجهر.



الشكل (٢-٢-٢٠) المجهر

٢-٢-٦- أنبوبة كبلر – التلسكوبات:

إن الجهاز البصري المخصص لرصد الأجسام البعيدة التي لا يمكن تقريبها للعين تسمى أنبوبة فلكية. وقد صنعت أول أنبوبة فلكية من قبل العالم الإيطالي غاليلو والعالم الإيطالي كبلر عام ١٦٠٩م. تسمى الأنبوبة التي يتم فيها تكبير زاوية النظر بواسطة عدسات، أنبوبة كاسرة (refractor) والأنابيب التي يمكن فيها إدراك نفس هذه الظاهرة بواسطة مرايا كروية تسمى أنابيب عاكسة (reflectors). تتكون أنبوبة كبلر من عدستين مجمعتين: عدسة جسمية وعدسة عينية. والشكل (٢-٢-٢٠) يبين مسير الأشعة في أنبوبة كبلر. يكون للعدسة الجسمية عادة حجم كبير وقوة بصرية صغيرة، بينما تعمل العدسة العينية كعدسة مكبرة ينظر من خلالها إلى الصورة التي تكونها العدسة الجسمية. وتتكون صورة الجسم AB عملياً في البؤرة الأساسية للعدسة الجسمية Φ_{ob}، بينما تركب العدسة العينية بحيث تقع هذه الصورة في بؤرتها الأساسية كذلك Φ_{oc}. وبالتالي فإن المسافة بين العدستين الجسمية والعينية تساوي مجموع البعدين المحرقيين F_{ob} و F_{oc} ، أي أن طول أنبوبة كبلر يساوي:

$$a = F_{ob} + F_{oc} \qquad (2-2-41)$$

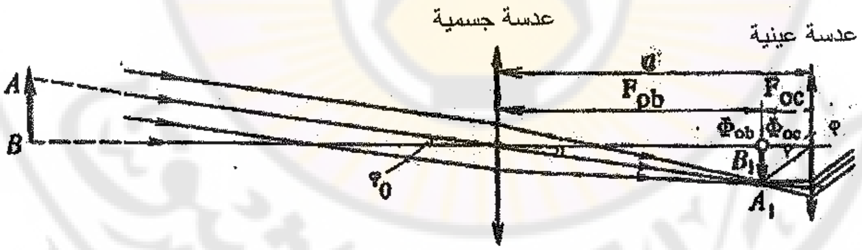
لنجد تكبير أنبوبة كبلر. فالشكل (٢-٢-١٩) يبين أشعة آتية من جسم بعيد جداً يرى بالعين المجردة بزاوية φ_o وعندما ينظر الإنسان إلى هذا الجسم خلال أنبوبة كبلر فإنه يرى في العدسة العينية صورته A_1B_1 بزاوية φ. وبما أن:

$$tg\varphi_o = \frac{A_1B_1}{F_{ob}} \qquad tg\varphi = \frac{A_1B_1}{F_{oc}}$$

لذا يكون تكبير أنبوبة كبلر:

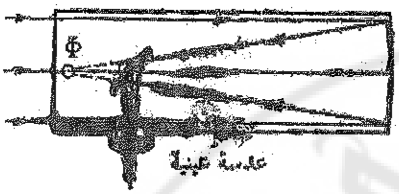
$$E = \frac{tg\varphi}{tg\varphi_o} = \frac{A_1B_1}{F_{oc}} : \frac{A_1B_1}{F_{ob}} = \frac{F_{ob}}{F_{oc}} \qquad (2-2-42)$$

من العلاقة (2-2-42) ينتج أنه للحصول على تكبيرات عظيمة يجب أخذ العدسة الجسمية لأنبوبة كبلر ببؤرة قريبة. [نلاحظ أنه لا ينبغي الخلط بين تكبير الجهاز البصري E (الزاوي) والتكبير الخطي β]. والأنبوبة الفلكية المخصصة لرصد الأجرام السماوية تسمى تلسكوب. وللعدسات الجسمية في الأنابيب الكاسرة الحديثة قطر أكبر من المتر وبعد محرقي يقارب الـ 20m.



الشكل (٢-٢-٢١) أنبوبة كبلر

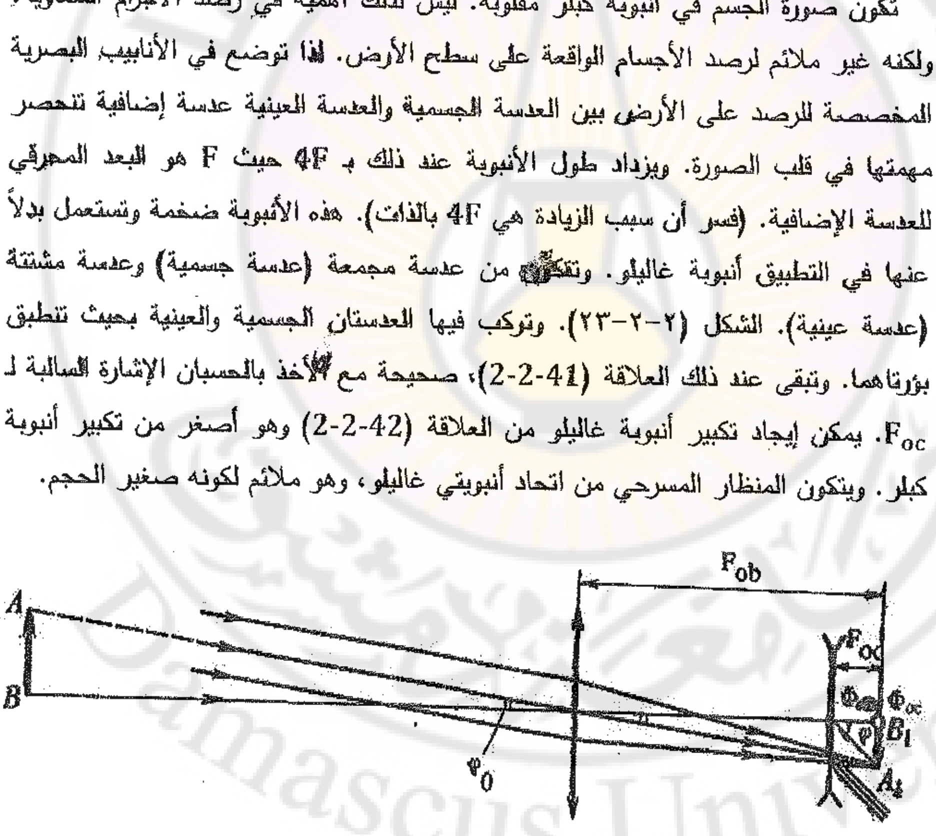
في الشكل (٢-٢-٢٢) رسم لمخطط جهاز الأنبوبة العاكسة يقع محرقها في النقطة Φ، والعدسة العينية مركبة في موضع جانبي. يسقط عليها الأشعة بعد انعكاسها عن مرآة مستوية. وتبلغ فتحة مرآة التلسكوب 5m. لا يساعد التلسكوب على تمييز الاجسام الواقعة على مسافة زاوية قريبة من بعضها فحَسب، بل يمكن رصد مصادر ضوء ضعيفة جداً نظراً لأن العدسة الجسمية تجمع حزمة واسعة من الأشعة (أوسع بكثير من تلك التي تجمعها حدقة العين المجردة).



الشكل (٢-٢-٢٢)

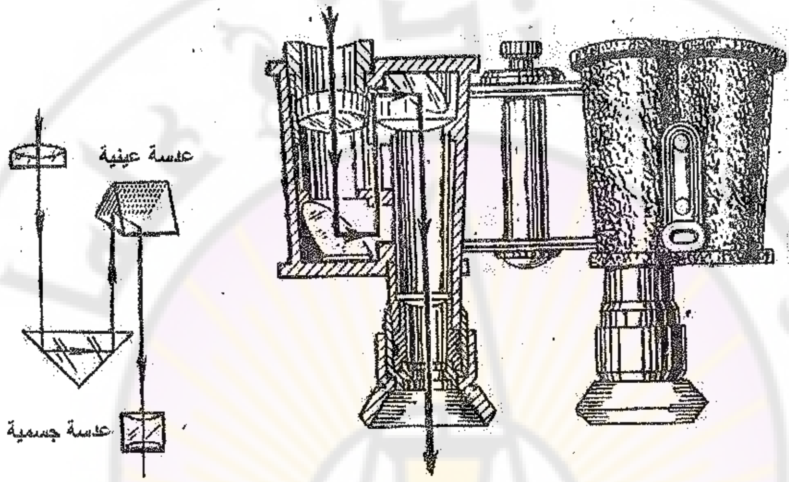
٢-٢-٧- أنبوبة غاليلو – المنظار :

تكون صورة الجسم في أنبوبة كبلر مقلوبة. ليس لذلك أهمية في رصد الأجرام السماوية، ولكنه غير ملائم لرصد الأجسام الواقعة على سطح الأرض. لذا توضع في الأنابيب البصرية المخصصة للرصد على الأرض بين العدسة الجسمية والعدسة العينية عدسة إضافية تنحصر مهمتها في قلب الصورة. ويزداد طول الأنبوبة عند ذلك بـ 4F حيث F هو البعد المحرقي للعدسة الإضافية. (فسر أن سبب الزيادة هي 4F بالذات). هذه الأنبوبة ضخمة وتستعمل بدلاً عنها في التطبيق أنبوبة غاليلو. وتتكون من عدسة مجمعة (عدسة جسمية) وعدسة مشتتة (عدسة عينية). الشكل (٢-٢-٢٣). وتركب فيها العدستان الجسمية والعينية بحيث تنطبق بؤرتاهما. وتبقى عند ذلك العلاقة (2-2-41)، صحيحة مع الأخذ بالحسبان الإشارة السالبة لـ F_{oc}. يمكن إيجاد تكبير أنبوبة غاليلو من العلاقة (2-2-42) وهو أصغر من تكبير أنبوبة كبلر. ويتكون المنظار المسرحي من اتحاد أنبوبتي غاليلو، وهو ملائم لكونه صغير الحجم.



الشكل (٢-٢-٢٣) أنبوبة غاليلو

يعطي المنظار الموشوري تكبيراً أكثر قوة الشكل (٢-٢-٢٤)، وهو عبارة عن اتحاد أنبوبتي كبلر. وتقلب الصورة في هذا المنظار لا بواسطة عدسة ، بل بواسطة مشورين بانعكاس كلي موجودين في كل أنبوبة. ويضمن هذا حجماً صغيراً للمنظار المنشوري مع تكبير عظيم للأجسام المنظورة.



الشكل (٢-٢-٢٤)

مسائل

١) يبعد جسم عن مرآة مقعرة مسافة 10,0cm ويتشكل له خيال حقيقي على بعد 8,0cm. بفرض أن الجسم تحرك لموضع جديد قدره 20,0cm. أوجد موضع الخيال في هذه الحالة ونوعه.

٢) مرآة مقعرة بعدها المحرقي f=10,0cm نضع جسماً أمامها. أوجد موضع الخيال ونوعه علماً أن الجسم يبعد عنها المسافات التالية : 25cm و 10cm و 1cm.

٣) مرآة محدبة بعدها المحرقي f=10cm نضع أمامها جسم ارتفاعه h=3,0cm وعلى بعد 20,0cm منها أوجد موضع الخيال وتكبيره.

٤) مرآة مقعرة بعدها المحرقي f=30,0cm أوجد موضع الجسم الذي يكون من أجله الخيال صحيحاً وأكبر من الجسم بأربع مرات.

٥) جسم طوله 2,0cm ويبعد 3,0cm عن مرآة مقعرة لتشكل له خيالاً وهمياً طوله 5,00cm أوجد البعد المحرقي لهذه المرآة.

٦) مرآة محدبة تشكل خيال وهمي لجسم حقيقي وأصغر منه بمرتين. أوجد نصف قطر تقوس المرآة علماً أن المسافة الفاصلة بين الجسم وخياله هي 20,0cm.

٧) مرآة كروية تشكل على شاشة تبعد عنها مسافة d=5,0cm خيالاً أكبر من الجسم الأساسي بخمس مرات.

أ- ما نوع المرآة المستخدمة ولماذا؟

ب- أوجد بعد الجسم عن المرآة.

ج- ما هو نصف قطر هذه المرآة؟

٨) قضيب زجاجي طوله 3cm وقرينة انكساره n=1,45 نهايته على شكل كاسر كروي محدب نصف قطر انحناءه 3cm نضع جسم طوله 2mm عمودياً على محور القضيب وعلى بعد 6cm من إحدى نهايتيه والمطلوب:

١- أوجد بعد الخيال النهائي وطبيعته.

٢- أوجد طول هذا الخيال.

٩) نضع جسماً في الهواء على المحور الأصلي ومن الجهة المحدبة لقضيب زجاجي قرينة انكساره n=1,5 ونصف قطر انحناء جهة المحدب 5cm.

أوجد مواضع الخيال إذا كانت مواضع الجسم هي :

أ- 25cm ، ب- 15cm ، ج- 3cm.

١٠) قضيب زجاجي طوله 30cm وقرينة انكساره n=1,45 إحدى نهايتيه مستوية والأخرى كروية محدبة نصف قطرها 10cm. نضع جسماً على محور هذا القضيب وعلى بعد 10cm من النهاية الكروية له والمطلوب:

١- أوجد موضع الخيال النهائي.

٢- ما هو تكبيره.

١١) عدسة بعدها المحرقي f=25,0cm. أوجد موضع خيال جسم يقع أمامها ويبعد عنها المسافات التالية: 26,0cm , 24,0cm , 20,0cm. اذكر صفات الخيال في الحالات التالية.

١٢) يقع جسم على بعد 33,0cm أمام عدسة فيتشكل له خيال على شاشة خلف هذه العدسة وعلى بعد 8,0cm عنها. أوجد البعد المحرقي لهذه العدسة ومعامل التكبير الخطي. هل هذه العدسة مقربة أم مبعدة؟

١٣) عدسة مقربة بعدها المحرقي f=15,0cm على أي بعد من طابع بريدي ينبغي الإمساك بهذه العدسة لنحصل على تقريب M=+2؟

١٤) ينظر تاجر الماس إلى بلورة مستخدماً عدسة مقربة بعدها المحرقي f=12,0cm فتشكل خيالاً وهمياً يبعد عنها مسافة 30,0cm أوجد عامل التكبير ثم بين هل الخيال صحيح أو مقلوب؟

١٥) عدستان مقربتان بعداهما المحرقي f_1=10,0cm و f_2=20,0cm. يبعدان عن بعضهما مسافة d=20,0cm نضع جسماً على يسار العدسة الأولى وعلى بعد 17cm منها أوجد بعد الخيال النهائي وتكبير الجملة.

١٦) جسم يبعد 2m عن جدار نضع عدسة بين هذا الجسم والجدار لتشكل له خيال أكبر منه ومقلوب. تزاح العدسة مسافة قدرها 80cm نحو الجدار، وتشكل بذلك خيالاً آخر للجسم والمطلوب:

١- بعد الجسم عن العدسة في كلا الحالتين؟

٢- البعد المحرقي لهذه العدسة؟

٣- اذكر مواصفات الخيال في الحالة الثانية؟

١٧) نضع ثلاث عدسات رقيقة كل منها له بعد محرقي قدره 20cm ونفصل بينها مسافات متساوية قدرها 30,0cm. أوجد موضع الخيال النهائي لجسم صغير يقع على المحور الأصلي للعدسات وعلى بعد 60,0cm إلى يسار العدسة الأولى.

١٨) عدسة مبعدة بعدها المحرقي هو f=10,0cm يتوضع جسم أمامها على الأبعاد التالية: 25cm , 10cm , 4cm. أوجد مواضع الخيال في كل حالة والتكبير المقابل لها. هل الخيال حقيقي أو مقلوب في كل حالة؟ بفرض أن طول الجسم هو 4cm أوجد طول الخيال في كل حالة.

١٩) ما هو طول موجة الأشعة السينية اللينة التي يساوي تواترها 2×10^{17}z؟ ما هو طول موجة الضوء الأخضر الذي تواتره $5,6\times10^{14}$z ؟

وضعت عدسة ثانية بعدها المحرقي 10cm على بعد 20cm إلى يمين العدسة في التمرين السابق . أوجد موضع الخيال النهائي مع الرسم .

٢٠) أ- ما هي سرعة الضوء الذي طول موجته في الخلاء 500 mmicron وذلك في زجاج يساوي قرينة انكساره 1,5 من أجل ذلك الضوء ؟

ب- ما هو طول موجة الضوء في الزجاج ؟

٢١) توضع لوحة زجاجية ثخنها 3mm وقرينة انكسارها 1,5 بين منبع نقطي O يصدر ضوء طول موجته في الخلاء 600mmicron وبين شاشة S تبعد عن المنبع 3cm ما هو عدد الأمواج بين المنبع والشاشة ؟

٢٢) لدينا ضوء ذو تواتر معين يساوي طول موجته في الماء 442mmicrons ما هو طول موجة هذا الضوء إذا مر في كبريت الفحم ذي قرينة الانكسار n=1,63 لنفرض أن قرينة انكسار الماء 1,34 . يسقط شعاع ضوئي من الهواء على سطح الماء الذي قرينة انكساره n=1,3330 بزاوية ورود قدرها 10°c ما هو الخطأ النسبي المرتكب فيما إذا طبق قانون كبلر بدلاً من سنل ؟

٢٣) يسقط شعاع ضوئي من الهواء على سطح الماء n=1,3330 بزاوية ورود قدرها 10°c . ما هو الخطأ النسبي المرتكب إذا طبق قانون كبلر عوضاً عن قانون Snell ؟

٢٤) وضع جسم طوله 2 cm أمام عدسة محدبة الوجهين وعلى بعد 10 cm منها ؛ أوجد البعد المحرقي للعدسة ، وعين موضع الخيال وطوله ؟ إذا علمت أن العدسة مصنوعة من زجاج قرينة انكساره $n = 1.5$ وأن نصفي قطري وجهيها متساويان وقيمة كل منهما 20 cm.

٢٥) عدستان مقربتان بعداهما المحرقيان متساويان ويساويان 10 cm، وتفصلهما مسافة قدرها 15 cm ؛ أوجد موضع الخيال النهائي لجسم يبعد 15 cm عن إحدى العدستين.

الفصل الثالث

الضوء الفيزيائي

Wave optics

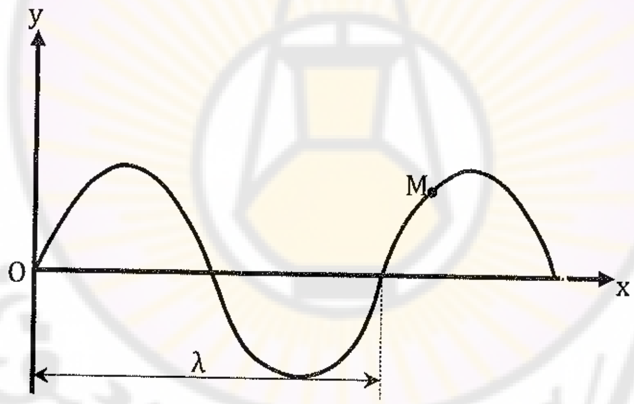
٢-٣- الضوء الفيزيائي Wave optics:

يتألف الشعاع الضوئي وفقاً للنظرية الكهرطيسية: من اهتزازين متعامدين وعموديين على منحى انتشار الضوء أحدهما كهربائي والآخر مغناطيسي.

ودلت التجربة أن الاهتزازة الكهربائية هي وحدها المسؤولة عن الظواهر الضوئية ويمكن اعتبار الاهتزاز الكهربائي كتابع دوري توافقي أي تابع جيبي. فعبارة الاهتزازة الضوئية y على طول حزمة أشعة متوازية هي تابع جيبي للزمن، ويمكن كتابة التابع (من أجل نقطة O) المهتز بالشكل التالي:

$$y(t) = a\cos\frac{2\pi t}{T} = a\cos 2\pi\upsilon t = a\cos wt \qquad (2-3-1)$$

حيث : a : سعة الاهتزاز، و$w = 2\pi\upsilon$: التواتر الزاوي، و $\upsilon = 1/T$ التواتر، وT : دور التابع. يمثل بيانياً الشكل (٢-٣-١) سلوك النقطة M المتحركة وفق التابع السابق.



الشكل (٢-٣-١) تغيرات النقطة المتحركة M وفق التابع الجيبي y

٢-٣-١- تداخل الأمواج الضوئية Interference of the wave light :

لنفرض لدينا موجتان لهما نفس التواتر w، تتداخلان الواحدة مع الأخرى و تثيران في نقطة من الفراغ اهتزاز له نفس الاتجاه عندها تعطى معادلتي الحركة بـ :

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= A_1\cos(wt+\alpha_1) \\ y_2 &= A_2\cos(wt+\alpha_2) \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{–}3\text{–}2)$$

أن سعة الاهتزازة المحصلة في النقطة المعتبرة تتعين بالعلاقة التالية:

$$A^2 = {A_1}^2 + {A_2}^2 + 2A_1A_2\cos\delta \qquad (2-3-3)$$

حيث : δ : فرق الطور $(\delta = \alpha_2 - \alpha_1)$.

إذا بقي فرق الطور δ الذي تثيره الاهتزازات الموجية ثابتاً مع الزمن تسمى عندئذ الأمواج مترابطة. وهو شرط التداخل فبدون ضوء مترابط لا يمكن الحصول على تداخل.

إن فرق الطور هنا ينتج عن فرقين في الطور:

فرق طور ناتج عن المنبع.

فرق طور آخر ناتج عن فرق المسير.

وفي حالة الأمواج غير المترابطة فأن δ يتغير بصورة مستمرة، ويأخذ أية قيمة بنفس الاحتمال ونتيجة لذلك فإنّ القيمة الوسطية لـ $\cos\delta$ المأخوذة بعد فترة زمنية معينة تساوي الصفر وتصبح العلاقة (2–3–3) عند ذلك على الشكل التالي:

$$< A^2 > = < {A_1}^2 > + < {A_2}^2 > \qquad (2-3-4)$$

وبالأخذ بعين الاعتبار أن الشدة الضوئية (I) تتناسب طرداً مع مربع سعة الموجة الضوئية (A).

أي : $I \sim A^2$ نجد:

أن الشدة الناتجة عن تداخل أمواج غير مترابطة و طبقاً للعلاقة (2–3–4) ستساوي:

$$I = I_1 + I_2 \qquad (2-3-5)$$

وفي حالة الامواج المترابطة فإن فرق الطور ثابت مع الزمن $\cos\delta = const$، ولكن قيمته في كل نقطة من الفراغ ستكون متباينة (أي لها قيم مختلفة ثابتة في نقاط مختلفة من الفراغ).

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta \qquad (2-3-6)$$

في نقاط الفراغ التي تكون فيها: $\cos\delta > 0$ فحسب العلاقة $(2-3-6)$ يكون: $I > I_1 + I_2$ وتمثل نقاط الشدة العظمى. أما في نقاط الفراغ التي تكون فيها $\cos\delta < 0$ فحسب نفس العلاقة يكون $I < I_1 + I_2$ وتمثل نقاط الشدة الصغرى.

على هذه الصورة وعند تداخل الأمواج الضوئية يجري إعادة توزيع الشدة الضوئية في الفراغ ونجد في بعض النقاط تكون الشدة عظمى وفي نقاط أخرى تكون الشدة صغرى. تسمى هذه الظاهرة بتداخل الأمواج.

و في الحالة الخاصة عندما يكون لدينا منبعان لهما نفس الشدة أي :

$$I_1 = I_2 = I_0$$

وطبقاً للعلاقة (2-3-6) فإن : الشدة تكون عظمى عندما $\cos\delta = 1$ أي :

$$I = 2I_1 + 2I_1 = 4I_1 = 4I_2 = 4I_0$$

وتكون الشدة صغرى عندما $\cos\delta = -1 \Leftarrow I = 2I_1 - 2I_1 = 0$ أي أن الشدة معدومة. أما في المنابع غير المترابطة فإن الشدة متساوية في أي مكان من الفراغ.

ووفقاً للعلاقة (2-3-5) : $I = 2I_1 = 2I_2 = 2I_0$

نفرض أنه قد تم فصل موجتين مترابطتين عند النقطة O و بفرض أن الموجة الأولى تعبر إلى النقطة P في وسط قرينة انكساره n_1 وبمسافة S_1 وبسرعة v_1 والموجة الثانية تعود إلى النقطة P في وسط قرينة انكساره n_2 وبمسافة S_2 وبسرعة v_2. ولنسم طور الاهتزاز في النقطة O بـ wt.

الموجة الأولى تثير في النقطة P اهتزازاً يتأخر بالزمن بمقدار :

$$A_1\cos w[\,t - (S_1/\upsilon_1)] \qquad (2-3-6)$$

والموجة الثانية تثير في النقطة P اهتزازاً

$$A_2 \cos w[\, t - (S_2/\upsilon_2)] \qquad (2-3-7)$$

ونعلم أن: السرعة الطورية للأمواج هي $(v_1\text{-}v_2)$ حيث :

$$v_1 = c/n_1 \qquad , \qquad v_2 = c/n_2$$

وبالتالي فإن فرق طور الاهتزاز الذي تثيره الموجتان في النقطة P هي:

$$\delta = w\left(\frac{S_2}{v_2} - \frac{S_1}{v_1}\right) \qquad (2-3-8)$$

$$\delta = \frac{w}{c}(n_2 S_2 - n_1 S_1) \qquad (2-3-9)$$

ونعلم أن :

$$\frac{w}{c} = \frac{2\pi\upsilon}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

$\upsilon = c/\lambda_0$ حيث λ_0 : طول الموجة في الفراغ.

ومنه تصبح علاقة فرق الطور S على الشكل التالي:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta \qquad (2-3-10)$$

يعطى فرق المسير الضوئي : $\Delta = (n_2 S_2 - n_1 S_1)$

$$\Delta = L_2 - L_1 \qquad (2-3-11)$$

حيث: Δ : فرق المسير، L_1 : المسافة الضوئية في الوسط الأول، L_2 : المسافة الضوئية في الوسط الثاني.

يتضح من العلاقة (2-3-10) أنه إذا كان فرق المسير الضوئي Δ مساوياً لعدد صحيح من طول الموجة في الفراغ (λ_0) أي أن:

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \qquad (2-3-12)$$

حيث : $m = 0, 1,2,3, \dots \dots$ بالتعويض في (2-3-10) :

$$\delta = \pm 2 \pi m \qquad (2-3-13)$$

أي أن فرق الطور δ سيكون أعداداً صحيحة من 2π والاهتزازة المثارة في النقطة P من قبل الموجتين تتم بنفس الطور، وعلى هذه الصورة فإن العلاقة (2-3-12) ليست إلا شرط التداخل الأعظمي أو البنّاء. أما إذا كانت Δ مساوية لأعداد نصفية من طول الموجة في الفراغ أي:

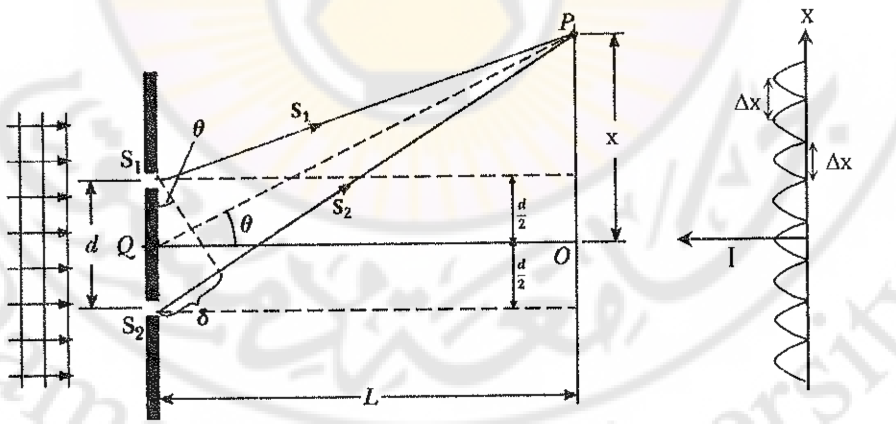
$$\Delta = \pm(m + 1/2) \lambda_0 \qquad (2-3-14)$$

هذا يعني وحسب (2-3-10) :

$$\delta = \pm (2m + 1) \pi \qquad (2-3-15)$$

والاهتزازة في النقطة P ستكون بطور معاكس وستكون δ أعداداً فردية من π، وبالتالي فإن العلاقة (2-3-14) هي شرط التداخل الأصغري أو الهدّام.

لندرس الآن موجتين ضوئيتين أسطوانتين مترابطين ناتجتين عن المنبعين S_1 وَ S_2 واللتين تأخذان شكل خيوط ضوئية رقيقة أو ثقوب ضيقة كما في الشكل (٢-٣-٢).



الشكل (٢-٣-٢) التداخل الناتج عن شقين

يسمى المجال الذي تتطابق فيه الأمواج بحقل التداخل، وعلى كامل المجال نشاهد تداخل الضوء بنهايات عظمى وصغرى متناوبة. ولو وضعنا شاشة في حقل التداخل ستظهر على هذه الشاشة صورة التداخل والتي تمثل أهداب مضيئة وأخرى مظلمة متناوبة. لنحسب عرض هذه الأهداب. وذلك بافتراض أن هذه الشاشة توازي المستوى المار من المنبعين S_1 و S_2 سنصف توضع النقاط على الشاشة بالإحداثي x والمحسوب في اتجاه عمودي على S_1 وَ S_2، نختار النقطة O كمركز للإحداثيات التي يقع المنبعان S_1 وَ S_2 بصورة متناظرة على جانبيها. تعطى المسافة بين المنبعين S1 وَ S2 بـ d أما L فهي المسافة الأفقية بين مستوي المنبعين والشاشة.

لنعتبر أن المنبعين يهتزان بنفس الطور، يتضح من الشكل (٢-٣-٢) وحسب نظرية فيثاغورث أن:

$$\left.\begin{aligned} {S_1}^2 &= {L_1}^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 \\ {S_2}^2 &= {L_2}^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 \end{aligned}\right\} \qquad (2-3-16)$$

$${S_2}^2 - {S_1}^2 = (S_2 + S_1)(S_2 - S_1) = 2xd \qquad (2-3-17)$$

سيتضح لاحقاً أنه من أجل الحصول على صورة تداخل واضحة فالمسافة بين المنبعين (d) يجب أن تكون أقل بكثير من المسافة إلى الشاشة (L) والمسافة (x) التي في حدودها تتشكل أهداب التداخل، وستكون أيضاً أصغر بكثير من (L). عند هذه الشروط يمكن أن نعتبر بصورة تقريبية أن:

$$S_2 + S_1 = 2L$$

$$(S_2 + S_1)(S_2 - S_1) = 2xd$$

$$\Rightarrow \qquad S_2 - S_1 = \frac{xd}{L} \qquad (2-3-18)$$

للحصول على فرق المسير الضوئي نضرب $(S_2\text{-}S_1)$ (فرق المسير الهندسي) بقرينة الانكسار n:

$$\Delta = n\frac{xd}{L} \qquad (2-3-19)$$

حيث : Δ فرق المسير الضوئي.

نعوض قيمة Δ في المعادلة (2-3-12) فنحصل على التداخل الأعظمي عند قيم لـ x_{max}.

$$x_{max} = \pm m\frac{L}{d}\lambda \quad m = 0,1,2,\dots\dots \qquad (2-3-20)$$

حيث: $\lambda = \lambda_0/n$ يمثل طول الموجة في الوسط الذي يشغل المسافة بين المنبعين والشاشة.

نعوض العلاقة (2-3-19) في (2-3-14) سنحصل على إحداثيات التداخلات الصغرى عند قيم لـ x_{min} حيث:

$$x_{min} = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{l}{d}\lambda \quad m = 0,1,2,\dots\dots \qquad (2-3-21)$$

نسمي المسافة بين تداخلان أعظميان متجاورين (المسافة بين أهداب التداخل) بـ البعد الهدبي أما المسافة بين تداخلان أصغريان متجاورين بـ (عرض أهداب التداخل).

من العلاقتين السابقتين (2-3-20)-(2-3-21) يتضح أن المسافة بين هدبان متجاوران وعرض الهدب لها القيمة نفسها وتساوي Δx .

$$\Delta x = \frac{L}{d}\lambda \qquad (2-3-22)$$

وطبقاً لهذه للعلاقة فإن المسافة بين الأهداب تزداد مع نقصان المسافة بين المنبعين (d) وعندما تصبح (d) من مرتبة (L) $\Leftarrow$ $(\Delta x = \lambda)$ ستكون المسافة بين الأهداب من مرتبة طول الموجة (λ)، أي مايعادل عدة عشرات من المايكرونات. وفي هذه الحالة فإن فصل

الأهداب سيكون غير ممكن، ومن أجل الحصول على صورة تداخل واضحة يجب الالتزام بالشروط السابقة الذكر أي $d<<L$. وإذا كانت شدة الأمواج المتداخلة متساوية أي $I_0=I_1=I_2$ فهذا يعني طبقاً للعلاقة (2-3-6) أنّ الشدة المحصلة في النقاط ذات فرق الطور δ تعطى بالعلاقة التالية:

$$I = 2I_o + 2I_o \cos\delta$$

$$\left.\begin{aligned} I &= 2I_o\,(1+\cos\delta) \\ I &= 4I_o \cos^2(\delta/2) \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}3\text{-}23)$$

أي أن :

$$\delta \sim \Delta \qquad \Leftarrow \qquad \delta = \frac{2\pi}{\lambda_o}\Delta$$

وعليه وطبقاً للعلاقة (2-3-19) فإنّ Δ ستزداد متناسبة مع x، ومنه فإن الشدة الضوئية للأهداب ستتغير على طول الشاشة بقانون مربع الـ cos وعلى يمين الشكل (٢-٣-٢) يتضح تابعية الشدة I للموضع x على الشاشة والناتجة عن صورة التداخل من ضوء وحيد اللون.

إن عرض أهداب التداخل والمسافة بينها حسب العلاقة (2-3-22) ترتبطان بطول الموجة λ. وستطابق القيم العظمى فقط في مركز صورة التداخل عندما $x=0$ وذلك لكل الأطوال الموجية وكلما ابتعدنا عن المركز (O) فإنّ القيم العظمى المختلفة اللون (مختلفة طول الموجة) ستتداخل مع بعضها. وهذا يؤدي إلى صورة تداخلية غير واضحة المعالم إذا كان الضوء غير وحيد اللون. أما في حالة ضوء وحيد اللون فإن الأهداب ستكون واضحة المعالم، ولكن متناقصة الشدة بالابتعاد عن O.

- الجمع المتجه للأمواج التوافقية:

في هذه الحالة سنحتاج لجمع عدد من الأمواج التوافقية التي لها التواتر نفسه لكنها تختلف عن بعضها بالطور.

سنعتمد تمثيلاً هندسياً للتوابع الموجية يؤدي لطريقة نستخدمها لجمع الأمواج التوافقية ذات التواترات المستوية وذلك من دون الحاجة للعلامات المثلثية. وهذه الطريقة تستخدم حتّى في حال عدم تساوي السعات.

يمكن هنا دراسة نموذج التداخل الناتج عن حالة منبعين (شقين) أو ثلاثة شقوق أو أربعة ومن ثم حساب الشدة المحصلة (الكلية).

لنفرض أن لدينا الموجتين الممثلتين بالتابعين الموجيين:

$$E_1 = A_1 \sin(Kx - wt)$$

$$E_2 = A_2 \sin(Kx - wt + \delta)$$

ولنوجد ناتج جمع هاتين الموجتين عند نقطة X في الفراغ في اللحظة الزمنية t.

لنسمِ للتبسيط $\alpha = kx - wt$ عندها يصبح مجموع الموجتين السابقتين هو:

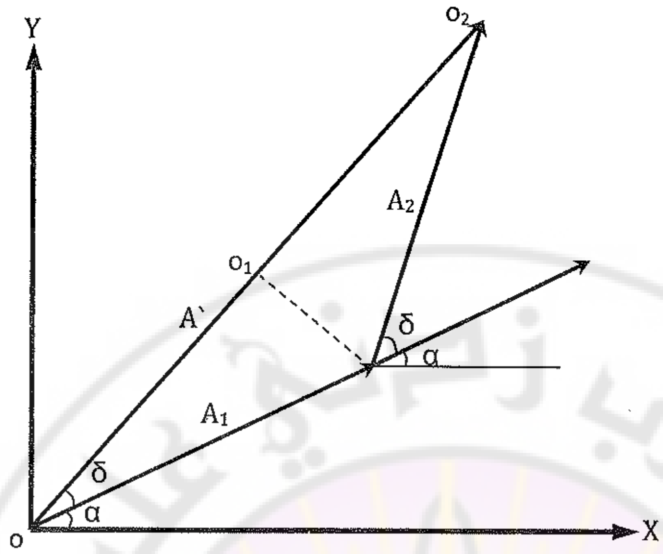
$$E_1 + E_2 = A_1 \sin\alpha + A_2 \sin(\alpha + \delta)$$

سندرس حالة موجتين لهما نفس الصفحة لمنبعين ضوئيين لهما نفس الشدة. ولنعبر توافقياً كيف نرسم هاتين الموجتين.

بفرض شعاع طوله A_1 ويصنع الزاوية α مع المحور X. كما في الشكل (٢-٣-٣).

إن مركبة هذا الشعاع مع المحور y هي $A_1 \sin\alpha$ وهي تمثل التابع E_1 أما التابع الموجي E_2 فإنه يمثل مركبة الشعاع A_2 (الذي يصنع زاوية $\alpha + \delta$ مع المحور ox) مع المحور oy. لو جمعنا المقدارين السابقين جمعاً شعاعياً على المحور oy فإنه سيمثل محصلة مجموع الشعاعين A_1 و A_2 على المحور oy. كما في الشكل (٢-٣-٣).

وهذه المحصلة على المحور y ، فالناتج عن جمع الشعاعين هي : $A' \sin(\alpha + \delta')$



الشكل (٢-٣-٣) مجموع المركبات الشعاعية الممثلة لموجتين

أما الشدة الضوئية فتحسب بـ:

أ) في حالة شقين:

$$A = oo_1 + o_1o_2$$

$$A = A_0\cos(\delta/2) + A_0\cos(\delta/2) = 2A_0\cos(\delta/2)$$

دائماً : $I \sim A^2$ $\quad\quad$ $I_o \sim A_0{}^2$

$$A^2 = 4A_0{}^2\cos^2(\delta/2)$$

$$I = 4I_o\cos^2(\delta/2)$$

عندما $\cos(\delta/2) = 1$ ⇐ نهاية عظمى ⇐ $I = 4I_o$

عندما $\cos(\delta/2) = 0$ ⇐ نهاية صغرى ⇐ $I = 0$

ب) في حالات ثلاث شقوق :

بوجود ثلاثة منابع أو أكثر تبتعد عن بعضها مسافات متساوية وبشرط توافقها بالطور، إن نموذج التداخل الناتج عنها على شاشة بعيدة عنها سيشابه النموذج الناتج عن شقين والفارق هو: أن مواضع الأهداب المضيئة (التداخل البناء) لا يتغير بتغير عدد المنابع بشرط توافقها وتوضعها على مسافات متساوية.

هذه الدراسة تصح في حالة أربعة منابع أو خمسة .... إلخ، وهنا يصبح الحديث عن دراسة حالة الانعراج وهو ما سندرسه لاحقاً ...

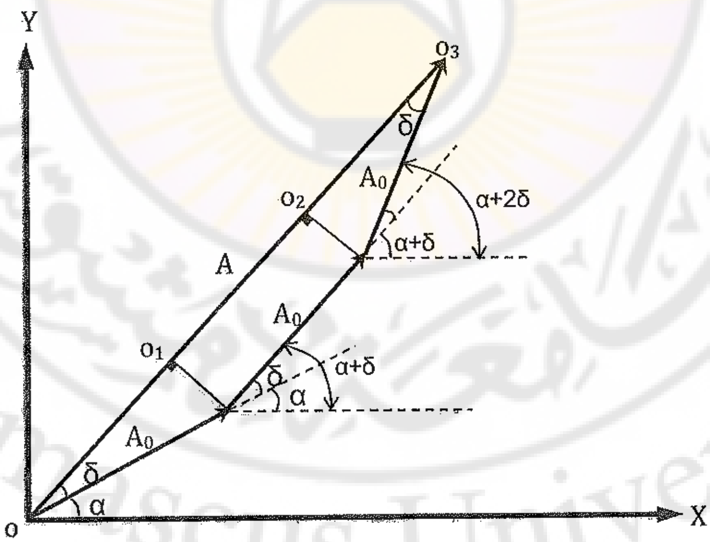
لنفرض لدينا ثلاثة منابع ولنفرض أن الأمواج الممثلة لهذه المنابع هي:

$$E_1 = A_0 \sin\alpha$$

$$E_2 = A_0 \sin(\alpha + \delta)$$

$$E_3 = A_0 \sin(\alpha + 2\delta)$$

تمثل تمثيلاً متجهاً بالشكل (٢-٣-٤).



الشكل (٢-٣-٤) جمع ثلاثة أمواج ناتجة عن ثلاثة منابع

$$A = oo_1 + o_1o_2 + o_2o_3$$

$$A = A_0 \cos\delta + A_0 + A_0 \cos\delta$$

$$A = 2A_0\cos\delta + A_0 = A_0(2\cos\delta + 1)$$

$$I \sim A^2$$

$$A^2 = A_0{}^2 (2\cos\delta + 1)^2$$

$$I = I_0(2\cos\delta + 1)^2$$

نلاحظ تكون الشدة صغرى عندما:

$I = 0 \Leftarrow$ الشدة صغرى $\Leftarrow \cos\delta = -1/2 \Leftarrow \delta = 120$

وتكون الشدة عظمى عندما:

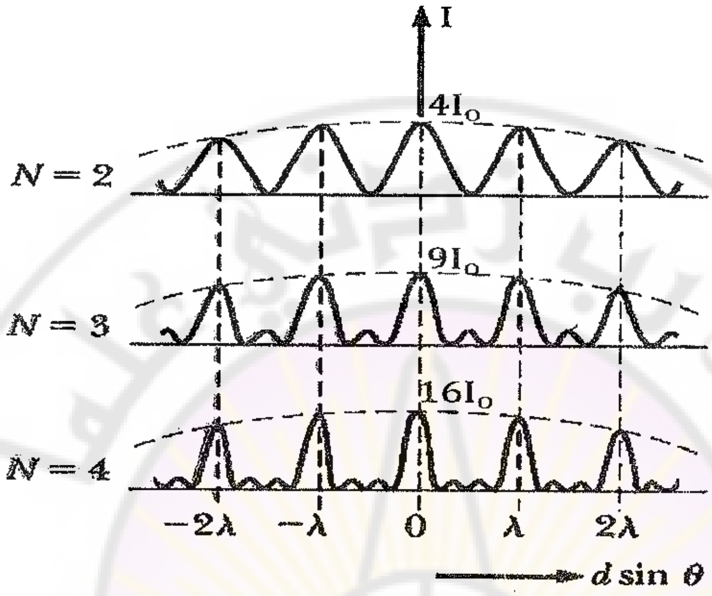
$I = 9I_0 \Leftarrow$ الشدة عظمى $\Leftarrow \cos\delta = 1 \Leftarrow \delta = 0$

وهذه الحالة تمثل حالة هدب التداخل المركزي حيث يكون δ معدوماً والمقابل للزاوية $\alpha=0$ وتكون سعة الموجة المحصلة هي ثلاثة أمثال سعة الموجة الأساسية. ومع الابتعاد عن الهدب المركزي تزداد الزاوية α ويزداد بالتالي فرق الطور δ. تتناقص شدة الضوء ضمن الأهداب الثانوية وذلك مع ازدياد فرق الطور وتبلغ تسع قيمة شدة النهاية العظمى الأولى ضمن الهدب المضيء الأول الذي يقابل فرقاً في المسير عن الهدب المركزي قدره طول موجة واحدة. هذا الفرق يصبح 2λ من أجل الهدب المضيء الثالث، هذا التوزع يمكن وصفه بأن نقاط النهايات العظمى عند النقاط المضيئة تقابل زاويا تحقق العلاقة:

$$\Delta = d \sin\theta = m\lambda \qquad m = 0,1,2,\dots\dots \qquad (2-3-24)$$

حيث نسمي المقدار m بـ رتبة الهدب.

إن النهايات العظمى لها شدة ضوئية أكبر وهندسياً فإن أثرها على الشاشة سيكون أضيق مقارنة بالأهداب الناتجة عن شقين.



يمكن تعميم الدراسة السابقة من أجل أربعة شقوق (أربعة منابع متوافقة) تبعد أبعاد متساوية عن بعضها فإنّ النهايات العظمى أو الأهداب المضيئة ستتعين بنفس العلاقة السابقة لفرق المسير بين هذه الأهداب وبشكل مماثل ستكون هذه الأهداب أشد إضاءة وأضيق عرضاً من حالة المنابع الثلاثة. وسنجد نهايات ثانوية بين كل نهايتين عظيمتين، وتكون الشدة المحصلة ضمن النهاية العظمى أكبر بـ 16 مرة من شدة كل منبع على حدة.

تحدث النهايات الصغرى والتداخل الهدام من أجل فرق مسير قدره 90^o بين الأشعة الممثلة للمنابع الضوئية. في حين أن النهاية العظمى الأولى تحدث من أجل $\delta=120^o$.

بين النهايات العظمى تكون شدة النهاية الصغرى الممثلة للهدب المظلم نسبياً مساوية لـ $\frac{1}{16}$ من شدة الهدب المضيء (النهاية العظمى المركزية).

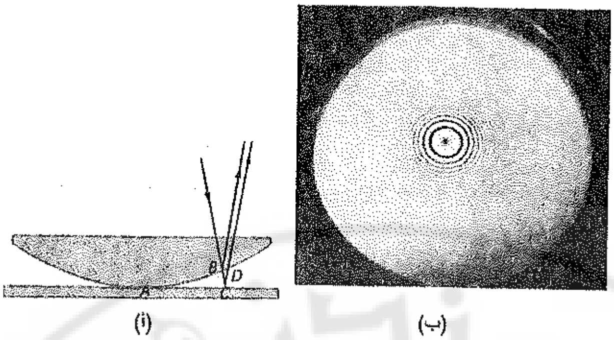
٢-٣-٢- انعراج (حيود) الضوء : diffraction :

إن هذا الفصل هو استمرار للفصل السابق على الرغم من تغير الأسم من التداخل إلى الانعراج فلا أحد يستطيع أن يبين الفرق المطلق بين التداخل والانعراج فليس بينهما أي اختلاف فيزيائي هام ومحدد. فمن أجل منبعين نسميه بتداخل أما من أجل عدة منابع فهو انعراج.

وهو الدليل الثاني على الطبيعة الموجية للضوء، الانعراج هو تطويق للحاجز بالموجات. عندما يكون الحاجز كبيراً بالمقارنة بطول الموجة عندئذ لا تتكون خلفه الموجات، أما عندما يكون حجم الحاجز صغيراً تنعطف الموجات خلف حافته وتقوم هذه الأمواج الضوئية (الكهرطيسية) بتطويق هذا الحاجز الصغير جداً بحيث لا يحدث خلفها أي تغير في صدر الموجة. تفسر هذه الظواهر بأن الحاجز يقطع قسماً أو جزءاً من صدر الموجة المتحركة. وحسب مبدأ هويغنز يمكن الاستنتاج أن الظواهر الانعراجية يسببها تداخل الموجات الأولية (البدائية) عند حدود صدر الموجة المقطوعة بالحاجز وعند ذلك كلما كان حجم الحاجز أو الفتحة صغيراً بالمقارنة بطول الموجة كانت ظاهرة الانعراج أكثر وضوحاً. أما عندما يكون الحاجز كبيراً بالمقارنة بطول الموجة عندئذ يشاهد الانعراج على مسافات أبعد من الحاجز.

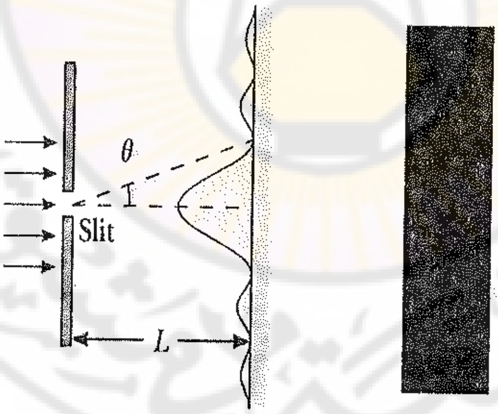
يفسر هذا بأن التغييرات في صدر الموجة التي يسببها الحاجز تصبح أكثر ظهوراً كلما ابتعدنا عن الحاجز. وهكذا كلما كان الحاجز أكبر شوهدت ظاهرة الانعراج على مسافة أبعد ولكن يتطلب عند ذلك طاقة أمواج كبيرة بدرجة كافية لكي يكون انعراجها واضحاً.

بفرض لدينا قرص صغير AB موضوع في طريق أشعة ضوئية آتية من مصدر نقطي لضوء وحيد اللون (S). كما في الشكل (٢-٣-٥أ). يشاهد الانعراج على شاشة DC لو كان انتشار الضوء بصورة مستقيمة لتكون على الشاشة DC ظل القرص فقط. ولكن عندما تكون المسافة من القرص إلى الشاشة كبيرة بدرجة كافية تتكون على الشاشة صورة انعراجية تتمثل بحلقات متناوبة معتمة ومضيئة وتظهر دائرة مضيئة في مركز الشاشة.



الشكل (٢-٣-٥) صورة لأهداب الانعراج الناتجة عن
قرص وتمثل ما يسمى بحلقات نيوتن

تظهر الحسابات أن الطاقة التي تصل النقطة O هي ذلك الجزء من السطح الموجي المحاذي مباشرة للقرص A. أما جميع التواترات أو الامواج الأخرى والتي تولدها أجزاء أخرى من سطح الموجة فإنها تفني بعضها البعض أثناء التداخل ويشاهد على الشكل (٢-٣-٥ب) أن جميع نقاط السطح الموجي المحيط بالقرص AB تقع على مسافة واحدة من النقطة O. وهذا يعني أن التواترات التي تحدثها في النقطة O تكون لها أطوال واحدة أي أنها تقوي بعضها البعض، ولهذا السبب تتكون في النقطة O بقعة بيضاء أو مضيئة.



الشكل (٢-٣-٥ج) صورة الانعراج الناتج عن شق يبعد مسافة L عن الشاشة

لنجرِ التجربة الآتية لرصد الانعراج عند شق ضيق. نضع شاشة ذات شق ضيق أمام أشعة متوازية وحيدة اللون وتوضع على مسافة من هذه الشاشة شاشة أخرى لمراقبة نموذج الانعراج كما في الشكل (٢-٣-٥ج) .

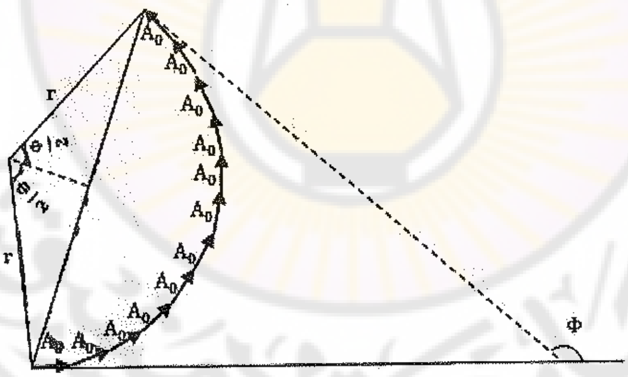
بفرض لدينا n منبع متساوية البعد عن بعضها ومتساوية بالشدة ومختلفة بالطور. عندها نجد أن مجموع شداتها :

$$R = A[\cos wt + \cos(wt + \Phi) + \cos(wt + 2\Phi) + \cdots + \cos(wt + (n-1)\Phi)]$$

حيث Φ هو فرق الطور بين كل هزازتين متجاورتين وهذا المقدار :

$$\Phi = \alpha + 2\pi d \sin\frac{\Theta}{\lambda} \qquad (2-3-25)$$

ويجب جمع هذه الحدود جميعها بطريقة هندسية. الحد الأول طوله A وطوره صفر ، أما الحد الثاني فطوله A وطوره Φ والحد الذي يليه طوله A وطوره 2Φ وهكذا حتى النهاية ليتضح أننا نسير وفق مضلع متساوي الزوايا ذي n ضلع كما في الشكل (٢-٣-٦) :



الشكل (٢-٣-٦)

تقع رؤوس هذا المضلع على سطح دائرة نصف قطرها يبين قيمة هذه السعة ولنوجد قيمته نفرض Θ هي مركز الدائرة وتكون الزاوية $O\Theta S$ تساوي الزاوية Φ زاوية الطور ، نصف القطر

r يجب أن يحقق $A = 2r\sin(\Phi/2)$ أما الزاوية الكلية $O\Theta T$ تساوي $n\Phi$ والسعة $A_r = 2r\sin(n\Phi/2)$ بدمج العلاقتين لحذف r بينهما نجد :

$$A_r = \frac{A\sin\frac{n\Phi}{2}}{\sin\frac{\Phi}{2}}$$

وتكون الشدة الحاصلة هي :

$$I = \frac{I_o\sin^2(\frac{n\Phi}{2})}{\sin^2(\frac{\Phi}{2})} \qquad (2-3-26)$$

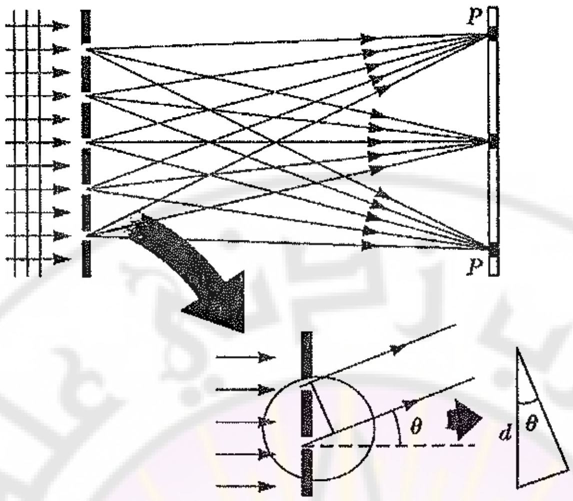
بدراسة العلاقة نجد من أجل n=1 أن $I=I_o$ ، n=2 نجد أن $A_r = 2A\cos(\Phi/2)$ وذلك بعد استخدام العلاقة المثلثية: $\sin\Phi = 2\sin(\Phi/2)\cos(\Phi/2)$ وهي حالة التداخل السابق.

إن النهايات الصغرى للأمواج تحدث عندما $\Phi = 2\pi/n$. أما النهايات العظمى فتحصل عندما $\Phi = 3\pi/n$، ومن أجل n عدد كبير (عدد المنابع) فإن الزاوية Φ ستكون صغيرة جداً ويمكن الباس الجيوب بقيمة الزاوية مقدرة بالراديان وعندها تكون الشدة السابقة هي :

$$I = I_o\,\frac{4n^2}{9\pi^2} \qquad (2-3-27)$$

النهاية العظمى هي n^2I_o ويليها $(4/9\pi^2)$ من شدة النهاية العظمى وهي تساوي 0,047 من شدة النهاية العظمى، ونحصل على نهاية مركزية شديدة الإضاءة وضيقة تحيط بها نهايات عظمى ثانوية ضعيفة الإضاءة. ولنبين طريقة استعمال المعادلة (2-3-26):

نفرض لدينا n منبع تقع على خط واحد تفصل بين كل اثنين منها مسافة d وأن فرق الطور بين كل منبعين متتالين هو α ، ولنفرض أن منحى النظر يصنع زاوية Θ مع الناظم على خط المنابع كما في الشكل (٢-٣-٧).



