



ميكانيك السوائل الحيوية



طلاب السنة الثانية - قسم الهندسة الطبية



منشورات جامعة دمشق

كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية

## ميكانيك السوائل

### - الحيوية -

الدكتورة المهندسة

صفاء سراقبي

استاذ مساعد في قسم الهندسة الطبية

1442 - 1443 هـ

2020 - 2021 م

جامعة دمشق



# الفهرس

## Appendix

رقم الصفحة	الموضوع
17	المقدمة
I- الفصل الاول : ميكانيك السوائل	
23	I- 1. مقدمة عن ميكانيك السوائل الحيوية
25	I- 2. حالة وسلوك المائع
27	I- 3. القيم ووحدات القياس
II- الفصل الثاني: الصفات الفيزيائية - الميكانيكية للموائع	
31	II - 1. مقدمة
31	II - 2. تصنيف الموائع
31	II-2-1. موائع غير قابلة وقابلة للانضغاط
32	II-2-2. الموائع المثالية والحقيقية
33	II-2-3. الموائع المتجانسة وغير المتجانسة
33	II - 2- 4. الكثافة

رقم الصفحة	الموضوع
34	II - 2-5. اللزوجة
39	II - 2-6. الموائع النيوتونية وغير نيوتونية
40	II - 3. حالة الاجهاد الهيدروستاتيكية
42	II-3-1. اجهاد الضغط الناظمي
45	II - 4. التوتر السطحي
47	II - 5. الضغط
48	II-5-1. واحداث قياس الضغط
49	II - 6. معامل الانضغاطية والمرونة الحجمي
54	II - 7. التطبيقات : مسائل محلولة وغير محلولة
<b>III- الفصل الثالث: توازن السوائل غير قابلة والقابلة للانضغاط</b>	
61	III - 1. مقدمة
61	III - 2. توازن السوائل المتجانسة وثابتة الحجم
61	III - 2 - 1. التوازن في حقل الجاذبية الأرضية
62	III - 2 - 2. توزيع الضغط

رقم الصفحة	الموضوع
62	III - 2-2-1. توزع الضغط في سائل تجانس (المعادلة الأساسية الهيدروستاتيكية)
65	III - 2-2-2. توزع الضغط في سائل غير متجانس
67	III - 3. تطبيقات المعادلة الهيدروستاتيكية
60	III - 3-1. الأواني المستطرقة
69	III - 3-2. مبدأ قياس الضغط (المانومتر والبارومتر)
71	III - 4. قوى الضغط
71	III - 4-1. حساب قوى الضغط على جدران أوعية مستوية
76	III - 4-2. حساب قوى الضغط على جدران أوعية منحنية
77	III - 4-3. قوة الرفع الهيدروستاتيكية - دافعة أرخميدس
78	III - 4-4. تطبيقات قوى الضغط على السطوح المنحنية
80	III - 5. التطبيقات : مسائل محلولة وغير محلولة

الموضوع	رقم الصفحة
<b>IV - الفصل الرابع: حركة السوائل</b>	
1 - IV .1 مقدمة	91
2- IV .2 المفاهيم الأساسية لحركة السوائل	91
1- 2 - IV .1 حقل الجريان وحقل السرعة	91
2-2 - IV .2 حساب التسارع للجزيء الحجمي المتغير مع الزمن	95
3 - IV .3 تصنيف حقل الجريان	97
1- 3 - IV .1 الجريان المستقر وغير المستقر	97
2- 3 - IV .2 الجريان أحادي البعد ومتعددة الأبعاد	98
3-3 - IV .3 الجريان الصفائحي والمضطرب	98
4-3 - IV .4 الجريان الصوتي وفوق وتحت الصوتي	101
4- IV .4 خط المسار ، خط التيار ، أنبوية التيار	102
5 - IV .5 معادلة الاستمرار أو قانون انحفاظ الكتلة	104
6 - IV .6 التطبيقات : مسائل محلولة وغير محلولة	108

رقم الصفحة	الموضوع
<b>V- الفصل الخامس: تحريك السوائل غير القابلة والقابلة للانضغاط</b>	
119	V - 1. مقدمة
119	V-2. قوانين التحريك الاساسية للجريان وحيد البعد
120	V-2-1. معادلة أويلر الحركية في اتجاه الجريان
122	V-2-2. معادلة أويلر الحركية بالاتجاه الناظم للجريان
124	V-2-3. معادلة برنولي
126	V-2-4. تطبيقات معادلة برنولي
126	V-2-4-1. قياس الغزارة باستعمال أنبوبة فيتوري
128	V-2-4-2. تفريغ من فتحة جانبية تحت تأثير الثقالة
129	V-2-4-3. أنبوبة بيتوت Pitot
130	V-2-4-4. الجريان في الانابيب ومبدأ المضخات
133	V - 3. إنحفاظ كمية الحركة أو قانون الدفع الخطي
134	V-3-1. قوة التيار الحجمي $F_k$
135	V-3-2. قوة الضغط التحريكي $F_p$

رقم الصفحة	الموضوع
135	3-3-V. قوة الثقالة $F_G$
135	4-3-V. إيجاد محصلة القوة المؤثرة $\Sigma F$
139	V - 4. التطبيقات : مسائل محلولة وغير محلولة
VI - الفصل السادس : التدفق في الأنابيب المرنة	
157	VI - 1. مقدمة
157	VI - 2. قانون بوازويل
163	VI - 3. المتغيرات في الأوعية المرنة
163	VI - 3-1. إجهاد القص على جدران الأوعية
164	VI - 3-2. اللزوجة
166	VI - 3-3. المرونة
166	VI - 3-4. الضغط في الأوعية المرنة
168	VI - 3-5. التدفق في الأوعية المرنة
170	VI - 3-6. تغير الضغط على طول الأوعية المرنة
171	VI - 4. التطبيقات : مسائل محلولة وغير محلولة

رقم الصفحة	الموضوع
<b>VII - الفصل السابع: التحليل البعدي ومبدأ التشابه</b>	
179	VII - 1. مقدمة
180	VII-2. التحليل البعدي
183	VII - 3. مبدأ التشابه
183	VII-3-1. التشابه الهندسي
183	VII-3-2. التشابه الحركي
183	VII-3-3. التشابه التحريكي
	VII - 4. قوانين التشابه
184	قانون رينولدز التشابهي - قانون ماخ التشابهي - قانون أويلر التشابهي - قانون فيبر التشابهي
186	VII - 5. التطبيقات : مسائل محلولة وغير محلولة
<b>VIII - الفصل الثامن : ميكانيك السوائل الحيوية</b>	
195	VIII - 1. مقدمة تاريخية
199	VIII-2. فيزيولوجيا الدم والاعوية الدموية
199	VIII-2-1. الدم ( العناصر المكونة والمصورة )

رقم الصفحة	الموضوع
201	VIII-2-2. القلب ( اوعية وصمامات القلب )
206	VIII-2-3. الأوعية الدموية ( الشرايين والأوردة )
212	VIII-2-4. الدورة الدموية المحيطية
216	VIII - 3. ديناميكية الدم الطبيعي في القلب والأوعية الدموية
216	VIII-3-1. مقاومة التدفق
219	VIII - 3-2. الضغط
221	VIII - 3-3. تدفق الدم
225	VIII - 3-4. النتاج القلبي
226	VIII-4-5. تأثير العمر
227	VIII - 4. المتغيرات في الأوعية الدموية
227	VIII-4-1. تغير الضغط والحجم
230	VIII-4-2. تغير الضغط والتدفق
231	VIII-4-3. تغير الضغط وشكل سرعة الجريان
235	VIII - 5. إيجاد علاقة المتغيرات في الأوعية الدموية النبضية
235	VII-5-1. الضغط النبضي في الاوعية الدموية

رقم الصفحة	الموضوع
237	VIII-5-2. التدفق النبضي في الاوعية الدموية
239	VIII-5-3. الممانعة في الاوعية الدموية
239	VIII-5-4. سرعة الموجة
244	VIII-5-5. ضغط الموجة
244	VIII-6. تفرعات الاوعية الدموية
247	VIII - 7. التطبيقات : مسائل محلولة وغير محلولة
<b>XV - الفصل التاسع : صمامات القلب</b>	
269	XV - 1. مقدمة
269	XV - 2. صمامات القلب
270	XV - 2-1. الصمام الابھري
271	XV - 2-2. الصمام الرئوي
272	XV - 2-3. الصمام التاجي
272	XV - 2-4. الصمام ثلاثي الشرف
274	XV - 3. تغيرات الضغط عبر فتحة صمام القلب
278	XV - 4. الضياعات في الصمام

رقم الصفحة	الموضوع
281	XV - 5. الصمامات البديلة للقلب
282	XV - 5-1. الصمامات الميكانيكية
285	XV - 5-2. الصمامات الحيوية
287	XV - 5-3. النوع المختلط
<b>XV - الفصل العاشر : اجهزة القياس</b>	
291	V - 1. مقدمة
291	V - 2. قياس الضغط واجهزة القياس
302	V - 3. قياس النتاج القلبي وطرق القياس
304	V - 4. قياس التدفق وطرق القياس
315	الملحق A
323	المصطلحات والرموز العلمية
333	لائحة الاشكال والجداول المدرجة في الكتاب
343	المراجع العلمية

## مقدمة تمهيدية

### *Preface*

يشير عنوان الكتاب الى جوهر مادته " ميكانيك السوائل الحيوية " الذي يعد موضوعاً مهماً جداً كونه يركز على كل من الدورة الدموية والجهاز التنفسي في جسم الإنسان. وتُعد دراسة الجهاز الدوراني معقدة للغاية وتهدف الى إيجاد الحلول لبعض الأمراض والاضطرابات المرتبطة بجسم الإنسان .

كما ان السوائل في التطبيقات الحيوية كالسوائل في التطبيقات الهندسية، هذا يعود إلى حقيقة أن التجارب في الجسم الحي ليست سهلة الأداء، ولا بد من إجراء التجارب المخبرية اولا قبل استخدامها على الانسان ولكن لا تعطي دائماً النتيجة المرجوة الا اذا توافرت الشروط ذاتها، وبالتالي فإن كلاً من السائل الحيوي النظري والحسابي يلعبان دوراً رئيساً في فهم جسم الإنسان الحيوي .

إن آلية عمل المتغيرات الفيزيولوجية للسائل الحيوي في جسم الانسان كثيرة ومعقدة لذلك تتطلب منا المعرفة الجيدة للمبادئ الأساسية لصفات السائل في جميع حالاته، في حالة توازن او استقرار، وفي حالة الجريان للسائل ودراسة القوة والعزوم المؤثرة عليه .

بالإضافة الى ذلك لابد من إجراء اختبار النظم خارج الجسم، مثل الأجهزة الطبية، تجريبياً وغالباً ما تكون السوائل ضرورية لاختبار هذه الأجهزة . هذه السوائل يمكن الحصول عليها من قبل الهيئات المرخصة فقط. والتي تُعد العنصر المهم في تطوير الأجهزة الطبية . وبذلك فان ديناميك السوائل يلعب دوراً رئيساً في المراحل الأولى من التصميم والتطور وبالتالي مساعدة الباحثين على تطوير نهج منظم لحل المشكلات .

لقد تم اعداد هذا الكتاب لطلاب السنة الثانية هندسة طبية في كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية جامعة دمشق، وقد راعينا في هذا الكتاب دمج المعلومات الاساسية لميكانيك السوائل المتعلقة بالصفات العامة للسائل بشكل عام مع الصفات الخاصة للدم والاعوية الدموية .

ويتألف الكتاب من الفصول التالية :

**الفصل الأول:** ويتضمن مقدمة عن تعريف السائل من وجهة نظر ميكانيك السوائل البحتة وتعريف السائل الحيوي من وجهة النظر الطبية وأهمية ميكانيك السوائل التي لا بد من دراستها ومعرفة حالة المتغيرات ( البارامترات ) التي تطرأ على السائل ضمن الوسط الموجود فيه ، واهمية الواحدات المستخدمة لهذه المتغيرات .

**الفصل الثاني :** يوضح لنا الصفات الفيزيائية - الميكانيكية للسوائل واهميتها والتي تصنف تبعاً لإمكانية تغير الحجم والكثافة كموائع قابلة وغير قابلة للانضغاط، حسب إمكانية إبداء مقاومة لتغير شكله كسوائل متجانسة وغير متجانسة ، وفق الخواص والموصفات العامة كسوائل نيوتونية وغير نيوتونية ، كما تم التطرق الى تعريف السوائل المثالية التي يتم افتراضها لحل العديد من المشاكل التي يتعرض لها السائل ، والسوائل الحقيقية التي تتغير مواصفاتها تبعاً للوسط الموجودة به والسوائل التي لا يمكن التعامل معها لسميتها، إضافة الى التطرق الى دراسة الاجهادات الهيدروستاتيكية التي يتعرض لها السائل من قوة القص التي تعمل على تحطيم جزيئات السائل وقوة الشد التي تعمل على تمزيق جدار وعاء السائل .

**الفصل الثالث :** يتضمن دراسة مفصلة عن الموائع القابلة وغير القابلة للانضغاط في حالة التوازن، اي دراسة السائل في حالة سكون حيث لا يطرأ على السائل أي

تغيير في الشكل وبالتالي قوة القص تكون معدومة وتتحصر القوة المؤثرة على السائل بقوة ضغط ناظرية مؤثرة على حدود السائل ولحساب هذه القوة لا بد من معرفة شروط التوازن من حيث توزع الضغط في السائل - المعادلة الهيدروستاتيكية الاساسية - وتطبيقها في حالتها الموائع ثابتة الحجم والمتغيرة الحجم .

**الفصل الرابع :** يختص بدراسة المائع في حالة الجريان أي دراسة حركة الموائع وانتقال جزئ السائل من نقطة الى نقطة أخرى حيث يرافق هذا الانتقال تغيير مكاني ولحظي للجزئ ليشكل حقل جريان وتم التطرق في هذا الفصل الى تصنيف حقل الجريان وايجاد معادلة شرط استمرار الجريان للمحافظة على الكتلة الحجمية للسائل .

**الفصل الخامس :** تحريك الموائع غير القابلة والقابلة للانضغاط بعد التوصل الى التغيرات المكانية واللحظية من حيث السرعة والتسارع أثناء حركة جزيئات السائل في الفصل السابق فلا بد من معرفة القوى المؤثرة على تلك الجزيئات التي تسبب في حركة هذه الجزيئات . ولمعرفة القوى والعزوم التي يؤثر بها السائل على حدود جملة الجريان التي تسببها الجدران الصلبة التي يجري فيها السائل الحقيقي أو في حالة السائل المثالي وهذا ما يتضمنه الفصل في دراسة تحريك السوائل على كافة المستويات الهندسية ( سواء كانت احادية البعد اوثنائية او على المستوى الفراغي )، واستنتاج القانون الأساسي لانحفاظ القدرة الميكانيكية على طول خط التيار وتطبيقاته .

**الفصل السادس :** يتضمن التدفق في الأنابيب المرنة وبيبين دراسة الخواص الهندسية الاستاتيكية والديناميكية للأنابيب المرنة من أجل حساب جريان السائل في هذه الأنابيب ، واستنتاج القانون الأساسي للجريان في هذه الأنابيب .

## الفصل السابع : التشابه والتحليل البعدي

مع تطور الحياة ازدادت أهمية ميكانيك السوائل بسبب تداخله في كافة المجالات، وظهرت العديد من المشاكل المعقدة التي تهتم ميكانيك السوائل، والتي لا يمكن حلها باستخدام معادلات التكامل أو التفاضل البسيطة ، وحل هذه المشاكل يتطلب دراستها مخبرياً من خلال إنشاء نموذج مصغر مماثل تماماً للنموذج الحقيقي بحيث يحقق الشروط الحقيقية ذاتها وبعد التأكد من دقة النتائج يتم تصنيع النموذج الحقيقي .

نعتمد بالدراسة على إيجاد المعادلات الرياضية للمحددات غير البعدية التي تساعد على التنبؤ بسلوك النظام الحقيقي والتي تحقق الشروط ذاتها للنموذجين.

**الفصل الثامن : ميكانيك السوائل الحيوية** بين القسم الثاني من الكتاب وهو القسم الحيوي، حيث يتناول هذا الفصل دراسة تشريحية و فيزيولوجية للدم والأوعية الدموية ، وبما أن تدفق الدم هو نبضي بسبب الضخ النبضي للقلب حيث إن الأوعية تنقبض وتنبسط تبعاً للتدفق أي أن الأوعية تعمل كخط نقل تتغير فيه السرعة مع تغير الضغط، فأى تغير في الضغط ينتج عنه تغير في القطر وبالتالي ينتج عنه تغير في السرعة .

انطلاقاً من ذلك تم إيجاد متغيرات الديناميك الدموي ( الضغط ، التدفق ، سرعة الجريان مقاومة الجريان ) بالطريقة الحسابية والبرمجية لهذه الاوعية .

**في الفصل التاسع :** تطرق الى دراسة تشريحية و فيزيولوجية **لصمامات القلب** ودراسة تغيرات الضغط عبر فتحة صمام القلب والضياعات في الصمام وتم عرض الصمامات البديلة للقلب .

في الفصل العاشر والآخر : تم التطرق لأجهزة القياس من ضغط ونتاج قلبي وأجهزة التدفق التي تشمل :

- مبدأ الأمواج الكهرومغناطيسية Electromagnetic Waves التي تعتمد على مبدأ (فارادي) في التحريض المغناطيسي .
  - مبدأ الأمواج الميكروية Microwaves تغير الاستطاعة بين الموجة الميكروية المرسله والمنعكسة في وسط متحرك .
  - قياس تغير الممانعة Impedance Measurement التي تعتمد على تغير الناقلية بين نقطتي قياس من الوعاء الدموي .
  - النقل الحراري Thermal Anemometer التي تعمل على مبدأ التسخين الحراري .
  - قياس تدرج الضغط Pressure Gradient الذي يعتمد على فرق الضغط في جريان السائل في الوعاء .
  - مبدأ الأمواج فوق الصوتية Ultrasound Waves باستخدام مبدأ دوبلر الذي يعتمد على قياس زمن العبور أو على تغير التردد بين الموجة المرسله والمستقبله في وسط متحرك .
- وهناك فصل يبين المراجع التي تم استخدامها في هذا الكتاب .
- وفي نهاية الكتاب تم وضع الملحق (A) لتوضيح العلاقات الرياضية التي تخص التدفق النبضي .
- واستعملنا في هذا الكتاب الرموز اللاتينية المستخدمة من قبل الهيئات العالمية كرموز ثابتة ومحددة لمختلف الكميات الفيزيائية وزودنا الكتاب بالمصطلحات الإنكليزية لهذه الرموز التي تفيد الطالب عند دراسته لهذا المقرر .
- نأمل أن يجد طالب السنة الثانية - الهندسة الطبية عوناً يساعده في فهم واستيعاب ميكانيك السوائل وتطبيقها من أجل حل مشاكل جريان الدم في الأوعية الدموية عند

الإنسان التي تساعد على التشخيص والمعالجة للوصول إلى تحليل دقيق وتفسير لكافة الأمراض والآفات وما يتعرض له جسم الإنسان لرفع مستوى العناية الصحية بجسم الإنسان وحمايته من الأمراض الخطيرة والحفاظ على صحته الذي يعتبر أعلى شيء في الدنيا .

دمشق – أوائل عام 2020

المؤلفة



# الفصل الأول

## I- مقدمة - ميكانيك السوائل

### Introduction

### Fluid Mechanics



# ميكانيك السوائل

## I-1- مقدمة : Introduction

ميكانيك السوائل الحيوية Bio Liquid Mechanics هو اتحاد ميكانيك السوائل مع فيزيولوجيا الجسم البشري وهندسة النسيج الوعائية ، ويدرس المشاكل التي يتعرض لها الجسم الحيوي من خلال تطبيق القوانين والمبادئ الأساسية لميكانيك السوائل وتطبيقها على السوائل الحيوية للمساعدة في معالجة الحالات المرضية أو تشخيص الآفات المرضية .

إلا أن تطبيق قوانين ومبادئ ميكانيك السوائل يتطلب المعرفة الجيدة بالنظام الدوراني للأوعية المحيطية والقلب ، بالإضافة الى خواص الأوعية الدموية التي تتفرع إلى عدة فروع تبدأ من الشريان الكبير (الابهر) لتنتهي بالأوعية الفرعية الصغيرة ، وهذه الأوعية تعمل على :

1. تأمين حاجات النسيج ( نقل الأكسجين والغذاء وفي نفس الوقت طرح ثاني أكسيد الكربون والفضلات إلى كافة أنحاء الجسم ) .
2. نقل الهرمونات من احد أقسام الجسم إلى قسم آخر .
3. الحفاظ بشكل عام على بيئة ملائمة في سوائل النسيج كافةً من اجل وظيفة متلى للخلايا .

والدم من وجهة نظر ميكانيك السوائل : هو سائل لزج غير نيوتوني غير متجانس، غير قابل للانضغاط ، أي أن النسبة بين إجهاد القص ومعدل القص غير ثابتة ، أما الدم من الناحية الفيزيولوجية فيتألف من الشوارد غير العضوية والبروتينات والخلايا التي تحتوي على 50% من البلازما .

لذلك لمعرفة خواص الدم والجريان في الأوعية المحيطة لتأمين متطلبات النسيج من الغذاء وتوصيلها الى كافة أعضاء الجسم لا بد من دراسة ميكانيك السوائل .  
تقسم الموائع Fluid الى حالتين : حالة المادة السائلة Liquid وحالة المادة الغازية Gaz:

### ميكانيك الموائع :

هو العلم الذي يدرس المادة في حالتها السائلة والغازية على أساس أنها مؤلفة من جزيئات مادية موزعة في الحالة العامة بانتظام وبشكل مستمر، وتبقى هذه المادة محافظة على صحتها تماماً عند تطبيق قوانين الميكانيك العام من توازن وحركة وتحريك والتي تعالج سلوكية المادة .

لقد ازدادت أهمية ميكانيك الموائع بسبب تداخله في فروع علمية وتطبيقية (تقنية ) متعددة ، وتتجلى أهمية ميكانيك الموائع التقني بالنسبة للمهندس بالسؤال المباشر أو غير مباشر عن إمكانية شحن السوائل بالقدرة وتحويلها لأنواع أخرى أو نقلها أو تخزينها، فعلى سبيل المثال نذكر ان هناك :

1. سوائل تنقل القدرة الميكانيكية مثل آلات الجريان ( العنفات والمضخات ) .
2. سوائل تنقل القدرة الحرارية مثل الجريان الحر وهو جريان حول سطوح باردة أو ساخنة أو جريان قسري في نواقل حرارية ( مثل التدفئة المركزية ) ، وهي عبارة عن تداخل ميكانيك السوائل مع الترموديناميك .
3. سوائل تخزن القدرة الكيميائية كمواد الاحتراق المائعة والغازية .
4. سوائل ناقلة أو موصلة للقدرة الميكانيكية مثل انتشار موجات الضغط العالي أو المنخفض .
5. وسوائل لاتستغل قدرتها كما في الهواء الجوي أو جريان المياه الجوفية .
6. سوائل تتداخل مع البلازما والفيزياء تدعى ميكانيك السوائل الكهرطيسي .

7. سوائل تتحرك داخل الاجسام الحية ( الجسم البشري ) التي تحتوي على شبكة هائلة من الأنايبب المعقدة جدا ضمن دائرة مغلقة تقوم بتوصيل الدم الى انحاء الجسم كافة وتتغذى من مجموعة ضخ وتدعى بميكانيك السوائل الحيوية .

لقد ارتبط تطور هذا العلم مع أسماء العلماء حيث تركوا بصمات لهم من خلال القوانين والمعادلات التي أوجدوها ومنهم: أويلر ، لاگرانج ، نيوتن ، تورشلي، برنولي ، بوردا ، رينولدز ، ارخميدس ، فينتوري ، نافيرستوكس وغيرهم.... ، كما اهتم بوازويل بدراسة تدفق الدم في الأوعية الدموية .

وفي عام 1967 بدأ العلماء يعتمدون على النمذجة والتحليل الرياضي من خلال دراسة المعادلات الأساسية لميكانيك السوائل والتشابه البعدي الذي يساعد في تطبيق المعادلات في المخبر على نموذج مشابه للنموذج الحقيقي .

## I-2- حالة وسلوك المائع : تقسم الموائع الى :

### السوائل:

هو وسط مادي مستمر يشغله السائل ضمن الشروط الطبيعية عند درجات حرارة أعلى من درجات حرارة توازنها الطوري ( النقطة الحرجة الدنيا ) وهي تبدي مقاومة ضد الانضغاط ولكنها تتكيف بشكلها طبقا لشكل الإناء الحاوي لها اضافة لذلك تمتاز السوائل بتشكيل سطح حر علوي أفقي في الشروط الطبيعية وحالة الراحة ( درجة الحرارة والضغط الجوي المحيط ) .

### الغازات:

هي وسط مادي مستمر تكون موجودة في الشروط الطبيعية عند درجات حرارة أعلى بكثير من درجات حرارة توازنها الطوري ( النقطة الحرجة العليا ) ، وتكون سهلة الانضغاط وسريعة التمدد، بسبب قلة كثافتها، فتملأ الحجم كاملاً أو الفراغ الحاوي لها؛ وهي تمتزج وتتداخل بسبب الحركة الحرة العشوائية الدائمة لجزيئاتها

والناتجة عن التباين في درجات حرارتها الحرجة ولهذا السبب فهي لا تشكل أي سطح فاصل من أي نوع كان وليس لها سطح حر علوي أفقي.

**نستنتج ان :** أهم مواصفات أو ميزات الموائع من وجهة نظر ميكانيك الموائع هي الانضغاطية والميزة المهمة الأخرى هي اللزوجة .

بشكل عام فان الأجسام الصلبة تظهر مرونتها عند تعرضها لإجهادات الشد أو الضغط أو الانعطاف أو الفتل بينما تظهر السوائل مرونتها عند تعرضها للضغط ، بعبارة أخرى فإن المائع يزيد من ضغطه من أجل الإبقاء على حجمه الأصلي (حجمه في الشروط الطبيعية)، وهذه الخاصة تدعى **بالانضغاطية** .

إضافة لذلك ، يبدي المائع مقاومة أثناء الحركة النسبية لطبقاته بالنسبة لبعضها البعض أو فوق بعضها البعض وهذه الخاصية تدعى **باللزوجة**.

تدعى السوائل عمومًا بالموائع غير القابلة للانضغاط بينما تدعى الغازات بالموائع القابلة للانضغاط ، وبالرغم من هذا التمايز فإن انضغاطية الموائع يجب أن تلاحظ عند تعرضها للضغوط العالية .

### I-3- حالة وسلوك المائع :

تعتمد سلوكية المائع انطلاقاً من كون الوسط سائلاً أو غازياً ، في حالة السكون أو حالة الحركة ، ويسمى علم ميكانيك الموائع تبعاً لحالته :

• الهيدروستاتيك Hydro static وهو علم يدرس توازن السائل في حالة السكون.

• الهيدروكينماتيك Hydro kinematic وهو علم يدرس حركة السائل وتكون السرعة فيه ثابتة .

• الهيدروديناميك Hydro dynamic وهو علم يدرس تحريك السائل و يكون التسارع فيه ثابتاً، اي توازن القوى والعزوم في حالة الجريان .

- الهيدروليك Hydraulic وهو قسم من الهيدروديناميك يعالج مسائل الجريان وحيدة البعد.
- الأيروسستاتيك Aero static ويدرس توازن الهواء الجوي والغازات في حالة السكون.
- الأيروكينماتيك Aero kinematic يدرس حركة الهواء والغازات الأخرى.
- الأيروديناميك Aero dynamic يدرس تحريك الهواء وهو الأساس في علم الطيران .
- الغازديناميك Gas dynamic وهو قسم من الايروديناميك يدرس تحريك الهواء والغازات الأخرى عند سرعات قريبة واكبر من سرعة الصوت أي عندما يكون تغيير الكثافة كبيراً جداً .

#### I-4- القيم و وحدات القياس :

ان العلاقات التي يستخدمها ميكانيك السوائل هي علاقات بين قيم فيزيائية، أي قيم يمكن قياسها، والتعبير عنها بقيم وواحدات قياس . فتعطي جميع المقادير أو القياسات الفيزيائية بوساطة عدد قليل من المقادير الأساسية أو من مركباتها معاً. تدعى واحداث القياس المستعملة لكل من المقادير الأساسية بالواحدات الأساسية التي تمثل اشتقاق مجموعة من أنواع القيم بحيث تعطي حقلا معيناً من الفيزياء، ويطلق على مجموعة القيم هذه بجملة القياس أو جملة القياس الفيزيائية مثل : واحداث الطول بالمتر والكتلة بالكيلوغرام والزمن بالثانية، ويطلق عليها أيضاً بجملة الواحدات الدولية ( Conference General des poids et mesures ) CGPM حيث تم توحيد الواحدات الفيزيائية في الاجتماع الدولي في باريس عام 1960. من المقادير الأساسية يمكن أن نشق واحداث المقادير الأخرى وتميز بجملة الواحدات المطلقة، ومن هذه الجملة:

🔥 جملة الواحدات المكثية (MKS) : وهي الجملة التي تستعمل: [m] واحدة للطول، [kg] واحدة للكتلة، [sec] واحدة للزمن، كواحدات أساسية .

🔥 جملة الواحدات السغنية (CGS) : وهي الجملة التي تستعمل، [cm] واحدة للطول، [g] واحدة للكتلة، [sec] واحدة للزمن، كواحدات أساسية.

في هذه الجملة يوجد سبع وحدات قياس أساسية هي:

[m] للطول ، الكغ [Kg] للكتلة ، الثانية [s] للزمن، الأمبير [A] لشدة التيار الكهربائي، الكالفن [K<sup>0</sup>] لدرجة الحرارة الترموديناميكية، المول [mol] لكمية الكتلة، الكانديلا [Ca] لشدة الإضاءة . ومن هذه الواحدات الأساسية يمكن أيضا أن نشق قيمة لجميع الواحدات المستعملة في حقول العلم والثقافة والصناعة.

أما قيم الأبعاد والوحدات للمقادير المستعملة بشكل واسع في ميكانيك السوائل فهي:

الطول [m] ، الكتلة [Kg] ، الزمن [sec] ، السرعة [m/s] ، التسارع [m/s<sup>2</sup>] ، الكثافة [Kg/m<sup>3</sup>] ، القوة [N=Kg.m/s<sup>2</sup>] أو [Kp=9.8 N] ، الإجهاد أو الضغط [Pa=N/m<sup>2</sup>] ، اللزوجة التحريكية μ [Pa.s] ، اللزوجة الحركية γ ، الطاقة أو العمل [J=N.m= Kg.m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>] ، السعة الحرارية [cal= 4.186 J] .

الوحدات المترابطة هي التي تكون كافة القيم العددية في معادلات تعريفها مساوية للواحد، بينما يكون المعامل العددي للوحدات غير المترابطة مختلفا عن الواحد.

## الفصل الثاني

### II – الصفات الفيزيائية – الميكانيكية

#### للموائع

Physico-mechanical properties  
Of Fluids



## الصفات الفيزيائية – الميكانيكية للموائع

### II-1- مقدمة: Introduction

إن معرفة الصفات الفيزيائية والصفات الميكانيكية للموائع لها أهمية كبيرة في تطبيق ميكانيك الموائع ، ولهذا يهدف هذا الفصل الى توضيح بعض المفاهيم والتعاريف التي سيتكرر ذكرها في الفصول المقبلة .

### II-2- تصنيف الموائع :

الموائع هي أجسام مادية مترابطة باستمرار ولكن تتميز عن الأجسام الصلبة بسهولة انزياح جزيئاتها المادية فيما بينها وبالتالي سهولة تغير اشكالها . فيمكن القول إن تصنيف الموائع يكون :

- تبعاً لإمكانية تغير الحجم والكثافة .
- حسب إمكانية ابداء مقاومة لتغير شكله .
- وفق الخواص والمواصفات العامة .

وبذلك يمكن أن نميز المائع وفق صفاته الفيزيائية :

### II-2-1- موائع قابلة وغير القابلة للانضغاط :

عندما تكون الموائع ثابتة الحجم والكثافة أي  $\rho = \text{const}$  تدعى موائع غير قابلة للانضغاط Incompressible (مثل : الماء ، الزيت) .

أما في الموائع متغيرة الحجم والكثافة أي  $\rho \neq \text{const}$  تدعى موائع قابلة للانضغاط compressible (مثل : الهواء ، الغازات) .

وطبعاً لا يوجد حد فاصل تماماً بين الموائع غير القابلة للانضغاط والموائع القابلة للانضغاط .

يُعد الهواء قابل للانضغاط في أغلب التطبيقات الهندسية عندما تكون السرعة أعلى من 100 m/s وعند أقل من هذه السرعة يُعد غير قابل للانضغاط حيث إن التغير النسبي للكثافة صغير .

## II-2-2- الموائع المثالية والحقيقية :

**المائع المثالي Perfect Fluid** : هو من الموائع افتراضية ، عديم اللزوجة ، لا يوجد فيه احتكاك، قد يكون سائلاً، وبالتالي فهو عديم الانضغاط أو قد يكون غازاً فيكون قابلاً للانضغاط ولكنه يخضع لقانون بويل-شارل ، ويؤثر به قوة ناظرية فقط .

**المائع الحقيقي Real Fluid** : هو من الموائع التي تبدي مقاومة في تغير حجمها وشكلها عند حركة الجسم، فأى جسم يتحرك داخل مائع حقيقي يبدي مقاومة متغيرة حسب حالته، وتؤثر بالموائع الحقيقية قوة ناظرية ( التي تمثل قوة الضغط)  $F_p \neq 0$  وقوة مماسية ( تمثل قوة الاحتكاك )  $F_r \neq 0$  .

فالمائع المثالي ينزلق على سطح الجسم انزلاقاً وتكون له سرعة مماسية معينة بينما يلتصق المائع الحقيقي على سطح الجسم وتتغير سرعته المماسية باتجاه الناظم على السطح من الصفر وحتى القيمة العظمى وهو ما يطلق عليه شرط الالتصاق .

جميع الغازات الحقيقية يمكن ان تعامل كغازات مثالية في الشروط الطبيعية من درجة الحرارة والضغط .

## II-2-3- الموائع المتجانسة وغير المتجانسة :

في المائع المتجانس Homogeneous تكون جميع جزيئات المائع لها خواص فيزيائية واحدة وتتمتع بنفس الصفات.

أما في المائع غير المتجانس Heterogeneous أو متعدد الاطوار تكون فيه الجزيئات الحجمية للسائل بعدة اطوار منفصلة عن بعضها البعض ، ومتمتعة بخواص مختلفة كما ونوعاً فيه  $\rho \neq const$  مثل : ( السائل الملحي ، زيت ، ماء ، دم ) و دائماً تكون الغازات غير متجانسة .

## II-2-4- الكثافة Density:

هي كتلة واحدة الحجم من المائع في الشروط الطبيعية  $\frac{kg}{m^3}$  ونرمز لها بـ  $\rho$  ، وتتناسب عكساً مع الحرارة فعند ازدياد درجة الحرارة تتباعد الجزيئات عن بعضها مما يساعد على تخفيض الفعل المتبادل بين هذه الجزيئات وبالتالي تقل الكثافة .

فمثلاً:

تبلغ كثافة الماء حوالي  $\rho_w=1000[Kg/m^3]$  ، عند :

درجة الحرارة  $\theta=277.15 K^\circ = +4 c^\circ$

والضغط الجوي النظامي  $P=1_{atm}=101325$  .

ويعرف الوزن النوعي بأنه وزن واحدة الحجم :

$$\gamma = \frac{G}{V} \left[ \frac{KP}{m^3} \right] , \gamma = g \cdot \rho \left[ \frac{N}{m^3} \right] \quad (2-1)$$

اما الحجم النوعي فهو حجم واحدة الكتلة ويساوي الى مقلوب الكثافة:  $\vartheta = \frac{1}{\rho}$

ان تغير حجم المائع تحت تأثير الضغط أو الحرارة يؤدي الى تغير موضعي لكثافة هذا المائع التي يمكن ان تتغير مع الزمن ، وهذا ينطبق في الحالة العامة على الموائع القابلة للانضغاط كالهواء مثلاً ، ولذلك توصف بأنها غير متجانسة  $\rho \neq const$  ، بينما تبقى متجانسة في الموائع غير القابلة للانضغاط  $\rho = const$  .

## II-2-5- اللزوجة Viscosity :

هي الصفة الفيزيائية للسوائل الحقيقية التي تبدي مقاومة لتغير شكلها ، لذلك فان كل جسم يتحرك في سائل حقيقي يتلقى مقاومة ويستلزم بذل قوى خارجية للتغلب عليها ،

أما في التعريف الرياضي فهو يمثل النسبة بين اجهاد القص  $\tau$  وتغير السرعة أو معدل القص:

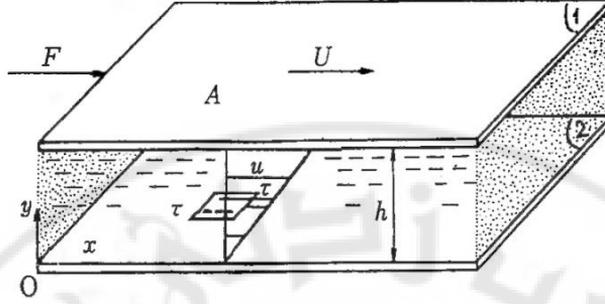
$$\mu = \frac{\tau}{\frac{du}{dy}} \quad (2-2)$$

ولتوضيح ماهية اللزوجة :

لنفرض أن الفراغ المحصور بين الصفيحتين الأفقيتين المتوازيتين (1) و (2) مملوءاً بسائل ما .

ولنفرض بأن ارتفاع الفراغ الفاصل بينهما هو  $h$  وأن مساحة كل منهما هي  $A$  .

فإذا كانت الصفيحة السفلية ثابتة والعلوية متحركة بشكل موازي لها بسرعة قدرها  $U$  من تأثير قوة قدرها  $F$  المطبقة في مستوى الصفيحة المتحركة.



يبين الشكل ( 2-1 ) الجريان بين صفيحتين مستويتين

إن الجريان الناشئ بين الصفيحتين من جراء حركة الصفيحة العلوية ، سيكون جرياناً صفائحياً وسنحصل بنتيجته عند الانتقال عمودياً من الصفيحة العلوية المتحركة إلى الصفيحة السفلية الثابتة، على توزع خطي لسرعة جريان جزيئات السائل، بحيث تتحرك الجزيئات الملاصقة للصفيحة المتحركة بسرعة تساوي سرعة الصفيحة ( شرط الالتصاق) بينما تبقى الجزيئات الملاصقة للصفيحة الثابتة ساكنة في مكانها. ويبين الشكل ( 2-1 ) التوزع الخطي للسرعة .

إن مثل هذا الجريان المتوازي ذو التدرج الخطي للسرعة يدعى بجريان كوثيت "Couette" ( نسبة إلى العالم الذي أجراه ) أو يدعى بجريان القص .

في هذا الجريان تكون القوة F المؤثرة على واحدة المساحة للصفيحة A والمعبر

$$\tau \approx \frac{F}{A} \quad : \tau \text{ [Pa]} \text{ عنه بإجهاد القص}$$

وهو الاجهاد اللازم لتحريك الصفيحة العلوية متناسباً طرداً مع السرعة U وعكساً مع البعد بين الصفيحتين h . وباستخدام ثابت التناسب  $\mu$  نحصل على العبارة الرياضية التالية :

$$\tau \approx \frac{F}{A} = \mu \frac{U}{h} \quad (2-3)$$

وهو ما يدعى بإجهاد القص في جريان كوثيت ووحدته قياسه هي :  $\tau \left[ \frac{N}{M^2} \right]$  وثابت التناسب يدعى  $\mu$  باللزوجة أو معامل اللزوجة أو باللزوجة التحريكية Dynamic viscosity.

إن مثل هذا الجريان الذي تكون فيه السرعة  $U$  موجهة باتجاه  $\bar{X}$  و تتغير خطياً بالاتجاه العمودي عليه  $\vec{Y}$  ويدعى بجريان القص ذي التدرج الخطي للسرعة  $\frac{du}{dy}$  ،

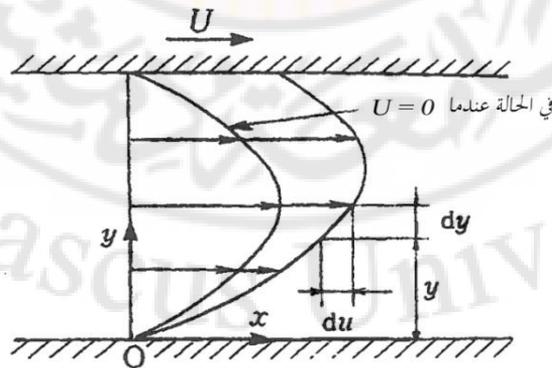
وبالتالي يمكن رسم مخطط السرعة وفق الشكل (2-2).

فيكون إجهاد القص  $\tau$  في المقطع  $dy$  البعيد عن الجدار الصلب مسافة قدرها  $y$  وفق المعادلة:

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} \quad (2-4)$$

هذه العلاقة وجدها نيوتن أثناء تجاربه وتدعى " قانون نيوتن للزوجة " أو قانون القص في السوائل . وهي تميز السوائل النيوتونية عن السوائل غير النيوتونية.

من المعادلات السابقة يمكن تحديد قيمة  $\mu$  وبالتالي :



قياس أبعادها ووحداتها في جملة (SI) :

$$\mu = \frac{N/m^2}{m/sec} \cdot m = \frac{N \cdot sec}{m^2} = P_a \cdot s \quad (2-5)$$

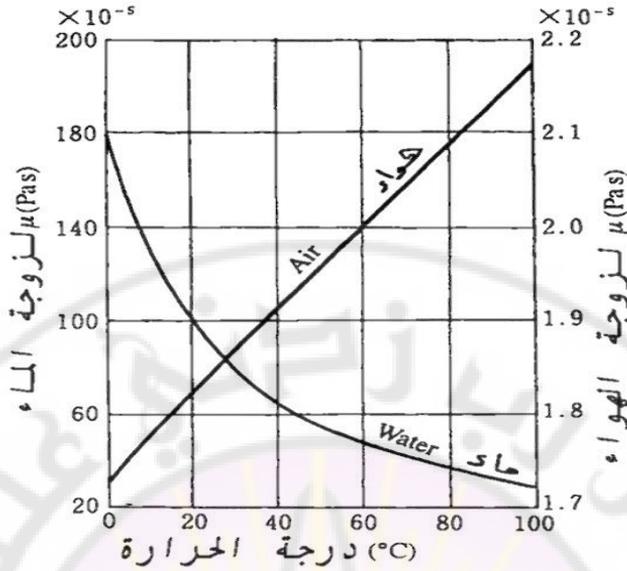
عندما تتحرك المواد في الطبقة العلوية بسرعة  $U$  ثابتة وعند تماس الطبقة الأخرى مع تلك الطبقة العلوية فإن هذه الطبقات تتحرك بالسرعة نفسها في كل دقيقة والمتناسبة مع  $\mu$  فعندما  $\mu = 0$  تكون  $u = 0$  وتزداد  $du$  للطبقة الواحدة مع الارتفاع  $y$  والاقتراب من الطبقة العلوية حيث يطبق عليها قوة جر  $\tau$  .  
وبالنتيجة تكون السرعة معدومة عند سطح الصفيحة وتساوي قيمتها الأعظمية عند منتصف المسافة بين الصفيحتين .