الشكل (٢-٣-٧) الانعراج من عدة شقوق

إن فرق الطور الكلي يعطى بالعلاقة :

$$\Phi = \alpha + 2\pi \, d \sin \frac{\Theta}{\lambda}$$

$$\Phi = \alpha + kd \sin\Theta$$

في حال كون الهزازات مترابطة في الطور أي $\alpha=0$ يكون $\Phi=kd \ \sin\Theta$ ونحصل على نهاية عظمى، أي أن هناك شدة عظمى من أجل المنحى $\Theta=0$. من أجل نهاية صغرى أو شدة صغرى فيجب تحقق الشرط التالي :

$$2\pi \, d \sin\Theta = \frac{2\pi}{n}$$

$$n \, d \sin\Theta = \lambda \qquad (2-3-28)$$

وهذا المقدار يمثل Δ فرق المسير وعندما يصبح Δ مساوياً لطول الموجة نحصل على نهاية صغرى وهذا يمثل المجموع الكلي للمتجهات في كل المناحي وهذا المجموع يساوي الصفر.

إن النهايات العظمى تحصل من أجل زوايا Φ تساوي 2π ، 4π ، 6π ، .... أي بالقيمة $2m\pi$ حيث (m عدد صحيح) وبالتبديل في العلاقة الأخيرة نجد أن شرط النهاية العظمى هو:

$$2\pi\, d \sin\frac{\Theta}{\lambda} = 2\pi m$$

$$d \sin\Theta = m\lambda \qquad (2-3-29)$$

العلاقة الأخيرة (2-3-29) تشبه العلاقة (2-3-28) $d\sin\Theta = n\lambda$ وهذا غير حقيقي لأن العلاقة (2-3-28) تصف المنابع كلاً على حدى بينما العلاقة (2-3-29) فهي تتحدث عن زاوية قدرها Θ تجعل:

$$\frac{\Delta}{n} = \delta = m\lambda$$

وهذا فيزيائياً يعني أن كل منبع يسهم بقدر معين من فرق المسير وتكون فروق الطور بين المنابع المتعاقبة تساوي لمضاعفات 360^o ويتم هذا الاسهام والمنابع جميعها متفقة بالطور فتولد نهايات عظمى مماثلة للنهاية العظمى عندما $m=0$ والنموذج للشدة الضوئية الذي نحصل عليه يماثل الحالة السابقة $\Phi=0$ مع النهايات الصغرى من الجانبين حيث يمثل m رتبة الهدب.

يشاهد في مقابل الشق شريط مضيء يكون عرضه أكبر كلما كان الشق أضيق، وتتناوب على جانبي الشريط (خلف الشريط) أشرطة معتمة ومضيئة وذات مسافات متساوية بالنسبة للمركز O. وإن أضيء الشق بضوء أبيض سنشاهد تكون صورة الانعراج أكثر انتشاراً منها في حالة لون وحيد، وحيث يكون الشق المركزي نفسه، وتتناوب الألوان الأخرى على أبعاد متساوية من الشق المركزي.

٢-٣-٢-١- شبكة الانعراج وقياس طول موجة الضوء :

Single - Slit diffraction:

يكون من الصعب في التطبيقات العملية مراقبة الانعراج الناتج عن شق واحد (فتحة واحدة) وذلك لأن كمية صغيرة جداً من الضوء تمر من خلال هذا الشق ولكي تكون الصورة الانعراجية واضحة بدرجة كافية فمن الضروري تمرير الضوء عبر عدة شقوق متوازية وهو ما يمثل شبكة الانعراج وهي أداة لتحليل الضوء تتكون من عدد كبير جداً من الشقوق التي تُصنع بتحزيز الزجاج وفق حزوز متوازية ، وبعدد كبير يصل إلى عدة آلاف من الحزوز في الملمتر الواحد وعندها تعرف المسافة بين الشقين بـ :

$$d = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}\text{cm}$$

وفي هذه الحالة وإلى جانب ظاهرة الانعراج تحدث ظاهرة التداخل ، وذلك لأن الأشعة الآتية من جميع الشقوق تكون متوافقة بالزمن. ومن الواضح أنه يمكن الحصول على أكبر تقوية لسطوع ضوء وحيد اللون على شاشة في المواضع التي تأتي إليها الأشعة في طور واحد ومن جميع الشقوق. هكذا فإن وجود عدد كبير من الشقوق المضاءة يظهر على الشاشة خطوط مضيئة ساطعة رفيعة على خلفية معتمة .

اتضح أنه كلما كان العدد الكلي للشقوق أكبر، وكلما كانت أكثر قرباً من بعضها، كانت المواضع على الشاشة التي تتراكب فيها الأشعة متساوية الطور أكثر سطوعاً ورفعاً. نلاحظ أن تقريب الشقوق يؤدي إلى تكبير المسافة بين الخطوط المضيئة على الشاشة وعلى هذا يتم بناء الشبكة الانعراجية.

نسمي العدد الكبير من الشقوق المتوازية القريبة جداً من بعضها البعض والتي تمرر أو تعكس الضوء شبكة انعراجية، وتُصنع هذه الشبكات من مادة صلبة شفافة أو من مرآة معدنية وفي كلتا الحالتين تخط بخط (شرطات) متوازية على السطح بواسطة قاطع قاسٍ وفي المواضع التي يمر فيه القاطع يتكون سطح خشن يشتت الأشعة بينما تبقى الفسحات بين الأشرطة شفافة أو ملساء (الحزوز)، وتقوم بدور الشقوق.

تسمى الشبكات المصنوعة على مرآة معدنية بشبكات عاكسة، وتُصنع في الوقت الحاضر شبكات تحتوي في الميليمتر الواحد على أكثر من شرطة أو حز ويبلغ العدد الكلي للأشرطة (الحزوز) في الشبكة حوالي مئة ألف حز. وهذه الشبكات العاكسة تدعى أيضاً بشبكات الانعراج.

٢-٣-٢-٢- ثابت الشبكة أو دورها d :

يعرف ثابت الشبكة بأنه المسافة من بداية أحد الشقوق إلى بداية الشق التالي له. وهو مميز هام في شبكات الانعراج . انظر الشكل (٢-٣-٨).

نفرض أن حزمة من الأشعة المتوازية وحيدة اللون طول موجتها λ تسقط على الشبكة وبصورة عمودية على سطحها كما في الشكل (٢-٣-٨أ).

يؤدي الانعراج إلى انتشار الموجات الضوئية في الجهة الثانية في الشبكة وفي جميع الاتجاهات ، بينما يقود التداخل إلى تقوية هذه الموجات في اتجاهات معينة فقط ، ويتكون على الشاشة سلسلة من الخطوط الرفيعة والساطعة ونوضح كيفية تحديد هذه الاتجاهات.

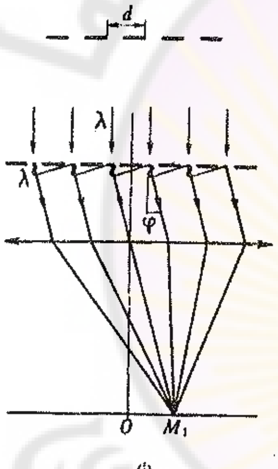
يبين الشكل (٢-٣-٨أ) مجموعة أشعة تصنع زاوية φ مع العمود على الشبكة.

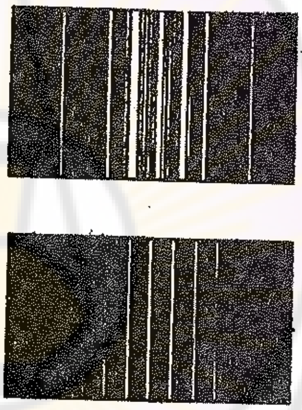
لقد تم اختيار الاتجاهات المذكورة السابقة بحيث يكون فرق المسير بين شقين متجاورين مساوٍ لطول موجة واحد ومن ثم تجمع هذه الأشعة بواسطة عدسة في نقطة M_1 على شاشة. تتكون الخطوط التالية عندما يصبح بالإمكان إدخال طولين للموجة أو ثلاثة أطوال وبنفس الشكل بالنسبة لفرق مسير الأشعة بين شقين متجاورين. أي أن الاتجاهات التي تسير بها الأشعة والتي تحدث أهداب مضيئة على الشاشة تتميز بأن فرق مسير الأشعة من شقين متجاورين يساوي عدد صحيح K من طول الموجة λ. ومن الشكل (٢-٣-٨ب) نجد أن AB ممثل صدر الموجة وأن الطول AC عمودي على AB، ونسمي فرق مسير الأشعة Kλ وبما أن الزاوية θ في المثلث ABC والوتر BC=d لذلك يمكن أن نحصل على قانون الشبكة على الشكل التالي:

$$d \sin(\theta) = K\lambda \qquad (2-3-30)$$

نعتبر العلاقة (2-3-30) صحيحة عندما تكون قيمة K=0 لأنه عند ذلك يظهر على الشاشة في مركز الشق شريطٌ مضيئٌ وكل خط من الخطوط المضيئة التالية (بعد الشق المركزي) يسمى نهاية عظمى. وهكذا نرى على الشاشة أهداباً مضيئة متناظرة بالنسبة للهدب المركزي المضيء ويعبر كل منها عن مرتبة معينة للهدب. يعطى ترتيب الأهداب المضيئة بـ : الأول مرتبة 1 والثاني 2 وهكذا......

تجريبياً، يمكن أن تلعب شبكة الانعراج دور الموشور فتقوم بتحليل الضوء الأبيض إلى ألوانه السبعة، وبواسطة الشبكة يمكن تحديد طول موجة ضوء مجهول على شبكة ثابتها d وذلك بالقياس الدقيق للزاوية φ وبتطبيق العلاقة (2-3-12) يمكن حساب قيمة طول موجة الضوء المستعمل.





الشكل (٢-٣-٨) شبكة الانعراج وصورته

٢-٣-٣- الظواهر التي تفسر بالخواص الموجية للضوء:

٢-٣-٣-١- تداخل الضوء – المنشور الثنائي لفرينل Newton's rings:

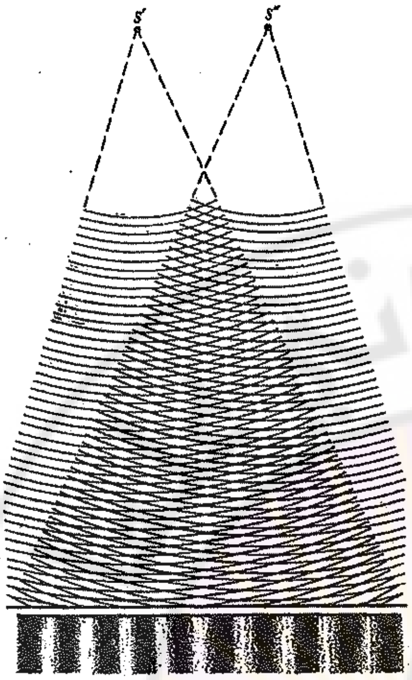
ندرس في هذه الفقرة الظواهر التي لا يمكن تفسيرها بالنظرية الدقائقية للضوء. منها تداخل (interference) وانعطاف (diffraction) واستقطاب (polarization) الضوء. وأثناء دراسة هذه الظواهر بالذات أثبت فرينل الطبيعة الموجية للضوء وبرهن على أن الإشعاع الضوئي هو موجات عرضية. بما أن الموجات المنبعثة من مصادر متوافقة بالزمن وحدها تستطيع التداخل ، لذا قام فرينل في البداية بوضع طرق الحصول على مصادر ضوء متوافقة بالزمن. أظهرت التجربة أن الاشعاع الصادر من مصدرين مختلفين للضوء لا يعطي تداخلاً حتى إذا كان هذان المصدران نسختين متطابقتين. ولا يمكن أن تكون الأشعة متوافقة بالزمن إلا إذا كانت مولدة من مصدر ضوء واحد بعينه.

للحصول على تداخل الضوء من الضروري تركيب أشعة آتية من مصدر واحد للضوء في اتجاهين مختلفين بعضها على البعض الآخر بواسطة جهاز بصري خاص. واستعمل فرينل لهذا الغرض مرايا ومناشير. وفي الشكل (٢-٣-٩) رسم لمخطط تركيب المنشور الثنائي (baptism) لفرينل للحصول على مصادر ضوء متوافقة بالزمن. يؤخذ منشوران زجاجيان متطابقان A و A1 بزاويتي رأس صغيرتين جداً، ويلصقان بسطحيهما الضيقين. فإذا وضع مصدر ضوء S في أحد جانبي المنشور الثنائي وشاشة D في الجانب الآخر، يمكن عندئذ مشاهدة ضوء على الشاشة. يفسر هذا بأن جميع الأشعة الساقطة على المنشور A تسير بعد انكسارها في المنشور A1 وكأنها صادرة عن النقطة "S. وهكذا يحدث على جميع سطح الشاشة D تركيب أشعة متوافقة بالزمن وكأنها آتية من مصدرين للضوء متوافقين بالزمن `S وَ "S. الشكل (٢-٣-١٠). تكون صورة التداخل على الشاشة D أكثر وضوحاً. انظر الشكل (٢-٣-٩) عندما يحدث مصدر الضوء S اشعاعاً بلون واحد (monochromatic)، أي اشعاعاً بتردد ذبذبات واحد ومحدد بدقة. ويمكن الحصول على مثل هذا الاشعاع بواسطة مرشحات ضوئية، وهي زجاجات خاصة تسمح بمرور ضوء بلون واحد، وبعبارة أدق، تسمح بمرور ضوء بتردد ذبذبات واحد. إذا جعل مصدر الضوء S على شكل شق ضيق مضيء في مستوي عمودي الشكل (٢-٣-٩)، تشاهد عندئذ على الشاشة D أشرطة معتمة ومضيئة

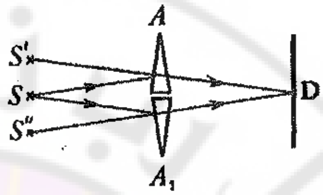
متناوبة. ويشاهد على الشاشة D بمقابل مصدر الضوء S في النقطة O شريط مضيء وذلك لأنه في هذا المكان من الشاشة تتراكب أشعة متوافقة بالزمن بأطوار متساوية (لماذا؟). وبالابتعاد عن الشريط المركزي المضيء O يزداد فرق المسيرات الموجية على الشاشة ، وعندما يبلغ هذا الفرق $\lambda/2$ يتكون على الشاشة شريطان في كلتا جهتي الشريط المركزي O. وعندما يبلغ فرق المسيرات الموجية λ يتكون على الشاشة شريط مضيء ، وإلى آخره. بهذه الطريقة تكون الصورة التداخلية على الشاشة كما في أسفل الشكل (٢-٣-١٠) عبارة عن أشرطة مضيئة ومعتمة متناوبة يمكن اعتبار المسافة بينها واحدة بصورة تقريبية.

ليس من الصعب إدراك أن المسافة بين شريطين مضيئين (أو معتمين) متجاورين، مع عدم تغيير الجهاز بأكمله ، يجب أن يعتمد على طول الموجة λ (كلما كانت λ أصغر كان تغير الفرق في مسير الأشعة بطول موجة كاملة على مسافة أصغر على سطح الشاشة ، أي كلما كانت الأشرطة التداخلية مرتبة على الشاشة بصورة أكثر تقارباً). فمثلاً عند إضاءة المنشور الثنائي بلون أحمر تكون المسافات بين الأشرطة أكبر مما هي عند الإضاءة بلون أزرق. الشكل (٢-٣-١١). والنقطة O تشير إلى الشريط الضوئي المركزي، حيث يكون فرق مسيرات الموجات مساوياً للصفر. تثبت هذه التجارب أن كل طول للموجة يناظره لون اشعاع معين، أي أن اللون يتحدد بتردد الذبذبات في الاشعاع الضوئي. وتترتب ألوان أشعة اللون الواحد حسب أطوال موجاتها كمايلي: بنفسجي ، أزرق ، سماوي ، أخضر ، أصفر ، برتقالي ، أحمر.

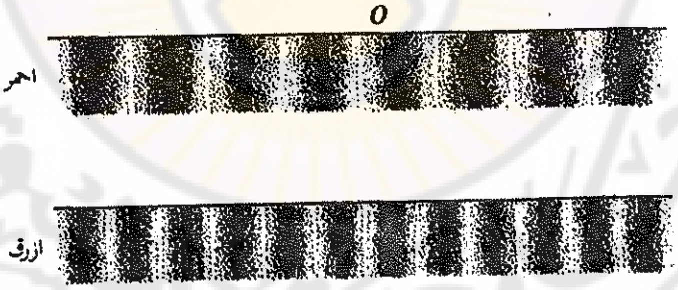
إذا أضيء المنشور الثنائي بلون أبيض يتكون عندئذ في النقطة O (انظر الشكل (٢-٣-١١)) شريط أبيض وفي جانبيه أشرطة ملونة لها جميع ألوان قوس قزح. تبرهن هذه التجربة على أن اللون الأبيض مركب، أي يتكون من خليط من أشعة جميع أطوال موجات الضوء المرئي.



الشكل (٢-٣-١٠)



الشكل (٢-٣-٩)



الشكل (٢-٣-١١)

٢-٣-٣-٢- ألوان الأغشية الرقيقة:

كل منا نفخ فقاعات الصابون التي لجدرانها ألوان جميلة جداً تتغير باستمرار مع الزمن. سبب هذه الظاهرة هو تداخل الضوء في الأغشية الشفافة الرقيقة التي لا يتجاوز سمكها بضعة ميكرومترات (ميكرونات). نوضح أولاً كيف يتكون التداخل في الصفيحة المستوية المتوازية. (الصفيحة المستوية المتوازية هي الصفيحة التي يكون سطحاها المستويان متوازيين).

نفرض أن حزمة أشعة وحيدة اللون متوازية تسقط عمودياً على سطح صفيحة مستوية متوازية رقيقة جداً سمكها d الشكل (٢-٣-١٢أ). تنعكس أشعة الضوء جزئياً عن السطح AB وتنفذ جزئياً داخل الصفيحة. وتتكرر هذه العملية عند السطح CD. وبما أن الشعاع المنعكس عن السطح CD يسلك بعد الخروج من الصفيحة نفس الطريق مع الشعاع المنعكس عن السطح AB فأنهما يتداخلان وذلك لأنهما يكونان شعاعين متوافقين بالزمن.

نلاحظ أنه في الحالة الموصوفة تكون ظروف التداخل للأشعة على جميع سطح الصفيحة واحدة. لذا فإنه إذا تراكبت الأشعة المتداخلة بأطوار متعاكسة ، تظهر عندئذ الصفيحة بأكملها معتمة ، أما إذا تراكبت هذه الأشعة بأطوار متساوية تظهر عندئذ الصفيحة بأكملها ملونة باللون المناظر لطول موجة الأشعة وحيدة اللون λ.

يعتمد تداخل الأشعة على الفرق البصري لمسيرها الذي يختلف عن الفرق الهندسي. ولندرس الحالة التي يشاهد فيها التداخل في الضوء المنعكس، أي عندما ينظر الراصد إلى الصفيحة من الأعلى الشكل (٢-٣-١٢). والفرق الهندسي في مسير الأشعة المتداخلة يساوي 2d ، وذلك لأن الشعاع المنعكس عن السطح السفلي للصفيحة يسير مسافة مساوية لضعف سمك الصفيحة، لأنه يتحرك أولاً إلى الأسفل، وبعد ذلك إلى الأعلى. لكن طول موجة الأشعة الضوئية في الهواء هو λ. بينما نتيجة لتغير سرعة انتشار الضوء في الصفيحة ، يتغير طول الموجة تغيراً متناسباً مع السرعة، أي أن :

$$\frac{c}{v} = \frac{\lambda \nu}{\lambda_1 \nu} = \frac{\lambda}{\lambda_1}$$

حيث v وَ λ_1 : على التوالي سرعة الضوء وطول الموجة في مادة الصفيحة. وبما أن $c/v = n$ ، لذا يكون $\lambda/\lambda_1 = n$ وَ $\lambda_1 = \lambda/n$.

وبما أن n أصغر من الواحد لذا يصغر طول الموجة في الصفيحة. الشكل (٢-٣-١٢أ)). وبالتالي يكون الفرق في مسير الأشعة المتداخلة مساوياً لـ $2dn$ وليس $2d$. ثم أنه في علم البصريات ، كما في الميكانيكا أيضاً عند انعكاس الأشعة عن وسط أكثر كثافة بصرياً تحدث خسارة نصف موجة، بينما لا تحدث خسارة نصف موجة عند الانعكاس عن وسط أقل كثافة بصرياً. في الحالة المدروسة تحدث خسارة نصف موجة عند الانعكاس عن السطح العلوي. وهكذا يكون الفرق البصري في المسير في حالتنا هذه مساوياً :

$$\Delta = 2dn - \frac{\lambda}{2}$$

لنتذكر أنه يمكن الحصول على أعظم تقوية عندما يدخل عدد زوجي من أنصاف الموجات في فرق المسيرات الموجبة، أي في الفرق البصري للمسير. وبهذه الطريقة يمكن التعبير عن شرط التقوية العظمى للأشعة المتداخلة للصفيحة عندما يجري الرصد في الضوء المنعكس بالعلاقة:

$$\Delta = 2dn - \frac{\lambda}{2} = 2k\frac{\lambda}{2}$$

أو :

$$2dn = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad (2-3-31)$$

حيث k: عدد صحيح (١،٢،٣،......).

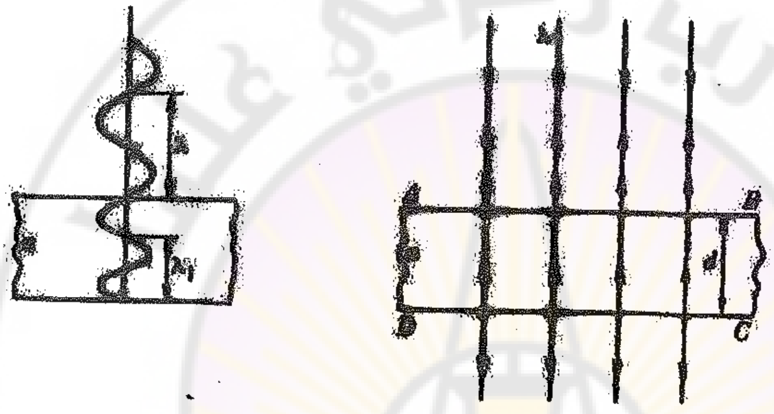
ليس من الصعب إدراك أنه يمكن التعبير عن شرط الإضعاف الأعظم للضوء بالعلاقة :

$$\Delta = 2dn - \frac{\lambda}{2}(2k-1)\frac{\lambda}{2}$$

أو :

$$2dn = 2k\frac{\lambda}{2} = k\lambda \qquad (2-3-32)$$

إذا نظرنا إلى الصفيحة في الضوء العابر، أي في الأسفل، يتبادل عندئذ هذان الشرطان بالمكان : العلاقة (2-3-32) تعبر عن شرط التقوية العظمى، والعلاقة (2-3-31) تعبر عن شرط الإضعاف الأعظم للضوء.



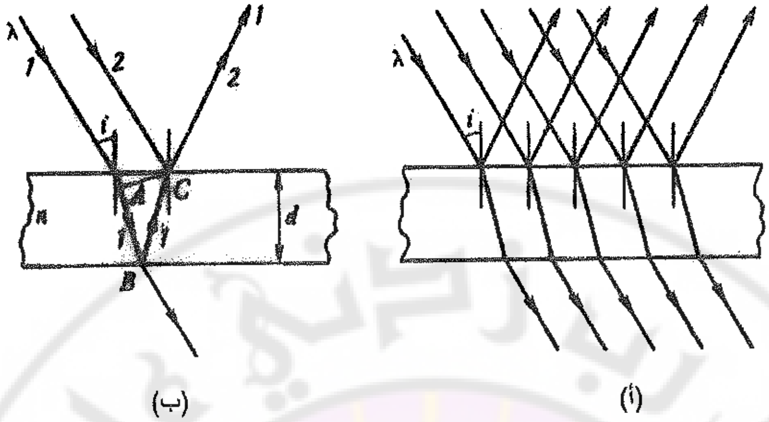
(ب) (أ)

الشكل (٢-٣-١٢)

عند سقوط أشعة وحيدة اللون على سطح صفيحة بزاوية i الشكل (٢-٣-١٣) يتغير فرق المسير بين الشعاعين المتداخلين. وبالنسبة للشعاعين 1 وَ 2 يساوي هذا الفرق :

$$(AB + BC)n - (\lambda/2)$$

الشكل (٢-٣-١٣ب). وينبغي الأخذ بعين الاعتبار هنا أن AC هو موقع جبهة الموجة في لحظة انعكاس الشعاع 2 من النقطة C. الشكل (٢-٣-١٣). يمكن اثبات أنه عند زيادة زاوية السقوط i ينقص الفرق البصري للمسير. وهذا يعني أنه عند دوران الصفيحة بالنسبة للأشعة تظهر الصفيحة بالتناوب مرة معتمة ومرة مضيئة.



الشكل (٢-٣-١٣)

إذا أُضيئت الصفيحة بلون أبيض تحدث تقوية للأشعة المتداخلة ذات الطول الواحد للموجة وإضعافاً لأطوال الموجات الأخرى. لذا تظهر الصفيحة للراصد ملونة باللون القريب للون الأشعة المقوية أكثر ما يمكن بعضها بعضاً.

من الواضح أنه عند دوران الصفيحة بالنسبة للأشعة يتغير تلوينها. نؤكد مرة أخرى أن ما تم شرحه يتعلق بالحالة عندما تسقط على الصفيحة.

٢-٣-٤- الاستقطاب Polarization:

في هذا الفصل سندرس حادثة الاستقطاب التي يعتمد تفسيرها على شعاع الحقل الكهربائي الذي يصف الضوء.

٢-٣-٤-١- استقطاب الضوء (Polarization of light):

بدايةً لنوضح فكرة الاستقطاب باستخدام موجات ميكانيكية عرضية تمر في سلك وتعبر خلال صندوق له شق ضيق كما في الشكل (٢-٣-١٤). من الواضح أن هذه الموجة لا تعبر هذا الشق إلا في الحالة التي تسير فيها الذبذبات باتجاه موازٍ للشق.

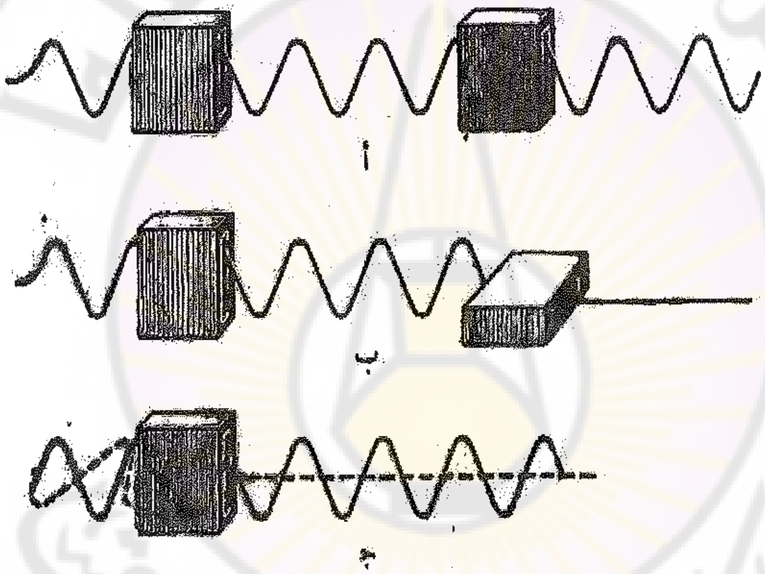
نستخدم صندوقين متعاقبين في اتجاه انتشار الموجات العرضية فإذا وضع الصندوقين بحيث يكون شقاهما متوازيان لا تعبر عندئذ الموجات العرضية إلا في حالة جريان الذبذبات بموازاة الشقين كما في الشكل (٢-٣-١٤). أما إذا تعاكس الشقان (أو الصندوقان) أي تعامدا كما في الشكل (٢-٣-١٤ب) فلا تعبر خلالهما الموجة العرضية تحت أي ظرف.

من الواضح أن كل هذا يخص الموجات العرضية فقط، لأن الموجة الطولية تعبر الصندوقين مهما كانت الزاوية بين شق الصندوق وهكذا فإنه بواسطة الصندوقين الموصوفين الواقعين احدهما خلف الآخر في طريق انتشار الموجة يمكن إخماد الموجة العرضية بتدوير أحد الصندوقين حول الشعاع المار من مركزيهما، بينما لا يمكن فعل ذلك بالموجات الطولية، وهنا يبرز السؤال التالي :

لماذا نحتاج إلى صندوقين على الرغم من أنه يمكن بتدوير صندوق واحد حول الشعاع الضوئي إيجاد وضعية يخمد فيها الصندوق الموجة العرضية عليه من دون الحاجة إلى صندوق ثانٍ؟

للجواب عن هذا السؤال نمرر سلكين خلال الصندوق وتحدث فيهما موجتين ذبذباتهما متعامدة كما في الشكل (٢-٣-١٤ج) . يخمد عندئذ الصندوق الأول موجة احد السلكين فقط، بينما تعبر خلاله موجة السلك الثانية، ولإخماد الموجة الثانية نحتاج في هذه الحالة إلى صندوق ثانٍ.

نسمي الموجة العرضية موجة مستوية الاستقطاب وذلك لأن الاضطرابات في جميع نقاطها الواقعة على شعاع واحد تقع في مستوٍ واحد يسمى مستوي الاضطراب ، أما المستوى العمودي على اتجاه الاضطرابات ومسار الشعاع الضوئي فيسمى مستوي استقطاب الموجة. ويبين الشكل (٢-٣-١٤أ،ب) موجتين مستويتين الاستقطاب ، مستوي استقطابهما عمودي على مستوي الشكل ونلاحظ أنه يمكن إخماد الموجة مستوية الاستقطاب بصندوق واحد والجهاز الذي يمكن بواسطته تحديد ما إذا كانت الموجة المارة فيه مستقطبة أم غير مستقطبة يسمى محللاً (analyser). أما الجهاز الذي يحول الموجة غير المستقطبة المارة خلاله إلى موجة مستقطبة يسمى مقطباً (polarizer) . انظر الشكل (٢-٣-١٤ج).



الشكل (٢-٣-١٤)

من أجل الأمواج الكهرطيسية فإن كلاً من الحقل الكهربائي والمغناطيسي متعامدان ومتعامدان بنفس الوقت مع منحى انتشار الموجة. يعتبر الحقل الكهربائي فقط هو الجزء المسؤول عن استقطاب الضوء، فلو اعتبرنا أن هذه الأمواج تتحرك وفق المحور x فإن الحقل الكهربائي سيكون ضمن المستوي yoz ويمكن تحليله بالتالي إلى مركبتين وفق المحور oy , oz نسمي الشعاع مستقطباً إذا بقي الحقل الكهربائي موازياً لاتجاه معين في الفضاء. كما يمكن للأمواج

العرضية أن تكون مستقطبة دائرياً أو إهليلجياً (قطعياً) وذلك عندما يكون جهة دوران شعاع الحقل الكهربائي على سطح دائرة أو قطع ناقص.

يعطى الحقل الكهربائي بشكل عام بالمعادلة:

$$E = E_o \sin(kx - wt) \qquad (2-3-33)$$

وتكون له مركبات على المحورين oz , oy هما :

$$E_y = E_oy \sin(kx - wt)$$

$$E_z = E_{oz} \sin(kx - wt + \frac{\pi}{2}) = E_z \cos(kx - wt)$$

ونميز الحالتين :

١- E_oy ، E_oz متساويتين يكون الاستقطاب دائري .

٢- $E_oy \pm E_oz$ مستقطبة قطعياً .

في حالة الاستقطاب الخطي يبقى تغيرات الحقل ضمن مستوٍ عمودي على جهة الانتشار، هذا المستوي يسمى مستوي الاستقطاب والمعين بجهة تغيرات الحقل وجهة الانتشار.

الأمواج الضوئية الصادرة عن الشمس مثلاً هي أمواج غير مستقطبة إذ إنّ تغيرات الحقل الكهربائي يمكن تحليلها لمركبتي الحقل المتعامدتين وفق y , z. وهذا يعود إلى أن منشأ الأشعة الضوئية يعود إلى ملايين الذرات التي نعتبرها منابع مستقلة وفقاً لتحليل هويغنز. ويعمل كل منها بشكل مستقل ولتحقيق ضوء مستقطب بدءاً من ضوء غير مستقطب فإنه يجب استخدام إحدى الطرائق الأربع التالية :

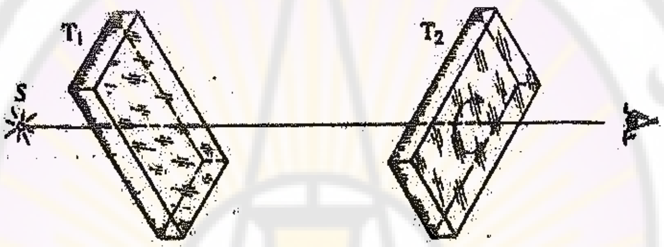
أ- الاستقطاب بالامتصاص (Polarization by absorption):

أثبتت التجربة أنه يمكن استقطاب الأشعة الضوئية باستخدام مقطبات من بلورات الترمولين وهو جزيئات هيدركربونية ذات سلسلة طويلة لها استقامة معينة عند تعريضها للشد أثناء تصنيعها. يظهر الترمولين تبايناً في خواصه كونه يمتص بشدة الضوء الذي يمثله الحقل

الكهربائي E وفق اتجاه معين بينما لا يمتص تقريباً الإشعاع في الاتجاه العمودي للحقل الكهربائي. تسمى خاصية البلورات هذه باللالونية أو ثنائية اللون (dichromism) .

هذه السلاسل تصبح ناقلة عند غمسها بمحلول اليود، وتصبح قادرة على امتصاص الضوء بتواترات معينة . فعند مرور الضوء (الحقل الكهربائي) موازياً للسلاسل يسري التيار على طول السلاسل وتمتص الطاقة بينما لا تتأثر هذه السلاسل إذا كانت متجهة الحقل عمودية عليها ويمر كامل مركبة الحقل العمودية .

تقطع من هذه البلورات صفيحتان بطريقة واحدة، وتوضعان الواحدة خلف الأخرى في طريق الشعاع الضوئي كما في الشكل (٢-٣-١٥).



الشكل (٢-٣-١٥) استقطاب الضوء عبر مروره ضمن مقطبين (مقطب ومحلل)

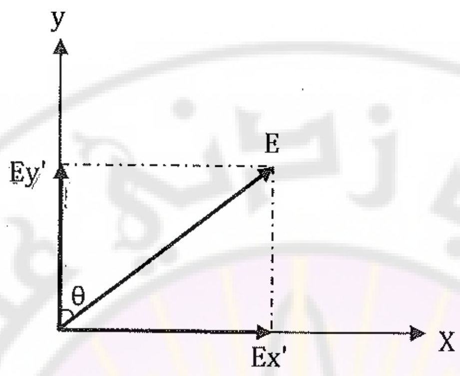
تسمى الصفيحة T_1 مقطباً والصفيحة T_2 محللاً فعند تدوير المحلل يمكن ملاحظة أن الضوء يضعف في البداية (وفي وضع التعاكس للصفيحتين) ثم يقوى من جديد.

وإذا أُبعد المقطب T_1، لا يغير عندئذ تدوير المحلل للضوء الساقط على يمين الناظر.

لنتذكر أن الموجة الكهرطيسية (الضوئية) هي عبارة عن تغيرات متجهي الحقلين الكهربائي $\overline{E}$ والمغناطيسي $\overline{B}$ وفق اتجاهين متعامدين، وقد اتفق عند وصف استقطاب الضوء على مراقبة الحقل الكهربائي $\overline{E}$ فقط .

وباختيار صفيحة من الترمولين بسمك معين تمتص فيه ذبذبات أحد الاتجاهين امتصاصاً كاملاً، وبالتالي يمكن الحصول على شعاع كامل الاستقطاب يمكن تحليل شعاع الحقل

الكهربائي E للضوء إلى مركبتين متعامدتين الأولى موازية لمحور المقطب والثانية عمودية عليه فإذا سمينا اتجاه محور المقطب الثاني (المحلل) y' :



الشكل (٢-٣-١٦) مركبتي الحقل الكهربائي في المستوي (x,y)

$$\left.\begin{aligned} Ex' &= E\sin(\varphi) \\ Ey' &= E\cos(\varphi) \end{aligned}\right\} \qquad (2-3-34)$$

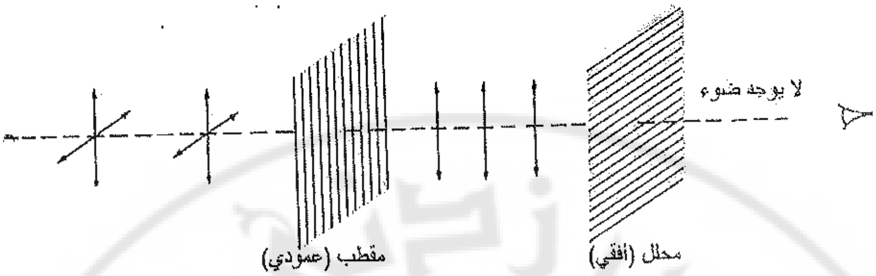
وبالتالي تمر المركبة Ey' (موازية للمحور) من المقطب الثاني (المحلل) وتمتص المركبة Ex' داخله.

إن الشدة النافذة تتناسب مع مربع السعة المارة، فإذا كانت I_1 هي الشدة بين المقطب والمحلل تكون الشدة النافذة من المقطب الثاني (المحلل) هي :

$$I = I_1\cos^2(\varphi) \qquad (2-3-35)$$

يسمى هذا القانون (العلاقة الأخيرة) بقانون مالوس نسبةً لمن اكتشفها. ونجد من هذه العلاقة أن الشدة بين المقطبين تساوي نصف الشدة الواردة على المقطب الأول.

ولو كانت الزاوية بين محور المقطب ومحور المحال $\frac{\pi}{2}$ فلن ينفذ الضوء وسيعاني امتصاصاً كاملاً.

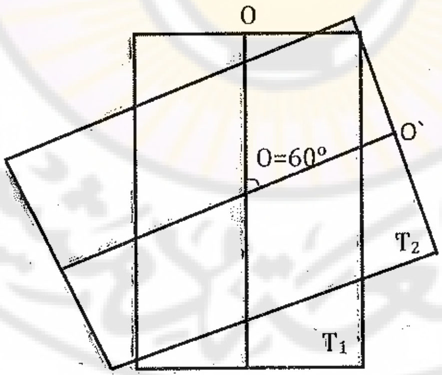


الشكل (٢-٣-١٧) طريقة عمل بلورة الترمولين كمقطب للضوء

مثال (٢-٣-٢):

ضوء غير مستقطب يعبر من خلال مقطبين (محلل ومقطب) محور الأول (المقطب) عمودياً ومحور الثاني (المحلل) يصنع مع المحور الضوئي للأول زاوية $\varphi=60^o$.

ما نوع الاستقطاب؟ وما شدة الضوء العابر من المحلل؟



الشكل (٢-٣-١٨) توضع المقطب والمحلل نسبياً بالنسبة للمحور الضوئي

الحل :

نوع الاستقطاب استقطاب مستوي يميل بزاوية $\varphi = 60°$ بالنسبة للمحور المقطب T1. انظر الشكل (٢-٣-١٨).

$$I = \frac{I_0}{2}\cos^2(60)$$

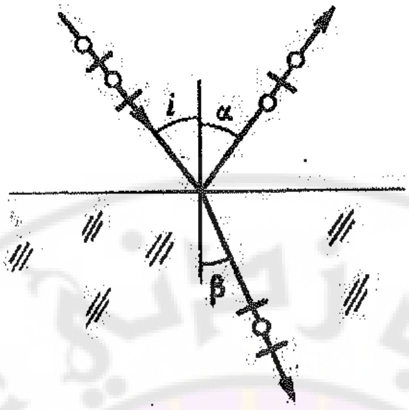
$$I = \frac{I_0}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{I_0}{8}$$

أي أن ثمن الأشعة الضوئية ينفذ من المحلل أما مستوي استقطابه فيشكل مع العمود زاوية $(60°)$.

ب- الاستقطاب بالانعكاس (polarization by refraction) :

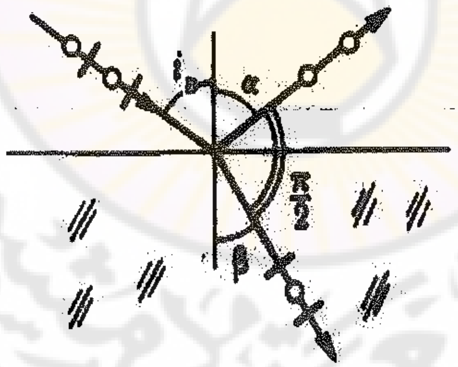
عند انعكاس الأشعة وانكسارها على الحد الفاصل بين وسطين شفافين تستقطب الأشعة المنعكسة والمنكسرة جزئياً.

يبين الشكل (٢-٣-١٩) شعاع ضوئي يرد على الحد الفاصل بين الهواء والزجاج بزاوية ورود î. نلاحظ أنه في الشعاع المنعكس يتوضع عدد أكبر من الاهتزازات الموازية للسطح الفاصل والتي رسمت على شكل دوائر بينما يتضمن الشعاع المنكسر عدداً أكبر من الذبذبات العمودية على هذا السطح والتي رسمت بشكل خطوط قصيرة.



الشكل (٢-٣-١٩) استقطاب الضوء عبر انعكاسه وانكساره على سطح فاصل بين وسطين

تعتمد درجة استقطاب هذه الأشعة على زاوية الورود $\hat{i}$ وعلى قرينة انكسار الوسطين n_1 , n_2. وقد أثبتت دراسة الظاهرة أنه في حالة المواد الشفافة لا يستقطب الشعاع المنكسر إلا جزئياً بينما للشعاع المنعكس اتجاهاً وحيداً يستقطب فيه كلياً. كما في الشكل (٢-٣-٢٠).



الشكل (٢-٣-٢٠) استقطاب الشعاع المنعكس كلياً والمنكسر جزئياً

يكون الشعاع المنعكس استقطاب كلّي عندما تكون الزاوية بين الشعاعين المنعكس والمنكسر $\frac{\pi}{2}$ أي :

$$\widehat{\alpha} + \widehat{\beta} = 90°$$

أي أن :

$$\widehat{\beta} = 90° - \widehat{\alpha}$$

لكن :

$$\hat{\imath} = \widehat{\alpha} \Rightarrow \widehat{\beta} = 90° - \hat{\imath}$$

نطبق قانون Snell في الانكسار :

$$n_1 \sin(i_B) = n_2 \sin(\beta)$$

ولكن إذا كان الورود من الهواء إلى الوسط فإن : $n_1=1$, $n_2=n$

فيكون لدينا :

$$1 \times \sin(i_B) = n \sin\left(\frac{\pi}{2} - i_B\right)$$

لكن :

$$\sin(i_B) = n\cos(i_B)$$

$$\frac{\sin(i_B)}{\cos(i_B)} = n \Rightarrow tg(i_B) = n$$

أما في حالة الورود من وسط إلى وسط آخر فستكون علاقة بروستر على الشكل التالي :

$$tg(i_B) = \frac{n_1}{n_2} = n_{1,2}$$

حيث n_1 : قرنية انكسار الورود، n_2 : قرنية انكسار الوسط الثاني.

تسمى هذه العلاقة بقانون بروستر الذي ينص على أن الاستقطاب الكلي للشعاع المنعكس يتحقق عندما يكون ظل زاوية الورود $(\widehat{i_B})$ يساوي نسبة قرنية انكسار الوسطين.

تستخدم خاصية استقطاب الأشعة عند الانعكاس في تصحيح المقطبات والمحللات.

مثال (٢-٣-٣):

ماهي زاوية ورود ضوء الشمس المنعكس عن سطح بحيرة استقطاباً مستوياً؟ وماهي زاوية الانكسار علماً بأن قرنية انكسار الماء = 1,33 ؟

$$tg(i_B) = n = 1{,}33$$

$$\widehat{i_B} = 53{,}1^\circ$$

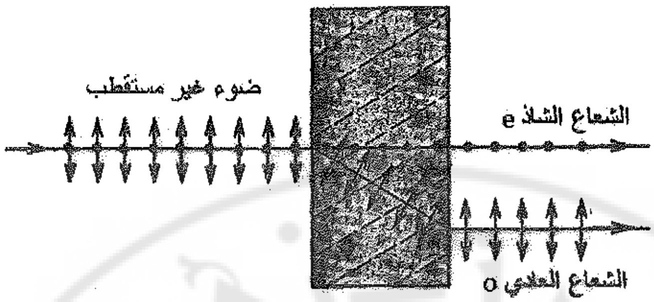
$$\hat{\beta} = 90 - 53{,}1 = 36{,}9^\circ$$

ج- الاستقطاب بالانكسار المضاعف Twist refraction polarization:

إنّ كثيراً من الأوساط الشفافة تكون سرعة الضوء فيها متساوية في جميع الاتجاهات، وتسمى مثل هذه الأوساط متماثلة المناحي، ولكن في بعض البلورات والمحاليل تكون سرعة الضوء مختلفة في اتجاهات مختلفة بسبب بنائها الذري وتسمى هذه الأوساط بالأوساط غير المتماثلة المناحي. هنا يتم الكلام على الانكسار المضاعف كظاهرة غير اعتيادية ففي الأوساط مضاعفة الانكسار مثل بلورة الكالسيت يوجد اتجاه معين يسمى المحور الضوئي للبلورة (الكلام هنا ليس على خط واحد في البلورة وإنما باتجاه معين في البلورة).

إذا عبر ضوء عادي (غير مستقطب) في البلورة على طول محورها الضوئي لايحصل أي نموذج غير اعتيادي عند ذلك. لكن إذا سقط ضوء غير مستقطب تحت زاوية معينة بالنسبة للمحور الضوئي للبلورة كما في الشكل (٢-٣-٢١) تظهر في البلورة ظاهرة غير عادية فينشأ فيها شعاعان منكسران الشعاع العادي o وزاوية انكساره ooc والشعاع الشاذ (الغريب) e.

من الشكل (٢-٣-٢١) يسقط الشعاع بصورة عمودية على سطح البلورة. أمّا المحور الضوئي فيقع في مستو الشكل.



الشكل (٢-٣-٢١) الشعاع العادي بعد مروره ببلورة الكالسيت

يسمى الشعاع الذي يعبر البلورة بصورة عادية وطبيعية بالشعاع المنكسر العادي o، أمّا الشعاع الآخر يسمى بالشعاع غير العادي أو الشاذ ورمزه e ينكسر منحرفاً بزاوية ما.

إن قانون سنل للشعاع الشاذ e يكون غير محقق بينما هو محقق بالنسبة للشعاع العادي o.

إن الشعاعين e و o مستقطبان استقطاباً مستوياً بصورة متعامدة. ففي الشكل (٢-٣-٢١) إن النقاط على الشعاع o تبين أن الاهتزاز يجري باتجاه عمودي على مستوى الشكل.

يمكن تفسير ظاهرة الانكسار المضاعف إذا أخذنا بالمسلمة التالية:

تتعلق سرعة الضوء بالوضع النسبي للاستقطاب بالنسبة المحور الضوئي للبلورة، فكما هو واضح في الشكل فإن الشعاع o مستقطباً عمودياً على المحور الضوئي للبلورة لذلك فسرعته متساوية في كل الاتجاهات، من جهة أخرى يمتلك الشعاع e مركبتي استقطاب، إحداهما عمودية على المحور الضوئي. أما الأخرى فإن سرعة الشعاع e ستكون أكبر من سرعة انتشار الشعاع o (وعند بعض البلورات تكون أقل). ونصل إلى قيمة عظمى أو صغرى وذلك عند استقطاب موازٍ للمحور الضوئي (سنفرض أن سرعة انتشار الشعاع e أكبر من سرعة الشعاع o). وبالتالي فإن قرينة انكسار الشعاع o (n_o) الشعاع العادي متماثلة في كل الاتجاهات بينما ستكون (n_e) الشعاع الشاذ مرتبطة بزاوية الورود بالنسبة للمحور الضوئي.

وعادة تعطى قيم (ne) للشعاع الشاذ الذي ينتشر عمودياً على المحور الضوئي واتجاه استقطابه موازٍ للمحور الضوئي.

ويبين الجدول (٢-٣-١) قرائن انكسار لبعض المواد الشفافة للشعاعين العادي والشاذ.

جدول (٢-٣-١) قرائن انكسار الشعاع الشاذ (e) والعادي

البلورة	n_0	n_e
الجليد	1,309	1,313
الكوارتز	1,544	1,553
الكالسيد	1,658	1.486
الدولوميت	1,681	1,500

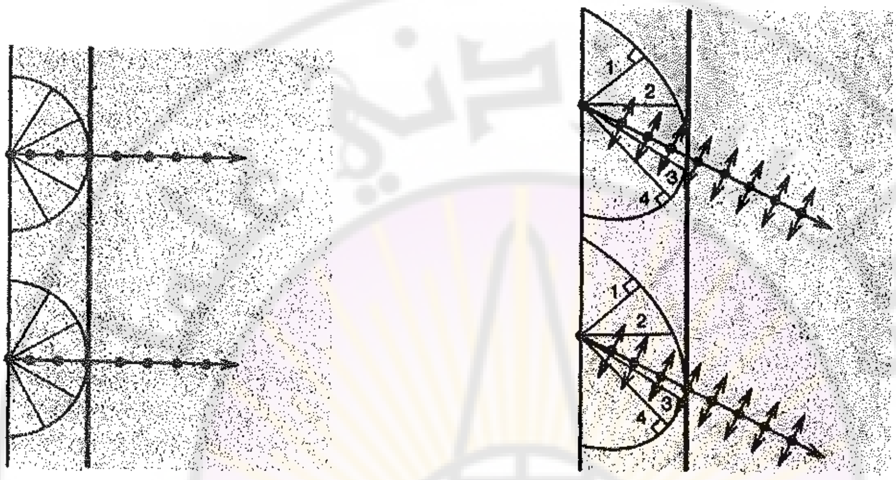
ولتفسير ظاهرة الانكسار المضاعف نستخدم مبدأ هويغنز بالإضافة إلى لافتراض التالي:

لنأخذ الشكل (٢-٣-٢٢) الذي يظهر في جزئه الأول (٢-٣-٢٢أ) مركز موجتين أوليتين لهويغنز في لحظة عبورهما إلى البلورة حيث إنّ هذه الأمواج تنتشر في نفس السرعة وبجميع الاتجاهات لذلك تبقى كروية داخل البلورة وتنتشر بصورة مستقيمة بينما في الشكل (٢-٣-٢٢ب) حالة الشعاع الشاذ e حيث إنّ جهة الموجة لهويغنز ستمتلك شكلاً إهليلجياً (مجسم قطع ناقص) وحيث إنّ سرعة انتشار هذا الشعاع يتعلق بالاتجاه. الشعاع (1) في الموجة الأولية مستقطباً عمودياً على المحور الضوئي لذلك ينتشر بنفس سرعة الشعاع **o**. أما الأشعة 2,3,4 فتنتشر بصورة أسرع من الشعاع العادي أضف إلى ذلك فإن سرعة الشعاع **4** ستكون عظمى (وهذا ما يحدث في بلورة الكالسيت)، ولكن في بعض البلورات مثل الجليد والكوارتز فإن سرعة الأشعة 2,3,4 تكون أبطأ من الشعاع **o**، ويفسر ذلك من الجدول السابق حيث نلاحظ أنه :

إذا كانت : $n_e<n_0$ ⇐ سرعة انتشار الشعاع o أكبر من سرعة انتشار الشعاع e.

وإذا كانت : $n_e>n_0$ ⇐ سرعة انتشار الشعاع e أكبر من سرعة انتشار الشعاع o.

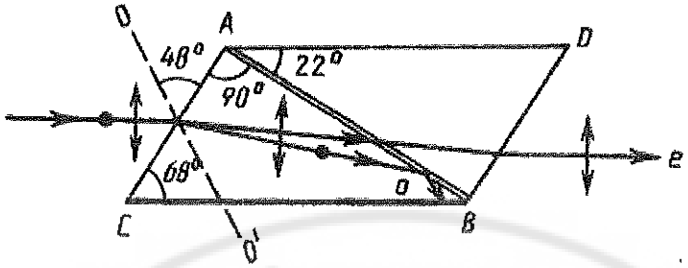
لذلك فالجبهة الموجية المائلة لهويغنز ستكون باتجاه مزاح ، ينتشر الشعاع e (وفق هذا الاتجاه المزاح).



(أ) (ب)

الشكل (٢-٣-٢٢) طريقة فصل الشعاع o عن الشعاع الغريب e وفق مبدأ هويغنز

- كيف يمكن فصل الشعاع o عن الشعاع e ؟ يمكن باستخدام موشور نيكول الذي يستخدم كمقطب والذي يظهره الشكل (٢-٣-٢٣). فتقطع البلورة بشكل ينفصل فيه الشعاع الغريب عن الشعاع العادي، وتعالج بحيث تؤمن قرينة انكسارها الانعكاس الكلي لأحد الشعاعين في حين تسمح للشعاع الآخر بالنفاذ. موشورات نيكل تؤمن استقطاباً كلّياً لكامل الطيف المرئي في حين أن بقية المقطبات تعتمد على تواترات الضوء الوارد.

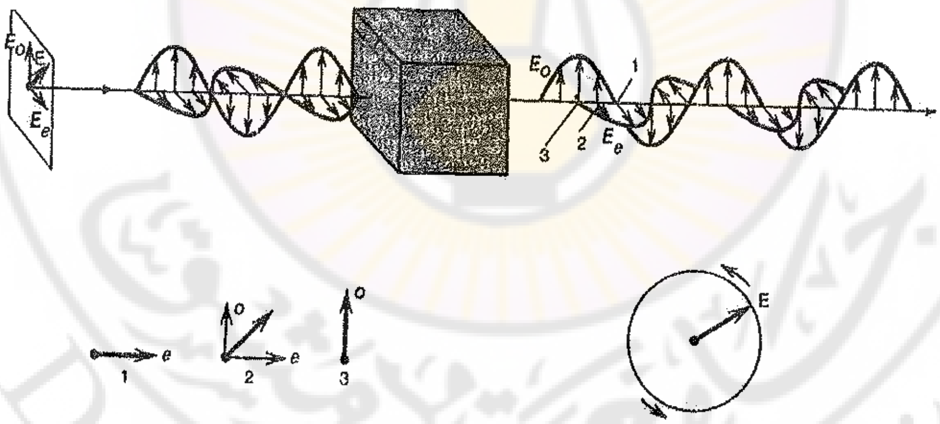


الشكل (٢-٣-٢٣) موشور نيكول

د- الاستقطاب الدائري والاهليلجي :

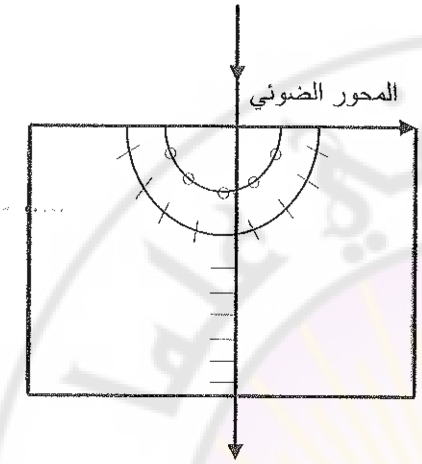
Circle and elliptic polarization :

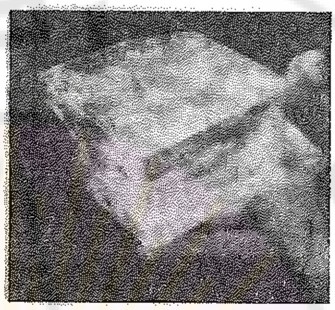
يمكن استخدام ظاهرة الانكسار المضاعف لتحقيق تدوير مستوي الاستقطاب لضوء وارد مستقطباً خطياً وتحقق ضوء مستقطب دائرياً او إهليلجياً بعد مروروه ببلورة الكالسيت التي محورها الضوئي موازٍ لوجه البلورة الشكل (٢-٣-٢٤).