واحدات قياس اللزوجة في جملة SI هي :  $[P_a \cdot s]$  . بينما في جملة (CGS) فهي  $[g/cm \cdot s]$  وهذه الواحدة تدعى بالبواز Poise ( نسبة للعالم Poiseuille ) ويرمز لها بالحرف [P] أو بالسنتيبواز Centipoises ويرمز له بـ [CP] .  
حيث :

$$1[P_a \cdot s] = 10[Poise] = 1000[CPpoise] \quad (2-6)$$

$$1[Poise] = 100[CPpoise] = 0.1[P_a \cdot s]$$

لزوجة الماء تساوي الى  $0.001 poise$  أو  $1 [CPpoise]$  و لزوجة الدم تتراوح ما بين  $[CPpoise] 3 - 4$  عند درجة حرارة  $37^\circ C$  وخضاب الدم 45% .  
يبين الشكل ( 2-3 ) تغيرات اللزوجة التحريكية مع تغير درجة الحرارة والضغط لكل من الماء والهواء .



يبين الشكل (2-3) التغير في لزوجة الهواء والماء تحت الضغط الجوي النظامي  $patm$

عندما تتحرك جزيئات السائل ولا تظهر قوة الاحتكاك مباشرة فإن اللزوجة تدعى بـ اللزوجة الحركية لها :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \frac{m^2}{s} \quad (2-6)$$

يدعى المقدار  $\nu$  الذي ينتج عن قسمة اللزوجة التحريكية  $\mu$  على كثافة السائل  $\rho$  ، باللزوجة الحركية أو معامل اللزوجة الحركية Coefficient of kinematics viscosity ويرمز لها بالرمز  $\nu$  .

إن وحدات قياس  $\nu$  في جملة (SI) هي  $[m^2/s]$  ، أما في جملة (CGS) فهي الستوكس stockes ويرمز له  $[st]$

حيث إن :  $1[Stocks] = 10^{-4}[m^2/sec]$

$$v = \frac{\mu}{\rho} \frac{m^2}{s} = 10^4 \text{ stockse} \quad (2-7)$$

في الغازات : فإن ارتفاع درجة الحرارة يؤدي إلى تنشيط الحركة العشوائية للجزيئات وبالتالي يصبح الجريان (حركة الجزيئات) أكثر خشونة وتمازجا، ما يؤدي إلى ازدياد لزوجة الغاز مع ارتفاع درجة حرارته .

أما في السوائل : فإن ازدياد درجة الحرارة يؤدي إلى تباعد الجزيئات عن بعضها مما يساعد على تخفيض الفعل المتبادل بين هذه الجزيئات وبالتالي انخفاض اللزوجة . مما سبق نستنتج أن علاقة اللزوجة بدرجة الحرارة متعاكسة بين الغازات والسوائل .

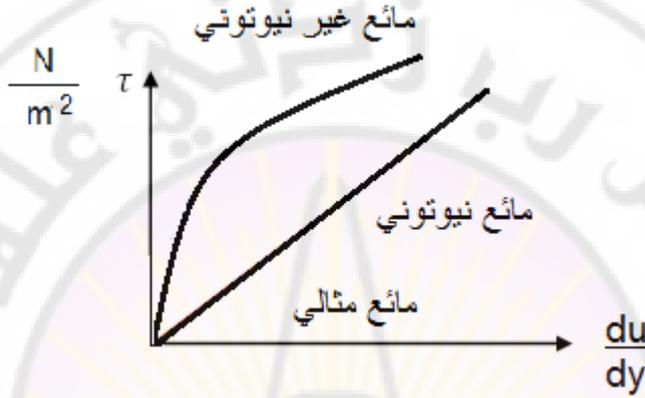
## II-2-6 - الموائع النيوتونية وغير نيوتونية :

الموائع النيوتونية Newtonian Fluid : هي الموائع التي تخضع لقانون نيوتن ، حيث تكون العلاقة خطية بين قوة الشد  $\tau$  وتغير السرعة  $\frac{du}{dy}$  والتي تمثل ( تغير اجهاد الشد إلى معدل القص = 0 ) .

أما في الموائع غير النيوتونية Non-Newtonian Fluid : فلا تخضع لقانون نيوتن حيث إن  $\tau$  و  $\frac{du}{dy}$  لا تتناسبان طردياً وعلاقة تغير السرعة وقوة الشد غير خطية. ويبين الشكل (2-4) العلاقة بين اجهاد القص وتغير السرعة في الموائع النيوتونية وغير نيوتونية.

وبالتالي نصل الى النتيجة التالية :

إجهاد القص في الموائع : يتناسب طردياً مع تغير سرعة شكل الجسم ، ويساوي الصفر في حالة السكون ، بينما في حالة الجسم الصلب فان إجهاد القص يتناسب طردياً مع مقدار تغير الشكل .



يبين الشكل (2-4) العلاقة بين إجهاد القص وتغير السرعة في السوائل النيوتونية وغير نيوتونية

### 3-II - حالة الاجهاد الهيدروستاتيكية :

يعرف الاجهاد Stress بأنه القوة المؤثرة على وحدة السطح ، ويدعى بإجهاد القص عندما يكون شعاع القوة  $F$  عمودياً على شعاع الناظم على السطح  $A$  ، واجهاد ناظمي أو ضغط عندما يكون  $F$  موازياً  $A$  وتمثل مجموعة الاجهادات المؤثرة على المقاطع المختلفة المارة في نقطة معينة حالة الاجهاد لتلك النقطة .

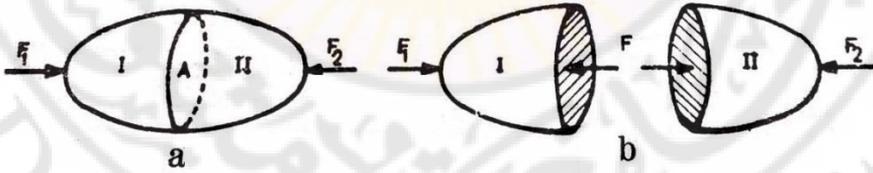
عندما يكون السائل في حالة سكون فان ذرات المادة تبقى في مكانها وفرق الاجهاد بين الذرات يكون صغير جداً أو معدوم، اما في حالة حركة الذرات فانه ينشأ انزياح في الاجهادات ويكون التغير كبير وسريع .

ولدراسة هذه الاجهادات في السوائل فإننا نعتمد على مبدأ القطع الذي ادخله ليونهارد أويلر الذي يُعد أحد إنجازاته العبقريّة، حيث يتيح لنا مبدأ القطع على تخيل الرؤية داخل المادة ، ويتلخص بمايلي :

يقتطع من الجسم ( الصلب أو السائل ) عنصراً حجمياً ويدرس توازن القوى المؤثرة عليه في حالة السكون ، بهدف إيجاد علاقة هذه القوى بالتسارعات الكتلية في حالة الحركة .

نفترض لدينا جملة كتلية مبينة بالشكل ( 2-5 ) تخضع لتأثير قوتين خارجيتين  $F_1$  ،  $F_2$  ، فاذا قطعنا هذه الجملة بواسطة المقطع الوهمي A يصبح لدينا جملتين I و II ، فاذا ابعدنا II عن I فإنه يظهر قوة مؤثرة على II هي قوة داخلية قبل القطع  $F$  ولنتوازن الجملة يجب أن يكون  $F=F_1$  و  $F=F_2$  .

الآن إذا اقتطعنا جزيء حجمي  $dV$  من داخل السائل وحررناه من السائل فإن هذا الجزيء يخضع لقوة داخلية ضمن السائل واصبحت قوة خارجية مؤثرة على السطح الخارجي لذلك يطلق عليها قوى سطحية وتتألف بشكل عام من قوة مماسية وناظمية: ينتج عنها اجهادات مماسية أو اجهاد قص ينعدم في حال السائل الساكن أو المثالي (  $\mu = 0$  ) وقوة ناظمية هي قوة الضغط مؤثرة بشكل عمودي .



الشكل (2-5) يبين مبدأ القطع لحساب القوى الداخلية

بمساعدة مبدأ القطع يتم تحويل القوى الداخلية الى قوى خارجية ، يتم حسابها بتطبيق شروط التوازن .

وهناك بالإضافة لقوى سطحية، قوى تؤثر على الجزيء الحجمي ليس لها علاقة بوجود السائل المحيط به، وهي قوى موزعة على كامل حجم أو كتلة الجزيء ويطلق عليها القوة الحجمية  $F_V$  أو الكتلية منها قوة الثقالة  $F_G$ ، أو قوة الجاذبية الارضية  $F_G$  أو القوة النابذة  $F_Z$  وتخضع هذه القوة الى قانون التحريك الأساسي :

$$F_V = \frac{G}{V} = \rho \cdot g , \quad F_m = m \cdot g \quad F_Z = m \cdot r \cdot \omega^2 \quad (2-8)$$

حيث :  $g$  الجاذبية الارضية،  $\rho$  كثافة السائل،  $m$  كتلة السائل،  $r \cdot \omega^2$  تسارع القوة النابذة .

إن القوة الحجمية المؤثرة على الجزيء، كقوة الثقالة مثلا، وكذلك قوة العطالة، تتناسب مع حجم السائل فهي اذا صغيرة من المرتبة الثالثة، اما القوى السطحية فتتناسب مع السطح فهي اذا صغيرة من المرتبة الثانية وعليه يمكن إهمال القوى الكتلية وقوى العطالة واعتبار القوى السطحية الممثلة بقوى ناظمية فقط وهي التي تحقق شروط التوازن .

إن اجهاد القص المماسي تم توضيحه سابقا، اما اجهاد الضغط الناظمي فسيتم توضيحه لاحقا.

### II-3-1- اجهاد الضغط الناظمي :

قبل دراسة اجهاد الضغط لابد من معرفة :

مواصفات الضغط : Characteristics of pressure

(a) إن ضغط السائل يؤثر عمودياً على الجدار الملامس لهذا السائل.

(b) إن قيمة الضغط المؤثر في أية نقطة من السائل في حالة السكون متساوية في جميع الاتجاهات المارة بهذه النقطة ، يبين الشكل (2-6) توزيع الضغط .

$$\sum F_x = p_1 \cdot dA_1 = p \cdot \sin \theta \cdot dA \quad (2-9)$$

$$\sum F_y = p_2 \cdot dA_2 = p \cdot \cos \theta \cdot dA$$

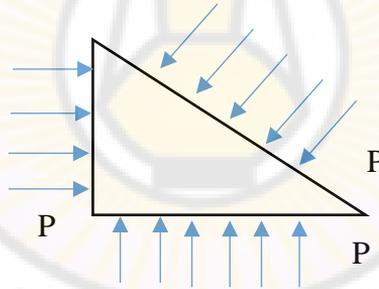
حيث :

$$p_1 \cdot dA_1 = p \cdot dA \cdot \sin \theta$$

$$dA_1 = dA \cdot \sin \theta$$

$$p_2 \cdot dA_2 = p \cdot dA \cdot \cos \theta$$

$$dA_2 = dA \cdot \cos \theta$$



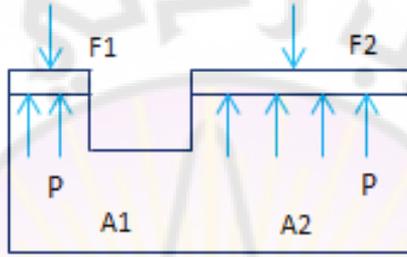
الشكل (2-6) توزيع قوى الضغط

$$p_1 = p_2 = p \quad (2-10) \quad \text{فينتج ان :}$$

إن الضغط المطبق على سائل محصور في حيز مغلق ينتقل بشكل كامل إلى جميع نقاط هذا السائل و ذلك مهما كانت قيمة الضغط وهي نظرية أثبتها العالم باسكال .

يستفاد من هذه الخاصية في تصميم المكابس الهيدروليكية فعندما يتأثر السائل الواقع تحت المكبس الصغير ذي المقطع الصغير  $A_1$  ، بقوة قدرها  $F_1$  فإن ضغط السائل الواقع تحته سيبلغ :

$$F_1 = P \cdot A_1 \quad (2-11)$$



الشكل (2-7) المكبس الهيدروليكي

وحسب قانون باسكال فإن هذا الضغط سينتقل إلى المكبس الكبير ذي المقطع  $A_2$  و يؤدي إلى نشوء قوة قدرها :

$$F_2 = P \cdot A_2 \quad (2-12)$$

ومن (11) و (12) نجد أن:

$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad (2-13)$$

$$F_2 = F_1 \cdot \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

نستنتج أن هذا الجهاز يولد قوة كبيرة  $F_2$  باستخدام قوة صغيرة  $F_1$  حيث  $\frac{A_2}{A_1} \gg 1$  وهذا مبدأ عمل المكبس الهيدروليكي .

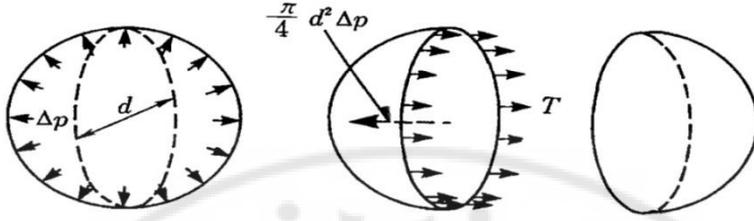
## II-4- التوتر السطحي والخاصية الشعرية $\sigma_0$ :

التوتر السطحي هو القوة اللازمة لبقاء واحدة الطول من الغشاء ( السطح الفاصل بين وسطين مختلفين ) في حالة توازن .

$$\sigma_0 = \frac{dF}{ds} \left[ \frac{N}{m} \right] \quad (2-14)$$

يمثل قوة الشد المؤثرة على واحدة الطول من المقطع المعتبر للسطح الحر حيث :  $dF$  المركبة المماسية لقوى الترابط الذري ،  $ds$  عنصر طولي ،  $\sigma_0$  ثابتة مادة، اي الصفة الفيزيائية للسوائل وتعلق بنوعية السائلين المتجاورين وهي ثابتة في جميع نقاط السطح المحدد وبكافة الاتجاهات و تتغير مع تغير درجة الحرارة اي مع سرعة الجزيئات نتيجة اختلاف قوى الترابط الذرية .

إن تشكل الفقاعات داخل الماء وتشكل فقاعات الصابون في الهواء وكذلك تشكل قطرات الندى على سطح الأوراق النباتية هي من الظواهر الدالة على التوتر السطحي وعلى ميل السائل للانكماش نتيجة لهذا التوتر السطحي .  
مثال على ذلك : إذا أخذنا بالاعتبار قطرة من الندى أو فقاعة من الصابون ودرسنا توازنها تحت تأثير القوى الداخلية وقوى التوتر السطحي المؤثرة على جدرانها الخارجية . كما في الشكل (2-8) .



الشكل (2-8) يبين التوتر السطحي المؤثر على جدران قطرة من السائل

وبفرض أن تغير الضغط الداخلي للفقاعة هو  $\Delta P$  وأن قطرها الداخلي  $d$  وقوة التوتر السطحي لجدرانها هي  $T$  فيمكن أن نكتب:

$$\pi \cdot d \cdot T = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \Delta P$$

ومنه نجد:

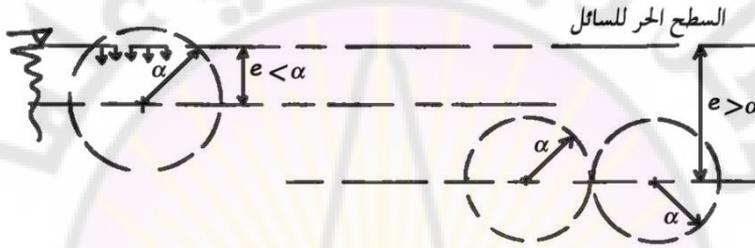
$$\Delta P = \frac{4T}{d} \left[ \frac{N}{m^2} \right] \quad (2-15)$$

وهي تمثل تغير الضغط على الفقاعات التي تظهر داخل السائل ويبين الجدول (2-1) قيم التوتر السطحي لبعض الموائع .

بصورة عامة فإن السوائل عند ملامستها للسطوح الملساء الصلبة المستوية يمكن أن تنتشر فوقها مبللة إياها أو أن تبقى بشكل قطرات منفصلة . إن السوائل كباقي المواد فهي تتألف من عدد لانهائي من الذرات الموجودة في حالة حركة دائمة وتتبادل التأثير فيما بينها ضمن مجال محدد بنصف قطر التأثير الذري  $(\alpha)$ ، كما في الشكل (2-9).

وبالتالي فإن الذرات الواقعة على عمق كافٍ من السطح الحر للسائل  $(e > \alpha)$  تكون متعادلة التأثير الميكانيكي فيما بينها ؛ بينما تكون الذرات الواقعة بالقرب من السطح الحر للسائل ( السطح الفاصل ) أي على عمق  $(e < \alpha)$  قادرة أن تؤثر

على جزيئات هذا السطح الحر الفاصل بقوى شد نحو الداخل أو الخارج وهي قوى التوتر السطحي والتي تتعلق بطبيعة السائل المدروس .  
 إذاً يمكن القول أن السطح الحر للسائل يكون معرضاً لقوى شد نحو الداخل وهو يتألف من الحد الأدنى من الجزيئات اللازمة لتكوينه.



الشكل (2-9) يبين القوى المتبادلة بين ذرات السائل والمسببة لقوى التوتر السطحي.

التوتر السطحي $\sigma_0$ N/m	السائلان المتناخمان
7250	ماء / هواء
2500	زيت / هواء
47200	زئبق / هواء
2550	كحول / هواء
37500	زئبق / ماء

الجدول (2-1) قيم التوتر السطحي لبعض الموائع [21].

## II - 5 - الضغط Pressure :

يعرف الضغط Pressure بأنه القوة المؤثرة على مساحة السطح المعرض للضغط :

$$P = \frac{F}{A} \quad (2-16)$$

حيث :

$F$ : قوة الضغط وتقدر ب النيوتن  $N$ .

$P$ : الضغط المؤثر و يكون توزيعه منتظم ويقدر ب باسكال  $Pa$ .

$A$ : مساحة السطح وتقدر ب  $m^2$ .

و يعبر عن الضغط عندما يكون توزيعه غير منتظم والمؤثر على المساحة اللحظية  $dA$  بالمعادلة التالية :

$$P = \lim_{dA \rightarrow 0} \frac{dF}{dA} = \frac{dF}{dA} \quad (2-17)$$

## II-5-1 - وحدات قياس الضغط :

يعبر عن وحدة قياس الضغط Unit of Pressure في جملة (SI) :

الباسكال ( $pa$ ) وبوحدات أخرى مثل ( $bar$ ) أو عمود متر ماء ( $m H_2O$ ) أو عمود زئبق ( $mm Hg$ ) وأيضا بالضغط الجوي ( $atm$ ).

$$1 atm = 760 mm Hg = 10.33 m H_2O = 1 bar = 10^5 pa \quad (2-18)$$

$$1 mm Hg = 13.6 mm H_2O = 1 Torr$$

الجدول (2-2) يبين وحدات الضغط

التحويل المستخدم	الوحدة	
	الرمز	الاسم
$1 [Pa] = 1 [N/m^2]$	[Pa]	الباسكال Pascal
$1 [mH_2O] = 9806.65 [Pa]$	$[m_{w.c}]$ أو $[m_{H_2O}]$	متر عمود ماء Meter Water Colon

1 [bar] = 10 <sup>5</sup> [Pa] = 0.1[M Pa]	[bar]	البار Bar
1 [atm] = 101325 [Pa]	[atm]	الضغط الجوي Atmospheric Pressure
[m <sub>Hg</sub> ] = 1/0.76 [atm]	[m <sub>Hg</sub> ]	متر عمود زئبق Meter Mercury Colon
1 [torr] = 1 [mm <sub>Hg</sub> ]	[torr]	تورشيلي Torrshili

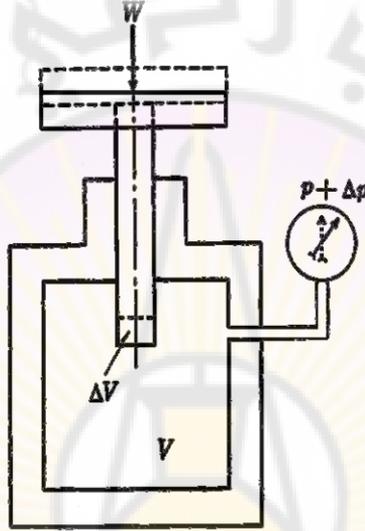
## II-6- معامل الانضغاطية والمرونة الحجمي :

لنعتبر أن سائلاً حجمه  $V$  وضغطه  $P$  موجود في حيز مغلق في الشكل (10-2)، وأن حجم هذا السائل قد نقص بالمقدار  $\Delta V$  نتيجة لزيادة ضغطه بالمقدار  $\Delta P$ . في هذه الحالة تعرف نسبة التمدد الحجمي للسائل أو التغير النسبي للحجم هي  $\Delta V/V$  بالنسبة الى وحدة الضغط  $\Delta P$  بقابلية السائل على الانضغاط أو بمعنى آخر يعرف معامل الانضغاطية  $K_C$  بأنه النسبة بين تغير الحجم الى تغير الضغط عند درجة حرارة ثابتة :

$$k_c = - \frac{\text{التغير النسبي للحجم}}{\text{التغير في الضغط}} = - \left( \frac{\Delta V}{V} \right) / \Delta p = - \frac{1}{V} \left( \frac{\Delta V}{\Delta p} \right) \Big|_{t=const} \quad (2-19)$$

حيث:

$\Delta p$  الفرق بين الضغط النهائي والبدائي ،  $V$  الحجم البدائي ،  $\Delta V$  تغير الحجم النهائي والبدائي ، وإشارة الناقص ( الضغط والحجم متعاكسان ) تعني ان زيادة الضغط تؤدي الى تناقص في حجم السائل .



الشكل (2-10) يبين قياس معامل بيلك للسائل

وعلى العكس فإن مقلوب الانضغاط يمثل مرونة السائل على المرونة الحجمي :

$$k_E = \frac{1}{K_C}$$

ويعبر عن معامل المرونة الحجمي  $k_E$  ( أو معامل بيلك ) بالمعادلة :

$$k_E \left[ \frac{N}{m^2} \right] = \frac{\text{التغير في الضغط}}{\text{التغير النسبي للحجم}} = \left( - \frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}} \right) = -V \left( \frac{\Delta p}{\Delta V} \right) \Big|_{t=const} \quad (2-20)$$

حيث:

$\Delta v = v_1 - v_2$  تغير الحجم وعندما يكون  $v_2 > v_1$  فان قيمة  $\Delta v$  سالبة أي أن الحجم متناقص .

كمثال للاستدلال على قيم معامل المرونة الحجمي ومعامل الانضغاطية يمكن أخذ حالة الماء عند درجة الحرارة والضغط الطبيعيين وذلك في إجراء أديباتي لتغير الحالة (إجراء انضغاط).

وهي:  $K_E = 2,2 \times 10^9$  [Pa] و  $K_C = 4.6 \times 10^{-10}$  [Pa<sup>-1</sup>] أي أن الماء يتقلص بحوالي:

$$\Delta P = 4.6 \times 10^{-10} \times 10^5 \# 0.005\%$$

وذلك عند ازدياد الضغط الجوي بمقدار 1[atm] فقط .

يبين الجدول (2-2) قيم معامل المرونة لمواد سائلة وصلبة ويتضح من القيم ان :

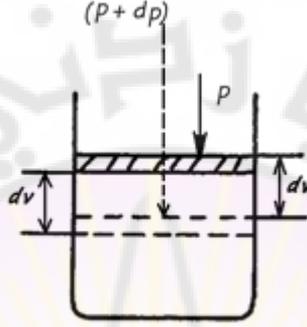
المرونة في الموائع السائلة اكبر منها في الاجسام الصلبة ، وفي الموائع الغازية اكبر مرونة من السوائل .

الجدول (2-3) يبين معامل المرونة للسوائل والاجسام الصلبة عند درجة حرارة 20<sup>0</sup>

السائل أو الجسم الصلب	$k_E$ [ $10^5 \frac{N}{m^2}$ ]
ايتير	92.7
ماء	21.4
كيروسين	143.2
زئبق	3364
المينوم	7135
فولاذ	23445

من أجل سائل محصور في حيز مغلق حجمه  $v$  كما في الشكل (11-2)، وباعتبار أن كتلة السائل ثابتة فان:

$$m = \Delta V = \text{const} \quad (2-21)$$



الشكل (11-2) يبين تغير الحجم في إجراء أدبياتي

بالاشتقاق نجد :

$$\Delta m = \Delta \rho \cdot v + \rho \Delta v = 0 \rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\Delta v}{v} \quad (2-22)$$

بالتبديل في المعادلة السابقة نجد أن معامل بيلك :

$$K_E = \rho \cdot \frac{\Delta P}{\Delta \rho} = \rho \frac{\Delta P}{\Delta \rho} \quad (2-23)$$

أو كذلك يصبح معامل الانضغاطية:

$$K_c = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\Delta \rho}{\Delta P} \right)_{T=\text{const}} \quad (2-24)$$

إن معامل المرونة يعبر عن سرعة انتشار الصوت في السوائل والتي يعبر عنها عادة بتغير الضغط بالنسبة لتغير الكثافة.

وبالتالي فإن:

$$a^2 = \frac{\Delta P}{\Delta \rho} \rightarrow a = \sqrt{\frac{\Delta P}{\Delta \rho}}$$

وهذه السرعة ترتبط مع معامل المرونة الحجمي (معامل بيلك) بالعلاقة التالية:

$$a = \sqrt{\frac{\Delta P}{\Delta \rho}} = \sqrt{\frac{1}{\rho} \cdot \rho \cdot \frac{\Delta P}{\Delta \rho}} = \sqrt{\frac{K_E}{\rho}} \quad (2-25)$$

اما معامل التمدد الحراري عند ضغط ثابت يعطى بالعلاقة :

$$\beta_t = - \frac{\Delta V}{V} \left( \frac{1}{\Delta t} \right) \Big|_{P=const}$$

نلاحظ أن :

تغير حجم الماء بالنسبة للضغط هو بحدود  $\Delta V / \Delta P = 1/20000$

$[m^3/bar]$  أي أن تغير حجم الماء عند ضغط قدره  $P=200 [bar]$

يبلغ  $\Delta V = 0.001 [m^3]$  وبالتالي فلا بد من أخذ انضغاطية الماء بعين

الاعتبار وعدم إهمالها عند الضغوط التي تتجاوز هذه القيمة للضغط .

في المقابل يمكن أن تهمل إنضغاطية الغازات عند التغيرات الطفيفة في الضغط

والتي يعبر عنها بتغير السرعة لتيار الهواء أو للمركبات المتحركة ضمن الهواء

الساكن.

إن تغيرات الكتلة الحجمية للهواء ( $\rho_{air}$ ) أثناء الجريان بسرعة تصل حتى

$50 [m/s]$  ( أي ما يعادل  $180 [km/h]$  ) لا تتجاوز قيمة :

$\Delta \rho_{air} = 0.01 Kg / m^3$  ، وبالتالي يمكن إهمال إنضغاطية الهواء، عندما

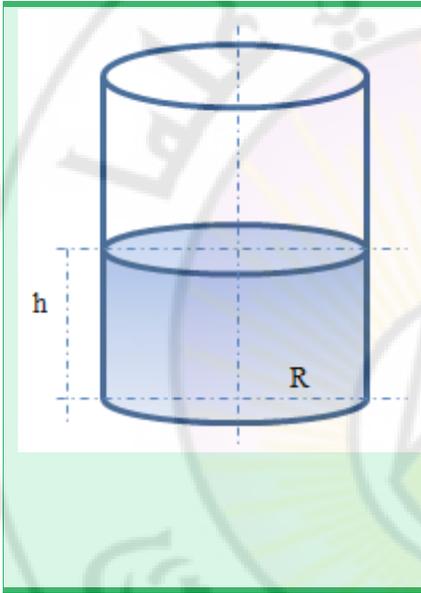
ينساب حول الأجسام (أو تسبح بداخله المركبات)، بسرعات لا تتجاوز حدود

هذه السرعة أو في حدود تغيرات الضغط الموافقة لها.

## II - 7 - التطبيقات : مسائل محلولة وغير محلولة

### II - 7 - 1 مسائل محلولة:

#### 1- II



أسطوانة تحتوي ماء يبلغ نصف قطر قاعدتها السفلية  $R = 20\text{cm}$  و ارتفاعها  $H = 50\text{cm}$

تحتوي ماء  $35\text{ L}$  والمطلوب ايجاد :

a- ارتفاع الماء  $h$  داخل الاسطوانة .

b- القوة الحجمية للماء المؤثرة على الاسطوانة .

c- الضغط النسبي المؤثر على الأسطوانة بوحدة  $[mH_2O]$  ؟

$$\rho_w = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad \text{علماً بأن}$$
$$g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

الحل:

$$V_w = \pi R^2 \cdot h$$

$$35 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = \pi \times (0.2)^2 \times h$$

$$\Rightarrow h = 0.278 \text{ m}$$

$$F_w = m_w \cdot g = \rho_w \cdot V \cdot g$$

$$= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 35 \times 10^{-1} \text{ m}^3 \times 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 343 \text{ N}$$

$$F_w = F_p$$

$$\Delta P = \frac{F_p}{\pi R^2} = \frac{343N}{\pi(20m \times 10^{-2})^2} = 2731 \frac{N}{m^2}$$

$$1 m H_2O = 9680 Pa$$

وبما ان:

$$\Delta P = 2731 Pa = 0.282 mH_2O$$

.....

## 2- II

أوجد الضغط اللازم لتقليص حجم الماء بمقدار 1% عند درجة الحرارة و الضغط الطبيعيين.

$$\beta = 4.6 \times 10^{-10} \frac{1}{pa} \text{ وافترض أن معامل الانضغاط للماء}$$

الحل:

$$k_E \left[ \frac{N}{m^2} \right] = -V \left( \frac{\Delta p}{\Delta V} \right)$$

$$\beta = \frac{1}{K_E} = -\frac{\Delta V}{V} \times \frac{1}{\Delta p}$$

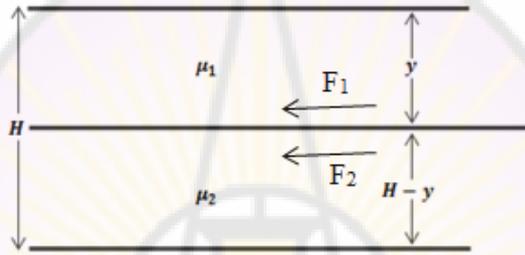
$$\Delta p = -\frac{1}{\beta} \times \frac{\Delta V}{V}$$

$$\Delta p = \frac{0.01}{4.6 \times 10^{-10} \frac{1}{pa}} = \frac{1}{4.6} \times 10^8 pa$$

.....

### 3- II

صفحة رقيقة مسطحة موضوعة بين سطحين المسافة بينهما  $H$  بحيث يغطيها من الأعلى سائل لزوجته  $\mu_1$  و من الأسفل سائل لزوجته  $\mu_2$ . والمطلوب:  
حدد نوع الصفحة الدقيقة إذا كانت مقاومة اللزوجة  $F_\tau$  لحركة الصفحة الأصغرية منتظمة.



الحل:

$$\tau = \mu \cdot \frac{dv}{dy}$$

$$F_1 = \mu_1 \cdot \frac{v_1}{y} \cdot A$$

$$F_2 = \mu_2 \cdot \frac{v_2}{H - y} \cdot A$$

$$F_\tau = F_1 + F_2 = \mu_1 \cdot \frac{v_1}{y} \cdot A + \mu_2 \cdot \frac{v_2}{H - y} \cdot A = 0$$

$$\frac{\mu_1 v_1}{y} \cdot A = -\mu_2 \frac{v_2}{H - y} \cdot A$$

$$\frac{y}{y - H} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

## 4- II

حدد القوة  $\vec{F}$  المؤثرة على سطح الوعاء المستطيل الشكل الذي يحتوي الماء مساحته  $S$  وابعاده : ( $L = 20m$  ,  $OA = 2m$ ) وحدد مركباته  $F_H$  و  $F_V$ .

علما بأن:  $\alpha = 36^\circ$  ,  $\rho_w = 1000 \frac{kg}{m^3}$   $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$

$$V = \frac{L}{2} (OA \cdot \sin \alpha)(OA \cdot \cos \alpha)$$

$$= \frac{L}{2} \cdot OA^2 \cdot (\sin \alpha \cdot \cos \alpha)$$

$$F_V = g \cdot \rho \cdot \frac{L}{2} \cdot OA^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$F_V = 1.86 \times 10^5 [N]$$

$$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2}$$

$$= \sqrt{(1.35 \times 10^5)^2 + (1.86 \times 10^5)^2}$$

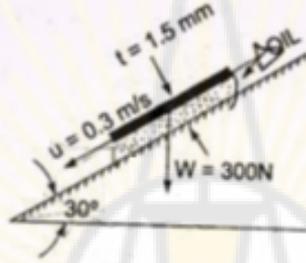
$$F = 2.30 \times 10^5 [N]$$

$$\theta = \arcsin \frac{F_V}{F} = \frac{1.86}{2.30} = 1.37$$

$$\Rightarrow \theta = \arcsin 1.37 \Rightarrow \theta = 53^\circ 87'$$

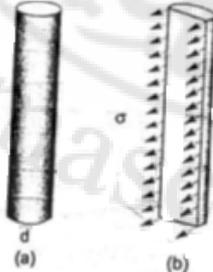
## II - 7-2 مسائل غير محلولة :

- 1- أوجد اللزوجة التحريكية للزيت الذي يستخدم لانزلاق صفيحة مربعة الشكل أبعادها  $0.8 \times 0.8$  m وتميل على الافق بزاوية 30 درجة ، كما هو مبين بالشكل ، يبلغ وزن الصفيحة 300N وتزلق الصفيحة باتجاه الاسفل بسرعة  $0.3$  m/sec وسماكة شريحة الزيت تبلغ  $1.5$  mm .  
( الجواب : اللزوجة =  $11.7$  poise )



- 2- يتعرض انبوب قطره  $4$ mm و يحتوي ماء الى ضغط جوي  $10.32$   $N/cm^2$  أوجد قيمة الضغط التي يتعرض لها الانبوب إذا كان التوتر السطحي للماء  $\sigma = 0.0725 \frac{N}{m}$  .  
( الجواب :  $p = 11.045$   $N/cm^2$  )

- 3- يتوضع سائل ضمن وعاء طوله  $L$  وقطره  $D$  الى قوة توتر سطحي  $\sigma$  أوجد



قيمة الضغط الذي يتعرض له الماء .

( الجواب :  $P = \frac{\sigma \cdot 2L}{L \cdot D}$  )

## الفصل الثالث

III - توازن السوائل القابلة وغير القابلة للانضغاط

Static Of The Fluids  
compressible and non-compressible



## توازن السوائل القابلة وغير القابلة للانضغاط

### III-1- مقدمة Introduction:

علم توازن السائل هو دراسة السائل في حالة استقرار أو سكون ، أي لا يطرأ على السائل أي تغيير في الشكل حيث تكون القوة المماسية معدومة وبالتالي فان القوة المؤثرة على السائل تنحصر بقوة الضغط الناطمية والقوى الحجمية .  
لذلك تهدف دراسة توازن السائل معرفة شروط التوازن من حيث توزع الضغط في السائل وحساب قوى الضغط المؤثرة على حدود السائل وبالتالي تحديد شروط التوازن المستقر .

وسندرس أولاً توازن السوائل ثابتة الحجم ومن ثم السوائل متغيرة الحجم .

### III-2- توازن السوائل ثابتة الحجم :

نفترض أن السائل متجانس اي أن كثافته ثابتة  $\rho = const$  و وزنه النوعي ثابت تقريباً  $\gamma = g \cdot \rho = const$  وسندرس توازنه تحت تأثير قوى حجمية مختلفة :

### III-2-1- التوازن في حقل الجاذبية الأرضية :

نعد أن القوة الحجمية الوحيدة المؤثرة على السائل هي قوة الجاذبية الأرضية أو قوة الثقالة :

$$F_G = mg$$

حيث:  $g$  : تسارع الجاذبية ،

$m$  : كتلة السائل . وتعد هذه القوة قوة شاقولية موجبة للأسفل .

### III-2-2-2- توزيع الضغط :

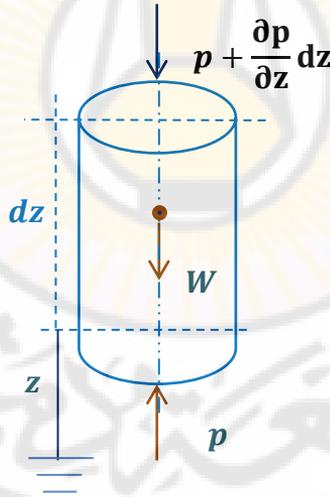
ستتم دراسة قوى الضغط الناعمية على سطح السائل في حالتين : حالة السائل المتجانس وحالة السائل غير المتجانس .

### III-2-2-1- توزيع الضغط في سائل متجانس

#### المعادلة الأساسية الهيدروستاتيكية :

إذا فرضنا أسطوانة شاقولية متناهية الأبعاد وبداخلها سائل ساكن والمبينة بالشكل (3-1) :

وبفرض أن مساحة مقطع هذه الأسطوانة هو  $dA$  وإن البعد بين وجهيها هو  $dz$  وإن الضغط المؤثر على وجهها السفلي هو  $p$  فيكون الضغط المؤثر على وجهها العلوي هو  $p + \frac{\partial p}{\partial z} dz$  .



الشكل (3-1) القوى التي يتعرض لها سائل ساكن في اسطوانية

بما أن السائل ساكن فالمجموعة المؤلفة من الأسطوانة والسائل في حالة توازن فكل جزئ من السائل في هذه الأسطوانة يخضع لتأثير قوة الضغط المؤثرة على السطح وقوة النعالة الحجمية .

ومن توازن هذه القوى المؤثرة على هذه الأسطوانة نجد :

$$\sum F = 0$$

$$F_{P1} + F_{P2} + F_G = 0 \quad (3-1)$$

حيث :  $F_{P1} = P.A$  قوة الضغط المؤثرة على السطح السفلي للأسطوانة .  
 $F_{P2} = (p + \frac{\partial p}{\partial z} dz).A$  قوة الضغط المؤثرة على السطح العلوي للأسطوانة .

$$F_G = m.g .A = (g.\rho .dz) .A$$

فاذا اقتطعنا جزء من السائل مساحته  $dA$  وبالتعويض في المعادلة (3-1) :

$$p . dA - \left( p + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) dA - g . \rho . dA . dz = 0$$

$$(3-2)$$

$$p . dA - p . dA - \frac{\partial p}{\partial z} dz . dA - g . \rho . dA . dz = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -g . \rho \quad : \text{وبعد الاختصار على } dA$$

وبإجراء التكامل للحصول على المعادلة لكامل المقطع :

$$\int dp = -g . \rho \int dz \quad (3-3)$$

نحصل على :

$$p = -g . \rho . z + c \quad (3-4)$$

ولحساب ثابت التكامل  $c$  :

نأخذ نقطة من داخل السائل الساكن على عمق  $h$  من السطح الحر للسائل ويؤثر عليه بضغط قدره  $p$  .

فعندما تبلغ هذه النقطة مستوي القاعدة المأخوذ على عمق قدره  $H = Z_0$  من السطح الحر للسائل والذي يؤثر عليه الضغط الجوي ، فإن الضغط يبلغ فيه :

$$p_1 = p_0 - g \cdot \rho \cdot (Z_0) + c \quad (3-5)$$

وعندما تبلغ هذه النقطة السطح الحر للسائل أي  $H = 0$  :

$$p_2 = p_0 - g \cdot \rho \cdot (0) + c \Rightarrow$$

$$p_2 = p_0 + c \quad (3-6)$$

بمساواة (3-5) و (3-6) نجد:

$$p_1 + g \cdot \rho \cdot Z_0 - c = p_2 - c \Rightarrow$$

$$p_1 = p_2 - g \cdot \rho \cdot Z_0$$

ولتبلغ الشروط الحدية يكون:

$$Z = Z_0 \text{ و } p = p_0$$

من المعادلة (3-4) نجد أن:  $c = p_0 + g \cdot \rho \cdot z_0$  عند الشروط الحدية .

وبالتعويض في المعادلة (3-4) نجد :

$$p = -g \cdot \rho \cdot z + p_0 + g \cdot \rho \cdot z_0 \Rightarrow p = p_0 + g \cdot \rho (z - z_0)$$

ولكن :  $\Delta z = z_0 - z = h$  ، إذا:

$$p = p_0 + g \cdot \rho \cdot h$$

أو (3-7)

$$p = p_0 + g \cdot \rho \cdot \Delta z$$

تمثل العلاقة (3-7) المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية والتي تطبق على

سائل متجانس واقع في حقل الجاذبية .

حيث إن :  $P$  قيمة الضغط على ارتفاع  $h$  و  $P_0$  : الضغط الجوي .

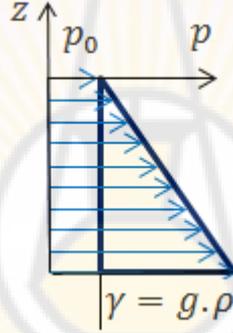
نستنتج أن :

في سائل متجانس يزداد الضغط خطيا مع العمق بمقدار  $\gamma = g \cdot \rho$  لكل واحدة طول ، ويمثل كل مستو افقي سطحا للضغط الثابت .

$$p = p_0 + g \cdot \rho \cdot \Delta z$$

يبين الشكل (3-2) توزع الضغط في سائل يزداد خطيا مع البعد عن سطح السائل المتجانس .

نلاحظ أن فرق الضغط بين النقطتين يتعلق فقط بالارتفاع الشاقولي ولا يتعلق بحجم الماء أو شكل الإناء الذي يحتويه . وهذه الظاهرة الستاتيكية للسائل .