الشكل (٢-٣-٢٤)

بفرض حزمة ضوئية واردة على سطح بلورة ناظمياً مع افتراض أن المحور الضوئي لهذه البلورة موازٍ لسطحها. إن امواج هويغنز داخل هذه البلورة ستتوضع على محيط دوائر مختلفة بحسب الشعاعين الغريب والعادي ، ويسير الشعاعان بفرق في الطور يتعلق فقط بثخن هذه البلورة. كما في الشكل (٢-٣-٢٥).





بلورة الكالسيت

الشكل (٢-٣-٢٥) ضوء غير مستقطب يرد على بلورة الكالسيت ويحقق تدويراً مستوي الاستقطاب

– من أجل بلورة تحقق ثخنٌ يجعل عدد أمواج الشعاع العادي أكبر من عدد موجات الشعاع الغريب بمقدار يساوي عدد فردي من نصف طول الموجة (تسمى بلورة نصف موجية) . يتحقق عندها أن فرق في الطور يساوي π . كما يمكننا الحصول على استقطاب للشعاع النافذ يساوي 90^o مع الاستقطاب الأصلي عبر ورود الشعاع بزاوية 45^o مع استقطاب كل من الشعاعين العادي والغريب.

– من أجل بلورة تحقق ثخنٌ يحدث فرق في الطور قدره $\pi/2$ بين كلا الشعاعين العادي والغريب عندها فإن مركبتي الحقل الكهربائي Ex و Ey سيكونان متعامدتين ومتساويتين وعندها يدور الحقل الكهربائي E على محيط دائرة وتحقق استقطاباً دائرياً للموجة.

مثال (٢-٣-٤):

ماهي سماكة صفيحة ربع موجية مصنوعة من الكالسيت من أجل ضوء طول موجته في الفراغ 589nm ؟

الحل :

عدد الأطوال الموجية للشعاع غير العادي e والتي تتسعها هذه السماكة t من البلورة يساوي :

$$N_e = \frac{t}{\lambda_e}$$

حيث Ne عدد الأطوال الموجية ولكن طول الموجة في البلورة λe تساوي :

$$\lambda_e = \frac{\text{طول الموجة في الهواء } \lambda}{\text{قرينة انكسار البلورة } n_e}$$

$$N_e = \frac{t}{\lambda / n_e} = \frac{t \cdot n_e}{\lambda}$$

حيث λ : طول الموجة في الهواء .

وفي حالة الشعاع العادي o فإن عدد الأطوال الموجية المتسعة في سماكة البلورة t تساوي :

$$N_0 = \frac{tn_0}{\lambda}$$

وبما أننا نريد أن يكون فرق الطور بين الأمواج العادية وغير العادية مساوياً ربع موجة أي نطرح المقدارين :

$$N_0 - Ne = \frac{1}{4}$$

نعوض :

$$\frac{tn_0}{\lambda} - \frac{tn_e}{\lambda} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{t}{\lambda}(n_0 - n_e) = \frac{1}{4} \Rightarrow t = \frac{\lambda}{4(n_0 - n_e)}$$

ومن الجدول نعوض قيمة n_0 و ne و λ في المسألة :

سماكة الصفيحة $t = \frac{589}{4(1,658 - 1,486)}$

t=856 nm

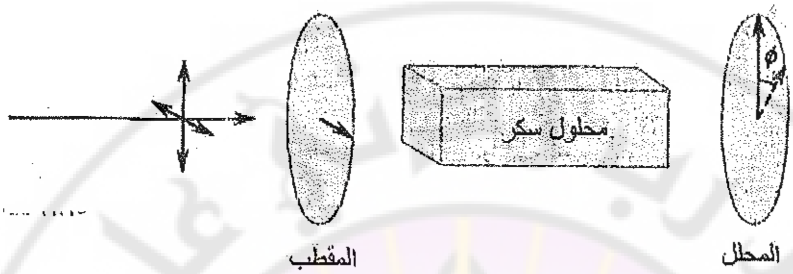
تمرين :

ما هي سماكة صفيحة نصف موجية مصنوعة من الكالسيت من أجل ضوء طول موجته في الفراغ $\lambda = 650$ nm ؟

إذا كان فرق الطور في البلورة مضاعفة الانكسار 180o (صفيحة نصف موجية) فكما يبين الشكل (٢-٣-٢٥) فإن الموجة الخارجة ستكون مستقطبة استقطاباً مستوياً. وفي الحقيقة إذا كانت سماكة الصفيحة بحيث يكون فرق الطور مساوياً الصفر أو π أو 2π أو أعداداً صحيحة من π فإن الموجة الناتجة ستكون مستقطبة استقطاباً مستوياً، أما إذا كان فرق الطور مساوياً $\pi/2$ أو $3\pi/2$ أو $5\pi/2$ ..... (أعداداً فردية من $\pi/2$) فإن الضوء سيكون مستقطباً استقطاباً دائرياً، وعند اختلافات أخرى لفرق الطور فإن الضوء سيكون مستقطباً استقطاباً إهليلجياً وهذا يعني أن متجهة الحقل (متجهة الاستقطاب) تدور كما مبين في الشكل (٢-٣-٢٥) ولكن السعة e تتغير بحيث نهاية متجهته ترسم اهتزازاً إهليلجياً .

٢-٣-٤-٢ – الفعالية الضوئيه (optical Activity):

تبين تجريبياً أنه عند عبور ضوء مستقطب استقطاباً مستوياً من خلال بلورات ومحاليل فإن مستوي الاستقطاب يدور بزاوية ما Φ مثلاً كما في الشكل (٢-٣-٢٦) :



الشكل (٢-٣-٢٦)

يمر الضوء خلال المقطب ومن ثم محلول السكر (إن المحلل لا يمتص الضوء كلياً وذلك عندما يشكل محوره مع محور المقطب زاوية $90°$ غير أنه إذا دورنا المحلل بزاوية Φ يتوقف عن تمرير الضوء. وهذا يفسر بأن المادة في المحلول تدور بمستوي استقطاب الضوء بزاوية Φ. وتسمى هذه المواد بالمواد النشطة ضوئياً أو الفعالة ضوئياً.

إن الشرط اللازم والكافي لحصول هذه الفعالية الضوئية هو أن تكون الجزيئات في المحلول متماثلة كالبروتينات. هذه الجزيئات يمكنها تدوير مستوي الاستقطاب إلى اليمين فتسمى يمينية مثل محلول السكر الغلوكوز D، أما الجزيئات التي تدور مستوي الاستقطاب نحو اليسار فتسمى اليسارية مثل الحموض الأمينية والبروتينات.

تتعلق زاوية الدوران Φ بطول مسار الضوء في المادة الفعالة ضوئياً (L) مقدراً بالمترات، وكذلك بتركيز المحلول c مقدراً بـ kg/m^3، فمن أجل المحاليل المخففة فإن هذه التابعية تكون خطية. لتعين الزاوية Φ المقدرة بالراديان تستخدم العلاقة التالية :

$$\Phi = \alpha . L . c \qquad (2-3-36)$$

أما الثابتة $\propto$ فتصف خواص المادة الفعالة ضوئياً وتسمى ثابت الدوران النوعي أو ثابت النشاط الضوئي النوعي، وتتعلق $\propto$ بدرجة الحرارة وطول موجة الضوء المستخدم.

وهكذا تستخدم الزاوية Φ في تعيين تراكيز المواد كالسكر وفي تحديد التوزع الفراغي لجزيئات ضخمة كالبروتينات.

مسائل

١) في تجربة شقي يونغ نستخدم ضوء طول موجته $\lambda=600nm$ فتتشكل على شاشة تبعد مسافة قدرها 3m ، 30 هدباً مضيئاً في السنتمتر الواحد. أوجد المسافة بين الشقين

٢) في تجربة شقي يونغ إذا أضيء الشقان بضوء طول موجته $\lambda=580nm$، وتشكلت أهداب التداخل على شاشة تبعد مسافة قدرها 2m وكان البعد بين الشقين يساوي 1mm أوجد عدد الأهداب المضيئة في السنتمتر الواحد.

٣) يسقط ضوء وحيد اللون طول موجته $\lambda=633nm$ على حاجز يحوي شقين فتتشكل أهداب التداخل على شاشة تبعد مسافة قدرها 12m ما في هذا النموذج يبعد الهدب المضيء الأول مسافة قدرها 28cm عن الهدب المركزي والمطلوب :

أ- أوجد المسافة بين الشقين.

ب- ما هو العدد الأعظمي للأهداب المضيئة التي يمكن مشاهدتها على الشاشة؟

٤) تضاء ثلاثة شقوق تبعد عن بعضها مسافة قدرها 0,2mm بضوء وحيد اللون طول موجته $\lambda=600nm$ مشكلة على شاشة تبعد مترين عن مستوي الشقوق نموذج تداخل. أوجد مواضع كلٍّ من الاهداب المضيئة والأهداب العاتمة.

٥) ذكرنا في الشرح النظري أن المعادلتين $d\sin\theta=m\lambda$ للتداخل و $a\sin\theta=m\lambda$ للانعراج مختلفتان على الرغم من تناغم الشكلين. عرف رموز المعادلتين واذكر الفرق بينهما وكيفية استخدام كل معادلة.

٦) شق ضيق عرضه 0,05mm، يرد عليه ضوء طول موجته $\lambda=580nm$، أوجد زاوية الهدب المظلم الأول. ثم تتغير هذه الزاوية إذا عرض الشق هو:- 1mm- 0,01mm- 0,1mm

٧) يرد ضوء طول موجته $\lambda=600nm$ على ثقب قطره 0,1mm أوجد الزاوية بين الهدب المضيء المركزي والنهاية الصغرى الأولى في انعراج فراونهوفر إذا كانت الشاشة تبعد عن الثقب مسافة قدرها 10m. ما هي المسافة بين الهدب المركزي ومركز النهاية الانعراجية الصغرى الأولى؟

٨) شبكة انعراج تحوي 1000 شق بالسنتمتر الواحد. ما هي الزاوية المتوقعة لمشاهدة الخطوط الزرقاء في طيف الهيدرجين والتي أطوالها هي:

$$\lambda_1=435nm \quad , \quad \lambda=415nm$$

٩) شبكة انعراج تحوي 1000 شق بالسنتمتر الواحد. يشاهد خطان أزرقان من طيف الهيدروجين عند الزاويتين ($\Theta_1=9,80\times10^{-2}$, $\Theta_2=1,30\times10^{-1}$) وذلك عند المرتبة الأولى. أوجد طولي الموجتين الموافقتين.

١٠) نستخدم شبكة انعراج تحوي 2000 شق بالسنتمتر الواحد أوجد الفرق بين الخطين المقابلين للطولين الموجيين $\lambda_2=590nm$ و $\lambda_1=588nm$ في المرتبة $m=1$.

١١) عين طول الموجة الأعظمي الممكن مشاهدته في شبكة انعراج تحوي 3000 شق في السنتمتر الواحد في المرتبة الرابعة.

١٢) بلورة الكالسيت لها قرنية انكسار n_1 للشعاع العادي و n_2 للشعاع الغريب وذلك للضوء الأصفر ذي الطول الموجي $\lambda=500nm$. ما هو أصغر ثخن لصفيحة ربع موجية؟ وما هو ثخن الصفيحة نصف موجية؟

الفصل الرابع

قياس الضوء

Photometry

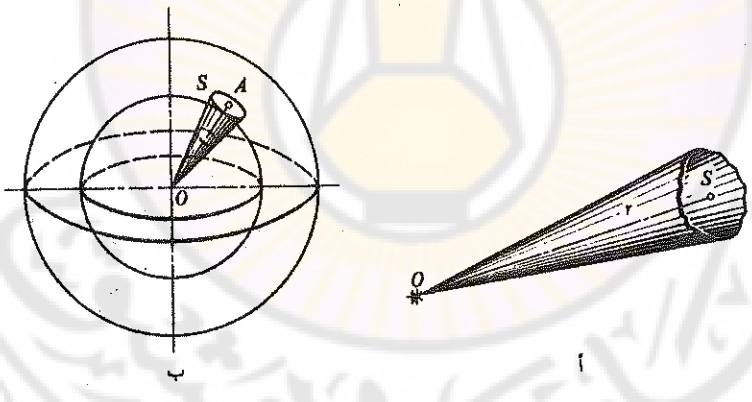
٢-٤-١- تدفق طاقة الإشعاع - الزاوية المجسمة :

Radiation energy flow-solid angle:

ينقل الإشعاع الكهرطيسي وبشكل مماثل لبقية الأمواج أثناء انتشاره في وسط ما الطاقة من نقطة إلى أخرى. فإذا تخيلنا سطحاً منفرداً على مسافة معينة من مصدر الموجات الكهرطيسية بحيث تمر خلاله هذه الموجات، تسمى الطاقة المنقولة لهذه الموجات خلال هذا السطح في وحدة الزمن تدفقاً إشعاعياً ويقاس بالواط.

عندما تكون المسافة من مصدر الإشعاع الكهرطيسي إلى سطح معين كبيرة بالمقارنة بحجم المصدر الضوئي يمكن عندئذ تسميته مصدراً نقطياً وغالباً ما يعتبر إشعاع المصدر النقطي مستقلاً عن الاتجاه أي أنه يتم بانتظام في جميع الاتجاهات.

يعتمد تدفق الإشعاع الساقط على سطح ما على ثلاث معاملات، هي: مساحة هذا السطح، موقعه في الفضاء ، وبعده عن مصدر الإشعاع. يدرس في أغلب الحالات تدفق إشعاع منتشر في جزء محدد من الفضاء. كما في الشكل (٢-٤-١).



الشكل (٢-٤-١)

مثال (٢-٤-١):

بفرض O مصدر إشعاع ضوئي بحيث أن أبعاده الخطية صغيرة بالمقارنة مع r ، انظر الشكل (٢-٤-١) يصدر هذا المنبع إشعاعاً على سطح مساحة S عمودية على اتجاه انتشار الإشعاع. يسقط ضمن المساحة S فقط الإشعاع المحدد بالسطح المخروطي المخطط في الشكل (٢-٤-١) والذي يقع رأسه في النقطة O.

ويسمى جزء الفضاء المحدد بسطح مخروطي زاوية مجسمة (solid angle) وتسمى النقطة O في الشكل (٢-٤-١أ) رأس الزاوية المجسمة ، وعندما يقع رأس الزاوية المجسمة في مركز كرة تسمى عندئذ هذه الزاوية زاوية مركزية.

إذا رسمت حول النقطة O سطوح كروية بأنصاف أقطار مختلفة $r_1, r_2, r_3, \dots \dots r_n$ فاعتماداً على علم الهندسة تكون نسبة المساحة المقطوعة بزاوية معينة من سطح الكرة S إلى مربع نصف القطر r^2 واحدة لجميع السطوح :

$$\frac{S_1}{r_1^2} = \frac{S_2}{r_2^2} = \frac{S_3}{r_3^2} = \dots \dots = \frac{S_n}{r_n^2} = \text{ثابت} = d$$

هذه النسبة تمثل مقياساً للزاوية المجسمة :

$$\Omega = \frac{S}{r^2}$$

حيث : S و r^2 تقاس بـ m^2. أما وحدة الزاوية المجسمة Ω فهي 1sr(steradian)، حيث sr: هو الزاوية المجسمة المركزية التي تقتطع من سطح كرة مساحة مساوية لمربع نصف قطر هذه الكرة ، وبما أن مساحة سطح الكرة يعبر عنه:

$$S_{SP} = 4\pi r^2$$

لذا يدخل مربع نصف قطر الكرة 4π مرة في كل سطح الكرة، وهذا يعني أن الزاوية المجسمة الكلية Ω_f التي يشغلها الفضاء كله تحتوي على $\Omega_f = 4\pi sr$. وعندما نحتاج إلى تقييم الإشعاع المنتشر من مصدره في اتجاه معين OA ندرس عندئذ تدفق إشعاعي في زاوية صغيرة

جداً Ω تقطع من سطح الكرة مساحة S مركزها النقطة A الشكل (٢-٤-١ب) وبتقسيم كل سطح الكرة إلى مساحات متساوية S ($S_1,S_2,.....$) وقياس التدفقات الواردة على كل منها يمكن معرفة في أي من الاتجاهات يكون تدفق الإشعاع أكبر وفي أي منها سيكون أصغر .

- التدفق الضوئي Light flux:

يتولد الإحساس الضوئي عند الإنسان بسبب إشعاع كهرومغناطيسي طول موجته يقع في المجال nm(400-760) علماً أن كل طول موجة في هذا المجال يقابله إحساس لوني معين.

دلت التجارب أن التدفقات الإشعاعية والمقابلة لأطوال موجية مختلفة تحدث تهيجاً مختلفاً لنهايات العصب الحسي في شبكية العين ، لذا فهي تحدث إحساسات ضوئية لا تختلف في اللون فحسب وإنما في الشدة أيضاً.

تبدي أعيننا أعلى درجة للإحساس تجاه الإشعاع ذي طول الموجة 555nm (اللون الأخضر) أما التدفقات الإشعاعية المتشابهة والتي لها طول موجة أكبر أو أصغر من 555nm تحدث إحساساً ضوئياً أضعف من ذلك ، ولتقييم هذا الفرق بصورة كمية نجري التجربة التالية:

لنأخذ مصادر للإشعاع الضوئي وحيد اللون قابل للتغير اللوني ويملك استطاعة واحدة تساوي (1w)، ونبدأ بمقارنتها بالترتيب وتحت نفس الشروط مع مصدر إشعاع ذي طول موجة 555nm ويمكن تغيير قدرته (استطاعته).

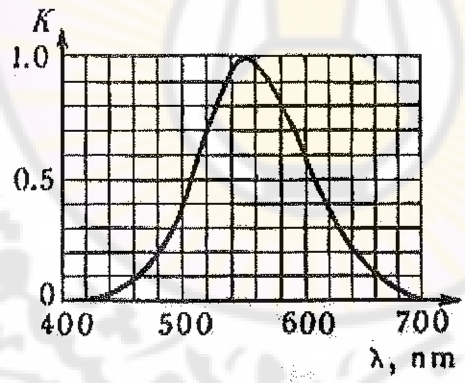
يمكننا عندئذ ولكل مصدر وحيد اللون اختيار استطاعة مصدر معياري طول موجته λ=555nm بحيث تكون الإحساسات اللونية التي تحدثها هذه المصادر ذات شدة واحدة. وبالمقارنة بين المصادر يمكن على سبيل المثال إضاءة مناطق متجاورة من نص واحد مع السعي لبلوغ درجة واحدة من الوضوح.

نسمي نسبة استطاعة المصدر المعياري ذي طول الموجة 555nm التي نجدها من التجارب إلى استطاعة مصدر وحيد اللون المقارن به (الذي نقارنه به) بـ معامل الرؤية النسبية. ولقد اتضح أن التدفق الإشعاعي للأشعة البرتقالية ذات طول الموجة λ=610nm والتي استطاعتها 1W تحدث إحساساً ضوئياً شدته مماثلة للأشعة الخضراء ذات طول الموجة

555nm والتي استطاعتها 0.5W وهذا يعني أن لطول الموجة 610nm معامل الرؤية النسبية K=0,5. ويبين الشكل (٢-٤-٢) العلاقة التي يتم الحصول عليها بواسطة هذه التجارب بين معامل الرؤية النسبية k وطول موجة الإشعاع في الفراغ λnm والواضح أن قيمته $k = 1$ من أجل $\lambda = 555$ nm.

يسمى هذا الخط البياني منحني الرؤية النسبية أو منحني الحساسية الطيفية للعين، ونلاحظ أن منحني الحساسية الطبيعية للعين يتحرك في الليل قليلاً إلى جهة الأطوال الموجية القصيرة أي نحو اليسار وينتج مما ذكر أعلاه أنه من غير الملائم التعبير عن التدفق الإشعاعي الذي يولد إحساساً ضوئياً بالواط لذا يستخدم التدفق الضوئي Φ لتقييم الإشعاع على العين.

التدفق الضوئي: هو الجزء من تدفق الإشعاع الذي يولد إحساساً بالرؤية في العين البشرية ويسمى فرع علم البصريات الذي يهتم بقياس التدفق الضوئي ودراسة مميزات مصادر الضوء وإضاءة الأجسام بعلم قياس الضوء (الفوتومتري). نسمي الإشعاع الكهرطيسي الذي يولد الإحساس الضوئي بـ إشعاع ضوئي والتدفق الضوئي فيه هو التعبير الكمي عن الإشعاع الضوئي.



الشكل (٢-٤-٢) منحي الرؤية النسبية (منحني الحساسية الطيفية للعين)

٢-٤-٢- شدة الضوء- وحدة شدة الضوء والتدفق الضوئي Light intensity:

يتولد التدفق الضوئي Φ من أحدى مصادر الضوء. وتشع المصادر الضوئية تدفقاً ضوئياً في الاتجاهات المختلفة بصورة غير منتظمة ، والمقدار الذي يميز اعتماد التدفق الضوئي الذي يشعه مصدر ضوئي على اتجاه الإشعاع يسمى بشدة الضوء J ، وتقاس شدة ضوء مصدر صغير الحجم بالتدفق الضوئي الذي يشعه هذا المصدر إلى وحدة الزاوية المجسمة Ω في اتجاه معين أي أن:

$$J = \frac{\Phi}{\Omega} \qquad (3-4-2)$$

حيث : Φ : التدفق الضوئي ، Ω: الزاوية المجسمة.

وعند تحديد شدة الضوء في اتجاه ما لمصدر ضوئي يقاس التدفق الضوئي فيه ضمن زاوية صغيرة Ω ومن ثم تحسب قيمة J من العلاقة السابقة، أما إذا كان اعتماد شدة ضوء المصدر على الاتجاه ضعيفاً تكون عندئذ العلاقة السابقة صحيحة للزوايا الكبيرة Ω أيضاً. وسنعتبر شدة ضوء المصدر النقطي واحدة في كل الاتجاهات.

- وحدة شدة الضوء في النظام الدولي SI:

تعطى شدة الضوء في النظام الدولي بـ الشمعة **candela** وهي سادس الوحدات الدولية، والشمعة (cd) هي 1/60 من شدة الضوء الذي يولده $1cm^2$ من سطح البلاتين المستوي في درجة حرارة تصلبه والبالغة 2046 K وفي الاتجاه العمودي على هذا السطح (وبدقة أكثر في $1cm^2$ من سطح جسم أسود تماماً في درجة حرارة تصلب البلاتين).

تستخدم أحياناً الشدة الكروية المتوسطة للضوء J_m وذلك من أجل مصادر الضوء التي تعتمد شدتها على الاتجاه ، وتعطى J_m بالعلاقة التالية:

$$J_m = \frac{\Phi_f}{4\pi} \qquad (2-4-3)$$

حيث : Φ_f : التدفق الضوئي الكلي للمصباح.

$$\Phi = J\Omega$$

$$\Phi = 1\text{cd} \times 1\text{Sr} = 1\ \text{lm} = 1\text{lumen}$$

ويؤخذ اللومن (lumen) في الجملة الدولية كواحدة للتدفق الضوئي.

واللومن (lumen) هو التدفق الضوئي الذي يشعه المصدر النقطي لضوء شدته 1cd إلى داخل زاوية مجسمة قيمتها 1Sr ولما كانت الزاوية المجسمة الكلية هي 4πsr ، لذا يمكن التعبير عن التدفق الكلي الذي يشعه المصدر النقطي بالعلاقة :

$$\Phi_f = 4\pi J \qquad (2-4-4)$$

وقد دلت التجارب أن واحد لومن من تدفق ضوئي وحيد اللون طول موجته 555nm ، يقابل تدفقاً أشعاعياً مقداره 0,00161w واطاً.

أي أن الـ 1w من هذا الاشعاع يقابل 621lm.

وفي التطبيق على المصابيح الكهربائية ، يسمى عدد لومينات التدفق الضوئي Φ الذي يقابل واطاً واحداً لمصباح ذي استطاعة (p). يعطى مردوداً ضوئياً قدره :

$$k = \frac{\Phi}{p} \qquad (2-4-5)$$

مثال (٢-٤-٢):

إن مصباح التوهج ذي الاستطاعة 100w له شدة ضوء كروية متوسطة حوالي 100cd والتدفق الضوئي الكامل لهذا المصباح يعطى بالعلاقة (2-4-3):

$$\Phi_f = 4\pi J$$

$$\Phi_f = 4 \times 3{,}14 \times 100\text{cd} = 1256\ \text{lm}$$

أما المردود الضوئي:

$$k = \frac{\Phi}{p} = \frac{1256\ \text{lm}}{100\ \text{w}} = 12{,}6\ \text{lm/w}$$

٢-٤-٣- مقدار الاضاءة (الاستضاءة) Illumination :

تكون الأجسام المحيطة بنا غير مرئية في الليل المظلم في حين تكون الأجسام القريبة من عود ثقاب مشتعل مرئية، وبصورة واضحة. ويفسر هذا وفقاً للتدفق الضوئي الناتج عن مصدر الضوء فينعكس قسم من هذا التدفق الضوئي الوارد على الأجسام الأخرى ومن ثم ينعكس إلى عين الناظر (الرؤية) وكلما كان التدفق الضوئي الوارد على الأجسام أكبر يكون التدفق المنعكس عن الأجسام أكبر والرؤية أوضح.

إن E والذي يميز اختلاف رؤية الأجسام المنفصلة والناتج عن التدفق الضوئي الوارد يسمى مقدار الإضاءة (شدة الإضاءة) أو الاستضاءة. وعندما يكون توزع الضوء الوارد (التدفق الضوئي) على السطح منتظماً عندها نعرف مقدار الإضاءة والذي يعبر عنه بالتدفق الضوئي على وحدة المساحة (S) لهذا السطح وفقاً للعلاقة التالية:

$$E = \frac{\Phi}{S} \qquad (2-4-6)$$

إذا كان مقدار إضاءة أجزاء السطح المضاء مختلفاً يجب عندئذ اختيار مساحة صغيرة (S) بدرجة يمكن اعتبار أن توزع الضوء في حدود هذه المساحة توزعاً منتظماً. وعند استخدام العلاقة (6-4-2) في حالة التوزع غير المنتظم للتدفق الضوئي Φ على المساحة S نحصل عندئذ على المقدار المتوسط للإضاءة (الاستضاءة الوسطى).

نستخدم وحدة مقدار الإضاءة في الجملة الدولية SI: (Luxes).

$$E = \frac{\Phi}{S} = \frac{1\ \text{lum}}{1\ \text{m}^2} = 1\ \text{lux}$$

اللوكس lux هو مقدار إضاءة سطح يرد عليه وبانتظام وعلى كل $1\ \text{m}^2$ منه تدفق ضوئي مقداره 1 lum.

أمثلة:

تحدث أشعة الشمس في منتصف النهار عند خطوط العرض الوسطى مقدار إضاءة هو حوالي 100000 lux بينما يقدم البدر الكامل إضاءة هي حوالي 0,2 lux. أما مصباح التوهج (اللمبة) ذات الاستطاعة 100w المعلقة على ارتفاع 1m فوق منضدة فيقدم إضاءة 100 lux على سطح المنضدة.

٢-٤-٤- السطوع Brightness:

عند قراءة كتاب نرى بوضوح الحروف على الخلفية البيضاء للورقة على الرغم من أنه يمكن اعتبار أن الإضاءة واحدة في كل مكان. تفسر هذه الظاهرة بأن الورقة البيضاء والحروف تعكس التدفق الضوئي الوارد عليها بقيم مختلفة. بما أن التدفق الضوئي يرد من الورقة لذا يمكن اعتبار الورقة مصدراً للضوء.

لا ينتشر في الورقة ضوء خاص بها بل هو ضوء منعكس عنها، لذا نسمي الورقة مصدر ثانوي للضوء. وبصورة عامة يعتمد مقدار التدفق الضوئي المنتشر من مصدر أولي أو ثانوي للضوء على اتجاه الانتشار. نعتبر وبتقريب مقبول ومشابه أن المصادر الأولية أو الأساسية تشابه المصادر الثانوية كتابع لشدة الضوء الناتج عنها. يظهر لنا السطح الأبيض للورقة أكثر سطوعاً من الحروف وبدرجة كبيرة لذا تكون شدة الضوء في واحدة المساحة الناتجة عن الورقة أكبر من شدة الضوء في واحدة المساحة الناتجة عن الحروف. وهكذا فإن المناطق المختلفة للسطوح (المصادر المختلفة للضوء الأولية والثانوية) المنظورة باتجاه معين يمكن أن تكون مختلفة بسطوعها اختلافاً كبيراً.

فمثلاً تظهر بعض دورات الحلزون الموصولة في دارة سخان كهربائي مضيئة أكثر من بقية الدورات الحلزونية الأخرى. وإن المقدار B الذي يميز الرؤى المختلفة للمناطق المختلفة من السطح في اتجاه معين والتي يسببها التدفق الضوئي المنتشر عن هذا السطح يدعى **سطوعاً**.

في حالة الانتشار المنتظم للتدفق الضوئي من جميع مناطق السطح في اتجاه ما مختار، يعين السطوع بشدة الضوء في وحدة مساحة هذا السطح، فإذا حددت شدة الضوء في الاتجاه العمودي على هذا السطح عندها يحدد سطوع هذا السطح بـ :

$$B = \frac{J}{S} \qquad (2-4-7)$$

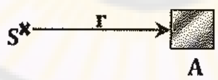
وتعطى وحدة السطوع في الجملة الدولية : (cd/m^2).

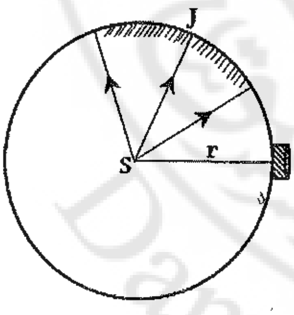
$$B = \frac{1\ cd}{1\ m^2} = 1\ cd/m^2$$

وهذا المقدار (cd/m^2) يمثل سطوع سطح مستوٍ منتظم الإضاءة ينتج من كل متر مربع فيه في الاتجاه العمودي عليه شدة مقدارها $(1\ cd)$. ويحدد أصغر سطوع يمكن للعين أن تتأثر به حوالي $(10^{-6}\ cd/m^2)$. بينما يسبب السطوع الذي يتجاوز $(10^5\ cd/m^2)$ شعوراً مؤلماً في العين، ويمكن أن يسبب أضراراً للرؤية. يشكل سطوع الشمس $1,5\times10^9 cd/m^2$، وسطوع سطح القمر $2,5\times10^3 cd/m^2$، أما سطوع سلك مصباح التوهج فهو يتراوح بين $(1,5-2)\times10^6 cd/m^2$.

٢-٤-٥- شدة الإضاءة:

تعتمد شدة الإضاءة التي يحدثها مصدر نقطي للضوء على شدة الضوء J وعلى المساحة الفاصلة r بين المصدر S والسطح A الذي يرد عليه الضوء.





الشكل (٢-٤-٣)

نرسم كرة نصف قطرها r حول المصدر النقطي ذو الشدة الضوئية J عندئذ فإن مقدار الإضاءة للجهة الداخلية لسطح الكرة واحدة في جميع نقاطها الداخلية، ونعبر عن مسير الأشعة وفق أنصاف الأقطار اصطلاحاً أي بصورة عامودية على سطح الكرة، وبالتالي تكون زاوية ورود الأشعة الضوئية على هذا السطح مساوية للصفر لأنها مطابقة للناظم على السطح.

فإذا رمزنا لمقدار إضاءة السطح الداخلي للكرة في هذه الشروط بـ E_o، ومساحة السطح الداخلي للكرة S_{SP} والتدفق الكلي Φ_f يكون :

$$E_o = \frac{\Phi_f}{S_{SP}}$$

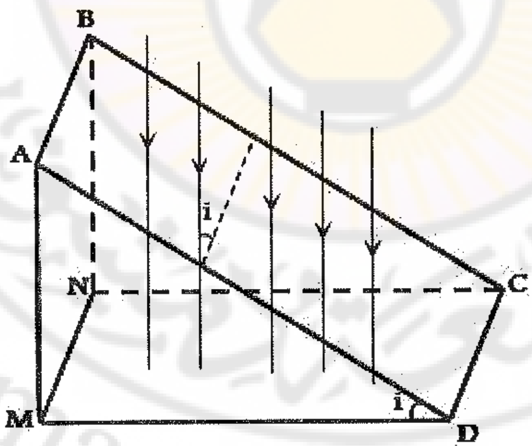
لكن : $\Phi_f = 4\pi J$ وَ $S_{SP} = 4\pi r^2$ وبالتالي يكون:

$$E_o = \frac{4\pi J}{4\pi r^2} = \frac{J}{r^2} \qquad (2-4-8)$$

تعبر هذه العلاقة رياضياً عن القانون الأول لمقدار الإضاءة عند الورود العمودي للأشعة. يكون مقدار الإضاءة الذي يحدثُه منبع نقطي للضوء يتناسب طرداً مع شدة الضوء وعكساً مع مربع المسافة من المصدر إلى السطح المضاء.

أما السؤال الآخر الذي يمكن طرحه هو: كيف يكون اعتماد مقدار الإضاءة على زاوية ورود الأشعة ؟

بفرض على السطح المستوي ABCD كما بالشكل (٢-٤-٤) ترد أشعة ضوئية متوازية بزاوية ورود $\hat{i}$، فيحدد مقدار الإضاءة على هذا السطح بالعلاقة:



الشكل (٢-٤-٤)

$$E = \frac{\Phi}{S} = \frac{\Phi}{AB \times AD}$$

حيث إنّ: التدفق الضوئي على السطح ABCD.

إذا أُبعد السطح ABCD يرد عندئذ التدفق الضوئي على السطح MNCD. ليكن هذا السطح موضوعاً بحيث تكون زاوية ورود الأشعة معدومة (عمودياً). وتكون عندئذ الزاوية بين السطحين ABCD وَ MNCD مساوية لـ $\hat{\text{I}}$.

لنرمز لمقدار الإضاءة على السطح MNCD بـ E_o فيكون:

$$E_o = \frac{\Phi}{MN \times MD}$$

لنجد النسبة بين مقداري الإضاءة E وَ E_o في الحالتين فنجد:

$$\frac{E}{E_o} = \frac{\Phi}{AB \times AD} \Big/ \frac{\Phi}{MN \times MD} = \frac{MN \times MD}{AB \times AD}$$

لكن $AB = MN$:

$$\frac{E}{E_o} = \frac{MD}{AD} = \cos i$$

$$E = E_o . \cos i \qquad (2-4-9)$$

وهذه العلاقة هي التعبير الرياضي عن القانون الثاني لمقدار الإضاءة، فمقدار الإضاءة الذي تحدثه أشعة متوازية يتناسب طرداً مع cos زاوية ورود الأشعة على هذا السطح حسب العلاقة (2-4-9). بمعنى آخر أنه كلما ازدادت زاوية السقوط ينقص مقدار إضاءة السطح.

ويُفسر هذا القانون سبب تناوب فصول السنة على الأرض حيث تتغير زاوية ورود الأشعة الشمسية على سطحها (تتغير الإضاءة).

مثلاً: تكون أصغر زاوية لسقوط الأشعة الشمسية على سطح الأرض في نصف الكرة الشمالي صيفاً في نهاية شهر حزيران محدثة إضاءة شديدة، وأكبر زاوية في الشتاء في نهاية شهر كانون الأول ومحققة إضاءة أقل.

في حالة المصدر النقطي للضوء يمكن استبدال E_0 في العلاقة $(2-4-9)$ بقيمتها في العلاقة $(2-4-8)$ فنحصل على الصيغة العامة التي تستخدم لحساب مقدار الإضاءة:

$$E = \frac{J}{r^2} \times \cos i \qquad (2-4-10)$$

تُمكّن هذه الصيغة حساب مقدار إضاءة المناطق المختلفة من السطح بحسب وضعها النسبي بالنسبة للناظم على السطح. وفي حالة عامة بافتراض وجود عدة مصادر للضوء عندها فإن مقدار الإضاءة التي تحدثه هذه المجموعة من المصادر الضوئية في نقطة ما من السطح المقابل لهذه المنابع يساوي مجموع مقادير الإضاءة التي يحدثها كل مصدر على حدة:

$$E = E_1 + E_2 + \cdots\cdots$$

مسائل

١) يوفر الضوء المنبعث من مصباح إسقاط استضاءة قدرها $12000 lm/m^2$ على جدار عمودي على الحزمة الضوئية ويبعد $5m$ عن المصدر. كم يجب أن تكون شدة مصدر ضوئي متجانس كي يعطي نفس الاستضاءة على مسافة $5m$؟

٢) ما هي الشدة الضوئية لمصباح تنغستين قدرته $200w$ ومردوده $18 lm/w$؟

٣) يوضع منبع ضوئي صغير عند مركز سطح كروي نصف قطره $1m$. كم تبلغ الاستضاءة عند السطح علماً بأن للمنبع إضاءة متجانسة شدتها $10cd$؟

٤) يوضع منبع ضوئي متجانس شدته الضوئية $200cd$. أ- ماهو فيض الإضاءة الصادر عن المنبع؟ ب- كم هي كمية التدفق الضوئي الذي يصدم مساحة قدرها $2cm^2$ من سطح طاولة تقع مباشرة تحت المنبع على مسافة قدرها $80cm$؟ ج- ما هي الاستضاءة عند هذه النقطة من الطاولة؟

٥) يوضع منبع ضوئي متجانس شدة إضاءته $800cd$ عند مركز سطح كروي نصف قطره $4m$. ما هو مقدار التدفق الضوئي الذي يعبر مساحة من السطح قدرها $0,3m^2$؟ ما هي قيمة E للسطح المذكور؟

٦) احسب الاستضاءة عند حافة طاولة دائرية نصف قطرها $1m$، والناجمة عن منبع شدته $200cd$ يتدلى على ارتفاع $3m$ فوق مركز الطاولة.

٧) يسجل مقياس الضوء القيمة $10^5 lm/m^2$ باعتبارها الاستضاءة الواردة من الشمس. ما هي شدة الإضاءة الشمسية علماً بأن المسافة بين الأرض والشمس هي $1,5 \times 10^{11} m$؟

٨) يرتفع مصباح إنارة شارع بمقدار $6m$ عن الرصيف. يبدد المصباح $100w$ وكفاية إضاءته $50 lm/w$. بفرض أن المنبع متجانس، أوجد شدة الإضاءة عند موقعين:

أ- على الرصيف مباشرة تحت المصباح.

ب- عند نقطة من الرصيف تبعد $8m$ عن قاعدة المصباح.

٩) بكم يجب أن يخفض مصباح قدرته $60w$ كي تتضاعف الاستضاءة على جسم يتوضع تحت المصباح مباشرة على مسافة قدرها $60cm$؟

١٠)يبعد مصباحان $150cm$ عن بعضهما، شدة إضاءة الأول $5cd$ وشدة إضاءة الثاني $20cd$. عند أية نقطة بين المصباحين يوفر كل منهما نفس الاستضاءة؟

١١)يعطي مصباح فلوري طويل ومستقيم استضاءة قدرها E_1 عند مسافة نصف قطرية تساوي r_1. أوجد E_2 عند r_2. بفرض أن طول المصباح أكبر بكثير من البعدين r_1 وَ r_2 وبما يمكن من إهمال التدفق المار من نهايتي المصباح.

الباب الثالث

الفصل الأول : الحرارة (الجزء الأول) .

الفصل الثاني : الحرارة (الجزء الثاني) .

الفصل الثالث : القانون الأول في الترموديناميك .

الفصل الرابع : القانون الثاني في الترموديناميك .

الفصل الأول

الحرارة

Temperature

(الجزء الأول)

٣-١-١- درجة الحرارة – التمدد الحراري وقانون الغاز المثالي :

Temperature, thermal expansion and the law ideal gas:

في هذا الفصل وما سيليه سندرس العلاقة بين درجة الحرارة وكمية الحرارة وكذلك أسس الترموديناميك والنظرية الحركية وفي كثير من الحالات سندرس بعض الجمل والتي هي عبارة عن مادة أو مجموعة مواد وكل شيء لا ينتمي لها يعتبر وسطاً خارجياً لها، وكل ما حول هذه الأجسام أو الجملة تسمى بالوسط المحيط.

ومن أجل دراسة حالة ما على سبيل المثال غاز في وعاء يمكن استخدام وجهة نظر ميكروسكوبية أو ماكروسكوبية وتستخدم وجهة النظر الميكروسكوبية عند دراسة حركات الذرات والجزيئات والتي تعتمد على النظرية الحركية (الميكانيك الاحصائي)، وهو موضوع الفصل الثاني.

أما الدراسة الماكروسكوبية فتعطي قيماً للكميات التي نقيسها بحواسنا مثال: قيمة الحجم وقيمة الكتلة، وقيمة درجة الحرارة. وإن دراسة العمليات التي تصفها الكميات الماكروسكوبية تعتمد على علم الترموديناميك.

إن عدد المتحولات الماكروسكوبية اللازمة لتعيين حالة الجملة في أي لحظة زمنية تتعلق بنوع الجملة، وعلى سبيل المثال : من أجل وصف حالة غاز نقي في الوعاء يتطلب ثلاث متحولات وهي الحجم والضغط ودرجة الحرارة وتسمى المتحولات التي يجب استخدامها لوصف حالة الجملة بمتحولات الحالة.

وفي هذا الفصل سنركز أيضاً على درجة الحرارة غير أنه سنناقش النظرية التي تعتبر أن المادة هي عبارة عن ذرات تتحرك بصورة عشوائية وتسمى هذه النظرية بالنظرية الحركية أو التحريكية وتعود هذه التصورات إلى اليونانيين القدامى وحسب الفيلسوف اليوناني ديمقراط إذا قسمنا قضيباً من الحديد إلى أجزاء سنصل إلى جزء غير قابل للتجزئة نسميه الذرة (Atom).

وفيما بعد جاءت النظريات الكيميائية حول الاتحادات الكيميائية والتي مرت في المراحل السابقة. وفي الوقت الحالي لا يتم الكلام عن الأوزان النسبية وإنما عن الكتل النسبية للذرات والجزيئات

والتي نسميها الكتل الذرية والكتل الجزيئية وهذه الكتل مأخوذة على اعتبار أن كتلة ذرة نظير الكربون C^{12} تأخذ القيمة 12,0000 u (وحدة الكتل الذرية) (Atomic mass unit) عند هذا الاعتبار تكون كتلة ذرة الهيدروجين مساوية إلى (1,0078u) وعلى هذا الأساس تقاس كتل الذرات والجزيئات:

$$1u = 1,66054 \times 10^{-27} kg$$

٣-١-٢- موازين الحرارة والسلالم الحرارية:

Thermometers and Temperature scales:

إن الحرارة مرتبطة بالسخونة والبرودة وعندما نتكلم عن السخونة نقول يتملك هذا الجسم حرارة عالية وذاك حرارة منخفضة كما يمكن أن نقول بإنّ قطعة الجليد لها حرارة منخفضة ولا يمكننا إعطاء أرقام محددة لدرجة الحرارة.

تتغير كثيراً خواص الأجسام بتغير درجة حرارتها، فعلى سبيل المثال إن أكثر المواد تتمدد عند تسخينها وسيكون قضيب الحديد الساخن أطول منه عندما يكون باردًا، وعند تغير درجة حرارة طريق من البيتون فإنه أما أن يتقلص أو أن يتمدد ولهذا نترك شقوق في هذا الطريق حيث يوضع فيها مواد مرنة، كذلك يمكن القول إن مقاومة النواقل تتغير بتغير درجة الحرارة وكذلك يتغير لون الأجسام عند حرارات عالية فعلى سبيل المثال إنّ عناصر التسخين في السخان الكهربائي تعطي لوناً أحمر أثناء عمل السخان وكذلك الحديد عند درجة حرارة عالية يعطي ضوءاً برتقالياً أو ضوءاً أبيضاً وذلك حسب درجة التسخين وكذلك فإن الضوء الصادر عن السلك الحلزوني في المصباح الكهربائي (اللمبة) يعطي ضوءاً أبيضاً.

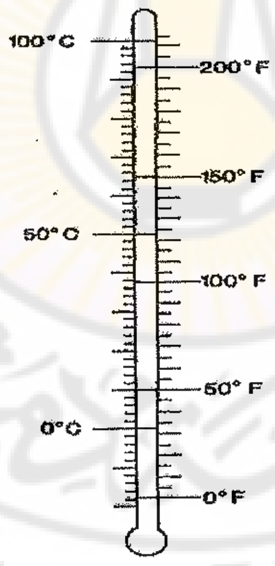
تسمى الأجهزة المخصصة لقياس درجة الحرارة موازين الحرارة أو الترمومترات وهناك مجموعة كبيرة من الترمومترات التي يعتمد مبدؤها على تغير خواص المواد بتغير درجة الحرارة.

إن أكثر موازين الحرارة انتشاراً يعتمد مبدؤها على تمدد المواد بزيادة درجة حرارتها وتقلصها بنقصان درجة الحرارة، وإن أول ترمومتر صنعه العالم غاليلو يعتمد على تمدد الغازات.

وفي الوقت الحالي إن أغلبية موازين الحرارة عبارة عن أسطوانة زجاجية مليئة بالزئبق أو الكحول مضافاً إليه مادة ملونة وعند زيادة درجة الحرارة فإن السائل يتمدد أكثر من الأسطوانة الزجاجية لذلك ترتفع سوية السائل في الأسطوانة، ومع أن المعادن تتمدد أيضاً عند تسخينها فإن تغير طول الأجسام المعدنية عادة قليل جداً، ولا تستخدم المعادن لقياس درجة حرارة التربة وحرارة محركات السيارة غير أنه يمكن تصنيع ميزان حرارة بسيط بوصل معدنين مختلفين واللذين يتمددان بصورة مختلفة بزيادة درجة الحرارة.

تستخدم في الوقت الحالي التدريجات السيلوسية وتسمى بالسلم المئوي، أما في الولايات المتحدة فيستخدم بصورة واسعة السلم الفهرنهايتي أما في الفيزياء فيستخدم سلم كالفن والذي سندرسه فيمابعد.

إن إحدى طرائق تدريج السلالم الحرارية تعتمد على تعيين نقطتين اختياريتين إحداهما نقطة تجمد الماء والثانية نقطة غليانه في الضغط الجوي النظامي ، فعلى السلم المئوي تعتبر درجة التجمد 0^oC ونقطة الغليان 100^oC أما على السلم الفهرنهايتي فإن درجة التجمد 32^oF أما درجة الغليان 212^oF انظر الشكل (٣-١-١).



الشكل (٣-١-١) مقارنة بين الدرجات المئوية والفهرنهايتية

ومن أجل تدريج هذين السلمين يوضع الميزان في الماء ذي درجة الحرارة 0^oC، وتوضع علامة على الأسطوانة الزجاجية، ومن ثم في درجة حرارة غليان الماء 100^oC وتوضع علامة أيضاً وتقسم المسافة بين العلامتين من ($0^oC \rightarrow 100^oC$) بتدريجات متساوية، وبنفس الطريقة يتم تدريج السلم الفهرنهايتي من ($32^oF \leftarrow 212^oF$) أي 180 تدريجة متساوية ويدرج السلم إلى ما تحت الصفر أو تحت 32 بنفس التدريجات وكذلك فوق 100 أو فوق 212، أيضاً بتدريجات متساوية.

لا تعمل موازين الحرارة الزئبقية عند درجتي الحرارة (-39^oC) و (357^oC) فالأولى هي درجة تجمد الزئبق والثانية هي درجة استبخاره.

يرتبط كلٌّ من السلم المئوي والفهرنهايتي ببعضهما بحيث إن كل درجة الحرارة على السلم المئوي يقابلها درجة حرارة على السلم الفهرنهايتي كما في الشكل (٣-١-١)، فالدرجة 0^oC يقابلها 32^oF وكذلك 100^oC يقابلها 212^oF على هذه الصورة فإن:

$$1^oF = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \left({}^{5}/_{9}\right)^oC$$

مثال (٣-١-١):

إذا كانت درجة حرارة جسم الإنسان الطبيعية تساوي $98{,}6^\circ F$ ماذا تساوي هذه الدرجة على السلم المئوي؟

الحل:

$$98.6 - 32 = 66{,}6^\circ F$$

$$66.6 \times {}^{5}/_{9} = 37{,}0^\circ C$$

وهي درجة حرارة جسم الإنسان لأن درجة التجمد في السلم المئوي 0^oC. ويمكن كتابة علاقات التحويل بين السلم المئوي والفهرينهايتي وبالعكس على الشكل التالي :

$$T_F = \left({}^{9}/_{5}\, T_C + 32\right)$$

$$T_C = {}^{5}/_{9}\,(T_F - 32°)$$

حيث : T_F درجة الحرارة الفهرنهيتية ، T_C درجة الحرارة المئوية.

٣-١-٣- الترمومتر الغازي ذي الحجم الثابت:

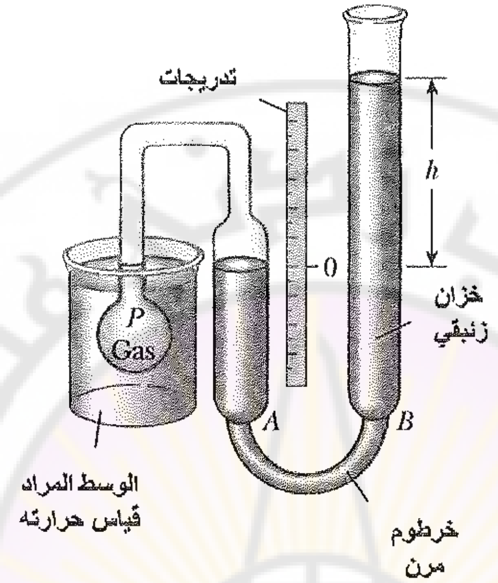
The constant – volume gas thermometer:

إن مختلف المواد تتمدد في مجال حراري واسع وبصورة مختلفة وبالتالي إذا عايرنا تيرمومترات مختلفة بنفس الطريقة السابقة فإن قياساتها لا تتطابق بدقة، ولكن هذه التيرمومترات يمكن أن تتطابق فقط عند درجة ($0°C$ و $100°C$) ولكن عند قياسات بينية فإن هذه الموازين لا تعطي نتائج دقيقة (لا تتطابق مع بعضها) حيث إننا درجنا الترمومترات بصورة طوعية من $0°C$ حتى $100°C$ وعند هذا يمكن للترمومتر الزئبقي أن يعطي قياس $52°C$ في حين يعطي ترمومتراً آخر لنفس القياس $52.6°C$. ونتيجة لهذا الاختلاف في القياس ولنفس المقدار من الضروري اختيار ترمومتر معياري وذلك من أجل القياس الدقيق لهذه الحرارات البينية والترمومترات المعيارية المخصصة لهذه الغاية تسمى بالترمومترات الغازية ذات الحجم الثابت.

يوضح الشكل (٣-١-٢) الترمومتر الغازي ذي الحجم الثابت والذي يتألف من دورق مملوء بغاز مخلخل وموصول بأنبوب دقيق مطاطي إلى مقياس ضغط زئبقي وبرفع وخفض أسطوانة المانومتر الموجود على اليمين يمكن تثبيت حجم الغاز بحيث أن الزئبق في الأسطوانة اليسرى يتطابق مع العلامة المعتبرة.

وإن زيادة درجة الحرارة يقابلها زيادة في الضغط داخل الدورق ومن أجل إبقاء حجم الغاز في الدورق ثابتاً نرفع المانومتر إلى الأعلى وعند هذا الارتفاع لعمود الزئبق في الأسطوانة اليمنى يعطي قيمة درجة الحرارة (حيث الضغط يتناسب طرداً مع درجة الحرارة عند حجم ثابت) وبمعايرة هذا الترمومتر سنحصل على مقياس حرارة لسلم معياري مخصص لقياس درجات الحرارة وتنحصر الأفضلية الأساسية لهذا الترمومتر أنه عند كثافات وضغوط منخفضة كل الغازات تسلك نفس السلوك (سلوك الغاز الكامل)، وعندما يسعى ضغط الغاز إلى الصفر فإن الترمومتر الغازي ذي الحجم الثابت يقيس نفس درجة الحرارة.

على هذه الصورة فإنّ الترمومتر الغازي ذي الحجم الثابت يعطي قياسات متماثلة وبغض النظر عن الغاز المستخدم، ولذلك تم اختياره من أجل معايرة وترقيم السلالم الحرارية.



الشكل (٣-١-٢) الترمومتر الغازي ذي الحجم الثابت

٣-١-٤- التوازن الحراري والقانون الصفري في الترموديناميك :

The thermal equilibrium and the zeros law of thermodynamics:

على الرغم من كوننا نستخدم مفهوم درجة الحرارة في حياتنا اليومية فإنه ليس واضحاً مدى دقة تعيين درجة الحرارة في الفيزياء ولهذا سندرس هذه المسألة بالتفصيل٠

نقول عن جملة إنّها تقع في حالة توازن حراري إذا كانت المتحولات التي تصف حالة الجملة متماثلة لكل الجمل ولا تتغير مع الزمن وفي الحقيقة إذا لم تقع الجملة في لحظة زمنية معينة في حالة توازن حراري عند ذلك لايمكن إعطاء هذه الجملة درجة حرارة و ضغط معين٠

وعلى سبيل المثال لوسخنّا ماء في وعاء على سخّان كهربائي فإن درجة حرارته في نقاط مختلفة ستكون مختلفة، ولا يمكننا تعيين درجة حرارة الماء كلياً حتى يتوقف تسخين الماء وتتوقف الزيادة في درجة حرارة الماء (يصبح الماء في الإناء في حالة توازن حراري).

لنأخذ مثالاً آخر : أنبوبة طويلة مملوءة بالهواء ومغلقة من إحدى طرفيها ومزودة بمكبس متحرك من الجهة الأخرى فإذا كبس المكبس بسرعة إلى مسافة قصيرة عند ذلك فالضغط أمام الأسطوانة مباشرة سيكون أكبر منه في أماكن أخرى للأنبوبة، ومن ثم هذا الضغط ينتشر في الأنبوبة على شكل أمواج انضغاطية، وبما أنّ مثل هذه الموجة تتحرك ذهاباً وإياباً فإنها في النهاية تتخامد، ويصبح الضغط متساوياً في كل الأنبوبة، وعند ذلك يصبح الهواء في الأنبوبة في حالة توازن حراري.

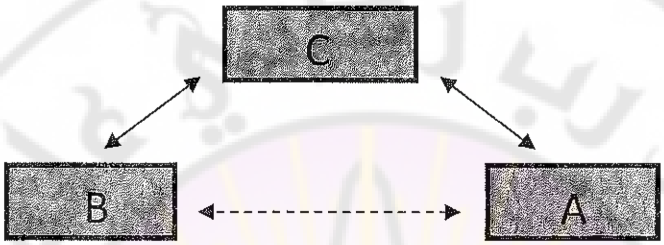
لندرس الآن جملتين مختلفتين تمتلكان درجات حرارة وضغوط مختلفة ، فإذا كانت الجملتان منفصلتان ولا يوجد تأثير متبادل فيما بينهما أي لا تتأثر الواحدة بالأخرى عند ذلك فإن اختلاف الضغط ودرجة الحرارة فيما بينهما يبقى ثابتاً ومحافظاً على قيمته. ولكن إذا وضعنا بين الجملتين اتصالاً حرارياً بحيث يصبح بينهما تأثير متبادل عند ذلك يقال إنّ الجملتين تقعان في تواصل حراري فعلى سبيل المثال : قطعتان معدنيتان لهما الحرارتان $300°C$ و$50°C$ تؤثر إحداهما على الأخرى إذا كانتا في حالة تواصل حراري وعندها فإنّ درجة الحرارة الأكبر تَقِلُ ودرجة الحرارة الأصغر تزداد حتى يصبح لهما نفس الدرجة من الحرارة، وعند ذلك يصبح الجسمان في حالة توازن حراري.

لنفرض أن لدينا جملتان لا يوجد بينهما اتصال حراري وإذا وصلنا فيما بينهما اتصالاً حرارياً ولم نجد أي تغير في متحولات الحالة لكلتا الجملتين فإنّ مثل هاتين الجملتين يقال عنهما إنّهما في حالة توازن حراري مسبقاً. على هذه الصورة وحتى عند عدم وجود اتصال بين الجملتين يمكن للجملتين أن تقعا في حالة توازن حراري. ويمكن التحقق من ذلك إذا أقمنا اتصالاً حرارياً فيما بينهما ولم تتغير حالتهما ومن أجل تعيين كون الجملتين A وB تقعان في حالة توازن حراري أم لا من الضروري استخدام جملة ثالثة أخرى والتي يمكن تشبيهها بالترمومتر.

لنفرض أن الجملتين A وC تقعان في حالة توازن حراري وأنّ الجملتين B وC تقعان في حالة توازن حراري، فهل هذا يعني أن الجملتين A وB ستقعان من كلّ بد في حالة توازن حراري؟

دلت كل النتائج التجريبية على أنه في الحالة الحرارية سيتحقق ذلك فيكون جواب السؤال : أنّ الجملة A ستتوازن مع B.

فإذا وقعت جملتان منفصلتان في حالة توازن حراري مع جملة ثالثة فإنّ الجملتين ستكونان في حالة توازن حراري بينهما.



الشكل (٢-١-٣) يمثل قانون الصفر في الترموديناميك

تسمى هذه المسلمة بالقانون الصفري في الترموديناميك.

وهذا القانون أخذ الرقم صفر لأنه لم يعرف إلا بعد اكتشاف القانون الأول والثاني في الترموديناميك. ولهذا فضّل العلماء وضع هذه المسلمة قبل القانون الأول والثاني فالقيمة التي سماها العلماء درجة الحرارة هي خاصة الجملة التي تبين فيما إذا كانت هذه الجملة في حالة توازن حراري مع جملة أخرى أم لا.

فإذا وقعت الجملتان في حالة توازن حراري فإن حرارتهما ستكون متماثلة.

إن الدور الهام الذي يلعبه القانون الصفري هو أنه يمكننا من تعيين درجة الحرارة بسهولة ، لو فرضنا أن قانون الصفر في الترموديناميك غير محقق هذا يعني إذا كانت الجملتان A و C في حالة توازن حراري كذلك الجملتان B و C في حالة توازن حراري أيضاً فإن A و B ليستا في حالة توازن حراري وهذا يقتضي أن :

$$TC = TB \quad , \quad TA = TC \quad \text{وسيكون} \quad TA \neq TB$$

وعندئذ لن يكون هناك معنى لدرجة الحرارة وحتى الآن لا يوجد أي تجربة تناقض ولا تحقق القانون الصفري في الترموديناميك، ويمكن تلخيص القانون الصفري في الترموديناميك (قانون التوازن الحراري):

إذا وقع جسمان A و B بصورة منفصلة في حالة توازن حراري مع جسم ثالث C فإنّ الجسمين A و B سيكونان في حالة توازن حراري فيما بينهما، وذلك إذا حققنا اتصالاً حرارياً بينهما.

٣-١-٥- التمدد الحراري Thermal expansion:

تتمدد أكثرية المواد عند تسخينها وتتقلص عند تبريدها غير أنَّ كل مادة لها درجة معينة من التمدد أوالتقلص تختلف عن مادة أخرى .

دلت التجارب أن تغير الطول ΔL عند أكثرية الأجسام الصلبة وبتقريب جيد يتناسب طرداً مع تغير درجة الحرارة ΔT حيث $\Delta L \sim \Delta T$ أضف إلى ذلك فإن تغير الطول يتناسب أيضاً مع الطول الأولي (البدائي) للجسم المدروس L_0 .

هذا يعني أنه عند زيادة درجة حرارة من القضيبين حديد لهما طولان مختلفان 2m و4m فإن القضيب الأطول سيزداد طوله بمقدار الضعف، ويمكن كتابة قانون تغير الطول على الشكل التالي :

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T \qquad (3-1-1)$$

حيث α: معامل التناسب ويسمى معامل التمدد الطولي للمادة المدروسة، ويقاس بواحدة $(C^{\circ})^{-1}$.

يبين الجدول (٣-١-١) قيم معاملات التمدد الطولي α والحجمي β لعدد من المواد عند درجة حرارة $20°C$ مضروب بالمعامل (10^{-6}) وواحدتها $(C^{\circ})^{-1}$.

الجدول (٣-١-١) معامل التمدد الطولي α والحجميβ لمواد مختلفة عند الدرجة (20°C) مضروباً بـ 10^{-6} وواحداتها $(C°)^{-1}$

المادة	معامل التمدد الطولي α	معامل التمدد الحجميβ
	الأجســـــام الصلبـــة	
ألمنيوم	25	75
نحاس أصفر	19	56
حديد وفولاذ	12	35
رصاص	29	87
زجاج البيوكس	3	9
زجاج عادي	9	27
الكوارتز	0,4	1
البيتون	≈ 12	≈ 36
	الســـــــوائل	
البنزين		950
زئبق		180
الكحول الايتلي		1100
الغليسرين		500
الماء		210
	الغـــــازات	
الهواء وأكثرية الغازات عند الضغط الجوي النظامي		3400

يختلف معامل التمدد الطولي α في بعض المواد البلورية في اتجاهات مختلفة من البلورة.

ونلاحظ أن معامل التمدد الطولي α يتغير قليلاً بتغير درجة الحرارة ولهذا فإن موازين الحرارة لا تعطي نتائج متساوية عند تصنيعها من مواد مختلفة غير أنه إذا كان مجال تغير درجة الحرارة ليس كبيراً جداً فإن هذا التغير يمكن إهماله .

مثال (٣-١-٢) :

إذا أردنا إلباس ساق من الحديد أسطواني الشكل بحلقة حديدية أيضاً وبصورة متراصة فإذا كان قطر القضيب عند درجة الحرارة $20°C$ يساوي $6,453\ cm$. أما القطر الداخلي للحلقة فهو $6,420\ cm$. ما هي درجة الحرارة التي يجب إعطاؤها للحلقة حتى نتمكن من إدخال القضيب فيها؟

الحل:

يجب زيادة القطر الداخلي للحلقة من $6,420cm$ حتى $6,453cm$، وبما أن قطر الحلقة سيزداد خطياً بزيادة درجة الحرارة وباستخدام العلاقة:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T \quad \Rightarrow$$

$$\Delta T = \frac{\Delta L}{\alpha L_0}$$

$$\Delta T = \frac{6,453-6,420}{21\times10^{-6}\times6,420} = 430°C$$

وهذا يعني أنه يجب تسخين الحلقة إلى درجة الحرارة $450°C$.

إنّ تغير حجم المواد بتغير درجة الحرارة يعين بعلاقة مشابهة للعلاقة (1-1-3) كما يلي:

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T \qquad (2-1-2)$$

حيث ΔT: تغير درجة الحرارة، V_0: الحجم الأولي (البدائي) للجسم المدروس، ΔV: تغير الحجم، β: معامل التمدد الحجمي ويقاس بـ $(C^0)^{-1}$ نعطي بعض قيمها في الجدول (٣-١-١).

نلاحظ أنه في الأجسام الصلبة يكون معامل التمدد الحجمي $\beta \approx 3\alpha$، وهذه العلاقة تصبح غير محققة إذا كان الجسم الصلب غير متماثل المناحي.

كما نلاحظ أنه في حالة السوائل والغازات لا معنى لمعامل التمدد الطولي.

تتحقق العلاقتان (3-1-1) و(3-1-2) بدقة فقط عندما ΔL وΔV صغيرة بالنسبة لـ L_0 وَ V_0، وتخص هذه الخاصية السوائل والغازات حيث إنّ قيم β للسوائل والغازات كبيرة جداً أضف إلى ذلك ان قيمة β تتغير بصورة كبيرة بتغير درجة الحرارة لذلك في حالة الغازات يجب استخدام علاقة أكثر دقة سنعود إليها لاحقاً.

مثال (٣-١-٣) :

نملأ خزان سيارة سعته $70L$ عند درجة الحرارة 20^oC، وقد وضعت السيارة تحت الشمس فسخن الخزان إلى درجة 50^oC، احسب كمية البنزين التي ستتسرب من الخزان.

الحل :

$$\beta = 950 \times 10^{-6}\,(C^o)^{-1}$$

$$\Delta T = 30^oC$$

$$V_0 = 70\ L$$

$$\Delta V = ?$$

من العلاقة رقم (3-1-2) :

$$\Delta V = \beta\, V_0\, \Delta T$$

$$\Delta V = 950 \times 10^{-6} \times 70 \times 30$$

$\Delta V = 2L$ للبنزين

وبنفس الوقت فإنّ حجم الخزان سيزداد أيضاً ويمكن اعتبار الخزان كالغشاء يتمدد حجمياً :

$$\beta = 3\alpha$$

$$\beta = 3 \times 12 \times 10^{-6} = 36 \times 10^{-6} (C^{o})^{-1}$$

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T \quad \text{للخزان}$$

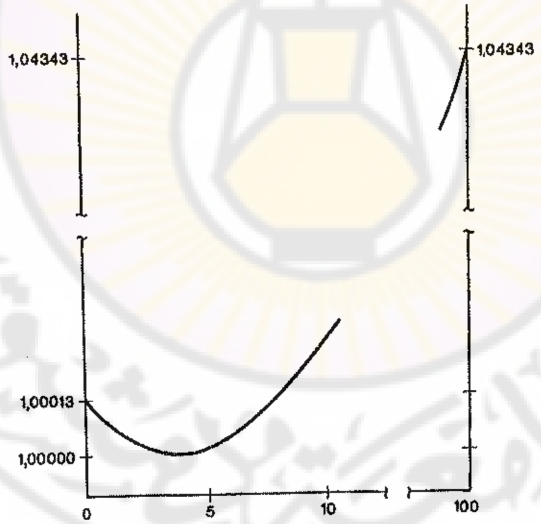
$$\Delta V = 36 \times 10^{-6} \times 70 \times 30$$

$$\Delta V = 0{,}075 \text{ L}$$

نلاحظ أن هذا الحجم صغير نسبياً بالنسبة لحجم البنزين لذلك يمكن إهماله واعتبار أن 2L من البنزين سينسكب من الخزان.

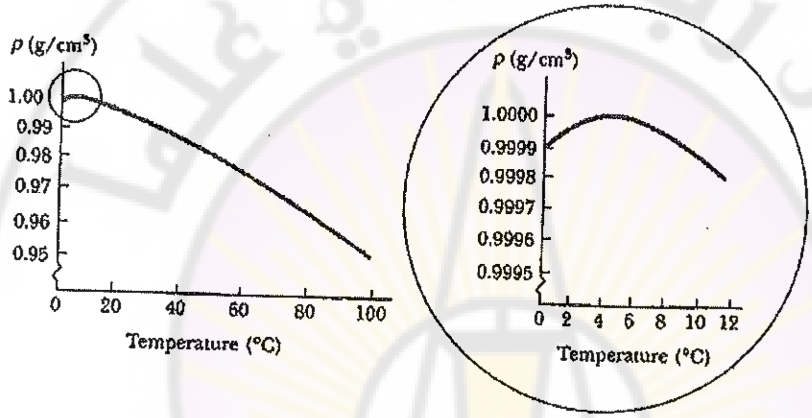
٣-١-٦- شذوذ الماء The unusual behavior of water:

عند ازدياد درجة حرارة المواد فإنها تتمدد بصورة متماثلة، إلا أنّ الماء يسلك سلوكاً شاذاً. فإذا سخنا الماء عند درجة حرارة $0^{\circ}C$ فإنّ حجمه سيقل بالتدريج حتى تصبح درجة الحرارة $4^{o}C$ وعند درجات الحرارة الأعلى من $4^{o}C$ فإن الماء سيسلك سلوكاً طبيعياً، أي سيتمدد بزيادة درجة الحرارة . انظر الشكل (٣-١-٤) .



الشكل (٣-١-٤) تابعية حجم 1,00000kg من الماء لدرجة الحرارة حيث يقدر الحجم بـ m^3

على هذه الصورة فإن الماء يمتلك أكبر كثافة عند درجة الحرارة 4°C، ولذلك فإن الجليد في البحيرات يطفو في البداية على سطح الماء، وعندما يبرد الماء إلى درجة حرارة أقل من 4°C فإن الماء الأسخن أي (ذي الكثافة الأقل) يرتفع إلى الأعلى. أما الماء الأكثف (ذو درجة الحرارة 4°C) فيتوضع في الأسفل ، لذلك يتجمد الماء الأبرد على سطح البركة أولاً لأنه يصل إلى درجة حرارة أقل من الصفر بصورة أسرع ، ويبين الشكل (٣-١-٥) تغير كثافة الماء بتغير درجة الحرارة.



الشكل (٣-١-٥) تابعية كثافة الماء لدرجة الحرارة تكون الكثافة عظمى عند درجة حرارة 4°c

٣-١-٧- كيف يمكن تفسير التمدد الحراري من وجهة النظر الميكروسكوبية :

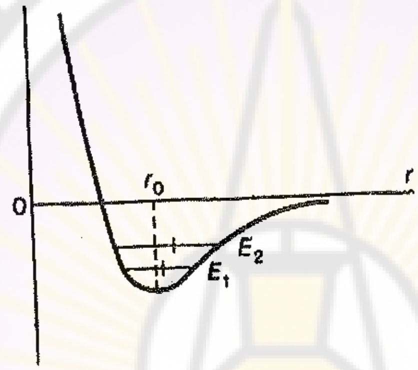
The microscopic description of thermal expansion:

لنفرض أن الذرات في الجسم الصلب تتحرك بصورة دائمة لإتمام اهتزازها حول وضع توازنها ولنفرض أيضاً أنه عند زيادة درجة الحرارة فإن طاقتها الحركية الوسطى ستزداد كما سنرى في الفقرات التالية ....

هل هذا يعني أنه عند زيادة درجة الحرارة فإن المسافة بين الذرات ستزداد أيضاً؟

تبين تجريبياً أنه عند زيادة درجة حرارة الساق الصلبة فإن طولها سيزداد، ولذلك يمكن أن نستنتج أن المسافة الوسطى بين الذرات ستزداد أيضاً ولفهم ذلك ندرس منحني الطاقة الكمونية كما في الشكل (٣-١-٦).

يبين الشكل (٣-١-٦) الذي يصف تابعية طاقة التفاعل الكمونية بين ذرتين كتابع للمسافة فيما بينهما وسنعتبر أنه عندما تكون r كبيرة فإن الطاقة الكمونية تسعى للصفر وعندما تقل r فالطاقة الكمونية ستقل أيضاً. وهذا يدل على وجود قوى تجاذب و عندما تصبح r أقل من r_0 (وضع التوازن) فإن منحني الطاقة الكمونية يزداد إلى الأعلى، وهذا يدل على وجود قوى تدافع.



الشكل (٢-١-٦) تابعية الطاقة الكمونية للمسافة بين الذرات r

من أجل الذرات الواقعة في شبكة بلورية صلبة

تمثل الخطوط الأفقية على الشكل قيم الطاقة E_1 و E_2 عند درجتي حرارة مختلفتين t_1 و t_2 حيث $t_2 > t_1$ أما الخطوط القصيرة على السويتين E_1 و E_2 فتتطابق وضع الذرات الوسطي عند درجات الحرارة المذكورة. وبما أن منحني الطاقة الكموني ليس متماثلاً فعند درجات أعلى تكون القيمة الوسطى للمسافة بين الذرات أكبر وهذا ما يبينه الشكل (٣-١-٦).

وعلى هذه الصورة فإن التمدد الحراري مرتبط بعدم تماثل منحني الطاقة الكموني، ولو كان منحني الطاقة الكموني متماثلاً لما كان هناك تمدّد حراري على الإطلاق.

٣-١-٨- الجهد الحراري Thermal stress:

تُثبت في كثير من الحالات القضبان المصنعة من أي من المواد بصورة جيدة من نهايتها بحيث تصبح عملية التمدد و التقلص غير ممكنة .

إذا تغيرت في تلك الحالات درجة الحرارة ينشأ عند ذلك جهود تقلص أو تمدد والتي تسمى في كثير من الأحيان بالجهود الحرارية .

يمكن أن تحسب قيم هذه الجهود إذا استخدمنا معادلة معامل المرونة (معامل يونغ) ، ومن أجل حساب الجهود الداخلية لنتصور أن العملية تتم على مرحلتين :

أ- يتمدد القضيب أو يتقلص بمقدار ΔL وفق العلاقة $\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$.

ب- بعد التمدد من الضروري تطبيق قوة من أجل تقليص أو تمديد الحديد أي من أجل إعادة القضيب إلى طوله الأصلي.

هذه القوة F يمكن حسابها باستخدام العلاقة التالية:

$$\Delta L = \frac{1}{E}\frac{F}{A} L_0 \qquad (3-1-3)$$

حيث أن:

A : مساحة الاتصال ، E : معامل يونغ (معامل المرونة) للمادة المدروسة .

و من أجل حساب الجهد الداخلي $\frac{F}{A}$ نعوض العلاقة (3-1-3) في (3-1-1) :

$$\alpha L_0 \Delta T = \frac{1}{E}\frac{F}{A} L_0 \qquad (3-1-4)$$

مثال (٣-١-٤) :

كتلتان من البيتون طولهما 10m متوضعتان بصورة متراصة على بعضهما بعضاً بحيث لا يوجد فراغات من أجل التمدد والتقلص.

إذا وضعت هاتان الكتلتان على هذه الصورة المذكورة (بصورة متراصة) عند حرارة $10°C$ المطلوب :

١- أحسب قوة الانضغاط عندما ترتفع درجة الحرارة حتى $40°C$.

٢- إذا كانت مساحة الاتصال بين الكتلتين تساوي $0,20\ m^2$. هل يتحمل البيتون مثل هذه الحمولة أم أنه سينهار؟

علماً أن : معامل يونغ للبيتون $E = 20 \times 10^9\ N/m^2$.

حد المتانة للبيتون عند التمدد $2\times10^6\ N/m^2$.

وعند التقلص والانضغاط $20\times10^6\ N/m^2$.

وعند الانزياح $2\times10^6\ N/m^2$.

الحل :

من العلاقة رقم (3-1-4) نحسب قيمة F :

$$F = \alpha\, \Delta T\, EA$$

$$F = 12\times 10^{-6}\times30\times20\times10^9\times0.2=1.4\times10^6\ N$$

$$\text{الجهد} = \frac{F}{A} = \frac{1.4 \times 10^6}{0.2} = 7 \times 10^6\ N/m^2$$

نلاحظ أن هذه القيمة قريبة جداً من حد متانة البيتون عند انضغاطه وتزيد عن متانة البيتون عند التمدد والانزياح. وبما أن الكتل البيتونية غير موضوعة بشكل متوازنٍ، لذلك سيكون هناك جهد انزياحي ولذلك هناك احتمال كبير أن تنهار هذه الكتلة البيتونية.

٣-١-٩- قوانين الغازات والحرارة المطلقة :

The gas laws and absolute temperature:

لا تصلح المعادلة (3-1-2) : $\Delta V = \beta\, V_0 \,.\, \Delta T$ السابقة الذكر لوصف تمدد الغازات لأن الغازات يمكن أن تتمدد بسرعة كبيرة، أضف إلى ذلك أنّ الغازات تتمدد حتى امتلاء الوعاء الذي يحويها.

يمكن في الحقيقة استخدام المعادلة (3-1-2) فقط عندما يكون ضغط الغاز ثابتاً.

إن حجم الغاز يتعلق بضغطه ودرجة حرارته لذلك من الضروري إيجاد علاقة بين الحجم والضغط ودرجة الحرارة وكتلة الغاز، وتسمى مثل هذه العلاقة (بمعادلة الحالة).

إذا تغيرت حالة الجملة فيجب أن ننتظر حتى يتساوى الضغط ودرجة الحرارة أي حتى يصبح الضغط ودرجة الحرارة متساوية وثابتة في جميع نقاط الجملة.

على هذه الصورة سندرس الغاز فقط في حالة توازن.

تتحقق النتائج المحصول عليها وبدقة في حالة الغازات ذات الكثافة المنخفضة (الضغط غير عالٍ حوالي 1 atm) والواقع بعيدا عن نقطة الغليان.

تبين تجريبياً أنه من أجل كمية غاز معينة تتحقق بصورة تقريبية العلاقة التي تنص على: (عند درجة حرارة ثابتة فإن حجم كمية معينة من غاز يتناسب عكساً مع الضغط المطبق عليه)

$$V \sim \frac{1}{P} \qquad \text{(بثبات درجة الحرارة)}$$

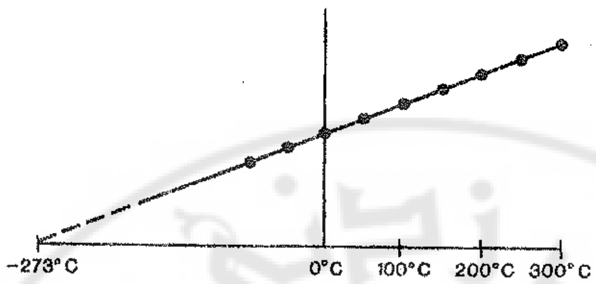
على سبيل المثال: إذا ازداد ضغط الغاز بمرتين فإن حجمه سيقل إلى نصف حجمه الأولي، تعرف هذه العلاقة بقانون بويل و ماريوت، ويمكن كتابة قانون بويل بالشكل الرياضي التالي:

$$P.V = const \qquad \text{(بثبات درجة الحرارة)}$$

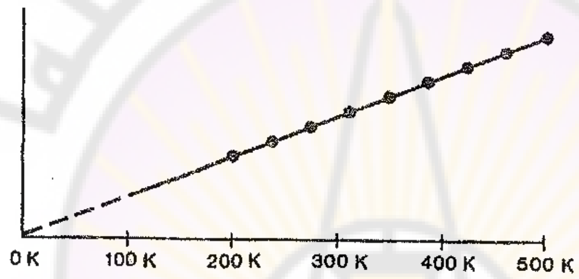
وهذا يعني أنه عند درجة حرارة ثابتة إذا تغير الضغط أو الحجم أو أي منهما فإن جداءهما P.V يبقى ثابتاً.

غير أن درجة الحرارة تؤثر أيضاً على حجم الغاز ولكن العلاقة الكمية بين V و T لم تكتشف إلا بعد مائة عام من اكتشاف بويل لقانونه.

وجد العالم الفرنسي جاك شارل (١٧٤٦-١٨٢٣) أنه إذا كان الضغط غير كبير وبقي ثابتاً فإن الحجم يزداد مع زيادة درجة الحرارة بصورة تقريباً خطية كما هو موضح بالشكل (٣-١-٧أ) غير أنه عند درجات منخفضة تصبح كل الغازات سائلة ، على سبيل المثال يصبح الأوكسجين سائلاً عند درجة الحرارة (-183°C) ولذلك فالمنحني على الشكل (٣-١-٧أ) لا يمكن تمديده عند نقطتي الانصهار والغليان مع أن هذا المنحني هو خط مستقيم وبتمديده حتى درجة الحرارة الأخفض بخطوط متقطعة حتى يلتقي مع محور السينات عند درجة الحرارة (-273°C). يمكن رسم هذا المنحني لأي من الغازات وفي كل الحالات فإن متابعة الخط المستقيم سيقطع خط الحجم الصفري محور السينات وذلك عند درجة الحرارة (-273°C). ومن هنا يمكن أن نحصل على استنتاج أنّه إذا تمكنا من تبريد الغاز حتى درجة الحرارة (-273°C) فإن حجمه سيساوي الصفر وعند درجات حرارة أخفض من (-273°C) سيمتلك الغاز حجماً سالباً (وهذا يفقد معناه الفيزيائي). وهنا أعطي الاقتراح أن درجة الحرارة (-273°C) هي أقل درجة حرارة يمكن الوصول إليها.



الشكل (٣-١-٧أ) تابعية حجم الغاز لدرجة الحرارة
حسب السلم المئوي



الشكل (٣-١-٧ب) تابعية حجم الغاز لدرجة الحرارة
حسب سلم كلفن

تدل جميع النتائج التجريبية الحديثة على حقيقة هذا الأمر، وتسمى درجة الحرارة هذه بدرجة حرارة الصفر المطلق، ودلت القياسات على أن هذه الدرجة تساوي تقريباً (273,15°C).

تعتبر درجة حرارة الصفر المطلق أساساً لتدريجات درجة الحرارة وتسمى التدريجات المطلقة (تدريجات كلفن) وتستخدم هذه التدريجات بصورة واسعة في الأبحاث العلمية وتقاس درجة الحرارة بهذه التدريجات بدرجة كلفن التي يرمز لها بحرف K بدون(°).

إن تقسيم التدريجات على الشكل (٣-١-٧(أ،ب)) متساوٍ، أي أن قيمة الدرجة المئوية ودرجة كلفن متساوية غير أن الصفر على تدريجات كلفن OK أُختير مساوياً للصفر المطلق لدرجة الحرارة، على هذه الصورة فإن نقطة تجمد الماء 0°C تساوي (273,15 K). أما

درجة غليان الماء (373,15 K) أي أن كل درجة حرارة حسب تدريجات سيلسيوس أو المئوي يمكن تحويلها إلى الكلفن بإضافة العدد (273,15) أي:

$$T(K) = t(C^o) + 273.15$$

وسنناقش هذه التدريجات بصورة مفصلة فيما بعد.

لندرس المنحني على الشكل (٣-١-٧أ) فنجد تابعية حجم الغاز لدرجة الحرارة المطلقة وهي عبارة عن خط مستقيم أيضاً على هذه الصورة يمكن أن تتحقق العلاقة بصورة جيدة تقريباً والتي تنص: (عند ثبات الضغط فإن حجم كتلة معينة من غاز سيتناسب طرداً مع درجة الحرارة المطلقة) ويسمى هذا القانون بقانون " شارل"، ويمكن كتابته على الشكل الرياضي التالي:

$$V \sim T \quad \text{(عند ضغط ثابت)}$$

إن قانون الغازات الثالث والمعروف بقانون غاي لوساك نسبة للعالم جوزيف غاي لوساك (١٧٧٨-١٨٥٠) وهو ينص: عند ثبات حجم كتلة معينة من غاز فإن ضغط الغاز يتناسب طرداً مع درجة حرارته المطلقة:

$$P \sim T \quad \text{(عند حجم ثابت)}$$

والمثال الذي يوضح هذا القانون:

إذا وضعنا وعاء أو أسطوانة مليئة بالغاز في النار فإنها ستنفجر لأن ضغط الغاز بداخلها سيزداد. وعلى هذا المبدأ تم بناء الترمومتر الغازي ذي الحجم الثابت.

تتحقق قوانين بويل وشارل وغاي لوساك في الغازات الحقيقية فقط عندما يكون ضغط وكثافة الغاز غير كبيرين وحرارة الغاز ليست قريبة من حرارة استبخاره.

٣-١-١٠- قانون الغاز المثالي The law of ideal gas:

تم الحصول على قوانين الغازات لبويل وشارل وغاي لوساك باستخدام الطريقة العلمية التي تعتمد على تثبيت بعض المتحولات لمراقبة تغيرات متحولات أخرى والآن يمكن توحيد هذه القوانين في علاقة عامة بين الضغط والحجم ودرجة الحرارة والتي تكون محققة من أجل كمية معينة من الغاز:

$$P.V \sim T$$

تبين هذه العلاقة كيف تتغير أي من القيم P أو V أو T عندما تتغير القيم الأخرى فهي تتحول إلى قوانين بويل وشارل وغاي لوساك في تلك الحالة عندما تثبت على التتابع درجة الحرارة أوالضغط أوالحجم.

وأخيراً يجب الأخذ بالحسبان تأثير الكمية أو كتلة الغاز وأنّه كل من حاول نفخ بالوناً يعرف أنه كلما أدخلنا هواء إلى البالون زاد حجمه أو أبعاده.

تبين التجارب الدقيقة أنه عند درجة حرارة ثابتة وضغطاً ثابتاً فإن الحجم المغلق V يزداد متناسباً طرداً مع كتلة الغاز:

$$P.V \sim mT$$

إن علاقة التناسب هذه تربط بين جميع القيم الأساسية للغاز، وإذا أدخلنا عامل التناسب سنحصل على معادلة معينة.

دلت التجارب على أن هذا المعامل يختلف في غازات مختلفة غير أن معامل التناسب يصبح نفسه لكل الغازات إذا استخدمنا بدلاً عن الكتلة m عدد المولات.

ويعين المول الواحد بكمية المادة التي تحوي عدداً من الذرات أو الجزيئات بنفس العدد الذي يحويه 0.012kg من الكربون 12 أي الكربون الذي كتلته بدقة 12.0000u وطبقاً للتعيين الثابت للمول فإن عدد غرامات المادة الموجودة في 1 مول تساوي الكتلة الجزيئية للمادة.

على سبيل المثال الكتلة الجزيئية للهيدروجين H_2 هي 2u (لأن كل جزيء هيدرجين يحتوي على ذرتي هدروجين وكل ذرة لها الكتلة الذرية 1u).

على هذه الصورة فإن كتلة مول واحد من الهيدروجين H_2 يساوي 0.002kg وبالمشابهة فإن كتلة 1 مول من غاز النيون تساوي 0,01kg وكتلة 1 مول من CO_2 تساوي $(12+2\times16)\times10^{-3}kg=0,044kg$ ويعتبر المول إحدى أهم وحدات الجمل الدولية وتستخدم أحياناً وحدة الكيلو مول:

$$1\text{Kmol} = 10^3 \text{ mol}$$

وعندئذ يعبر عن علاقة التناسب الطردي بالشكل التالي :

$$P.V = n.R.T \qquad (3-1-5)$$

حيث أن:

n : عدد المولات، R : ثابت التناسب والذي يسمى ثابت الغازات العام أو الشامل والذي تعطى قيمته كمايلي:

$$R = 8,31441 \pm 0.00026 \text{ J/mol.k}$$

وأحياناً تقرب على الشكل التالي:

$$R = 8,314 \text{ J/mol.k}$$

وفي الجملة الغير دولية (cgs):

$$R = 0,0821\ l.\text{atm/mol.k}$$

$$R = 1,986 \text{ cal/mol.k}$$

وتسمى العلاقة (3-1-5) بقانون الغازات المثالية أو معادلة حالة الغاز المثالي، وتستخدم كلمة مثالي هنا لأن الغاز الحقيقي لايخضع لهذا القانون بصورة تامة خاصة عند ضغوط عالية أو في تلك الحالة عندما يكون الغاز قريباً من نقطة تحوله إلى الحالة السائلة غير أنه عند ضغط

من مرتبة 1 atm أو أقل وعند درجات حرارة بعيدة عن درجات غليان المواد يمكن اعتبار العلاقة (5-1-3) محققة بدقة كافية (وسندرس معادلة الغازات الحقيقية بصورة أدق فيما بعد).

يلعب قانون الغاز المثالي دوراً هاماً في الفيزياء، ويعتبر مفيداً في الأبحاث المختلفة. ولندرس بعض الأمثلة على استخدام هذا القانون.

سنستخدم غالباً تعبير الشروط النظامية أو العادية أي درجة الحرارة والضغط التاليين:

$(0°c)$ أو $(273K)$ والضغط $1atm = 1{,}01 \times 10^5\ N/m^2(Pa)$

مثال (٣-١-٥) :

عين حجم 1 mol من أي غاز في الشرطين النظاميين معتبراً أن الغاز يسلك سلوكاً نظامياً.

الحل :

نجد قيمة V من المعادلة (5-1-3) :

$$P.V = nRT$$

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{1 \times 8{,}314 \times 273}{1{,}01 \times 10^5} = 22{,}4 \times 10^{-3} m^3$$

وبما أن كل $1l$ يساوي $1000cm^2$ ويساوي $10^{-3}m^3$ هذا يعني إن حجم $1mol = 22{,}4l$ ليتراً.

ومن الضروري حفظ أن حجم واحد مول من أي غاز في الشروط النظامية يساوي l 22,4 لأن هذه الثابتة تدخل في حل كثير من المسائل.

مسألة (٣-١-١) :

وعاء ذو جدران مرنة يحوي على الأوكسجين O_2 في الشروط النظامية وحجمه $10\ m^3$. ما هي كتلة الغاز المحتواة في الوعاء ؟

بما أن حجم 1 mol من O_2 يساوي $22,4 \times 10^{-3}\ m^3$ في الشرطين النظاميين، وبما أنّ لدينا $10\ m^3$ من غاز الأوكسجين في الشرطين النظاميين فإن:

عدد مولات الأوكسجين في $10m^3$: $X = \dfrac{10}{22,4 \times 10^{-3}} = 446\ mol$

وبما أن كتلة 1 mol من الأوكسجين = 0,032kg

كتلة الأوكسجين = عدد المولات x كتلة المول الواحد

كتلة الأوكسجين $m_{o2} = 446 \times 0,032 = 14,3kg$

يقاس الحجم في كثير من الحالات بالليترات، أما الضغط فيقاس بالضغط الجوي فبدلاً من تحويل هذه الوحدات إلى وحدات دولية يمكن استخدام قيمة ثابتة R بواحدات غير دولية مثلاً R=0,082 (L.atm/mol.k). وفي كثير من الحالات فإن استخدام قيمة R ليس ضرورياً وهذه الأحوال نصادفها في المسائل التي ندرس فيها تغير الضغط ودرجة الحرارة والحجم عند كمية ثابتة من الغاز.

وفي هذه الحالة $(P.V)/T = nR = const$ حيث إنّ قيمتي nR تبقيان ثابتتين والآن لو رمزنا للثوابت التي تصف الحالة البدائية للغاز ب T_1,V_1,P_1 والثوابت التي تصف حالة الغاز بعد حصول تغير ما T_2,V_2,P_2 هذا يعني أننا يمكن أن نكتب العلاقة التالية :

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

تسمى بعلاقة كليبرون فإذا عرفنا خمس قيم يمكن معرفة القيمة السادسة.

مسألة (٣-١-٢) :

تم نفخ دولاب سيارة عند درجة الحرارة 10°c حتى ضغط زائد (يزيد عن الضغط الجوي) 200k pa وبعد أن قطعت السيارة 100km ارتفعت حرارة الدولاب إلى 40°c.

احسب الضغط داخل الدولاب عندئذ.

الحل :

بما أن حجم الدولاب يبقى ثابتاً هذا يعني $V_1 = V_2$، ويصبح قانون كليبرون على الشكل التالي:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

وبما أن الضغط المقاس في الدولاب يمثل ضغطاً إضافياً فيجب إضافة الضغط الجوي أي 101 kpa للحصول على قيمة الضغط المطلقة :

$$P_1 = 200 + 101$$

$$P_1 = 301 \text{ kpa}$$

وعندئذ يكون :

$$P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_1} = 3{,}01 \times 10^5 \times \frac{40 + 273}{10 + 273}$$

$$P_2 = 3{,}33 \times 10^2 \text{ pa}$$

وبطرح الضغط الجوي فإننا نحصل على قيمة جديدة للضغط الزائد والتي تساوي 232kpa أي بزيادة 15%عن الضغط البدائي. وهذا المثال يبين لماذا ينصح بقياس ضغط الدواليب في درجات حرارة منخفضة .

٣-١-١١- قانون الغاز المثالي على المستوى الجزيئي (عدد أفوغادرو) :

The law of ideal gas at a molecular level, Avogadro's number:

تمتلك جميع الغازات نفس القيمة ل R، وهذا ما يعكس الطبيعة البسيطة لهذه الغازات. وهذا ما أدركه أولاً العالم أميدو أفوغادرو (١٧٧٦-١٨٥٦).

بين أفوغادرو أن الحجوم المتساوية من الغازات عند ضغوط ودرجات حرارة متساوية تحتوي على أعداد متساوية من الجزيئات. وتسمى هذه الفرضية بمسلمة أفوغادرو وترتبط هذه الفرضية بثبات R كما سنبين فيما يلي:

١- تبين العلاقة (3-1-5): $P.V = nRT$ أنه إذا احتوت غازات مختلفة على نفس عدد المولات n وكان لها نفس الضغط ودرجة الحرارة فعند ثبات قيمة R ستشغل هذه الغازات نفس الحجم.

٢- إن عدد الجزيئات في المول الواحد لكل الغازات هو نفسه، وهذا واضح مباشرةً من تعيين المول (تحديد قيمة المول). على هذه الصورة فإن مسلمة أفوغادرو، تؤكد أن قيمة الثابتة R ثابتة لكل الغازات.

٣- إن عدد الجزيئات في مول واحد يسمى عدد أفوغادرو ورمزه N_A مع أن أفوغادرو اقترح هذه الفرضية لكنه لم يحدد قيمة N_A ومن أجل قياس N_A استخدم طرائق متعددة وتعطى قيمة N_A في الوقت الحالي :

$$N_A = (6,022045 \pm 0,000031) \times 10^{23}\ mol^{-1}$$

أو بصورة تقريبية:

$$N_A = 6,02 \times 10^{23}\ mol^{-1}$$

بما أن عدد جزيئات الغاز N = عدد الجزيئات في 1 مول مضروباً بعدد المولات أي أن:

$$N = n\,.N_A \Rightarrow n = \frac{N}{N_A}$$

فإن قانون الغاز المثالي أي العلاقة (3-1-5) يمكن إعادة كتابتها باستخدام عدد جزيئات الغاز على الشكل التالي:

$$P.V = nRT = \frac{N}{N_A}\ RT$$

$$P.V = NkT$$

حيث : $k = \frac{R}{N_A}$ يسمى ثابت بولتزمان ويأخذ القيمة:

$$k = \frac{R}{N_A} = (1,380662 \pm 0,000044)10^{-23} J/K$$

أو بصورة تقريبية :

$$k = 1,38 \times 10^{-23} J/K$$

مسألة (٣-١-٣) :

اعتماداً على قيمة عدد أفوغادرو أوجد كتلة ذرة الهيدرجين.

الحل :

يمتلك المول الواحد من الهيدروجين الكتلة الذرية للهدرجين والمساوية $1,008\times10^{-3}$ kg .

و يحتوي المول الواحد على عدد أفوغادرو والمساوي لـ $6,02\times10^{23}$ ذرة .

لذلك فإن كتلة ذرة واحدة من الهيدروجين = $\frac{\text{كتلة المول الواحد من الهيدرجين}}{\text{عدد أفوغادرو}}$ أي :

$$m_{H_2} = \frac{M}{N_A} \qquad \Rightarrow$$

$$m_{H_2} = \frac{1,008 \times 10^{-3}}{6,02 \times 10^{23}} = 1,67 \times 10^{-27} kg$$

وتاريخياً تم تعيين قيمة عدد أفوغادرو من معرفة كتلة ذرة الهيدرجين.

مسألة (٣-١-٤) :

ما هو عدد الجزيئات التي تستنشقها إذا حصلت عند كل استنشاق على 1 ليتر من الهواء ؟

الحل :

إن 1 مول من الهواء في الشروط النظامية حجمه يساوي $22.4\ l$

إن x مول ...... حجمه يساوي $1\ l$

وبالتالي:

$$\text{عدد المولات في } 1l \text{ من الهواء} = \frac{1}{22,4l} = 0,045\ \text{mol}$$

عدد الجزيئات = عدد المولات × عدد أفوغادرو

$$N = 6,02 \times 10^{23} \times 0,045$$

$$= 2,7 \times 10^{23} \text{ جزيئاً}$$

٣-١-١٢- الضغط الجزئي Partial pressure:

إذا شغل غازان أو أكثر نفس الحجم فإن الضغط الكلي يساوي مجموع الضغوط الجزئية لهذه الغازات.

يعين الضغط الجزئي للغاز كضغط هذا الغاز فيما لو أنه شغل كامل الحجم وحده حصل على هذا القانون تجريبياً العالم دالتون وسمي "قانون دالتون" للضغوط الجزئية وطبقاً لهذا القانون كل غاز في المزيج يشكل ضغطاً جزئياً يتناسب مع تركيزه الجزيئي وهذه الموضوعة تتطابق مع قانون الغاز المثالي.

العلاقة: $P.V = N.k.T$

لنفرض أن لدينا مزيج من ثلاثة غازات والحاوية على عدد من الجزيئات N_3 , N_2 , N_1 لكل منها على الترتيب يكتب الضغط الكلي على الشكل التالي:

$$P = N.k.\frac{T}{V}$$

حيث (N): عدد الجزيئات الكلي = $N_1 + N_2 + N_3$

عند ذلك سيكون:

$$P = N_1K\ \frac{T}{V} + N_2K\ \frac{T}{V} + N_3K\ \frac{T}{V}$$

وَ

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

حيث : P_1 , P_2 , P_3 : الضغوط الجزئية لكل من الغازات الثلاثة.

ويكون :

$$P_3 = \frac{N_3}{V} kT \quad و \quad P_2 = \frac{N_2}{V} kT \quad و \quad P_1 = \frac{N_1}{V} kT$$

وتسمى النسب : N_3/V , N_2/V , N_1/V التراكيز الجزيئية لهذه الغازات.

على هذه الصورة فإن الضغط الكلي يساوي مجموع الضغوط الجزئية، وكل ضغط جزئي يتناسب طرداً مع تركيزه الجزيئي.

على سبيل المثال: يتألف الهواء الجاف حسب حجمه من 78% آزوت و21% أوكسجين وكمية قليلة من الأرغون وغازات أخرى، وعندما يكون الضغط الكلي يساوي 1atm فإن الضغط الجزئي يساوي 21% للأوكسجين و78% آزوت.

٣-١-١٣- السلم الحراري للغاز المثالي ، الترمومتر المعياري :

The temperature scale of ideal gas, the standard thermometer:

من الهام جداً الحصول على سلم حراري معين وذلك من أجل قياس درجة الحرارة في مختبرات مختلفة على أن تعطي نتائج متماثلة يمكن مقارنتها.

لندرس هذا السلم المعتمد من قبل علماء دول مختلفة.

يعتبر الترمومتر الغازي ذو الحجم الثابت الترمومتر المعياري لتعيين هذه التدريجات والذي درسناه سابقاً وتسمى التدريجات هذه بتدريجات الغاز المثالي ذلك لأنها تعتمد على خواص الغاز المثالي والذي فيه ضغط الغاز يتناسب طرداً مع حرارته المطلقة (قانون غاي لوساك) وعند كثافات منخفضة للغاز الحقيقي، وإذا استخدم هذا الغاز في أي من الترمومترات الغازية ذات الحجم الثابت فإن هذا الغاز يقترب عندئذ بخواصه من خواص الغاز المثالي. وبكلمات أخرى تتعين درجة الحرارة في أي نقطة من الفراغ كقيمة تتناسب مع ضغط الغاز المثالي المستخدم في الترمومتر الغازي ومن أجل إنشاء (بناء) التدريجات نحتاج إلى نقطتين محددتين.

النقطة الأولى : تطابق الضغط (0 atm) ودرجة حرارة (0k) أما النقطة الثانية الأخرى فهي (النقطة الثلاثية للماء Triple point of water) والتي يمكن قياسها في مختبرات مختلفة وبدقة عالية. تمثل النقطة الثلاثية للماء تلك النقطة التي يكون فيها الماء في الحالات الصلبة والسائلة والغازية واقعاً في حالة توازن حراري . وهذا يكون محققاً فقط عند درجة حرارة وضغط معينين وتساوي قيمة الضغط عند هذه النقطة (P = 4,58 mmHg) ، أما درجة الحرارة فتساوي تقريباً (273,16 k = 0.01°c)، حيث إن الصفر المطلق يساوي (-273,15°c). وفي الحقيقة تعيين النقطة الثلاثية للماء كدرجة حرارة التي تساوي وبدقة (273,16k)، وتعين درجة الحرارة المطلقة أو درجة الحرارة حسب سلم كلفن في أي نقطة بواسطة الترمومتر الغازي ذي الحجم الثابت كما يلي :

غاز مثالي ذي حجم الثابت : (3 – 1 – 6)

$$T = (273,16)\left(\frac{P}{P_{TRT}}\right)$$

حيث : P_{TRT} : الضغط في الترمومتر عند درجة حرارة الماء الثلاثية.

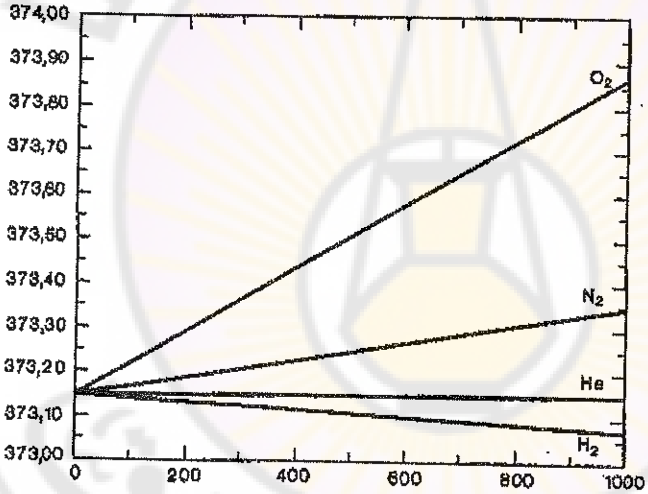
P : الضغط في الترمومتر عند درجة الحرارة التي نقيسها.

نلاحظ في العلاقة (3-1-6) أنه لو وضعنا $P = P_{TRT}$ لوجدنا أن $T = 273,16$ K.

لو عينا درجة الحرارة حسب المعادلة (3-1-6)، وقسنا درجة الحرارة بترمومتر غازي ذي حجم ثابت والمملوء بغاز حقيقي (حيث إنه لا يوجد في الطبيعة غاز مثالي).

سنجد أنه طبقاً لنوع الغاز المستخدم في الترمومتر سنحصل على قيم مختلفة لدرجة الحرارة.

إن درجة الحرارة المعينة بهذه الطريقة تتعلق أيضاً بكمية الغاز الموجودة في دورق الترمومتر على سبيل المثال : لو استخدمنا ترمومتر غازي مملوء بالأوكسجين O_2، وهذا يعني باستخدام العلاقة (6-1-3) سنجد أن درجة غليان الماء عند الضغط الجوي 1atm تساوي 373,87K هذا إذا كانت $P_{TRT} = 1000\ mmHg$ إذا أنقصنا كمية الأوكسجين في الدورق حتى النقطة الثلاثية تصبح $P_{TRT} = 500mmHg$. هذا يعني أن إجراء الحسابات وفق العلاقة (6-1-3) يعطي درجة غليان الماء تساوي 373,15K، فإذا استخدمنا بدلاً عن الأوكسجين غاز الهيدروجين H_2 فإن درجات الحرارة المرافقة لغليان الماء ستساوي 373,07K أو 373,11K عندما $P_{TRT} = 1000\ mmHg$ و $P_{TRT} = 500mmHg$ على الترتيب.



الشكل (٣-١-٨) تعين درجة غليان الماء باستخدام غازات مختلفة في الترمومتر الغازي ذي الحجم الثابت وتبين المنحنيات تابعية درجة الحرارة للضغط ونلاحظ أنه عندما $P_{TRT} \to 0$ تعطي كل الغازات نفس القيمة

لنفرض الآن أننا نستخدم غازاً حقيقياً معيناً، ونقوم بجملة من القياسات بحيث ننقص كمية الغاز في الدورق بالتدريج ليتناقص بدوره P_{TRT} بالتدريج.

دلت التجارب أنه بتمديد نتائج القياس (المستقيمات) حتى ضغط $P_{TRT} = 0$ عند ذلك سنحصل دائماً على درجة حرارة معينة للجملة المعطاة على سبيل المثال :

$$T=373.15 \text{ k}$$

من أجل نقطة غليان الماء عند الضغط الجوي 1 atm أو كما هو واضح من الشكل (٣-١-٨) فإن درجة الحرارة في أية نقطة من الفراغ تقاس بمساعدة ترمومتر غازي ذي الحجم الثابت والحاوي على غاز حقيقي وتتعين درجة الحرارة بالعلاقة التالية:

$$T = (273{,}16\text{K}) \lim_{P_{TRT}\to 0} \left(\frac{P}{P_{TRT}}\right)$$

وهكذا يتم تحديد التدريجات الحرارية للغاز المثالي .

تتعين أفضلية هذه التدريجات بأن قيمة درجة الحرارة T لا تتعلق بنوع الغاز المستعمل في دورق الترمومتر غير أن هذه التدريجات تتعلق بخواص الغاز فيمتلك غاز الهليوم أدنى درجة حرارة تكاثف عند ضغوط منخفضة جداً، ويصبح سائلاً وذلك عند درجة حرارة 1K لذلك لا يمكن قياس درجات الحرارة بالترمومتر الغازي الأقل من 1K. وهناك ترمومترات يمكن استخدامها لأقل من 1K .

٣-١-١٤- النظرية الحركية Kinetic theory:

تدرس النظرية الحركية خواص المواد على أنها تتألف من ذرات تتحرك بصورة عشوائية مستمرة وفي هذا الفصل سندرس خواص الغازات من وجهة نظر النظرية الحركية والمبنية على قوانين الميكانيك الكلاسيكي غير أن استخدام قانون نيوتن على كل جزيء من جزيئات الغاز يجعلنا نكتب حوالي 10^{25} معادلة من أجل $1\ m^3$ من غاز في الشروط النظامية.

ولا يستطيع أحدث الحواسيب حل هذه المعادلات ولذلك سنختار الطريقة الإحصائية لتحديد القيم الوسطي لبعض المقادير وهذه القيم الوسطى توافق المتحولات الماكروسكوبية وبالأخذ بعين الاعتبار أن الوصف الميكروسكوبي لخواص الغازات يجب أن يتوافق مع الوصف الماكروسكوبي، وإذا لم يتحقق ذلك فإن نظريتنا تبقى بلا معنى.

لنحسب في البداية ضغط الغاز من خلال خواصه الجزيئية، وسنتوصل إلى الارتباطات (العلاقات) بين الطاقة الحركية الوسطى لجزئيات الغاز والحرارة المطلقة. ومن ثم سنتابع دراسة خواص أخرى للغازات من وجهة نظر النظرية الحركية.

٣-١-١٥- قانون الغاز المثالي والحرارة من وجهة النظر الميكروسكوبية:

The microscopic theory of ideal gas and temperature:

لنقترح المسلّمة التالية بالنسبة لجزيئات الغاز مع أنها تطابق التصور البسيط لخواص الغاز، فهي تصف الغازات ذات الضغوط المنخفضة والبعيدة عن نقطة تكاثفها، عند هذه الشروط فإن كافة الغازات يمكن وصفها بقانون الغاز المثالي، وسندرس مثل هذا الغاز كغاز مثالي، وسنفترض على أساس النظرية الحركية ما يلي:

١- يوجد عدد كبير من الجزيئات N ذات الكتلة m، وتتحرك جميعها في اتجاهات عشوائية وبسرعات مختلفة ، وتطابق هذه الافتراضية أن جزيئات الغاز تشغل كامل حجم الوعاء الذي يحويها ، وكذلك يبقى الهواء في الغلاف الجوي أو (atm) حول الأرض تحت تأثير قوة الثقالة.

٢- تبقى الجزيئات بعيدة بعضها عن بعض، وهذا يعني أن المسافة الفاصلة بين الجزيئين أكبر من قطر كل منها.

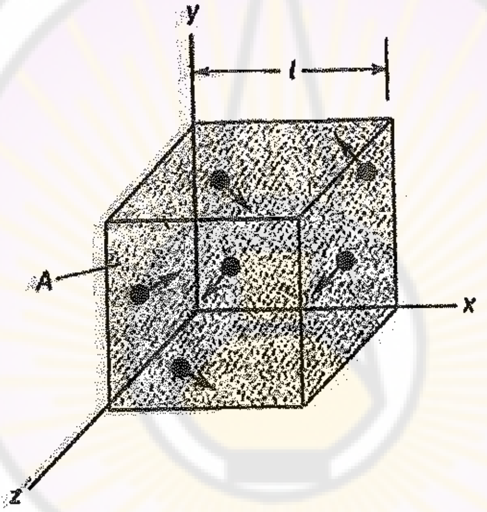
٣- نفترض أن الجزيئات تخضع لقانون الميكانيك الكلاسيكي، وتدخل في التفاعلات عند تصادمها، مع أنه في الفاصل بين تصادم الجزيئات فيما بينها تؤثر قوى تدافع وبتأثير قوى التدافع هذه تكون الطاقة الكامنة قليلة بالمقارنة مع الطاقة الحركية .

٤- إن تصادم الجزيئات فيما بينها أو مع جدار الوعاء هو تصادم تام المرونة (كتصادم كرات البلياردو)، وسنعتبر إنّ التصادم يحصل في فاصل زمني صغير بالمقارنة مع الزمن بين تصادمين حيث أن الطاقة الكامنة التصادمية يمكن إهمالها بالمقارنة بالطاقة الحركية للجزيئات بين تصادمين.

يمكن فهم أن الدراسة الحركية للغاز تسمح بشرح قانون بويل: إن ضغط الغاز على جدار الوعاء يمكن تفسيره بالتصادم المستمر للجزيئات مع جدار الوعاء. على سبيل المثال: لو قل حجم الوعاء مرتين. وهذا يعني أن الجزيئات ستكون على مسافة أقرب من بعضها بعضاً وسيزداد عدد تصادمات الجزيئات مع جدار الوعاء في الثانية الواحدة.

ويمثالنا هذا يعني أن الضغط سيزداد مرتين وهذا هو قانون بويل.

لنحسب الآن ضغط الغاز على أساس النظرية الحركية ، من أجل ذلك لنفترض أن الجزيئات الموجودة في وعاء على شكل مكعب وأن مساحة جداره (A) وطول ضلعه (ℓ)، كما هو موضح في الشكل (٣-١-٩):



الشكل (٣-١-٩) حركة الجزيئات في وعاء مكعب الشكل

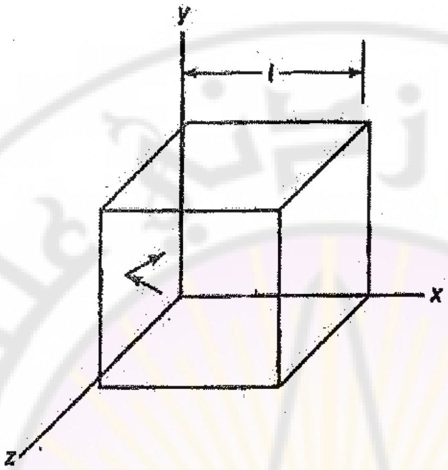
طبقاً لهذا النموذج فإن ضغط الغاز على جدران الوعاء تسببها تصادمات الجزيئات معه. لندرس الجدار اليساري ذي المساحة A، ماذا يحدث عندما تصدمه جزيئة واحدة كما في الشكل (٣-١-١٠).

إن هذه الجزيئة تؤثر على الجدار، والجدار يؤثر على الجزيئة بقوتين متساويتين ومتعاكستين بالإشارة أو الاتجاه.

ولنحسب هذه القوة حسب قانون نيوتن الثاني ستكون القوة :

$$F = \frac{dP}{dt}$$

حيث : $\frac{dP}{dt}$ سرعة تغير اندفاع الجزيئة.



الشكل (٣-١-١٠) أندفاع الجزيء لحظة تصادمه مع جدار الوعاء

وبما أننا افترضنا أن التصادم تام المرونة فإن تغير المركبة x لإندفاع الجزيء، فتتغير فقط المركبة x لإندفاع الجزيء من $-mv_x$ (لأن الجزيئة تتحرك بجهة معاكسة للمحور x) حتى يصبح اندفاعها $+mv_x$ على هذه الصورة فإن تغير الاندفاع $\Delta(m \, . \, v)$ والذي يساوي الفرق بين الاندفاع البدائي والنهائي من أجل تصادم واحد ويكتب كمايلي:

$$\Delta(m \, . \, v) = m \, . \, v_x - m \, . \, v_x$$
$$= 2 . \, m \, . \, v_x$$

حيث : v_x سرعة الجزيئة على المحور x.

ستصدم هذه الجزيئة الجدار مرات متعددة وبفاصل زمني (Δt). وهو الزمن الذي تتطلبه الجزيئة للوصول إلى جدار الوعاء والعودة إلى الخلف أي لقطع مسافة قدرها 2l على هذه الصورة نكتب:

$$2l = v_x \, . \, \Delta t \quad \text{أو} \quad \Delta t = \frac{2l}{v_x}$$

حيث Δt: الزمن بين تصادمين متتالين.