الشكل (3-2) توزع الضغط في سائل يزداد خطيا مع البعد عن سطح السائل

### III-2-2-2- توزع الضغط في سائل غير متجانس :

لنأخذ انبوين مختلفين بالشكل والحجم للسائل نفسه والارتفاع نفسه ، كما هو مبين في الشكل (3-3) ، ولنحسب الضغط بتطبيق المعادلة الهيدروليكية الأساسية :

والمطلوب في هذه الحالة حساب الضغط على كل قاعدة :

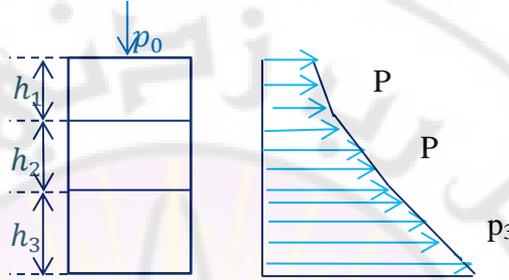
$$p_1 = p_a + g\rho_1 h_1 \quad \text{بالنسبة للقاعدة الأولى} :$$

$$p_2 = p_1 + g\rho_2 h_2 \quad \text{وللقاعدة الثانية} :$$

$$p_3 = p_2 + g\rho_3 h_3 \quad \text{وللقاعدة الثالثة} :$$

فيكون الضغط بين سطح السائل والقاعدة الاخيرة هو :

$$p = p_0 + g \cdot \rho \sum_0^n h_n \quad (3-8)$$



الشكل (3-3) توزيع الضغط في وعاء يحتوي سوائل غير متجانسة

نستنتج ان الضغط  $p_a$  يؤثر على كل قاعدة ، إلا أن قوة الضغط مختلفة بسبب اختلاف المساحة ، فإذا بقيت نفس المساحة فإن الضغط يؤثر على أوعية مختلفة الأشكال والحجوم ويملؤها نفس السائل والقوة نفسها، وبما أن توزيع الضغط في كل طبقة سائل خطي فإن مخطط توزيع الضغط يمثل منحنياً منكسراً مؤلفاً من قطع مستقيمة.

وإذا كان السائل غير متجانس ووزنه النوعي يتغير باستمرار فإن توزيع الضغط :

$$p = p_0 + \sum_0^n \gamma \cdot h_n$$

$$p = p_0 + g \sum_0^n \rho \cdot h_n \quad (3-9)$$

وبالتالي نصل إلى نفس النتيجة في توزيع الضغط .

### III-3- تطبيقات المعادلة الهيدروستاتيكية :

#### III-3-1- الأواني المستطرقة :

يطلق على مجموعة الأوعية (الأنابيب) شكلها على غير تعيين ومتصلة مع بعضها ، بحيث يستطيع السائل أن يتسرب من وعاء لآخر ، يطلق عليها الأواني المستطرقة ، أي أن السائل بداخل مجموعة أنابيب متصلة ، كما في الشكل (3-4).

- نختار مستوي قياس نعتبره مستوي الضغط الثابت ونختار نقطتين  $A$  و  $B$  على هذا المستوي ونطبق المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية ( م . ه . أ ) :

$$p_A = p_1 + \gamma h_1$$

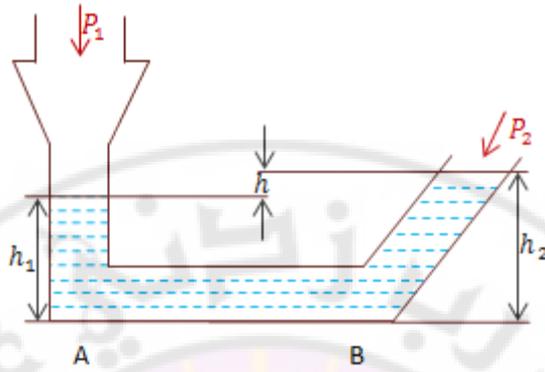
$$p_B = p_2 + \gamma h_2$$

لكن:  $p_A = p_B$

$$p_1 + \gamma h_1 = p_2 + \gamma h_2$$

$$p_1 - p_2 = \gamma(h_2 - h_1) = \gamma h \Rightarrow \Delta p = \gamma h$$

إن الأواني المستطرقة هي مبدأ لقياس الضغط الستاتيكي وإذا كان:  $p_a = p_2 = p_1$  ينتج ان  $h = 0$



الشكل (3-4) الأواني المستطرقة

### III-3-2 - مبدأ قياس الضغط :

يقاس الضغط في نقطة من السائل كفرق بين قيمته وقيمة ضغط قياسي معروف يختار عادة اما ضغط الفراغ التام ( الصفر المطلق ) أو الضغط الجوي الموضعي  $P_0$  ، فاذا قيس اعتبارا من الصفر المطلق سمي الضغط المطلق Absolute Pressure .



الشكل (3-5) العلاقة بين الضغط المطلق والمقاس (الزائد والناقص)

اما اذا قيس الضغط في الجو الطبيعي الذي يمثل الفرق بين الضغط المعتبر والضغط الجوي فيطلق عليه الضغط المقاس Pressure Gauge ، الشكل (3-5) .

في حال أن الضغط المقياس أقل من الضغط الجوي فيعبر عنه بالضغط الناقص

Vacumeter أو السالب أو ضغط التخلخل

$$p_0 = p - p_a < 0$$

أما في حال كون الضغط المقياس أكبر من الضغط الجوي فيقال عنه بالضغط

الموجب أو الضغط الزائد Barometer

$$p_0 = p - p_a > 0$$

ان الضغط السالب والموجب يُعدان مقياساً لفرق الضغط المؤثر على طرفي عمود

سائل ، وعلى هذا يعتمد مبدأ المانومتر السائلي Manometer لقياس الضغط

الزائد ( البارومتر ) اولقياس الضغط السالب (فاكومتر) .

**a- مبدأ قياس الضغط \_ المانومتر :**

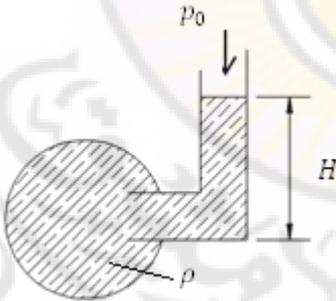
**1- المانومتر البسيط :**

يستخدم في المخابر ، ونحصل من

خلاله على قيمة الضغط  $P$  بقياس

ارتفاع عمود السائل المتدفق عبر

أنبوب ، الشكل (3-6)



الشكل (3-6) المانومتر البسيط

$$p = p_0 + g \cdot \rho \cdot H$$

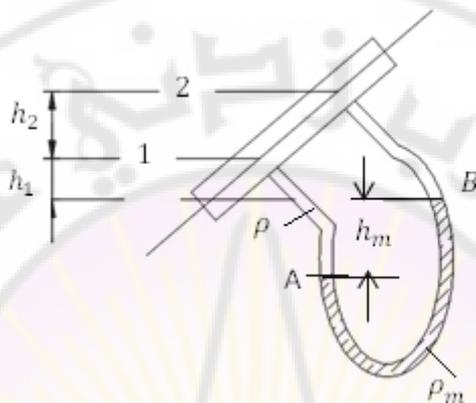
**2- المانومتر التفاضلي :**

لقياس فرق الضغط بين نقطتين من السائل . ليكن لدينا أنبوب يتحرك به سائل

ونريد معرفة فرق الضغط بين النقطتين ، الشكل (3-7) ، نقوم بوصل طرف

المانومتر بالنقطة الأولى والطرف الآخر بالنقطة الثانية ولحساب فرق الضغط بين نقطتين (1) و (2) نطبق م.هـ.أ بين A و B:

$$p_A = p_B$$



الشكل (3-7) المانومتر التفاضلي

$$p_1 + g \cdot \rho (h_m + h_1) = p_2 + g \cdot \rho \cdot h_2 + g \cdot \rho \cdot h_1 + g \cdot \rho_m \cdot h_m$$

$$\Delta p = p_1 - p_2$$

$$= g \cdot \rho h_2 + g \cdot \rho \cdot h_1 - g \cdot \rho \cdot h_m - g \cdot \rho \cdot h_1$$

$$+ g \cdot \rho_m \cdot h_m$$

$$p_1 - p_2 = h_m (g \cdot \rho_m - g \cdot \rho) + g \cdot \rho \cdot h_2$$

و إذا اعتبرنا  $\rho_m \gg \rho$  أي الهواء تهمل تصبح العلاقة:

$$p_1 - p_2 = g \cdot \rho_m \cdot h_m \quad (3-10)$$

نستنتج أن المانومتر التفاضلي بشكل حرف  $u$  يستخدم لقياس فرق الضغط بين نقطتين حيث يتم قياس الضغط التفاضلي بين الفرعين بقراءة ارتفاع العمود  $H$  في

الفرع ذي المقطع الصغير و ذلك لأن تغيرات ارتفاع السائل في الفرق ذي المقطع الكبير (الوعاء أو الخزان) ممكن أن يهمل.

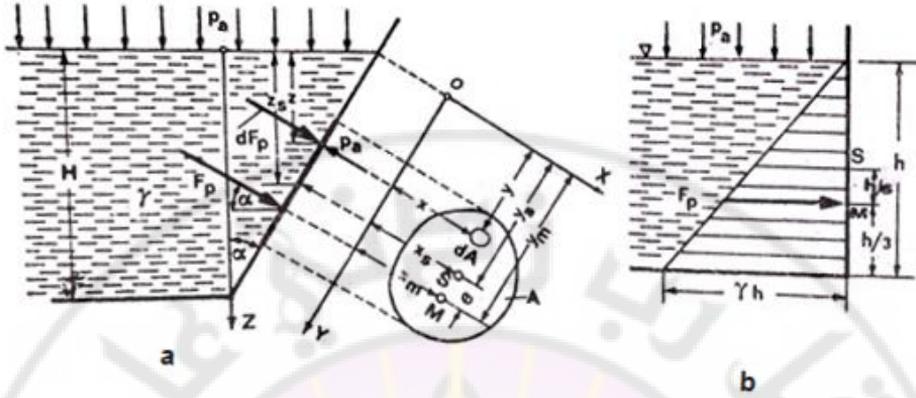
ملاحظة : لاستخدام سائل المقياس يجب أن نأخذ بعين الاعتبار الى الوزن النوعي للسائل ودرجة الحرارة ، فمثلاً الماء له خاصية شعرية سيئة ، الأفضل منه الزئبق والكحول ، إلا أن الكحول يتأثر بدرجة الحرارة ، لذلك يفضل استخدام الزئبق عند قياس الضغط .

### III-4- قوى الضغط :

من خلال المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية ( م.ه.أ ) يمكن إيجاد توزيع قوى الضغط التي يؤثر بها السائل المتجانس الساكن على جدران الوعاء الذي يحتويه ، ومن ثم تحديد محصلة هذه القوى من حيث القيمة ونقطة التأثير والاتجاه وهذا ضروري لمعرفة متانة الأوعية أو الجدران التي تحجز السائل .  
اما توزيع قوى الضغط في حالة الجدران المستوية فيكون:

### III-4-1- حساب قوى الضغط على جدران الأوعية المستوية:

نفرض أن وعاءً ذو شكل غير محدد مفتوح من الأعلى ، في الشكل (a - 8-3) ، مملوء بسائل وزنه النوعي  $\gamma$  حتى ارتفاع  $H$  ، لنفرض ان أحد جدرانه الخلفية المستوية مائل على الشاقول بزاوية  $\theta$  ، وقاعدته أفقية ، يوضع الوعاء في مستوي الاحداثيين  $x, y$  حيث اختير المحور  $x$  متعامد مع المحور  $y$  المنطبق على تقاطع السطح الحر للسائل مع الجدار .



الشكل ( 3-8 ) توزع قوى الضغط على جدران مستو ( M مركز الضغط ، S مركز الثقل )

ولنأخذ من السطح A عنصراً سطحياً  $dA$  على عمق  $z$  من سطح السائل ، أن قوة الضغط الجزئية التي يؤثر بها السائل على  $dA$  من الداخل هي  $(p_a + \gamma z)dA$  بينما تؤثر عليه من الخارج قوة الضغط الجوي  $p_a \cdot dA$  ، وبالتالي تكون قوة الضغط الزائد الجزئية :

$$dF_p = (p_a + \gamma z)dA - p_a \cdot dA = \gamma \cdot z \cdot dA \quad (3-11)$$

وبإجراء التكامل لمحصلة قوى الضغط بالنسبة إلى السطح A :

$$F_p = \gamma \int_{(A)} z \cdot dA$$

فإذا كان  $z_s$  عمق مركز الثقل للسطح A ، فيكون حسب العزم الستاتيكي :

$$\int_{(A)} z \cdot dA = z_s \cdot A$$

$$F_p = \gamma \cdot z_s \cdot A = p_s \cdot A \quad (3-12)$$

نستنتج أن قوة الضغط الزائد التي تؤثر بها سائل ساكن على سطح مستوي تساوي إلى جداء مساحة السطح  $A$  في الضغط الزائد المؤثر في مركز ثقل السطح و المؤثر عمودياً على السطح  $A$ .

اما نقطة تأثير قوة الضغط  $F_p$  في نقطة  $M$  والتي تسمى مركز الضغط والمبينة في الشكل (3-8-b) ، وهي لا تنطبق عادة على مركز ثقل السطح  $A$  ومن اجل تحديدها :

نفرض ان  $x_m$  ،  $y_m$  يمثلان احداثيي النقطة  $M$  ، وينتج حسب قانون العزم الستاتيكي بالنسبة لمحور الدوران  $x$  ،  $y$  العلاقة :

$$F_p \cdot X_m = \int_{(A)} dF_p \cdot X \rightarrow \gamma \cdot z_s \cdot A \cdot X_m = \int_{(A)} \gamma \cdot z \cdot dA \cdot x$$

$$F_p \cdot Y_m = \int_{(A)} dF_p \cdot Y \rightarrow \gamma \cdot z_s \cdot A \cdot Y_m = \int_{(A)} \gamma \cdot z \cdot dA \cdot y$$

لكن ومن الشكل (3-8-a) فان  $z = y \cdot \cos \alpha$  و  $z_s = y_s \cdot \cos \alpha$  وبالتالي يكون بعد الاختصار على  $\gamma \cdot \cos \alpha$  :

$$x_m \cdot y_s \cdot A = \int_A x \cdot y \cdot dA$$

والمثل عزم العطالة  $J_x$  للمحورين  $x$  ،  $y$   $y_m \cdot y_s \cdot A = \int_A y^2 \cdot dA$  بالنسبة للمحور  $x$  للسطح  $A$

وكلاهما يتبعان لعزوم المرتبة الثانية ، بينما الجداء  $y_s.A$  يمثل العزم الستاتيكي

للسطح  $A$  وهو يتبع عزم المرتبة الأولى .

ينتج بالتالي احداثيات مركز الضغط :

$$x_m = \frac{\int_A x.y.dA}{y_s.A} = \frac{J_c}{y_s.A}$$

النسبة بين العزم النابذ الى العزم الستاتيكي للسطح  $A$  .

والنسبة بين عزم العطالة الى العزم الستاتيكي للسطح  $A$  هي :

$$y_m = \frac{\int_A y^2.dA}{y_s.A} = \frac{J_x}{y_s.A}$$

ليكن  $J_s$  عزم عطالة السطح بالنسبة لمحور الثقالة المار من مركز الثقل  $s$  فيكون (وفق علاقة شتاينر Steiner):

$$J_x = J_s + y_s^2.A$$

حيث  $J_x$  عزم عطالة السطح المدروس بالنسبة لمحور الثقالة  $A$  والمار من النقطة  $m$ ، وبالتعويض في العلاقة السابقة نجد ان:

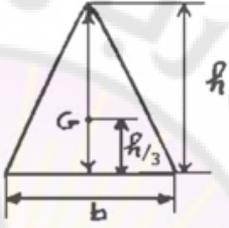
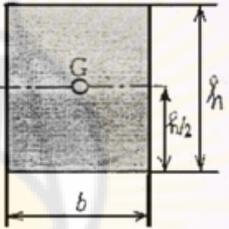
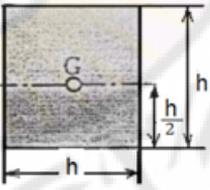
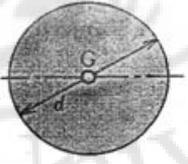
$$y_m = y_s + \frac{J_s}{y_s.A} \quad (3-13)$$

يكون البعد بين مركز الثقل  $s$  ومركز الضغط  $M$  :

$$e = y_m - y_s = \frac{J_s}{y_s.A} \quad (3-14)$$

وبما ان عزم العطالة  $J_s$  هو دائما موجب فينتج ان  $e > 0$  وبالتالي يكون مركز الضغط دائما اخفض من مركز الثقل وينطبقان على بعضهما عندما يصبح السطح

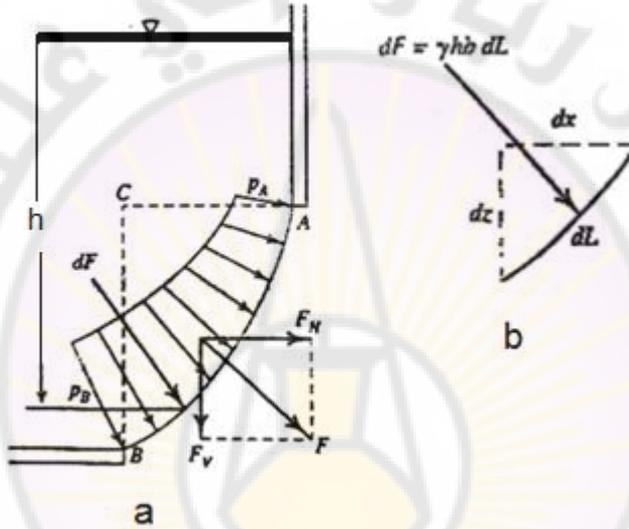
افقيا . وبالنسبة لأشكال الهندسية المألوفة ( مستطيل . دائرة . مثلث ) يعطى عزم العطالة حول المحور الأفقي المار بمركز الثقل وفق العلاقات المبينة في الشكل (3-9) .

عزم العطالة	المساحة	الشكل	
$J_s = \frac{b \cdot h^3}{36}$	$A = \frac{b \cdot h}{2}$		مثلث
$J_s = \frac{b \cdot h^3}{12}$	$A = b \cdot h$		مستطيل
$J_s = \frac{h^4}{12}$	$A = \frac{h^2}{2}$		مربع
$J_s = \frac{\pi d^2}{64}$	$A = \frac{\pi d^2}{4}$		دائرة

الشكل (3-9) عزوم العطالة لبعض السطوح الشهيرة حول المحور الأفقي المار بمركز ثقلها

### III-4-2- حساب قوى الضغط على جدران الأوعية المنحنية :

لحساب قوة ضغط السائل على السطوح المنحنية يتطلب تحديد مركبات القوى في اتجاه المحاور  $x, y$  وهما المركبة الأفقية والمركبة الشاقولية المتعامدة عليها ، الشكل (3-10) :



الشكل (3-10) توزيع قوة الضغط على سطح منحنى

#### 1- المركبة الأفقية :

نعتبر مساحة السطح على المحور  $x$  هو  $A_x$  :

$$F_{px} = g \cdot \rho \cdot z_s \cdot A_x \quad (3-15)$$

حيث  $z_s$  بعد مركز الثقل عن السطح .

#### 2- المركبة الشاقولية:

$$F_{py} = g \cdot \rho \cdot V \quad \text{تحسب من العلاقة :}$$

حيث  $V$  حجم السائل فوق الجدار حتى السطح السائب للسائل و هي تؤثر شاقولياً للأعلى .

إن مركبة قوة الضغط الأفقية التي يؤثر بها سائل ساكن على جدار وعاء منحني في اتجاه أفقي تساوي إلى قوة الضغط المؤثرة على السطح المستوي. اما مركبة قوة الضغط الشاقولية التي يؤثر بها سائل ساكن على سطح منحني تساوي إلى وزن عمود السائل الشاقولي التابع فوق السطح والممتد حتى السطح الحر السائل

$$F_p = \sqrt{F_{px}^2 + F_{py}^2} \quad (3-16) \quad \text{وبالتالي تكون القوة المؤثرة :}$$

والزاوية التي تصنعها مع المحور  $x$  هي:  $\theta =$  (3-17)

$$\text{arc tan}\left(\frac{F_{py}}{F_{px}}\right)$$

### III-4-3- قوة الرفع الهيدروستاتيكية - دافعة ارخميدس :

نفرض انه يوجد جسم صلب حجمه  $V$  ووزنه النوعي  $\gamma_1$  متوضع داخل سائل ساكن وزنه النوعي  $\gamma$  ، ولتحقيق توازن المجموعة يتطلب ان تكون قوة ثقل الجسم الشاقولية المتجهة للأسفل مساوية لقوة الضغط التي يؤثر بها السائل عليه وهي متجهة للأعلى ، ففي حالة قوة ثقل الجسم اكبر من قوة الضغط فان الجسم يبقى في القاع ، اي  $\gamma < \gamma_1$  .

اما في حال كون  $\gamma > \gamma_1$  فان الجسم يندفع للأعلى بقوة تدعى بقوة الطفو أو قوة الرفع التي تدعى بدافعة ارخميدس وهي التي تؤثر على الاجسام المغمور .

وتعرف قوة الرفع أو دافعة ارخميدس : التي تؤثر على الاجسام المغمور جزئيا أو كليا في السوائل الساكنة تساوي الى وزن السائل المزاح وتؤثر شاقوليا وتمر من مركز ثقل الحجم المزاح  $V$ .

ويتحقق شرط التوازن المستقر للأجسام الطافية عندما يكون مركز الطفو المستنتج  $h_m$  أعلى من مركز ثقل الجسم :

$$h_m = \frac{J_o}{V} - e$$

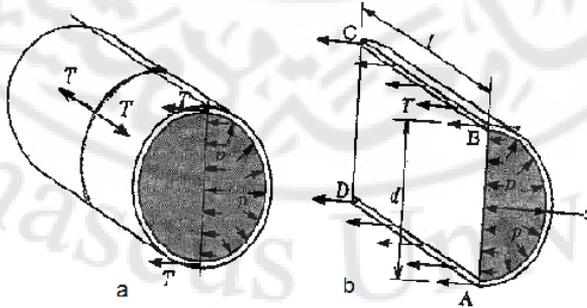
حيث :

- .  $J_o$  : عزم العطالة لسطح الطفو  $A$  بالنسبة لمحور الدوران  $o$ .
- .  $e$  : البعد بين مركز ثقل الجسم ومركز ثقل الحجم المزاح  $V$ .

### III-4-4- تطبيقات قوى الضغط على السطوح المنحنية :

حساب القوى التي تحاول تمزيق أسطوانة:

نفرض أنه لدينا وعاء اسطواني الشكل سماكة جدرانه  $t$  وقطره  $D$ ، المبين في الشكل (3-11)



الشكل (3-11) الاجهاد المؤثر على وعاء اسطواني

ويتعرض لضغط زائد  $Pa$  ونتيجة للضغط الداخلي  $P$  فان الوعاء يتعرض لاجهادات شد تحاول تمزيقه الى قسمين في المستوي  $ABCD$  ، فاذا اقتطعنا شريحة بطول  $L$  وعرض  $ds$  فتكون قوة الشد المماسية  $(F_{t1}, F_{t1} = T \cdot L)$  متوازيتين مع محصلة قوة الضغط الأعظمية  $(F_p = P \cdot D \cdot L)$  .

حيث :

$P$  الضغط باتجاه الخارج

$D$  : القطر ،  $L$  : طول الوعاء ،  $t$  : سماكة الجدران

$T$  : إجهاد الشد المؤثر على واحدة الطول من الجدار .

وبأخذ محصلة مجموع القوى :

$$\sum F = 0$$

$$F_{t1} + F_{t1} = F_p$$

$$2F_t = P \cdot D \cdot L$$

$$2F_t = T \cdot L$$

$$F_t = \frac{T \cdot L}{2} \quad (3-18)$$

بالتعويض ينتج ان اجهاد الشد:  $T$  واذا كان إجهاد الشد المسموح به  $\sigma$  والمؤثر على جدران الأسطوانة سماكتها  $t$  ، يجب ان يحقق :

$$\sigma \geq \frac{F_t}{t}$$

وبتعويض  $F_t = T \cdot L$  و  $F_t = P \cdot R \cdot L$ :

القيمة العظمى لسماكة الجدران  $t$  والتي تمثل متانة الوعاء وتحمل قوة الضغط  $P$ ، وعند الازدياد عن هذه القيمة تنمزق جدران الأوعية .

### III - 5. التطبيقات : مسائل محلولة وغير محلولة

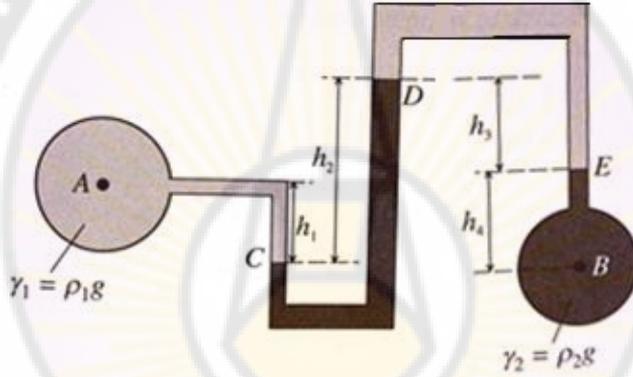
#### III - 1-5 مسائل محلولة:

#### 1-III

أوجد فرق الضغط بين الجزأين A,B إذا كان :

$$h_1 = 2\text{cm}, h_2 = 8\text{cm}, h_3 = 5\text{cm}, h_4 = 1\text{cm}$$

$$\rho_1 = 1.255 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \rho_2 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = 9.81 \text{ m/s}^2$$



الحل: بتطبيق المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية :

$$P_C = P_A + \gamma_1 h_1 \Rightarrow P_A - P_C = -\gamma_1 h_1$$

$$P_D = P_C - \gamma_2 h_2 \Rightarrow P_C - P_D = +\gamma_2 h_2$$

$$P_E = P_D + \gamma_1 h_3 \Rightarrow P_D - P_E = -\gamma_1 h_3$$

$$P_B = P_E + \gamma_2 h_4 \Rightarrow P_E - P_B = -\gamma_2 h_4$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = -\gamma_1 h_1 - \gamma_1 h_3 + \gamma_2 h_2 - \gamma_2 h_4$$

$$\begin{aligned}
&= -\gamma_1(h_1 + h_3) + \gamma_2(h_2 - h_4) \\
&= 1.225 \frac{kg}{m^3} \times 9.8 \frac{m}{s^2} (2 + 5)10^{-2}m + 1000 \frac{kg}{m^3} \\
&\times 9.8 \frac{m}{s^2} \times (8 - 1)10^{-2}m \\
&= 9.8 \times 10^{-2} \times 7 \times (1.225 + 1000) \\
&= 687 Pa
\end{aligned}$$

\*\*\*\*\*

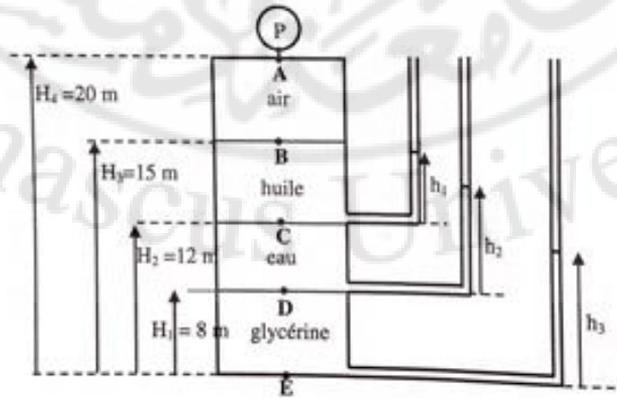
## 2-III

يستخدم جهاز مقياس للضغط الزائد  $\Delta P$  - المانومتر - المبين في الشكل, فوجد أن الضغط فيه يساوي الى  $17900P_a$ . والمطلوب : أوجد ارتفاعات السوائل ضمن الأنابيب  $h_1, h_2, h_3$ .

علماً بأن :  $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$ ,  $p_{at} = 101300 pa$

$$\rho_g = 1250 \frac{kg}{m^3}, \rho_w = \rho_{huile} = 700 \frac{kg}{m^3}, \rho_{air} = 1.3 \frac{kg}{m^3}$$

$$H_1 = 8 m, H_2 = 12 m, H_3 = 15 m, H_4 = 20 m$$



الحل: بتطبيق المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية :

$$\Delta P = P_A + P_{at} \Rightarrow P_A = P_{at} - \Delta P$$

$$P_A = 83400 P_a$$

$$P_A = P_B$$

م.ه.أ للزيت :

$$P_C = P_B + \rho_h \cdot g \cdot (H_3 - H_2)$$

$$P_C = 1.04 \times 10^5 P_a$$

$$P_C = P_{at} + \rho_h \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow h_1 = 0.39 \text{ m}$$

$$P_D = P_C + \rho_w \cdot g \cdot (H_2 - H_1)$$

م.ه.أ للماء:

$$P_D = 1.43 \times 10^5 P_a$$

$$P_D = P_{at} + \rho_w \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow h_2 = 4.25 \text{ m}$$

م.ه.أ للغليسرين:

$$P_E = P_D + \rho_G \cdot g \cdot h_3$$

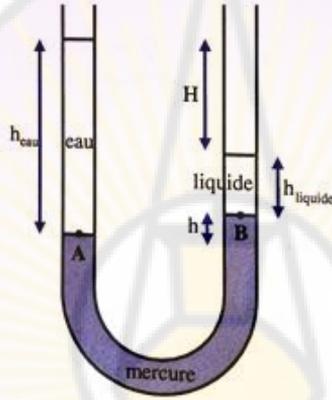
$$P_E = 2.41 \times 10^5 P_a$$

$$P_E = P_{at} + \rho_G \cdot g \cdot h_3 \Rightarrow h_3 = 11.4 \text{ m}$$

\*\*\*\*\*

### 3-III

يحتوي الأنبوب بشكل حرف **u** على زئبق  $\rho_{Hg} = 13.6 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$  ومفتوح للهواء الجوي و تم إضافة الماء على ارتفاع  $h_w = 23cm$  كثافته  $\rho_w$  من الجهة اليسارية للأنبوب ثم أضيف سائل كثافته  $\rho_L = 1000 \frac{kg}{m^3}$  على ارتفاع  $h_1 = 8cm$  حدد الارتفاع **H** بين السطحين الحرين .



الحل: بتطبيق المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية :

$$P_A = P_{at} + \rho_w \cdot g \cdot h_w \quad \text{م.هـ.أ للماء :}$$

$$P_B = P_{at} + \rho_L \cdot g \cdot h_L \quad \text{م.هـ.أ للسائل:}$$

$$P_A = P_B + \rho_{Hg} \cdot g \cdot h_{Hg} \quad \text{م.هـ.أ للزئبق :}$$

$$P_{at} + \rho_w \cdot g \cdot h_w = P_{at} + \rho_L \cdot g \cdot h_L + \rho_{Hg} \cdot g \cdot h_{Hg}$$

$$\rho_w \cdot h_w = \rho_L \cdot h_L + \rho_{Hg} \cdot h_{Hg}$$

$$1000 \frac{kg}{m^3} \times 23 \times 10^{-2} m$$

$$= 0.75 \times 10^3 \frac{kg}{m^3} \times 8 \times 10^{-2} m + 13.6 \times 10^3 \frac{kg}{m^3} \times h_{Hg} \times 10^{-2} m$$

$$1 \frac{kg}{m^3} \times 23 cm = 0.75 \frac{kg}{m^3} \times 8 cm + 13.6 \frac{kg}{m^3} \times h_{Hg} cm$$

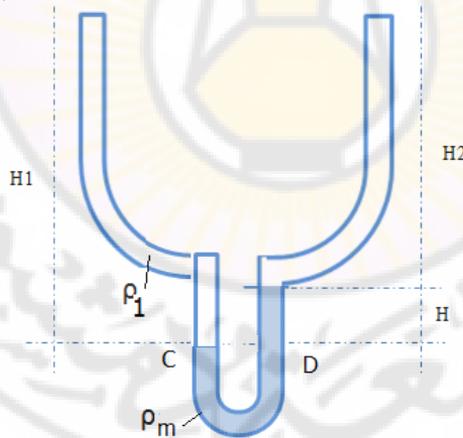
$$h_{Hg} = 1.25 cm \quad \text{بالتعويض نجد ان :}$$

$$h_w = h_L + h_H + H$$

$$H = 13.75 cm \quad \text{فان :}$$

#### 4-III

أوجد قيمة فرق الضغط ، اذا كان ارتفاع السائل عن مستوي القياس  $H=10cm$  ،  
 $H_2=40cm$  ،  $H_1=50cm$  ،  $\rho_m=13.6 [kg/m^3]$  ،  $\rho_1 = 10 [kg/m^3]$



الحل: بتطبيق المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية :

$$P_C = P_1 + g\rho_1 H_1$$

$$P_D = P_2 + g\rho_1 H_2 + g\rho_m H$$

$$P_C = P_D$$

$$P_1 + g\rho_1 H_1 = P_2 + g\rho_1 H_2 + g\rho_m H$$

$$P_1 - P_2 = g\rho_1 (H_2 - H_1) + g\rho_m H$$

$$P_1 - P_2 = 10 \frac{kg}{m^3} \times 9.8 \frac{m}{s^2} (40 - 50) 10^{-2} cm + 13.6 \frac{kg}{m^3} \times 9.8 \frac{m}{s^2} \times (10) 10^{-2} m = 3.53 Pa$$

\*\*\*\*\*

### 5-III

تم وصل مانومتر لقياس الضغط مابين حوجلة تحتوي زيت وحوجلة الماء المبينة بالشكل ، والمطلوب أوجد فرق الضغط اذا علمت ان  $\rho_{oil} = 0.86 [kg/m^3]$  ،  $\rho_w = 1000 [kg/m^3]$  ،  $P_{Hg} = 13.6 [kg/m^3]$

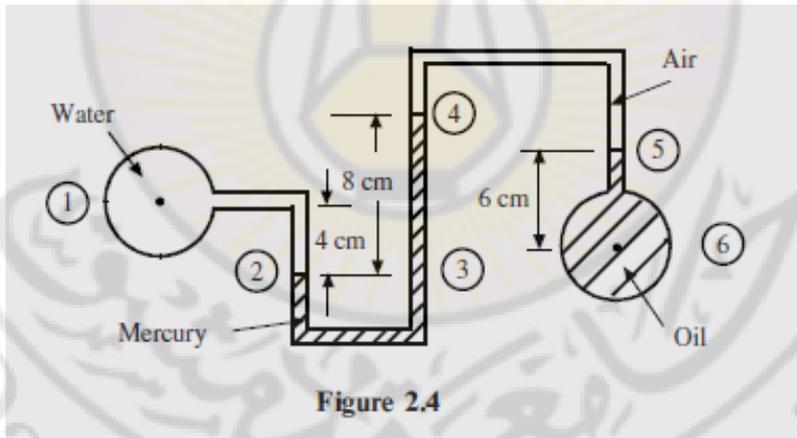


Figure 2.4

الحل: بتطبيق المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية :

$$P_2 = P_3$$

$$P_w + \gamma_w h_2 = P_4 - \gamma_{Hg} h_4$$

$$P_4 = P_5$$

$$P_4 = P_{oil} - \gamma_{oil}h_6$$

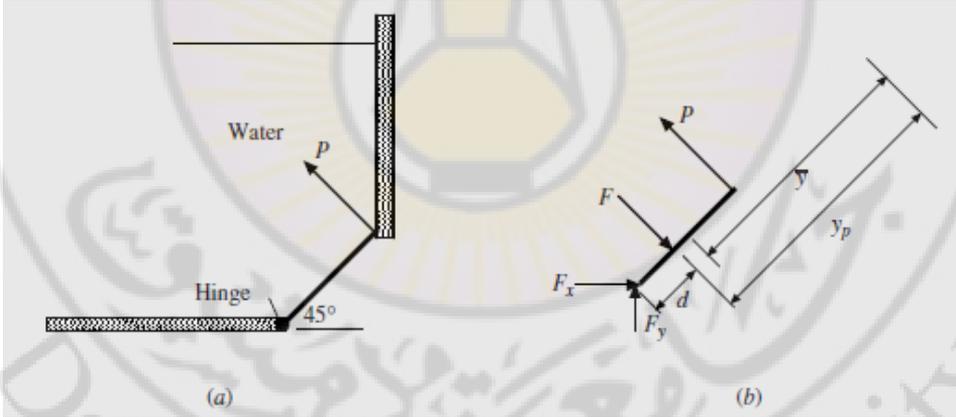
$$P_w - P_{oil} = -\gamma_w h_2 + \gamma_{Hg} h_4 - \gamma_{oil} h_6$$

$$P_w - P_{oil} = -9800 \times 0.04 + (13.6 \times 9800) 0.08 \\ - (0.86 \times 9800) 0.06 = 10780 \text{ Pa}$$

\*\*\*\*\*

### 6-III

بوابة مساحتها  $60 \text{ cm}^2$  لها حافة مسافة  $12 \text{ m}$  تحت سطح الماء، تميل بزواوية  $45$  درجة و الحافة السفلية مفصلية كما هو مبين في الشكل a ، أوجد القوة P اللازمة لفتح البوابة ؟



الحل :

$$P = \gamma_w h \cdot A$$

$$P = 9810 \times (12 + 0.3 \sin 45) \times (0.6 \times 0.6) = 43130 \text{ N}$$

وبأخذ العزوم حول المفصل hinge ، ومن غير الضروري حساب القوة  $F_x$  و  $F_y$  ،

وإذا أوجدنا القوة F عند مسافة d كما مبين بالشكل b فيكون :

$$y = \frac{h}{\sin 45} = \frac{(12 + 0.3 \sin 45)}{\sin 45} = 17.27 \text{ m}$$

$$y_p = y + \frac{V}{AY} = 17.27 + \frac{0.6 \times 0.6^3 / 12}{0.6 \times 0.6^3 \times 17.27} = 17.272 \text{ m}$$

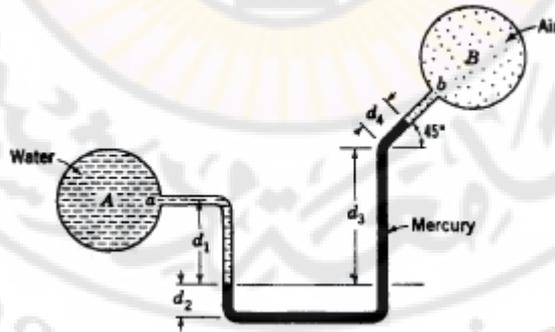
$$d = y + 0.3 - y_p = 0.3 \text{ m}$$

### III - 5-1 مسائل غير محلولة :

1. أوجد فرق الضغط بين الخزان A و B كما هو مبين بالشكل إذا علمت أن :

$$d_1 = 330 \text{ mm} , d_2 = 160 \text{ mm} , d_3 = 480 \text{ mm} , d_4 = 230 \text{ mm}$$

الجواب : (  $P_A - P_B = 82.33 \text{ Kpa}$  )



2. يبين الشكل مانومتر لقياس ضغط الخزان B الذي يحتوي ماء ووجد انه

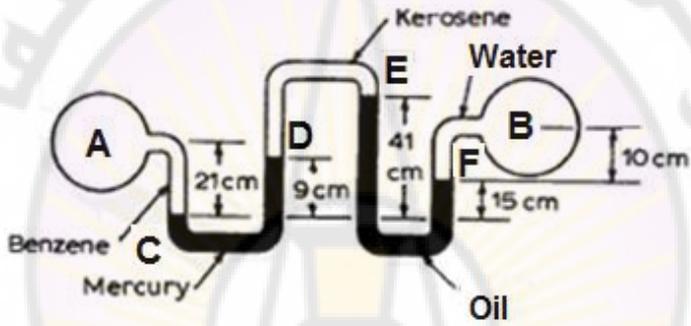
يساوي:

إذا علمت ان :  $P_B = 704 \frac{N}{m^2}$  ، فما قيمة الضغط في الخزان A الذي يحتوي بنزن !

$$\rho_{water} = 1000 \frac{Kg}{m^3} , \rho_{oil} = 0.85 \times 10^3 \frac{Kg}{m^3} , \rho_{mercury} = 13.6 \times 10^3 \frac{Kg}{m^3}$$

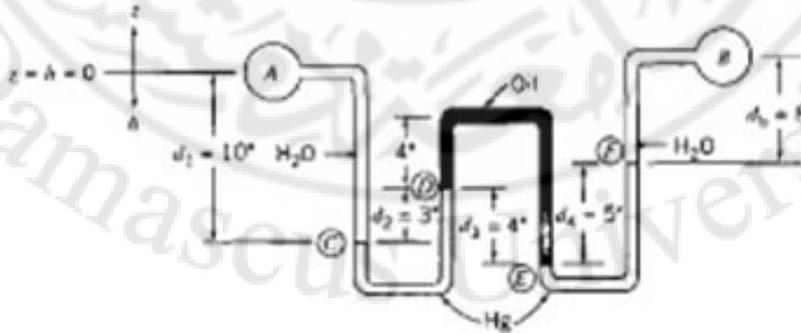
$$\rho_{Benzene} = 0.88 \times 10^3 \frac{Kg}{m^3} , \rho_{Kerosene} = 1.25 \times 10^3 \frac{Kg}{m^3}$$

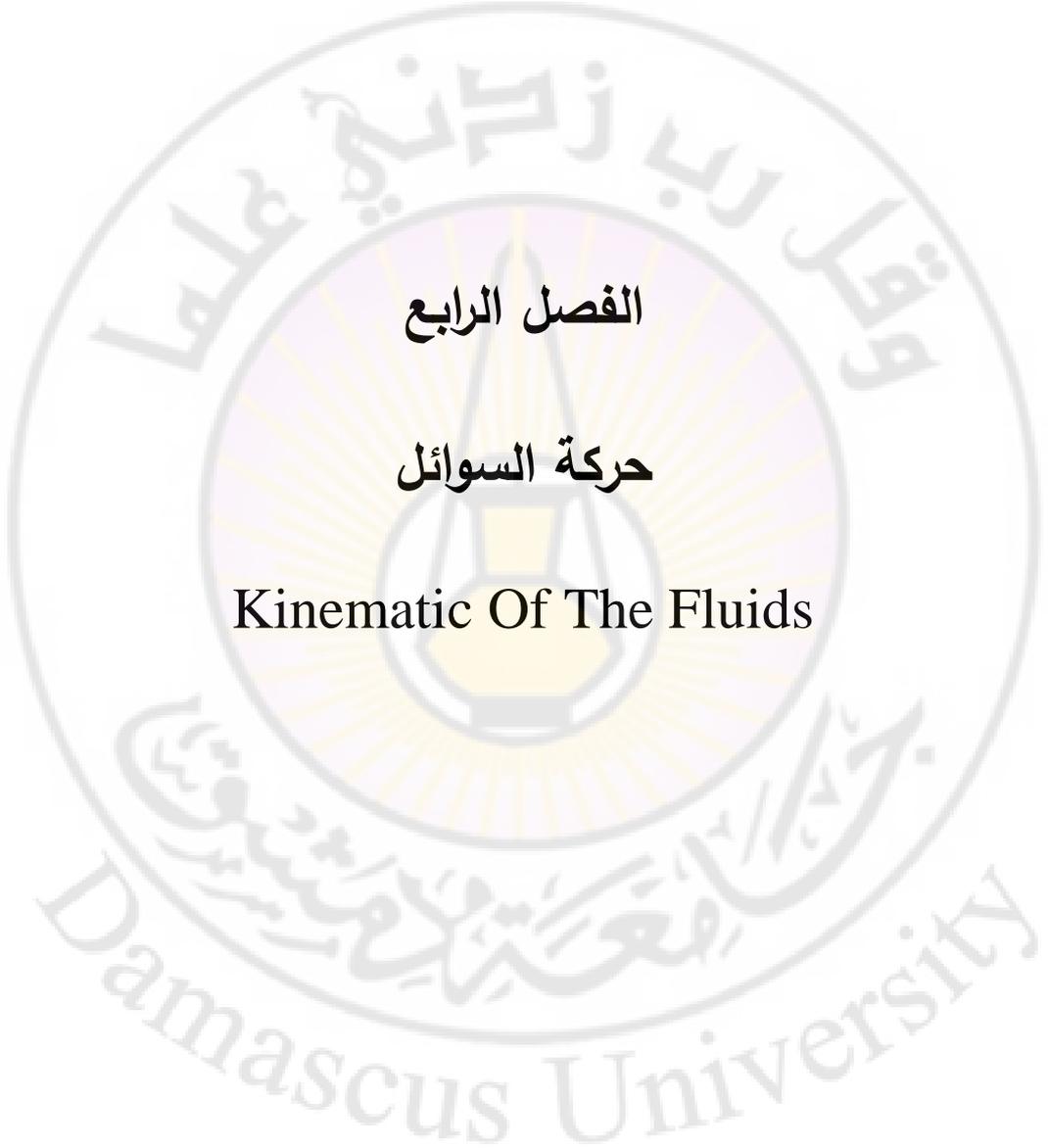
الجواب : (  $P_A = 1.3 \text{ Kpa}$  )



1. أوجد فرق الضغط بين الخزان A و B بوحدة  $Lbf/in^2$  كما هو مبين بالشكل ؟

الجواب : (  $P_A - P_B = 3.73 \text{ Lbf/in}^2$  )





الفصل الرابع

حركة السوائل

Kinematic Of The Fluids



# حركة السوائل

## Introduction: مقدمة 1-IV

ان الدراسة الحركية ( Hydro kinematic ) للسوائل ، لحركة كتلة سائلية مستمرة، تعني الدراسة الهندسية التي تربط الوضعية المكانية لجزيئات الكتلة المعتبرة مع الزمن بهدف إيجاد سرعة وتسارع كل من هذه الجزيئات.