إن الفاصل الزمني Δt بين تصادمين سيكون صغيراً جداً خلال ثانية واحدة لذلك سيقوم الجزيء بعدة تصادمات عند ذلك القوة الوسطى (القوة المأخوذة وسطياً لكل التصادمات) ستساوي القوة عند تصادم واحد مقسوماً على الزمن المنقضي بين تصادمين أي:

$$F = \frac{\Delta(m.v)}{\Delta t} = \frac{2.m.v_x}{\frac{2l}{v_x}} = \frac{m.v_x^2}{l}$$ من أجل جزيء واحد

لكن عند حركة الجزيء في الوعاء ذهاباً وإياباً يمكن للجزيء أن يصدم سقف الوعاء أو يصدم أرضه ونجد أن المركبة x للإندفاع لا تتغير والنتائج التي نحصل عليها تبقى ثابتة. أضف إلى ذلك يمكن للجزيء أن يصطدم مع جزيء آخر، وهذا يمكن أن يغير مركبة سرعته v_x. غير أن أي تناقص في الإندفاع يعطى لجزيئات أخرى. وفي النهاية سيجمع لكل الجزيئات، لذا فإن تأثير التصادم لا يغير شيئاً على النتيجة النهائية.

بالطبع إن القوى المؤثرة من جزيء واحد لها خواص متدرجة، وبما أنه في واحدة الزمن سيصطدم الجدار بعدد هائل من الجزيئات فالقوة الوسطية تكون ثابتة.

قبل حساب القوة المؤثرة من كل الجزيئات من الضروري حساب تأثير كل واحدة من هذه الجزيئات وعلى هذه الصورة نكتب مركبات القوة المؤثرة من كل الجزيئات على الجدار بالشكل التالي:

$$F = \frac{m}{L}\left(v_{x_1}^2 + v_{x_2}^2 + v_{x_3}^2 + \cdots + v_{x_N}^2\right)$$

حيث v_{x_1}: سرعة الجزيء ذي الرقم واحد، v_{x_2}: سرعة الجزيء ذي الرقم اثنين، v_{x_N}: سرعة الجزيء ذي الرقم N. وهكذا فإن عملية الجمع تتم على كل الجزيئات N.

لنكتب الآن القيمة التربيعية الوسطية لمركبة السرعة x :

$$\overline{v_x^2} = \frac{\left(v_{x_1}^2 + v_{x_2}^2 + v_{x_3}^2 + \cdots + v_{x_N}^2\right)}{N} \qquad (3-1-7)$$

على هذه الصورة فإن القوة الوسطية:

$$F = \left(\frac{m}{l}\right) . N\, \overline{v_x^2}$$

وكما هو معروف فإن مربع أي متجهة أو شعاع حسب فيثاغورث تساوي مجموع مربعات مركباته.

من أجل السرعة يكون:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

وبأخذ القيمة الوسطى لهذه المربعات نجد:

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$$

وبما أننا نفترض أن سرعة الجزيئات للغاز المدروس تتوزع بصورة عشوائية أي لا يوجد اتجاه محدد أو مفضل للحركة فيكون لدينا:

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$

لذلك يمكن أن نكتب:

$$\overline{v^2} = 3\overline{v_x^2} = 3\overline{v_y^2} = 3\overline{v_z^2}$$

$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$$

وبتعويض هذه القيمة في معادلة القوة الوسطية نجد أن:

$$F = \frac{m}{l} . N . \frac{\overline{v^2}}{3}$$

$$P = \frac{F}{A} = \frac{1}{3} . \frac{N . m . \overline{v^2}}{(A . l)}$$

$$P = \frac{1}{3} . \frac{N . m . \overline{v^2}}{V} \qquad (3-1-8)$$

حيث : V=A.l حجم الوعاء. وهذه المعادلة هي معادلة الضغط من خلال خواص الجزيئات. يمكن كتابة المعادلة فيما لو ضربنا طرفيها بالحجم V سيكون لدينا:

$$P.V = \frac{1}{3} m\, N\, \overline{v^2}$$

نضرب الطرف اليميني بـ 2 ونقسم على 2 فيكون :

$$P.V = \frac{2}{3}.N.\left(\frac{1}{2}.m.\overline{v^2}\right) \qquad (3-1-9)$$

$\left(\frac{1}{2}.m.\overline{v^2}\right)$ هو عبارة عن الطاقة الحركية الوسطى لجزيئات الغاز.

لو قارنا المعادلة (3-1-9) مع قانون الغاز المثالي $(P.V = N.k.T)$:

فيمكن لهاتين المعادلتين أن تتطابقا إذا كان:

$$\frac{2}{3}.\left(\frac{1}{2}.m.\overline{v^2}\right) = k.T$$

أو يجب أن يكون :

$$\frac{1}{2}.m.\overline{v^2} = \frac{3}{2}.k.T \qquad (3-1-10)$$

أو

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2}.k.T$$

حيث k ثابت بولتزمان ويساوي :

$$k = 1{,}38 \times 10^{-23}\ J/K$$

ينتج من العلاقة (3-1-10) أن الطاقة الحركية الوسطى لحركة جزيئات الغاز تتناسب طرداً مع الحرارة المطلقة، وطبقاً للنظرية الحركية كلما ازدادت حركة الغاز ازدادت السرعة الوسطى لحركة الجزيئات. وتعتبر هذه العلاقة إحدى أهم العلاقات في النظرية الحركية.

مسألة (٣-١-٥) :

احسب الطاقة الحركية الوسطى لحركة جزيئات الغاز البدائية (الأولية) عند درجة حرارة $37°c$.

الحل:

$$T = 37 + 273 = 310\ K$$

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2}.R.T$$

$$= \frac{3}{2}(1{,}38 \times 10^{-23}).(310) = 6{,}42 \times 10^{-21} J$$

تبين العلاقة السابقة أنه كلما اقتربت درجة الحرارة من درجة الصفر المطلق فالطاقة الحركية للجزيئات تسعى إلى الصفر.

غير أن النظرية الكوانتية الحديثة تؤكد أن هذا غير صحيح، فعندما تسعى درجة الحرارة المطلقة إلى الصفر فإن الطاقة الحركية للجزيئات تسعى إلى قيمة صغرى قريبة جداً من الصفر.

بغض النظر عن أن كل الغازات الحقيقية تصبح سائلة أو صلبة عند درجة حرارة أكبر من الصفر المطلق فالحركة الجزيئية تبقى مستمرة حتى عند درجة الصفر المطلق.

إن العلاقة (10-1-3) يمكن استخدامها لحساب سرعة حركة الجزيئات الوسطى، ونلاحظ انه في العلاقتين (1-1-3) و (10-1-3) تؤخذ القيم الوسطى للسرعة التربيعية، ويسمى الجذر التربيعي من $\overline{v^2}$ بالجذر التربيعي للسرعة التربيعية الوسطى v_{rms} :-root-mean-square (rms) speed

حيث إننا نأخذ الجذر التربيعي من السرعة التربيعية الوسطى أي :

$$v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3.k.T}{m}} \qquad (3-1-11)$$

وبما أن السرعة $\bar{v}$ نحصل عليها بأخذ القيمة الوسطى للسرعة المطلقة، فهي لا تساوي إلى v_{rms} و يمكن توضيح ذلك بالمثال التالي :

مثال (٣-١-٦) :

ليكن لدينا ثمانية جسيمات لها السرعات التالية مقدرة بـ m/sec :

5,2,3,6,2,4,6,1

احسب : أ- السرعة الوسطى.

ب- السرعة التربيعية الوسطى.

الحل :

السرعة الوسطى:

$$\bar{v} = \frac{1+6+4+2+6+3+2+5}{8} = 3{,}6\ \mathrm{m/sec}$$

نحسب السرعة التربيعية الوسطى: v_{rms}

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{1+6^2+4^2+2^2+6^2+3^2+2^2+5^2}{8}} = 4{,}1\ \mathrm{m/sec}$$

نلاحظ من هذا المثال أن $\bar{v}$ و v_{rms} غير متساويين، ويختلفان في الغاز المثالي بمقدار 8%.

مسألة (٣-١-٦) :

ما هي السرعة التربيعية الوسطى لجزيئات الهواء في درجة حرارة الغرفة $20^{\circ}c$.

الحل :

باستخدام العلاقة (3-1-11) يمكن إجراء الحساب، ولكن في مقام العلاقة (3-1-11) تدخل الكتلة، وبما أن الهواء يتألف من غازي O_2 و N_2 الآزوت وغازات أخرى مهملة الكتلة.

يجب أن نحسب كتلة O_2 و N_2 ومن ثم نعوض في العلاقة (3-1-11):

إن كتلة :

$$m_{N_2} = 28u \quad \text{و} \quad m_{O_2} = 32u$$

حيث u واحدة الكتل الذرية .

$$1u = 1{,}67 \times 10^{-27}kg$$

$$m_{O_2} = 32 \times 1{,}67 \times 10^{-27} = 5{,}3 \times 10^{-26}\ kg$$

من أجل الآزوت :

$$m_{N_2} = 1{,}67 \times 10^{-27} \times 28 = 4{,}7 \times 10^{-26}\ kg$$

وبالتالي نعوض:

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3.k.T}{m}}$$

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3 \times 1{,}38 \times 10^{-23} \times 293}{5{,}3 \times 10^{-26}}} = 480\ m/sec$$

وبنفس الطريقة من أجل الآزوت نجد $v_{rms} = 510m/sec$ ، أي أن سرعة جزيئات الأوكسجين O_2 أقل من سرعة جزيئات الآزوت.

٣-١-١٦- توزع الجزيئات حسب السرع :

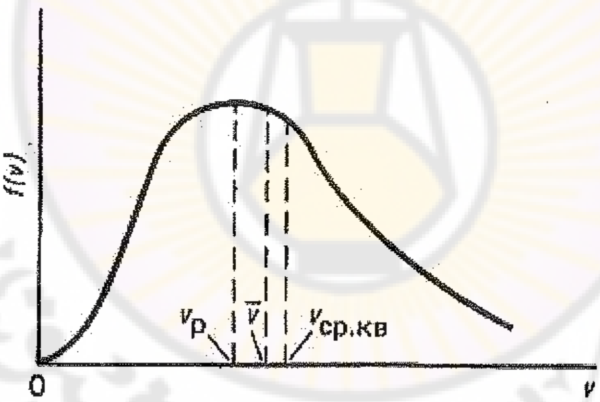
Distribution of molecules in the speeds:

سنعتبر أن جزيئات الغاز تقوم بحركة عشوائية، أو بكلمات أخرى تمتلك بعض الجزيئات سرعة أقل من السرعة الوسطى وجزيئات أخرى سرعة أكبر من السرعة الوسطى.

حصل العالم جيمس ماكسويل عام ١٨٥٩ على علاقة للتوزع الأكثر احتمالاً لسرع جزيئات الغاز الحاوي على N جزيئاً، ولم نتطرق إلى طريقة استنتاج هذه العلاقة، وتكتب هذه العلاقة بالشكل التالي:

$$f(v) = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp\left(-\frac{1}{2}\ \frac{mv^2}{kT}\right) \qquad (3-1-12)$$

نسمي العلاقة (12−1−3) بتابع توزع ماكسويل للسرعة ويأخذ الشكل التالي:



الشكل (٣-١-١١) توزع سرعة الجزيئات في الغاز المثالي. نلاحظ أن $\bar{\upsilon}$ وυ_{rms} لا تقع في قمة المنحني والسرعة الواقعة في القمة هي السرعة الأكثر احتمالاً υ_p وذلك لأن المنحني غير متناظر

إن القيمة $f(\nu)d\nu$ هي عبارة عن عدد الجزيئات التي سرعتها محصورة في المجال من السرعة ν إلى السرعة $\nu_t d\nu$.

وفي العلاقة (12-1-3) فإن m هي عبارة عن كتلة الجزيئات المدروسة، أما T فهي الحرارة المطلقة أما k فهي ثابت بولتزمان.

وبما أن N هو العدد الكلي لجزيئات الغاز فإن جمع كل الجزيئات سيعطي قيمة N على هذه الصورة فإن: $\int_0^\infty f(\nu)\, d\nu = N$

مثال (٣-١-٧) :

أوجد العلاقات التي تعطي :

أ- السرعة الوسطى $\bar{\nu}$.

ب- السرعة الأكثر احتمالاً ν_p لجزيئات الغاز المثالي عند درجة الحرارة T .

الحل :

أ- نحصل على القيمة الوسطى لأي مقدار بضرب كل القيم الممكنة لهذا المقدار (على سبيل المثال السرعة) بعدد الجزيئات التي يمتلكها هذا المقدار، ومن ثم نقسم القيمة المحصول عليها على عدد الجزيئات N ولما كان التابع رقم (12-1-3) تابعاً مستمراً لذا نستبدل الجمع $\sum$ بإشارة تكامل $\int$ فتصبح قيمة $\bar{\nu}$ تساوي :

$$\bar{\nu} = \frac{\int_0^\infty \nu f(\nu)\, d\nu}{N}$$

نعوض قيمة $f(\nu)$ من العلاقة (12-1-2) فنجد:

$$\bar{\nu} = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty \nu^3 \ \exp\left(-\frac{1}{2}\ \frac{m\nu^3}{RT}\right) d\nu$$

التكامل محدود يمكن أخذ قيمته من جداول التكامل، ويمكن حسابه بالتكامل بالتجزئة.

فأي تابع من الشكل:

$$\int_0^\infty f dg = fg - \int_0^\infty g df$$

نفرض :

$$f = \nu^2 \quad \Rightarrow \quad df = 2\nu . d\nu$$

$$dg = \nu . e^{-a\nu^2}$$

$$g = -\frac{1}{2a} e^{-a\nu^2}$$

وَ

$$\int \nu e^{-a\nu^2} = -\frac{1}{2a} e^{-a\nu^2}$$

$$\int_0^\infty \nu^3 e^{-a\nu^2} d\nu = \nu^2 \left(-\frac{1}{2a} e^{-a\nu^2}\right) - \int_0^\infty (2\nu)\left(-\frac{1}{2a} e^{-a\nu^2}\right) d\nu =$$

$$= 0 - \frac{1}{2a^2} e^{-a\nu^2} = \frac{1}{2a^2}$$

وبأستبدال قيمة a والتعويض بمعادلة $\bar{\nu}$ نجد:

$$\bar{\nu} = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \left(\frac{2k^2T^2}{m^2}\right) = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

$$\bar{\nu} \simeq 1,60 \sqrt{\frac{kT}{m}}$$

ب- السرعة الأكثر احتمالاً:

هي تلك السرعة التي تمتلكها أكثرية الجزيئات وعند هذه السرعة يكون تابع ماكسويل أعظمياً وفي النهاية العظمى يكون المشتق معدوماً أي:

$$\frac{df(\nu)}{d\nu} = 0$$

نشتق التابع رقم (3-1-12) بالنسبة للسرعة :

$$\frac{df(\nu)}{d\nu} = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\left[2\nu\exp(-\frac{m\nu^2}{2kT}) - \frac{2m\nu^2}{2kT}\exp(-(-\frac{m\nu^2}{2kT})\right] = 0$$

نستبدل قيمة السرعة بـ $\nu = \nu_P$

$$\nu_P = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \simeq 1,41\sqrt{\frac{kT}{m}}$$

الحل الثاني يعطي النهاية الصغرى أي $\nu_P = 0$ وهو مرفوض.

ويكون :

$$\bar{\nu} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \simeq 1,60\sqrt{\frac{kT}{m}}$$

$$\nu_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \simeq 1,73\sqrt{\frac{kT}{m}}$$

وهي القيم الثلاثة المبينة على الشكل (٣-١-١١).

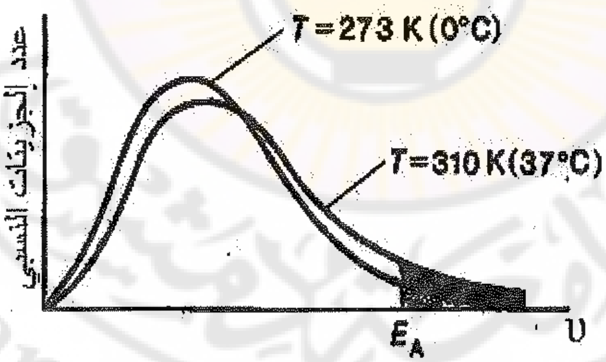
يتضح من المعادلة (3-1-12) والشكل (٣-١-١١) أن سرعات جزيئات الغاز تتغير من الصفر حتى قيمة تزيد عدة مرات عن السرعة الوسطى. وكما هو واضح من الشكل فإنّ أكثرية

سرع الجزيئات لا تختلف كثيراً عن السرعة الوسطى فالجزيئات ذات السرع الأكبر من v_{rms} بـ 4 مرات أقل من 1%.

إن توزع ماكسويل لغاز معين يتعلق فقط بدرجة الحرارة المطلقة فيتضح من الشكل (٣-١-١٢) توزع ماكسويل عند درجتي حرارة مختلفتين. وبما أنه عند زيادة درجة الحرارة فإن السرعة v_{rms} تزداد وعند درجات عالية جداً فإن المنحنيين يلتقيان (يندمجان).

ويوضح الشكل (٣-١-١٢) كيف يمكن استخدام النظرية الحركية لشرح زيادة سرع كثير من التفاعلات الكيماوية والتفاعلات في الخلايا الحية وذلك بزيادة درجة الحرارة.

إن أكثرية التفاعلات الكيماوية تتم في الحالة السائلة وإن جزيئات السوائل تخضع لتوزع ماكسويل. يمكن لجزيئين أن يتفاعلا تفاعلاً كيميائياً إذا كانت طاقتهما الحركية كبيرة كفاية وعند تصادمهما فإنهما يتداخلان بعضهما بعضاً، ويتطلب من أجل ذلك طاقة صغرى تسمى طاقة التنشيط E_A انظر الشكل (٣-١-١٢)، وهي تمتلك قيماً مختلفة لكل تفاعل كيميائي. فوضح على الشكل (٣-١-١٢) سرعات الجزيئات المطابقة للطاقة الحركية E_A من أجل تفاعلات كيميائية معينة وإن عدد الجزيئات التي طاقتها أكبر من E_A تساوي عددياً المساحة تحت المنحني إلى اليمين (الجزء المظلل من المنحني).



الشكل (٣-١-١٢) توزع سرع الجزيئات من أجل درجتي حرارة مختلفتين

٣-١-١٧- الغليان Boiling:

يعد الغليان شكلاً سريعاً للتبخر حيث تتشكل فقاعات البخار داخل السائل ولكي تتشكل الفقاعة يجب أن يكون للبخار ضغطاً كافياً لدفع السائل معاكساً للضغط المطبق على السطح العلوي للسائل (الضغط الجوي)، إضافة إلى ضغط السائل فوق الفقاعة وعند ازدياد الضغط المطبق كما هو الحال في طنجرة البخار (الضغط)، يزداد ضغط البخار المطلوب من أجل الغليان فتزداد درجة حرارة السائل قبل حدوث الغليان. ولكي يتخلص الجزيء من سطح السائل يحتاج إلى طاقة لكسر الروابط الجزيئية المسؤولة عن قوة التوتر السطحي. فالتبخر عملية يرافقها تبريد للسائل ، فإذا تم غلي الماء بتقديم حرارة له فإن مفعول التبريد (تأثير التبريد) يقوم بالحفاظ على درجة الحرارة عند نقطة الغليان.

٣-١-١٨- الرطوبة Humidity:

يتألف الهواء كما نعلم من 78% نتروجين و 21% أوكسجين، إضافة إلى غازات أخرى كـ Co_2 و Ar وأخيراً بخار الماء. والضغط الذي يطبقه الهواء يساوي مجموع الضغوط الجزئية لمكوناته، وعند إضافة بخار الماء إلى حجم معين من الهواء في درجة حرارة معينة يزداد الضغط الجزئي لبخار الماء وعندما يتساوى هذا الضغط الجزئي مع ضغط البخار عند درجة حرارة معينة نقول إنّ الهواء أصبح مشبعاً، ويبدأ عندها بخار الماء بالتكاثف متحولاً إلى الماء السائل، وذلك إذا كانت درجة الحرارة أعلى من نقطة الذوبان، أو يتحول إلى بلورات جليدية إذا كانت درجة الحرارة أخفض من نقطة الذوبان.

تدعى نسبة الضغط الجزئي لبخار الماء إلى ضغط البخار المشبع عند درجة حرارة معينة بالرطوبة النسبية ويعبر عنها بنسبة مئوية :

$$\text{الرطوبة النسبية} = \frac{\text{الضغط الجزئي لبخار } H_2O}{\text{ضغط البخار المشبع عند درجة معينة}} \times 100\% \qquad (3-1-13)$$

تزداد الرطوبة النسبية، بزيادة كمية بخار الماء في الهواء عند درجة حرارة معينة أو بتخفيض درجة الحرارة وبالتالي تخفيض ضغط البخار.

تدعى درجة الحرارة التي تصبح عندها الرطوبة النسبية مساوية 100% بنقطة الضباب dewpoint. فعندما يبرد سطح الأرض إلى ما دون نقطة الضباب خلال الليل يتشكل الضباب وذلك إذا كانت نقطة الضباب أعلى من 0°C، ويتشكل الصقيع إذا كانت نقطة الضباب أقل من 0°C.

مثال (٣-١-٨) :

تم قياس نقطة الضباب في يوم رطب درجة الحرارة فيه 20°C، وذلك بتبريد حاوية معدنية إلى أن تشكلت الرطوبة على سطحها، حدث هذا لحظة وصول درجة الحرارة إلى القيمة 15°C. أوجد الرطوبة النسبية في ذلك اليوم.

الحل :

$$\text{الرطوبة النسبية} = \frac{\text{الضغط الجزئي لبخار } H_2O}{\text{ضغط البخار المشبع عند درجة معينة}} \times 100\%$$

من الجداول الخاصة نجد أن الضغط الجزئي لبخار الماء عند الدرجة 15°C يساوي 1,69kpa، وبما أن ضغط البخار المشبع عند الدرجة 20°C يساوي 2,34kpa، فتكون الرطوبة النسبية مساوية :

$$\text{الرطوبة النسبية} = \frac{1,69}{2,34} \times 100\% = 72,2\%$$

مثال (٣-١-٩) :

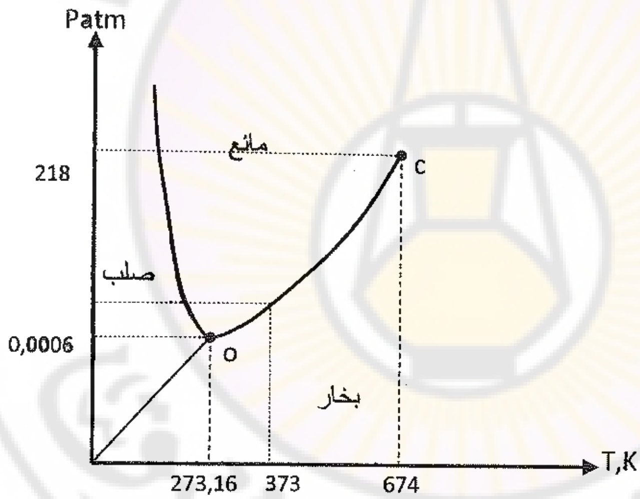
في يوم صيفي حار كانت درجة حرارة الجو 30°C، أما الضغط الجزئي لبخار الماء في الهواء فيساوي 31,8mmHg، وبالتالي فالرطوبة النسبية حسب العلاقة (3-1-13) تساوي:

$$\text{الرطوبة النسبية} = \frac{21\text{mmHg}}{31,8\text{mmHg}} \times 100\% = 66\%$$

٣-١-١٩- مخططات الطور :

لنفرض أن لدينا حوجلة زجاجية تحوي ماء ومخلاة من الهواء. سيتبخر بعض الماء وستملأ جزيئات بخار الماء المكان الخالي من الحوجلة، ومن ثم يتكاثف بعض هذا البخار متحولاً إلى سائل (مائع). وفي البداية يكون معدل التبخر أعلى من معدل التكاثف فتزداد كثافة البخار إلى أن يتساوى معدل التبخر والتكاثف، وعند ذلك يكون ضغط بخار الماء مساوياً ضغط البخار في درجة الحرارة التي نجري عندها التجربة.

إذا سخنا الحوجلة الزجاجية إلى درجة حرارة أعلى عندئذ سيتحول المزيد من السائل إلى البخار، ونتوصل إلى وضع توازن جديد له ضغط بخار أعلى من الضغط الثابت. ونجد على الشكل (٣-١-١٣) مخطط الطور، حيث يمثل الجزء oc تغير ضغط البخار بزيادة درجة الحرارة وثبات الحجم.



الشكل (٣-١-١٣) مخطط الطور

فمع ازدياد درجة الحرارة تتناقص كثافة السائل، وتزداد كثافة البخار، وتصبح الكثافتان متساويتين عند النقطة الحرجة c ، ولا يوجد ما يميز الغاز (البخار) عن السائل عند تلك النقطة وجميع النقاط التي تعلوها. يتكاثف البخار عند التبريد متحولاً إلى سائل، وهذا يقابله تحرك على

المنحني oc حتى نصل إلى النقطة o في الشكل (٣-١-١٣)، حيث يبدأ السائل عند هذه النقطة o بالتحول إلى الحالة الصلبة، وتجتمع عند النقطة o الأطوار الثلاثة (بخار، سائل، صلب) ويحصل هذا عند درجة حرارة معينة وحيدة تدعى النقطة الثلاثية.

إن درجة حرارة النقطة الثلاثية للماء هي: 0,01°C أو 273,16k. والضغط عند النقطة الثلاثية للماء هو: 4,58 mmHg. ولا يوجد السائل عند درجات حرارة أخفض من النقطة الثلاثية، أما الجزء oA من مخطط الطور الشكل (٣-١-١٣) فيمثل مواضع الضغوط ودرجات الحرارة التي يتوازن فيها البخار مع الحالة الصلبة، ويتم الانتقال من الحالة الصلبة إلى الحالة الغازية دون المرور بالحالة السائلة. ويدعى التحول المباشر من الحالة الصلبة إلى البخار أو الغاز التسامي. ويمكن مشاهدة هذه الظاهرة بوضع مكعب من الجليد في القطب فيختفي هذا المكعب بعد زمن قصير بسبب التسامي.

إن درجة حرارة النقطة الثلاثية لثاني أوكسيد الكربون هي 216,55k وضغطها يساوي 3880mmHg، وهذا يعني أن الحالة السائلة لثاني أوكسيد الكربون لا يمكن أن توجد في ضغط 1atm ولكن في ضغط 3880mmHg المساوي إلى 5,1atm ، لذلك يتحول ثاني أوكسيد الكربون الصلب متسامياً بصورة مباشرة إلى غاز ثاني أوكسيد الكربون دون المرور بالطور السائل ويدعى بالثلج الجاف.

أما المنحني oB من الشكل (٣-١-١٣) فيمثل منحني الذوبان، وهو يفصل بين طور الحالة الصلبة والسائلة.

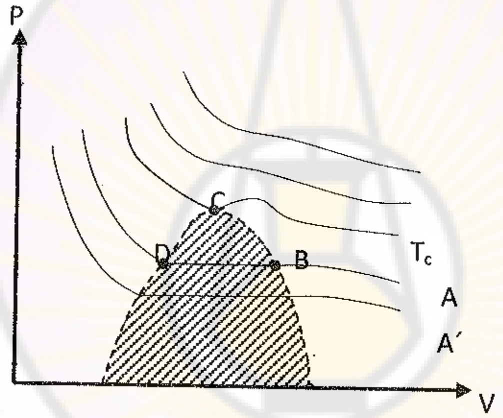
٣-١-٢٠- معادلة فاندرفالس The Vander waals equation:

تصف معادلة فاندرفالس سلوك العديد من الغازات الحقيقية في مجال واسع من الضغوط وبدقة أكبر من معادلة الغاز المثالي التي مرت معنا سابقاً، فمن أجل عدد من المولات n مولاً نكتب معادلة فاندرفالس على الشكل التالي :

$$(P + \frac{an^2}{V^2})(V - bn) = nRT$$

حيث b : الحجم الذي يشغله جزيء غرامي (مول) فهو يُنقص من الحجم المتوفر لحركة الجزيئات.

أما الحد $\frac{an^2}{V^2}$ فيأتي من تجاذب جزيئات الغاز فعند اقتراب الجزيئات من جدار الوعاء تجذبه الجزيئات المحيطة الأخرى وبقوة تتناسب مع كثافة الجزيئات التي حوله ، وبما أن عدد الجزيئات التي تصدم الجدار خلال فترة زمنية معينة يتناسب مع كثافتها أي كثافة الجزيئات ، فإن تناقص الضغط بسبب تجاذب الجزيئات يتناسب مع مربع كثافة الجزيئات أي $\frac{n^2}{V^2}$ ، أما الثابت a فيرتبط بنوع الغاز فهو صغير في حالة الغازات الخاملة، ويكون الحدان $\frac{an^2}{V^2}$ و bn مهملين عندما يكون الحجم V كبيراً أي في حالة كثافة غازية منخفضة، وتقترب عندئذ معادلة فاندرفالس من معادلة الغاز المثالي. انظر الشكل (٢-١-١٤):



الشكل (٢-١-١٤)

المنحنيات المتساوية الدرجة على المخطط PV للغازات الحقيقية. ففي درجات حرارة أعلى من T_c تبقى المادة في الحالة الغازية تحت جميع الضغوط وتوصف بمعادلة فاندرفالس.

إن الضغط المقابل للأجزاء الأفقية ضمن المجال المظلل هو ضغط البخار، وهو الضغط الذي يتوازن فيه البخار والسائل.

أما الأجزاء الواقعة إلى يسار الجزء المظلل فتكون المادة عندها في الحالة السائلة، أي غير قابلة للانضغاط أوفي درجات حرارة أقل من الدرجة الحرجة T_c .

يبين الشكل (٢-١-١٤) المنحنيات المتساوية الدرجة على المخطط PV للغازات الحقيقية عند درجات حرارة مختلفة.

فعند درجات حرارة أعلى من الدرجة الحرجة T_c توصف هذه المنحنيات بمعادلة فاندرفالس. وتستعمل علاقة فاندرفالس لتعيين قيمتي a وَ b، وتعطى قيمتاهما من أجل غاز الآزوت والتي تتوافق مع المنحنيات التجريبية:

$$b=39{,}1\ cm^3/mol \qquad \text{وَ} \qquad a=0{,}14\ pa\ m^6/mol^2$$

ويشكل الحجم $39{,}1cm^3$. مقدار 0,2% من حجم 1mol من غاز الآزوت في الشرطيين النظاميين والمساوية لـ $22400cm^3$ وبما أن الكتلة المولية لغاز الآزوت تساوي 28gr، فإذا وضع 1mol من غاز الآزوت ضمن حجم مقداره $39{,}1cm^3$ فنحصل على الكثافة المساوية:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{28}{39{,}1} = 0{,}72\ g/cm^3$$

وهي قيمة تقترب من كثافة الآزوت السائل والمساوية $0{,}80\ g/cm^3$.

وبما أن الثابت b يمثل الحجم الفعلي لمول واحد من الغاز، فيمكن استعمال قيمته في تقدير حجم الجزيء.

فإذا كان للعدد N_A من الجزيئات حجماً قدره $39{,}1\ cm^3$ فيكون حجم الجزيء الواحد:

$$V = \frac{b}{N_A} = \frac{39{,}1}{6{,}02 \times 10^{23}} = 6{,}02 \times 10^{-23} cm^3/molecule$$

وإذا افترضنا أن للجزيء شكل كروي يشغل مكعباً طول ضلعه d يمكن تقريباً كتابة أن:

$$d = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{6{,}5 \times 10^{-23}} = 4 \times 10^{-8} cm$$

تصف معادلة فاندرفالس عند درجات حرارة أخفض من T_c المنحنيات المتساوية الدرجة والواقعة خارج الجزء المظلل في الشكل (٢-١-١٤).

لنفرض أن لدينا غازاً درجة حرارته أقل من T_c وكان ضغطه منخفضاً وحجمه كبيراً فلو بدأنا بزيادة الضغط مع تثبيت درجة الحرارة (المنحني A على الشكل (٢-١-١٤)) سيرتفع الضغط حتى يصل النقطة B الواقعة على المنحني المتقطع. ويتوقف الضغط عن الارتفاع، ويبدأ الغاز بالتميع تحت ضغط ثابت ، ويكون الغاز والمائع في توازن حراري على طول الخط الأفقي BD ومع الاستمرار في ضغط الغاز تتميع كمية أضافية من الغاز حتى تصل إلى النقطة D من المنحني المتقطع ، وعندئذ يتميع الغاز كله ، أي يصبح سائلاً، وإذا حاولنا زيادة الضغط على الغاز يرتفع الضغط بصورة حادة إلى الأعلى لأن السائل غير قابل للانضغاط يدعى الضغط الثابت الذي يكون عنده الغاز في توازن حراري مع بخاره بضغط البخار ، وعندما يحصل هذا التوازن الحراري، ويسخن السائل قليلاً أو ينخفض الضغط قليلاً يغلي السائل ، ونرى من الشكل أن ضغط البخار لغاز ما يرتبط بدرجة حرارته.

فإذا بدأنا نضغط الغاز عند درجة حرارة أخفض كما على المنحني 'A من الشكل (٢-١-١٤) سيكون ضغط البخار أقل قيمة كما هو مشار إليه في المستقيم الأفقي الخاص به.

تدعى درجة الحرارة التي يكون ضغط البخار عندها لمادة ما مساوياً 1atm بنقطة الغليان النظامية لتلك المادة.

إن درجة الحرارة التي يكون عندها ضغط بخار الماء مساوياً 1atm هي $100°C=273k$ وهي نقطة الغليان النظامية للماء. ففي الأماكن المرتفعة كقمم الجبال يكون ضغط بخار الماء أقل من 1atm. ويغلي الماء عند درجة حرارة أقل من $100°C$.

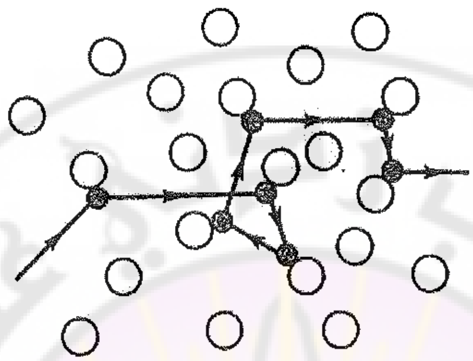
لا يتميع الغاز مهما كان ضغطه عند درجات حرارة أعلى من T_c.

إن درجة الحرارة الحرجة للماء = $374°C = 647k$. وتدعى النقطة التي يتقاطع عندها منحنٍ متساوي الدرجة مع المنحني المتقطع بالنقطة الحرجة.

٢-١-٢١- المسار الحر الوسطي Average length of free run:

لو أعتبرنا جزيئات مادية فلن تتصادم مع بعضها بحيث إنّه لو فتحت علبة عطراً ستشعر بالرائحة بصورة لحظية في الغرفة، لأن الجزيئات تنتشر مئات المترات في الثانية. وفي الحقيقة

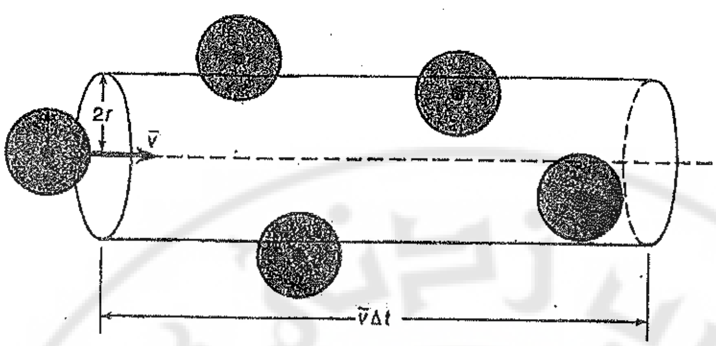
من أجل الشعور بالرائحة يتطلب بعض الزمن، وحسب النظرية الحركية فإن التأخر في الزمن يعود إلى تصادم الجزيئات. ولو درسنا حركة جزيئة واحدة لوجدنا أنها تتحرك بشكل متعرج كما في الشكل (٢-١-١٥).



الشكل (٢-١-١٥) المسار المتعرج لتصادم الجزيئات مع بعضها بعضاً

وخلال الفاصل الزمني بين تصادمين ستتحرك الجزيئة بشكل مستقيم (هذا لن يكون كذلك لو أخذنا بالحسبان القوى الضعيفة الفاعلة بين تصادمين). وفي هذه الحالة سيكون هاماً معرفة المسار الحر الوسطي الذي يمثل المسافة الوسطى التي يقطعها الجزيء بين تصادمين. ويمكن التوقع أنه كلما ازدادت كثافة الغاز وازداد حجم الجزيء كان هذا المدى أقصر. ولنفسر لماذا يحصل هذا في حالة غاز مثالي.

لنفرض أنه لدينا غاز مثالي يتألف من جزيئات متماثلة، وكل جزيئة هي عبارة عن كرة صلبة نصف قطرها r. يحصل التصادم عندما تكون المسافة بين مراكز الجزيئات هي $2r$. لنراقب حركة الجزيئة عندما تتحرك بخط مستقيم الشكل (٢-١-١٦).



الشكل (٢-١-١٦) الجزيئات تتحرك من اليسار إلى اليمين بسرعة $\bar{v}$ وستتصادم مع الجزيئات التي مركزها يقع في داخل الاسطوانة ذات نصف القطر 2r

يمثل المستقيم المخطط في مركز الأسطوانة الطريق الذي تسلكه إحدى الجزيئات إذا لم تعاني أي تصادم. نرى من الشكل أسطوانة نصف قطرها 2r فإذا وقع مركز جزيئة أخرى في داخل هذه الأسطوانة هذا يعني أنه سيحصل التصادم (دون أدنى شك عندما يحصل التصادم يتغير مسار الجزيئة ويتغير تصورنا عن الأسطوانة أي يتغير اتجاه الرسم، ومن أجل تسهيل الحساب لن نغير حسابنا ، وسنحول الحركة المتعرجة إلى مستقيمة). لنفرض أن هذه الجزيئة هي إحدى الجزيئات التي تتحرك بسرعة وسطى $\bar{v}$. ولنفرض ولو لحظة زمنية أن الجزيئات الأخرى لا تتحرك وأن كثافة الجزيئات (عدد الجزيئات في وحدة الحجم) يساوي n_v.

عندئذ عدد الجزيئات التي مراكزها تقع في داخل الأسطوانة الشكل (٢-١-١٦) يساوي الكثافة n_v مضروباً بحجم هذه الأسطوانة، وهذا العدد سيساوي أيضاً عدد التصادمات الحاصلة. وخلال الزمن Δt تقطع الجزيئة المعنية مسافة $\bar{v}\Delta t$ ، وبالتالي طول الأسطوانة (ارتفاعها) يساوي $\bar{v}\Delta t$ وحجمها يساوي $\pi(2r)^2\bar{v}\Delta t$. على هذه الصورة فعدد التصادمات خلال الزمن Δt يساوي $n_v\pi(2r)^2\bar{v}\Delta t$. المدى الحر الوسطي L_m هو المسافة الوسطى بين تصادمين، وتساوي هذه المسافة، المسافة المقطوعة خلال الزمن Δt ، مقسومة على عدد التصادمات الحاصلة خلال الزمن Δt :

$$L_m = \frac{v\Delta t}{n_v\pi(2r)^2\bar{v}\Delta t} = \frac{1}{4\pi r^2 n_v} \qquad (2-1-14)$$

على هذه الصورة نجد أن L_m تتناسب عكساً مع مساحة المقطع العرضي للجزيء πr^2 وكثافة الجزيئات (عدد الجزيئات/الحجم) n_v. إن العلاقة (1) غير دقيقة بشكل كافٍ، حيث اعتبرنا أن الجزيئات الأخرى ساكنة ، وفي الحقيقة فالجزيئات في حركة دائمة وعدد التصادمات خلال الزمن Δt يجب أن يتعلق بالسرعة النسبية للجزيئات المتصادمة وليس بـ $\bar{v}$. وبالتالي عدد التصادمات في الثانية يساوي $n_v \pi (2r)^2 v_{\text{نسبية}} \Delta t$ (وليس $n_v \pi (2r)^2 \bar{v} \Delta t$). حيث $v_{\text{نسبية}}$: السرعة النسبية الوسطى للجزيئات المتصادمة. وبإجراء الحساب الدقيق واعتبار أن التوزع هو توزع ماكسويل للسرع يكون : $v_{\text{نسبية}} = \sqrt{2}\,\bar{v}$. وبالتالي يكون :

$$L_m = \frac{1}{4\pi\sqrt{2}\, r^2 n_v} \qquad (2-1-15)$$

مثال (٢-١-١٠):

عين المدى الحر الوسطي لجزيئات الهواء بالشروط النظامية. معتبراً أن أقطار جزيئات O_2 و N_2 متساوية تقريباً وتساوي $3\text{x}10^{-10}\text{m}$.

الحل :

نعلم أن ١مول من الغاز المثالي يشغل حجماً قدره $22{,}4\text{x}10^{-3}\text{m}^3$ وبالتالي:

$$n_v = \frac{6{,}02 \times 10^{23}\ \text{جزيء}}{22{,}4 \times 10^{-3}\text{m}^3} = 2{,}69 \times 10^{25}\ \text{جزيء}/\text{m}^3$$

على هذه الصورة فالمدى الحر الوسطي:

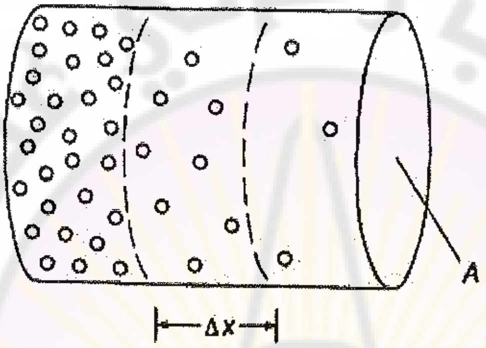
$$L_m = \frac{1}{4\pi\sqrt{2}\,(1{,}5 \times 10^{-10}\text{m})^2 (2{,}7 \times 10^{25}\text{m}^{-3})} \approx 9 \times 10^{-8}\text{m}$$

أي يزيد عن قطر الجزيء ب 100 مرة.

ملاحظة : في حالة كثافات منخفضة يصبح تصادم الجزيئات مع جدار الوعاء فقط، ويمكن الكلام عن الخلاء vacuum.

٢-١-٢٢- الانتشار Diffusion:

إذا وضعنا في كأس ماء نقطة من ملون غذائي ، مع مرور الزمن سنشاهد أن كل الماء سيبدأ بالتلون. إن هذه العملية يمكن أن تستغرق عدة ساعات (على اعتبار أن الكأس يبقى مكانه) ولكن في النهاية يصبح الماء ملوناً بصورة منتظمة. إن عملية المزج هذه تعود إلى الحركة العشوائية للجزيئات وهذه العملية تسمى بـ الحلول.



الشكل (٢-١-١٧) تجري عملية الحلول من المنطقة ذات التركيز العالي C_1 إلى المنطقة ذات التركيز الأخفض C_2 (الجزيئات المبينة من نفس النوع)

إن عملية الحلول تجري أيضاً في الغازات. والأمثلة الأكثر على الحلول في الغازات نذكر انتشار روائح العطورات أو الدخان (أو رائحة الطعام المطهي على الغاز) والتي تنتشر في الهواء مع أنه عند انتشار الروائح فإن الحمل يلعب دوراً كبيراً وأكثر من الانتشار. وفي أي حالة فإن المادة المنتشرة تتحرك من المجال ذي الكثافة العالية إلى المجال ذي الكثافة المنخفضة.

طبقاً للنظرية الحركية فالجزيئات تقوم بحركة عشوائية تسمح بالتفسير البسيط للحلول. لندرس أنبوبة ذات مقطع عرضي A تحوي على جزيئات من نفس النوع لكن تركيزها في الجهة اليسرى للأنبوبة أكبر من اليمنى كما في الشكل (٢-١-١٧). ولنفرض أيضاً أنّه توجد مجموعة من الجزيئات من نوع آخر والتي سنعتبرها خلفية. (كمثال يمكن تسمية جزيئات الحبر على خلفية جزيئات الماء). لم توضح جزيئات الخلفية على الشكل (٢-١-١٧). على هذه الصورة عند دراسة الحلول سنعتبر أن الضغط الكلي موزعٌ بانتظام (أي أنه لا يوجد تيار هيدروديناميكي

مرتبط بتدرج الضغط). أما الحرارة فهي متماثلة في كافة النقاط (أي أنه لايوجد حمل). ولنفترض أيضاً أن تركيز جزيئات النوع الأول تتغير فقط في اتجاه واحد ، وبالضبط على طول المحور x وتكون ثابتة على طول المحاور y و z . تتحرك الجزيئات بشكل عشوائي. إضافة لذلك، ونظراً لاختلاف التركيز فسيأخذ دوراً التيار المحصل لجزيئات النوع الأول إلى اليمين الشكل (٢-١-١٧). ومن أجل فهم لماذا هذا يجري سندرس جزءاً صغيراً من الأنبوبة طوله Δx والمبين على الشكل وبفضل الحركة العشوائية فالجزيئات من المجال 1 وَ 2 تنفذ إلى الجزء المركزي ، وكلما كبر عدد الجزيئات في هذا الجزء، ازداد عدد الجزيئات المغادرة من المقطع العرضي على حدود الجزء المعتبر. وبما أن تركيز الجزيئات في المجال 1 أكبر من المجال 2 فسينفذ إلى الجزء المركزي جزيئات أكثر من المجال 1 مقارنة بالمجال 2. لذلك يوجد شدة محصلة من اليسار إلى اليمين أي من المجال ذي التركيز العالي إلى المجال ذي التركيز المنخفض. هذه الشدة تتوقف فقط عندما تصبح الكثافة متساوية في كل مكان. يمكن التوقع أنه كلما كان هناك اختلاف في التركيز ازدادت قيمة التيار. وهذا حقيقة. ففي عام ١٨٥٥م الفيزيولوجي أدولف فيك (١٨٢٩-١٩٠١) عين تجريبياً أن الشدة J خلال مساحة أحادية تتناسب طرداً مع تغير التركيز بواحدة الطول $(nv_2 - nv_1)/\Delta x$ (إن هذا التغير بالتركيز يسمى تدرج التركيز):

$$J = -D\frac{(nv_2 - nv_1)}{\Delta x} \qquad (2-1-16)$$

تسمى هذه العلاقة بعلاقة فيك ويمكن اعادة كابتها بشكل أدق باستخدام المشتق :

$$J = -D\frac{dn_v}{dx} \qquad (2-1-17)$$

حيث : D معامل التناسب المسمى معامل الحلول أو الانتشار.

إذا تغيرت x بالمترات والتركيز n_v يعين بعدد الجزيئات في المتر المكعب. **هذا يعني أن J** تمثل عدد الجزيئات العابرة من خلال مساحة أحادية بواحدة الزمن. **(إذا أُعْطيت n_v بوحدة** mol/m^3 يعني أن J تقيس عدد مولات المادة التي تعبر مساحة **أحادية في الثانية** $(mol/m^2.s)$، إذا اعطي التركيز في واحدة kg/m^3 هذا يعني أن J **ستقاس في $kg/m^2.s$).**

إنّ الإشارة السالبة في العلاقتين (16-1-2) و (17-1-2) تذكرنا بأن الشدة متجهة بعكس جهة تدرج التركي، وهذا يعني إذا كان التركيز أكبر على اليسار ($\frac{dn_v}{dx} < 0$) فإن الشدة متجهة نحو اليمين. ولكن كما سبق وفرضنا فإنّ توزع الضغط متماثل، وسيأخذ مكاناً أيضاً في تدرج تركيز جزيئات الخلفية. على هذه الصورة ، ستنتشر هذه الجزيئات حسب العلاقة (17-1-2) في أتجاه معاكس. غير أن معامل الحلول D لهذه الجزيئات سيكون مغايراً لما درسناه سابقاً.

ومن الأسهل تحليل عملية الحلول في تلك الحالة إذا كانت الجزيئات المدروسة وجزيئات الخلفية من نفس النوع. عند ذلك من أجل مراقبة الجزيئات أثناء انتشارها خلال جزيئات مماثلة لها أي جزيئات الخلفية من الضروري وسمها (على سبيل المثال بمادة مشعة)، ومثل هذه العملية تسمى الانتشار بنفسه ، وسندرس هذه الحالة أو الحالة عندما تكون جزيئات مختلفة وبصورة مشابهة للسابقة.

من أجل الحصول على الزمن اللازم للحلول، نحسب الفاصل الزمني الذي بانقضائه النشادر (NH_3) سيتواجد على مسافة 10cm من القنينة بعد فتحها. وسنعتبر أن الحلول هو الذي سيأخذ مكاناً فقط. بإجراء الحساب حسب ترتيب القيم. إن سرعة الحلول J يمكن تحديده بعدد الجزيئات N المنتشرة خلال المساحة A في واحدة الزمن t :

$$J = \frac{N}{At}$$

ولنحسب من هنا الزمن :

$$t = \frac{N}{AJ}$$

ولنستخدم العلاقة (10-18) نجد :

$$t = \frac{N\Delta x}{AD\Delta n_v}$$

التركيز الوسطي (في منتصف المسافة بين القارورة والأنف) يمكن تقريباً كتابتها على الشكل:

$$\overline{n}_v \approx \frac{N}{V}$$

حيث V الحجم والذي من خلاله تعبر الجزيئات. إن الحجم V هو عبارة عن $A\Delta x$ حيث $\Delta x=10cm$ وبالتعويض بالعلاقة الأخيرة نجد $N = \overline{n}_v A\Delta x$ وبالتالي:

$$t \approx \frac{(\overline{n}_v A\Delta x)\Delta x}{AD\Delta n_v} = \frac{\overline{n}_v}{\Delta n_v}\frac{(\Delta x)^2}{D}$$

بما أنه قرب القارورة يكون تركيز النشادر عالٍ وقرب الأنف قليل يكون لدينا $\overline{n}_v \approx \Delta n_v/2$ أو $(\overline{n}_v/\Delta n_v) \approx 1/2$.

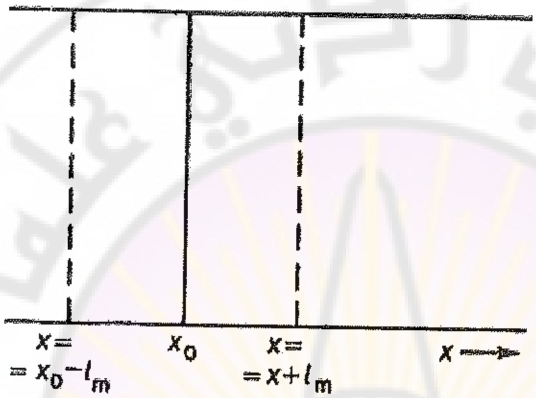
بما أن أبعاد جزيئات NH_3 تقع بين أبعاد جزيئات H_2 و O_2 فمن الجدول (٢-١-٢) نجد قيمة معامل الحلول $D \approx 4 \times 10^{-5} m^2/s$ على هذه الصورة :

$$t \approx \frac{1}{2}\frac{(0,10m)^2}{4 \times 10^{-5} m^2/s} \approx 100s$$

أو تقريباً من 1 دقيقة حتى 2 دقيقة. وهذا واضح أنه أكثر مما تعرفه من التجارب اليومية ومن الممكن أن يكون انتشار الرائحة مرتبط بالتيار الهوائي (الحمل). يمكن ايجاد العلاقة بين معامل الانتشار D والمدى الحر الوسطي L_m للغاز المنتشر. والآن يمكن الحصول على هذه العلاقة باستخدام الاستدلال العقلي البسيط ، وبنفس الوقت نتحقق من التناسب بين J و $\frac{dn_v}{dx}$ على أساس النظرية الحركية. سنعتبر أن المدى الحر الوسطي للجزيئات أكثر بكثير من أبعاد الوعاء المليء بالغاز ، عند ذلك يمكن إهمال التصادم مع جدار الوعاء. ولندرس في الغاز سطحاً مستوياً عند $x = x_o$ كما هو موضح في الشكل (٢-١-١٨). إنّ تركيز الجزيئات (في المتر المكعب) في المستوي $x = x_o$ يساوي $n_v = n_{vo}$. وإنّ توزع سرعة الجزيئات المنتشرة عشوائياً حسب الاتجاهات في فراغ ثلاثي الأبعاد ، غير أنّه من أجل السهولة سنعتبر أن ثلثها يتحرك على طول المحور x وثلثها الآخر على المحور y والثلث الثالث على المحور z. سنهتم فقط بالجزيئات التي تتحرك على طول المحور x. من الجزيئات $n_v/3$ المتحركة على طول المحور x نصفها أي $n_v/6$ تتحرك إلى اليمين $(+\overline{v})$ والنصف الآخر أي $n_v/6$ تتحرك إلى اليسار $(-\overline{v})$. لندرس الجزيئات المتحركة إلى اليمين. خلال الزمن Δt كل جزيئة تعبر مسافة $\overline{v}\Delta t$.

فالجزيئات التي تعبر المساحة A في المستوي x_o خلال الزمن Δt يجب أن تشغل حجماً $A\bar{v}\Delta t$ ، حيث إنّ عدد الجزيئات التي تعبر مساحة أحادية في المستوي x_o خلال واحدة الزمن تكتب على الشكل:

$$\frac{(1/6)n_v A(\bar{v}\Delta t)}{A\Delta t} = \frac{1}{6} n_v \bar{v}$$



الشكل (٢-١-١٨) لاستخراج قانون فيك وعلاقة معامل الحلول في حالة الحلول بنفسه ، تدرس الجزيئات العابرة المستوي التخيلي $x = x_o$

وبصورة مشابهة نفس العدد من الجزيئات تتحرك لليسار. غير أنّ التركيز في اليسار واليمين حول المستوي $x = x_o$ غير متماثل. إنّ الجزيئات المتحركة إلى اليمين تقوم بآخر تصادم على مسافة مساوية تقريباً مدى حر وسطي واحد، على يسار المستوي x_o أي في المستوي $x = x_o - L_m$ سيكون تركيزها هناك $n_v = n_{vo} - (dn_v/dx)L_m$. وبالتالي تدفق حزمة الجزيئات المتحركة لليمين تساوي :

$$J_{\rightarrow} = \frac{1}{6}\left(n_{vo} - \frac{dn_v}{dx} L_m\right)\bar{v}$$

والجزيئات المتحركة إلى اليسار تقوم بآخر تصادم في المستوي $x = x_o + L_m$ حيث: $n_v = n_{vo} + (dn_v/dx)L_m$ وبالتالي التدفق إلى اليسار يساوي:

$$J_{\leftarrow} = \frac{1}{6}\left(n_{vo} + \frac{dn_v}{dx} L_m\right)\bar{v}$$

إنّ التدفق المحصل عند ذلك يكتب على الشكل:

$$J = J_{\rightarrow} - J_{\leftarrow} = \frac{1}{6}\left(n_{vo} - \frac{dn_v}{dx} L_m\right)\bar{v} - \frac{1}{6}\left(n_{vo} + \frac{dn_v}{dx} L_m\right)\bar{v}$$

أو

$$J = \frac{1}{3}\,\bar{v}\, L_m \frac{dn_v}{dx}$$

وهو عبارة عن قانون فيك (18-11). على هذه الصورة وطبقاً للنظرية الحركية فإنّ تدفق الجزيئات J يتناسب أيضاً مع تدرج التركيز dn_v/dx. إن معامل الحلول عند ذلك يعطى بالعلاقة:

$$D = \frac{1}{3}\,\bar{v}\, L_m \qquad (2-1-18)$$

مثال (٢-١-١١):

قدر معامل حلول جزيئات O_2 في الهواء في الشروط النظامية، (إن هذه العملية قريبة من الحلول الداخلي)، حيث إنّ كتلة وحجم جزيئات N_2 و O_2 تقريباً متساوية.

الحل :

سابقاً وجدنا أنّه من أجل جزيئات الهواء $L_m \approx 9 \times 10^{-8} m$. عند ذلك باستخدام نتائج المثال (٣-١-٧) (انظر إلى المثال (٣-١-٦) أيضاً) نجد أنّ :

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8}{\pi}\frac{kT}{m}} = 430 \text{ m/s}$$

وبالتالي :

$$D \approx (1/3)\,(430 m/s)(9 \times 10^{-8} m) \approx 1{,}3 \times 10^{-5}\ m^2/s$$

النتيجة المحصول عليها تجريبياً هي $1{,}6 \times 10^{-5}\ m^2/s$.

إنّ تحليل الحلول من وجهة نظر النظرية الحركية يمكن أيضاً استخدامه من أجل عمليات الحمل. ففي عملية الحلول تحمل الجزيئات أو المواد. في عملية النقل الحراري والنقل الكهربائي هي عبارة عن حمل الطاقة والشحنة الكهربائية، ويمكن دراستها بنفس الطريقة. وكذلك بنفس الطريقة يمكن دراسة لزوجة الغازات (أنظر المسائل) والتي يصاحبها انتقال النبضات خلال السطح. يحدث الحلول أيضاً في السوائل وقانون فيك يستخدم أيضاً. غير أنّ معامل الحلول في السوائل سيكون مختلفاً قليلاً عنه في الغازات وسيكون أيضاً متعلقاً بخواص الجزيئات وقيمة D لمواد مختلفة معطاة بالجدول (٢-١-٢). وفي بعض الحالات من الأفضل كتابة قانون فيك من خلال الضغط الجزئي وليس من خلال التركيز كما شاهدنا أنّ الضغط الجزئي لكل مركب في خليط غازي مرتبط بتركيزه الجزيئي، وهذا نتج عن قانون الغاز المثالي. سنعتبر أنّ P_i الضغط الجزئي أما n_{vi} تركيز الجزيئات في المتر المكعب $(n_{vi} = N_i/V)$ لمركبات محددة من الغاز عند ذلك يكون:

$$P_i = \frac{N_i\,kT}{V} = n_{vi}\,k\,T$$

على هذه الصورة يمكن كتابة قانون فيك على الشكل التالي:

$$J_i = -\frac{D}{kT}\frac{\Delta P_i}{\Delta x} \quad \text{أو} \quad J_i = -\frac{D}{kT}\frac{dP_i}{dx} \qquad (2-1-19)$$

حيث : $\Delta P_i/\Delta x$ و (dP_i/dx) هو تدرج الضغط للمادة i. على هذه الصورة ينتشر الغاز من الوسط ذي الضغط الجزئي الأعلى إلى الوسط ذي الضغط الجزئي الأخفض من دون التعلق بقيم ضغط مركبات أخرى.

الجدول (٢-١-٢) معامل الحلول D عند الدرجة 20°c والضغط 1atm

الجزيئات المنتشرة	الوسط	$D\ m^2/s$
H_2	هواء	$6,3 \times 10^{-5}$
O_2	هواء	$1,8 \times 10^{-5}$
O_2	ماء	100×10^{-11}
هيموغلوبين الدم	ماء	$6,9 \times 10^{-11}$
غليسين (أمينوكسلتا)	ماء	95×10^{-11}
DNA (ذات الكتلة الجزيئية 6.10^6u)	ماء	$0,13 \times 10^{-11}$

مسائل

١) أين يكون عدد الذرات أكبر في ١كغ ألمنيوم أم في ١كغ حديد؟

٢) لنفرض أن الجملة C لا تقع في حالة توازن مع أي من الجملتين A أو B. هل هذا يعني أن الجملتين A وَ B لا تقعان في حالة توازن فيما بينهما؟ كيف ستكون درجات الحرارة للجمل A وَ B وَ C؟

٣) إذا كانت الجملة A واقعة في حالة توازن مع الجملة B ولكن B لا تقع في حالة توازن مع الجملة C. ماذا نقول عن حرارت الجمل A وَ B وَ C؟

٤) سخن دولاباً دائرياً من الحرارة $20°c$ حتى $80°c$ هل يصبح الثقب في الدولاب أكبر أو أصغر؟ فسر ذلك من وجهة النظر الميكروسكوبية.

٥) عيّن كتلة السكيبة الذهبية التي تحتوي على نفس عدد الذرات التي تحويها سبيكة حديدية كتلتها $1kg$.

٦) أ- إذا كانت حرارة الغرفة $68°f$ ماذا تساوي بالدرجات المئوية؟

ب- إذا كانت درجة حرارة سلك المصباح $1800°c$. كم يساوي بالفهرنهايت؟

٧) إذا كانت كثافة الزئبق عند درجة الحرارة $20°c$ تساوي $13{,}59 \times 10^3 kg/m^3$. ما هي كثافته عند درجة الحرارة $65°c$؟

٨) كرة حديدية قطرها $28{,}0cm$ بكم سيتغير حجمها إذا سخنت من درجة الحرارة $20°c$ حتى $200°c$؟

٩) إذا كانت الحرارة داخل الأرض والشمس هي $(4 \times 10^3)°c$ وَ $(1{,}5 \times 10^7)°c$ على التتابع:

أ- احسب هاتين الحرارتين بالكلفن. ب- إذا لم يعرف كيفية التحويل بين الدرجة والكلفن ما هو حدود الخطأ الذي يمكن أن يرتكبه؟

١٠) يشغل غاز حجماً $5,00m^3$، أولاً يكون بالشروط النظامية ومن ثم يزداد الضغط حتى $4,0\ atm$ ودرجة الحرارة $25°c$. احسب الحجم عندئذ.

١١) اكتب قانون الغاز المثالي لامن خلال كثافة الغاز.

١٢) عيّن الضغط داخل وعاء سعته $20l$ والحاوي على $24kg$ من الأرغون عند درجة الحرارة $20°c$.

١٣) أوجد علاقة لمعامل التمدد الحجمي β للغاز المثالي عند ضغط ثابت من خلال القيم T, V, P أو n.

١٤) إذا كان الضغط الجزئي لغاز ثاني أوكسيد الكربون (CO_2) في الرئتين تقريباً يساوي $35mm.Hg$ أي يزيد قليلاً عن ضغط الهواء المحيط به. ما هي النسبة المئوية لتواجد CO_2 في الهواء والرئتين؟

١٥) في نقطة غليان الكبريت ($444,6°c$) الضغط في الحرارة الغازية لحجم ثابت تساوي $187mm.Hg$. قدر:

أ- الضغط في النقطة الثلاثية للماء.

ب- الحرارة في تلك اللحظة وعندما الضغط في مقياس الحرارة $112mm.Hg$.

١٦) لماذا لا يؤخذ بعين الاعتبار أبعاد الجزيئات في قوانين الغازات؟

١٧) عندما نرتفع في الغلاف الجوي للأرض فإن نسبة عدد الجزيئات N_2 إلى عدد جزيئات O_2 تزداد. لماذا؟

١٨) فسر لماذا عند وضع الطعام في البراد سنبطئ من حدوث فساده؟

١٩) أ- احسب الطاقة الحركية الوسطى لجزيئات الأوكسجين في الشروط النظامية.

ب- ماذا تساوي الطاقة الحركية الكلية للحركة البدائية لـ ١ مول من O_2 عند درجة الحرارة $20°c$؟

٢٠)احسب السرعة التربيعية الوسطى لحركة ذرات الهليوم قرب سطح الشمس عند درجة حرارة حوالي 6000K.

٢١)بيّن أن السرعة التربيعية الوسطى لحركة جزيئات الغاز تعطى بالعلاقة:

$$\upsilon_{rms} = \sqrt{3P/\rho}$$

حيث P− ضغط الغاز، أما ρ− كثافة الغاز.

٢٢)مجموعة من ٢٢ جزيئاً لها السرعات التالية:

جزيئان لهما السرعة 10m/s وسبعة جزيئات لها السرعة 15m/s وأربعة جزيئات لها السرعة 20m/s وجزيئاً له السرعة 25m/s وخمسة جزيئات لها السرعة 30m/s وجزيء آخر له السرعة 35m/s وجزيئان لهما السرعة 40m/s. عين:

أ− السرعة الوسطى.

ب− السرعة التربيعية الوسطى.

ج− السرعة الأكثر احتمالاً.

٢٣)إنطلاقاً من توزع ماكسويل بيّن أن:

أ −
$$\int_0^\infty f(\upsilon)d\upsilon = N$$

ب −
$$\int_0^\infty \upsilon^2 f(\upsilon)dt/N = 3kT/m$$

٢٤)على جبل وعلى ارتفاع معين فإن الضغط الجوي يساوي 0,80atm عند أي درجة على هذا الارتفاع يغلي الماء.

٢٥) ماذا تساوي نقطة الندى (تقريباً) إذا كانت الرطوبة النسبية تساوي 25%، ودرجة حرارة الهواء تساوي $27°c$؟

٢٦) كم يساوي الضغط الجزئي للماء إذا كانت درجة حرارة الهواء تساوي $25°c$ والرطوبة النسبية تساوي 55%؟

٢٧) اكتب معادلة فاندرفالس من خلال الحجم V وليس من خلال الحجم النوعي υ.

٢٨) عند أي ضغط (تقريباً) طول المدى الحر الوسطي لجزيئات الهواء يساوي: أ- $1,0m$. ب- قطر جزيء الهواء أي تقريباً $3 \times 10^{-10}m$.

٢٩) قدّر نصف قطر جزيء الأوكسجين على أساس قياس: أ- المدى الحر الوسطي، الذي يساوي $9,05 \times 10^{-8}m$. ب- معامل الانتشار $1,8 \times 10^{-5}m^2/s$ عند درجة الحرارة $0°c$ والضغط $1atm$.

الفصل الثاني

الحرارة

Temperature

(الجزء الثاني)

٣-٢-١- الحرارة :

هي الطاقة المنتقلة من جسم إلى آخر بسبب الفرق بين درجتي حرارتهما وحسب النظرية الحديثة فالحرارة شكلاً من أشكال الطاقة وقد أثبت العالم جول وغيره أن ظهور كمية من الحرارة أو اختفائها سيصاحبه دائماً اختفاء أو ظهور كمية كافية من الطاقة الميكانيكية.

إن مجموع الطاقتين الميكانيكية والحرارية هو مقدار مصان.

٣-٢-٢- الطاقة الداخلية للغاز المثالي:

لنحسب الطاقة الداخلية لـ n مول لغاز مثالي متماثل الذرات (نفس الذرة في الجزيء)، تساوي الطاقة الداخلية U مجموع الطاقات الحركية لكل الذرات وهذا المجموع في التفصيل يساوي الطاقة الحركية الوسطى للجزيئة مضروب بعدد الجزيئات N:

$$U = N(\frac{1}{2}m\upsilon^2)$$

ونعلم أن الطاقة الحركية : $E_k = (3/2)kT$ لذلك يكون:

$$U = \frac{3}{2}NkT$$

أو

$$U = \frac{3}{2}nRT \quad \text{(الغازات المثالية وحيدة الذرة)}$$

حيث n: عدد مولات الغاز. على هذه الصورة فالطاقة الداخلية لغاز مثالي تتعلق فقط بدرجة الحرارة وبعدد مولات الغاز.

إذا احتوت الغازات على ذرات مختلفة من الواجب الآخذ بالحسبان الطاقة الدورانية والطاقة الاهتزازية عند حساب الطاقة الداخلية.

الطاقة الداخلية للغاز متعدد الذرات أكبر من الطاقة الداخلية للغاز وحيد الذرة عند نفس درجة الحرارة وكذلك الطاقة الداخلية للغاز المتعدد الذرات فهي تتعلق بدرجة الحرارة.

الطاقة الداخلية للغاز الحقيقي تتعلق أيضاً بدرجة الحرارة، وعند ابتعاد الغاز الحقيقي عن الغاز المثالي كثيراً تصبح الطاقة الداخلية تابعة للضغط والحجم ودرجة الحرارة.

الطاقة الداخلية للسوائل والأجسام الصلبة لها شكل معقد لأنه يدخل فيها الطاقة الكامنة للتفاعل الكهربائي والترابط الكيميائي أي القوى الفاعلة بين الذرات والجزيئات.

٣-٢-٣- السعة الحرارية والحرارة النوعية Specific heat:

ترتفع درجة حرارة المادة عند اكتسابها كمية من الطاقة الحرارية باستثناء حالة تغير الطور.

مثال:

تحول الماء من الحالة الصلبة إلى الحالة السائلة أو من السائلة إلى الغازية ....الخ.

تتناسب كمية الطاقة الحرارية Q اللازمة لرفع درجة حرارة المادة مع تغير درجة حرارتها وكتلتها وتساوي :

$$Q = C\,\Delta t \qquad (3-2-1)$$

تدعى الطاقة الحرارية اللازمة لرفع درجة حرارة جسم ما درجة مئوية واحدة بالسعة الحرارية لهذا الجسم ونرمز لها بـ C.

وتعرّف وحدة الطاقة الحرارية بأنها كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة غرام واحد من الماء من الدرجة $14,5°c$ إلى الدرجة $15,5°c$ وتسمى بالحريرة. وتستعمل وحدة أخرى للطاقة الحرارية تدعى Btu، وتعرف بأنها كمية الطاقة اللازمة لرفع درجة حرارة باوند واحد من الماء درجة فهرنهايت واحدة من الدرجة $63°f$ إلى الدرجة $64°f$.

وترتبط الطاقة الحرارية بوحدة الطاقة المعروفة الجول كمايلي:

$$1\ cal = 4,184\ J$$

وكذلك :

$$1\ Ptu = 252\ cal = 1054\ J$$

تتناسب السعة الحرارية C لأي جسم مع كتلته: $C = mc$.

حيث c : الحرارة النوعية (السعة الحرارية لواحدة الكتلة).

يمكن اعتبار أن الحرارة النوعية للماء ثابتة، وتساوي 4,184 kJ/kg.k وتساوي أيضاً 1 kcal/kg.k، وذلك في المجال $0°c \leftarrow 100°c$.

تدعى السعة الحرارية للمول الواحد بالسعة الحرارية المولية ورمزها C_{mol} وتساوي جداء الكتلة الجزيئية بالحرارة النوعية : $C = Mc$.

يعد الماء مادة جيدة لتخزين الطاقة الحرارية، وذلك لأن الحرارة النوعية للماء أكبر بكثير من الحرارة النوعية لمواد أخرى.

وفي الجدول (٣-٢-١) أعطيت قيم السعة الحرارية النوعية لبعض المواد عند درجة الحرارة 20°c.

الجدول (٣-٢-١) السعة الحرارية النوعية عند ضغط ثابت (حرارة 20°C وضغط 1atm)

المادة	السعة الحرارية النوعية C	
	Kcal/kg.°c	J/kg.°c
الألمنيوم	0,22	900
النحاس	0,093	390
الزجاج	0,20	840
الجليد (-5°c)	0,50	2100
حديد أو فولاذ	0,11	450
رصاص	0,031	130
مرامر	0,21	860
فضة	0,056	230
الخشب	0,4	1700
الكحول الإيتلي	0,58	2400
الزئبق	0,033	140
الماء (15°c)	1,00	4186
البخار (110°c)	0,48	2010
جسم الإنسان	0,83	3470
البياض أو الزلال	0,4	1700

مثال (٣-٢-١):

ما هي كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة 3kg من النحاس 20°c، علماً بأن الحرارة النوعية للنحاس 0,386 kJ/kg.k؟

الحل:

$$Q = m\,C\,\Delta t$$

$$Q = 3 \times 0,386 \times 20 = 32,2\ \text{kJ}$$

مثال (٣-٢-٢):

ما هي كمية الطاقة الحرارية اللازمة لتسخين 20kg من الحديد من الدرجة 10°c حتى الدرجة 90°c، علماً أن السعة الحرارية للحديد: درجة.0,11kcl/kg.

الحل:

$$\Delta t = 90 - 10 = 80°c$$

$$Q = m\,C\,\Delta t$$

$$Q = 20 \times 80 \times 0,11$$

$$Q = 180\ \text{kcal}$$

٣-٢-٤- المسعر الحراري Calorimeters:

يمكن قياس الحرارة النوعية لمادة ما بتسخينها إلى درجة حرارة سهلة القياس ثم وضعها في حمام مائي ذي كتلة معينة ودرجة حرارة معينة ومعزول كما في الشكل (٣-٢-١)، ومن ثم قياس درجة حرارة التوازن النهائية. فإذا كانت الجملة معزولة عن محيطها تكون كمية الحرارة التي تخرج من المادة مساوية كمية الحرارة التي يكتسبها الماء والوعاء الذي يحويه والمسمى بالمسعر.

فإذا كانت m كتلة المادة وَ C سعتها الحرارية وَ T_{io} درجة حرارتها البدائية وَ T_f درجة حرارة المادة، وهي ضمن الحمام (النهائية)، تكون كمية الحرارة التي فقدتها المادة مساوية:

$$Q_{out} = mC\,(T_{io} - T_f)$$

وبالمثل إذا كانت T_{iw} هي درجة الحرارة الإبتدائية للماء والمسعر وَ T_f هي درجة حرارتهما النهائية فتكون كمية الحرارة التي يمتصها الماء والمسعر مساوية:

$$Q_{in} = m_w C_w\,(T_f - T_{iw}) + m_c C_c (T_f - T_{iw})$$

حيث : $C_w = 4{,}18 kJ/kg.k$ وَ m_w هما كتلة الماء وسعته الحرارية، وَ m_c وَ C_c هما كتلة المسعر وسعته الحرارية.

وقد تم كتابة المعادلة بحيث تكون كميتا الحرارة الداخلة والخارجة موجبتين. وبما أن كميتي الحرارة المفقودة والمكتسبة متساويتان أي : $Q_{out} = Q_{in}$ يكون:

$$Q_{in} = Q_{out} = mC\,(T_{io} - T_f) = m_w C_w\,(T_f - T_{iw}) + m_c C_c (T_f - T_{iw})$$

مثال (٣-٢-٣):

لنفرض أننا نرغب في حساب السعة الحرارية النوعية C_x لمادة كتلتها m_x وحرارتها البدائية T_x ولنفرض أن m_w و C_w و T_w كتلة الماء وسعته الحرارية وحرارته الأولية. ولنفرض أن T حرارة التوازن بعد المزج. فالحرارة المكتسبة من الماء تساوي:

$$m_w C_w (T - T_w)$$

والحرارة المفقودة من الجسم غير المعروف ذي السعة الحرارية C_x تساوي:

$$m_x C_x (T_x - T)$$

لنفرض أن الجملة محافظة أي لا تتبادل الطاقة مع الوسط الخارجي.

فالحرارة المفقودة من الجسم x = الحرارة المكتسبة من الماء

$$m_w C_w (T - T_w) = m_x C_x (T_x - T)$$

وبالتالي:

$$C_x = \frac{m_w C_w (T - T_w)}{m_x (T_x - T)}$$

مثال (٣-٢-٤):

احسب السعة الحرارية لخليطة جديدة. حيث أخذنا عينة من الخليطة كتلتها 0,150kg، وسخنت حتى حرارة 540°c، ومن ثم غطست في 400g ماء، درجة حرارته 10,0°c وموجودة في وعاء من الألمنيوم ضمن المسعر كتلته 200g. (ليس بالضرورة معرفة كتلة العازل الحراري في المسعر حيث حرارته لا تتغير). توقفت درجة الحرارة النهائية في المسعر عند 30,5°c. احسب السعة الحرارية للخليطة.

الحل:

إنّ كمية الحرارة المفقودة = كمية الحرارة المكتسبة. أو:

كمية الحرارة التي تفقدها العينة = كمية الحرارة التي يكتسبها الماء + كمية الحرارة التي يكتسبها المسعر.

$$m_{\text{عينة}} C_{\text{عينة}} \Delta T_{\text{عينة}} = m_w C_w \Delta T_w + m_{cal} C_{cal} \Delta T_{cal}$$

وباستخدام معطيات الجدول ومعطيات المسألة نجد:

$$(0,150kg)(C_{\text{عينة}})(540°C - 30,5°C) = (0,40kg)(1,0kcal/kg.°C)(30,5° - 10,0°C) + (0,20kg)(0,22kcal/kg°C)(30,5°C - 10,0°C) \Rightarrow$$

$$76,5C_{\text{عينة}} = (8,2 + 0,9)kcal/kg°C$$

$$C_{\text{عينة}} = 0,12\ kcal/kg°C$$

٣-٢-٥- تغير الطور والحرارة اللاطية (النوعية للتبخر والانصهار):

Latent heat and phase changes:

يتحول الماء النقي تحت الضغط الجوي 1atm من الحالة الصلبة إلى الحالة السائلة في الدرجة $0°c$. ومن الحالة السائلة إلى الحالة الغازية في الدرجة $100°c$.

تدعى النقطة الأولى بنقطة الذوبان النظامية، وتدعى النقطة الثانية بنقطة الغليان النظامية.

إن كمية الطاقة الحرارية اللازمة لتحويل مادة معينة من حالة إلى أخرى تتناسب طرداً مع كتلة هذه المادة: $Q = m.L$

حيث L: مقدار ثابت يميز المادة ويرتبط بنوع التحول الطوري حيث يدعى الثابت L بـ L_f: الحرارة اللاطية للإنصهار أو التميع، وذلك إذا كان التحول من الحالة الصلبة إلى السائلة. ففي حالة الماء النقي تكون الحرارة اللاطية للإنصهار تحت الضغط الجوي مساوية 333,5kJ/kg، أما إذا كان التحول من الحالة السائلة إلى الغازية فيدعى الثابت بـ L_v: الحرارة اللاطية للتبخر وتساوي في حالة الماء النقي 2257kJ/kg.

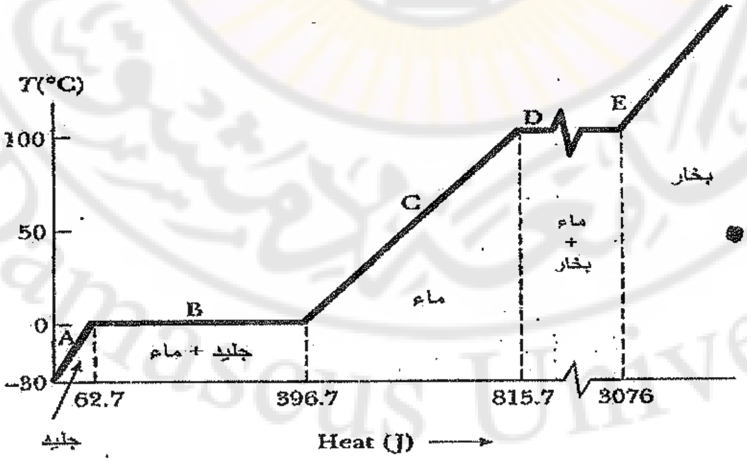
ويبين الجدول (٣-٢-٢) حرارة التحول الطوري لبعض المواد عند الضغط 1atm.

الجدول (٣-٢-٢) حرارة التحول الطوري لبعض المواد عند الضغط 1atm

المادة	درجة الانصهار °c	درجة الانصهار		درجة الغليان °c	درجة التبخر	
		Kcal/kg	10^5J/kg		Kcal/kg	10^5J/kg
الأوكسجين	-218,8	3,3	0,14	-183	51	2,1
الكحول الإيتلي	-114	25	1,04	78	204	8,5
الماء	0	79,7	3,33	100	539	22,6
الرصاص	327	5,9	0,25	1750	208	8,7
الفضة	961	21	0,88	2193	558	23
التنغستين	3410	44	1,84	5900	1150	48

مثال (٣-٢-٥):

تصور أنك ترغب بتحويل مكعب من الجليد كتلته 1g عند الدرجة 30,0°c- إلى بخار عند درجة الحرارة 120,0°c. أنظر الشكل (٣-٢-٢):



الشكل (٣-٢-٢) تحول 1g من الجليد إلى بخار من الدرجة 30°c حتى الدرجة 120°c

الجزء A : عند هذا الجزء تتغير الحرارة من $-30°c$ حتى $0°c$، وبما أن الحرارة النوعية للجليد تساوي $2090J/kg°c$ لذلك يمكن أن نحسب كمية الحرارة المقدمة وفق العلاقة:

$$Q = m_i C_i \Delta T = (1{,}00 \times 10^{-3}kg)(2090J/kg°c)(30{,}0°c) = 62{,}7J$$

الجزء B : عندما يصل الجليد إلى $0°c$ (ice-water mixture) سيتم تقديم الحرارة حتى يتحول كامل الجليد إلى ماء والحرارة اللازمة لتحويل 1g من الجليد عند درجة الحرارة $0°c$ تعطى بالعلاقة:

$$Q = mL_f = (1{,}00 \times 10^{-3}kg)(3{,}33 \times 10^5 J/kg) = 333\ J$$

الجزء C : بين الـ $0°c$ وَ $100°c$ لا يوجد تغير في الطور، إن كمية الحرارة اللازمة لزيادة درجة حرارة الماء من $0°c$ إلى $100°c$ تساوي:

$$Q = m_w C_w \Delta T = (1{,}00 \times 10^{-3}kg)(4{,}19 \times 10^3 J/kg°c)(100°c) = 4.19 \times 10^2 J$$

الجزء D : عند الدرجة $100°c$ يتم تحول الماء من سائل إلى بخار عند الدرجة $100°c$ أيضاً سيتم تقديم الحرارة حتى يتحول السائل إلى بخار إن كمية الحرارة اللازمة للتحويل من الماء إلى بخار عند الدرجة $100°c$ تساوي:

$$Q = mL_v = (1{,}00 \times 10^{-3}kg)(2{,}26 \times 10^6 J/kg) = 2{,}26 \times 10^3 J$$

الجزء E : في هذا الجزء من المنحني لا يوجد تغير في الطور. الحرارة يجب أن تقدم لرفع درجة حرارة البخار حتى $120°\ c$ تساوي:

$$Q = m_s C_s \Delta T = (1{,}00 \times 10^{-3}kg)(2{,}01 \times 10^3 J/kg°c)(20°c) = 40{,}2\ J$$

إن كمية الحرارة الكلية اللازمة لتغير حالة 1g من الجليد عند درجة الحرارة $-30°\ c$ إلى بخار درجة حرارته $120°\ c$ تساوي $3{,}11 \times 10^3\ J$.

وطبقاً لذلك من أجل تبريد 1g من البخار الذي درجته $120°c$ حتى يتحول إلى جليد درجة حرارته $-30°c$ يجب انتزاع $3{,}11 \times 10^3\ J$ من الحرارة.

٣-٢-٦- الإنتقال الحراري Heat transfer:

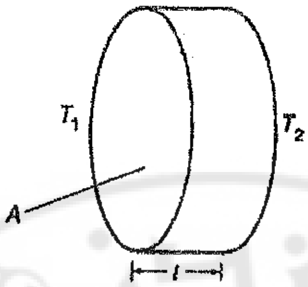
يمكن للحرارة أن تنتقل من مكان ما في الجسم إلى مكان آخر بثلاث طرائق وهي: النقل والحمل والإشعاع.

سنناقش بالتتابع كل هذه الطرائق ويلاحظ عملياً أن أي من هذه العمليات يمكن ان يحصل على حدا أو أثنين معاً أو ثلاثة عمليات سوية. وسندرس هذه العمليات كمايلي:

١- عملية التوصيل الحراري Heat transfer by conduction:

ماذا تلاحظ لو وضعت قطعة معدنية في النار أو معلقة فضية في صحن شوربة ساخنة؟ نلاحظ أنه بعد فترة قصيرة تصل الحرارة إلى الطرف الآخر من الجسم المعدني الملامس للنار أو لنهاية الملعقة المغمورة في الشوربة الساخنة، رغم كون هذه المعلقة لم تتصل مباشرة بالمنبع الحراري ، ونقول عند ذلك إن الحرارة انتقلت من الجزء الساخن من الجسم إلى الجزء البارد منه. يمكن أن تحصل ظاهرة الانتقال الحراري نتيجة لتصادم الجزيئات فيما بينها. وكلما سخّن الجسم من إحدى نهايتيه ، كلما بدأت الجزيئات بالتحرك بصورة أسرع وأسرع ممتلكة سرعة حركية أكبر من جزيئات الجزء البارد من الناقل. وعندما تتصادم هذه الجزيئات مع جزيئات جارة أقل سرعة ستقدم لها جزءاً من طاقتها الحركية وبالنتيجة تزداد سرعة الجزيء المصدوم. وتتتالى هذه العملية حتى تعطي الناقل كله جزءاً من طاقتها أي حتى نصل إلى نهاية الجسم المسخن. على هذه الصورة يمكن القول إنّه يجري انتقال الحرارة أي إعطاء الطاقة الحركية لكامل الجسم عن طريق التصادم بين الجزيئات.

تحصل ظاهرة الانتقال الحراري فقط عندما يكون هناك فرق حراري بين مختلف نقاط الجسم. وقد بُرهن تجريبياً أن كمية الحرارة التي تنتقل في واحدة الزمن من إحدى نهايتي الجسم إلى النهاية الأخرى (والمسماة بالتدفق الحراري) تتناسب مع الفرق الحراري بين نهايتي الجسم المدروس. ويرتبط هذا التدفق الحراري أيضاً بحجم وشكل الجسم. وسندرس هذه المسألة كمياً عن طريق حساب التدفق الحراري خلال جسم متماثل ومن نفس المادة. انظر الشكل (٣-٢-٣).



الشكل (٣-٢-٣) الانتقال الحراري

لقد تم البرهان تجريبياً أن التدفق الحراري والمعين بكمية الحرارة ΔQ والعابرة من خلال مقطع عرضي للجسم المدروس مساحته A خلال زمن قدره Δt يعطى بالعلاقة:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = KA\frac{T_2 - T_1}{L} \qquad (3-2-2a)$$

حيث: L المسافة بين نهايتي القضيب المدروس والموجودتين في درجتي حرارة T_1 وَ T_2 على الترتيب، أما الثابت K هو عبارة عن معامل الانتقال الحراري ويتعلق بخواص المادة الناقلة حرارياً. وفي حالات خاصة عندما تكون قيمة K أو A لا يمكن اعتبارها مقداراً ثابتاً عندئذ يجب دراسة حالة حدية تتمثل في سطح عنصري رقيق جداً سماكته dx، وعند ذلك تصبح العلاقة (3-2-2a) على الشكل التالي:

$$\frac{dQ}{dt} = -KA\frac{dT}{dx} \qquad (3-2-2b)$$

حيث: dT/dx تدرج الحرارة، أما الإشارة السالبة فتبين أن التدفق الحراري متجهة بصورة مخالفة لتدرج الحرارة ويبين الجدول (٣-٢-٣) معاملات الانتقال الحراري K لمواد مختلفة، وتظهر هذه الأرقام أن المواد ذات القيمة الكبيرة لـ K تمرر الحرارة بسهولة وتسمى نواقل جيدة للحرارة، نذكر منها مثلاً كثير من المعادن والتي تظهر أيضاً قيماً مختلفة لـ K، ومن هنا يمكن التأكد لماذا انتقلت الحرارة في ملعقة الفضة وفي الفولاذ غير القابل للصدأ في حين تبدو أقل نقلاً في مواد أخرى.

الجدول (٣-٢-٣) معاملات الانتقال الحراري في مواد مختلفة

المادة	معامل الانتقال الحراري K		المادة	معامل الانتقال الحراري K	
	10^{-4} Kcal/(s.m.°c)	J/(s.m.°c)		10^{-4} Kcal/(s.m.°c)	J/(s.m.°c)
الفضة	1000	420	الزجاج العادي	2,0	0,84
النحاس	920	380	البيتون والبلوك	2,0	0,84
الألمنيوم	500	200	الماء	1,4	0,56
الفولاذ	110	40	جلد الانسان الجاف	0,5	0,2
حرير صخري	0,4	0,16	لب الخشب	0,2-0,4	0,08-0,16
ريش	0,06	0,025	هواء	0,055	0,025
			الفلين و glass-fiber	0,1	0,042

إن المواد ذات معامل الانتقال الحراري الصغير (على سبيل المثال الحرير الصخري والريش) تكون سيئة النقل الحراري وتسمى بالعوازل الحرارية. ونلاحظ أن معامل الانتقال الحراري K لمواد مختلفة غير متساوٍ. وهذا بدوره يسمح بتفسير كثير من الظواهر البسيطة. وعلى سبيل المثال عندما نقف حفاة فوق بلاطة مربعة صقيلة سنشعر بأكثر برودة من وقوفنا فوق قطعة مغطاة بالسجاد عند نفس درجة الحرارة فكيف نفسر ذلك؟ إن هذا يعود كون البلاطة المربعة تنقل الحرارة بصورة أفضل من السجاد فالحرارة التي تنتقل من الأرجل إلى السجاد لا تنتقل إلى أجساماً أخرى وبالتالي يسخن سطح السجاد ليصل لدرجة حرارة الأرجل، في حين تنقل البلاطة الحرارة جيداً. وتقوم بتمرير الحرارة إلى أجسام أخرى ولهذا ستأخذ من أجسامنا كمية كبيرة من الحرارة.

مثال (٣-٢-٦):

باعتبار المنبع الأساسي للفقد الحراري في البيت هو النافذة. احسب التدفق الحراري في واحدة الزمن من خلال زجاج نافذة مساحتها $A = 2{,}0m \times 1{,}5m$ وسماكته $3{,}2mm$ إذا كانت درجة الحرارة خارج الشباك $14°c$ وداخله $15°c$.

الحل:

نعوض في العلاقة (3-2-2a) قيمة :

$$A = 2{,}0m \times 1{,}5m = 3m^2$$

$$L = 3{,}2 \times 10^{-3}m$$

ونحصل على قيمة K للزجاج من الجدول (٣-٢-٣) فيكون :

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{(0{,}84J/s.m.°c)(3{,}0m^2)(15{,}0°c - 14{,}0°c)}{3{,}2 \times 10^{-3}m} = 790w$$

وهذه تكافئ تدفقاً حرارياً قدره:

$$\frac{(790J/s)}{(4{,}18 \times 10^3J/Kcal)} = 0{,}19Kcal/s$$

أو:

$$(0{,}19Kcal/s)(3600s/h) = 684Kcal/h$$

يمكن الاعتقاد أن $15°c$ ليست عالية من أجل شقة سكنية، غير أن درجة الحرارة في الغرفة يمكن أن تكون أكبر من $15°c$ (ودرجة الحرارة الخارجية خلف النافذة أقل من $14°c$) ولكن درجة الحرارة $15°c$ وَ $14°c$ بينتا كدرجتي حرارة الزجاج الداخلية والخارجية. وقد دلت التجارب أن هناك اختلافاً كبيراً بين درجات حرارة الهواء وسطح الزجاج. وبدقة يقال إن طبقة الهواء في أي جهة من النافذة تلعب دوراً عازلاً حرارياً وفي الشروط العادية فإن انخفاض الحرارة بين داخل أجزاء المنزل وخارجه يتم بصورة أساسية ضمن الطبقة الهوائية. لذلك من أجل الحفاظ على

الحرارة (الدافئة) في المنزل من المفيد زيادة سماكة طبقة الهواء (على سبيل المثال باستخدام تركيبة بإطار ثنائي للنافذة) ومن السهل أيضاً زيادة سماكة الزجاج.

إن الخواص الواقية للألبسة التي تعزل بصورة جيدة مرتبطة بوجود طبقة هوائية عازلة. وإذا كانت أجسامنا عارية ستسخن عندئذ من الهواء الذي يصل إلى الجلد وسنشعر بالراحة كون الهواء عازل حراري جيد. غير أنه وبسبب حركة الهواء (هواء متحرك أو حركة الإنسان نفسه) تتحول الطبقة الهوائية إلى طبقة باردة وبالتالي يزداد فقد الحرارة من جسم الإنسان. نشعر بالدفء من الثياب لأن الثياب تحافظ على الهواء المحيط بأجسامنا، ولا تسمح له بالخروج منها.

على هذه الصورة يقال بدقة إن الذي يحافظ على حرارة أجسامنا ليس الثياب وإنما الهواء المحصور داخل الثياب. ويعتبر الريش والزغب من أفضل العوازل الحرارية حيث أن كمية قليلة منهما تستطيع الحفاظ على حجم هواء كافٍ. وعلى هذا الأساس تستطيع أن تفسر سبب كون الستارة تقلل من تسرب الحرارة إلى داخل المنزل.

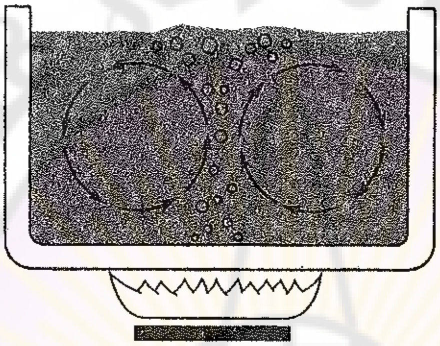
٢ – انتقال الحرارة بالحمل Heat transfer by convection:

بغض النظر عن كون السوائل والغازات لا تعتبر نواقل جيدة للحرارة، ولكنها يمكن أن توفر إعطاءً سريعاً للحرارة بفضل ظاهرة الحمل.

الحمل هو العملية التي بواسطتها تحمل الحرارة على حساب انتقال عدد كبير من الجزيئات من مكان إلى آخر. إن الاختلاف بين ظاهرتي الانتقال الحراري والحمل ينحصر في كونه في الحالة الأولى لا تنتقل الجزيئات إلى مسافة كبيرة، وإنما إلى مسافات قصيرة جداً من مرتبة المدى الحر الوسطي. ومن ثم تتصادم، أما في الحالة الثانية فتنتقل الجزيئات إلى مسافات كبيرة. إن الحمل يمكن أن يكون قسرياً أو طبيعياً وكمثال على الحالة الأولى نذكر سخان مع مروحة والتي بواسطتها يتوزع الهواء الساخن في الغرفة. والمثال المعروف حول عملية الحمل الطبيعية هو ارتفاع الهواء الساخن للأعلى في الغرفة. فقرب المدفأة كلما سخن الهواء سيتمدد وبالتالي كثافته ستقل مقارنة بطبقات أخرى وهذا يؤدي إلى ارتفاعه للأعلى. يمكن مراقبة ظهور واضح للحمل الطبيعي عند الانتقالات الباردة والدافئة في المحيطات (مثال التدفق في الخلجان).

تعتبر اللفحات الهوائية مثالاً على الحمل، وبصورة عامة ظروف الطقس مرتبطة بحركة الحمل (تيارات الحمل) للهواء.

وعند تسخين وعاء مليء بالماء كما في الشكل (٣-٢-٤) تنشأ تيارات الحمل كلما ارتفع الماء الساخن من الجزء الأسفل للوعاء إلى الأعلى للوعاء ويعتبر هذا المبدأ أساساً في عمل كثير من أنظمة التدفئة في البيوت وأمكنة أخرى. ولا نريد التطرق إلى الدراسة الكمية للحمل لكون هذه العملية صعبة، وهي مسألة هندسية متخصصة.



الشكل (٣-٢-٤) تيارات الحمل في وعاء يتم تسخينه على غاز

٣-انتقال الحرارة بالإشعاع Heat transfer by radiation:

يتم انتقال الحرارة على شكل أمواج كهراطيسية، ويكون معدل الإشعاع الحراري متناسباً مع سطح الجسم المشع ومع القوة الرابعة لدرجة حرارته المطلقة ولقد توصل العالم إستيفان عام ١٨٧٩م إلى هذه النتيجة:

$$I = e\sigma AT^4$$

حيث I: هي الاستطاعة المشعة مقدرة بالواط، وَ A: هي مساحة الجسم، و e: هو عدد كسري يأخذ القيمة بين الصفر والواحد ويدعى بإشعاعية الجسم أما σ: فهو ثابت يسمى ثابت إستيفان ويساوي : $\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8} w/m^2K^4$، وتسمى العلاقة أيضاً بعلاقة إستيفان- بولتزمان.

عندما تسقط الأشعة على جسم عاتم ينعكس جزء من هذه الأشعة ويمتص الجزء الآخر. تعكس الأجسام ذات الألوان الفاتحة معظم الأشعة الواردة عليها ويكون معدل الإشعاع الممتص متناسباً مع سطح الجسم ومع القوة الرابعة لدرجة الحرارة المطلقة:

$$I_a = a\sigma AT^4$$

حيث a هو ثابت الامتصاص ويأخذ القيمة بين الصفر والواحد.

إذا وضع جسم في وسط درجة حرارته أقل من درجة حرارة الجسم فإن الجسم يشع أكثر مما يمتص ويبرد بينما يمتص الوسط الإشعاع الحراري الصادر عنه، وبالتالي سيسخن حتى يصل الجسم والوسط إلى حالة التوازن الحراري. وعند ذلك يمتص الجسم من الطاقة بمعدل إصداره لها ويتساوى ثابت الامتصاص a مع الإشعاعية e. ويعبر عن الاستطاعة الصافية التي يشعها جسم درجة حرارته T إلى وسط درجة حرارته T_o بالعلاقة:

$$I_{net} = e\sigma A(T^4 - T_o^4)$$

يدعى الجسم الذي يمتص جميع الأشعة الواردة عليه بالجسم الأسود ويكون له إشعاعية e تساوي الواحد. وأفضل مثال على الجسم الأسود ثقب صغير في فجوة.

مسألة (٣-٢-١):

فنجانان من الشاي أحدهما خزفي ذي e = 0,70 والأخر لماع له e = 0,10 يحتويان على $0,75l$ من الشاي بدرجة حرارة 95°c.

أ- قدر الفقد الحراري لكل فنجان في واحدة الزمن؟

ب- أوجد مقدار هبوط درجة حرارة الشاي في كل فنجان خلال 30 دقيقة؟

يجب اعتبار أن الفقد فقط هو فقد إشعاعي واعتبر أن درجة حرارة الوسط هي 20°c.

الحل :

إن فنجان الشاي ذي الحجم 0,75l يمكن اعتباره بصورة تقريبية مكعباً طول ضلعه 10cm وبهذا يمكن حساب سطحه بسهولة ويساوي $5x10^{-2}m^2$.

إن فقد الحرارة في واحدة الزمن تقريباً يساوي :

$$\frac{dQ}{dt} = e\sigma A(T_1^4 - T_2^4)$$

$$\frac{dQ}{dt} = e(5{,}67 \times 10^{-8} w/m^2.K^4)(5 \times 10^{-2} m^2)([368K]^4 - [293K]^4)$$

$$\frac{dQ}{dt} = e(30)J/s$$

أو تقريباً 30w من اجل فنجان الخزف أو الفخار (e=0,70) وفقط حوالي 3w من أجل الفنجان اللماع (e=0,10).

ب- من أجل تقدير هبوط الحرارة البدائية والنهائية في كل فنجان نستخدم مفهوم السعة الحرارية النوعية ولنهمل سعة الفنجان أمام محتواه من الشاي (0,75l). وباستخدام العلاقة $Q=mc\Delta T$ نجد :

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{(\Delta Q/\Delta t)}{mc} = \frac{e(30)J/s}{(0{,}75kg)(4{,}18 \times 10^3 J/kg.°c)}$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = e(0{,}01)°c/s$$

ومن هنا نجد أنه خلال 30 دقيقة أو (1800s) تهبط درجة حرارة فنجان الخزف بمقدار 12°c أما الفنجان اللماع فتهبط درجة حرارته مقدار 2°c، نلاحظ أن الفنجان اللماع يمتلك أفضلية عن الخزفي بالنسبة للفقد الإشعاعي. ونلاحظ أنه في الشروط الحقيقية أن عملية الحمل والتوصيل تلعب دوراً أكبر من الانتقال الإشعاعي.

مسائل

١) ما هو العمل الذي ينجزه رجل عندما يخض قنينة مليئة بعصير البرتقال؟

٢) إذا غطينا جسم ساخن بجسم بارد هل هناك تيار حراري فيما بينهما؟ هل ستتغير حرارتهما بصورة متساوية أم لا؟

٣) ما هو العمل الذي ينجزه رجل كي يحرق قطعة من الكاتو تحتوي عدداً من الحريرات قدره 400kcal؟

٤) تستخدم واحدة الـ (Btu) كواحدة كمية الحرارة في الجملة البريطانية وتعرف الـ (Btu) وهي كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة ١ باوند من الماء درجة فهرنهايت واحدة 1°f. بين أن:

$$1\text{Btu} = 252\ \text{cal} = 1055\text{J}$$

٥) سخان ماء يستطيع إنتاج 7500 cal/h. ما هي كمية الماء التي يستطيع تسخينها خلال ساعة من الدرجة 20°c حتى 60°c؟

٦) ما هي السعة الحرارية النوعية لمادة معدنية إذا كان من أجل تسخين 4,5kg من هذه المادة من درجة الحرارة 20°c حتى 42°c يتطلب 36 kcal؟

٧) ما هو المكافئ المائي (من وجهة نظر كمية الحرارة عند التسخين) لـ 0,228kg زجاج؟

٨) تعرف السعة الحرارية لجسم C بكمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارته 1°c. على هذه الصورة من أجل رفع درجة حرارة الجسم بمقدار ΔT يلزم كمية حرارة تساوي: $Q = C\,\Delta T$.

أ- عبر عن السعة الحرارية C من خلال السعة الحرارية النوعية c للمادة.

ب- ماذا تساوي السعة الحرارية (عند ضغط ثابت) لـ 1kg ماء؟

ج- أعد السؤال نفسه من أجل 35kg ماء.

٩) عند التمارين لرياضية يعطي الرياضي 180 kcal من الحرارة خلال 30min دقيقة نتيجة لتبخر العرق من على الجلد. ما هي كمية الماء التي يفقدها هذا الرجل عند ذلك؟

١٠)ما هي كمية الحرارة اللازمة لصهر 13,00kg من الفضة والواقعة في البداية عند درجة حرارة 20°c؟

١١)إذا قدمت طاقة قدرها $1,70 \times 10^5$ J لوعاء من الأوكسجين والواقع عند درجة الحرارة 183°c-. ما هي كمية الأوكسجين المتبخرة؟

١٢)أ- ما هي استطاعة الأشعة الناتجة عن كرة من التنغستين (القدرة الأشعاعية $e = 0,35$) ونصف قطرها 10 cm والموجودة عند درجة الحرارة 20°c؟

ب- إذا وجدت الكرة في حجم والذي جداره تحفظ الحرارة 5°c- إذا ما هو التيار الحراري المحصل الآتِ من الكرة؟

١٣)قدر القيمة التقريبية للطاقة الإشعاعية التي يمتصها رجل مساحة جسمه $1,5m^2$ خلال ساعة من الشمس إذا سقطت الأشعة الشمسية عليه في يوم صافٍ تحت زاوية °4 بالنسبة للشاقول. اعتبر أن $e = 0,80$.

الفصل الثالث

القانون الأول في الترموديناميك

The first law of thermodynamics

٣-٣- القانون الأول في الترموديناميك :

The first law of thermodynamics :

لقد تأكدنا أن الحرارة – هي طرائق إعطاء الطاقة من أحد الأجسام لجسم آخر نظراً لاختلافهما بدرجة الحرارة.

على هذه الصورة ، الحرارة تشبه بصورة جيدة العمل، لقد بيّنا سابقاً أن العمل هو عبارة عن طريقة ميكانيكية لإعطاء الطاقة من جسم لآخر.

لنعمم هذا التعريف للعمل على أي طريقة لإعطاء الطاقة، باستثناء فقط ما يسمى الحراري. وبكلمات أخرى يرتبط العمل بكل طرائق انتقال الطاقة التي لا ترتبط بالفرق الحراري. ويأخذ الترموديناميك دوراً في العمليات التي تعطي الطاقة كعمل أو حرارة.

عادة ما يهمنا هذه الجملة أو تلك وسندرس انتقال الطاقة إلى هذه الجملة أو منها. ويمكن تعريف عدة أشكال من الجمل الترموديناميكية.

الجملة المغلقة: تسمح بالتبادل الطاقي حراري وميكانيكي ولا تسمح بالتبادل المادي (كتلتها تبقى ثابتة).

الجملة المعزولة: لا تسمح بالتبادل الطاقي والمادي.

الجملة المفتوحة: تسمح بالتبادل الطاقي والمادي (كتلتها غير ثابتة).

إنّ كثيراً من الجمل (المثالية) التي يدرسها الفيزيائيون هي عبارة عن جمل مغلقة، ولكن يوجد جمل كثيرة، بما فيها النباتات والحيوانات التي تعتبر جملاً مفتوحة حيث إنّهم يتبادلون المواد مع الوسط المحيط (الطعام والأوكسجين ونواتج المحيط الحيوي).

يقال إنّ الجمل مغلقة أو معزولة: إذا كانت لا تتبادل الطاقة ولا بأي شكل مع الوسط الخارجي وبصورة معاكسة تسمى الجملة التي تتبادل الطاقة مع الوسط الخارجي بالجمل غير المعزولة.

تتعين حالة توازن الجملة بالمتحولات مثل P و V و T و n (عدد المولات) من أجل الغاز. ولا يستخدم العمل والحرارة لوصف حالة الغاز.

لا تمتلك الجمل الواقعة في حالة معينة كمية محددة من الحرارة أو العمل. وعندما ننجز عملاً على هذه الجملة (على سبيل المثال نضغط الغاز) أو عندما تكتسب أو تفقد الجملة حرارة تتغير حالة الجملة. على هذه الصورة فالعمل والحرارة يدخلان في العمليات الترموديناميكية التي يمكن أن تنقل الجملة من حالة إلى أخرى، ولا تعتبر خاصة بتلك الحالة خلافاً للمتحولات كالضغط والحجم ودرجة الحرارة والكتلة.

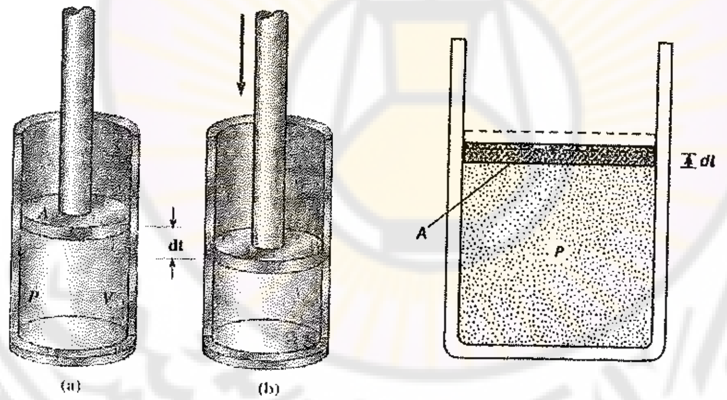
٣-٣-١- العمل المنجز عند تغير الحجم :

Work done during volume changes :

- العمليات الإيزوترمية والإيزوبارية :

Isothermal and isobaric processes :

لنشرح كيف يمكن حساب العمل المنجز في عمليات ترموديناميكية بسيطة والتي نصادفها غالباً وخاصة عند تغير الحجم ، على سبيل المثال عندما يتمدد أو ينضغط الغاز. لنفترض أن غازاً موضوعاً في وعاء أسطواني مغلق بمكبس قابل للحركة انظر الشكل (٣-٣-١).



الشكل (٣-٣-١) العمل الذي ينجزه غاز عندما يزداد حجمه dV=Adl

من الضروري دائماً تعيين بدقة ماذا تمثل الحالة. وفي هذه الحالة نختار كجملة الغاز وبالتالي جدار الوعاء والمكبس هي عبارة عن الوسط المحيط. لنحسب العمل الذي يقوم به الغاز عند تمدده بصورة شبه إحصائية (كغاز ستاتيكي).

ستفهم تحت العملية شبه الإحصائية ، العملية التي تجري ببطء شديد وفي الجملة المثالية أي بسرعة لامتناهية من الصغر هذا يعني أن الجملة تمر خلال حالات متوازنة متتابعة ومتقاربة لانهائية. عند ذلك الضغط P ودرجة حرارة الجملة T يمكن تعيينهما في أي لحظة زمنية.

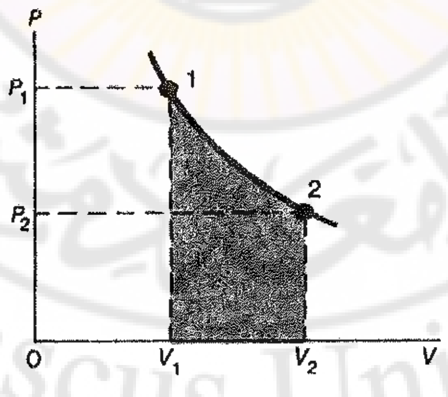
يتمدد الغاز تحت المكبس الذي مساحته A وتؤثر عليه القوة F=PA حيث: P− ضغط الغاز (بما أننا نفترض أنّ المكبس يتحرك بسرعة بطيئة وثابتة لذلك ستؤثر عليه قوة مساوية بالقيمة للقوة F ولكنها متجهة بصورة معاكسة لها، وهذه القوة ناتجة عن الضغط الخارجي أو الإحتكاك). العمل الذي ينجزه الغاز عند إزاحة المكبس إلى مسافة صغيرة جداً dl تعطى بالعلاقة:

$$dw = F.dl = PAdl = PdV \qquad (3-3-1)$$

وهنا أخذنا بالحسبان زيادة صغيرة جداً بالحجم تساوي $dV = A.dl$. لو تقلص الغاز بحيث أن المتجهة $\overline{dl}$ كانت متجهة نحو داخل الوعاء المليء بالغاز أي أن الحجم يقل أي سيكون $dV < 0$. في هذه الحالة العمل الذي ينجزه الغاز عند إزاحة المكبس سيكون سالباً، وهو مساوٍ بالقيمة العمل الموجب المنجز على الغاز. إن العمل w الذي ينجزه الغاز عند تغير الحجم من V_1 إلى V_2 يكتب بالشكل :

$$w = \int dw = \int_{V_1}^{V_2} PdV \qquad (3-3-2)$$

تصف العلاقتان (3-3-1) و (3-3-2) العمل المنجز عند أي تغير بحجم الغاز أو السوائل أو الأجسام الصلبة ولكن إذا كان هذا التغير شبه إحصائي.



الشكل (٣-٣-٢) المخطط – PV من أجل غاز مثالي في العملية الإيزوترمية .

ومن أجل مكاملة العلاقة (2-3-3) من الضروري معرفة كيف يتغير الضغط أثناء جريان العملية، وهذا يتعلق بشكل العملية.

لنفترض أنه لدينا كمية محددة من الغاز المثالي ونريد تمديده أي زيادة حجمه من الحجم V_1 حتى V_2 ولكن على تلك الصورة بحيث تبقى درجة الحرارة البدائية والنهائية متطابقتان $T_1=T_2$. يمكن أن نحقق هذا بجعل الغاز يتمدد بصورة شبه إحصائية عند درجة حرارة ثابتة. تسمى العملية بالعملية الإيزوترمية (المتساوية الدرجة).

من أجل التأكد من أن الحرارة تبقى ثابتة، نفترض أن الغاز يقع في تواصل حراري مع ترموستات (جسم مثالي والذي كتلته كبيرة جداً والذي عندما يتبادل الحرارة مع جملتنا لا تتغير حرارته بصورة ملحوظة) و تتم عملية التمدد بصورة بطيئة ، أي أن كل الغاز يمتلك نفس درجة الحرارة. تم تمثيل هذه العملية على الشكل (٣-٣-٢) المنحني بين النقطتان 1 و 2 من مخطط PV. إن العمل المنجز في هذه العملية طبقاً للعلاقة (2-3-3) يساوي المساحة الواقعة تحت المنحني في مخطط PV والمحور V. وعلى الشكل (٣-٣-٢) لونت هذه المساحة باللون البني الغامق. إن التكامل في الجزء اليميني من العلاقة (2-3-3) يمكن حسابه في حالة الغاز المثالي باستخدام معادلة الحالة:

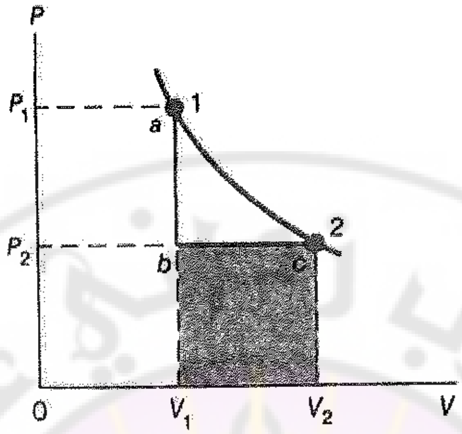
$$P = \frac{nRT}{V}$$

على هذه الصورة فالعمل المنجز يكتب على الشكل :

$$w = \int PdV = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} \qquad (3-3-3)$$

حيث إنّ المعادلة (3-3-3) هي العملية الإيزوبارية للغاز المثالي متساوي الدرجة.