## 2-IV- المفاهيم الأساسية لحركة السوائل :

### 1-2-IV- حقل الجريان وحقل السرعة :

إذا أمكن ارجاع حركة الجسم الصلب إلى حركة نقطة مادية حرة أو مقيدة على مسار معين ، فإن حركة السوائل يجب النظر إليها كحركة وسط سائلي مستمر ، وإذا كانت الدراسة السكونية للسوائل ( الفصل الثاني ) تعتمد على كون السائل في حالة السكون لحدود الجملة الفيزيائية المعتبرة ، فان الدراسة الحركية للسائل تُعد أن السائل في حالة حركة دائمة بالنسبة لحدود تلك الجملة الفيزيائية والتي يمكن ان تكون وهمية أو حقيقية .

يطلق على المنطقة الإجمالية التي يشغلها السائل المتحرك بحقل الجريان Flow Field وتكون الجزيئات المادية التابعة لهذا الحقل خاضعة لتأثير المحيط الخارجي بالإضافة الى التأثير بينهما .

ولتحديد حقل الجريان نعتبر جملة إحداثية ثابتة ، فيكون موقع كل جزيء حجمي من السائل عند زمن معين  $t$  محددًا بالإحداثيات  $x, y, z$  وتكون سرعة الجزيء

ممثلة بالشعاع :

$$\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k} \quad (4-1)$$

حيث:  $w, v, u$  مركبات السرعة و  $K, j, i$  أشعة الواحدة باتجاه المحاور  $z, y, x$

ومنه نحصل على القيمة المطلقة لسرعة الجزيء :

$$|V| = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad (4-2)$$

يطلق على كافة أشعة السرعة لمجموع الجزيئات الحجمية لحقل الجريان اسم حقل السرعة velocity field وتكون في الحالة العامة سرعة هذه الجزيئات مختلفة من حيث القيمة والاتجاه وتتغير في نقطة معينة مع الزمن .

تهدف الدراسة الحركية الى تحديد حقل السرعة وحقل التسارع التي تتم بطريقتين :

1. طريقة لاغرانج لدراسة حركة السوائل la grange method .

2. طريقة أويلر لدراسة حركة السوائل Euler method .

1- طريقة لاغرانج لدراسة حركة السوائل la grange method :

تعتمد هذه الطريقة على تتبع حركة الجزيئات السائلية الإفرادية على طول مساراتها . حيث نختار موضع الجزيء في المسار الذي يسلكه والذي يمر في اللحظة  $t=0$  في النقطة  $B(x_0, y_0, z_0)$  أي عند لحظة البدء، ويتحدد مكان هذا الجزيء الحجمي في لحظة أخرى  $t$  :

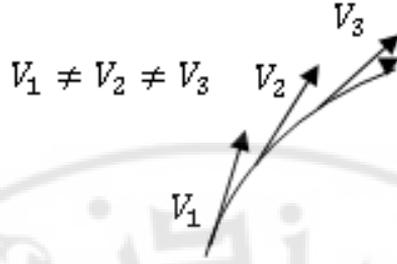
$$z = f_3(x_0, y_0, z_0, t), y = f_2(x_0, y_0, z_0, t), x =$$

$$f_1(x_0, y_0, z_0, t)$$

حيث لاتبقى السرعة ثابتة ( الشكل 4-1 )، وتمثل معادلة المسار بينما يطلق على

$x_0, y_0, z_0, t$  متحولات لاغرانج .

وبالتالي ينتج تتبع مركبات السرعة والتسارع بالاشتقاق الجزئي بالنسبة للزمن:



الشكل ( 4-1 ) مسار شعاع السرعة

مركبات السرعة : (4-3)

$$u = \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial f_1(x_0, y_0, z_0, t)}{\partial t}$$

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial f_2(x_0, y_0, z_0, t)}{\partial t}$$

$$w = \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial f_3(x_0, y_0, z_0, t)}{\partial t}$$

مركبات التسارع : (4-4)

$$b_x = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 f_1(x_0, y_0, z_0, t)}{\partial t^2}$$

$$b_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 f_2(x_0, y_0, z_0, t)}{\partial t^2}$$

$$b_z = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 f_3(x_0, y_0, z_0, t)}{\partial t^2}$$

يطلق على طريقة لاغرانج في دراسة حركة السوائل بالطريقة المادية أي تتبع مصير الجزيء السائلي (المادي) على مساره بدءاً من نقطة البداية وتتبع مصير الجزيء المادي تعني ربط القيم الحركية والتحريرية بالجزيء المادي لذلك تسمى بالطريقة المادية .

## 2- طريقة أويلر لدراسة حركة السوائل Euler method :

خلافا لطريقة لاغرانج فإن طريقة أويلر لا تهتم بتتبع تفاصيل حركة كل جزيء حجمي من السائل بل تركز المعرفة على إيجاد سرعة الجزيئات في النقاط المختلفة من حقل الجريان ، وبالتالي تحديد حقل السرعة وتغيره مع الزمن ، أي أن في طريقة أويلر تُعد نقطة معينة من حقل الجريان  $B = (x, y, z)$  وتبحث عن تغير السرعة في تلك النقطة مع الزمن أي ربط القيم بالمكان بالزمان لذلك تدعى بالطريقة المكانية ، أي تربط القيم الحركية والتحريرية بالزمان والمكان بدلاً من ربطها بالجزيء نفسه  $V = f(r, t)$  ، وبالتالي تصبح حركة السائل محددة بمركبات السرعة : (4-5)

$$u = \frac{\partial x}{\partial t} = g_1(x, y, z, t)$$

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = g_2(x, y, z, t)$$

$$w = \frac{\partial z}{\partial t} = g_3(x, y, z, t)$$

حيث :  $g_1, g_2, g_3$  تمثل توابع مستمرة بحكم استمرار الجريان وحيدة الاتجاه وقابلة للاشتقاق بالنسبة للمتحويلات  $(x, y, z, t)$  ، وبإجراء تكامل للمعادلات السابقة ينتج المعادلات (4-6)

$$x = f_1(a, b, c, t)$$

$$y = f_2(a, b, c, t)$$

$$z = f_3(a, b, c, t)$$

حيث :  $(a, b, c)$  ثوابت يمكن تحديدها من شروط البدء ، فإذا عزلنا من هذه المعادلات الزمن  $t$  نحصل على معادلة المسار الجزيء في اللحظة  $t = 0$  في النقطة  $c_0 = (a, b, c)$  .

يطلق على طريقة أويلر في دراسة حركة السوائل بالطريقة المكانية أي تتبع مصير الجزيء السائلي بالزمان والمكان وتعني ربط القيم الحركية والتحريكية بحركة الجزيء بمكانه لذلك تسمى بالطريقة المكانية:  $V = f(r, t)$  .

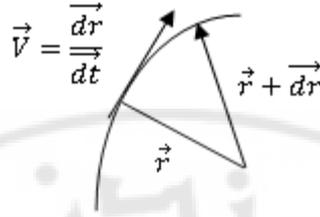
#### IV-2-2- حساب التسارع للجزيء الحجمي المتغير مع الزمن:

لحساب التسارع وفق طريقة أويلر ، نلاحظ ان سرعة الجزيء الحجمي ( المادي ) الموجود في نقطة معينة ولتكن النقطة  $B(x, y, z)$  مختلفة عن سرعة الجزيء الذي سيصل إليها ، كما ان السرعة مختلفة عند انتقال هذا الجزيء من نقطة الى نقطة ثانية . وبالتالي فان تسارع الجزيء كمتغير زمني للسرعة ويتألف من قسمين الأول ناتج عن تغير السرعة مع الزمن في كل نقطة من الجريان وهذا ما يسمى بالتغير المكاني أو الموضعي والثاني ناتج عن تغير السرعة أثناء حركة الجزيء من موضع إلى آخر وهو ما يسمى بتغير الحمل أو الانتقال بالاتجاه :

$x = f(t)$  ،  $y = f(t)$  ،  $z = f(t)$  ، ومجموعهما يساوي التغير المادي للسرعة .

يمثل الشعاع المكاني لنقاط حقل الجريان بالنسبة للإحداثيات  $x, y, z$  والذي ينتج عن الاشتقاق التام لشعاع السرعة:

$$\overrightarrow{DV} = \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{\partial V}{\partial r} dr \quad (4-7)$$



بالتالي نجد بالاشتقاق شعاع التسارع في اتجاه الجريان :

$$\vec{b} = \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial r} \quad (4-8)$$

حيث :  $V = \frac{dr}{dt}$  ، و يمثل  $\frac{\partial V}{\partial t}$  التسارع المكاني ، ويمثل  $V \frac{\partial V}{\partial r}$  تسارع

الحمل أو الانتقال فيكون التسارع المادي = التسارع المكاني + تسارع الحمل وتنتج

مركبات شعاع التسارع باتجاه المحاور x,y,z ومشتقات السرعة على هذه المحاور

هي u,v,w : على الشكل التالي :

المركبة على المحور x :

$$b_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \quad (4-9)$$

المركبة على المحور y :

$$b_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \quad (4-10)$$

المركبة على المحور z :

$$b_z = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4-11)$$

وتكون القيمة المطلقة لشعاع التسارع :

$$|b| = \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2} \quad (4-12)$$

### IV-3- تصنيف حقل الجريان :

يصنف الجريان بشكل عام الى :

#### IV-3-1- الجريان المستقر وغير المستقر:

في الحالة العامة إن شعاع السرعة يتغير في القيمة من نقطة لأخرى كما يتغير من نقطة لأخرى مع الزمن أي أن:  $\vec{v} = f(t, r)$  تابعاً للزمن والمكان وهذا ما يطلق عليه الجريان غير المستقر unsteady flow ومثال ذلك عند تفريغ سائل خزان بوساطة فتحة جانبية أو انبوب الدفع لمضخة مكبسية .

أما في حال أن السرعة في نقطة محددة تبقى ثابتة مع الزمن ومتغيرة مكانيا فإننا نطلق على هذا النوع من الجريان بالجريان المستقر steady flow أي أن

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0 , \quad \vec{v} = f(r)$$

ويطبق ذلك على الضغط والكثافة عند حركة السائل أي :

في حالة الجريان غير المستقر:

$$v = f(r, t) , \quad p = f(r, t) , \quad \rho = f(r, t) \quad (4-13)$$

وفي حالة الجريان المستقر فان :

$$v = f(r) , \quad p = f(r) , \quad \rho = f(r) \quad (4-14)$$

#### IV-3-2- الجريان أحادي البعد ومتعدد الأبعاد ( ثنائي و ثلاثي ) :

عندما يكون لحقل سرعة الجريان ثلاث مركبات  $u, v, w$  لا تساوي الصفر :

$$u \neq 0, v \neq 0, w \neq 0 \quad (4-15)$$

فيطلق على هذا النوع بالجريان الثلاثي أو الفراغي وتطبق العلاقات السابقة حسب ما يكون مستقرا أو غير مستقر ، أما إذا كان جريان كافة جزيئات السائل الواقعة على أي مستقيم عمودي ولا تقوم بأي حركة باتجاهه فإنها تتحرك ضمن المستوي ذي البعدين فيطلق على حركة السوائل بالجريان الثنائي البعد :

$$w = 0 \quad u \neq 0, v \neq 0 \quad (4-16)$$

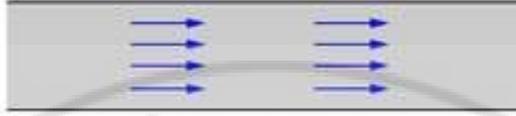
وعندما يتميز حقل الجريان بأن شعاع السرعة يتعلق باتجاه محور واحد فقط فيسمى بالجريان أحادي البعد أو أحادي المقاس حيث:

$$y = w = 0, u \neq 0 \quad (4-17)$$

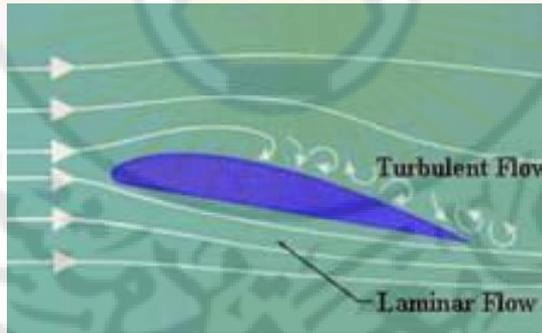
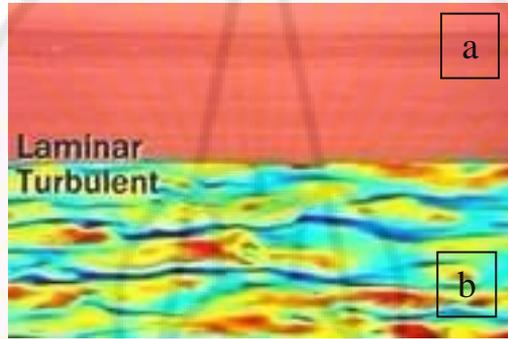
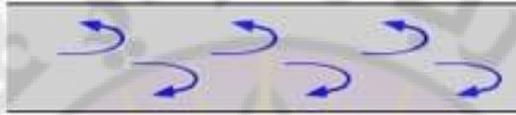
#### IV-3-3- الجريان الصفائحي والمضطرب :

يتميز الجريان الصفائحي بأن جزيئات السائل تتحرك بشكل طبقات أو صفائح laminar دقيقة متوضعة فوق بعضها البعض ( الشكل 4-2-a ) بحيث لا يحدث أثناء الحركة أي اختلاط بين جزيئات الطبقات وتترلق كل طبقة على الأخرى بسرعة تزداد كلما ابتعدنا عن الجسم . أما في حالة الجريان المضطرب Turburant : تكون جزيئات السائل في حالة حركة عشوائية لا تخضع لانتظام معين ( الشكل 4-2-b ) مما يؤدي لامتزاج الجزيئات في كل الاتجاهات وينتج عن ذلك قيم سرعة وكذلك ضغط في نقطة محددة من حقل الجريان متغيرة باستمرار مع الزمن.

## الجريان الصفائحي Laminar Flow



## الجريان المضطرب Turbulent Flow



الشكل ( 4-2 ) يبين صورة الجريان الصفائحي والمضطرب

أكدت التجارب التي قام بها رينولدز أن الانتقال يبقى صفائحيًا طالما أن السرعة لم تتجاوز قيمة معينة أطلق عليها السرعة الحرجة وعندما تتجاوز هذه السرعة  $V$  يصبح الجريان مضطرباً ، كما أن الجريان لا يتعلق بالسرعة فقط وإنما بالطول

المميز للجسم  $L$  وبلزوجة السائل الحركية وبالتحديد فهو يتعلق بعدد تشابهي لا بعدي سمي بعدد رينولدز  $Re$ .

$$\begin{aligned} \text{العدد اللابعدي} &= \frac{\text{قوة العطالة}}{\text{قوة الاحتكاك}} \\ &= \frac{\rho V^2 \cdot L^2}{\mu \cdot V \cdot L} = \frac{\rho \cdot V \cdot L}{\mu} \end{aligned}$$

حيث  $V$  : السرعة الوسطية النسبية ،  $\mu$  اللزوجة الحركية ،  $l$  طول الجسم ،  $\rho$  كثافة الوسط

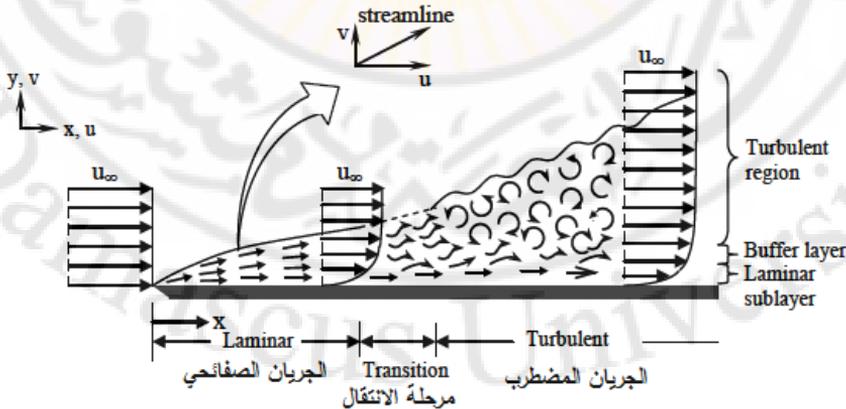
وفي حال أخذنا أنبوب أو أسطوانة طولها  $D = L$  ، يكون عدد رينولدز :

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu} \quad (4-18)$$

وتبلغ النقطة الحرجة التي يحدث انتقال الجريان من الصفائحي إلى المضطرب

$R_c = 2300$  فعندما  $R_c \ll Re$  يكون الجريان صفائحي وعندما  $R_c \gg Re$

$Re$  يكون الجريان مضطرباً .



الشكل ( 4-3 ) حركة طبقات السائل والانتقال من الجريان الصفائحي الى المضطرب

يبين الشكل ( 4-3 ) حركة طبقات السائل والانتقال من الجريان الصفائحي الى المضطرب.

وتعطي علاقة السرعة :  $\frac{v(r)}{v_{max}} = 1 - \frac{r^2}{R^2}$  فعند الجدار  $R = r$  تنعدم السرعة، وتزداد باتجاه المركز لتصل الى قيمتها الاعظمية  $v_{max}$  ، يبين الشكل ( 4-4-c ) توزيع السرعة في الجريان الصفائحي .



الشكل (4-4) يبين مخطط سرعة الجريان

والشكل ( 4-4-d ) يبين توزيع السرعة في الجريان المضطرب الذي يعطى بالعلاقة :

$$\frac{v(y)}{v_{max}} = \frac{y^2}{R^2} v_{max}$$

حيث تأخذ السرعة عند الجدار قيمة وبعد مسافة  $h$  تبدأ لتتنظم وتساوي  $v_{max}$  .

#### IV-3-4- الجريان الصوتي وفوق وتحت الصوتي :

حسب تصنيف الجريانات القابلة للانضغاط حيث كثافتها متغيرة وعندما تكون الكثافة ثابتة فإن الجريان يكون غير قابل للانضغاط والذي يحدد مقياس مدى تأثير الانضغاطية على القيم هو العدد التشابهي :

Number mach (عدد ماغ) الذي يمثل النسبة بين السرعة الموضعية  $V$

إلى سرعة الصوت  $a$  ، ويساوي : (4-19)  $M_a = \frac{V}{a}$  (والشكل 4-5)

(يوضح الجريان الصوتي

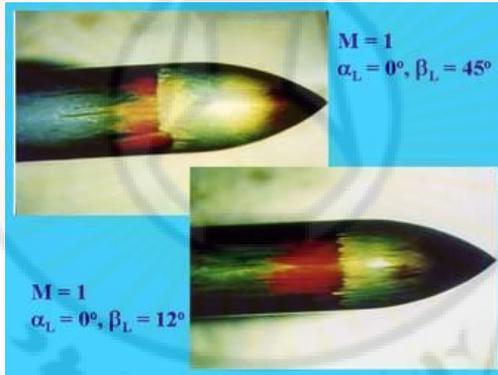
وحسب القيمة العددية إذا كان :

$M_a < 1$  يدعى الجريان بالجريان تحت الصوتي Subsonic

$M_a = 1$  الجريان الصوتي Sonic

$M_a > 1$  الجريان فوق صوتي Supersonic

$M_a > 3$  الجريان فرط صوتي Hypersonic

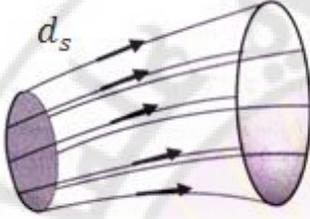


يبين الشكل (4-5) الجريان الصوتي

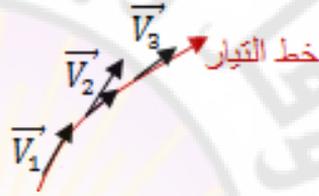
#### IV -4- خط المسار ، خط التيار ، أنبوية التيار :

- خط المسار : هو الطريق الفعلي التي تسلكها الجزيئات السائلية وتسمى حزمة هذه الخطوط بصورة الجريان ويبين خط المسار اتجاهات السرعة التي تأخذها الجزيئة تبعا للزمن .

- خط التيار: فهو المنحني الذي نسميه أشعة السرعة في كل نقطة من نقاطه والذي يكون المماس عليه في كل نقطة و المبين في الشكل (a- 4-6).
- وتسمى مجموعة خطوط التيار بصورة الجريان الآتية والتي تكون متطابقة مع خطوط المسار، المبين في الشكل (b- 4-6) .



b- خط الجريان



a- خط التيار

الشكل (4-6) يبين خط التيار وصورة الجريان

- ومعادلة خط التيار: الذي يمثل المنحني التكاملي لميل شعاع السرعة ، فإذا كان  $d_s$  عنصراً خطياً من خط التيار المار في النقطة  $B$  ،  $\vec{V}$  شعاع السرعة في تلك النقطة فإن  $\vec{V} \times d_s = 0$  حيث :

$$d_s = i d_x + j d_y + k d_z$$

بالتالي فإن : (4-20)

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ u & v & w \\ d_x & d_y & d_z \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \frac{d_x}{u} = \frac{d_y}{v} = \frac{d_z}{w}$$

وهي تمثل المعادلة التفاضلية لخط التيار .

#### IV-5- معادلة الاستمرار أو قانون إتحفاظ الكتلة :

في حالة جريانات السوائل القابلة للانضغاط وحيدة البعد على طول خط التيار وعند انتقال التيار الكلي من المقطع  $c_1$  إلى المقطع  $c_2$  نجد أن:

$$\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2 = const$$

أما في حال الجريان غير القابل للانضغاط فإن:

$$\rho = const \Rightarrow Q = V \times A = const$$

ولتوضيح مما سبق :

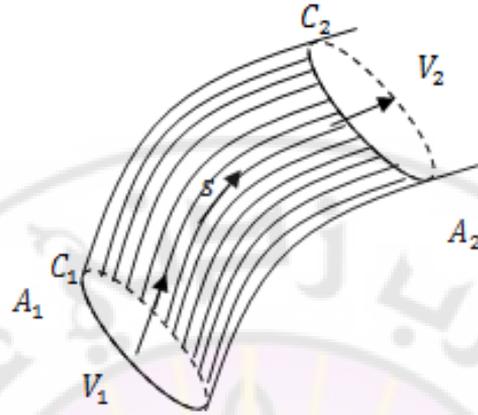
نفرض أن كتلة معينة من السائل المبينة في الشكل (4-7) ، في المقطع  $c_1$  ومساحته  $A_1$  ويتحرك فيه السائل بسرعة  $V_1$  ، تخرج بكاملها إلى المقطع  $c_2$  الذي مساحته  $A_2$  ويتحرك السائل فيه بسرعة  $V_2$  ، أي أن كتلة السائل التي تعبر مقطع خلال فترة زمنية بين المقطعين  $c_1$  و  $c_2$  ، لا يمكن أن تفقد أي شيء من كتلتها التي تساوي:  $m = \rho \cdot V$  وتبقى هذه الكتلة ثابتة على طول أنبوبة التيار و هذا

$$m = \frac{dm}{d\tau} = \text{معادلة الاستمرار}$$
$$\rho \cdot V \cdot A = const \quad (4-21)$$

حيث:  $\rho \cdot V$  : كتلة التيار الحجمي

$A$  : مساحة المقطع

$m$  : التيار الكلي



الشكل (4-7) يبين الجريان في انبوبة التيار

شروط الاستمرار للجريانات وحيدة البعد المستقرة في حالة السوائل قابلة لانضغاط بأن يكون التيار الكتلي كجاء لكثافة التيار الكتلي في مساحة المقطع ثابتا ، وفي حالة السوائل غير قابلة لانضغاط بأن يكون التيار الحجمي كجاء السرعة في مساحة المقطع ثابتا وذلك على طول انبوبة التيار :

$$Q = V \times A \quad \left[ \frac{m^3}{sec} \right] \quad (4-22)$$

وفي حال وصل مجموعة من انابيب التيار تكون معادلة الاستمرار في هذه الحالة ووفق الشكل (4-8) يكون :

$$\sum_{i=1}^n \rho_i A_i V_i = \sum_{j=1}^n \rho_j A_j V_j \quad (4-23)$$

$$\sum_{i=1}^n A_i V_i = \sum_{j=1}^n A_j V_j$$

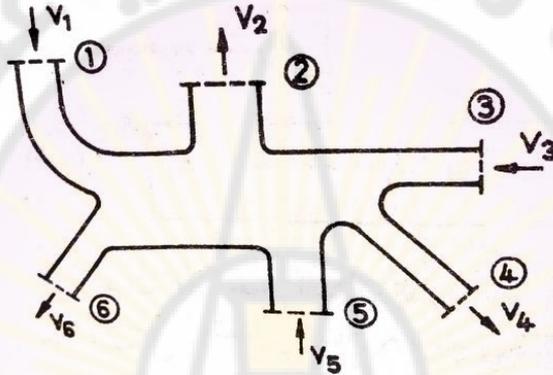
حيث :

تشير الى مقطع دخول السائل ، و  $j=2,4,6$  تشير الى مقطع خروج

السائل

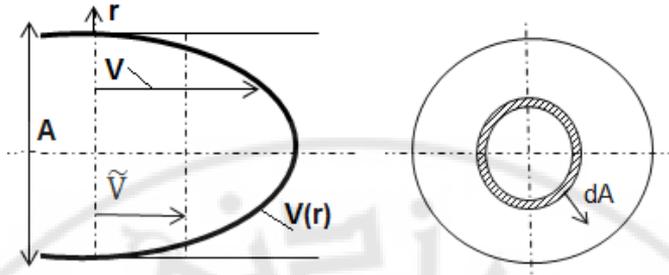
اي ان :مجموع التيار الكلي الداخل = مجموع التيار الكلي الخارج :

$$Q_1 + Q_3 + Q_5 = Q_2 + Q_4 + Q_6 \quad (4-24)$$



الشكل (4-8) يبين الجريان في مجموعة من أنابيب التيار

إن معادلة الاستمرار بصيغتها الواردة اعلاه تطبق في حالة الجريان المثالي حيث السرعة موزعة بانتظام على كامل المقطع ، اما في الحالة التي يكون فيها توزع السرعة غير منتظم على مقطع الانبوب كما هو الحال في الجريان الحقيقي ، فإننا نعتمد على ادخال مفهوم كثافة التيار الكتلي الوسطي  $\rho \bar{V}$  في حالة السوائل المتغيرة الحجم ، ومفهوم السرعة الوسطية للتيار الكتلي الوسطي  $\bar{V}$  في حالة السوائل الثابتة الحجم ، الشكل (4-9) .



الشكل (4-9) يبين الشكل السرعة الوسطية للتيار الحجمي على الجريانات الحقيقية  
 فإذا جزأنا انبوب التيار الى عدد لانهائي من انابيب التيار ذات المقاطع اللانهائية  
 الصغر  $dA$  بحيث يمكن اعتبار السرعة الوسطية  $\tilde{V}$  موزعة بانتظام فينتج بالنسبة  
 للتيار الكتلتي الاجمالي :

$$\dot{m} = \rho \cdot \tilde{V} \cdot A = \int_{(A)} \rho V dA \Rightarrow \rho \cdot \tilde{V} = \frac{1}{A} \int_{(A)} \rho V dA \quad (4-25)$$

وبالنسبة للتيار الحجمي الاجمالي :

$$Q = \tilde{V} \cdot A = \int_{(A)} V dA \Rightarrow \tilde{V} = \frac{1}{A} \int_{(A)} V dA \quad (4-26)$$

نستنتج مما سبق أن :

شرط الاستمرار للجريانات غير قابلة لانضغاط بأن يكون التيار الحجمي الداخل  
 عبر السطح الخارجي لجزء حجمي  $A$  مساويا للتيار الحجمي الخارج منه  $A$  .

$$\sum_{i=1}^n Q_i = \sum_{j=1}^n Q_j \quad (4-27)$$

$$\sum_{i=1}^n A_i V_i = \sum_{j=1}^n A_j V_j$$

## IV - 6. التطبيقات : مسائل محلولة وغير محلولة

### IV - 1-6 مسائل محلولة :

#### 1-IV

ليكن لدينا الجريان المعطى بدلالة شعاع السرعة :  $\vec{V} = -6y \vec{i} + 4x \vec{j}$

والمطلوب : 1- صنف حقل الجريان؟

2- احسب قيمة السرعة والتسارع المادي في النقطة  $A(1,1)$  ؟

3- أوجد معادلة خط التيار

الحل:

الجريان مستقر وثنائي البعد ، تعطى علاقة شعاع السرعة :

$$\vec{V} = u \vec{i} + v \vec{j} + w \vec{k} = u(x, y, z) \vec{i} + v(x, y, z) \vec{j} + w(x, y, z) \vec{k}$$

$$\bar{V} = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$$

$$\bar{V} = \sqrt{(-6y)^2 + (4x)^2}$$

$$\bar{V} = 7.211 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

التسارع المادي :

$$\vec{a} = \frac{\delta \vec{V}}{\delta t} + u \frac{\delta \vec{V}}{\delta x} + v \frac{\delta \vec{V}}{\delta y} + w \frac{\delta \vec{V}}{\delta z}$$

ايجاد  $a_x$ :

$$a_x = \frac{\delta u}{\delta t} + u \frac{\delta u}{\delta x} + v \frac{\delta u}{\delta y} + w \frac{\delta u}{\delta z}$$

$$= (-6y).(0) + (4x).(-6) = -24 \frac{m}{s^2}$$

ايجاد  $a_y$ :

$$a_y = \frac{\delta v}{\delta t} + u \frac{\delta v}{\delta x} + v \frac{\delta v}{\delta y} + w \frac{\delta v}{\delta z}$$

$$= (-6y).(4) + (4x).(0) = -24 \frac{m}{s^2}$$

ايجاد  $a_z$ :

$$a_z = \frac{\delta w}{\delta t} + u \frac{\delta w}{\delta x} + v \frac{\delta w}{\delta y} + w \frac{\delta w}{\delta z} = 0$$

القيمة المطلقة للتسارع:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_w^2}$$

$$a = \sqrt{24^2 + 24^2}$$

$$a = 33.94 \text{ m/s}^2$$

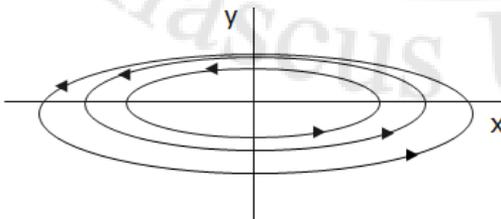
$$\theta = \arctan \frac{a_y}{a_x} = 45^\circ$$

لايجاد معادلة التيار:

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \Rightarrow \frac{dx}{-6y} = \frac{dy}{4x}$$

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \Rightarrow \frac{dx}{-6y} = \frac{dy}{4x}$$

$$4x \cdot dx = -6y \cdot dy \Rightarrow 4x \cdot dx + 6y \cdot dy = 0$$



وبإجراء تكامل:

$$2x^2 + 3y^2 = c$$

تمثل معادلة قطع ناقص  
ولمعرفة اتجاه الجريان :

$x > 0$  الاتجاه الموجب  $oy \uparrow$

$y > 0$  الاتجاه السالب  $ox \downarrow$  ، فيكون اتجاه الجريان بعكس عقارب

الساعة

\*\*\*\*\*

## 2-IV

ليكن لدينا الجريان المعطى بدلالة شعاع السرعة :

$$\vec{V} = (6xt + yz^2) \vec{i} + (3\pi + xy^2) \vec{j} + (xy - 2xyz - 6zt) \vec{k}$$

والمطلوب : 1- صنف حقل الجريان؟

2- احسب قيمة السرعة والتسارع المادي في النقطة  $A(1,7,1)$  عند اللحظة  $t=1$  Sec ؟

الحل:

الجريان غير مستقر وثلاثي البعد ، تعطى علاقة شعاع السرعة :

$$\vec{V} = u \vec{i} + v \vec{j} + w \vec{k} = u(x, y, z) \vec{i} + v(x, y, z) \vec{j} + w(x, y, z) \vec{k}$$

$$\bar{V} = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$$

$$\bar{V} = \sqrt{(6xt + 4z^2)^2 + (3\pi + xy^2)^2 + (xy - 2xyz - 6zt)^2}$$

$$\bar{V} = \sqrt{(6 \times 1 \times 1 + 7 \times 1)^2 + (3 \times 3.14 + 1 \times 49)^2 + (1 \times 7 - 2 \times 1 \times 7 \times 1 - 6 \times 1 \times 1)^2}$$

$$\bar{V} = 60.97 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

التسارع المادي :

$$a_x = \frac{\delta u}{\delta t} + u \frac{\delta u}{\delta x} + v \frac{\delta u}{\delta y} + w \frac{\delta u}{\delta z}$$

ايجاد :  $a_x$

$$a_x = \frac{\delta u}{\delta t} + u \frac{\delta u}{\delta x} + v \frac{\delta u}{\delta y} + w \frac{\delta u}{\delta z}$$

$$\frac{\delta u}{\delta t} = 6x, \frac{\delta u}{\delta x} = 6t, \frac{\delta u}{\delta y} = z^2, \frac{\delta u}{\delta z} = 2yz$$

بالتعويض :

$$a_x = 6x + (6xt + yz^2)(6t) + (3\pi + xy^2)(z^2) + (xy - 2xyz - 6zt)(2yz)$$

$$a_x = 6 + 78 + 58.14 - 182 = -39.86 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ايجاد :  $a_y$

$$a_y = \frac{\delta v}{\delta t} + u \frac{\delta v}{\delta x} + v \frac{\delta v}{\delta y} + z \frac{\delta v}{\delta z}$$

$$\frac{\delta v}{\delta t} = 0, \frac{\delta v}{\delta x} = y^2, \frac{\delta v}{\delta y} = 2xy, \frac{\delta v}{\delta z} = 0$$

بالتعويض :

$$a_y = (6xt + yz^2) \\ (y^2) + (3\pi + xy^2) (2xy) + (xy - 2xyz \\ - 6zt)(0)$$

$$a_y = 62 + 813.96 + 0 = 875.96 \frac{m}{s^2}$$

ايجاد  $a_z$ :

$$a_z = \frac{\delta w}{\delta t} + u \frac{\delta w}{\delta x} + v \frac{\delta w}{\delta y} + z \frac{\delta w}{\delta z}$$

$$\frac{\delta w}{\delta t} = -6z, \frac{\delta w}{\delta x} = (y - 2yz), \frac{\delta w}{\delta y} = (x - 2xz), \frac{\delta w}{\delta z} \\ = (-2xy - 6t)$$

$$a_z = (-6z) + (6xt + yz^2) \\ (y - 2yz) + (3\pi + xy^2) (x - 2xz) \\ + (xy - 2xyz - 6zt)(-2xy - 6t)$$

$$a_z = -6 - 91 - 58.14 + 260 = 104.86 m/s^2$$

القيمة المطلقة للتسارع :

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$a = \sqrt{39.86^2 + 875.96^2 + 104.86^2}$$

$$a = 883.11 m/s^2$$

$$\theta = \arctan \frac{a_y}{a_x} = 45^\circ$$

$$\theta = \arctan(22) = 87.39^\circ$$

لايجاد معادلة التيار :

$$\frac{dx}{(6xt + yz^2)} = \frac{dy}{(3\pi + xy^2)} = \frac{dz}{(xy - 2xyz - 6zt)}$$

وبإجراء تكامل نحصل على معادلة التيار

\*\*\*\*\*

### 3-IV

ليكن لدينا الجريان المعطى بدلالة شعاع السرعة :  $\vec{V} = \left(\frac{8z^2}{t}\right) \vec{i} - (4x^2t) \vec{k}$

والمطلوب : 1- صنف حقل الجريان؟

2- احسب قيمة السرعة والتسارع المادي في النقطة A(2,2) عند اللحظة

?t=3 Sec

الحل:

الجريان غير مستقر وثنائي البعد ، وتعطى علاقة شعاع السرعة :

$$\vec{V} = u \vec{i} + v \vec{j} + w \vec{k} = u(x, y, z) \vec{i} + v(x, y, z) \vec{j} + w(x, y, z) \vec{k}$$
$$\bar{V} = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$$

$$\bar{V} = \sqrt{(10.66)^2 + (48)^2}$$

$$\bar{V} = 49.16 \frac{m}{sec}$$

$$a_x = \frac{\delta u}{\delta t} + u \frac{\delta u}{\delta x} + v \frac{\delta u}{\delta y} + w \frac{\delta u}{\delta z}$$

التسارع المادي :

ايجاد :  $a_x$

$$\frac{\delta u}{\delta t} = \frac{-8z^2}{t^2}, \quad \frac{\delta u}{\delta x} = 0, \quad \frac{\delta u}{\delta y} = 0, \quad \frac{\delta u}{\delta z} = \frac{16.z}{t}$$

$$a_x = \frac{-8z^2}{t^2} + \left(\frac{8z^2}{t}\right)(0) + (4x^2t) \left(\frac{16.z}{t}\right)$$

$$a_x = 3.55 + 512 = 515.55 \frac{m}{s^2}$$

ايجاد  $a_z$ :

$$a_z = \frac{\delta w}{\delta t} + u \frac{\delta w}{\delta x} + v \frac{\delta w}{\delta y} + z \frac{\delta w}{\delta z}$$

$$\frac{\delta w}{\delta t} = 4x^2, \quad \frac{\delta w}{\delta x} = 8.t.x, \quad \frac{\delta w}{\delta y} = 0, \quad \frac{\delta w}{\delta z} = 0$$

$$a_z = 4x^2 + \left(\frac{8z^2}{t}\right)(8.t.x)$$

$$a_z = 16 + 512 = 528 \frac{m}{s^2}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_w^2}$$

$$a = \sqrt{515.55^2 + 528^2}$$

$$a = 737.95 \frac{m}{s^2}$$

$$\theta = \arctan 1.024 = 45.68^\circ$$

$$\frac{dx}{u} = \frac{dz}{z}$$

لايجاد معادلة التيار :

$$\frac{dx}{\frac{8z^2}{t}} = \frac{dz}{4x^2t} \Rightarrow$$

$$4x^2t \cdot dx = \frac{8z^2}{t} \cdot dz \Rightarrow t^2x^2 \cdot dx - 2z^2 \cdot dz = 0$$

وبإجراء تكامل نحصل على معادلة التيار :

$$t^2x^3 - 2y^3 = c$$

\*\*\*\*\*

#### IV - 2-6 مسائل غير محلولة :

1- ليكن لدينا الجريان المعطى بدلالة شعاع السرعة :  $\vec{V} = y\vec{i} - x\vec{j}$

والمطلوب : 1- صنف حقل الجريان!

2- احسب قيمة السرعة والتسارع المادي في النقطة

$A(3,5)$  وعند اللحظة  $t=2$  Sec !

3- أوجد المعادلة العامة لخطوط التيار وحدد شكلها العام

واتجاه الجريان !

2- ليكن لدينا الجريان المعطى بدلالة شعاع السرعة :

$$\vec{V} = 3xy^2\vec{i} + 2xy\vec{j} + (2zy + 3t)\vec{k}$$

والمطلوب : 1- صنف حقل الجريان!

2- احسب قيمة السرعة والتسارع المادي في النقطة  $A$

$(1,2,1)$  ،  $t=3$ sec !

3- ليكن لدينا  $v = (3xy)^2\vec{i} + (2zy + 3t)\vec{k}$

والمطلوب: 1. صنف حقل الجريان !