لندرس الآن طريقة أخرى لإنتقال الغاز من الحالة 1 إلى الحالة 2.



الشكل (٣-٣-٣) تتألف العملية abc من عمليتان ab ايزوخورية وbc ايزوبارية

من أجل ذلك في البداية نقلل ضغط الغاز من P_1 إلى P_2 {فعلى الشكل (٣-٣-٣) هذا يطابق الخط ab } ومن ثم نسمح للغاز بالتمدد من الحجم V_1 حتى V_2 عند ضغط ثابت P_2 {الشكل (٣-٣-٣)، وهو يطابق الخط bc }. {العملية الجارية عند حجم ثابت الجزء ab على الشكل تسمى عملية إيزوخورية، والعملية الجارية عند ضغط ثابت الجزء bc تسمى عملية إيزوبارية}.

على الجزء الأول ab لا يقوم الغاز بأي عمل لأنه لا يوجد تغير بالضغط dV=0. وعلى الجزء bc يبقى الضغط ثابتاً ويكون لدينا:

$$w = \int_{V_1}^{V_2} PdV = P_2(V_2 - V_1)$$

وهكذا فإن العمل الذي ينجزه الغاز يساوي من جديد المساحة المحددة بالمخطط PV أي المنحني abc والمحور V فعلى الشكل (٣-٣-٣) هذه المساحة ملونة بالبني. وباستخدام معادلة الحالة للغاز المثالي يمكن كتابة العلاقة التالية:

$$w = P_2(V_2 - V_1) = nRT_2\left(1 - \frac{V_1}{V_2}\right) \qquad (3-3-4)$$

حيث إنّ المعادلة (4-3-3) هي العملية الإيزوبارية للغاز المثالي متساوي الضغط.

نلاحظ أنه أثناء جريان العملية الإيزوبارية فإن درجة الحرارة لا تبقى ثابتة مع أنه في النقاط البدائية والنهائية من العمليتان الإيزوخورية والإيزوبارية تبقى درجة الحرارة نفسها $T_1 = T_2$ (المنحني abc على الشكل (٣-٣-٣)).

بمقارنة المساحتان المظللتان على الشكلين (٣-٣-٢) و (٣-٣-٣) أو من مقارنة نتائج الحسابات بالمعادلتين (3-3-3) و (3-3-4) (أجري الحساب من أجل $V_2 = 2V_1$). ونلاحظ إنّ العمل المنجز في هاتين العمليتين مختلفاً. هذه النتيجة العامة كافية للقول : إن العمل المنجز عند انتقال الجملة من حالة إلى حالة أخرى تتعلق ليس فقط في الحالة البدائية والنهائية وإنما بشكل العملية (أو بالطريق المسلوك). إن هذا الاستنتاج يؤكد حقيقة إنّ العمل لا يمكن دراسته كخاصة للجملة. واستنتاج مشابه يمكن استنتاجه من أجل الحرارة ، إن الحرارة التي يجب أن تدخل الجملة لكي ينتقل الغاز من الحالة 1 إلى الحالة 2 يتعلق بالعملية ، يمكن أن نبين أنه في حالة العملية الإيزوترمية على الشكل (٣-٣-٢) هذه الحرارة أكبر من الحرارة التي تدخل إلى الجملة في العملية abc على الشكل (٣-٣-٣).

وفي الحالة العامة إن كمية الحرارة التي تمتصها أو تحررها الجملة عند عبورها من حالة إلى أخرى ، تتعلق ليس فقط بالحالة البدائية والنهائية وإنما بشكل العملية (الطريق المسلوك).

٣-٣-٢- القانون الأول في الترموديناميك :

The first law of thermodynamics :

في الفقرة السابقة حددنا الطاقة الداخلية للجملة بأنها المجموع الكلي لطاقات كل جزيئات الجملة. ومن المتوقع أن الطاقة الداخلية للجملة ستزداد إما على حساب إنجاز عمل على الجملة وإما عن طريق إعطاءها كمية من الحرارة. إن الطاقة الداخلية للجملة يجب أن تقل إذا كان التيار الحراري يخرج من الجملة أو أن الجملة تقوم بعمل على أي من الأجسام الخارجية.

نتيجة لتجارب جول وآخرين تم ايجاد قانون هام ينص على أن تغير الطاقة الداخلية لجملة مغلقة Δu يمكن كتابته على الشكل :

$$\Delta U = Q - w \qquad (3-3-5)$$

حيث ΔU : تغير الطاقة الداخلية لجملة مغلقة و Q: كمية الحرارة المقدمة للجملة وَ W: العمل الذي تنجزه الجملة.

نلاحظ أنه إذا كان العمل w المنجز على الجملة سالباً فإن ΔU ستزداد.

$$w_{max} = -\int PdV$$

$dV > 0$ يزداد الحجم وتقدم الجملة عملاً إلى الوسط الخارجي $dw < 0$.

$dV < 0$ ينقص الحجم وتكسب الجملة عملاً من الوسط الخارجي $dw > 0$.

{يمكن التفكير بتعيين العمل w بالعمل على الجملة وفي هذه الحالة في الجزء اليميني من المعادلة (5-3-3) تظهر: إشارة + موجبة قبل w ، غير أن تعيننا لـ w و Q هو تعييناً عاماً أو أكثر عمومية}.

وبصورة مشابهة إذا أخذت الحرارة Q من الجملة هذا يعني أنّ هذه القيمة ستكون سالبة.

إن العلاقة (5-3-3) معروفة بالقانون الأول في الترموديناميك. ويعتبر أحد أهم القوانين الفيزيائية وتثبته كل التجارب العلمية.

بما أن الحرارة Q والعمل w تعبر عن طريقة إعطاء الطاقة إلى الجملة أو أخذها منها ، فالطاقة الداخلية تتغير طبقاً لذلك . على هذه الصورة فإن القانون الأول في الترموديناميك هي ببساطة إعادة تشكيل لقانون انخفاض الطاقة .

ومن الملاحظ أن قانون انخفاض الطاقة لم يصاغ حتى القرن التاسع عشر حيث لم يكن هناك وضوحٌ عن الحرارة وطرائق انتقال الطاقة .

إن العلاقة (5-3-3) مستخدمة للجمل المغلقة ، ويمكن استخدامها أيضاً للجمل غير المغلقة إذا أخذنا بالاعتبار تغير الطاقة الداخلية نتيجة لزيادة أو نقصان كمية المادة في الجملة. فمن أجل جملة معزولة يكون لدينا (حسب التعيين) $w = Q = 0$ وبالتالي $\Delta U = 0$.

لقد وصلنا إلى صياغة القانون الأول في الترموديناميك (المعادلة 5-3-3) وبصورة بديهية نتطلع إلى الدراسة الميكروسكوبية (على المستوى الجزيئي)، ولكن صحة القانون الأول في الترموديناميك تم تأكيده تجريبياً. وبما أن التجربة توضع على المستوى الماكروسكوبي فمن الهام التأكد من القانون الأول في الترموديناميك على المستوى الماكروسكوبي (من وجهة النظر الترموديناميكية).

في الفقرة السابقة بيّنا أنه إذا انتقلت الجملة من الحالة 1 إلى الحالة 2 هذا يعني أن كمية الحرارة Q المقدمة للجملة والعمل w الذي تنجزه الجملة يتعلق في العملية المعنية (أي الطريق المسلوك) ، أي الذي تشارك فيه الجملة.

من أجل عمليات مختلفة إن قيمتي Q و w مختلفة حتى ولو كانت الحالة البدائية والنهائية للعمليتين هي نفسها. غير أن التجارب (وللتأكد أجريت كمية كبيرة من التجارب). بينت أنه عند قيم محددة للحالات البدائية والنهائية فالفرق $Q - w$ نفسه لكل العمليات التي تنقل الجملة من الحالة البدائية إلى الحالة النهائية.

وبكلمات آخرى في عمليات مختلفة إن كمية الحرارة Q والعمل w يمكن أن يكونا مختلفين ولكن الفرق Q-w دائماً واحد ومتساوي. (يفهم من ذلك إن الفرق $Q - w$ يتعلق بالجملة المدروسة وحالتها البدائية والنهائية).

من هنا ينتج أنه يمكن تعيين متحولات تصف حالة الجملة والتي نسميها الطاقة الداخلية U بمساعدة العلاقة:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = Q - w$$

حيث U_1 و U_2 الطاقة الداخلية للجملة في الحالة 1 والحالة 2 أما Q كمية الحرارة المقدمة عند عبورها من الحالة 1 إلى الحالة 2 .

بما أن الفرق $Q - w$ يتعلق فقط بالحالة البدائية والنهائية للجملة فإن $\Delta U = U_2 - U_1$ يتعلق فقط بالحالة البدائية والنهائية أيضاً. وهذا يعني أن الطاقة الداخلية U_1 و U_2 هي عبارة عن دالة تصف حالة الجملة في الحالتين 1 و 2 ، وبالتالي الطاقة الداخلية U تعتبر دالة فقط لحالة الجملة ولا تتعلق بالشكل الذي وصلت إليه هذه الجملة إلى تلك الحالة (U لا تتعلق بحالة الجملة السابقة).

على هذه الصورة من وجهة نظر الترموديناميك وطبقاً للقانون الأول يمكن تعيين الدالة المسماة الطاقة الداخلية التي تعتبر خاصة حالة الجملة. إن هذا التأكيد كافٍ، ولكنه يبين أن القانون الأول في الترموديناميك صحيح من دون استخدام النموذج الميكروسكوبي.

وبالأخذ بالحسبان تفسير الطاقة الداخلية كطاقة كلية لكل الجزيئات هو عبارة عن مفهوم بديهي لمفهوم الطاقة الداخلية. وفي بعض الحالات من السهل استخدام القانون الأول في الترموديناميك بشكل تفاضلي:

$$dU = dQ + dw = dQ - PdV$$

وهنا dU تغير الطاقة الداخلية المتناهي الصغر ، والذي يجري عند إضافة كمية حرارة متناهية الصغر dQ للجملة التي تقوم بعمل متناهي الصغر dw.

٣-٣-٣- استخدام القانون الأول في الترموديناميك لوصف بعض العمليات الترموديناميكية البسيطة :

Application of the first law of thermodynamics to describe some simple thermodynamic processes :

لنستخدم القانون الأول في الترموديناميك إضافة إلى بعض العمليات الحسابية. في الفقرة (٣-٣-١) عيّنا العملية الإيزوترمية كعملية تجري عند درجة حرارة ثابتة ، والعملية الإيزوبارية كعملية تجري عند ضغط ثابت ، والعملية الإيزوخورية كعملية تجري عند حجم ثابت، وبينا أيضاً كيف يمكن حساب العمل الذي ينجز في كلٍ من هذه العمليات.

مثال (٣-٣-١):

لنفرض أن 2,00 مول من الغاز المثالي حجمها $V_1=3,50\ m^3$ عند درجة الحرارة $T_1=300k$ يتمددان حتى حجم $V_2=7,00\ m^3$ عند درجة الحرارة $T_2=300k$. هذه العملية في البداية هي a)- إيزوترمية ومن ثم يتبع b)- على الخط abc على الشكل (٣-٣-٣) بحيث أنه في البداية ينخفض الضغط عند حجم ثابت ومن ثم يزداد الحجم عند ضغط ثابت.

عين العمل الذي ينجزه الغاز والمقدم له كمية من الحرارة لكل حالة من الحالتين a و δ وكذلك تغير الطاقة الداخلية للغاز؟

الحل:

a) إن العمل الذي ينجزه الغاز على حساب تمدده عند درجة حرارة ثابتة تعطى بالعلاقة :

$$w = -nRT\ln\frac{V_2}{V_1} = (2{,}00\text{mol}) \times (8{,}314\text{J/mol.k}) \times (300\text{k}) \times (\ln 2{,}00)$$

$$w = -3460\ \text{J}$$

في هذه الحالة لا يمكن حساب كمية الحرارة بطريقة بسيطة (يمكن على سبيل المثال محاولة استخدام العلاقة (3-3-3) ولكن السعة الحرارية عند درجة حرارة ثابتة غير محددة).غير أنه يمكن حساب تغير الطاقة الداخلية ومن ثم من القانون الأول في الترموديناميك نجد كمية الحرارة Q. إن الطاقة الداخلية للغاز المثالي تتعلق فقط بدرجة الحرارة. وبما أن درجة الحرارة لا تتغير فلا تتغير الطاقة الداخلية وبالتالي من أجل العملية الإيزوترمية يكون $\Delta U = 0$ وهذا ليس صحيحاً من أجل الغاز الحقيقي.

ومن القانون الأول في الترموديناميك إن كمية الحرارة المقدمة للغاز تساوي:

$$Q = \Delta U + w = w = 3460\ \text{J}$$

b) إن العملية المدروسة تتألف من جزئين الشكل (٣-٣-٣) الجزء ab يقابله العملية عند حجم ثابت، أما bc عند ضغط ثابت. العمل w_{ab} المنجز على الجزء ab عند حجم ثابت يساوي الصفر وذلك لأن $\int PdV = 0$ حيث $dV = 0$ ، وعلى الجزء bc عند ضغط ثابت للغاز بحسب العمل المنجز طبقاً للعلاقة (3-3-4):

$$w_{bc} = nRT_2\left(1 - \frac{V_1}{V_2}\right)$$

$$w_{bc} = (2{,}00\text{mol}) \times (8{,}314\text{J/mol.k}) \times (300\text{k}) \times (1 - 0{,}50)$$

$$w_{bc} = 2490\ \text{J}$$

على هذه الصورة العمل الكلي المنجز على الجزء abc يساوي:

$$w = 0 + 2490\ J = 2490\ J$$

التغير الكلي للطاقة الداخلية يساوي $\Delta U = 0$ حيث أن درجة الحرارة في الحالة البدائية والنهائية نفسها. وبالتالي:

$$Q = \Delta U + w = 2490\ J$$

إنّ هذه القيمة لـ Q من أجل العملية abc يمكن التأكد منها باستخدام العلاقة (3-3.3)من أجل سعة حرارية نوعية. يجب علينا استخدام النتائج التي ستستنتج في الفقرة القادمة وبالضبط أن السعة الحرارية المولية (السعة الحرارية لمول واحد وليس كيلوغرام من المادة) لغاز مثالي عند ضغط ثابت تساوي: C_p=4,97cal/(mol.k) ، وعند حجم ثابت تساوي : Cv=2,98 cal/(mol.k). ومن قانون الغاز المثالي ينتج أن حجم ودرجة حرارة الغاز في النقطة b الشكل (٣-٣-٣) تساوي على التتابع:

$$T_b = T_2 \times \left(\frac{V_b}{V_2}\right) = 150K \quad \text{و} \quad V_b = 3{,}50m^3$$

على هذه الصورة وعلى الجزء ab سيكون :

$$Q_{ab} = nC_v\Delta T$$

$$Q_{ab} = (2{,}00mol) \times (2{,}98cal/mol.K) \times (150K - 300K)$$

$$Q_{ab} = -894\ cal$$

(تعني الإشارة السالبة أن الغاز يفقد حرارة على الجزء ab). وعلى الجزء bc نحصل على:

$$Q_{bc} = nC_p\Delta T$$

$$Q_{bc} = (2{,}00mol) \times (4{,}97cal/mol.K) \times (300K - 150K)$$

$$Q_{bc} = 1490\ cal$$

على هذه الصورة يكون :

$$Q = Q_{ab} + Q_{bc} = -894\ cal + 1490\ cal$$

$$Q = (596\ cal)(4{,}18\ J/cal) = 2490\ J$$

لقد توقعنا هذه النتيجة ولكن بما أن العمل w وكمية الحرارة Q حسبت بصورة مستقلة ، يمكن القول إنّ تغير الطاقة الداخلية :

$$\Delta U = Q - w = 2490\,J - 2490\,J = 0$$

وهو يتوافق مع النتيجة المحصول عليها في الفقرة a.

مثال (٣-٣-٢):

لنحسب : a)- العمل المنجز ، b)- تغير الطاقة الداخلية لـ 1,00kg ماء عندما يغلي كله ويتحول إلى بخار عند درجة الحرارة $100°c$. ولنفترض أن الضغط مقدار ثابت ويساوي 1atm.

الحل :

a)- إن حجم 1,00kg ماء (السائل) عند درجة الحرارة $100°c$ يساوي $1000cm^3$ أو $1,00x10^{-3}m^3$ إن البخار ذي الكتلة 1,00kg عند الدرجة $100°c$ يشغل حجماً $1,67m^3$. وبالتالي فالعمل المنجز :

$$w = P(V_2 - V_1) = (1,01 \times 10^5 N/m^2) \times (1,67m^3 - 1,00 \times 10^{-3} m^3)$$

$$w = 1,69 \times 10^5\,J$$

b)- إنّ كمية الحرارة اللازمة لغليان 1,00kg من الماء تساوي حرارة الاستبخار:

$$Q = 539\,kcal = 22,6 \times 10^5\,J$$

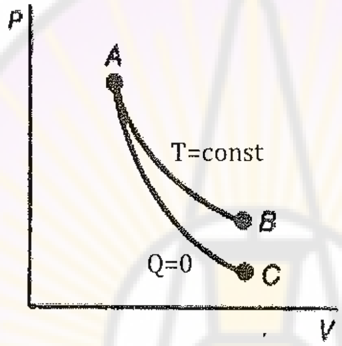
ومن القانون الأول في الترموديناميك نجد:

$$\Delta U = Q - w = 22,6 \times 10^5\,J - 1,7 \times 10^5\,J$$

$$\Delta U = 20,9 \times 10^5\,J$$

على هذه الصورة تستخدم فقط 8% من الحرارة المقدمة للماء لإنجاز هذا العمل. والباقية 92% تصرف على زيادة الطاقة الداخلية للماء.

- **العملية الإدباتية الكظومة (Adiabatic process):** هي تلك العملية التي لا يوجد فيها تبادل حراري بين الجملة والمحيط $Q = 0$. يمكن أن تجري مثل هذه العملية إذا كانت الجملة معزولة جيداً، أو أن العملية تجري بسرعة كبيرة (مثل هذه العملية لا تكون شبه ستاتيكية ولا يمكن تمثيلها على المخطط PV) بحيث أن الحرارة (التي تعطى ببطء) لا تلحق بالخروج من الجملة أو الدخول إليها. والمثال القريب جداً من هذه العملية الإديباتية نذكر تمدد الغازات في محركات الاحتراق الداخلي ، إن التمدد الاديباتي البطيء للغاز المثالي وصف على المخطط PV وهو منحني مشابه للمنحني AC على الشكل (٣-٣-٤). وبما أن $Q = 0$ ينتج من المعادلة (3-3-5) أن $\Delta U = -w$. وبكلمات أخرى تتناقص الطاقة الداخلية ولذلك تتناقص درجة الحرارة.

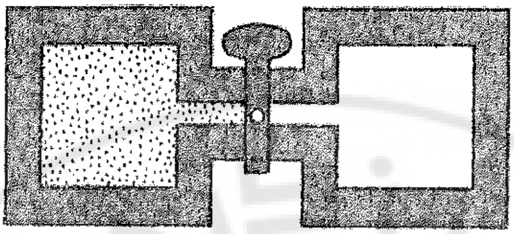


الشكل (٣-٣-٤) المخطط PV للعمليات الإديباتية (AC)
والإيزوترمية (AB) من أجل غاز مثالي

وهذا واضح من الشكل (٣-٣-٤) والذي فيه جداء $PV = nRT$ في النقطة C أصغر من النقطة B (المنحني AB يوافق العملية الإيزوترمية والتي عندها $\Delta U = 0$ و $\Delta T = 0$). ينجز العمل عند الانضغاط الإديباتي على الغاز، وفي محركات الديزل ينضغط الهواء بسرعة بعملية إديباتية في ١٥ مرة أو أكثر وعند ذلك تزداد [illegible] الحرارة بشدة ، وبهذا عند حقن مزيج الاحتراق يشتعل طوعياً.

إنّ أحد الأمثلة حول العملية الإديباتية هي ما يسمى التمدد الحر للغاز، الذي عنده يستطيع الغاز التمدد في حجم ما من دون أن يقوم بعمل. على الشكل (٣-٣-٥) وضحت المحطة التي

يتحقق فيها تمدد الغاز الحر. وهي تتألف من حجرتين معزولتين تماماً (والتي تضمن عدم انتقال حراري متبادل) والموصولتان بواسطة صمامات أو حنفية.



الشكل (٣-٣-٥) التمدد الحر للغاز

إن إحدى الحجرتين مليئة بالغاز والثانية فارغة. عند فتح الصمام يتمدد الغاز ويملأ كلتا الحجرتين. لا يوجد تيار يخرج من هذه الجملة أو يدخل إليها ($Q = 0$)، ولا يقوم الغاز بأي عمل حيث أن الغاز لا ينقل جسم آخر. وبالتالي $Q = w = 0$ وطبقاً للقانون الأول في الترموديناميك $\Delta U = 0$. إن الطاقة الداخلية للغاز المتمدد بصورة حرة لا تتغير. ومن أجل الغاز المثالي $\Delta T = 0$ حيث أن الطاقة الداخلية U تتعلق فقط بدرجة الحرارة T كما ذكرنا سابقاً. إن التمدد الحر للغاز استخدم في التجارب لتفسير مسألة تعلق الطاقة الداخلية للغازات الحقيقية فقط بدرجة الحرارة T. إن مثل هذه التجارب من الصعب تحقيقها بدقة كافية ولكن أتضح أن درجة حرارة الغازات الحقيقية تنخفض قليلاً عند تمددها تمدداً حراً. وبالتالي الطاقة الداخلية للغازات الحقيقية يجب أن تتعلق (تقريباً بصورة ضعيفة) بالضغط أو الحجم وكذلك بدرجة الحرارة. نلاحظ أن التمدد الحر للغاز لا يمكن إيضاحه على المخطط PV حيث إنّ العملية تجري بسرعة ، وليس شبه إحصائية. والحالات البينية للغاز لا تعتبر متوازنة، وبالتالي ضغط الغاز غير معين وفي بعض الحالات يكون الحجم غير معين.

٣-٣-٤- السعة الحرارية للغازات ومبدأ التوزع المتماثل للطاقة :

Heat capacity of gases and the principle of equipartition of energy :

في فصلٍ سابق درسنا مفهوم السعة الحرارية النوعية المطبقة على الجسم الصلب والسوائل. إن السعة الحرارية النوعية للغازات أكبر بكثير منها في الجسم الصلب والسوائل وتتعلق بالعملية التي يشارك فيها الغاز. يوجد عمليتان والتي فيهما يبقى إما الحجم أو الضغط ثابتاً. ومن الجدول (٣-٣-١) نجد أن السعة الحرارية النوعية للغازات عند حجم ثابت (C_v) وعند ضغط ثابت (C_p) يختلفان بشدة بعضهما بعضاً وبنفس الوقت فإن السعة الحرارية للسوائل والأجسام الصلبة تتعلق بصورة ضعيفة في العملية الجارية . إن هذا ليس صعباً تفسيره بمساعدة القانون الأول في الترموديناميك والنظرية الحركية – الجزيئية.

في الحقيقة إن السعة الحرارية النوعية يمكن حسابها باستخدام النظرية الحركية الجزيئية والنتائج المحصول عليها تتوافق بصورة جيدة مع التجارب. قبل أن نبين ذلك ندخل السعة الحرارية المولية C_v و C_p والتي تتعين بكمية الحرارة اللازمة لتسخين ١ مول من الغاز درجة مئوية واحدة $1°c$ عند حجم ثابت وعند ضغط ثابت على التتابع.

الجدول (٣-٣-١) السعة الحرارية للغازات عند درجة حرارة $15°c$

الغـــــاز		السعة الحرارية النوعية $\frac{Cal}{mol.k}$		السعة الحرارية المولية $\frac{Cal}{mol.k}$		Cp-Cv $\frac{Cal}{mol.k}$	$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$
		Cv	Cp	Cv	Cp		
وحيد الذرة	He	0,75	1,15	2.98	4,97	1,99	1,67
	Ne	0,148	0,246	2,98	4,97	1,99	1,67
ثنائي الذرة	N2	0,177	0,248	4,96	6,95	1,99	1,40
	O_2	0,155	0,218	5,03	7,03	2,00	1,40
ثلاثي الذرة	CO_2	0,153	0,199	6,80	8,83	2,03	1,30
	H_2O 100°c	0,350	0,482	6,20	8,20	2,00	1,32
متعدد الذرات	C_2H_6	0,343	0,412	10,30	12,35	2,05	1,20

عند ذلك وبالمشابهة مع العلاقة (3-3-1) كمية الحرارة Q اللازمة لتسخين n مولاً من الغاز لدرجة حرارة ΔT كلفن يمكن كتابتها على الشكل :

$$Q = nC_v\Delta T \qquad [\text{حجم ثابت}] \qquad (3-3-6a)$$

$$Q = nC_p\Delta T \qquad [\text{ضغط ثابت}] \qquad (3-3-6b)$$

ومن تعريف السعة الحرارية المولية [أو من مقارنة العلاقتين (3-3-1) و(3-3-6)] نجد أن:

$$C_v = MC_v \quad \text{و} \quad C_p = MC_p$$

حيث M –الكتلة المولية للغاز. إن قيمة السعة الحرارية المولية معطاة في الجدول (٣-٣-١) ونرى أنه من أجل غازات مختلفة تمتلك نفس العدد من الذرات في الجزيء تقريباً تكون السعة الحرارية المولية متماثلة.

تستخدم النظرية الحركية الجزيئية لتفسير لماذا تكون السعة الحرارية للغازات من أجل العمليات التي تجري عند ضغط ثابت أكبر منها في العمليات الجارية عند حجم ثابت.

لنفرض أن الغاز المثالي في البداية يسخن ببطء عند حجم ثابت ومن ثم عند ضغط ثابت. لنفرض أن درجة الحرارة في كلتا العمليتين تتغير بنفس القيمة ΔT. في العمليات الجارية عند حجم ثابت لا ينجز أي عمل، حيث إنّ $\Delta V = 0$. على هذه الصورة وطبقاً للقانون الأول في الترموديناميك فالحرارة المقدمة للجملة (والتي سنرمز لها بـ Q_V) تصرف كلها على زيادة الطاقة الداخلية للغاز : $Q_V = \Delta U$.

في العملية عند ضغط ثابت تنجز الجملة عملاً ، لذلك الحرارة المقدمة للجملة Q_P لا تصرف فقط على زيادة الطاقة الداخلية، وإنّما على إنجاز عمل $w = P\Delta V$. وبالتالي في هذه العملية من الضروري تقديم للجملة حرارة أكبر من العملية الأولى الجارية عند حجم ثابت ونجد من القانون الأول في الترموديناميك:

$$Q_p = \Delta U + P\Delta V$$

بما أن تغير الطاقة الداخلية ΔU في هاتين العمليتين متساوياً (وفي كلتا الحالتين أخترنا ΔT متساوية) نجد:

$$Q_p - Q_v = P\Delta V$$

ومن أجل الغاز المثالي:

$$V = \frac{n.R.T}{P}$$

لذلك من أجل العملية الجارية عند ضغط ثابت :

$$\Delta V = \frac{n.R.\Delta T}{P}$$

وبتعويض هذه العلاقة في العلاقة المكتوبة بالأعلى واستخدام العلاقة (6-3-3) نجد :

$$n.C_P.\Delta T - n.C_V.\Delta T = P(\frac{n.R.\Delta T}{P})$$

وَ

$$C_P - C_V = R \qquad (3-3-7)$$

وبما أن ثابت الغازات العام : R=8,314 J/(mol.K) = 1,986 cal/(mol.K) سنجد أن السعة الحرارية المولية C_p أكبر من السعة الحرارية المولية C_v تقريباً بـ 1,99 cal/(mol.K). بالحقيقية وكما هو واضح من العمود الموضح في الجدول (٣-٣-١) إن هذه القيمة قريبة جداً من النتائج التجريبية.

وباستخدام النظرية الحركية – الجزيئية للغازات ، نحسب السعة الحرارية المولية لغاز وحيد الذرة. ندرس في البداية عملية الجريان عند حجم ثابت، حيث أنه في هذه الحالة لا يقوم الغاز بعمل ومن القانون الأول في الترموديناميك ينتج إذا قدمنا للغاز كمية من الحرارة Q فإن طاقته الداخلية تتغير بالقيمة $\Delta U = Q$. إن الطاقة الداخلية U لغاز مثالي وحيد الذرة تساوي الطاقة الحركية الكلية لكل الجزيئات وكما بّينا في الفقرة (3-3-4) :

$$U = N(\frac{1}{2}m\bar{v}^2) = \frac{3}{2}nRT$$

ومن ثم وباستخدام العلاقة (2-3-6a) يمكن أن نكتب العلاقة التالية :

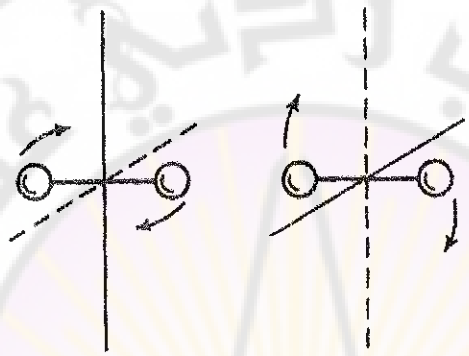
$$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T = nC_v\Delta T \qquad (3-3-8)$$

ومن هنا نجد :

$$C_v = \frac{3}{2}R \qquad (3-3-9)$$

وبما أنّ R=8,314 J/(mol.K) = 1,986 cal/(mol.K) تعطي النظرية الحركية (السعة الحرارية لغاز مثالي وحيد الذرة قيمة C_v=2,98 cal/(mol.K). إن هذه القيمة قريبة جداً من المحصول عليها تجريبياً للغازات وحيدة الذرة مثل الهليوم والنيون. الجدول (٣-٣-١). ومن العلاقة (3-3-7) نحصل على C_p=4,97 cal/(mol.K)، وهذه أيضاً تتوافق مع النتائج التجريبية.

إن السعة الحرارية المولية المقاسة للغازات المركبة الجدول (٣-٣-١). مثل ثنائي الذرة (ذرتين في الجزيء) وثلاثي الذرة (ثلاث ذرات في الجزيء) تزداد مع زيادة عدد الذرات في الجزيء. وهذا ينتج بصورة أساسية كون الطاقة الداخلية لا يدخل فيها الطاقة الحركية البدائية للجزيء فحسب وإنما أشكال أخرى من الطاقة. ولندرس كمثال الغاز ثنائي الذرة. كما هو موضح على الشكل (٣-٣-٦).



الشكل (٣-٣-٦) جزيء ثنائي الذرة يمكن أن يدور بالنسبة لمحورين مختلفين

الذرتان يمكنهما الدوران بالنسبة لمحورين مختلفين (الدوران بالنسبة للمحور الثالث الذي يمر من خلال الذرتين يعطي طاقة قليلة حيث أن عزم عطالة الجزيئتان بالنسبة له قليل). على هذه الصورة تمتلك الجزيئتان طاقة حركية بدائية وطاقة حركية دورانية. من المفيد ادخال مفهوم درجات الحرية والتي نفهم منها عدد الطرائق المستقلة لإعطاء طاقة للجزيء. على سبيل المثال يقال الغاز وحيد الذرة يمتلك ثلاث درجات حرية حيث إنّ الذرة يمكنها أن تمتلك سرعة على طول المحاور x وy و z إن الحركة على طول هذه المحاور تدرس كثلاث حركات مستقلة، حيث إنّه في أي اتجاه تكون ثوابت الحركة لا تؤثر على الأخرى. الجزيئات ثنائية الذرة تمتلك أيضاً ثلاث درجات حرية كما في وحيدة الذرة، وهي مرتبطة مع الطاقة الحركية البدائية ودرجتا حرية مرتبطة بالطاقة الحركية الدورانية ، وفي المجموع تعطي خمس درجات حرية. من الجدول (٣-٣-١) نجد أن السعة الحرارية C_v للغازات ثنائية الذرة تساوي $5/3$ السعة الحرارية للغاز وحيد الذرة أي أن السعة الحرارية تختلف بنفس النسبة من درجات الحرية. أوجد هذه الحقيقة فيزيائيو القرن التاسع عشر وسمي مبدأ التوزع المتماثل للطاقة. إنّ هذا المبدأ ينص: أنّ الطاقة

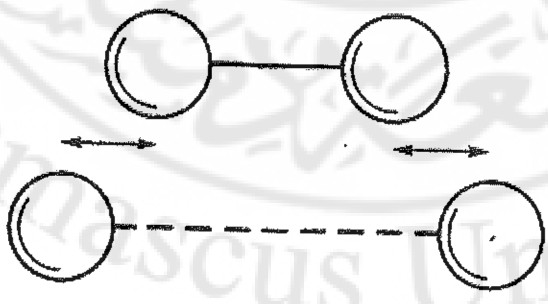
تتوزع بصورة متساوية بين درجات الحرية الفعالة وكل درجة حرية فعالة للجزيء تمتلك وسطياً طاقة قدرها : $(1/2)kT$. على هذه الصورة الطاقة الوسطية لجزيئات الغاز وحيد الذرة ستساوي $(3/2)kT$ (وهذا معروف لنا) أما بالنسبة للغازات ثنائية الذرة يجب أنّ تساوي $(5/2)kT$.

وبالتالي الطاقة الداخلية لغاز ثنائي الذرة يجب أن تساوي:

$$U = N\left(\frac{5}{2}.k.T\right) = \frac{5}{2}.n.R.T$$

حيث n: عدد المولات. وباستخدام هذه المفاهيم والنقاشات فمن أجل الغازات وحيدة الذرة نجد السعة الحرارية المولية لغاز ثنائي الذرة عند حجم ثابت وبالضبط $(5/2)R=4,97cal/mol.k$ وهذه تتوافق مع القيم المقاسة. إن الجزيئات الأكثر تعقيداً تمتلك درجات حرية أكثر وبالتالي قيمة أكبر للسعة الحرارية المولية.

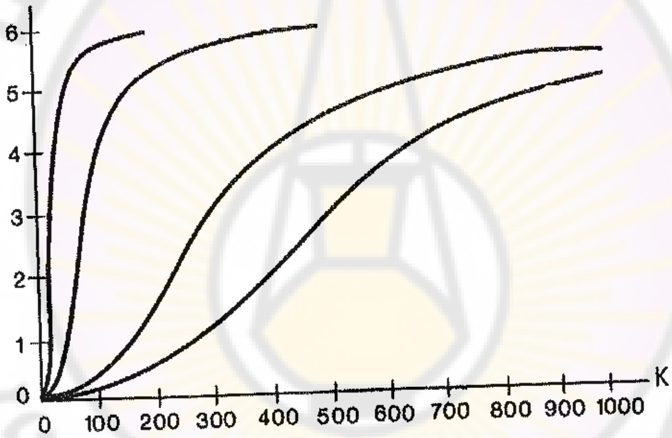
غير أنّ كل شيء أصبح معقداً عندما تبين أن القياس عند درجات حرارة منخفضة، فالسعة الحرارية للغازات ثنائية الذرة C_v تساوي فقط $(3/2)R$ أي أنه وكأن الجزيء يمتلك فقط ثلاث درجات حرية. وتبين أنّ عند درجات حرارة عالية جداً فإن السعة الحرارية C_v تساوي تقريباً $(7/2)R$ أي أنه يوجد لجزيئات الغاز سبع درجات حرية. تفسر هذه الحقائق على أنّه عند درجات حرارة منخفضة تمتلك الجزيئات بصورة أساسية طاقة حركية بدائية وبكلمات أخرى لا تصرف أية طاقة على الدوران وفقط تتفعل ثلاث درجات حرية. وعند درجات حرارة عالية جداً تتفعل خمس درجات حرية. وكذلك درجتا حرية إضافيتان. إنّ هاتين الدرجتين من الحرية يمكن تفسيرهما بدرجات اهتزازية أي أنهما مرتبطتان باهتزاز الذرات والمرتبطة فيما بينها مثل النابض كما في الشكل (٣-٣-٧).



الشكل (٣-٣-٧) الجزيئات ثنائيات الذرية يمكنها الاهتزاز

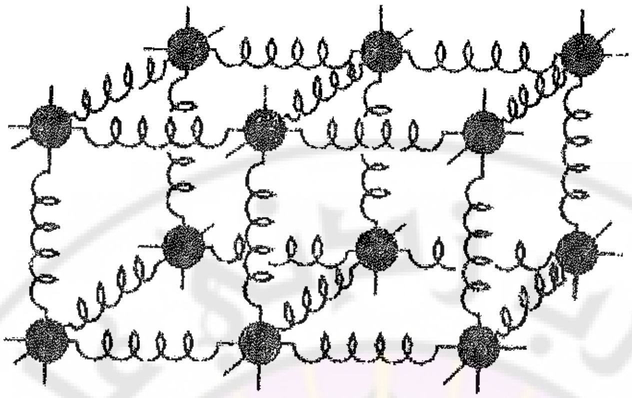
إنّ إحدى درجات الحرية مرتبطة بالطاقة الحركية للحركة الاهتزازية والأخرى مرتبطة بالطاقة الكامنة للحركة الاهتزازية $(Kx^2/2)$ وعند درجة حرارة الغرفة تكون هاتان درجتان من الحرية غير فعالتان (لماذا بعض درجات الحرية لا تكون فعالة عند درجات حرارة منخفضة؟ قام بتفسيرها إينشتاين بالنظرية الكوانتية). وعلى هذه الصورة فإنّ الحساب الأساسي عن طريق النظرية الحركية الجزيئية والتوزع المتماثل للطاقة حسب درجات الحرية (والذي ينتج من النظرية الكوانتية) يعطي نتائج عددية تتوافق مع التجارب.

إنّ مبدأ التوزع المتماثل للطاقة يمكن استخدامه أيضاً على الأجسام الصلبة ، إنّ السعة الحرارية المولية لأي جسم صلب عند درجات حرارة عالية قريبة من 3R (6,0 cal/mol.k) كما هو موضح على الشكل (٣-٣-٨).



الشكل (٣-٣-٨) السعة الحرارية المولية للجسم الصلب حسب درجة الحرارة

تسمى هذه القيمة السعة الحرارية لـ ديولونغ-بتي حسب كنية العلماء الذين قاموا بقياسه في عام ١٨١٩م. (نلاحظ أنه في الجدول (٣-٣-١) أنّ قيم السعة الحرارية معطاة لكل كيلوغرام من المادة وليس لكل مول). عند درجات حرارة عالية كل ذرة منفردة تمتلك ست درجات حرية مع بعض من هذه الدرجات لا يكون فعالاً عند درجات حرارة منخفضة. كل ذرة من ذرات بللورات الجسم الصلب يمكن أن تهتز بالنسبة لوضع توازنها، وكأنها مرتبطة بالذرة الجارة بواسطة نابض الشكل (٣-٣-٩).



الشكل (٣-٣-٩) الذرات في بلورات الجسم الصلب يمكنها أن تهتز بالنسبة لوضع توازنها وكأنها مرتبطة بنابض مع الذرات الجارة لها (إن قوى التأثير المتبادل بين الذرات في الحقيقة لها منشأ كهربائي)

على هذه الصورة فهو يمتلك ثلاث درجات حرية إضافية مرتبطة بالطاقة الكامنة للاهتزاز على المحاور x وy و z، وهذا يتوافق مع قيم السعة الحرارية المقاسة.

٣-٣-٥- تمدد الغاز الإديباتي Adiabatic expansion of the gas :

بين المنحني على الشكل (٣-٣-٤ المنحني AC) على المخطط PV الذي يصف التمدد الأديباتي شبه الاحصائي (البطيء) للغاز المثالي. ويعتبر الأكثر انحداراً بالمقارنة مع المنحني الذي يصف العملية الإيزوترمية وهذا يبين أنّه عند القياس المتماثل للحجم فإن تغير الضغط سيكون أكبر في حالة التمدد الأديباتي. وبالتالي درجة حرارة الغاز في عملية التمدد الأديباتي تنخفض وبصورة معاكسة عند الانضغاط الأديباتي تزداد درجة حرارة الغاز. ويمكن الحصول على علاقة بين الضغط P والحجم V للغاز المثالي الذي يتمدد بصورة بطيئة أديباتية.

لنبدأ الدراسة من القانون الأول في الترموديناميك والمكتوب بصورة تفاصلية :

$$dU = dQ - dw = -dw = -PdV$$

هنا أخذنا بالحسبان أنّه من أجل العملية الأديباتية dQ=0 تعطي العلاقة (8-3-3) العلاقة بين الطاقة الداخلية المقاسة ΔU والسعة الحرارية C_v والصحيحة لأي عملية، التي يشارك فيها الغاز المثالي، بما أنه من أجل الغاز المثالي تعتبر الطاقة الداخلية U تابعاً لدرجة الحرارة T فقط.

لنكتب هذه العلاقة بشكلها التفاضلي :

$$dU = n.C_v.dT$$

لنجمع العلاقتين الأخيرتين فنحصل على العلاقة التالية:

$$n.C_v.dT + PdV = 0$$

ومن ثم لنفاضل معادلة الحالة للغاز المثالي PV=n.R.T معتبرين أن P,V,T متغيرات نجد:

$$PdV + VdP = n.R.dT$$

لنحل هذه المعادلة بالنسبة لـ dT ولنعوض الحل في العلاقة السابقة عند ذلك نجد:

$$(C_v + R)PdV + C_vVdP = 0$$

لنغير تشكيل المعادلة (7-3-3) يمكن ان نكتب $C_v+R=C_p$ نعوض بالمعادلة السابقة فنجد:

$$C_pPdV + C_vVdP = 0$$

لندخل القرينة الإديباتية :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \qquad (3-3-10)$$

يمكن كتابة العلاقة الأخيرة على الشكل:

$$\frac{dP}{P} + \gamma\frac{dV}{V} = 0$$

إنّ تكامل هذه المعادلة يعطي:

$$\ln P + \gamma \ln V = const$$

يمكن جعل المعادلة الأخيرة أكثر سهولة، باستخدام قاعدة جمع وضرب اللغاريتمات في عدد:

العملية الأديباتية شبه الأحصائية للغاز المثالي:

$$PV^{\gamma} = \text{const} \quad \text{[العملية الإديباتية شبه الإحصائية للغاز المثالي]} \qquad (3-3-11)$$

على هذه الصورة حصلنا على علاقة بين الضغط P والحجم V للتمدد الأديباتي شبه الأحصائي أو الإنضغاط. وهو يلزمنا في الفقرة التالية عندما سندرس المحركات الحرارية. وفي الجدول (٣-٣-١). أعطيت قيم γ لبعض الغازات الحقيقية.

مثال (٣-٣-٣):

غاز مثالي وحيد الذرة يمكنه التمدد ببطء حتى ضغطه يقل بمرتين مقارنة مع ضغطه الأولي. ماهو مقدار تغير حجم الغاز إذا كانت العملية : ١- أديباتية ، ٢- إيزوترمية.

الحل :

١- من العلاقة (3-3-11) نجد : $P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$ وبالتالي :

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/\gamma} = (2)^{3/5} = 1,52$$

وبما أن :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5/2}{3/2} = 5/3$$

٢- عند درجة حرارة ثابتة ومن قانون الغاز المثالي مباشرة نجد:

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

حيث إنّ $T_1=T_2$ وبالتالي :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} = 2,0$$

٣-٣-٦- الطابع الإديباتي للأمواج الصوتية :

The adiabatic nature of sound waves :

إنّ التواترات الصوتية لانضغاط وتمدد الهواء في الأمواج الصوتية المسموعة تجري تقريباً بصورة أديباتية. ومن أجل تفسير ذلك ، نلاحظ أنه عند انضغاط الغاز فإن درجة حرارته ترتفع حتى لا يبدأ بإعطاء حرارته للخارج. وإذا تمدد الغاز فإن درجة حرارته تنخفض ويستمر ذلك حتى يبدأ وصول حرارة خارجية إلى الجملة. وفي الأمواج الصوتية التواترات التي لا تستقبلها الأذن في الهواء لها ناقلية حرارية قليلة نسبياً، أمّا المسافة بين أمواج الانضغاط وأمواج التمدد نسبياً كبيرة ($\lambda/2$) ، كل ذلك بما فيه موجات الانضغاط المتعاقبة وموجات التمدد في كل نقطة من الفضاء تجري بسرعة وهذا يعني احتمال انتقال حراري صغير. وبالتالي تعتبر العملية أديباتية. ويمكن استخدام هذه الحقيقة لتعيين سرعة الصوت من خلال قيم أساسية. ففي فقرة سابقة بّينا أنّ سرعة الأمواج الصوتية الطولانية تعطى بالعلاقة :

$$\upsilon_B = \sqrt{B/\rho}$$

حيث ρ: كثافة الوسط، وَ B: معامل الانضغاط التام. أضف إلى ذلك من العلاقة السابقة الذكر نجد أن:

$$B = -V\left(\frac{dP}{dV}\right)$$

أي تغير الضغط عند تغير الحجم ، أي أنّ القيمة $\frac{dP}{dV}$ تتعلق بشكل العملية ، حيث إنّ القيمة B تتعلق بالعملية بالذات. وفي حالة العملية الأديباتية فإن قيمة B (سنرمز لها بـ $B_{\text{اديباتية}}$) ويمكن ايجادها بمفاضلة العلاقة (3-3-11) بالنسبة للحجم V :

$$V^{\gamma}\left(\frac{dP}{dV}\right)_{\text{اديباتية}} + \gamma P V^{\gamma-1} = 0$$

وبالتالي :

$$B_{\text{ادیباتية}} = -V\left(\frac{dP}{dV}\right)_{\text{ادیباتية}} = -V\left(-\frac{\gamma P}{V}\right) = \gamma P$$

على هذه الصورة سرعة الصوت في الغاز تعطى بالعلاقة :

$$\upsilon_{\text{صوت}} = \sqrt{\frac{B_{\text{ادیباتية}}}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \qquad (3-3-12)$$

وبما أنّه بالنسبة للهواء $\gamma=1,40$ عند درجة الحرارة $0°c$ والضغط $1atm$ يكون لدينا :

$$\upsilon_{\text{صوت}} = \sqrt{\frac{(1,40)(1,01\times 10^5\ pa)}{(1,29\ kg/m^3)}} = 331m/s$$

وهذا يتوافق بصورة جيدة مع القيم المقاسة تجريبياً لسرعة الصوت في الهواء. وهو يؤكد افتراضنا أنّ الهواء يتمدد ويتقلص بصورة أديباتية بتأثير الأمواج الصوتية. ومن أجل المقارنة إذا اعتبرنا العملية إيزوترمية سنحصل على قيمة نظرية لسرعة الصوت $\upsilon_{\text{صوت}} = 280m/s$ وهذا لا يتوافق مع نتائج القياس التجريبي لسرعة الصوت.

مسائل

١) اذكر مثالاً للجملة التي تقوم بعمل دون أن يتغير حجمها.

٢) هل يمكن تعيين لماذا الطاقة الداخلية للجملة نتيجة لإعطاء حرارة أو انجاز عمل؟

٣) إنّ الهواء الدافئ يرتفع إلى الأعلى ولكن على ارتفاعات عالية عن سطح البحر يكون الهواء أبرد. فسر ذلك.

٤) فسر لماذا عند الانضغاط الأديباتي تزداد درجة الحرارة؟

٥) ما هو العمل الذي ينجزه 8,0mol من غاز O_2، والواقع في الحالة البدائية عند درجة الحرارة 0°c والضغط 1atm، إذا حجمه تضاعف: أ- إيزومتري. ب- عند ضغط ثابت.

٦) اكتب علاقة لكثافة الغاز عندما يتمدد:

أ- كتابع لدرجة الحرارة عند ضغط ثابت.

ب- كتابع للضغط بثبات درجة الحرارة.

٧) عند تقديم 1400kcal للغاز والموجود عند الضغط الجوي في أسطوانة ذات مكبس يتحرك دون إحتكاك، يزداد حجم الغاز ببطء من $12,0m^3$ حتى $18,2m^3$. احسب:

أ- العمل الذي ينجزه الغاز.

ب- تغير الطاقة الداخلية للغاز.

٨) احسب الطاقة الداخلية لـ 3,0mol لغاز مثالي ثنائي الذرة عند درجة الحرارة 600K إذا كانت كل درجات الحرية فعالة؟

٩) غاز يمتلك سعة حرارية $C_v = 0,0356cal/kg.K$ والتي تتغير بصورة ضعيفة في مجال حراري واسع. ما هي الكتلة الذرية لهذا الغاز؟ وما هو هذا الغاز؟

١٠)بيّن أنّه إذا امتلكت جزيئات الغاز n درجة حرية فإن المعطيات النظرية تعطينا قيمة السعة الحرارية التالية:

$$C_v = (n/2)R \quad , \quad n_p = [(n+2)/2]R$$

١١)يقع غاز مثالي عند درجة الحرارة 400K ويتمدد بصورة إديباتية حتى يزداد الحجم خمسة مرات عن الحجم الأولي. عين درجة حرارة الغاز النهائية إذا كان:

أ- أحادي الذرة. ب- ثنائي الذرة (دون أخذ الاهتزاز). ج- ثنائي الذرة (الجزيئات تقوم بالاهتزاز).

١٢)بيّن أن سرعة الصوت في غاز مثالي تعطى بالعلاقة:

$$\upsilon_{\text{صوت}} = \sqrt{\gamma RT/M}$$

حيث M- الكتلة الجزيئية للغاز.

ب- ماذا تساوي نسبة الصوت في غازين مختلفين عند نفس درجة الحرارة؟

١٣)استخدم نتائج المسألة السابقة (١٢) وبنشر الحدود بيّن أنّ سرعة الصوت في الهواء عند درجة الحرارة 0°c تزداد تقريباً بـ 0,61m/s عند زيادة درجة واحدة من الحرارة.

١٤)غاز مثالي وحيد الذرة يتألف من 2,4mol ويشغل حجماً قدره 0,084m3 يتمدد بصورة إديباتية وحرارته البدائية 25°c والنهائية 58°c-. ما هو الحجم النهائي لهذا الغاز؟

الفصل الرابع

القانون الثاني في الترموديناميك

The second law of thermodynamics

٣-٤-١- القانون الثاني في الترموديناميك:

The second law of thermodynamics:

ما يجب إضافته للقانون الأول في الترموديناميك. طبقاً للبداية الأولى في الترموديناميك، الطاقة محافظة، أي يمكن أن نتخيل عمليات كثيرة والتي فيها تبقى الطاقة محافظة. ولكن في الطبيعة مثل هذه العمليات لا تظهر. وعلى سبيل المثال، عندما يمس جسم ساخن جسماً بارداً فالحرارة دائماً تنتقل من الجسم الساخن إلى البارد، وليس العكس.

لو انتقلت مثل هذه الحرارة من الجسم البارد إلى الجسم الساخن لكانت الطاقة في هذه الحالة محافظة. ولكن مثل هذه العملية غير موجودة. وكمثال ثانٍ لندرس ماذا يجري بعد قذف حجر للأعلى، أنّه سيسقط على سطح الأرض. وبمقدار هبوط الحجر فإنّ طاقته الكامنة البدائية تتحول إلى طاقة حركية. وعندما يمس الحجر الأرض فإن طاقته الحركية تتحول إلى داخلية للحجر والأرض (وهذا يعني أن جزيئات هذا الجسم تبدأ بالتحرك أسرع، وأنّ حرارته ستزداد). غير أنّه هل جرى أنّ شاهدتم ظاهرة معاكسة، والتي عندها الحجر المستقر على سطح الأرض، فجأة يطير في الهواء بفضل طاقته الحرارية (والمحيط) التي أعطيت لجزيئاته على شكل طاقة حركية وبالتالي لكل الحجر في مثل هذه العملية ستكون الطاقة محافظة، غير أنّه في الحقيقة مثل هذه العملية (أي طيران الحجر) لا تحصل على الإطلاق.

يوجد أمثلة كثيرة وعمليات أخرى والتي يمكن أنّ تجري في الطبيعة ، ولكن عمليات معاكسة لها لا تحصل. لنذكر مثالين آخرين على نفس النمط.

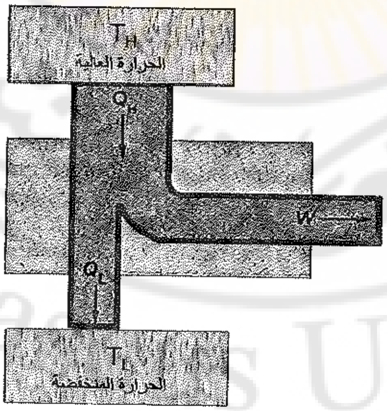
إذا نثرت في فنجان طبقة من الملح ومن ثم غطيتها بطبقة من الفلفل وهزيت الفنجان ولكن احتمال قليل أنّ يكون المزيج قد امتزج جيداً. غير أنّه إذا استمريت بهز الفنجان من غير المحتمل أنّ يتم فصل طبقة الملح عن الفلفل. إن فنجان القهوة أو كأس الشاي ينكسران إذا وقعا على الأرض ولكن لا يمكن إعادتهما إلى حالتهما الأولية قبل الكسر وبصورة طوعية ولو أنّه في كل الأمثلة المذكورة سابقاً تحققت العملية المعاكسة، لما حدث خلل في البداية الأولى في الترموديناميك. من أجل تفسير غياب العملية المعاكسة، قام العلماء في منتصف القرن الماضي بوضع قانون جديد معروف تحت اسم القانون الثاني في الترموديناميك. وطبقاً لهذا القانون،

يمكن الحكم على أي من العمليات إن كانت ممكنة أو غير ممكنة في الطبيعة. يمكن صياغة القانون الثاني في الترموديناميك بأساليب مختلفة ولكن كل هذه الأساليب تكافىء بعضها بعضاً. إن أحد هذه الأساليب تعود إلى كلاوزس (١٨٢٢-١٨٨٨) والتي تنص على أن الحرارة في الشروط العادية تنتقل من الجسم الساخن إلى البارد، ولكنها لا تنتقل من الجسم البارد إلى الساخن. وبما أن هذا -التأكيد يعود إلى عملية ذات طراز معين ولا يكون واضحاً في أي صورة يستخدم في عمليات أخرى، ويتطلب صياغة أكثر عمومية والتي بواسطتها يمكن الأخذ بالحسبان عمليات ممكنة أخرى. إن الصياغة التاريخية العامة للقانون الثاني في الترموديناميك تمت عند دراسة أسس المحركات الحرارية (أو كما سميت من قبل الماكينات الحرارية). المحركات الحرارية هي: أي بنية تحول الطاقة الحرارية إلى عملاً ميكانيكياً. فيمايلي سندرس المحركات الحرارية، وما تمثل من أهمية من وجهة النظر العملية. وسنعرض أهميتها من أجل صياغة القانون الثاني في الترموديناميك.

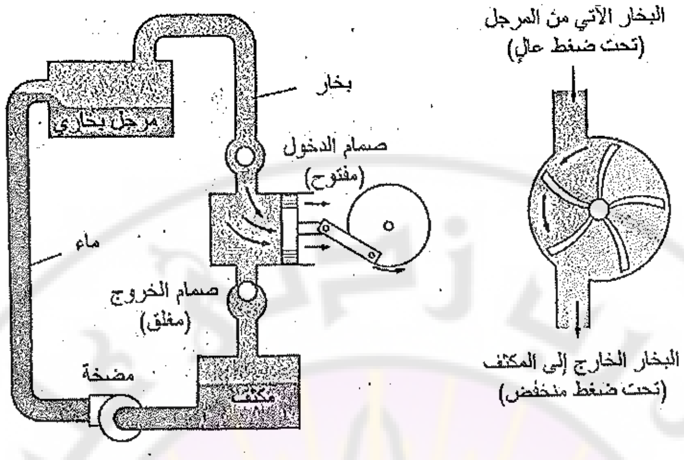
٣-٤-٢- المحركات الحرارية والبرادات :

Heat engines and refrigerators:

ليس صعباً الحصول على طاقة حرارية عن طريق انجاز عمل، فعلى سبيل المثال إن حك الكف بالآخر يؤدي إلى انتاج حرارة ويمكن الوصول إلى نفس الهدف في أية عملية يحصل فيها احتكاك غير أن الحصول على عمل ميكانيكي من الطاقة الحرارية صعباً للغاية وعملياً تم تصميم بنية لهذه الغاية في عام ١٧٠٠م. على أساس الآلات البخارية.