2. أوجد قيمة السرعة ومركبة التسارع عند النقطة

$A(1,2,1)$  والزمن  $t = 2$ sec !



## الفصل الخامس

### V- تحريك السوائل القابلة وغير القابلة للانضغاط

Dynamic Of The Fluids

compressible and non-compressible



## تحريك السوائل القابلة وغير القابلة للانضغاط

### V-1- مقدمة : Introduction

تهدف الدراسة التحريكية للسوائل Hydro Dynamic إلى معرفة القوى المؤثرة على جزيئات السائل التي تسبب في حركة هذه الجزيئات . وإلى معرفة القوى والعزوم التي يؤثر بها السائل على حدود جملة الجريان التي تسببها الجدران الصلبة التي يجري فيها السائل الحقيقي أو الجدران الوهمية في حالة السائل المثالي .  
نفترض في البداية أن السوائل مثالية غير قابلة للانضغاط ( $\rho = \text{Const}$ ) ، وعديمة الاحتكاك اي أن اللزوجة معدومة ( $\mu = 0$ ) وبالتالي فان قوى الاحتكاك المماسية معدومة ، وتكون جزيئات السائل معرضة لتأثير قوى الضغط الناظمية والقوى الحجمية (الكتلية) وذلك في حالة الجريان وحيد البعد وثنائي البعد وحالة الجريان ثلاثي البعد أو في المستوى الفراغي .

### V-2 - قوانين التحريك الأساسية للجريانات وحيدة البعد :

نعتمد في الدراسة التحريكية على شكل أنبوبة التيار أو مسار التيار حيث نفترض أن شكل أنبوبة التيار معلوماً وبالتالي نعلم مسار خط التيار المركزي ، الذي يكون فيه شعاع السرعة للتيار الحجمي مماساً عليه في كل نقطة وتتحد قيمة السرعة التي هي تابعة للزمان والمكان  $V = V(t, r)$  ، والتي يفترض انها موزعة بانتظام على كامل المقطع ، ومن معادلة الاستمرار حيث :

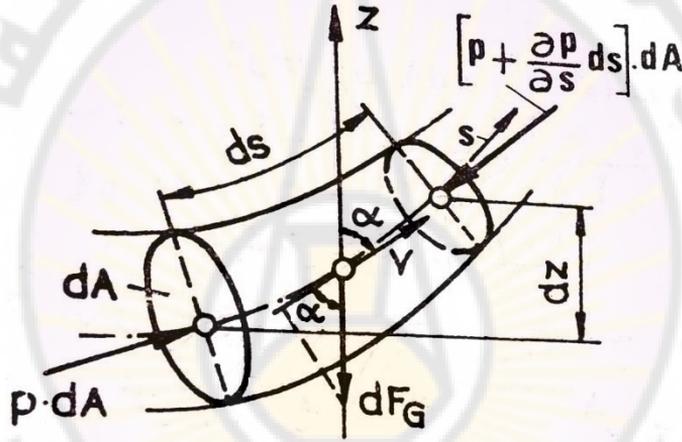
$$\dot{m} = \rho . V . A = \text{const} \quad (\rho \neq \text{const})$$

$$Q = V . A = \text{const} \quad (\rho = \text{const})$$

## V - 2 - 1 - معادلة أويلر الحركية في اتجاه الجريان :

يبين الشكل (5-1) انبوبة التيار ، نقتطع منها سائل كثافته  $\rho$  جزيئا حجميا صغيرا مقطعه  $dA$  وطوله  $ds$  وكتلته :  $dm = \rho \cdot dV = \rho \cdot dA \cdot ds$  ، وليكن الاحداثيات  $(s,z)$  كما هو مبين بالشكل .

وبفرض :  $g$  تسارع الجاذبية ،  $\alpha$  الزاوية المشكلة بين المحورين  $s$  و  $z$  .  
ان هذا الشكل يخضع لتأثير قوة الثقالة وقوة الضغط :



الشكل (5-1) لاستخراج معادلة أويلر باتجاه الجريان

تكون قوة الثقالة في اتجاه الجريان باتجاه المحور  $s$  :

$$dF_G = -dm \cdot g \cdot \cos \alpha \quad (5-1)$$

حيث :

$$dm = \rho \cdot dV = \rho \cdot dz \cdot dA \quad , \quad \cos \alpha = \frac{ds}{dz}$$

بالتعويض نجد :

$$dF_G = -\rho \cdot dV \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$dF_G = -\rho \cdot g \cdot ds \cdot dA \quad (5-2)$$

وقوة الضغط المؤثرة:

$$\begin{aligned}
d\vec{F}_p &= d\vec{F}_{p_1} + d\vec{F}_{p_2} \\
&= P \cdot dA - \left( P + \frac{\partial P}{\partial s} ds \right) dA \\
dF_p &= -\frac{\partial P}{\partial s} \cdot ds \cdot dA \quad (5-3)
\end{aligned}$$

أما قوة التيار الحجمي فهي تمثل قوة العطالة وتكون بعكس اتجاه الجريان :

$$dF_K = -dm \cdot b$$

حيث:

$$b = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial s} \quad \text{التسارع المادي ويساوي الى}$$

وبتعويض التسارع نجد :

$$dF_K = \rho \cdot ds \cdot dA \cdot \left( \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial s} \right) \quad (5-4)$$

من العلاقات (5-2,3,4) التي تمثل القوة الإجمالية المؤثرة على العنصر المدروس هي قوة الثقالة ، وقوة الضغط ، وقوة العطالة .

وبأخذ محصلة مجموع القوى  $\sum F_i = 0$  :

$$d\vec{F}_K + d\vec{F}_G + d\vec{F}_p = 0 \quad (5-5)$$

بتعويض العلاقات (5-2,3,4) في (5-5) نجد :

$$\begin{aligned}
& - \left( \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial s} \right) \cdot \rho \cdot dA \cdot ds - \frac{\partial P}{\partial s} \cdot ds \cdot dA - \frac{\partial z}{\partial s} \cdot \rho \cdot g \cdot ds \cdot dA \\
& = 0
\end{aligned}$$

وبالاختصار  $ds \cdot dA$  في كلا الطرفين والتقسيم على  $\rho$  نجد:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial s} + g \cdot \frac{\partial z}{\partial s} = 0 \quad (5-6)$$

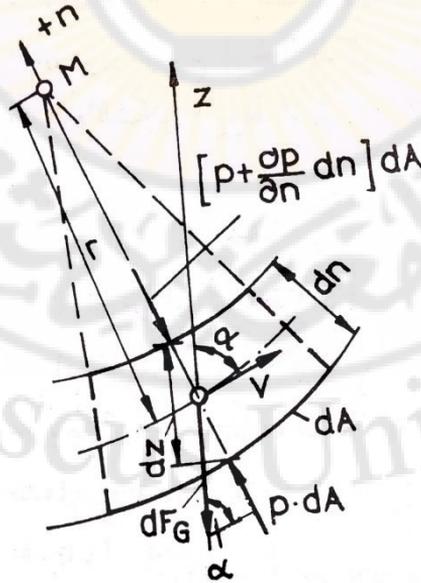
إذا فرضنا أن الجريان ثابت ومستقر فيندعم فيه التسارع المكاني (  $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$  ) فتصبح السرعة والضغط تابعين للمكان فقط وبالتالي تبسط معادلة أويلر الى الشكل التالي ، وبسبب وجود متحول واحد فقط فإن المشتقات الجزئية تصبح مشتقات عادية :

$$V \frac{dV}{ds} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{ds} + g \frac{dZ}{ds} = 0 \quad (5-7)$$

هي تمثل معادلة أويلر الحركية في اتجاه خط التيار لجريان وحيد البعد ومستقر .

### V-2-2- معادلة أويلر الحركية بالاتجاه النازمي على الجريان :

نقتطع جزيئا حجميا صغيرا مقطعه  $dA$  من انبوية تيار منحنية الجدران ، كما في الشكل (5-2) وليكن الاحداثيات  $(n,z)$  حيث :  $n$  الاتجاه النازم على مركز انحناء  $M$  محور انبوية التيار ، و  $z$  المحور الشاقولي، وليكن  $r$  نصف قطر الانحناء لمحور الجزيء الحجمي .



الشكل (5-2) لاستخراج معادلة أويلر ناظميا على الجريان

وبفرض :

$g$  تسارع الجاذبية ،  $\alpha$  الزاوية المشكلة بين  $n$  و  $z$  .

$$dm = \rho . dV = \rho . dA . dn \quad \text{وكتلته :}$$

ان هذا الشكل يخضع لتأثير قوة الثقالة وقوة الضغط :

قوة الثقالة في اتجاه الجريان باتجاه الناظم :

$$dF_G = -\rho . g . dA . dn . \text{Sin}\alpha \quad (5-8)$$

حيث:

$$\text{Sin}\alpha = \frac{dz}{dn}$$

وقوة الضغط المؤثرة:

$$\begin{aligned} d\vec{F}_p &= d\vec{F}_{p_1} + d\vec{F}_{p_2} \\ &= P . dA - \left( P + \frac{\partial P}{\partial n} dn \right) dA \end{aligned}$$

$$dF_p = -\frac{\partial P}{\partial n} . dn . dA \quad (5-9)$$

أما قوة التيار الحجمي وهي تمثل قوة العطالة المعاكسة للجريان:

$$dF_K = -dm . b$$

حيث

$$b_n = \frac{v^2}{r} \quad \text{التسارع النابذ :}$$

$$dF_K = -\frac{v^2}{r} \rho . dn . dA \quad (5-10)$$

فتكون القوة الإجمالية المؤثرة على العنصر المدروس هي قوة العطالة وقوة الثقالة

وقوة الضغط وبأخذ محصلة مجموع القوى  $\sum F_i = 0$  :

$$d\vec{F}_K + d\vec{F}_G + d\vec{F}_p = 0 \quad (5-11)$$

بتعويض العلاقات (5-8,9,10) في (5-11) نجد :

$$-\frac{v^2}{r} \rho . dn . dA - \frac{\partial z}{\partial n} . \rho . g . dn . dA - \frac{\partial P}{\partial s} . dn . dA = 0$$

وبعد الاختصار على  $dn dA$  والتقسيم على  $\rho$  نجد:

$$\frac{v^2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial n} + g \cdot \frac{\partial Z}{\partial n} = 0 \quad (5 - 12)$$

هي تمثل معادلة أويلر الحركية باتجاه الناظم في الجريان وحيد البعد .

تصبح المعادلة وفي حالة انعدام قوة الثقالة باتجاه الناظم من خط التيار لآخر :

$$\frac{v^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial n} \quad (5 - 13)$$

**V - 2 - 3 - معادلة برنولي :**

تُعد معادلة برنولي هي تكامل لمعادلة أويلر ، فإذا اعتبرنا ان الجريان مستقر غير قابل للانضغاط  $\rho = \text{const}$  ، فتكتب معادلة أويلر الحركية في هذه الحالة بالشكل التالي :

$$V \frac{dV}{ds} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{ds} + g \frac{dZ}{ds} = 0 \quad (5 - 14)$$

ويتكامل المعادلة (5 - 14) نجد :

$$\rho \frac{V^2}{2} + P + g \cdot \rho \cdot Z = \text{const} \quad (5 - 15)$$

ان تكامل معادلة أويلر هي معادلة برنولي لسائل ثابت الحجم وعديم الاحتكاك وهي العلاقة التي تربط السرعة والضغط والوضعية المكانية لخط التيار المعتبر وقد صاغها برنولي في عام (1738) لذلك يطلق على هذه المعادلة بمعادلة برنولي وثابت التكامل  $C$  هو ثابت برنولي .

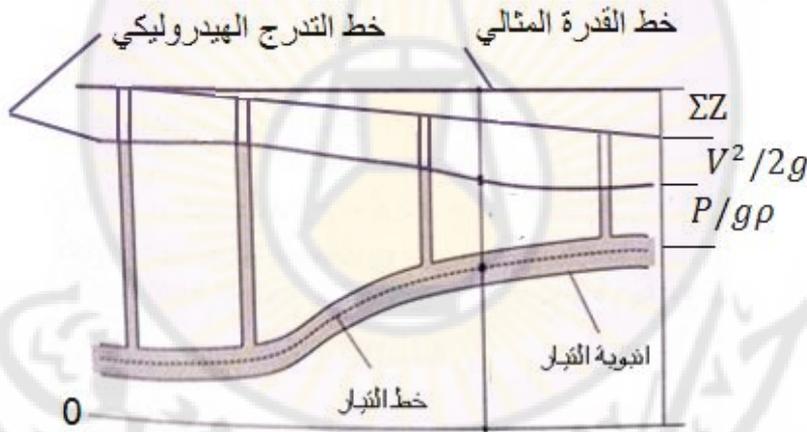
والعلاقة (5 - 15) تمثل معادلة برنولي للضغوط ، فإذا قسمنا طرفي المعادلة على  $g\rho$  فتصبح المعادلة :

$$\left( \text{معادلة برنولي للارتفاعات} \right) \quad \frac{V^2}{2g} + \frac{P}{g\rho} + Z = C_{BH} \quad (5-16)$$

فإنها تمثل معادلة برنولي للارتفاعات ، لان كل طرف يمثل وحدة ارتفاع  $m$  ، وإذا قسمنا على  $\rho$  تصبح :

$$\left( \text{معادلة برنولي للقدرة} \right) \quad \frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho} + g \cdot Z = C_{BE} \quad (5-17)$$

يمثل الشكل ( 5-3 ) معادلة برنولي للقدرة : الذي يكافئ : القدرة الحركية  $\left( \frac{V^2}{2} \right)$  ، قدرة الضغط  $\left( \frac{P}{\rho} \right)$  ، والقدرة الكامنة  $( g \cdot \Sigma Z )$  ، وبالتالي فان مجموع القدرات الثلاث في كل نقطة من خط التيار يساوي الى قيمة ثابتة تسمى القدرة الميكانيكية أو قدرة الجريان .



الشكل (5-3) يبين خط تدرج القدرة

وبذلك فإن معادلة برنولي تمثل القانون الأساسي لانحفاظ القدرة الميكانيكية على طول خط التيار وتتغير قيمتها في الحالة العامة من خط تيار الى آخر .

وفي حال ان الجريان مستقر فيكون التسارع المكاني لايساوي الصفر ويتغير شكل خطوط التيار من لحظة الى أخرى ، فان معادلة أويلر تكتب على الشكل التالي :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial s} + g \cdot \frac{\partial Z}{\partial s} = 0 \quad (5-18)$$

وبإجراء التكامل لهذه العلاقة على طول خط التيار التابع للمكان  $s$  ، و في لحظة معينة :

$$\frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho} + g \cdot Z + \int_{x=0}^{x=s} \frac{\partial V}{\partial t} ds = C_B(t)$$

(5 - 19)

وهي تمثل معادلة برنولي للجريانات غير المستقرة وغير قابلة للانضغاط.

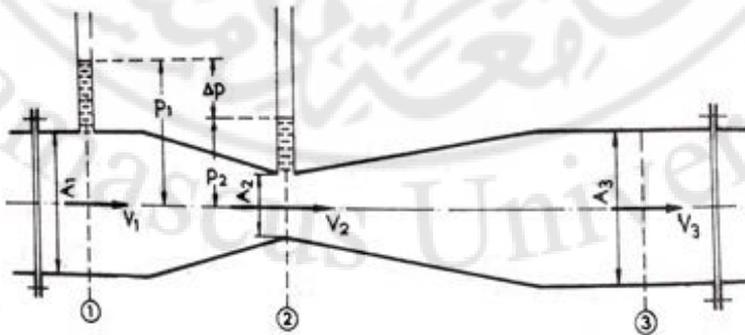
#### V-2-4- تطبيقات معادلة برنولي :

تعتبر معادلة برنولي أحد أهم القوانين الأساسية الهيدروليكية التي يمكن بمساعدتها حل العديد من مسائل الجريان ودراسة وتحليل طريقة عمل مجموعة كبيرة من الأجهزة ، ومن أهم تطبيقاتها:

#### V-2-4-1- قياس الغزارة باستعمال أنبوبة فيتوري:

تستخدم أنبوبة فيتوري لقياس التيار الحجمي وتتألف من أنبوب بشكل نفائثة nozzle ، يضيق مقطعها عند  $A_2$  .

بحيث يكون مساحة مقطعيها  $A_1, A_2$  نضع مانومتر عند (1) و (2) فيؤشر الضغط  $P_1, P_2$  كما في الشكل (4-5) .



الشكل (4-5) يبين انبوبة فيتوري لقياس الغزارة

و بتطبيق معادلة برنولي بين المقطعين (1) و(2) :

$$\frac{\rho}{2} V_1^2 + P_1 = \frac{\rho}{2} V_2^2 + P_2 \quad (5 - 20)$$

وان  $Z_1 = Z_2$  ، نحصل على المعادلة التالية التي تمثل العلاقة بين تغير الضغط والسرعة في المقطعين :

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2} (V_2^2 - V_1^2) \quad (5-21)$$

ومن معادلة الاستمرار :

$$Q = V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2 \quad (5 - 22)$$

$$V_2 = V_1 \times \frac{A_1}{A_2}$$

وبالتعويض في (5-21) :

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2} V_1^2 \left[ \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right] \quad (5 - 23)$$

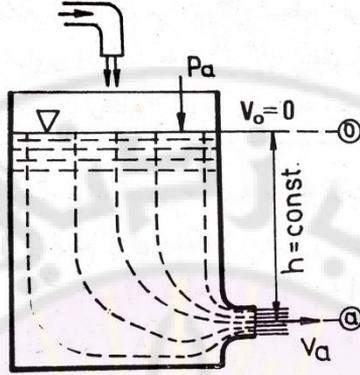
أو

$$V_1^2 = \frac{2 \cdot \Delta P}{\rho \cdot \left[ \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right]}$$

و بالتالي فإن غزارة التيار الحجمي :

$$Q = A_1 \times \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta P}{\rho \cdot \left[ \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right]}} \quad (5 - 24)$$

## V-2-4-2-2- تفريغ من فتحة جانبية تحت تأثير الثقالة :



الشكل (5-5) يبين التفريغ من فتحة جانبية

نأخذ وعاءً مفتوحاً في الأعلى وفيه سائل كثافته  $\rho$  ، والمبين في الشكل (5-5) ، حيث يتدفق السائل تحت تأثير الثقالة عبر فتحة جانبية مقطعها صغير جداً بالمقارنة مع مقطع الوعاء، ونفرض أن ارتفاع سطح السائل السائب في الوعاء  $h$  عن محور الفتحة يبقى ثابتاً، وإذا كانت الفتحة مجهزة بأنبوبية توصيل قصيرة ومدورة بشكل جيد بحيث لا يكون في منطقة التفريغ أي نتوءات، فإن خطوط التيار الخارجة تستطيع أن تتثني بمحاذاة الجدار وتملأ مقطع فتحة التفريغ تماماً. نختار مستوي للقياس كمستوي أفقي مار من مركز ثقل فتحة التفريغ ونطبق معادلة برنولي للارتفاعات على نقطة البداية (0) والنهاية (a) لخط التيار داخل الوعاء فينتج:

$$\frac{v_0^2}{2g} + \frac{p_0}{g\rho} + h = \frac{v_a^2}{2g} + \frac{p_a}{g\rho} + 0 \quad (5 - 25)$$

حيث :

$$h = Z_0 - Z_a \quad , \quad v_0 = 0 \quad , \quad p_a = p_0$$

باعتبار أن التفريغ يتم في الهواء الخارجي ، فتصبح سرعة التفريغ المثالية:

$$va = \sqrt{2gh} \quad (5 - 26)$$

وتعرف بقانون توريشلي للتفريغ .

نستنتج أن سرعة التفريغ المثالية لسائل يخضع لتأثير الثقالة تتعلق فقط بالارتفاع الشاقولي  $h$  بين مركز ثقل السطح الحر للسائل ومركز ثقل التفريغ وفق علاقة توشييلي :

$$va = \sqrt{2gh}$$

### V-2-4-3 - أنبوبة بيتوت Pitot :



الشكل (5-6) يبين أنبوبة بيتوت

كما هو موضح بالشكل (5-6) ، أنبوب معكوف يتوضع في اتجاه الجريان ، ومبدأ عمله انه من ارتفاع السائل أو من معرفة الضغط التحريكي أمكن حساب سرعة الجريان . لقد اخترع العالم بيتوت أداة من أنبوب زجاجي معكوف بزواوية  $90^\circ$  ، يوضع هذا الأنبوب في جريان مائي فإن سوية الماء داخل الأنبوب ترتفع عن سوية السطح ، ويوصل معه مانومتر لقياس الضغط الستاتيكي .

فإذا اعتبرنا أن  $p_A, V_A$  ضغط وسرعة الجريان ،  
و  $V_B=0$  ،  $p_B$  الضغط والسرعة في أنبوبة بيتوت ، وباعتبار ان  $Z_B = Z_A$  .  
نطبق معادلة برنولي بين A ,B :

$$P_A + \rho \frac{V_A^2}{2} = P_B + 0 \quad (5 - 27)$$

$$(P_B - P_A) = \rho \frac{V_A^2}{2} \quad (5 - 28)$$

ان الضغط التحيكي الكلي  $P_B - P_A$  يساوي الى الفرق بين الضغط الكلي المقاس بأنبوبة بيتوت  $p_B = p_N$  والضغط الستاتيكي  $p_A = p_M$  الموصول بالمانومتر والمبين في الشكل (5-6) :  
فمن الشكل :

$$p_B = p_A + g \cdot \rho \Delta h \quad (5 - 29)$$

أو :  $p_B - p_A = g \cdot \rho \cdot \Delta h$  وبالتعويض (5-28) نجد :

$$g \cdot \rho \cdot \Delta h = \rho \frac{V_A^2}{2} \quad (5 - 30)$$

$$V_A = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} \quad (5 - 31)$$

تستخدم انبوبة بيتوت لقياس سرعة الجريان عندما يكون الجريان غازياً فإنه قد يحصل ضياعات لذلك يدخل عامل التصحيح ليكون:

$$v_a = C_v \sqrt{2gh} \quad (5 - 32)$$

#### V-2-4-4 - الجريان في الانابيب ومبدأ المضخات :

تعمل الانابيب على نقل المائع من مكان لآخر ، يحدث ضياعات في الطاقة في حالة السوائل عند نقل السائل في الانابيب ، وهذه الضياعات ناتجة عن نوعية الجريان فيما اذا كان صفائحياً او مضطرباً وتدعى بالضياعات الافقية  $h_L$  وضياعات ناتجة عن شكل الانبوب وتدعى بالضياعات المكانية  $h_f$  ، لقد اوجد

Darcy-Weisbach علاقة لحساب هذه الضياعات  $\sum h$  التي تمثل مجموع

الضياعات الافقية  $h_L$  والضياعات المكانية  $h_f$ : [15]

$$\sum h = h_L + h_f \quad (5 - 33)$$

حيث ان  $h_L$  تمثل الضياعات الافقية الناتجة عن اضطراب الجريان وتعطى بالعلاقة :

$$h_L = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \quad (5 - 34)$$

حيث  $f$  : معامل الاحتكاك في الانبوب وهو تابع لكل من  $f(\rho, \mu, V, D)$  وتتؤخذ في حالة الجريان الصفائحي :

$$f = \frac{64}{Re} \quad (5 - 35)$$

وفي حالة الجريان المضطرب فتساوي الى :

$$f = \frac{0.316}{Re^{0.25}} \quad (5 - 36)$$

$L$  : طول الانبوب ،  $V$  : سرعة الجريان

$g$  : تسارع الجاذبية ،  $D$  : قطر الانبوب

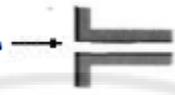
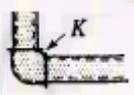
$Re$  : عدد رينولدز

$h_f$  الضياعات المكانية الناتجة عن الاحتكاك وتعطى بالعلاقة :

$$h_f = K \cdot \frac{V^2}{2g} \quad (5 - 37)$$

$K$  : معامل يتعلق بشكل سطح او الانبوب فيما اذا كان مربع او مستطيل

او مخروطي الشكل ويبين الجدول (5-1) قيم  $K$  لاشكال مختلفة :

الشكل	K								
مدخل الجريان ذو زاوية حادة 	0.9								
مدخل الجريان ذو زاوية دائرية 	<table border="1"> <tr> <td><math>r/D</math></td> <td>0.02</td> <td>0.06</td> <td><math>\geq 0.15</math></td> </tr> <tr> <td>K</td> <td>0.28</td> <td>0.15</td> <td>0.04</td> </tr> </table>	$r/D$	0.02	0.06	$\geq 0.15$	K	0.28	0.15	0.04
$r/D$	0.02	0.06	$\geq 0.15$						
K	0.28	0.15	0.04						
	0.5								

الجدول (5-1) يبين قيم معامل الضياعات لأشكال مختلفة للأنبوب

عندما نريد رفع السائل من مكان منخفض إلى مكان أعلى نحتاج لمضخة أو مجموعة ضخ، حيث تتصل المضخة بأنبوب سحب أو أنبوب دفع ، يبين الشكل (5-7) مضخة دفع السائل من الخزان (A) إلى الخزان (B)، وتطبيق معادلة برنولي :

$$P = E_B - E_A + \sum h \quad (5 - 38)$$

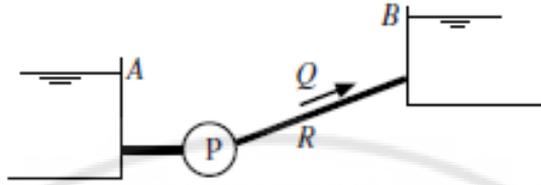
حيث  $P$  : استطاعة المضخة

$E_B - E_A$  : الطاقة اللازمة للخزان A,B

$\sum h$  : مجموع الضياعات الموضحة بالعلاقة (5-33)

بتطبيق معادلة برنولي :

$$P = \left( \frac{P_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + Z_B \right) - \left( \frac{P_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} + Z_A \right) + \sum h \quad (5 - 39)$$



الشكل (5-7) استخدام مضخة لدفع السائل

قدرة الجريان بعد المضخة أكبر من قدرته قبل المضخة بمقدار القدرة المقدمة من المضخة :

$$P = g\rho QH [w] \quad (5 - 40)$$

حيث :  $H$  هو ضاغط المضخة أو الارتفاع الشاقولي الذي تدفع إليه المضخة تياراً كتلياً  $m = g\rho$  بوحدة الزمن ، حيث :  $P$  استطاعة الضخ ، أما استطاعة محرك الضخ:

$$P_M = \frac{P}{\eta} = \frac{g\rho QH}{\eta}$$

$\eta$ : مردود المضخة .

### V-3- إنحفاظ كمية الحركة أو قانون الدفع الخطي:

من معادلة أويلر الحركية أو برنولي نستطيع تحديد القوة أو القدرة الميكانيكية في كل نقطة من خط تيار تابع لجملة جريان محدودة، ولكن لمعرفة محصلة القوى التي تؤثر بها حدود معينة لجملة الجريان على السائل أو رد فعل هذه المحصلة كقوة يؤثر بها السائل على هذه الحدود. فإننا نأخذ محصلة هذه القوى المؤثرة لتظهر القيم الهيدروديناميكية عند تلك الحدود ، وهذه القوى هي :

### V-3-1- قوة التيار الحجمي $F_k$ :

للتعرف على التأثير الكتلي داخل السائل نعلم على مبدأ القطع في انبوبة التيار ، فنعتبر جملة مادية كتلتها  $m$  مؤلفة من مجموعة كتل جزئية  $m_i$  ولتكن السرعة  $V$  ومركز ثقل  $m$  و  $V_i$  سرعة مركز ثقل  $m_i$  وبتطبيق قانون التحريك الأساسي:

$$F_k = m \cdot b \quad (5 - 34)$$

$$F_k = \Sigma F_{ki} = m \cdot b = m \left( \frac{dV}{dt} \right) = \frac{d}{dt} (m \cdot V) = \frac{d}{dt} \Sigma (m_i V_i)$$

$$\Sigma F_i \cdot dt = d \Sigma (m_i V_i) \quad (5 - 35)$$

حيث  $\Sigma F_i$  يمثل المحصلة الشعاعية للقوى الخارجية المؤثرة على الكتلة  $m$  أما  $m_i V_i$  فيمثل محصلة القوى الداخلية الناتجة عن تأثير الكتل  $m_i$  ويطلق عليها كمية الحركة ويعبر عنها:

$$m = \rho \cdot dV = \rho \cdot dA \cdot ds \quad (5 - 36) \quad \text{ولدينا :}$$

حيث :  $dV$  حجم الانبوبة ،

$$b = \frac{dV}{dt} \quad \text{التسارع}$$

حيث :  $v$  السرعة .

وبتعويض (5-36) و (5-35) في (5-34) نجد ان قوة التيار الحجمي تساوي :

$$\Sigma F_{ki} \cdot dt = d \Sigma (\rho \cdot dV_i \cdot v_i) \quad (5 - 37)$$

$$dF_k = \rho \cdot dV \cdot \frac{dv}{dt} \quad (5 - 38)$$

بما ان تغير الحجم بالنسبة للزمن هو التيار الكتلي أو كمية السائل المتدفقة :

$$Q = \frac{dV}{dt}$$

وان سرعة الجريان منتظمة تصبح العلاقة (37 - 5) :

$$\Sigma F_{ki} = d\Sigma(\rho \cdot v_i \cdot \frac{dv_i}{dt}) \quad (5 - 39)$$

وبإجراء التكامل لكامل الجزيئات نحصل على قوة التيار الحجمي :

$$F_k = \rho \cdot Q \cdot dv \quad (5 - 40)$$

حيث : Q : التيار الكتلي ويقدر بـ  $\frac{m^3}{SEC}$  ،

$$dv = v_{out} - v_{in} \quad \text{سرعة الجريان} \quad \frac{m}{SEC}$$

**V-3-2- قوة الضغط التحريكي  $F_p$  :**

وهي قوة سطحية مؤثرة على الجزء الحر من سطح التحكم :  $F_p = P \cdot A$  ، وتؤثر عمودياً على سطح المقطع واتجاهها موجب لأنها تشير إلى الداخل.

**V-3-3- قوة الثقالة  $F_G$  :**

وهي القوة التي تؤثر أيضاً في حالة السكون وبالالاتجاه العمودي باتجاه الجاذبية

$$F_G = m \cdot g \quad \text{الأرضية وليس لها مركبة في اتجاه الجريان} :$$

**ملاحظة :**

ان قوة الثقالة مهمة في حالة كون السائل يتحرك بسرعة ما ، لأنها تُعد من ضمن

رد فعل السائل على الجدار . اما في حالة السكون فلا تهمل  $F_G \neq 0$  .

تُعد مستوى القياس موازٍ لمحور الانبوب ، اي ان خط التيار على ارتفاع واحد ،

$$Z_1 = Z_2 \quad \text{لذلك تُعد}$$

**V-3-4- ايجاد محصلة القوة المؤثرة  $\Sigma F$  :**

لتامين جريان للسائل لابد من وجود قوة لدفع السائل معاكسة لقوة التيار الحجمي ،

وهذه القوة لها مركبتين على المحور x,y وبالتالي فان مركبة (  $F_x$  ) على

المحور X تساوي الى (  $-F_x$  ) ، ومركبة (  $F_y$  ) على المحور Y تساوي الى

( $-F_y$ ) فإذا اعتبرنا ان السائل مستقر، متعدد الاتجاهات ، عديم الاحتكاك ،  
ومثالي . فان محصلة القوى الكلية المؤثرة على انبوية التيار :

$$\vec{F} = \vec{F}_k + \vec{F}_P + \vec{F}_G \quad (5 - 41)$$

حيث :  $\vec{F}_G$  : قوة الثقالة ،  $\vec{F}_P$  : قوة الضغط ،  $\vec{F}_k$  : قوة التيار الحجمي  
وهي تمثل محصلة القوة المؤثرة باتجاه المحاور (  $z, y, x$  ) :

$$\begin{aligned} \vec{F}(x) &= \vec{F}_{k(x)} + \vec{F}_{P(x)} + \vec{F}_{G(x)} \\ \vec{F}(y) &= \vec{F}_{k(y)} + \vec{F}_{P(y)} + \vec{F}_{G(y)} \\ \vec{F}(z) &= \vec{F}_{k(z)} + \vec{F}_{P(z)} + \vec{F}_{G(z)} \end{aligned}$$

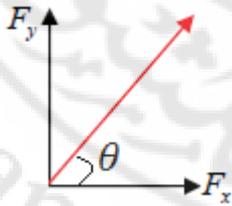
بتعويض هذه القوة نحصل على :

$$\rho \cdot Q \cdot (V_{out} - V_{in}) = -F_x + PA \quad (5 - 42)$$

ومنه نحصل على القيمة المطلقة للقوى المؤثرة على انبوية التيار :

$$|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \quad (5 - 43)$$

ولمعرفة اتجاه القوة ، تحسب زاوية الميل بين متجه القوة وخط الافق بالعلاقة :



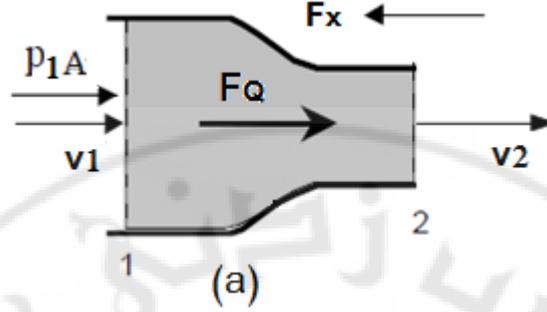
$$\tan^{-1} \theta = \frac{F_y}{F_x} \quad (5 - 44)$$

مثال على ذلك :

1- في حالة الجريان على محور وحيد الاتجاه : الشكل (5-8-a)

ليكن لدينا وعاء فيه سائل ما ويتدفق السائل من المقطع (1) و (2)

فتكون محصلة القوة المؤثرة التي تدفع السائل هي :



الشكل (5-8) جريان السائل على محور وحيد البعد

- قوة التيار الكتلي :  $F_Q = \rho \cdot Q \cdot (V_2 - V_1)$

- قوة الضغط عند المقطع (1) :  $F_{P1} = P_1 \cdot A_1$

القوة المطلوبة والمبذولة لدفع السائل على المحور x هي :  $-F_x$   
بتعويض هذه القوة نحصل على توازن للمجموعة :

$$\sum F = 0$$

$$F_Q = F_{P1} - F_x$$

$$\rho \cdot Q \cdot (V_2 - V_1) = P_1 \cdot A_1 - F_x$$

$$F_x = -\rho \cdot Q \cdot (V_2 - V_1) + P_1 \cdot A_1$$

2- في حالة الجريان على المحورين x و y : الشكل (5-8-b)

محصلة القوة المؤثرة التي تدفع السائل وفق المحورين x و y هي :

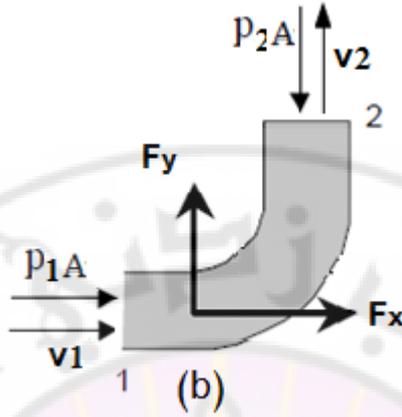
- قوة التيار الكتلي :  $F_Q = \rho \cdot Q \cdot (V_2 - V_1)$

- قوة الضغط عند المقطع (1) :  $F_{P1} = P_1 \cdot A_1$

- قوة الضغط عند المقطع (2) :  $F_{P2} = P_2 \cdot A_2$

- القوة المطلوبة والمبذولة لدفع السائل على المحور x هي :  $-F_x$

- القوة المطلوبة والمبذولة لدفع السائل على المحور y هي :  $-F_y$



الشكل (5-8) جريان السائل على المحورين

بتعويض هذه القوة نحصل على توازن للمجموعة :

$$\sum (F)_x = 0$$

$$F_Q = F_{P1} - F_x$$

$$\rho \cdot Q \cdot (V_2 - V_1) = P_1 \cdot A_1 - F_x$$

$$F_x = -\rho \cdot Q \cdot (V_2 - V_1) + P_1 \cdot A_1$$

$$\sum (F)_y = 0$$

$$F_Q = F_{P2} - F_y$$

$$\rho \cdot Q \cdot (V_2 - V_1) = -P_2 \cdot A_2 - F_y$$

$$F_y = -\rho \cdot Q \cdot (V_2 - V_1) - P_2 \cdot A_2$$

ومنه نحصل على القيمة المطلقة للقوى المؤثرة على انبوبة التيار :

$$|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

ولمعرفة اتجاه القوة ، تحسب زاوية الميل بين متجه القوة وخط الافق بالعلاقة :

$$\tan^{-1} \theta = \frac{F_y}{F_x}$$

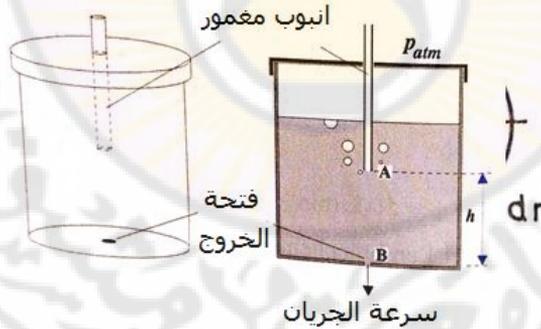
#### V - 4. التطبيقات : مسائل محلولة وغير محلولة

##### V - 1-4 مسائل محلولة :

##### 1- V

خزان أسطواني الشكل قطره  $D_1=1\text{m}$  ، وارتفاعه  $H=1\text{m}$  ، ملئ بالماء واغلق سطحه العلوي ، ويوجد سدادة عند الفتحة B في اسفله، تم غمس أنبوب على عمق  $h = 30\text{ cm}$  كما هو مبين بالشكل ، وهو مفتوح من الأعلى للهواء الجوي ، فاذا أزيلت السدادة تدفق السائل والمطلوب : 1- احسب كمية خروج السائل عبر الفتحة B إذا أهمل قطر الأنبوب المغمور وعلمت أن  $\rho_w = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  و  $g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

2- زمن التفريغ من الاسطوانة ؟



الحل :

بتطبيق برنولي بين A و B :

$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + g \rho z_A = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + g \rho z_B$$

$$z_B = h + z_A$$

$$p_B - p_A = p_{at} \quad , V_A = 0$$

$$V_B = \sqrt{2gh}$$

$$V_B = \sqrt{2 \times 9.8 \times 30 \times 10^{-2}} = 2.43 \frac{m}{sec}$$

من معادلة الاستمرار :

$$Q_B = v_B \cdot A_B$$

$$Q_B = 2.43 \times \frac{\pi \times 1^2}{4} = 2.43 \frac{L}{sec}$$

إن حجم التفريغ  $V$  يساوي الى:

$$V = (H - h) \times \frac{\pi \times d^2}{4} = (1 - 0.03) \times \frac{\pi \times 1^2}{4} = 0.762 L$$

زمن التفريغ :

$$t_B = \frac{V}{Q} = \frac{0.762}{2.43} = 0.313 sec$$

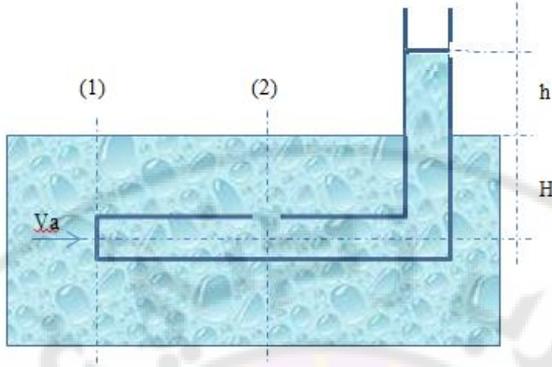
## 2- V

أنبوبة بيتوت قطر  $h = 60mm H_{20}$  ,  $300mm$  معامل الفقد

$$C_V = 0.98$$

السرعة الوسطية  $\bar{V}$  تساوي  $0.8$  من السرعة المركزية .

أوجد كمية التفريغ عبر الأنبوب عند قطر الفوهة  $60mm$  للأنبوب بيتوت .



الحل :

$$\bar{V} = 0.8 \quad V_{max}$$

$$V_{max} = C_t \sqrt{2gh}$$

$$V_{max} = 0.98 \sqrt{2 \times 9.81 \times 60 \times 10^{-3}} = 1.06 \text{ m/sec}$$

$$\bar{V} = 0.8 \times 1.06 = 0.85 \text{ m/sec}$$

$$Q = \bar{V} \cdot A = 0.85 \times \pi \times 0.15^2 = 0.060 \text{ m}^3/\text{sec}$$

\*\*\*\*\*

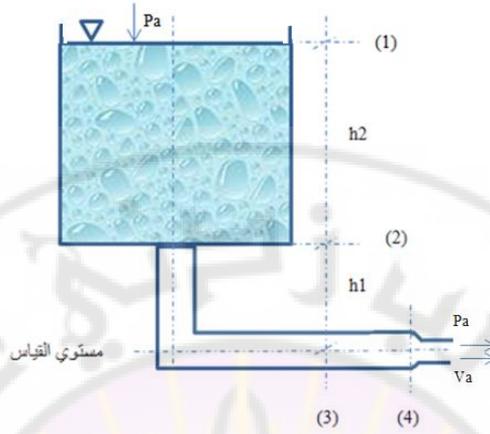
### 3- V

خزان مفتوح من الأعلى يتعرض للهواء الخارجي ويحتوي على ماء بكثافة  $\rho = 10^3 \frac{kg}{m^3}$  حتى ارتفاع ثابت كما هو موضح بالشكل ، ويتصل بقعره أنبوب تفريغ يتألف من جزء شاقولي وآخر أفقي ينتهي بنفاثة حيث يتم تفريغ الماء في الهواء الجوي. والمطلوب:

احسب سرعة التفريغ  $v_4$  والضغط  $p_2$  في المقطع (2) إذا علمت أن :

$$d_2 = d_3 = 180 \text{ mm} \quad , \quad h_1 = 4 \text{ m} \quad , \quad h_2 = 8.5 \text{ m}$$

$$p_{03} = 2.4 \times 10^5 \frac{N}{m^2} \quad , \quad d_4 = 100 \text{ mm}$$



الحل:

الطلب الأول : بتطبيق برنولي بين (1) و (4) عند مستوي القياس نجد :

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + g \rho z_1 = p_4 + \frac{1}{2} \rho v_4^2 + g \rho z_4$$

$$p_4 = p_a \quad , \quad p_1 = p_a$$

$$v_4 = ? \quad , \quad v_1 = 0$$

$$z_4 = 0 \quad , \quad z_1 = h_1 + h_2$$

$$v_4 = \sqrt{2g(h_1 + h_2)} = 15.6 \text{ m/sec}$$

ولحساب الضغط  $p_2$  نطبق معادلة برنولي لخط التيار بين (1) و (2)

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + g \rho z_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + g \rho z_2 \quad (1)$$

لاختيار مستوي قياس جديد يجب أن نتذكر أن :

$$p_2 = ? \quad , \quad p_1 = p_a$$

$$v_2 = ? \quad , \quad v_1 = 0$$

$$z_2 = 0 \quad , \quad z_1 = h_2$$

ومن معادلة الاستمرار الأساسية (م. أ.) بين (2) و (4)

$$Q = v_2 A_2 = v_4 A_4$$

$$v_2 = v_4 \left( \frac{4\pi d_4^2}{4\pi d_2^2} \right) = v_4 \left( \frac{d_4}{d_2} \right)^2$$
$$= 15.6 \text{ m/sec} \times \left( \frac{100}{180} \right)^2 = 4.81 \text{ m/sec}$$

بالتعويض في (1) نجد :

$$p_a + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + g \rho (h_1 + h_2) = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + g \rho h_1$$

$$p_a - p_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 - g \rho h_2$$

$$= \frac{1}{2} 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left( \frac{4.81}{2} \text{ m}^2/\text{sec}^2 - 9.8 \text{ m/sec}^2 \times 8.5 \text{ m} \right)$$

$$p_a - p_2 = -42852 \frac{\text{kg m}^2}{\text{m}^3 \cdot \text{sec}^2}$$

$$p_2 = 10^5 + 4.2 \times 10^5 = 5.2 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

\*\*\*\*\*

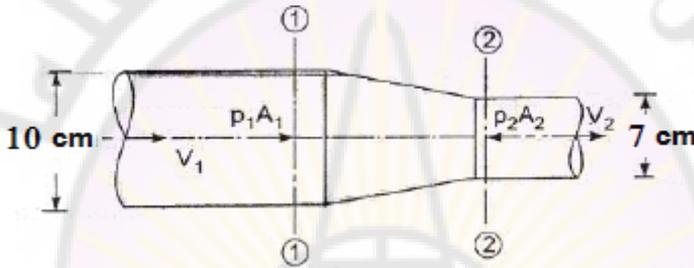
#### 4- V

يتناقص قطر الوعاء من القيمة 10cm إلى 7cm كما هو مبين بالشكل، إذا كان

الضغط عند المقطع (1)  $p_1 = 24.43 \text{ N/cm}^2$  وتدفق السائل فيه

1.2 L/sec

أوجد: الضغط عند المقطع (2) ، والقوة المؤثرة على الوعاء.



الحل:

$$D_1 = 10 \times 10^{-2} \text{ m}, D_2 = 7 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$P_1 = 24.43 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}, Q = 1.2 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} = \frac{\pi (10 \times 10^{-2})^2}{4} \text{ m}^2 = 7.8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} = \frac{\pi (7 \times 10^{-2})^2}{4} \text{ m}^2 = 3.84 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

نطبق معادلة الاستمرارية لإيجاد  $v_1, v_2$  :

$$Q = v \cdot A$$

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{(1.2 \times 10^{-3}) \text{ m}^3/\text{s}}{(7.8 \times 10^{-3}) \text{ m}^2} = 15.38 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{(1.2 \times 10^{-3})m^3/s}{(3.84 \times 10^{-3})m^2} = 31.25 \text{ m/s}$$

نطبق معادلة برنولي:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

$$z_1 = z_2$$

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2)$$

$$= 24.43 \times 10^4 \left( \frac{N}{m^2} \right) + \frac{1}{2}$$

$$\times 1000 \left( \frac{kg}{m^3} \right) ((15.38)^2 - (31.25)^2)$$

$$P_2 = 14.69 \times 10^4 \frac{N}{m^2} (pa)$$

$$F_x + F_P + F_Q = 0$$

$$-F_x + (P_1 A_1 - P_2 A_2) = (\rho v_2 Q - \rho v_1 Q)$$

$$F_x = (P_1 A_1 - P_2 A_2) - (\rho v_2 Q - \rho v_1 Q)$$

$$= \left( \left( 24.43 \times 10^4 \frac{N}{m^2} \times 7.8 \times 10^{-3} m^2 \right) \right.$$

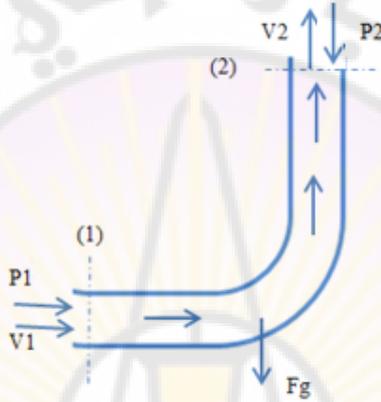
$$\left. - \left( 14.69 \times 10^4 \frac{N}{m^2} \times 3.84 \times 10^{-3} m^2 \right) \right)$$

$$+ \left( \left( 1000 \frac{kg}{m^3} \times 1.2 \times 10^{-6} \frac{m^3}{s} \right) \times \left( 15.38 - 31.25 \frac{m}{s} \right) \right)$$

$$F_x = 350 \text{ N}$$

## 5- V

يبين الشكل قطار قطرہ 40mm ، احسب القوة المؤثرة والضغط  $P_2$  و  $Q$  ؟ عند  
 السرعة  $v_1 = 50 \text{ mm/s}$  ، اذا علمت ان  $P_1 = 80 \text{ mmHg}$  ،  
 $P_2 = 60 \text{ mmHg}$



الحل:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi 40^2}{4} \times 10^{-6} = 12.56 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v_1 = 12.56 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \times 50 \times 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$= 62.8 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow P_1 A_1 + \rho \cdot Q \cdot v_1 = F_x \Rightarrow$$

$$F_x = \left[ 80 \times \frac{10^5}{760} \left( \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) \times 12.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \right]$$

$$+ \left[ 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 62.5 \times 10^{-6} \left( \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right) \times 50 \times 10^{-3} \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \right]$$

$$F_x = 13.15 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow +P_2 A_2 - \rho Q V_2 = F_y \Rightarrow F_y =$$

$$\left[ 60 \times \frac{10^5 \text{ N}}{760 \text{ m}^2} \times 12.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \right] - \left[ 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 62.5 \times 10^{-6} \left( \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right) \times 50 \times 10^{-3} \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \right]$$

$$F_y = 9.8 \text{ N}$$

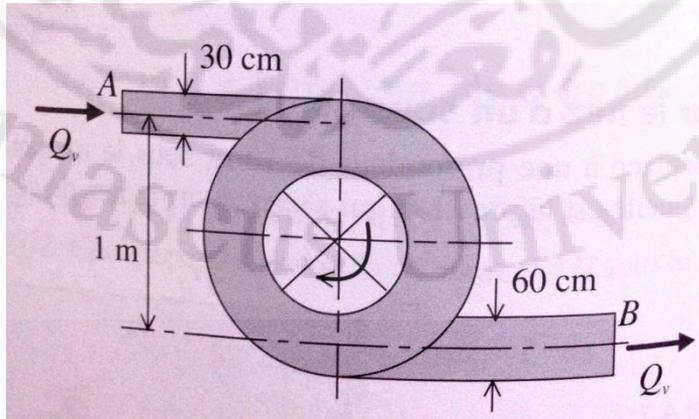
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 16.6 \text{ N}$$

$$\tan^{-1} \theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{9.8}{13.15}, \theta = 36.7^\circ$$

\*\*\*\*\*

## 6- V

مضخة ميكانيكية تدفع السائل بحيث تتحول القدرة الميكانيكية إلى كهربائية عن طريق الدوران فيدور السائل بداخلها بكمية  $Q_v = 0.214 \frac{\text{m}^3}{\text{Sec}}$  والضغط عند المدخلين A و B على الترتيب  $1.475 \times 10^5 \text{ pa} - 0.345 \times 10^5 \text{ Kpa}$  أوجد قوة دفع المضخة اذا علمت ان مردود المضخة هو 80% .



الحل:

بتطبيق معادلة برنولي بين A و B نجد:

$$\left[ \frac{P_A}{g\rho} + Z_A + \frac{1}{2g} V_A^2 \right] - \left[ \frac{P_B}{g\rho} + Z_B + \frac{1}{2g} V_B^2 \right] = H_P$$

حيث  $H_P$  ضاغط المضخة بين A و B:

$$V_A = \frac{4Q_V}{\pi d_A^2} = \frac{((4 \times 0.214)(m^3/s))}{\pi(30 \times 10^{-2})m^2} = 3.027 \text{ m/s}$$

$$V_B = \frac{4Q_V}{\pi d_B^2} = \frac{4 \times 0.214 \left(\frac{m^3}{s}\right)}{\pi(60 \times 10^{-2})m^2} = 0.756 \text{ m/s}$$

$$\Delta Z = 1m$$

$$H_P = \frac{147.5 \times 10^3 \left(\frac{N}{m^2}\right)}{9.8 \left(\frac{m}{s^2}\right) \times 10^3 \left(\frac{kg}{m^3}\right)} + 1m - \frac{34.5 \times 10^3 \left(\frac{N}{m^2}\right)}{(2 \times 9.8) \left(\frac{m}{s^2}\right) \times 10^3 \left(\frac{kg}{m^3}\right)} - \frac{1}{2 \times 9.8} \times 0.752 \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$H_P = 20m$$

$$P_P = \frac{g\rho Q H_P}{\eta} \Rightarrow P_T = 52.43 \text{ KW}$$

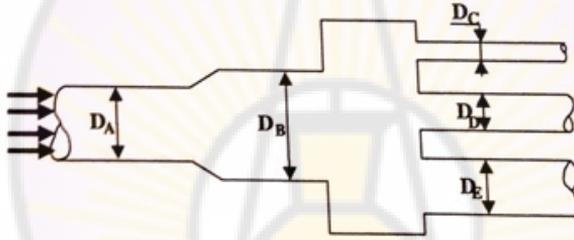
\*\*\*\*\*

## 7- V

سائل تتوضع ضمنه مجموعة الأنابيب الموضحة بالشكل وفيه:

المقطع  $B$  بحيث  $D_B = 60 \text{ mm}$  ومن ثم يتفرع الأنبوب إلى ثلاثة تفرعات  
بحيث  $E, D, C$ :

السائل في الأنابيب  $E, D, C, B$  علما بأن كمية التدفق متساوية في التفرعات  
حدد سرعة جريان  $D_E = 30 \text{ mm}, D_C = 10 \text{ mm}, D_D = 20 \text{ mm}$



الحل:

$$Q_A = \frac{50 \times 10^{-3}}{60} = 0.83 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$A_A = \frac{\pi \cdot D_A^2}{4} = 4\pi \times 10^{-2} \text{m}^2, \quad A_B = \frac{\pi \cdot D_B^2}{4} = 9\pi \times 10^{-4} \text{m}^2$$

$$Q_A = V_A \cdot A_A$$

$$v_A = \frac{Q_A}{A_A} = \frac{0.83 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-2}} = 0.006 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Q_A = Q_B = 0.83 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$Q_B = v_B \cdot A_B \rightarrow v_B = \frac{0.83 \times 10^{-2}}{9\pi \times 10^{-4}} = 0.29 \frac{m}{s}$$

$$Q_C + Q_D + Q_E = Q_B$$

$$3Q_C = Q_B$$

$$Q_C = \frac{0.83 \times 10^{-2}}{3} = 0.276 \times 10^{-2} \frac{m^3}{sec}$$

$$Q_C = v_C \cdot A_C, \quad Q_C = v_D \cdot A_D, \quad Q_C = v_E \cdot A_E$$

$$v_C = \frac{0.276 \times 10^{-2}}{\pi \times (10 \times 10^{-3})^2} = 8.789 \frac{m^3}{sec}$$

$$v_D = \frac{0.276 \times 10^{-2}}{\pi \times (20 \times 10^{-3})^2} = 2.19 \frac{m^3}{sec}$$

$$v_E = \frac{0.276 \times 10^{-2}}{\pi \times (30 \times 10^{-3})^2} = 9.76 \frac{m^3}{sec}$$

\*\*\*\*\*

#### V- 2-4 مسائل غير محلولة :

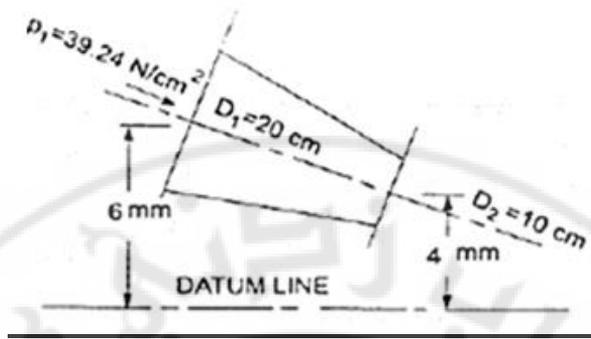
1- يبلغ قطر الوعاء عند المقطع (1) : 20 cm وعند المقطع (2) : 10 cm وكمية السائل المتدفقة عبر هذا الوعاء 35 L/sec ، حيث ارتفاع الوعاء عن مستوي القياس في المقطع (1) هو 6mm وعند المقطع (2) يكون 4mm فإذا كان الضغط

$$\rho = 1000 \frac{kg}{m^3} \quad 1cp \quad \text{وان اللزوجة التحريكية} \quad p_1 = 39 N/cm^2$$

أوجد :

a. قيمة الضغط  $p_2$  .

b. كمية ونوع التدفق.

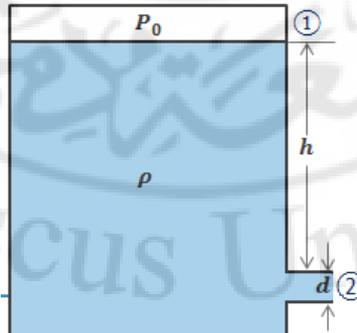


2- خزان مغلق يحتوي مائعاً بكثافة  $\rho$  و هواء وضغط زائد  $P_0 = 10^6 \text{ pas}$  ، يتصل بالخزان أنبوب تفريغ قطره ثابت  $d = 4 \text{ cm}$  ويتم تفريغ المائع في الهواء الجوي ، إذا بقي ارتفاع المائع في الخزان ثابت  $R = 3 \text{ m}$  ، و المطلوب:

c. تأكد أن سرعة التفريغ المثالية أقل من السرعة الحرجة  $V_{cr}$  للانتقال وبين الصفائحي والمضطرب .

d. احسب التيار الحجمي الفعلي  $Q$  للمائع في الأنبوب .

حيث:  $v = 10^{-3} [\text{m}^2/\text{s}]$  و  $\rho = 900 [\text{kg}/\text{m}^3]$



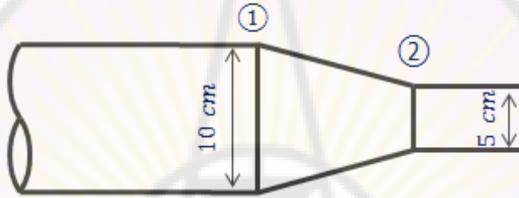
3- أنبوب قطره 100mm يحتوي فوهة لتفريغ السائل في الأنبوب قطرها 50mm، ومعدل تفريغ الماء فوق 20 L/sec والضغط عند قاعدة الفوهة

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^2 , g = 9.8 , 5,886 \text{ N/cm}^2$$

a. احسب سرعة التفريغ في الفوهة مع العلم أن مستوى الفوهة

والخزان على مستوي واحد،

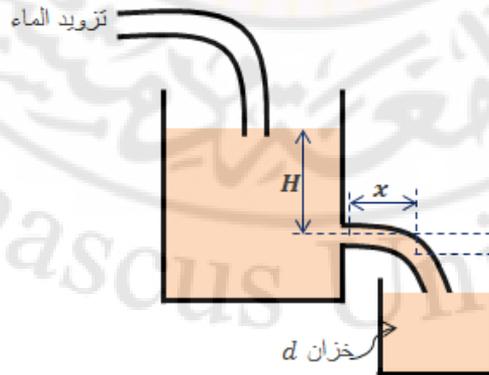
b. احسب عامل التفريغ  $cd$  ؟  $[cd = \frac{Q_{act}}{Q_{new}}]$  .



4- حدد سرعة التفريغ  $V_d$  للماء الذي يتم تفريغه عبر فوهة إلى جزأين كما هو

موضح بالشكل، حيث:  $\tau$ : زمن التفريغ ،  $\gamma$ : ارتفاع خزان أو أنبوية التفريغ ،

$A_D$ : مساحة خزان التفريغ



5-المطلوب تحديد القوة  $F$  اللازمة لرفع غطاء الخزان الذي يحتوي ماء لارتفاع

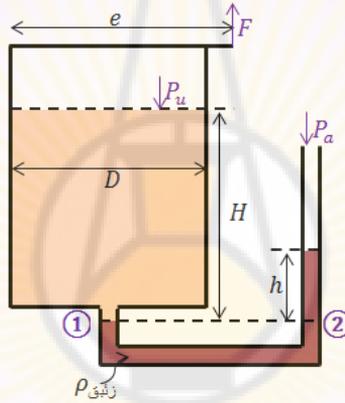
$$P = ? \text{ يساوي } H = 1.5 \text{ وهواء بضغط ناقص}$$

إذا علمت ان قطر الخزان  $D = 0.8 [m]$  ، وموصول بمقياس ضغط

زئبقي:  $\rho_H = 13600 [Kg/m^3]$  . وفرق سوية سائل المقياس:

$h = 76[mm]$  ، والذراع  $l = 1[m]$  ، علما بأن:  $\rho =$

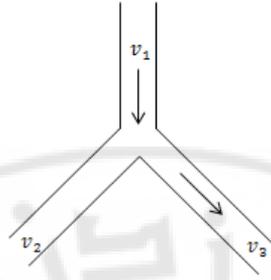
$$. 1000 \left[ \frac{kg}{m^3} \right] , g = 9.8 [m / sec^2]$$



6-لدينا في الشكل المجاور مجموعة الأنابيب فيها :

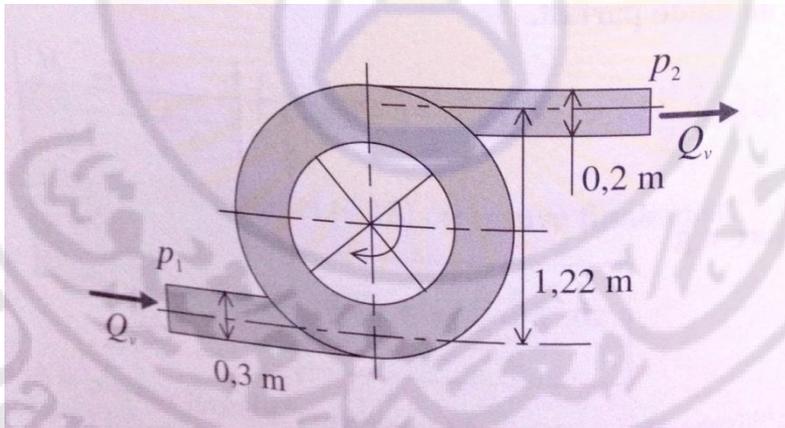
$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{2} , \quad \frac{A_3}{A_1} = \frac{1}{4}$$

المطلوب احسب :  $v_3$  ،  $v_2$  بدلالة  $v_1$  ،  $v_1$  بدلالة  $p_1$



7- يدفع السائل عبر مضخة ميكانيكية بكمية  $Q_V = 9000 \frac{L}{min}$  حيث يبلغ قطر السحب 30 cm والضغط  $P_1 = 0.73 bar$  ويبلغ قطر الدفع 20cm والضغط  $P_2 = 1.68 bar$  ، كما يبلغ الارتفاع الشاقولي بين المحورين  $H=1.22m$  ، فإذا كان مردود المضخة 80% أوجد الطاقة المقدمة ؟

( الجواب :  $P_M = 21.7 Kw$  )



## الفصل السادس

### التدفق في الأنابيب المرنة

### Flow Of Elastic Cylindrical Tube



## التدفق في الأنابيب المرنة

### VI - 1. مقدمة : Introduction

الأنابيب عبارة عن أسطوانة جوفاء تستخدم لنقل الموائع (السوائل أو الغازات) ولها اشكال متعددة فمنها الصلب ومنها المرنة أو اللدنة ، والأنبوب سواء كان صلب أو مرن فان له متطلبات هندسية للمحافظة على قوامه دون تشوه بأبعاده ( مثل قطر داخلي وخارجي ، طول ، وسماكة جدار، مرونة وغيره ) التي تؤدي اختلافها عن الأبعاد الاسمية له الى حدوث ضياعات للمائع الموجود بداخله ، إضافة إلى التقليل قدر الإمكان من الاجهادات التي يتعرض لها الأنبوب، ولهذا يتناول هذا الفصل دراسة الخواص الهندسية الستاتيكية والديناميكية للأنابيب المرنة من أجل حساب جريان السائل في هذه الأنابيب .

### VI - 2. قانون بوازويل Poiseuille's law :

في عام 1839 درس العالم الفيزيائي الفرنسي Hagen Poiseuille (1869-1799) واهتم في التدفق عبر الأنابيب حيث ميّز التدفق في الأنابيب الزجاجية. لقد افترض بوازويل ان الأنابيب أسطوانية لها سطح مقطع ثابت تحتوي على سائل نيوتوني غير قابل للانضغاط ويحتوي على جزيئات تتحرك بسرعة ثابتة وموازية للمحور  $X$  وافترض أيضا أن:

$$- \text{ الجريان (التدفق) على طول الأنبوب يكون ثابتاً أي أن: } \frac{dQ}{dt} = 0$$

$$- \text{ تغير الضغط هو ثابت أيضا أي أن } \frac{dp}{dx} = \text{const} \text{ فيه :}$$

$p_1$  : الضغط عند مدخل الاسطوانة.

$p_2$  : الضغط عند مخرج الاسطوانة.

وبما أن حركة كافة طبقات السائل تتحرك بسرعة ثابتة ، فإن الجريان صفائحي ويسير بسرعة  $v$  .

فإذا أخذنا مقطع ما من سائل سماكته  $dr$  في أنبوب أسطواني نصف قطره  $r$  كما في الشكل (6-1)، فيكون معدل تغير التدفق Flow rate مع تغير نصف قطر الانبوب هو :

$$dQ = 2\pi.V.r.dr \quad (6-1)$$

ويأجراء تكامل للمعادلة السابقة على طول الوعاء الدموي من  $r = 0$  إلى  $r = R$  :

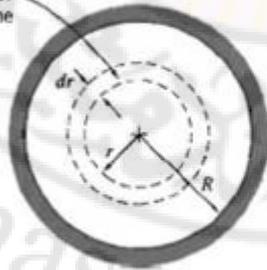
$$Q = 2\pi \int_0^R V.r.dr \quad (6-2)$$

$$Q = 2\pi.V \left[ \frac{r^2}{2} \right]_0^R \quad (6-3)$$

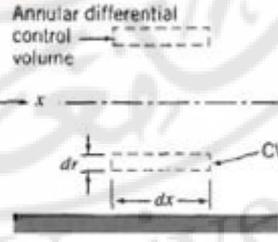
وبالتعويض  $r = R$  فإن :

$$Q = \pi.V.R^2 \quad (6-4)$$

مقطع من الوعاء  
Annular differential control volume



(a) End view of CV  
مقطع حلقي من الانبوب



(b) Side view of CV  
مسقط جانبي لمقطع الانبوب

الشكل(6-1) مقطع لأنبوب

نصف قطره  $r$  يبين سماكة حلقة السائل  $dr$

في السوائل غير النيوتونية يكون إجهاد القص  $\tau$  ثابت  $\left(\frac{d\tau}{dt}\right)$  واللزوجة لا تعتمد على إجهاد القص فقط ، حيث تخضع الاسطوانة إلى :

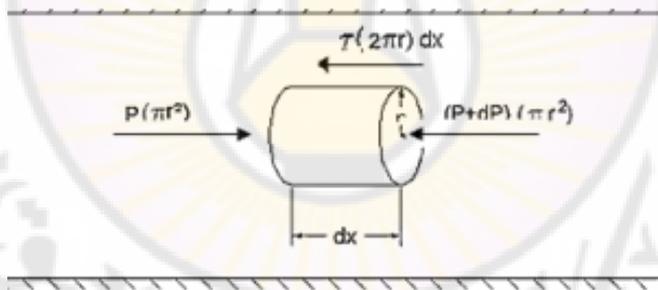
قوة داخلية: تمثل بقوة اللزوجة ، وهي القوة الدافعة الناتجة عن حركة الجزيئات ضمن السائل أو العمل الذي تبذله جزيئات

$$F_{\mu} = \tau \cdot 2\pi r \cdot dx \quad (6 - 5)$$

$$F_p = \Delta p (\pi r^2) \quad (6 - 6) \quad \text{وقوة خارجية: تمثل بقوة الضغط}$$

فإذا أخذنا مسافة  $dx$  من طول الوعاء كما هو مبين في الشكل (6-2) إن مجموع القوى المؤثرة:

$$\sum F = 0 \quad (6 - 7)$$



الشكل (6-2): القوة المؤثرة على جزيئات السائل في أنبوب اسطواني

وبالتعويض:

$$p(\pi r^2) - (p + dp)(\pi r^2) - \tau \cdot (2\pi r dx) = 0 \quad (6 - 8)$$

$$-dp(\pi r^2) = 2\pi \cdot r \cdot \tau \cdot dx \quad (6 - 9)$$

من توازن القوى نجد أن  $\tau$  إجهاد القص له علاقة بتغير الضغط متعلقة  $\frac{dp}{dx}$  ونصف قطر الاسطوانة  $r$

$$\tau = -\frac{r}{2} \cdot \frac{dp}{dx} \quad (6 - 10)$$

و عندما  $r = R$  فإن :

$$\tau = -\frac{R}{2} \cdot \frac{dp}{dx} \quad (6-11)$$

ومن علاقة اللزوجة نجد أن إجهاد القص متعلق بمعدل القص :

$$\tau = \mu \cdot \frac{dV}{dr} \quad (6-12)$$

حيث  $dV$  تغير السرعة بالنسبة لنصف القطر وبجمع العلاقتين (6-10) و (6-11) نحصل على :

$$-\frac{r}{2} \cdot \frac{dp}{dx} = \mu \cdot \frac{dV}{dr} \quad (6-13)$$

$$dV = -\frac{1}{2\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \cdot r \cdot dr \quad (6-14)$$

وبتكامل المعادلة بالنسبة الى  $r$  نحصل على :

$$V = -\frac{1}{2\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \cdot \frac{r^2}{2} + c \quad (6-15)$$

هذه العلاقة تعطي السرعة عند أي نقطة من الأنبوب نصف قطره  $r$  ، حيث  $c$  ثابت عشوائي للتكامل :

إذا اعتبرنا أن السرعة متغيرة مع تغير نصف القطر (الافتراض الرابع لبوازويل) ،

فعند  $r = R$  فإن  $V = 0$

وبالتعويض في المعادلة (6-15) نجد:

$$0 = \frac{-1}{2\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \cdot \frac{R^2}{2} + C \quad (6-16)$$

$$C = \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \cdot \frac{R^2}{2} \quad (6-17)$$

وبالتعويض في المعادلة (6-18) نجد:

$$V = \frac{1}{4\mu} \cdot \frac{dp}{dx} [R^2 - r^2] \quad (6-19)$$

علاقة تغير السرعة مع تغير الضغط وتغير نصف قطر الأنبوب طوله  $dx$  تكون السرعة معدومة عندما  $r = R$  عند جدار الأنبوب وتكون السرعة أعظمية في المركز حيث :  $r = 0$  وبالتالي :

$$V_{max} = \frac{1}{4\mu} \cdot \frac{dp}{dx} [R^2] \quad (6 - 20)$$

وبالتعويض في المعادلة (6-19) نجد:

$$V = V_{max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \quad (6 - 21)$$

علاقة تغير السرعة مع تغير نصف قطر الأنبوب الصلب .

ولإيجاد التدفق في الانابيب المرنة فلدينا وفق فرضية بوازويل :  $\frac{dQ}{dt} = 0$  ولدينا :

$$Q = \int_0^R V \cdot (2\pi r \cdot dr) \quad (6 - 22)$$

$$Q = 2\pi \int_0^R \frac{1}{4\mu} \cdot \frac{dp}{dx} [R^2 - r^2] r \, dr \quad (6 - 23)$$

$$Q = \frac{\pi}{2\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \int_0^R (rR^2 - r^3) dr \quad (6 - 24)$$

وباجراء تكامل بالنسبة الى تغير  $r$  من  $(R - 0)$  :

$$Q = \frac{\pi}{2\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \left[ \left( \frac{r^2}{2} R^2 - \frac{r^4}{4} \right) \right]_0^R \quad (6 - 25)$$

عندما :  $r = R$

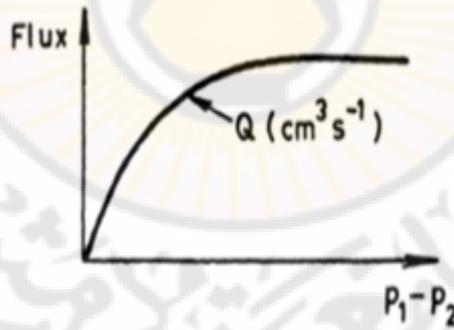
$$Q = \frac{\pi}{2\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \left( \frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4} \right) \quad (6 - 26)$$

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \quad (6-27)$$

العلاقة (6-27) تمثل قانون بوازويل للتدفق عبر أنبوب صلب والسائل نيوتوني متجانس حيث طول و قطر الأنبوب ثابت ، وتغير الضغط  $dp$  فيه يمثل الفرق بين  $p_1$ : الضغط عند المدخل ،  $p_2$ : الضغط عند المخرج .

اما في حالة السوائل اللا نيوتونية وغير المتجانسة تكون فيها اللزوجة غير ثابتة ومتغيرة مع تغير نصف القطر ( كالأوعية الدموية المرنة غير صلبة والتدفق فيها نبضي ) .

فقد تم تطبيق قانون بوازويل تجريبيا على سائل الدم ووجد أن العلاقة بين تغير التدفق والضغط هي علاقة لا خطية، فعندما يكون الفارق  $\Delta p = p_1 - p_2$  كبير فيصل التدفق إلى القيمة العظمى وبعدها لا يتغير التدفق ، كما هو مبين بالشكل (6-3) .



الشكل(6-3) يبين تغير التدفق مع الضغط

### VI - 3. المتغيرات في الأوعية المرنة :

parameters in flexible Vessels

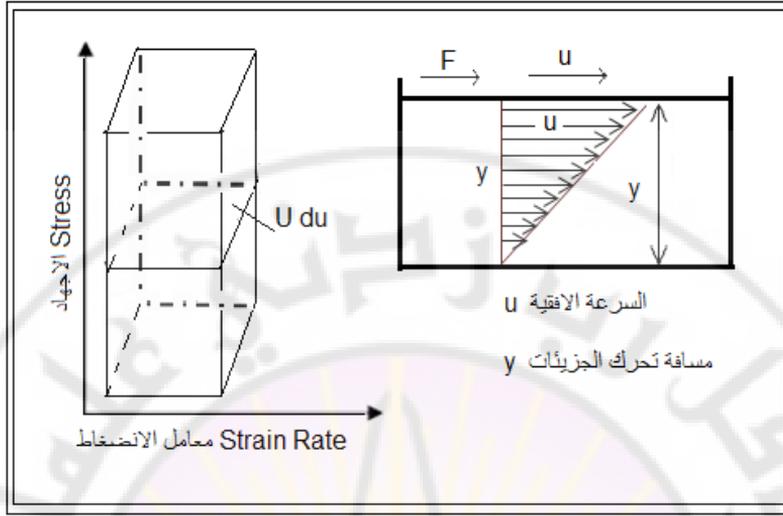
#### VI-3-1. إجهاد القص على جدران الأوعية Shear Force :

من الشكل (6-4) إذا أثرت قوة خارجية على سطح سائل موضوع في حوض كبير فإنها تحدث جهداً أو اضطراباً لطبقات السائل الموازية للسطح ومن ثم تحدث حركة مضطربة لكافة طبقات السائل لان حركة الطبقة الواحدة تتعلق بالطبقات المجاورة وهذا ما يدعى بإجهاد القص للسائل ويتعلق إجهاد القص باللزوجة فعند ازدياد معدل التدفق يزداد إجهاد القص.

فإجهاد القص  $\tau$  هو القوة الخارجية المؤثرة على سطح السائل الموضوع ضمن حوض والمنتاسبة مع تغير السرعة والمسافة  $F \approx A \cdot \frac{du}{dr}$  ، وبالاستناد إلى قانون بوازويل نجد أن:

$$\tau = \frac{4\mu Q}{\pi R^3} \quad (6 - 28)$$

حيث:  $Q$ : هو التدفق ،  $\mu$ : اللزوجة التحريكية.



الشكل (6-4) إجهاد القص ومعامل القص في السائل

### VI - 3-2. اللزوجة Viscosity :

تحدد لزوجة السائل عند درجة حرارة معينة من خلال قانون بوازويل ، وتكون قيمة اللزوجة ثابتة على طول الأنبوب في حالة السوائل النيوتونية Newtonian Fluid أما في حالة السوائل غير المتجانسة Non-homogeneous كالدلم تكون فيه نسبة إجهاد القص لمعدل القص غير ثابتة وتدعى بالسوائل غير النيوتونية Non-newtonian Fluid أي لاتخضع لقانون نيوتن فيها معدل الإجهاد متغير مع تغير السرعة فهي الصفة الفيزيائية المميزة للسوائل الحقيقية كونها تبدي مقاومة لتغير شكلها .

وتعرف اللزوجة التحريكية بأنها النسبة بين جهد القص ومعامل القص للسائل وكما في الشكل (6-4) ، إذا أخذنا طبقة من الجزيئات نصف قطرها  $dr$  وتتحرك نتيجة امتطاط الصفيحة باتجاه الأخرى بسرعة  $du$ ، فإنه يحدث حركة مضطربة طبقات السائل كافة لأن حركة الطبقة الواحدة تتعلق بالطبقات المجاورة حيث نُعد أن السرعة ثابتة في الطبقة العلوية للسائل وتتحرك على طول السطح العلوي له وهنا

يمكن تحديد جهد القص  $\tau$  بأنه النسبة بين  $\frac{F}{A}$  باعتبار أن  $F$  القوة المؤثرة على الطبقة العلوية باتجاه حركة سطح السائل وان  $A$  هي المساحة المحددة للطبقة العلوية الماسة للسائل ، أما معدل القص فهو  $\frac{du}{dy}$  باعتبار أن  $u$  هي السرعة في الاتجاه الموازي للحركة في الطبقة العلوية و  $y$  هي مسافة تحرك المواد إلى الأسفل، فعندما تتحرك المواد في الطبقة العلوية بسرعة خطية ثابتة وعند تماس الطبقات الأخرى مع الطبقة العلوية فإن هذه الطبقات تتحرك بالسرعة نفسها  $u$  وفي كل دقيقة، وكل طبقة تتحرك بالسرعة  $u$  والمتناسبة مع المسافة  $y$ ، وبذلك يكون معدل القص  $\frac{u}{y}$  باعتبار  $y$  المسافة الكلية بين الطبقتين وعندها تعرف :

اللزوجة التحريكية بأنها التصاق الجزيئات مع بعضها بعضاً وتحدد بالنسبة بين جهد القص  $\tau$  ومعدل القص  $\frac{du}{dy}$  وبالتالي فإن :

$$\mu = \frac{F/A}{du/dy} \quad (6-29)$$

تقدر واحدة اللزوجة التحريكية هي  $\frac{N \cdot s}{m^2}$  أو  $\frac{10 \text{ dyn} \cdot \text{Sec}}{cm^2}$  وتدعى البواز poise وتبلغ لزوجة الماء 0.01 poise أو 1 Cp ولزوجة الدم أكبر بحوالي أربع مرات، وذلك بسبب الاحتكاك الذي يحدث بين العدد الكبير من الكريات الحمر المعلقة في الدم وجدار الوعاء الدموي . حيث تبلغ لزوجة الدم في الأوعية الدموية الطبيعية والكبيرة عند درجة حرارة 37 درجة مئوية ونسبة خضاب الدم 45% قيمة تتراوح 3 - 4 cp، وتكون كبيرة في الأوعية الصغيرة حيث تغير السرعة صغير ، وصغيرة في الأوعية الكبيرة ذات تغير السرعة الكبير .

### VI - 3-3. المرونة Elasticity :

تتعلق المرونة بالنسبة بين تغير نصف القطر والقطر نتيجة إجهاد القص أو القوة الخارجية المؤثرة على طبقات السائل ويعبر عنها  $a \approx \frac{\Delta r}{r}$  وعامل التناسب يدعى عامل يونغ Young.

وبما أن الأوعية الدموية هي أوعية مرنة غير صلبة ، نصف القطر فيها متغير والذي ينتج عنه تغير في المطاوعة الوعائية أو المقاومة وهي مقاومة الانقباض المتناسبة مع نصف القطر  $Z \approx \frac{1}{R^4}$  والمتناسبة عكسا مع المرونة  $Z \approx \frac{1}{a}$  وبالتالي يتغير الضغط والتدفق أو الجريان مع تغير نصف القطر خلال دورة عمل القلب.

### VI - 3-4. الضغط في الأوعية المرنة :

#### Pressure of Elastic Cylindrical Tube

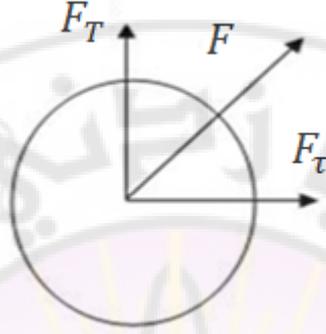
يتغير الضغط في الأنبوب المرن مع تغير نصف القطر ولإيجاد العلاقة بينهما: نفرض أن الوعاء مملوء بالسائل ونصف قطره  $r$  وسماكة جدرانه  $h$  ، كما هو مبين في الشكل (6-5) ، ويتعرض هذا الوعاء لقوة شد متجهة للداخل تمثل المركبة المماسية  $F_\tau$  والتي تدعى إجهاد القص، والمركبة العمودية التي تمثل إجهاد الشد  $T$  وهي رد فعل قوة الامتطاط لسطح الوعاء متجهة للخارج ، وهي تساوي وفق قانون هوك إلى :

$$T = E \left( \frac{r - r_0}{r_0} \right) \quad (6 - 30)$$

حيث:  $E$ : معامل المرونة.

$r_0$ : نصف قطر الوعاء في حال الأنبوب غير مرن

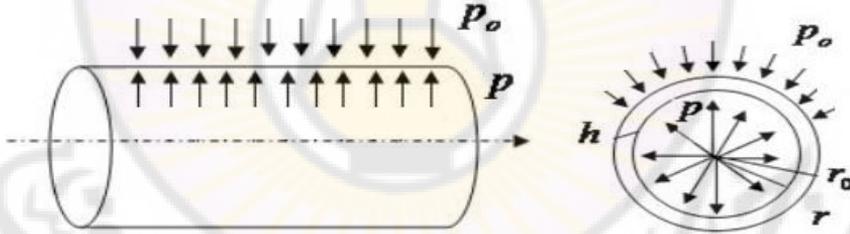
( ويتغير من 0 عند المركز إلى  $r_0$  عند جدران الوعاء وعندما  $r = r_0$  فإن  $T = 0$  . )



وتمثل محصلة القوة المتجهة إلى الداخل:

$$F_T = 2 \cdot h \cdot T \quad (6 - 31)$$

كما يتعرض الوعاء الى قوى ضغط  $p_0$  المؤثرة على سطح الوعاء وهي متجهة للداخل وقوى ضغط السائل  $p$  المؤثرة على جدران الوعاء وهي متجهة للخارج .



الشكل (6-5) قوة الضغط المؤثرة على الوعاء

يبين الشكل (6-2) قوة الضغط التي يتعرض لها الوعاء ، فتكون محصلة قوة ضغط المؤثرة على جدران الوعاء :

$$F_p = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (p - p_0) \cdot r \cdot \sin \theta \cdot d\theta \quad (6 - 32)$$

$$F_p = 2r \cdot (p - p_0) \quad (6 - 33)$$

ولإيجاد توازن المجموعة نأخذ محصلة القوى المؤثرة على الوعاء الدموي :

$$\sum F = 0, \quad \vec{F}_p + \vec{F}_T = 0 \quad (6 - 34)$$

$$2r(p - p_0) - 2hT = 0$$

$$Th = r(p - p_0) \quad (6 - 35)$$

وبتعويض  $T$  من المعادلة ( 6-32 ) نجد:

$$r(p - p_0) = E \cdot h \left( \frac{r - r_0}{r_0} \right) \quad (6 - 36)$$

$$(p - p_0) = \frac{E \cdot h}{r} \left( \frac{r - r_0}{r_0} \right) \quad (6 - 37)$$

$$(p - p_0) = E \cdot h \left( \frac{r - r_0}{r \cdot r_0} \right) \quad (6 - 38)$$

$$(p - p_0) = \frac{E \cdot h}{r_0} \left( 1 - \frac{r_0}{r} \right) \quad (6 - 39)$$

وهي العلاقة التي تربط بين الضغط ونصف القطر، فيه :

$r$  : نصف قطر الوعاء ،  $h$  : سماكة الوعاء ،

$P$  : الضغط الخارجي ،  $P_0$  : الضغط الداخلي ،

أي أن  $(p - p_0)$  هو فرق الضغط الانتقالي .