الشكل (٣-٤-١) مخطط عمل المحرك الحراري



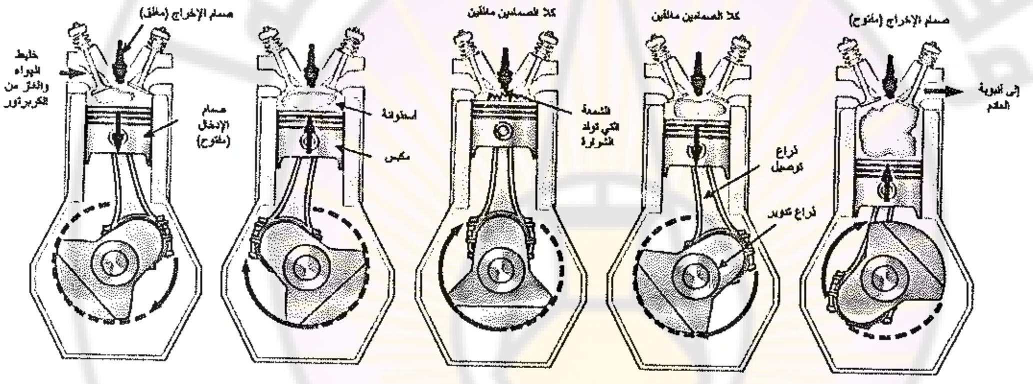
الشكل (٣-٤-٢) المحركات البخارية

تتلخص الفكرة الأساسية في أي محرك حراري بأن الطاقة الميكانيكية يمكن الحصول عليها على حساب الطاقة الحرارية فقط وذلك إذا سمحنا للطاقة الحرارية بالعبور من المنطقة ذات الحرارة العالية إلى المنطقة ذات الحرارة المنخفضة حيث أنه عند عملية العبور فإن جزء من الحرارة يمكن أن يتحول إلى عمل ميكانيكي، وهذا مبين على الشكل (٣-٤-١)، حيث تسمى الحرارة العالية T_H والمنخفضة T_L تسميان حرارتا عمل المحرك وفيما بعد ومن أجل التبسيط سنعتبر أن هاتين الحرارتين توفرهما (ترموستات) مثبتان أتوماتيكياً لدرجة الحرارة والواقعتان عند درجتا حرارة ثابتة T_H و T_L وما يهمنا هو فقط المحركات الحرارية التي تحقق دورة تشغيل دورية (أي أن كل الجملة تتحول دورياً إلى الحالة البدائية). وعلى هذه الصورة يمكنها أن تعمل بصورة مستمرة.

إنّ مبدأ عمل هذين الطرازين من المحركات الحرارية فسرت على الشكل (٣-٤-٢) وَ (٣-٤-٣). ويعود إليها كل من المحركات البخارية ومحركات الاحتراق الداخلي (المستخدمة في كثير من السيارات). إنّ المحركات البخارية الحديثة تقسم إلى نوعين أساسيين. هي محركات ما يسمى النوع الإرتدادي الشكل (٣-٤-٢أ) حيث إنّ البخار المسخن يعبر من خلال صمام الدخول ومن ثم يتوسع في الفضاء تحت المكبس وتجبره على الحركة وبعد ذلك عندما يعود

المكبس إلى وضعه البدائي يخرج الغازات من خلال صمام الخروج. وفي المحرك البخاري العنفي الشكل (٣-٤-٢ب) يجري بنفس الطريقة السابقة والاختلاف أنّ حركة عودة المكبس تتغير بواسطة العنفة المتحركة التي تذكرنا بعجلة مسننة والمزودة بعدد من الريش. وبمساعدة العنفات البخارية (تستخدم في المحطات النووية) ينتج الجزء الأكبر من الطاقة الكهربائية في الوقت الحالي. إنّ المادة التي تسخن أو تبرد (في هذه الحالة البخار) تسمى بمادة العمل.

وفي المحركات البخارية نصل إلى حرارة عالية عن طريق حرق الفحم. أو النفط أو أي شيء آخر وعند ذلك يسخن البخار. أما في محركات الاحتراق الداخلي نصل إلى حرارة عالية على حساب حرق خليط العمل (البنزين والهواء) داخل أسطوانة المحرك، ويساعد المزيج على الاحتراق قداحة شرارية.



الشكل (٣-٤-٣) محرك احتراق داخلي رباعي الشوط :

١-إنّ مزيج البنزين والهواء ترد إلى الاسطوانة عند حركة الصمام إلى الاسفل.

٢-يتحرك الصمام إلى الأعلى ويضغط الغاز.

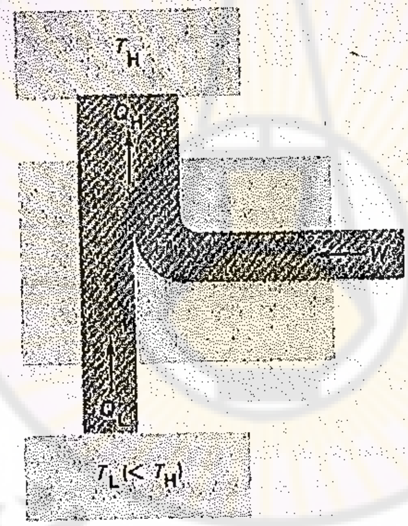
٣-الشرارة من الشمعة تساعد المزيج على الاحتراق وعند ذلك ترتفع حرارة المزيج.

٤-الغازات الواقعة عند درجة حرارة عالية وضغط عالي تتمدد وتسحب المكبس إلى الأسفل (نقطة عمل المحرك)

٥-الغازات المستهلكة تسحب من خلال صمام الخرج إلى أنبوبة الخرج (العادم) ومن ثم كل الدورة تتكرر.

لنفسر الآن لماذا لكي يعمل المحرك من الضروري اختلاف حراري؟ لندرس ذلك على سبيل المثال في المحرك البخاري. ولنفرض أن المحرك البخاري من النوع الارتدادي وليكن الممثل على الشكل (٣-٤-٢أ) أي أنه لا يوجد مكثف ولا مضخة بحيث أن البخار سيمتلك درجة حرارة واحدة في كل الجملة. وهذا يعني أن ضغط البخار عند التفريغ نفسه عند الإدخال وبدقة سيكون مساوٍ العمل الذي ينجزه المكبس على البخار عند تفريغه، وبنهاية الحساب لا يوجد أي قيمة لمحصلة العمل. وفي المحركات الحقيقية يبرد الغاز المفرغ إلى درجة حرارة أقل ويكثف، حيث إنّ الضغط عند التفريغ سيكون أقل من الضغط عند الإدخال.

إنّ العمل الذي يجب أن ينجزه المكبس من أجل دفع البخار من الاسطوانة في مرحلة الإخراج ستكون أقل من العمل الذي ينجزه البخار على المكبس في مرحلة الدخل. على هذه الصورة يمكن الحصول على عمل محصل، ومن أجل ذلك لابد من وجود اختلاف حراري.

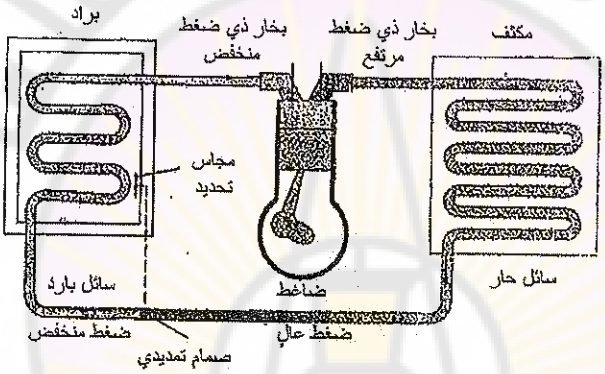


الشكل (٣-٤-٤) مبدأ عمل البراد أو المكثف الهوائي

وبصورة مشابهة إذا لم يُبرد البخار في العنفة البخارية هذا يعني أنّ الضغط في كلا الاتجاهين من كل ريشة سيكون متماثلاً والعنفة لا يمكنها الدوران. وإنّ تبريد البخار من جهة الريش الدائر في جهة صمام الخرج الشكل (٣-٤-٢ب) تؤدي إلى أنّ ضغط البخار من جهة الريش الدائر في جهة صمام الدخل تصبح أكبر وفي النتيجة تدور العنفة.

إنّ مبدأ عمل البراد أو أي مضخة حرارية أخرى (على سبيل المثال المستخدمة من أجل توليد تياراً حرارياً من خارج إلى داخل البيت أو بالعكس، وفي الحالة الأخيرة تسمى المجموعة بالمكثف الهوائي) يقوم على تدوير مراحل عمل المحرك الحراري. وكما هو مبين على مخطط الشكل (٣-٤-٤) يمكن الحصول على العمل المنجز W بأخذ كمية الحرارة من المنطقة ذات الحرارة المنخفضة T_L (على سبيل المثال من الحجم الداخلي للبراد)، ومن ثم إعطاء كمية كبيرة من الحرارة إلى منطقة الحرارة العالية T_H (على سبيل المثال الغرفة). يمكنك دون تعب الشعور بهذه الحرارة بوضع يدك على الجهة الخلفية للبراد.

ينجز العمل W بمساعدة ماتور الضاغط الذي يضغط جسم العمل. الشكل (٣-٤-٥).



الشكل (٣-٤-٥) المخطط العام للبراد

٣-٤-٣- فعالية المحركات الحرارية والقانون الثاني في الترموديناميك :

Efficiency of heat engines & the second law of thermodynamics:

عند دراسة عمل المحركات الحرارية في هذه الفقرة والفقرات التالية سنهتم بالدرجة الأولى بقيم التيارات الحرارية ولذلك لكي لا نفكر في كل مرة بإشارة التيار الحراري (طبقاً للاتفاق في السابق عن الإشارات) نعينه حسب الاتجاه (إلى الجملة أو منها) سنستخدم هنا للحرارة فقط قيم مطلقة ($|Q|$)، ومن الضروري حسب المغزى إشارة موجبة أو سالبة وكذلك سنستخدم من جديد الاتفاق الأولي على الإشارات. تتعين فعالية أي من المحركات الحرارية بمعامل التأثير النافع أو العمل

المفيد (م ع م). وسنرمز لهذا المعامل بـ e ويتعين كنسبة عمل المحرك w إلى كمية الحرارة المزودة $|Q_H|$ عند درجة حرارة عالية الشكل (٣-٤-١).

$$e = \frac{w}{|Q_H|}$$

إنّ هذا التعيين يمتلك فائدة تطبيقية حيث أن القيمة w هي عبارة عن فائدة المحرك (مردوده) [أي ما نحصل عليه منه] وعند ذلك فإن $|Q_H|$ هو ما نقدمه أو نعطيه للمحرك (على سبيل المثال شراء مواد احتراق للمحرك). وبما أنّ الطاقة الكلية تبقى محافظة فالحرارة المزودة $|Q_H|$ يجب أنّ تساوي مجموع العمل w وكمية الحرارة $|Q_L|$ المسترجعة عند حرارة منخفضة :

$$|Q_H| = w + |Q_L|$$

على هذه الصورة يكون :

$$w = |Q| - |Q|$$

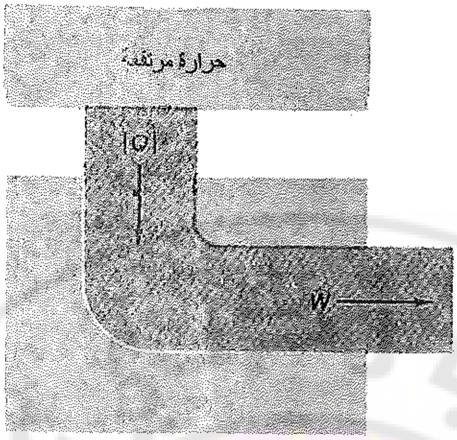
ومردود المحرك يمكن كتابته على الشكل :

$$e = \frac{w}{|Q_H|} = \frac{|Q_H| - |Q_L|}{|Q_H|} = 1 - \frac{|Q_L|}{|Q_H|} \qquad (3-4-1)$$

من العلاقة (3-4-1) يتضح أنّ مردود المحرك كلما كان كبيراً كلما قلت كمية الحرارة $|Q_L|$. غير أن التجربة بينت أن إنقاص القيمة $|Q_L|$ إلى الصفر غير ممكنة على الإطلاق أو مستحيلة.

ولو كان ذلك ممكناً لحصلنا على محرك ذي مردود 100% الشكل (٣-٤-٦). أي أنّه لا يمكن الحصول على محرك مثالي يعمل بصورة مستمرة ، وهذا يعني أنّه يمكن إعادة صياغة القانون الثاني في الترموديناميك على هذه الصورة :

إنّ العملية الدورية مستحيلة ، والنتيجة الوحيدة الممكن تحقيقها هي تحويل كمية مختارة من حرارة المنبع Q كلها عند درجة حرارة ثابتة إلى عمل w (بحيث w=Q).



الشكل (٣-٤-٦) المخطط الافتراضي للمحرك الحراري المثالي ، والذي كل الحرارة الداخلة إليه تتحول إلى عمل |w=|Q. لا يمكن انتاج هذا المحرك المثالي

وهذا إثبات للتعريف المعروف للقانون الثاني في الترموديناميك تعريف كلفن-بلانك. وإذا كان هناك مانع لا يتحقق وكان من الممكن إنشاء محرك مثالي، هذا يعني أنّه يمكن أن تجري أشياء غريبة. وعلى سبيل المثال إذا كان المحرك على السفينة لا يحتاج إلى درجة حرارة منخفضة للصهريج (الترموستات) والذي فيه يستطيع إعطاء جزء من الحرارة بعد مرحلة التفريغ، هذا يعني أنه يمكن للسفينة أن تسبح كل المحيط مستخدمة فقط مخزوناً ضخماً من الطاقة الداخلية لمياه المحيط. وبالتالي لا نصادف مشكلة في الوقود. غير أنّ كل المحاولات لبناء محرك مثالي باءت بالفشل، ويعتبر هذا غير ممكن على الإطلاق.

وبصورة مشابهة تبين أنّه من غير الممكن بناء نظام معاكس براد مثالي وبالضبط جهاز يمكن بمساعدته نقل الحرارة من مكان ذي حرارة منخفضة إلى مكان ذي حرارة عالية مع أنّه من أجل ذلك لا يتطلب انجاز أي عمل:

$$w = 0 \qquad , \qquad |Q_H| = |Q_L|$$

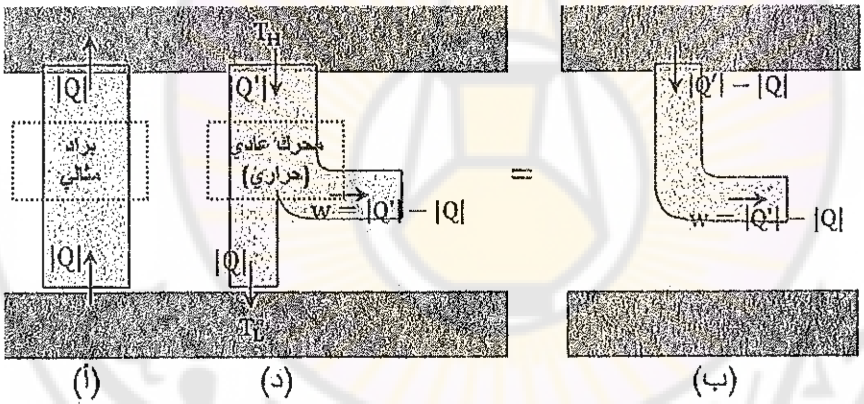
انظر الشكل (٣-٤-٤).

إنّ هذا الإثبات يمكن صياغته كمايلي:

من المستحيل تحقيق عملية دورية والنتيجة الوحيدة الممكنة هي انتقاء الحرارة من إحدى الجمل عند درجة حرارة معينة وإعطاءها بدقة بنفس الكمية من الحرارة إلى جملة أخرى عند درجات حرارة أعلى. هذا تعريف كلاوزس للقانون الثاني في الترموديناميك. وهو عبارة عن تعميم للقانون المعطى في الفقرة السابقة، وهو يؤكد بدقة أنّ الحرارة لا يمكن أنّ تنتقل طوعياً من الجسم البارد إلى الحار، ومن أجل الوصول إلى هذا الهدف من الضروري القيام بعمل.

إنّ إثبات كلاوزس يمكن أيضاً صياغته على الشكل التالي: لا يمكن إنشاء براداً مثالياً.

لنبين الآن إنّ النصين المختلفين للقانون الثاني في الترموديناميك (كلاوزس و كلفن-بلانك) متطابقة فيما بينها. من أجل ذلك نبرهن إذا كانت أحدهما غير صحيح ، هذا يعني أن الآخر غير صحيح . على هذه الصورة كلا النصين يجب أنّ يكونا خاطئين أو صحيحين (وليس أحداهما صحيحاً والآخر غير صحيح)، وهذا يبرهن على تطابقهما.



الشكل (٣-٤-٧) تطابق نصا القانون الثاني في الترموديناميك كلاوزس وكلفن- بلانك البراد المثالي (أ) ، والذي يعمل في الارتباط بمحرك حراري عادي (د) سيكون مطابق لمحرك مثالي (ب).

لنفترض أنّ شكل نص كلاوزس خاطىء أي أنّه يمكن الوصول لبراد مثالي. عندئذ وطبقاً للشكل (٣-٤-٧أ) يمكن أخذ كمية من الحرارة $|Q|$ من الجسم ذي الحرارة المنخفضة وإعطاؤها إلى الجسم ذي الحرارة العالية من دون القيام بأي عمل. لندرس الآن المحرك المعتاد الذي يأخذ

كمية من الحرارة $|Q`|$ من الجسم ذي الحرارة العالية وينجز عملاً w ويعطي كمية من الحرارة $|Q|$ في الخزان ذي الحرارة المنخفضة الشكل (٣-٤-٧د).

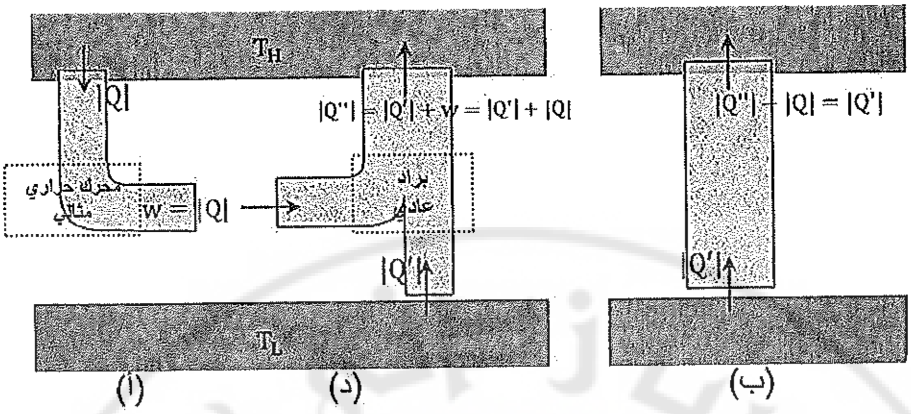
إنّ التأثير المحصل لكلتا البنيتين هو أنه من الجسم ذي الحرارة الأعلى تؤخذ كمية من الحرارة $|Q`| - |Q|$ وكلها تتحول إلى عمل $w = |Q`| - |Q|$ كما هو مبين على الشكل (٣-٤-٧ب) على هذه الصورة وفي النهاية إنّ هذه الجملة تسلك سلوك المحرك المثالي وهذا يناقض تعريف كلفن-بلانك. لنفرض الآن أنّ تعريف كلفن-بلانك خاطىء ولنثبت أنّ تعريف كلاوزس أيضاً خاطىء. لنفرض أنّ المحرك المثالي في الشكل (٣-٤-٨أ) يأخذ كمية من الحرارة $|Q|$ من الجسم ذي الحرارة العالية ومن ثم يحولها كلها إلى عمل مفيد w بحيث $|Q| = w$ ، ومن ثم البراد العادي الشكل (٣-٤-٨د) يستخدم هذا العمل لأخذ كمية من الحرارة $|Q`|$ من الجسم ذي درجة حرارة المنخفضة، ويعطي كمية من الحرارة $|Q''|$ للجسم ذي درجة الحرارة الأعلى عند ذلك:

$$|Q''| = |Q`| + w = |Q`| + |Q|$$

وبالتالي هذه المحطة أو الجهاز تأخذ من الجسم ذي درجة الحرارة الأعلى كمية من الحرارة $|Q|$ وتعطيه كمية حرارة $|Q''|$. إنّ التدفق المحصل للحرارة إلى الجسم ذي درجة الحرارة العالية عند ذلك تساوي:

$$|Q''| - |Q| = (|Q`| + |Q|) - |Q| = |Q`|$$

على هذه الصورة فإن التأثير المحصل لهذه الجملة أو الجهاز كما بالشكل (٣-٤-٨ب) تجري بأخذ كمية من الحرارة $|Q|$ من الجسم ذي درجة الحرارة المنخفضة وإعطاء نفس هذه الكمية وبدقة من الحرارة $|Q`|$ إلى الجسم ذي درجة الحرارة العالية. وهذا يناقض القانون الثاني في الترموديناميك حسب تعريف كلاوزس.



الشكل (٣-٤-٨) تطابق تعاريف القانون الثاني في الترموديناميك كلاوزس وكلفن-بلانك. للمحرك المثالي (أ) والمحرك العامل كبراد عادي (د) سيكون مكافىء لبراد مثالي (ب)

$$w = |Q| \text{ : حيث } |Q''| - |Q| = (|Q'| + |Q|) - |Q| = |Q'|$$

لقد تأكدنا أنّه إذا كان أحد التعاريف أو نصوص القانون الثاني في الترموديناميك وبالضبط كلاوزس وكلفن-بلانك غير صحيحة سيكون التعريف الآخر غير صحيح أيضاً. أي إذا كان أحد النصوص صحيحاً فيجب أن يكون النص الآخر صحيحاً أي كلا التعريفين متطابقان.

٣-٤-٤- محرك كارنو - العمليات العكوسة واللاعكوسة :

Carnot engine, reversible and irveversible processes:

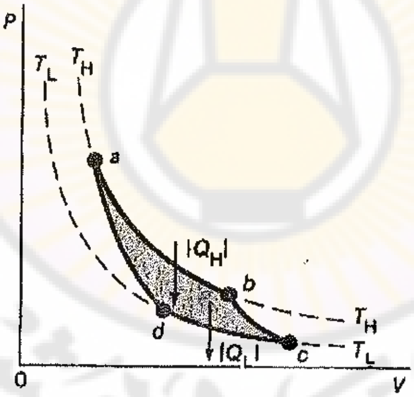
إنّ عملية تحويل الطاقة الحرارية إلى ميكانيكية درست في بداية القرن التاسع عشر من قبل العالم الفرنسي ن.ل.سادي كارنو (١٧٩٦-١٨٣٢) فقد درس كيفية زيادة مردود المحركات الحرارية غير أنّ الدراسة وبسرعة قادته إلى دراسة أساس الترموديناميك. وكوسيلة مساعدة لدراسته قام كارنو وعلى الورق بتصميم طراز المحرك المثالي والذي نسميه اليوم بمحرك كارنو. إنّ الدور الهام لمحرك كارنو ينحصر ليس فقط بإمكانيات استخداماته التطبيقية، ولكنه يسمح بتفسير مبدأ عمل المحركات الحرارية بصورة عامة. إنّ هذا المحرك سمح بإضافة رصيدها لأساس وصياغة القانون الثاني في الترموديناميك. ففي محرك كارنو تجري عمليات عكوسة، لذلك من الضروري في البداية تفسير ما نعني بالعمليات العكوسة واللاعكوسة.

- **العملية العكوسة** : هي تلك العملية التي تجري ببطء، ولذا يمكن دراستها كعبور متتابع من حالة توازن إلى حالة توازن أخرى وهكذا. ومع ذلك فإن كل هذه العملية يمكن نقلها في اتجاه آخر من دون تغيير العمل المنجز وكمية الحرارة المعطاة. على سبيل المثال الغاز الموجود في الأسطوانة والمضغوط بصورة متراصة بواسطة مكبس متحرك والذي لا يحتك مع جدار الأسطوانة يمكن ضغطه بصورة أيزوترمية بطريق معكوس، إذا قمنا بالضغط ببطء شديد. غير أنّه ليس كل شيء عمليات (شبه احصائية) بطيئة جداً تعتبر عكوسة. على سبيل المثال إذا شارك في العملية عملية الاحتكاك (في المثال الموصوف سابقاً يمكن أن يكون الاحتكاك بين المكبس وجدار الأسطوانة) يعني أن العمل المنجز في اتجاه معين (على سبيل المثال من الحالة A إلى الحالة B) لا يساوي العمل المنجز في الاتجاه المعاكس (في إشارة معاكسة) [من الحالة B إلى الحالة A] مثل هذه العملية يجب عدم اعتبارها عكوسة.

ومن المفهوم أن عملية عكوسة مثالية حقيقية غير ممكنة، بما أنّه من أجل تحقيقها يتطلب وقتاً طويلاً جداً (لانهائياً)، غير أنّ العمليات العكوسة يمكن أنّ تصمم وبدقة عالية وهذه العمليات تمتلك معناً نظرياً هاماً وتعتبر كل العمليات الحقيقية لاعكوسة وتجري بسرعة نهائية أو قصوى. يمكن أنّ ينشأ في الغاز اضطراب أو إثارة (حتى الاضطراب) يمكن نتيجة وجود الاحتكاك، أو نتيجة لأسباب أخرى للاعكوسية. عند هذه الشروط لا يمكن لأي عملية أن تكون عكوسة بدقة ، بما أنّ فقد الحرارة على الاحتكاك يعتبر نفسه لاعكوساً، والاضطراب يعدّ شيئاً آخر ....إلخ. ولأي حجم معين من الغاز لا يوجد قيمة محددة تماماً للضغط P ودرجة الحرارة T ، بما أن الجملة لا تقع دائماً في حالة توازن وعلى هذه الصورة لا يمكن تمثيل عملية لاعكوسة حقيقية على المخطط PV (باستثناء تلك الحالات ، عندما هذه العمليات مع بعض التقريبات يمكن دراستها كعمليات عكوسة مثالية). إنّ العملية العكوسة (ونظراً لكونها تمثل حالة توازن متتابعة وشبه احصائية) يمكن دائماً تمثيلها على مخطط PV ، مع أنّ العملية العكوسة عندما تجري في اتجاه معاكس ستسلك نفس الطريق الممثل على المخطط PV، وبغض النظر عن كون العمليات الحقيقية لاعكوسة، فإن مفهوم العملية العكوسة يلعب دوراً محسوساً وهاماً كما يلعبه الغاز المثالي.

لنعود الآن إلى دراسة محرك كارنو المثالي. فهو مبني على تصور الدورة العكوسة.

– **الدورة العكوسة** : هي عبارة عن عمليات عكوسة متتالية والتي من خلالها المادة المعينة (الجسم العامل) ينتقل من حالة بدائية مستقرة خلال عدة حالات استقرار، ومن ثم يعود إلى حالة استقراره البدائية. وبالتفصيل في محرك كارنو يستخدم دورة كارنو والممثلة على الشكل (٣-٤-٩)، حيث إنّه يعتبر الغاز الحقيقي بمثابة جسم العمل. (ومن أجل الغاز الحقيقي فإنّ مخطط PV يختلف قليلاً) ولنختار النقطة a في الحالة البدائية ، إنّ الغاز في البداية يتمدد بصورة إيزوترمية وعكوساً حسب الطريق ab عند درجة الحرارة T_H، ومن أجل ذلك يمكن تصور أنّ الغاز ينتقل بإتصال مع ترموستات حار عند درجة الحرارة T_H والذي يعطي للجسم العامل كمية من الحرارة قدرها $|Q_H|$. ومن ثم يتمدد الغاز بصورة أديباتية وبالعكس بالطريق bc ، على هذا الطريق لا يحصل تبادلاً حرارياً على الاطلاق وتنخفض درجة حرارة الغاز حتى T_L. وفي المرحلة الثالثة للدورة تجري عملية إيزوترمية عكوسة بضغط الغاز حسب الطريق cd. وهنا من الضروري الاتصال مع ترموستات بارد عند درجة الحرارة T_L، والتي تعطي الجسم العامل كمية من الحرارة قدرها$|Q_L|$. وأخيراً يتقلص الغاز بصورة أديباتية حسب الطريق da، عائداً إلى حالته الأولى من جديد. على هذه الصورة فإنّ دورة كارنو تتألف من عمليتين إيزوترمية عكوسة وعمليتين أديباتية عكوسة.



الشكل (٣-٤-٩) دورة كارنو

ليس صعباً أنّ نبين أنه نتيجة العمل المنجز في دورة واحدة بمحرك كارنو (أو بأي محرك آخر الذي يستخدم دورة عكوسة) يساوي عددياً المساحة المحددة بالخطوط المنحنية والمشَكّلة

للدورة على المخطط PV (المنحني abcd على الشكل (٣-٤-٩)). يمكن البرهان على ذلك بسهولة.

٣-٤-٥- مردود محرك كارنو والقانون الثاني في الترموديناميك:

The Carnot engine efficiency and the second law of thermodynamics:

يعطى مردود محرك كارنو مثل باقي المحركات الحرارية بالعلاقة (3-4-1):

$$e = 1 - \frac{|Q_L|}{|Q_H|}$$

غير أنّه يمكننا أنّ نبين أنّ مردود محرك كارنو يتعلق فقط بدرجتي الحرارة T_H و T_L. ففي العملية الإيزوترمية الأولية (ab على الشكل (٣-٤-٩)) العمل الذي ينجزه الغاز وطبقاً للعلاقة (3-3-3) يكتب على الشكل :

$$w_{ab} = nRT_H \ln\left(\frac{V_b}{V_a}\right)$$

حيث n: عدد مولات الغاز المثالي والمستخدم كجسم العمل. وبما أنّ الطاقة الداخلية للغاز المثالي لا تتغير عندما درجة حرارة ثابتة، فالحرارة المقدمة للغاز تتحول كلياً إلى عمل ينجزه الغاز (يطابق تماماً القانون الأول في الترموديناميك) :

$$|Q_H| = nRT_L \ln\left(\frac{V_b}{V_a}\right)$$

وبصورة مشابهة الحرارة المقدمة للغاز في العملية الإيزوترمية cd تكتب على الشكل التالي:

$$|Q_L| = nRT_H \ln\left(\frac{V_c}{V_d}\right)$$

بما أنّ الطريقين bc و da يطابقان عمليتين أديباتيتين سيكون:

$$P_b V_b^{\gamma} = P_c V_c^{\gamma} \qquad \text{و} \qquad P_d V_d^{\gamma} = P_a V_a^{\gamma}$$

إضافة لذلك وطبقاً لمعادلة حالة الغاز المثالي نجد :

$$\frac{P_b V_b}{T_H} = \frac{P_c V_c}{T_L} \qquad \text{و} \qquad \frac{P_d V_d}{T_L} = \frac{P_a V_a}{T_H}$$

وبقسمة المعادلتين الأخيرتين على مثيلاتها السابقتين (أي كل معادلة على ما يقابلها) نجد :

$$T_H V_b^{\gamma-1} = T_L V_c^{\gamma-1} \qquad \text{و} \qquad T_L V_d^{\gamma-1} = T_H V_a^{\gamma-1}$$

لنقسم المعادلة اليسرى على اليمنى نجد :

$$\left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_c}{V_d}\right)^{\gamma-1}$$

وبالتالي :

$$\frac{V_b}{V_a} = \frac{V_c}{V_d}$$

أو :

$$\ln\left(\frac{V_b}{V_a}\right) = \ln\left(\frac{V_c}{V_d}\right)$$

بتعويض هذه النتيجة بالمعادلات السابقة من أجل $|Q_H|$ و $|Q_L|$ نجد (دورة كارنو) :

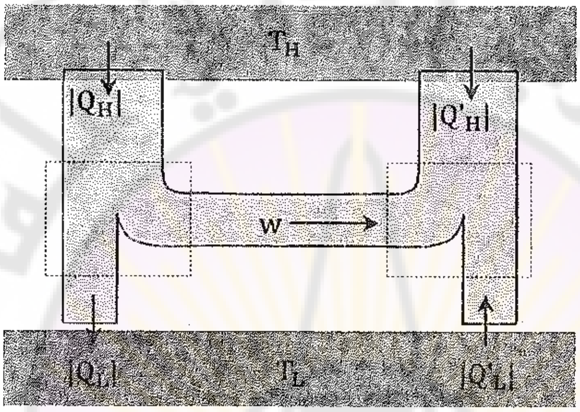
$$\frac{|Q_L|}{|Q_H|} = \frac{T_L}{T_H} \qquad \text{(دورة كارنو)} \qquad (3-4-2)$$

على هذه الصورة إنّ مردود محرك كارنو العكوس يكتب على الشكل :

$$e = 1 - \frac{|Q_L|}{|Q_H|} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \qquad \text{(مردود محرك كارنو)} \qquad (3-4-3)$$

إنّ الحرارتين T_L و T_H يعتبران مطلقتين حسب تدريجات الغاز المثالي. على هذه الصورة فإنّ مردود محرك كارنو يتعلق فقط بدرجتي الحرارة T_L و T_H.

يمكنك أنّ تتصور دورة عكوسة أخرى والتي يمكن أنّ تستخدم لمحرك مثالي عكوس. أوجد كارنو النظرية التالية : إنّ كل المحركات العكوسة العاملة بين ترموستاتين ذات حرارة متماثلة تمتلك نفس المردود ، ولا أي من المحركات اللاعكوسة العاملة بين هاتين الترموستاتين لا يمكن أن تمتلك مردوداً أكبراً. على هذه الصورة تثبت نظرية كارنو أنّ قيمة المردود المعطاة بالعلاقة (3-4-3) أي العلاقة $e=1-\frac{|Q_L|}{|Q_H|}$ تستخدم لأي محرك عكوس، إضافة إلى ذلك تعين العلاقة القيمة الممكنة العظمى لمردود محرك حقيقي (لاعكوس).



الشكل (٣-٤-١٠) تفسير وبرهان أن نظرية كارنو تعتبر نتيجة القانون الثاني في الترموديناميك العمل المنجز من المحرك اليساري يستخدم من أجل عمل البراد (المحرك العكوس) على اليمين

يمكن أنّ نبين أنّ نظرية كارنو تعتبر أحد تعاريف القانون الثاني في الترموديناميك، كلاوزس أو كلفن-بلانك. نبين ذلك على سبيل المثال تعريف كلاوزس. لنفترض أنّ لدينا محركان حراريان عكوسان، يعملان بين ترموستاتان (باردة وحارة) لهما الحرارتان T_L للباردة و T_H للحارة. ولنفترض أنّ مردود هذين المحركين يساوي e وَ `e ، إضافة إلى ذلك كلا المحركين ينجزا نفس العمل w. لنعكس دورة العمل لإحداهما (أحد المحركات ذي المردود `e) بحيث إنّه يستعمل كبراد الشكل (٣-٤-١٠).

ويما أنّ: $w = |Q_H| - |Q_L|$ للمحرك وَ $w = |Q`_H| - |Q`_L|$ للبراد. سيكون لدينا: $|Q`_H| - |Q_H| = |Q`_L| - |Q_L|$. لنفترض الآن أنّ قيمة مردود المحركين غير متساويين ولنفرض $e > e`$. وهذا يعني أنّ:

$$\frac{W}{|Q`_H|} > \frac{W}{|Q_H|}$$

أي أنّ :

$$|Q`_H| > |Q_H|$$

على هذه الصورة سنمتلك تيار حراري محصل في الترموستات ذات الحرارة المرتفعة مساوية $|Q`_H| - |Q_H|$ ويوجد أيضاً تيار حراري $|Q`_L| - |Q_L|$ من الترموستات ذات الحرارة المنخفضة ، غير أنّه كما بيّنا سابقاً سيكون : $|Q`_H| - |Q_H| = |Q`_L| - |Q_L|$.

على هذه الصورة أنّ وصل كلا المحركين يؤدي إلى تيار حراري محصل من الترموستات ذات الحرارة المنخفضة إلى الترموستات ذات الحرارة المرتفعة غير أنّه لا ينجز أي عمل محصل. وهذا يناقض تعريف كلاوزس للقانون الثاني للترموديناميك. وبالتالي فإنّ الافتراض $e` > e$ لايتطابق مع القانون الثاني في الترموديناميك. يمكن الآن تغيير دور كلا المحركين وأجراء نفس الإجراءات السابقة وبصورة مشابهة بحيث نبين أنّ الشروط $e > e`$ أيضاً لا تحقق القانون الثاني في الترموديناميك حسب تعريف كلاوزس. على هذه الصورة كي يكون التعريف صحيحاً يجب أنّ يكون : $e = e`$ (المحرك عكوس).

لنفرض الآن أنّ أحد المحركات (ذي المردود $= e$) هو لاعكوس أما الآخر (ذي المردود $= e`$) فهو عكوس. أي أنّه في هذه الحالة $e$ لا يمكن أنّ تكون أكبر من $e`$ ، يمكن أنّ نبين بنفس المناقشة المطبقة على الشكل (٣-٤-١٠). غير أنّه نظراً لعدم عكس المحرك اللاعكوس وإنشاء براد ذي خواص عكوسة ، نحن لسنا في حالة تبيان أنّ $e`$ لا يمكن أنّ تكون أكبر من e. على هذه الصورة يكون :

$$e_{\text{لاعكوس}} \leq e`_{\text{عكوس}}$$

وبكلمات أخرى إنّ مردود المحرك اللاعكوس ليس أكبر من مردود المحرك العكوس ، إذا عمل كلا المحركين بين ترموستاتين بدرجة حرارة متماثلة. على هذه الصورة بيّنا أنّ نظرية كارنو قد أتت من القانون الثاني في الترموديناميك. وكما هو ملاحظ يمكن دراستها كإمكانية ثالثة لصياغة هذه البداية (القانون الثاني في الترموديناميك). في الحقيقة إنّ المردود أقل من الحدود النظرية

لكارنو حتى عند محرك مصمم بصورة جيدة فإن المردود يصل إلى : (60-80%) للقيمة المحسوبة نظرياً حسب كارنو.

مثال (٣-٤-١) :

محرك بخاري يعمل بين اثنين من الترموستات ذات درجة الحرارة العليا 500°c والصغرى 270°c ما هو المردود الأعظمي لهذا المحرك؟

الحل :

من الضروري تحويل درجة الحرارة من السيلوس إلى الكلفن:

$$T_H = 500 + 273 = 773 \text{ K}$$

$$T_L = 270 + 273 = 543 \text{ K}$$

عندئذ:

$$e = 1 - \frac{543}{773} = 0{,}30$$

على هذه الصورة فإنّ مردود كارنو الأعظمي يساوي 30%. في الحقيقة إنّ مردود المحرك البخاري يمكن أن يصل حتى 70% من هذه القيمة أي حوالي 21%. نلاحظ أنّه في هذه المثال إنّ حرارة تصريف البخار هي عالية كفاية وتساوي 270°c، إنّ هذه الحالة نوعية للمحركات البخارية ولذلك فإنّ مثل هذه المحركات غالباً تعمل كمجموعة موحدة متتابعة، وعندها خرج أحدهما يخدم مدخلاً للآخر وهكذا....

مسائل

١) هل يمكن تبريد غرفة في يوم صيفي حار إذا تركنا باب البراد مفتوحاً؟

٢) هل يعتبر تعين مردود المحرك الحراري بالشكل: $e = \omega/Q_1$ مفيداً؟ فسر ذلك.

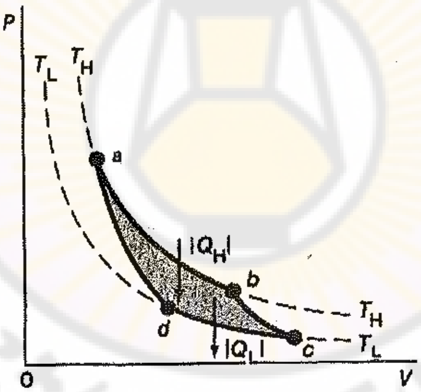
٣) هل يمكن للطاقة الميكانيكية أنّ تتحول إلى حرارية كلياً أو طاقة داخلية؟ هل يمكن أنّ يحصل عبور معاكس؟ إذا كانت إجابتك سلبية فسر ذلك، وإذا كانت إجابتك إيجابية اعطِ مثالاً.

٤) اعطِ مثالاً في الطبيعة تقريباً عملية عكوسة وصفه؟

٥) ناقش وعدد العوامل التي لا تسمح للمحرك الحقيقي بالوصول لمردود محرك كارنو.

٦) ينتج محرك حراري $7250J$ من الحرارة، منجزاً عملاً مفيداً قدره $2250J$ ما هو مردود هذا المحرك؟

٧) بين أن العمل الذي ينجزه محرك كارنو يساوي عددياً المساحة المحصورة داخل دورة كارنو على مخطط كارنو مبينة على الشكل (٤-١) عمم النتيجة على أي دورة عكوسة.



الشكل (٤-١)

٨) ماذا يساوي المردود الأعظمي لمحرك يعمل بين ترموستاتين لهما الحرارتان $480°c$ وَ $305°c$.

٩) إذا كانت درجة الحرارة التي عندها يعطي المحرك الحراري حرارة (درجة حرارة البراد) تساوي $280°c$. ماذا تساوي درجة حرارة التسخين إذا كان مردود كارنو يساوي 32%؟

١٠) يستخدم محرك حراري سخان عند $610°c$، ويمتلك مردوداً يساوي مردود كارنو أي 27%. ما هي درجة حرارة السخان حتى يزداد المردود حتى 35%؟

المصطلحات

— A —

Absorption	امتصاص
— coefficient	معامل الامتصاص
Amplitude	سعة
Angle of incidence	زاوية الورود
Anisotropic	متباين المناحي
Anharmonic	لاتوافقي
Antenne	هوائي
Antinode	بطن
Antireflecting	عديم العكس (لاعاكس)
Axis	محور
Adjustment (Focusing)	إحكام
Atom	ذرة
Aberration	زيغ

Azimuth	سمت
Atomic number	عدد ذرّي
Aperture	فتحة
Analyser	محالل
Anastigmat	نقطية (عدسة)

– B –

Beam	حزمة
– of light	حزمة ضوئية
Brewster law	قانون بروستر
Biprism	موشور ثنائي
Billet's split lens	عدسة بييه المشطورة
Bright	مضيء (هدب)
Biaxial	ثنائية المحور
Band energy	طاقة الرابطة
Bar	بار
Boltzmann	بولتزمان
Bose - Einstein	بوز – أنشتين
Boyle law	قانون بويل

- C -

Charge density	كثافة الشحنة
Coefficient	معامل
Coherent	مترابط (ضوء)
Coherence of light	ترابط الضوء
Conductivity	ناقلية
Continuity	استمرار
Cavity	جوف (الجاوب)
Component	مركبة
Cosmic rays	أشعة كونية
Complementary of colours	ألوان متكاملة
Calorie	كالوري - حريرة
Carnot cycle	دورة كارنو
Carnot enging	محرك (آلة) كارنو
Carnot principle	مبدأ كارنو
Characteristics	خصائص
Charley law	قانون شارلي
Chemical Potential	الكمون الكيميائي
Clapeyron equation	معادلات كليبرون

Conservation of energy	انحفاظ الطاقة
Curvature	انحناء
Crystalline structure	بنية بلورية
Contrast	تباين
Circular Polarization	استقطاب دائري
Corpuscle	جسيم
Crown glass	زجاج تاجي
Convergent light	ضوء متقارب
Conjugate	مترافقة
Compensator plate	لوح مكافىء
Collimator	مجمع
Convex	محدب
Channeled Spectrum	طيف مخطط
Continuous	مستمر ، متصل (طيف)
Concave	مقعر
Corona	هالة
Clausius	كلاوزيوس
Coefficient	معامل
Compressibility	انضغاطية
Compressor	ضاغط
Condensation	تكثيف
Conductivity	موصلية حرارية
Conservation	انحفاظ

Constant	ثابتة
Cooling	تبريد
Coordinates	احداثيات
Critical point	النقطة الحرجة
Cycle	دورة
— D —	
Dielectric	عازل
Dipole	ثنائي القطب
Displacement	انتقال (انزياح)
– Current	تيار الانتقال
Divergence	تفرق
Damping	تخامد
Deıormation	تشوه
Density	كتلة حجمية
Definition	تعريف
Diesel cycle	دورة ديزل
Differentiation	تفاضل
Distribution	توزع

Dispersion	تشتت (تبدد)
Diffusion	انتثار
Diffraction	انعراج (حيود)
Diaphragm	حظار
Defects	عيوب
— of lenses	عيوب العدسات
Diopter	كسيرة
Dark	مظلم (هدب)
Dextrorotatory	يميني الدوران

— E —

Effet	أثر (مفعول)
Equation	معادلة
Electromagnetic	كهرطيسي
Energy	طاقة
Energy levels	سويات الطاقة
— Kinetic	ـ حركية
— Potential	ـ كامنة
Equilibrium	توازن
Ether	الأثير
Emission	إصدار
Stimulated . E	إصدار مثار (محرض)

Efficiency	المردود
Energy conservation	انحفاظ الطاقة
Energy equations	معادلات الطاقة
Energy internal	الطاقة الداخلية
Energy mechanical	الطاقة الميكانيكية
Engine	آلة
Enthalpy	محتوى (انتالبية)
Enthalpy free	انتالبية حرّة
Entropy	انتروبيا
Equation of state	معادلة الحالة
Equilibrium	توازن
Equilibrium internal	توازن داخلي
Exchange of heat	تبادل حراري
Exothermic	طارد للحرارة
Excitation	إثارة (تهييج)
Echelon	شبكة درجية
Exposure	تعريض

Exothermic	طارد للحرارة
Expansion	تمدّد
Extensive	امتدادي
— F —	
Frequency	تواتر (تردد)
Angullar –	تواتر زاوي (نبض)
Factor	مضروب ، عامل
Fiber	ليف
— optical	– ضوئي
Field	حقل
— electric	– كهربائي
Flux	تدفق
Force	قوة
Fringe	هدب
– interference	– تداخل
– bright	– مضيء
– dark	– مظلم
Function	تابع (دالة)
Focus	محرق
Focal length	بعد محرقي
Fringes of equal inclination	أهداب تساوي الميل
Fringes of equal thickness	أهداب تساوي السمك
Fringes of superposition	أهداب التراكب

Factor	عامل
Flow	تدفق
Fusion	انصهار
– G –	
Gradient	تدرج
Gravitation	ثقالة
Group velocity	سرعة المجموعة
Gas constant (universal)	ثابت الغاز العام
Gibbs	جيبس
Glass	زجاج
Goniometer	مقياس الزوايا
– H –	
Homogenous	متجانس
Heterogenous	لامتجانس
Harmonic	توافقية
Half – width	نصف عرض
Hali-period Zones	مناطق نصف دورية

Heat	حرارة
Heat capacity	السعة الحرارية
Heat pump	مضخة حرارية
Heat reservoir	خزان حراري
Heat source	مصدر حراري
Heat transfer	انتقال الحرارة

– I –

Incoherence	اللاترابط
Incoherent	غير مترابط (لامترابط)
Image	خيال
Isotropic	متماثل المناحي
Intensity	شدة
Interaction	تأثير متبادل
Interference	تداخل
—, constructive	— بناء
—, destructive	— هدام
Interferometer	مقياس تداخل (مداخل)
Integrand	تكاملي
Irreversible	لا عكوس

Isobaric	متساوي الضغط
Isochors	متساوي الحجم
Isometrics	خطوط تساوي الحجم
Isotherm	متساوي درجة الحرارة
Isotropic	متساوي الإنتروبيا
Ion	**شاردة (إيون)**
Ionosphere	**طبقة متشردة**
Interfringe	**بعد هدبي**
Index of refraction	**قرينة الانكسار**
Infrared	**ماتحت الأحمر**
Joule	جول
Joule expansion	تمدد جول
Kelvin scale	مقياس كلفن

— L —

Level	سوية
Longitudinal	طولي
Light	ضوء
Laser	ليزر
Levorotatory	يساري الدوران
Latent heat	الحرارة الكامنة
Liquid	مائع – سائل
Lost	المفقود

— M —

Model	نموذج
Macroscopic	عياني (جهري)
Microwaves	أمواج سنتيمترية (مكروية)
Mode	نمط
Modulation	تكييف (تعديل)
Monochromatic	وحيد اللون
Multiple	متعدد
Mass	كتلة
Maxwell equations	معادلات مكسويل

Melting	انصهار
Met stable	شبه مستقر
Mixture	خليط مزيج
Molar	مول
Minimum deviation	انحراف أصغر
Molecule	جزيء
Microscope	مجهر

— N —

Node	عقدة
Natural light	ضوء طبيعي
Nodal planes	مستويات عقدية
Normal Spectrum	طيف نظامي
Oscillation	اهتزازة
— forced	— قسرية
Oscillator	هزازة
Optic-axis	محور بصري
Optical instruments	آلات بصرية
Object	جسم
Objective	جسمية

Opaque	عاتم
Ordinary ray	شماع عادي
Optically active	فعالى ضوئياً
Optical path	مسار ضوئي
Opaque screen	حاجز معتم

— P —

Paramagnetism	مغناطيسية موافقة
Polarization	استقطاب
— of dielectric	استقطاب العازل
— rectilinear	ـ مستقيم (خطي)
— circular	ـ دائري
— elliptical	ـ إهليلجي
Pulse	نبضة
Power	استطاعة (قدرة)
Particle	جسيم
Period	دور
Periodic motion	حركة دورية
Perturbation	اضطراب

Phase	طور
— in	متفق في الطور
- out of	مختلف في الطور
— velocity	سرعة الطور
Power of lens	استطاعة العدسة (تقريب العدسة)
Pascal	باسكال
Phase rule	قاعدة الأطوار
Phase transition	تحول الطور
Phenomenon	ظاهرة
Planck	بلانك
Postulate	مسلّمة
Pressure	ضغط
Pressure gradient	تدرج الضغط
Principle	مبدأ
Process	عملية
Quasi- static	شبه سكوني
Principle of uncertainity	مبدأ الارتياب
Probability	احتمال
Projector	جهاز الإسقاط

Phenomenon	ظاهرة
Phase difference	فرق الطور
Plano – convex	مستوي ـ محدب
Plano-concave	مستوي ـ مقعر
Polished	مصقول
Point Source	منبع نقطي
Polarimeter	مقياس الإستقطاب
Polarizer	مقطب
– Q –	
Qurter-wave Plate	صفيحة ربع موجية
Quantum michanics	ميكانيك الكم
– R –	
Radiation	إشعاع
Reflection	انعكاس
Refraction	انكسار
Reetilinear Propagation	الانتشار المستقيم
Resonance	تجاوب
Reaction	تفاعل
Refrigerator	مبرّد
Reversible	عكوس

Resonator	مجاوب
Real image	خيال حقيقي
Reflecting telescope	راصدة عاكسة
Reversibility of light	رجوع الضوء
Retina	شبكية (العين)
Reflectance	شدة الإنعكاس
Ray	شعاع

— S —

Stationary	مستقر
Scalar	سُلّمي
— , quantity	كمية سلمية
— , Product	جداء سلمي
Series	سلسلة
— Fourier	سلسلة فورييه
Solenoid	وشيعة
Static	سكوني
Standard	قياسي
Space	فضاء ، فراغ ، مكان
Solid	صلب

Specific	النوعي
State	الحالة
State, ideal gas	حالة الغاز المثالي
Steady - State	حالة مستقرة
Steam	بخار الماء
Stirling	ستيرلينغ
Surface tension	التوتر السطحي
System	نظام (جملة)
System, closed	جملة مغلقة
System, isolated	جملة معزولة
String	وتر
– vibrating	مهتز
Superposition	تراكب (انضمام)
Supersonic	فوق صوتي
Synchronous	متزامن
Scattering	تبعثر
Spatial coherence	ترابط مكاني

Spectrum	طيف
Spectral analysis	تحليل طيفي
Silvering	تفضيض
Spectrum line	طيف خطي
System	جملة
Slit	شق
Spectroscope	مطياف
Spectrograph	مصور (مسجل) الطيف
Stereoscopic	مجسم
Spectrometer	مقياس الطيف
Saccharimeter	مقياس السكر

— T —

telescope	راصدة
tension	توتر (ضغط)
theorem	دعوى (نظرية)
threshold	عتبة
toroidal	حلقي
torque	مزدوجة
transfer	نقل (انتقال)
— , energy	نقل الطاقة
transform	تحويل

Thermodynamic system	جملة ترموديناميكية
Thermometer	ميزان حرارة
Theorem	دعوى

— U —

unit	وحدة (واحدة)
uniaxial	أحادية المحور
ultraviolet	مافوق البنفسجي
ultramicroscope	مافوق المجهر

— V —

Van der waals	فان در فالس
Vapor	بخار
Viscosity	لزوجة
Vector	شعاع (متجه)
— , product	جداء شعاعي (متجهي)
Velocity	سرعة
— , angular	سرعة زاوية
Vibrations	اهتزازات
— , harmonic	ـ توافقية
— , damped	ـ متخامدة
— , Lorced	ـ قسرية

اللجنة العلمية:

أ.د. مفيد عبَّاس

أ.م.د. حسَّان كاملة

أ.م.د. ماجدة النحيلي

المدقق اللغوي:

أ.د. رياض العوابدة

3- E. Swastz, "Phenomenal Physics", New York, 1981.
4- Francois Rother "Physique General" La Physique des sciences de la nature et de la vie" Presses polytechniques et universitaire romande, 2008.
5- . Джанколи Д. Физика, том 1,2 под редакцией Рудого Ю.Г., Москва "Мир", 1989.
6- Джанов Л.С. и др. Физика для средних специальных заведений, Москва "Наука", 1990.
7- Макаренко Г.М. Физика Оптика, Элементы квантовой физики, том 3, Минск, 1998.
8- Савельев И.В. Курс общей физики, том 1,2,3, Москва "Наука", 1987.

المراجع العلمية

References

١- ف. بوش (استاذ الفيزياء بجامعة دانيوك) ترجمة د. سعيد الجريري، د. محمد أمين سليمان (جامعة القاهرة) "أساسيات الفيزياء" - الدار الدولية للنشر والتوزيع الطبعة الخامسة - آب١٩٩٠.

٢- الدكتور أدهم السمان "الضوء الهندسي" منشورات جامعة دمشق ١٩٨٧-١٩٨٨.

٣- ألونسو فن - "الفيزياء العامة /١/" ترجمة الدكتور توفيق قسام والدكتور بسام معصراني جامعة دمشق، ١٩٨١.

٤- الدكتور محمد الكوسا والدكتور معن سليم، "الضوء الهندسي" منشورات جامعة دمشق ٢٠٠٩-٢٠١٠.

٥- الدكتور بسام المغربي "الضوء الهندسي" منشورات جامعة دمشق ٢٠٠٣-٢٠٠٤.

٦- محاضرات الدكتور أحمد حيدر - طلاب السنةالأولى الكترون واتصالات - كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية - جامعة دمشق.

1- Raymond A.Serway, and Robert J.Beichner "Physics for scientist and engineers with modern Physics" seventh edition, Saunders college publishing, 2010.

2- Haugh D.young, Roger A.freedman "University Physics with modern Physics", 12th Edition, Pearson Addison-Wesley, 2007.

Voltage	توتر
Vibrational Spectrum	طيف اهتزازي
Visibility	وضوح
Visible	مرئي
Volumetric density	كتلة حجمية
Vision	رؤية
Virtual	خيالي
Vacuum	خلاء
Vitrous .R.	انعكاس زجاجي

— W —

Wave	موجة
– equation	معادلة الموجة
Wavelength	الطول الموجي
Watt	واط
Work	عمل
Work , mechanical	عمل ميكانيكي