### VI - 3-5. التدفق في الأوعية المرنة :

#### Flow of Elastic Cylindrical Tube

نفرض أن الأنبوب مرن المبين في الشكل (6-6) طوله  $L$  فيه الضغط :

$$p_{x=L} = p_2 \quad p_{x=0} = p_1$$

و أن علاقة التدفق في الأوعية الصلبة وفق قانون بوازويل :

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \quad (6 - 40)$$

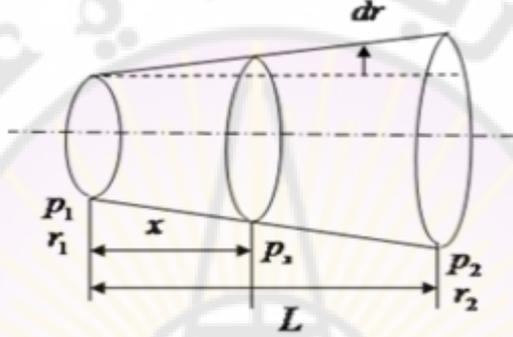
وبإجراء تكامل للطرفين لتغير كل من التدفق و الضغط على طول الأنبوب :

$$\int_1^2 Q \cdot dx = \frac{\pi}{8\mu} \int_1^2 R^4 \cdot \frac{dp}{dx} \quad (6-41)$$

$$\int_1^2 Q \cdot dx = \frac{\pi}{8\mu} \int_{p_1}^{p_2} R^4 dp \quad (6-42)$$

وبتعويض :

$$(p_x - p_0) = \Delta p \quad (6-43)$$



الشكل (6-6) انبوب مرن

ومن العلاقة (6-39) :

$$(p_x - p_0) = \frac{E \cdot h}{r_0} \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) \quad (6-44)$$

نجد :

$$r = \frac{r_0}{1 - \frac{r_0}{E \cdot h} \Delta p} \quad (6-45)$$

وبالتعويض في العلاقة (6-40) نجد :

$$Q = \frac{\pi}{8\mu L} \int_{p_1 - p_0}^{p_2 - p_0} \left( \frac{r_0}{1 - \frac{\Delta p \cdot r_0}{E \cdot h}} \right)^4 dp \quad (6-46)$$

$$Q = \frac{\pi \cdot r_0^4}{8\mu L} \int_{p_1 - p_0}^{p_2 - p_0} \left(1 - \frac{\Delta p \cdot r_0}{E \cdot h}\right)^{-4} dp \quad (6-47)$$

$$Q = \frac{\pi \cdot r_0^4}{8\mu L} \left[ \int_{P_1-P_0}^{P_2-P_0} dp - \int_{P_1-P_0}^{P_2-P_0} \left(1 - \frac{\Delta p \cdot r_0}{E \cdot h}\right)^{-4} dp \right] \quad (6)$$

$$Q = \frac{\pi r_0^4}{8\mu L} \cdot [(p_2 - p_0) - (p_1 - p_0) + \frac{1}{3} \left(\frac{-E \cdot h}{r_0}\right)^{-4} \cdot ((p_2 - p_0)^{-3} - (p_1 - p_0)^{-3})] \quad (6 - 49)$$

وهذه العلاقة لا خطية فيه الحد الاخير صغير جدا ، فتختزل العلاقة (6-49) لتصبح على الشكل التالي :

$$Q = \frac{\pi r_0^4}{8\mu L} [(p_1 - p_0) - (p_2 - p_0)] \quad (6 - 50)$$

وهي علاقة التدفق في الأنابيب المرنة فيه الضغط متغير على طول الوعاء وهي شبيهة لعلاقة بوازويل في الأنابيب الصلبة .

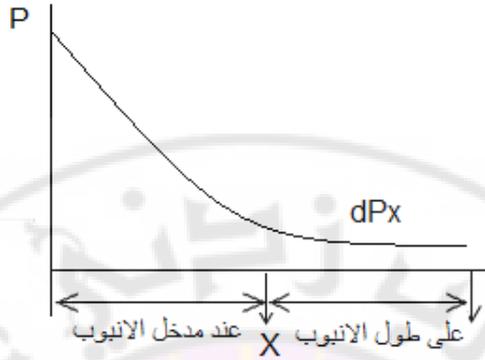
### VI - 3-6. تغير الضغط على طول الأوعية المرنة :

#### Pressure & Length of Elastic Tube Relation

كما أن الضغط يتغير على طول الأنبوب، حيث يبين الشكل (6-7) منحنى تغير الضغط  $p$  مع تغير طول الأنبوب من الصفر إلى  $L$  ، ونلاحظ من الشكل أن تغير  $\frac{dp}{dx}$  ثابت عندما  $L > X$  . وتمثل العلاقة التالية النسبة بين طول الأنبوب وقطره :

$$\frac{X_e}{D} = 0.06 R_e \quad (6 - 51)$$

فإذا كان :  $D = 1$  ،  $R_e = 300$  فإن  $X_e = 18 D$  .



الشكل (6-7) منحنى تغير الضغط مع تغير طول الأنبوب

## VI - 4- التطبيقات : مسائل محلولة وغير محلولة

### VI - 4 - 1 مسائل محلولة

#### 1-VI

يبلغ الضغط في أنبوب أفقي طوله 30 m وقطره 1cm لنقل الماء عند درجة حرارة  $20^0$  مئوية قيمة 2 Kpa والجريان فيه صفائحي ، a - حدد قيمة السرعة الاعظمية ؟

b- عدد رينولدز ، c - اجهد القص التي يتعرض له الأنبوب ؟

إذا علمت ان  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$  ،  $\mu = 10^{-3} \text{ N.sec/m}^2$

الحل :

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(1 \times 10^{-2})^2}{4} = 706 \text{ m}^2$$

حساب السرعة الاعظمية :

$$V_{max} = \frac{R^2}{4\mu} \cdot \frac{dp}{L}$$

$$V_{max} = \frac{(0.5 \times 10^{-2})^2}{4 \times 10^{-3}} \cdot \frac{2000}{30} = 0.416 \text{ m/sec}$$

حساب عدد رينولدز :

$$R_e = \frac{\rho V D}{\mu}$$

$$R_e = \frac{10^3 \times 0.416 \times 0.01}{10^{-3}} = 4167$$

الجريان مضطرب لأن  $R_e > 2300$  ويمكن أن يكون الجريان صفائحي في حالة كون الأنبوب مرناً وهذا يوافق أن فرض المسألة ان الجريان صفائحي .

حساب اجهاد القص وفق العلاقة (6-11) :

$$\tau = \frac{R \cdot P}{2L} = \frac{0.5 \times 10^{-2}}{2} \cdot \frac{2000}{30} = 0.166 \text{ N/m}^2$$

\*\*\*\*\*

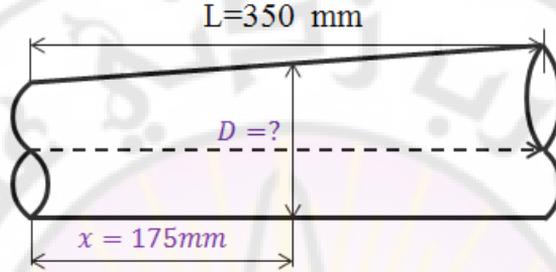
## 2-VI

وعاء مرن طوله  $L = 350 \text{ mm}$  قطره  $D = 5 \text{ mm}$  يجري السائل فيه بسرعة

$v = 40 \frac{\text{cm}}{\text{Sec}}$  أو وجد نصف قطر الوعاء عندما  $x = 175 \text{ mm}$  .

علمنا أن:  $\rho = 1000$  ,  $h = 0.2 \times 10^{-3} \text{m}$  ,  $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  ,  $\Delta p =$

$$\frac{17 \times 10^5}{750} = 2266 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$



الحل:

$$R_e = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 5 \times 10^{-3} \text{m} \times 40 \times 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{Sec}}}{0.0035 \text{ N} \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}^2}}$$

$$= 571.5$$

$$\frac{x}{D} = 0.06 R_e \Rightarrow D = \frac{x}{0.06} R_e = \frac{175 \times 10^{-3}}{0.06 \times 571.5} = 5.10 \times 10^{-3}$$

$$R = \frac{D}{2} = \frac{5.10}{2} = 2.55 \text{ mm}$$

3-VI

يسير الدم في الشريان العضدي قطره  $D_0 = 8 \text{ mm}$  وطوله  $L_{AB} = 30 \text{ cm}$  بسرعة أعظمية  $V_0 = 80 \text{ cm/sec}$  حيث التدفق فيه نبضي وثابت ، و لزوجة الدم التحريكية

والمطلوب :  $\rho = 1060 \text{ kg/m}^3$  وكثافته  $\mu = 0.0035 \text{ N} \cdot \frac{\text{sec}}{\text{m}^2}$

أوجد قيمة الضغط الانقباضي الأعظمي مقدرًا بـ ( Pa ) ؟

أوجد قيمة التدفق في الشريان العضدي  $Q_0 = mL/sec$  ؟

الحل :

من معادلة السرعة في نجد :

$$V = \frac{1}{4\mu} \cdot \frac{dp}{dx} [R^2 - r^2]$$

$$\left. \frac{dp}{dx} \right|_x = \frac{4\mu}{R^2} \cdot V_0$$

$$\left. \frac{dp}{dx} \right|_x = \frac{4 \times 0.0035 \frac{N \cdot sec}{m^2}}{64 \times 10^{-6} m^2} \cdot 80 \times 10^{-2} \frac{m}{sec} = 175 N/m^3$$

$$dp = \left. \frac{dp}{dx} \right|_x \cdot L = 175 \frac{N}{m^2} \cdot 30 \cdot 10^{-2} m = 52.50 N/m^2$$

التدفق في الشريان العضدي :

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\mu} \cdot \frac{dp}{dx}$$

$$Q = \frac{\pi \times (8 \cdot 10^{-3})^4}{8 \times 0.0035 \cdot \frac{N \cdot sec}{m^2}} m^4 \cdot 175 \frac{N}{m^3} = 80.83 \times 10^{-6} \frac{m^3}{sec}$$
$$= 80.83 \frac{mL}{sec}$$

## VI - 4 - 2- مسائل غير محلولة

1- إناء مغلق مجهز بفتحة تفريغ جانبية يتصل بها أنبوب تفريغ أفقي قطره ثابت  $d = 3\text{ cm}$  وطوله  $L = 10\text{ cm}$  يحتوي الإناء على زيت بارتفاع ثابت  $h = 2\text{ m}$  من محور الأنبوب ، وهواء بضغظ مطلق  $P_1$  ، وإذا كان تفريغ الزيت يتم بالهواء الجوي  $p_a$  المطلوب :

a- بفرض أن الجريان عديم الفواقد ، احسب سرعة التفريغ المثالية  $V_2$  وحدد نوع الجريان ؟

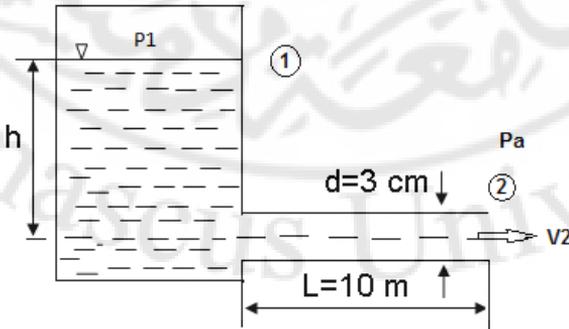
b- بفرض أن الجريان حقيقي ومعامل الفقد للأنبوب  $\lambda = 0.02$  ،

احسب سرعة التفريغ ؟

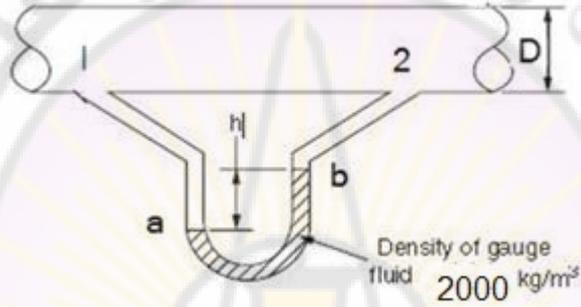
بفرض ان اللزوجة الحركية  $\nu = 940 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{sec}$  ،  $P_1 = 11 \text{ Kp} / \text{cm}^2$  ،

$P_a = 1 \text{ Kp} / \text{cm}^2$  ،  $\rho = 10^3 \text{ Kp} / \text{m}^3$  ؟

( الجواب :  $P_M = 16.3 \text{ m} / \text{sec}$  )



2- يبلغ قطر الوعاء الدموي عند المقطع (1) 100 mm ، وطوله 30 cm تم وضع مانومتر بين المقطع (1) و (2) فوجد أن ارتفاع عمود السائل 10mm ، فإذا كانت كثافة السائل  $\rho_m=2000[\text{kg}/\text{m}^3]$  واللزوجة التحريكية  $0.0035 \frac{\text{N}\cdot\text{sec}}{\text{m}^2}$  ،  $\rho=1060[\text{kg}/\text{m}^3]$  ، أوجد كمية جريان السائل المار في الوعاء ؟ ونوع الجريان ؟



( الجواب :  $Q = 4.58 \times 10^{+3} \frac{\text{mL}}{\text{sec}}$  )

The logo of Damascus University is a large, faint watermark in the background. It is circular and contains the university's name in Arabic at the top and bottom, and in English at the bottom. The center of the logo features a stylized sunburst or starburst design.

الفصل السابع

التحليل البعدي ومبدأ التشابه

**Dimensional Analysis**  
**The principle of Similarity**



## التحليل البعدي ومبدأ التشابه

### VII -1- مقدمة : Introduction

هناك العديد من المشاكل التي تهتم ميكانيك السوائل لا يمكن حلها باستخدام معادلات التكامل أو التفاضل ، مثل حركة الرياح حول ملعب كرة القدم ، وجريان المياه في توربين هيدروليكي ، وجريان الهواء حول الطائرة ، أو الحركة الموجية للماء حول السفينة، وهناك الكثير من الأمثلة ، وحل هذه المشاكل يتطلب دراستها مخبرياً من خلال إنشاء نموذج مماثل تماما للنموذج الحقيقي هدف الدراسة ، ويتطلب إنشاء هذا النموذج إجراء مجموعة دراسات محققة للشروط الحقيقية ذاتها ، ويهدف التقليل من التكاليف المترتبة عند تصميم النموذج المخبري والتأكد من دقة النتائج يتم استخدام محددات غير بعدية Dimensionless Parameters .  
نحصل على المحددات غير بعدية باستخدام طريقة التحليل البعدي Analysis Dimensional للمعادلات الرياضية التي تمثل عدد المحددات المتجانسة والتي تحقق الشروط ذاتها للنموذجين.

وبالنتيجة : يتطلب تصميم نموذج مخبري Model مشابه تماماً للنموذج الحقيقي Prototype إنشاء التحليل البعدي في إيجاد المعادلات الرياضية للمحددات غير البعدية التي تساعد على التنبؤ بأسلوب أو سلوك النظام الحقيقي ، كما سوف نرى في هذا الفصل.

## VII -2- التحليل البعدي Dimensional Analysis:

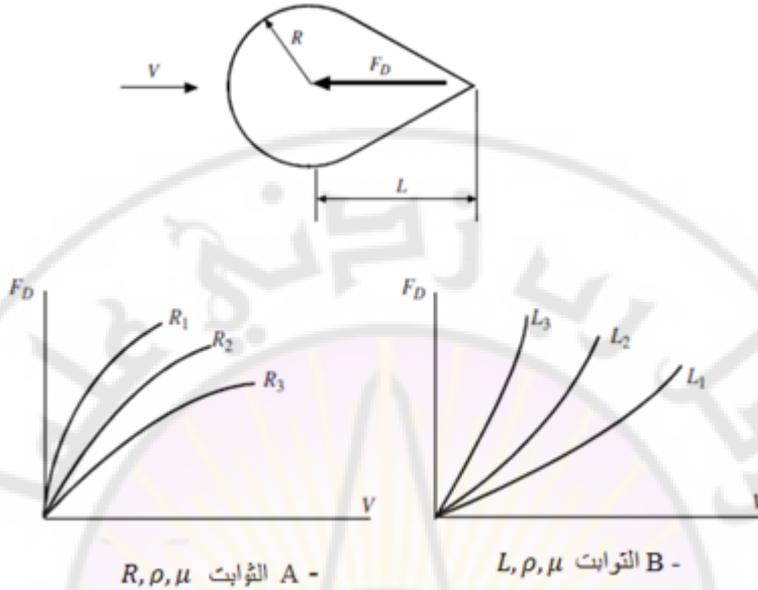
التحليل البعدي يمثل المعادلات الرياضية للمتغيرات المعلومة ويساعد على التنبؤ في أبعاد النموذج المخبري المراد تصميمه ، إحدى الطرق المستخدمة في التحليل البعدي هي طريقة باكنغهام التي تساعد في إيجاد عدد المعادلات الرياضية المطلوبة للمتغيرات .

مثال على ذلك : بفرض أنه لدينا قوة  $F$  والمطلوب تطبيقها على جسم أسطواني ، كما في الشكل (7-1) ، موضوع الدراسة ، تتطلب الدراسة إيجاد هذه القوة المتعلقة بمتغيرات كثيرة مثل نصف القطر  $r$  ، الطول  $L$  ، السرعة  $V$  ، اللزوجة  $\mu$  ، الكثافة  $\rho$  ، وبالتالي يمكن كتابة المتغيرات بهذه القوة :

$$F = f(R, L, V, \mu, \rho) \quad (7 - 1)$$

ولتمثيل النتائج في الدراسة المخبرية فإنه يتطلب رسم المنحنيات المتعلقة بالقوة والمتغيرات  $R, L, V$  ، الشكل (7-1-A,B) وربما هذه الدراسة معقدة جدا يصعب حلها ، ولكن في الحقيقة ان العلاقة الأساسية التي تربط هذه القوة مع المتغيرات الأخرى هي مايسمى المحددات غير البعدية وذلك لتحقيق :

$$\frac{F}{\rho V^2 R^2} = f\left(\frac{\rho V R}{\mu} \cdot \frac{R}{L}\right) \quad (7 - 2)$$



الشكل (7-1) يبين الجريان حول جسم اسطواني وعلاقة تغير القوة مع السرعة

إن الاعتماد الأساسي في المتغيرات هو قانون نيوتن الثاني الذي يتعلق بالأبعاد الأساسية، حيث يستخدم قوة  $F$ ، الكتلة  $M$ ، الطول  $L$  والذي يحقق :  $F =$

$$M \frac{L}{T^2}$$

حيث  $T$  درجة الحرارة المطلوبة والمفروض ان تحقق القانون العام للغازات القابلة لانضغاط  $P = \rho RT$  فيمكن التعبير عنه لابعدياً :

$$RT = \frac{P}{\rho} = \frac{FL^3}{L^2M} = \frac{M \frac{L}{T^2}}{L^2} \cdot \frac{L^3}{M} = \frac{L^2}{T^2} \quad (7-3)$$

وبالنتيجة ان النموذج المخبري يمثل المعادلات الرياضية التي تساعد في التنبؤ بأسلوب النموذج الحقيقي والذي يعتمد على التحليل البعدي للمحددات غير بعدية  $\pi$  حيث يكون عدد المعادلات المجهولة  $n$ ، فوق باكنغهام فانه يتطلب  $k$  معادلة و  $r$  معادلة معلومة .

### مثال آخر :

إذا استخدمنا برغوث flea وأردنا تطبيق المتغيرات باعتباره نموذجاً مخبرياً للإنسان فإننا نحتاج الى إيجاد السرعة الأعظمية ، فإننا نفرض ان السرعة لها علاقة ( بالمسافة  $L$  ، والوزن  $w$  ، والأبعاد الهندسية  $D$  ) الأبعاد المعلومة ، والمتغيرات ( الزمن  $t_1$  ،  $t_2$  ،  $\rho$  ،  $\mu$  ) مجاهيل ، وبالتعبير الرياضي :

$$V = f(D, w, L, t_1, t_2, \mu, \rho)$$

في النموذج يتطلب إيجاد المتغيرات وعددها (  $k=8$  ) ، لدينا منها متغيرات معلومة (  $r=3$  ) فيبقى لدينا (  $n=8-3=5$  ) ، اي يتطلب خمس علاقات رياضية لابعدية ، وهي في مثالنا :

العلاقة الأولى هي رينولدز التشابهي :

$$pi(1) = \frac{\rho V D}{\mu}$$

العلاقة الثانية هي عامل الجر أو السحب :

$$pi(2) = \frac{D}{\rho V^2_{max} t_1 t_2}$$

العلاقة الثالثة هي قوة الجر بالنسبة للوزن :

$$pi(3) = \frac{D}{w}$$

والعلاقات الرابعة والخامسة متعلقة بالمسافة والزمن :

$$pi(4) = \frac{L}{t_1}$$

$$pi(4) = \frac{L}{t_2}$$

وبعد إجراء التحليل البعدي لهذه العلاقات نلجأ الى علاقات التشابه بين النموذج المخبري والنموذج الحقيقي .

## VII -3- مبدأ التشابه : The principle of similarity

بعد إيجاد المحددات غير البعدية للنموذج المخبري ، يتم تصميم وسط مخبري مشابه للوسط الحقيقي بحيث يساعد في التنبؤ عن سلوك النموذج الحقيقي عند إجراء القياسات على النموذج، مثل القياسات على نموذج سفينة في حوض جريان أو على طراز طائرة في نفق هوائي والذي يستخدم للتنبؤ عن أداء السفينة أو الطائرة .

هناك ثلاثة أنواع من التشابه :

### VII -3- 1- التشابه الهندسي:

يتشابه جسمان هندسياً إذا كان لهما الشكل الخارجي نفسه ويمكن أن يكون الأول أكبر أو أصغر من الثاني بنسبة معينة ، بمعنى ان نسبة الطول يجب أن تكون ثابتة بين النقاط المقابلة على النموذج و النموذج المبدئي.

### VII -3- 2- التشابه الحركي:

هو تماثل صورة الجريان للجسم الأصلي والنموذج ويتم تأمين ذلك بوضع الجسم النموذج بالوضعية نفسها التي يتحرك بها الجسم الأصلي ، بمعنى ان نسب السرعات هي نفسها بين النقاط المقابلة في جريان النموذج والنموذج الحقيقي .

### VII -3- 3- التشابه التحريكي:

هو انه اذا تشابهت مجموعتان تحريكياً فان القوى المناظرة يجب ان يكون لها نفس التشابه ، ويجب ان تحقق التشابه في شروط الجريان وأن تكون النسب متوافقة للقوى المؤثرة على النموذج المُصغر والأصل وهذه القوى هي : قوة ضغط  $\vec{F}_P$  وقوة الثقالة  $\vec{F}_G$  ، قوة الاحتكاك  $\vec{F}_T$  ، قوة المرونة  $\vec{F}_E$  ، قوة توتر سطحي  $\vec{F}_\sigma$ .

$$\Sigma F = \vec{F}_P + \vec{F}_G + \vec{F}_T + \vec{F}_E + \vec{F}_\sigma$$

## VII -4- قوانين التشابه :

وتمثل المحددات غير البعدية في الشروط ذاتها لكل من النموذج المخبري والنموذج الحقيقي، بحيث تكون جميع نسب القوة التي تعمل على عناصر الكتلة المقابلة في النموذجين . من هذه القوانين :

### 1. قانون رينولدز التشابهي:

وينص على أنه إذا انحصرت القوى المؤثرة على جريانيين متشابهين هندسياً وحركياً بقوتي عطالة أو احتكاك عندئذ يتحقق التشابه التحريكي إذا كان عدد رينولدز للجسم الأصلي = عدد رينولدز للنموذج

$$Re = \frac{V_1 d_1}{v_1} = \frac{V_2 d_2}{v_2} = \frac{\text{قوة العطالة}}{\text{قوة الاحتكاك}}$$

قانون ماخ التشابهي:

إذا انحصرت القوة المؤثرة على جريانيين متشابهين بقوتي العطالة والمرونة يتحقق التشابه التحريكي إذا كان:

عدد ماخ للنموذج = عدد ماخ للجسم الأصلي

$$Ma = \frac{V}{C} = \frac{\text{سرعة الوسط}}{\text{سرعة الصوت في الوسط}}$$

حيث :  $V$  : سرعة الوسط ،  $C$  : سرعة الصوت في الوسط .

فاذا كان :

$$Ma < 1 \quad \text{سُمي الجريان تحت صوتي}$$

$$Ma = 1 \quad \text{سُمي الجريان صوتي}$$

$$Ma > 1 \quad \text{سُمي الجريان فوق صوتي}$$

$$Ma > 3 \quad \text{سُمي الجريان فرط صوتي}$$

## قانون أويلر التشابهي:

يمثل التشابه بين قوة العطالة والضغط

$$E_u = \frac{V}{\sqrt{\frac{2 \Delta P}{\rho}}} = \frac{\text{قوة العطالة}}{\text{قوة الضغط}}$$

وبالتالي :

$$E_{u(\text{للجسم})} = E_{u(\text{للمودج})} = \frac{V}{\sqrt{\frac{2 \Delta P}{\rho}}}$$

## قانون فيبر التشابهي:

يمثل التشابه بين قوة العطالة والتوتر السطحي

$$W_{e(\text{أصلي})} = W_{e(\text{نمودج})} = \frac{V}{\sqrt{\frac{\sigma_0}{\rho L}}} = \frac{\text{قوة العطالة}}{\text{قوة التوتر السطحي}}$$

## 2. قانون فرويد Froud:

يمثل التشابه بين قوة العطالة / قوة الثقالة.

$$\frac{V}{\sqrt{gL}} = \frac{\text{قوة العطالة}}{\text{قوة الثقالة}}$$

حيث:

L هو رمز بُعدي يمثل نصف قطر أو طول .

## VII - 5. التطبيقات : مسائل محلولة وغير محلولة

### VII - 1-5 مسائل محلولة :

#### 1- VII

تسير طائرة في الهواء بسرعة  $387 \frac{Km}{hr}$  وضمن الشروط النظامية، يراد تصميم نموذج ضمن نفق هوائي بنسبة تشابه  $\frac{1}{10}$  وعند درجة الحرارة نفسها ، فكانت السرعة في النفق  $387 \frac{Km}{hr}$  حدد قوة دفع الهواء ، إذا اعتبرنا ان قوة الضغط للنفق هي  $4.5N$  .

#### الحل:

إذا استخدمنا السائل نفسه ودرجة الحرارة ذاتها فإن اللزوجة متساوية للنموذجين ، وإن السرعة واحدة ، فمن علاقة رينولدز غير بعديّة :

$$\frac{\rho_m u_m L_m}{\mu_m} = \frac{\rho_p u_p L_p}{\mu_p}$$

$$\text{لدينا : } u_m = u_p , \mu_p = \mu_m , \frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{\rho_m}{\rho_p} = \frac{L_p}{L_m} = 10$$

لذلك يجب أن نستخدم سائل كثافته أكبر عشر مرات بمعنى  $\frac{\rho_m}{\rho_p} = 10$  . لإيجاد قوة الطائرة في الهواء:

$$\frac{T_p}{\frac{1}{2} \rho_p u_p^2 L_p^2} = \frac{T_m}{\frac{1}{2} \rho_m u_m^2 L_m^2}$$

$$T_P = \frac{\rho_P}{\rho_m} \cdot \left(\frac{u_P}{u_m}\right)^2 \cdot \left(\frac{L_P}{L_m}\right)^2 \cdot T_m = \frac{1}{10} \cdot (1)^2 \cdot (10)^2 \cdot T_m$$

$$T_P = 4.5 \times 10 = 45 N$$

\*\*\*\*\*

2- VII

يراد تصميم نموذج لطائرة بنسبة تشابه  $\frac{1}{10}$  وبسرعة  $50 \frac{\text{Km}}{\text{hr}}$  ، مع إهمال المتغيرات للسطح ، احسب سرعة الطائرة مع فرض ان كافة المواد المصنوعة للنموذج والطائرة هي نفسها .

الحل:

لدينا العلاقة :  $p = EV$

$p$  الضغط ،  $E$  عامل المرونة ،  $V$  الحجم

$$\frac{\frac{1}{2} \rho_m V_m^2 L_m^2}{\frac{1}{2} \rho_P V_P^2 L_P^2} = \frac{L_m^3}{L_P^3} \quad (1)$$

ولدينا :  $\rho_m = \rho_P$

$$\frac{L_m}{L_P} = \frac{1}{10}$$

بالتعويض في (1) نجد :

$$\frac{V_m^2 L_m^2}{V_P^2 L_P^2} = \frac{L_m^3}{L_P^3}$$

$$\frac{V_m^2}{V_P^2} = \frac{1}{10}$$

$$V_m = \sqrt{10} \cdot V_p$$

$$V_m = \sqrt{10} \cdot 50 \frac{km}{hr} = 158 \frac{km}{hr}$$

\*\*\*\*\*

3- VII

يجري الماء في انبوب قطره **15mm** وبسرعة **3 cm/sec** ، ويجري زيت في أنبوب مشابه للأنبوب الأول بسرعة **15 cm/sec** ، كم يجب ان يكون قطر الانبوب الثاني ليتحقق شرط التشابه التحريكي إذا فرضنا ان كثافة ولزوجة الماء

$$\rho_{oil} = 850 \frac{kg}{m^3}, \mu_{oil} = \text{ : وللزيت } \rho_w = 1000 \frac{kg}{m^3}, \mu_w = 1 \text{ Cp}$$

$$3 \text{ Cp}$$

الحل:

$$Re_{oil} = Re_w$$

$$\frac{\rho_{oil} \cdot V_{oil} \cdot D_{oil}}{\mu_{oil}} = \frac{\rho_w V_w D_w}{\mu_w}$$

$$\frac{\rho_{oil}}{\rho_w} \cdot \frac{V_{oil}}{V_w} \cdot \frac{D_{oil}}{D_w} = \frac{\mu_{oil}}{\mu_w}$$

$$\frac{D_{oil}}{D_w} = \frac{\mu_{oil}}{\mu_w} \cdot \frac{V_w}{V_{oil}} \cdot \frac{\rho_w}{\rho_{oil}} = \frac{3}{1} \cdot \frac{3}{15} \cdot \frac{1000}{850}$$

$$\Rightarrow D_{oil} = 0.706 D_w$$

$$D_{oil} = 10.58 \text{ mm}$$

.....

تضخ مضخة  $1.2 \frac{m^3}{sec}$  من الماء تحت ضغط 400kpa والمطلوب من أجل الاستطاعة الهيدروليكية للمضخة، تم اقتراح نموذج اختبار بنسبة قياس 1:4 من المضخة ويفرض أن استطاعتها 8000kw أوجد الضغط اللازم لعمل النموذج ؟

الحل:

$$\frac{D_p}{D_m} = 4 \quad \text{لدينا}$$

$$Re_p = Re_m$$

$$\frac{\rho_p \cdot V_p \cdot D_p}{\mu_p} = \frac{\rho_m \cdot V_m \cdot D_m}{\mu_m}$$

$$\frac{V_p}{V_m} = \frac{D_m}{D_p} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \frac{V_p}{V_m} \cdot \frac{A_p}{A_m} = 4^2 \cdot \frac{1}{4} = 4$$

$$\Rightarrow Q_m = Q_p \cdot \frac{1}{4} = \frac{1.2}{4} = 0.3 \frac{m^3}{sec}$$

$$W_p = \rho \cdot Q \cdot V^2 \quad \text{استطاعة المضخة}$$

$$\frac{W_p}{W_m} = \frac{Q_p}{Q_m} \cdot \frac{V_p}{V_m}$$

$$\frac{W_p}{W_m} = \frac{\rho_p \cdot V_p^2}{\rho_m \cdot V_m^2} \cdot \frac{A_p}{A_m} \cdot \frac{V_p}{V_m}$$

$$\frac{W_p}{W_m} = 4^2 \cdot \frac{1}{4^2} \cdot \frac{1}{4}$$

$$W_p = \frac{8000}{4} = 500 \text{ kw}$$

$$\Delta p_p = \rho \cdot V^2$$

$$\frac{\Delta p_p}{\Delta p_m} = \frac{\rho_p}{\rho_m} \cdot \frac{V_p^2}{V_m^2}$$

$$\Delta p_p = \Delta p_m \times 4^2$$

$$\Delta p_p = 400 \times 4^2 = 6400 \text{ kpa}$$

\*\*\*\*\*

## VII - 2-5 مسائل غير محلولة :

1. يبلغ الضغط المؤثر على صاروخ Rocket 22kpa عندما تسير بسرعة 1200Km/hr ويراد تصميم نموذج صاروخ ضمن نفق هوائي قيمة الضغط فيه 90kpa عند درجة حرارة 15 درجة ونرغب باختيار السرعة والضغط اللازمين للنموذج الصاروخ لرفعه الى مستوى 15km .

2. لتصمم نظام مخبري لفرق ضغط نموذج حقيقي لشريان قطره 1mm

فاستخدم الماء في أنبوب قطره 1cm ، ما هي السرعة ومعدل التدفق

المستخدمين في النموذج الحقيقي ، حيث يمثل الضغط في الشريان  $\frac{\Delta P}{L}$

والكثافة  $\rho_b = 1060 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  واللزوجة التحريكية  $\mu_b = 3.5 \text{ CP}$  والسرعة

المفروضة للنظام المخبري (ماء)  $V_w = 5 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$  و  $\rho_w =$

$$1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \mu_w = 0.7 \text{ Cp}$$

3. إذا كان قطر الوعاء الدموي  $d_b = 5\text{mm}$  والتدفق  $Q_b = 120 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$  و

كثافة الدم  $\rho_b = 1060 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  ، ولزوجته  $\mu_b = 0.004 \text{ Pa.s}$  ، تم

تصميم نموذج في وعاء مائي قطره  $d = 5 \text{ cm}$  ، وكثافة الماء

$\rho_w = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  ولزوجته  $\mu_w = 0.001 \text{ Pa.s}$  ، أوجد سرعة

جريان الماء ؟

4. يراد تصميم نموذج مخبري عند شروط قياس الضغط نفسها في أنبوب قطره

$3\text{cm}$  ، أوجد سرعة الجريان وكمية التدفق المستخدمة في النموذج كبديل

لشريان الإنسان الذي قطره  $D$ ، وسرعة الجريان  $V = 80 \text{ cm/s}$  في النموذج

الحقيقي ، كثافة ولزوجة الدم  $\mu = 3.5 \text{ cp}$  ،  $\rho = 1060 \text{ kg/m}^3$  على

الترتيب ، وأن كثافة ولزوجة الماء  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  ،

$\mu = 0.7 \text{ cp}$  .





الفصل الثامن  
ميكانيك السوائل الحيوية

Bio fluid Mechanics



# ميكانيك السوائل الحيوية

## VIII - 1. مقدمة تاريخية : Introduction

بين علماء الشرق في القرن الثاني قبل الميلاد أن الدم يتحرك ضمن دارة مغلقة واستفادوا في أبحاثهم من النبضة التي نشعر بها عندما نجس معصم اليد . عند الغرب أعتبر أبقرط ، الذي عاش في اليونان ، عام 400 قبل الميلاد ، أن هيئة الإنسان كانت مكاملة للطبيعة ولكن هناك شيئاً لا بد أن يكون مفهوماً . فأسس مدرسة طبية في جزيرة كوس، اليونان، وانشأ قسم لآداب مهنة الطب.

أما أرسطو، فهو فيلسوف وعالم له تأثير كبير على الطب في ذلك الوقت ، وعاش في اليونان ما بين 384 و322 قبل الميلاد . و كتب أن القلب مركز نشاط الأوعية الدموية، ولكن لم يفرق بين الشرايين والأوردة.

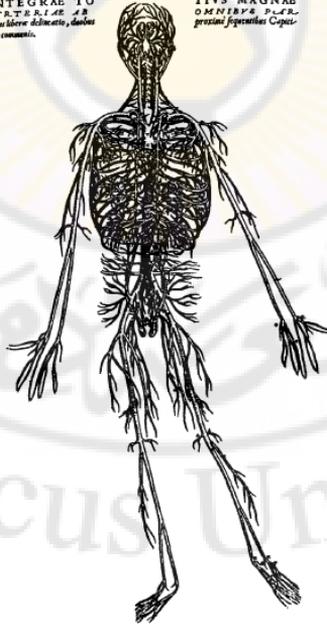
براكساغوراس Praxagoras اليوناني الأصل ( طبيب معاصر لأرسطو ) ، هو أول طبيب يوناني بين الفرق بين الشرايين ( ناقلات الهواء، كما كان يعتقد) والأوردة ( ناقلات الدم، خزان تجمع الدم )، كما بين علاقتهما مع النبض .

وأوجد العالم Galen ( 130 - 200 ) تدفق الدم في الشرايين ، بينما بين العالم Columbus ( 1516-1559 ) أن الدم الوريدي للبطين الأيمن يمر إلى البطين الأيسر عبر الرئة ، والعالم Servetus الاسباني ( 1511-1553 ) ميز بين الشرايين والأوردة من حيث السماكة ، والعربي الدمشقي ابن النفيس Ibn al nafis ( 1210 - 1288 ) أوضح أن الدم الوريدي للبطين الأيمن يحمل الشرايين التي تشبه الأوردة إلى الرئة حيث يتم مزج الهواء ومن ثم ينتقل الدم إلى البطين الأيسر عبر الأوردة التي تشبه الشرايين ( الدورة الرئوية ) .

و Galilei ( 1564-1642 ) بيّن أن الدورة الدموية تعمل بنظام دورة مغلقة وطور الفكرة William Harvey (1578-1657) بيّن الطبيعة النبضية للدم أثناء التدفق وأن ثلث الدم في القلب ( هذه الطبيعة النبضية تعرف اليوم بالانقباض)، أما Malpighi (1661) فاستخدم المجهر لتوضيح الأوعية الشعرية ، والعالم الألماني Zweifach Hall ( 1841 ) بيّن فعالية انقباض الأوعية الصغيرة جدا مع خلايا العضلة الملساء و فرق بين الشعريات والأوعية الشريانية الصغيرة (الشريينات ) حيث إن الشعريات تحول الماء والمحاليل من الدم إلى الأنسجة المحيطة .

كما قام الرسام Davinci (1452-1519) برسم الأجزاء المحتواة للنظام الدوراني والرسام Vesalius (1514-1564) رسم شجرة الأوعية البشرية بأبعادها المناسبة الشكل ( 1-8).

DE HUMANI CORPORIS FARRICA LIBER III.  
INTEGRÆ TO TIVS MAGNÆ  
PULSILAE AB OMNIBUS PUL-  
sibus libere delineatio, dandus  
sua commentis. gressini figurantur Caput.



الشكل (8-1): شجرة الأوعية البشرية

و قام Staring بقياس ضغط الدم في الأنايب الشعرية (وتم تطبيقها في عام 1930) والعالم الفيزيائي Bernard (1852) بين تنبيه الأعصاب التي تقوم بالتحكم بتدفق الدم من خلال الأعصاب المحركة .

أوجد Hooke (1635-1703) قانون هوك للمرونة ، Boyle (1727-1692) العالم الانكليزي أوجد قانون بويل للغازات وبين أهمية التنفس وتبادل الغازات بين الدم والرئة ، أشار Lower (1837) الانكليزي إلى أن غاز الأوكسجين يوجد في الشرايين وغاز ثاني أكسيد الكربون يوجد في الأوردة .

أوجد العالم Euler (1775) حسابات نبضة ضغط الدم والعالم Young (1816) موجة السرعة في الأنايب المرنة ، وفي عام 1840 اهتم العالم الفيزيائي الفرنسي بوازويل Poizeuille بتدفق الدم ودرس التدفق في الشعريات . أوجد العالمان Moen – Korteweg (1878) قانون موجة السرعة

$$c_0 = \sqrt{\frac{E.h}{2.r.\rho}}$$

وفي القرن التاسع عشر أوجد Marey شكل موجة الضغط وأهميتها في كشف آفات وأمراض الشرايين مثل Hypertension ارتفاع الضغط وتم تسجيل قيم الضغط وقيم التدفق حيث أوجد Kolin (1936) مقياس التدفق بالأمواج الكهروضوئية والآن يتم استخدام الأمواج فوق الصوتية لمعرفة سرعة الجريان .

والأبحاث الحالية تتوجه بالنمذجة الرياضية والتحليل البعدي ففي عام 1978 أوجد العالم Noor dergroaf الشكل الرياضي لتدفق الدم عبر الشرايين المرنة ، ولكن لإجراء التحليل الرياضي والنمذجة لابد من الاستعانة بالمبادئ الأساسية لميكانيك السوائل ومعرفة المفاهيم الوظيفية للأوعية الدموية وفروعها.

إن ميكانيك السوائل الحيوية هو اتحاد ميكانيك السوائل مع فيزيولوجيا الجسم البشري وهندسة النسيج الوعائية ، فهو يدرس المشاكل التي يتعرض لها الجسم الحيوي من خلال تطبيق القوانين والمبادئ الأساسية لميكانيك السوائل وتطبيقها على السوائل الحيوية للمساعدة في معالجة الحالات المرضية أو تشخيص الآفات المرضية.

ومثال ذلك: لقد اهتم بوازويل بالتدفق ودرس أسلوب جريان السائل في الأنايب ، وفي ميكانيك السوائل الحيوية فإننا نطبق قوانين التدفق التي أوجدها بوازويل على الجريان الحيوي الذي يمثل تدفق الدم في الأوعية الدموية .

إلا أن تطبيق قوانين ومبادئ ميكانيك السوائل العامة يتطلب المعرفة الجيدة بالنظام الدوراني للأوعية المحيطية والقلب ، والأوعية الدموية تتفرع إلى عدة فروع تبدأ من الشريان الكبير (الابهر ) وحتى الأوعية الفرعية الصغيرة ، والتي هي لزجة لاختية والتدفق فيها نبضي ، وتقوم الأوعية المحيطية بدورها :

1. تأمين حاجات النسيج ( نقل الأكسجين والغذاء وفي الوقت نفسه تطرح ثاني أكسيد الكربون والفضلات إلى كافة أنحاء الجسم ) .
2. نقل الهرمونات من احد أقسام الجسم إلى قسم آخر .
3. الحفاظ بشكل عام على بيئة ملائمة في سائل النسيج كافة من أجل وظيفة مثلى للخلايا .

و للقلب آلية ذاتية الحركة تستجيب لمتطلبات النسيج ويحتاج إلى مساعدة من الإشارات العصبية ليستطيع ضخ الكميات المطلوبة من الدم ، وهو يلعب الدور الأساس في دفع الدم إلى الأوعية المحيطية.

وتعريف الدم من وجهة نظر ميكانيك السوائل: فهو سائل لزج غير نيوتوني غير متجانس، غير قابل للانضغاط ، أي أن النسبة بين إجهاد القص ومعدل القص غير ثابتة، وأما الدم من الناحية الفيزيولوجية فيتألف من الشوارد غير العضوية والبروتينات والخلايا تحتوي على 50% من البلازما.

## VIII-2. فيزيولوجيا الدم والأوعية الدموية :

### Physiology of The Blood & Vessels

قبل البدء بدراسة الوعاء الدموي لابد من دراسة مكونات الدم ومركباته.

#### VIII-2-1. الدم The Blood:

يقوم الدم بإيصال الأوكسجين والهرمونات والمواد الغذائية إلى الخلايا، والتخلص من غاز ثاني أكسيد الكربون والفضلات الأخرى منها.

يتحرك الدم عبر الشرايين والأوردة بفعل تقلصات القلب، ويعبر جملة الدوران كاملة في غضون 20 ثانية تقريباً .

حيث يتألف الدم من العناصر المكونة والمصورة :

#### 1- العناصر المكونة Formed Element:

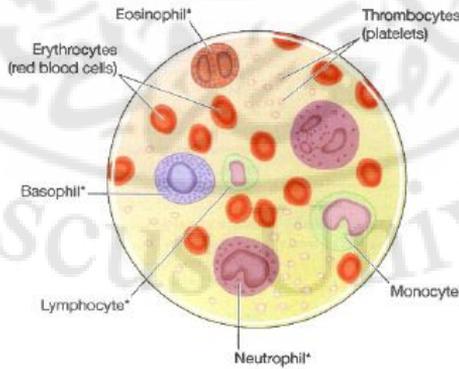
يبين الشكل (2-8) الخلايا التي تتألف من :

أ- الكريات الحمر **Erythrocytes**: وهي خلايا الدم الحمراء ، المرنة ، غير منواة ، مقعرة الوجهين ذات قطر وسطي 7ميكرون وسماكتها القصوى 2 ميكرون ويبلغ عددها من 4 إلى 5 مليون خلية / مم<sup>3</sup> ، وتحتوي على خضاب الدم Hemoglobin وهي المادة الرئيسية ضمن الكريات الحمراء مركبة من

البروتين والحديد ، تنقل الجزء الأكبر من الأوكسجين إلى النسيج وتعيد غاز CO<sub>2</sub> من النسيج إلى الرئة ، ويبلغ التركيز الطبيعي للخضاب عند الشخص الطبيعي %15 - 14 ميلي غرام وكل ميلي غرام من الخضاب يرتبط مع 1034 ميلي لتر من الأوكسجين ويتألف جزئ الخضاب من مشاركة أربع جزيئات هيم مع جزئ غلوبين.

ب- الكريات البيض **Leukocytes** : وهي الوحدات المتحركة لجهاز المناعة في الجسم، ويتشكّل جزء منها في نقي العظام (المحبيبات والوحيدات والقليل من اللمفاويات) أما الجزء الآخر فيتشكّل في النسيج اللمفاوية ( اللمفاويات والخلايا المصورة ) .

يبلغ عدد الكريات البيض 5 - 10 آلاف خلية / مم<sup>3</sup> ولها خمس أجزاء وهي: المعتدلات ، الحمضات ، الاسسات، الوحيدات، واللمفاويات ، تتمثل قيمة الكريات البيض في أن معظمها ينتقل إلى أماكن الالتهاب الخطيرة ، وبذلك تؤمّن دفاعاً ضد عوامل المتعضيات الغازية Invading Organismo وللحصول على هذه الحماية يجب أن تتحرك الكريات بسرعة لتكون قادرة على اجتياز الشعيرات للوصول إلى النسيج .



يبين الشكل(2-8) تركيب ومكونات الدم[21]

ت- الصفائح **Platelite**: وهي صغيرة الحجم وغير منواة ولا ملونة وهي مكورة أو بيضوية وتتولد في نقي العظام ووظيفتها الحث والبدء بآلية تخثر الدم ، فهي تملك خاصة التراص والالتصاق وسطحها الخارجي سلبى الشحنة ونصف عمرها ما بين 8 - 12 يوم ويبلغ عددها 150 - 400 ألف خلية / مم<sup>3</sup>.

إن مجموع الكريات الحمر والبيض والصفائح يدعى بالرتابة **Hematocrit** وهي العناصر التي تشغل نسبة من حجم الدم في الجسم ويبلغ العدد الطبيعي للرتابة 45% - 40 من حجم الدم .

### ث- المصورة ( البلازما ) Plasma:

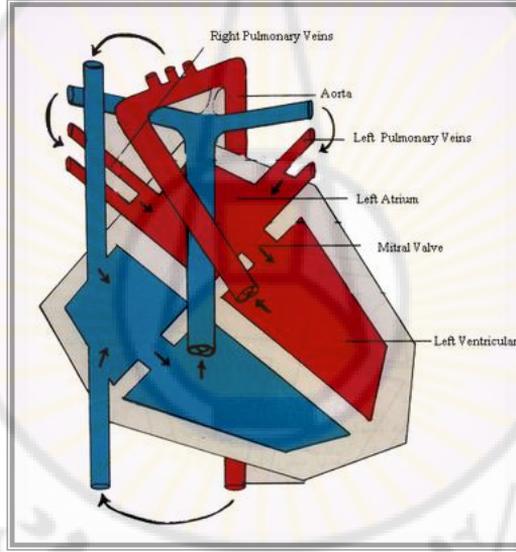
وهي الجزء غير الخلوي من الدم ذو لون أصفر قش Straw مكونة من محلول يتألف من 9% صلب و 91% ماء ، معظم محتويات البلازما من البروتين والشوارد التي لها أهمية كبرى مثل الصوديوم ، البوتاسيوم، الكلوريد، الكالسيوم، الفوسفور، الفوسفات ، والمغنسيوم ومن الضروري المحافظة على تركيز هذه الشوارد بسبب تنقلها بين الأوعية الشعرية والسائل الخلالي .

تؤلف العناصر المكونة والمصورة الدم ، ويبلغ حجم الدم الطبيعي عند البالغين  $90 \frac{ml}{kg}$  - 70 و بحجم أعلى عند الأطفال حيث يبلغ  $90 \frac{ml}{kg}$  ، حيث يشكّل حوالي 8% - 7 من وزن الجسم.

### VIII-2-2. القلب The Heart :

القلب أنشط أعضاء الجسم إذ يبدأ بالخفقان في الشهر الأول من عمر الجنين ويستمر بالعمل مدى الحياة كمضخة للدم لتغذية خلايا الجسم، وينقسم إلى قسمين: القسم الأيمن ذو الحواف الهلالية والقسم الأيسر ذو الحواف الأسطوانية كما في الشكل (3-8)، والأخير الذي يدفع الدم الغني بالأكسجين إلى الشريان الأبهر من

خلال الصمام الأبهرى ومنه إلى الدورة الدموية التي تحمل السوائل نتيجة الاختلاف في تركيز الخلية مع مجاوراتها في الجسم من كل خلية ثم يعود الدم إلى القسم الأيمن من القلب (الذي يكون مفتقرا" لغاز الأوكسجين  $O_2$  وغنيا بغاز ثاني أو كسيد الكربون  $CO_2$ ) ومنه إلى الدورة الدموية الرئوية عبر الصمام الرئوي حيث يتم تزويده بالأوكسجين وي طرح  $CO_2$  قبل أن يعود إلى القسم اليساري من القلب ، ويفصل القسم الأيمن عن القسم الأيسر جدار عضلي يمنع اختلاط الدم بين هذين القسمين يسمى الحجاب بين البطينين Septum .



الشكل (8-3): غرف وأوعية القلب

يتألف كل قسم من القلب من غرفتين الغرفة العليا وهي الصغرى وتدعى الاذينة Atrium (غرفة استقبال الدم ) والغرفة الثانية السفلى وتدعى البطين Ventricle (وهي غرفة تفرغ الدم ) ويفصل بينهما صمام ذي الاتجاه الواحد ويقدر حجم البطين بضعف حجم الأذنين فالأذنين الأيسر يُعد أصغر الغرف حيث يحتوي على 45 ml من الدم ويعمل عند ضغط 0 – 25 mmHg وذو سماكة جدار 3 mm أما الأذنين الأيمن فيحتوي على 63 ml من الدم ويبلغ الضغط فيه

0 – 10 mmHg وسماكة الجدار 2 mm أما البطين الأيسر ( ذو الحواف الاسطوانية) فيحتوي على 100 ml من الدم والضغط يكون فيه 140 mmHg وسماكة الجدار 12 mm والبطين الأيمن ذو الحواف الهلالية يحتوي على 130 ml من الدم ويكون الضغط فيه 0 – 140 mmHg وسماكة الجدار تساوي  $\frac{1}{3}$  سماكة الجدار في البطين الأيسر أي حوالي 4 mm .

يبلغ مجموع كمية الدم في الغرف الأربع 325 – 350 ml أي حوالي 6.5% من كمية الدم الكلية.

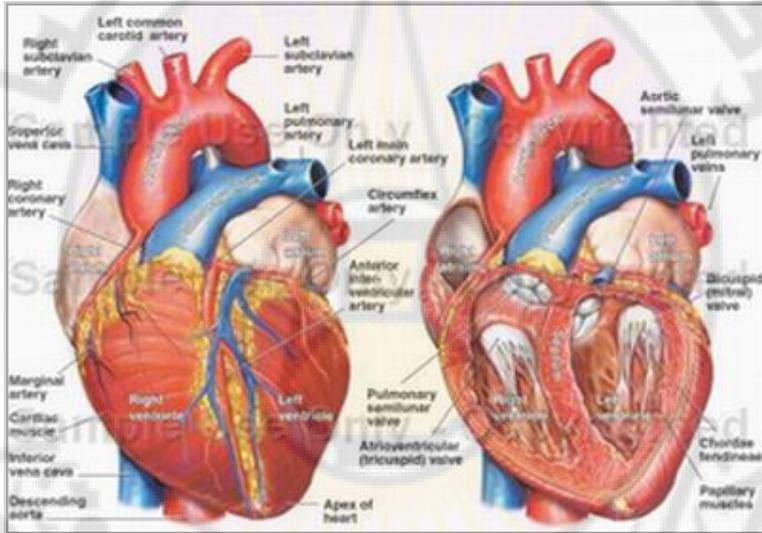
## 1- أوعية القلب Heart Vessels :

يحتوي القلب على عدة أوعية دموية ، قسم منها يدخل إلى القلب والقسم الآخر يخرج منه، تتكون الأوعية الداخلة إلى القلب من ستة، اثنان منها تأتي من الرئة اليمنى واثنان من الرئة اليسرى وتحمل هذه الأوعية الأربعة التي نسميها الأوردة الرئوية Pulmonary Veins الدم المشبع بالأكسجين ليصب في الأذنين الأيسر وتُعد الأوردة الوحيدة في الجسم التي تحمل الدم النقي المشبع بالأكسجين وأما الاثنان الأخيران فهما الوريد الأجوف العلوي Superior Vena Cava الذي يحمل الدم الفقير بالأكسجين من القسم الأعلى من الجسم إلى الأذنين الأيمن، والوريد الأجوف السفلي Vena Cava Inferior الذي يحمل الدم الفقير بالأكسجين من القسم الأسفل من الجسم إلى الأذنين الأيمن .

أما الأوعية الخارجة من القلب فهي اثنان ينطلقان من قاعدة القلب ويسيران جنباً إلى جنب لينقل احدهما وهو الشريان الرئوي Pulmonary Artery الدم الفقير بالأكسجين من البطين الأيمن عبر الصمام الرئوي إلى الرئتين وهذا الشريان الرئوي هو الشريان الوحيد في الجسم الذي ينقل دماً فقيراً من الأكسجين من القلب إلى خارجه والثاني وهو الشريان الابهر Aorta الذي يلتف كالجسر فوق الشريان

الرئوي ويحمل الدم المشبع بالأكسجين من البطين الأيسر عبر الصمام الأبهري إلى جميع أنحاء الجسم كما في الشكل (4-8).

RA الاذينة اليمنى ، RV البطين الأيمن ، LV البطين الأيسر ، T صمام مثلث الشرف ، M الصمام التاجي ، A0 الصمام الأبهري ، P الصمام الرئوي ، IVC الوريد الأجوف السفلي ، SVC الوريد الأجوف العلوي ، PA الشريان الرئوي ، Aorta الشريان الأبهري .



الشكل (4-8): غرف ، أوعية ، وصمامات القلب

## 2- صمامات القلب Heart Valves :

للقلب أربع صمامات تتحكم بتدفق الدم عبره ، الأول يدعى الصمام الأبهري Aortic Valve الذي يفصل البطين الأيسر عن الشريان الأبهري ووظيفته إعاقة تدفق الدم من الأبهري إلى البطين الأيسر ، ويتوضع الصمام الثاني بشكل مشابه للأول ( ويدعى الصمام الرئوي Pulmonary Valve ) بين البطين الأيمن والشريان الرئوي ويؤمن تدفق الدم باتجاه واحد، من البطين الأيمن إلى الشريان

الرئوي ثم الرئة ، أما الصمام الثالث ويدعى الصمام التاجي Mitral Valve فيتوضع بين الأذنين الأيسر والبطين الأيسر والصمام الرابع ويدعى مثلث الشرف (أو الثلاثي الوريقات ) Tricuspid Valve ويتوضع بين الأذنين الأيمن والبطين الأيمن ويمنعان هذان الصمامان من تدفق الدم إلى الأذنين بالاتجاه المعاكس أثناء الانقباض البطيني ، الشكل (4-8).

### 3- الدورة القلبية Circulation :

تدعى الفترة بين بدء ضربة قلبية وبدء الضربة التي تليها بالدورة القلبية. تتألف الدورة القلبية من فترة إرتخاء تدعى "الإنبساط " يمتلئ خلالها القلب بالدم، تتبعها فترة تقلص تدعى "الإنقباض " .

تبدأ كل دورة قلبية بتنبيه كهربائي ينشأ في العقدة الجيبية-الأذينية، والتي تتوضع على الجدار العلوي الوحشي للأذينة اليمنى قرب فتحة الوريد الأجوف العلوي. ينتقل التنبيه الكهربائي (ويدعى أيضا كمن العمل) بسرعة عبر الأذينتين، ثم يعبر الحزمة الناقلة الأذينية-البطينية نحو البطينين. يتأخر مرور التنبيه القلبي الكهربائي من الأذينتين إلى البطينين بما يزيد عن 1/10 من الثانية، ويسمح ذلك بتقلص العضلة الأذينية أولاً، فتقوم بضخ الدم إلى البطينين، ثم يليها تقلص البطينين. وهكذا، تعمل الأذينتين "كمضخة تعبئة" للبطينين، اللذين يشكّان فيما بعد القوة الدافعة الرئيسة للدم نحو السريرين الوعائيين الرئوي والمحيطي.

## Blood Vessels 3.2-VIII الأوعية الدموية

تقسم الأوعية الدموية إلى :

1- أوعية ذات ضغط عالي تدعى الشرايين **Arteries** وهي ذات جدران سميكة ، مقاومة للزوجة ، تحمل الدم من القلب إلى كافة أنحاء الجسم.

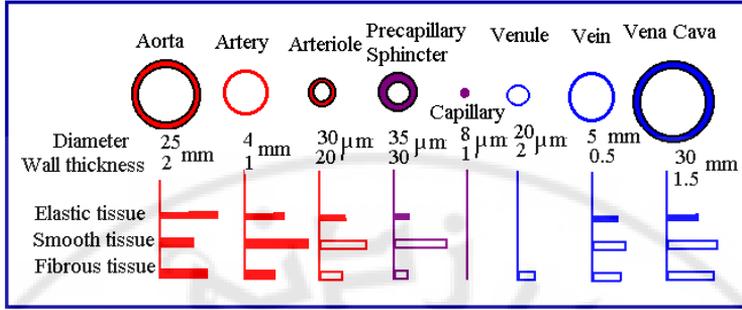
2- وأوعية أخرى تدعى الأوردة **Venous** تسير باتجاه الجريان وهي مرنة ذات قطر داخلي كبير تعيد الدم من الجسم إلى القلب.

وتتألف الشرايين والأوردة من الأقسام والصفات التالية بصرف النظر عن سماكة جدران الشرايين والأوردة الكبيرة:

1. الطبقة الداخلية **Intima**: ذات الثخانة الأقل ، وتتألف بطانتها الداخلية من طبقة واحدة رقيقة وخلايا glued تربط السطح الداخلي للأوعية والنسيج الخلوي، يحيط بهما طبقة رقيقة مرنة تدعى الطبقة المرنة الداخلية Internal Elastic Lamina .

2. الطبقة المتوسطة **Media**: وهي الأثخن وتتألف من عدد من الألياف المرنة المرتبة وخاصة في الأوعية الكبيرة في الشرايين ( التي تتمدد أثناء الانبساط وتنقلص أثناء الانقباض) وتتوضع الخلايا العضلية حول جدران الأوعية وتحتوي على العضلة الملساء والكولاجين Collagen والايلاستين Elastin الذي يحدد خواص المرونة للوعاء .

3. الطبقة الخارجية **Adentitia**: وتتألف من نسيج اتصال ذات صفات مرنة وفعالة للتحكم بمرونة وقطر الوعاء من خلال العضلة الملساء التي تتسع عند التدفق المتزايد كما في الشكل(5-8) .



الشكل (8-5): القطر الداخلي وسماكة الجدار للأوعية الدموية

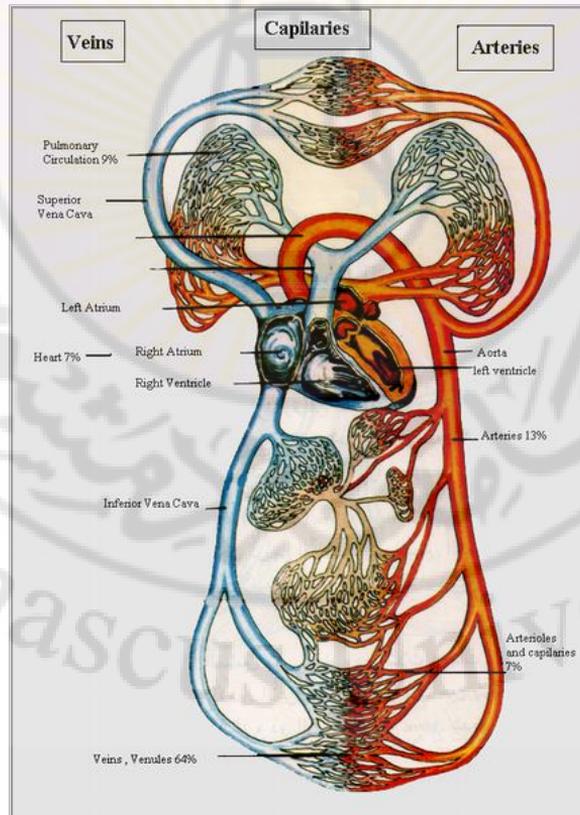
تعمل الدورة الدموية على تأمين متطلبات النسيج ، وبنقل المواد الغذائية إليها وسحب الفضلات منها، وبنقل الهرمونات بين أجزاء الجسم المختلفة. ويحافظ الدوران بذلك على بيئة مناسبة في جميع سوائل النسيج تضمن بقاء الخلايا وتصون وظائفها على النحو الأمثل .

تقسم الدورة الدموية إلى قسمين : الأول الدورة الدموية الكلية أو الكبرى Systemic Circulation وتدعى أيضاً الدورة الدموية المحيطية Peripheral Circulation والتي تغذي كافة النسيج في الجسم فيما عدا الرئة والثاني الدورة الدموية الرئوية أو الصغرى Pulmonary Circulation وتتألف الدورة الدموية كما هو مبين في الشكل (6-8) من :

1. الشرايين : وهي تنقل الدم إلى النسيج تحت ضغط عالٍ وبالتالي فإن جدران الأوعية الشعرية قوية ويتدفق الدم بشكل سريع في الشرايين .
2. الشريينات : وهي الفروع الصغيرة للشرايين وتلعب دور صمام التحكم للدم المنقى الذي ينتقل إلى الشعريات ، ولجدران الشريينات متانة قوية فهي قادرة على الإغلاق والتوسع التام.

3. الشعريات : تقوم بتبادل السوائل وتأمين الغذاء والهرمونات وبعض المواد الأخرى بين الدم والسوائل وذات جدران رقيقة جدا ونفوذها لجزيئات المواد الصغيرة .

4. الأوردة : وتقوم بتجميع الدم من الشعريات ويتدرج قطر الأوردة من الوريدات إلى الوريد الكبير وتنقل الدم من النسيج إلى القلب و الضغط ذو قيمة صغيرة جدا ولذلك فإن جدرانها رقيقة وتحتفظ بالدم الزائد أي تعتبر كخزان دم .  
 إن نسبة 84% من حجم الدم الكلي يكون في الدورة الدموية المحيطة حيث يندفع جزء من الدم في الأوعية ذات الأقطار الكبيرة ويصل ثلث حجم الدم الكلي إلى القلب ويبقى الثلثان أشبه بخزان في الأوردة.



الشكل (6-8) يبين توزيع حجم الدم في الأقسام المختلفة من الدورة الدموية

أي أن نسبة 64% من الدم تبقى في الأوردة ونسبة 13% في الشرايين و 7% في الشريينات والشعريات أما القلب فيحتوي على نسبة 7% من حجم الدم الكلي وتحتل الدورة الدموية الرئوية نسبة 9% من حجم الدم حيث تتصل الأسرة الشعرية من طرفها الأيمن بالشرايين ومن طرفها الأيسر تتصل بالأوردة.

- تستقبل الأوعية الدموية الدم وتعالجه وتأخذ منه حاجتها نتيجة الاستقلاب ويتدفق الدم إلى الأعضاء والنسج في الحالات التالية :

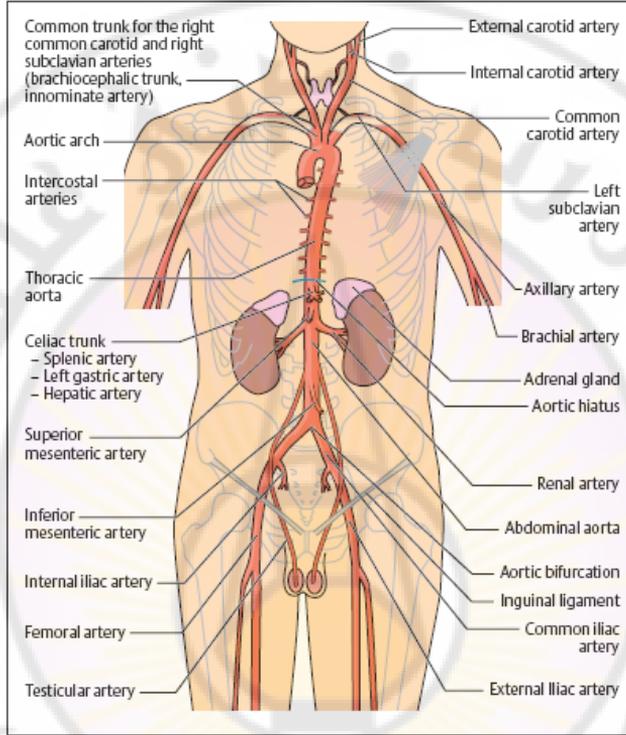
1- لتلبية حاجة النسج بنقل الغذاء وطرح الفضلات .

3- قيام الأعضاء نفسها بالمعالجة مثل الأكسجة (الدورة الدموية الرئوية) أو التخزين مع الغذاء (الدورة الداخلية للأحشاء) أو الترشيح (الدورة الكلوية) ، أو التبريد (الدورة الجلدية) أو لتنقية وتخريب الكريات الحمراء في الدم (الدورة الداخلية) .

فروع قوس الأبهر Aorta Arc:

الأبهر هو أكبر شرايين الجسم ، الشكل (7-8) ، ويبلغ قطره حوالي 2.5cm يدعى القسم الأول منه "الأبهر الصاعد" ، والثاني " قوس الأبهر" ، والثالث " الأبهر النازل " . يقسم الأبهر النازل بدوره إلى الأبهر الصدري والأبهر البطني. تتفرع ثلاثة شرايين من قوس الأبهر. أول هذه الفروع هو " الشريان اللا اسم له " . وينقسم بدوره إلى الشريان السباتي الأصلي الأيمن والشريان تحت الترقوة الأيمن . الفرع الثاني لقوس الأبهر هو الشريان السباتي الأصلي الأيسر، والثالث هو الشريان تحت الترقوة الأيسر، وينشأ منه الشريان الثديي الباطن الأيسر. يتفرع كل من الشريانيين السباتيين الأصليين الأيمن والأيسر إلى شريان سباتي ظاهر وشريان

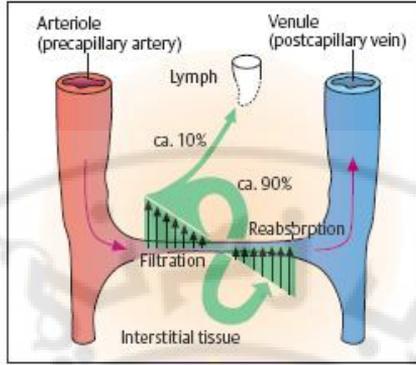
سباتي باطن، وينشأ من كل شريان سباتي باطن شريان دماغي متوسط يقوم بتروية الدماغ. يقوم الشريان السباتي الظاهر بتروية العنق والوجه وفروة الرأس.



الشكل (8-7): الشريان الأبهر وفروعه

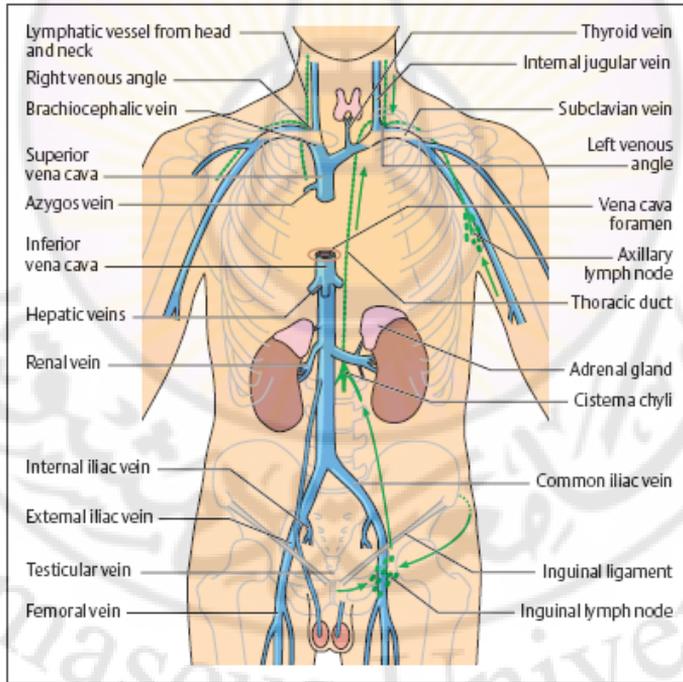
الشرايين الإكليلية : تروي وتغذي القلب

الشعريات : تقوم بتبادل السوائل وتأمين الغذاء والهرمونات وبعض المواد الأخرى بين الدم والسوائل ، كما في الشكل (8-8) .



الشكل (8-8): عملية التبادل في الشعريات

الأوردة : بين الشكل ( 8-9 ) أوردة الجسم وهي:



الشكل (8-9): يبين الأوردة في الجسم

أوردة الرأس: تلتقي أوردة الدماغ وفروة الرأس مع أوردة الوجه لتتشكل الوريدين الوداجيين الظاهر والباطن على كل من جانبي العنق. الوريد الوداجي الظاهر هو

أكبر أوردة العنق السطحية، وينزح الدم من الوجه وفروة الرأس ليصبّ في الوريد تحت الترقوة. أما الوريد الوداجي الباطن فمساره أعمق، ويوازي مسار الشرايين السباتية. يلتقي الوريد الوداجي الباطن مع الوريد تحت الترقوة ليشكّل الوريد اللا اسم له في كل جانب، ويتشكّل الوريد الأجوف العلوي من إلتقاء هذين الوريدين.

**أوردة الطرف العلوي:** يتشكّل الوريد القاعدي من التقاء الوريد الزندي والوريد القاعدي الأنسي، ويلتقي الوريدين القاعدي والعضدي ليشكّل معاً الوريد الإبطي. ينزح الوريد الكعبري الدم من اليد ويسير على إمتداد الشريان الموافق ليلتقي مع الوريد الرأسي الذي يعبر الذراع باتجاه الكتف، ويصبّ في الوريد الإبطي قبل أن يصبح اسمه " الوريد تحت الترقوة ".

**أوردة الأحشاء:** يصب الوريدين الكلويين مباشرة في الوريد الأجوف السفلي، بينما يجتمع الوريد الطحالي مع الأوردة المساريقية لتشكّل "وريد الباب". كذلك، تقوم أوردة المعدة والبنكرياس والأمعاء بنزح الدم الغني بالمواد الغذائية، وتصبّ أيضاً في وريد الباب الذي ينقله إلى الكبد. تلتقي الأوعية الشعريّة الكبدية لتشكّل الوريد الكبدية الذي يصب في الوريد الأجوف السفلي.

**أوردة الطرف السفلي:** يتم النزح الوريدي من الطرفين السفليين عبر مجموعتين من الأوردة السطحية (الوريدين الصافن الطويل والقصير) والأوردة العميقة (التي تطلق عليها أسماء الشرايين الموافقة لها).

#### VIII-2-4. الدورة الدموية المحيطية Peripheral Circulation :

وتشمل كل من :

#### VIII - 2-4-1 الشرايين Arteries :

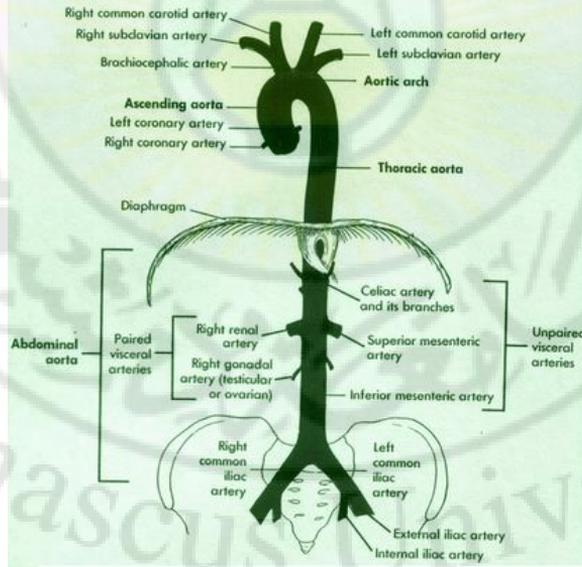
يبين الشكل (8-10) نظام الشرايين التي تنقل الدم من القلب إلى الأعضاء المحيطة ، حيث ينشأ الشريان الابهري Aorta من البطن الأيسر عند الصمام الابهري ثم يأخذ انحناء بمقدار 180 درجة ليتفرع جزء منه إلى الرأس والأطراف ثم يسير بشكل مستقيم إلى الأسفل ليمر بالحجاب الحاجز ثم البطن ثم الساق ، يتناقص قطر الأبهر تدريجيا حيث يعبر عن تغيرات سطح المقطع بالمعادلة التالية :

$$A = A_0 e^{\frac{-Bx}{R_0}} \quad (8-1)$$

حيث :  $A$  : مساحة مقطع الشريان .

$A_0$  ،  $R_0$  : مساحة المقطع ونصف القطر عند مدخل الشريان الأبهر على الترتيب.

$x$  : مسافة الانتقال ،  $B$  : عامل التناقص ويقع ضمن 0.02 – 0.05.



الشكل (8-10) الشريان الابهر وفروعه

يبلغ معدل الضغط الوسطي في الأبهـر الصاعد عند الإنسان 85 mmHg بسبب القطر الكبير للأبهـر ويهبط قليلاً حوالي 1 mmHg من الأبهـر الصاعد إلى نهاية الأبهـر ويبلغ الضغط النبضي 50 mmHg في الأبهـر الصاعد ومن ثم يرتفع في نهاية الأبهـر إلى 65 mmHg وتتغير موجة الضغط تبعاً لحركة الأوعية المحيطية .

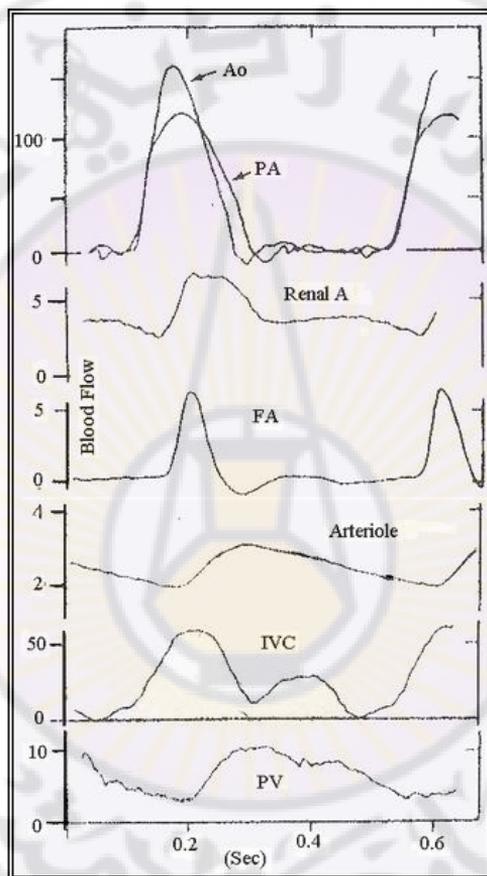
يبلغ الضغط في الشرايين الكبيرة ذات الجدران السميكة 80 – 120 mmHg أما في الأوعية الصغيرة ذات الجدران الرفيعة فيبلغ 90 – 70 mmHg وتعمل الشرايين الصغيرة ضمن مجال ضغط 70 – 45 mmHg والشعريات الصغيرة ضمن المجال 40 – 10 mmHg ويتناقص الضغط في العود الوريدي من 10 إلى 30 mmHg.

#### **Veins الأوردة 2-4-2-VIII :**

عندما تملأ الأذينة ينخفض الضغط في الوريد الأجوف العلوي والسفلي ويزداد الضغط الأذيني حتى نهاية الانقباض لينفتح عندها الصمام مثلث الشرف وبالتالي ينخفض الضغط الأذيني ويزداد التدفق الوريدي إلى القيمة العظمى ثم يليه انخفاض أثناء مرحلة الانبساط ليصل إلى الصفر في نهاية الانبساط.

يتغير التدفق الوسطي في الوريد الأجوف ( أثناء الشهيق والزفير) مع تغير الضغط، حيث يزداد بمقدار 10 – 20% أثناء الشهيق ويتناقص مع الزفير، والتدفق في الوريد تدفق صفائحي ماعدا تلك المنطقة القريبة من الأذين الأيمن حيث يحصل انعكاس في التدفق نتيجة الحركة الدائرية التي تختفي عندما يكون

التدفق باتجاه الجريان وهذه الظاهرة تعتمد على عدد رينولدز حيث تكون  $NR < 700$  عند الإنسان ، ويبين الشكل ( 8-11) التدفق في الأوعية المختلفة .



الشكل (8-11) تغير التدفق في الأوعية مع الزمن في كل من

Ao الابهر النازل ، PA الشريان الرئوي الرئيسي ، FA الشريان الفخذي ،

IVC الوريد الأجوف السفلي ، PV الوريد الرئوي.

تحتوي الأوردة على نسبة 64% من حجم الدم وأي تغير في حجم الدم الوريدي يؤدي إلى تغير في تدفق الدم إلى القلب ، أما التدفق فهو مشابه للتدفق في

الشرايين إضافة إلى التشابه في التركيب التشريحي وطبيعة المادة إلا أن الاختلاف يكون في الخواص الديناميكية ، فعند المقارنة نجد أن :

- الضغط في الوريد اقل من الضغط في الشريان
- للأوردة سماكة جدران اقل من سماكة جدران الشرايين.
- للأوردة صمامات تمنع عودة الدم بالاتجاه المعاكس .
- مرونة جدار الوريد اقل من مرونة جدار الشريان .
- قطر الوريد اكبر من قطر الشريان .

### VIII - 3. ديناميكية الدم الطبيعي في القلب والأوعية الدموية :

The Normal Hemodynamic in The Heart & Blood Vessels:

#### VIII - 3-1. مقاومة التدفق Resistance of Flow :

تعرف مقاومة السائل  $Z$  بالنسبة بين فرق الضغط  $\Delta p$  والتدفق  $Q$  في حالة التدفق الصفائحي للسوائل النيوتونية عبر الأنبوب الأسطواني ، وبالاستناد إلى قانون بوازيل نجد أن:

$$Z = \frac{\Delta p}{\phi} = \frac{P_i - P_0}{\phi} = \frac{8\mu \times L}{\pi \times R^4} \quad (8-2)$$

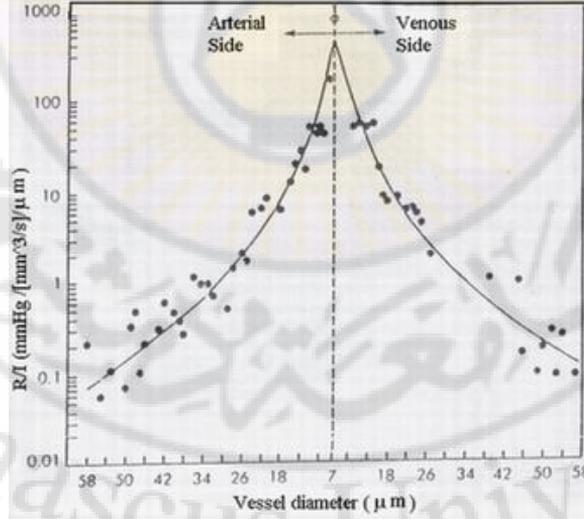
حيث:  $\mu$ : اللزوجة التحريكية.

$L$ : طول الوعاء الدموي.

$R$ : نصف قط الوعاء الدموي.

تحسب المقاومة من خلال قياس تدفق الدم والفرق في الضغط بين نقطتين من الوعاء الدموي، فإذا كان الفرق في الضغط  $1\text{mmHg}$  والتدفق  $1\frac{\text{ml}}{\text{s}}$  فإن المقاومة تساوي إلى  $1\text{PRU}$  وتدعى المقاومة المحيطة الكلية، فعند تدفق الدم  $100\frac{\text{ml}}{\text{s}}$  لشخص في حالة الراحة، وفرق الضغط في الشريان هو  $100\text{mmHg}$  فإن المقاومة المحيطة الكلية هي  $1\text{PRU} = \frac{100}{100}$ .

وقد نجد أن المقاومة تتعلق بأبعاد الأنبوب وخصائص السائل ويبين الشكل (8-12) المخطط البياني بين المقاومة والنسبة للطول  $R/l$  والقطر  $D$ ، فالمقاومة كبيرة في الأوعية الشعرية بينما تكون صغيرة في الأوعية ذات القطر الكبير مثل الشرايين والأوردة حيث نجد أن القيمة  $R/l$  تساوي  $D$  في الأوعية الكبيرة وأي تغير في المقاومة يحدث تغير في نصف قطر الوعاء الدموي نتيجة لانقباض خلايا العضلة الملساء في جدران الأوعية الدموية.

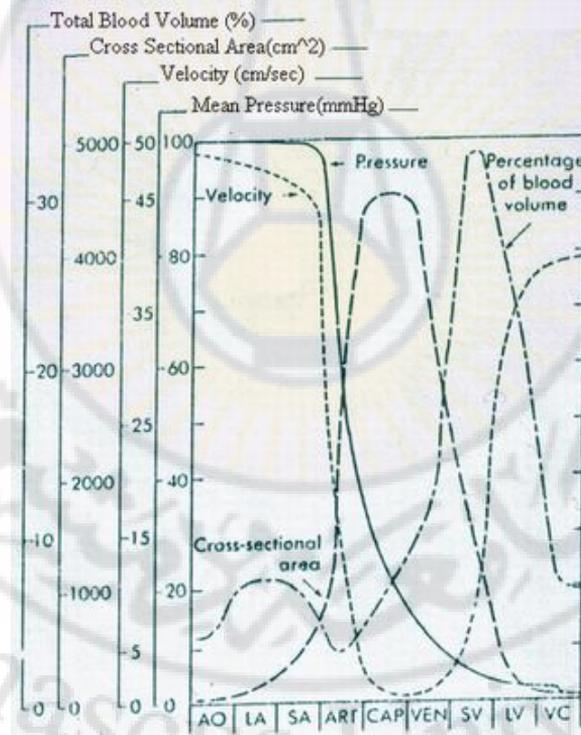


الشكل(8-12): المخطط البياني للمقاومة

بالنسبة لـ  $R/L$  والقطر  $D$

يشير الخط المنقط إلى المقاومة في الشعريات عند القطر  $7\mu\text{m}$   
تغير الوريد في الجهة اليمنى، الشريان في الجهة اليسرى.

فعندما يتغير الضغط الداخلي مع تغير القطر ، تتغير مقاومة تدفق الدم عبر الأوعية فمن الشكل ( 8-13) ونلاحظ أن الضغط الأعظمي يتناقص عندما يتدفق الدم من الشريان الأبهر الرئيسي إلى الشرايين الصغيرة والشريينات نسبة إلى المقاومة في منطقة دوران الدم وبالتالي يؤدي إلى توسع الأوعية الدموية ونستنتج من ذلك إن تأثير الأدوية المخدرة Drugs المعطاة من قبل المخدرين يظهر بالمقاومة المحيطة بزيادة المقاومة المحيطة عند نسبة تدفق ثابتة تؤدي إلى الازدياد في الضغط وبانخفاض المقاومة عند نفس نسبة التدفق يؤدي إلى انخفاض الضغط .



الشكل(8-13):الضغط ، سرعة التدفق مساحة المقطع في الدورة الدموية  
A<sub>o</sub> الشريان الابهر، LA الشرايين الكبيرة SA الشرايين الصغيرة، ART الشريينات  
CAP الشعيرات الوريدات ، SV الأوردة الصغيرة، VC الوريد الأجوف

## VIII - 3-2 . الضغط The Pressure :

يعرف الضغط بأنه القوة المؤثرة على واحدة سطح الوعاء الدموي ويقدر بـ  $mmHg$

تذكر :  $(1 pa = 750 mmHg = 1.36cm H2O)$

فأثناء الانقباض Systole يرتفع ضغط الدم في الأوعية ويدعى أعلى نقطة يصل إليها الضغط بالضغط الانقباضي Systolic Pressure .

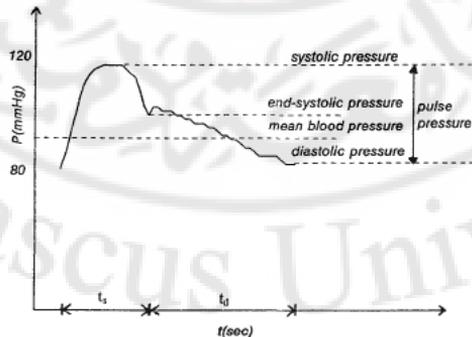
أما في حالة الانبساط Diastole فإن القلب يكون بحالة استرخاء ويصل الضغط في الشريان الابهري إلى اخفض نقطة له وقبل فتح الصمام الابهري مباشرة ويدعى بالضغط الانبساطي Diastolic Pressure .

أما الفرق بين الضغط الانقباضي والانبساطي فيدعى بالضغط النبضاني Pulse Pressure .

كما يدعى متوسط الضغط الشرياني للدورة القلبية بالضغط الوسطي Mean Pressure

ويعطى بالعلاقة:  $(8-3) \quad p_m = p_d + \frac{1}{3}(p_s - p_d)$

حيث:  $p_m$  الضغط الوسطي ،  $p_d$  : الضغط الانبساطي  $p_s$  : الضغط الانقباضي .



الشكل ( 8-14 ) موجة الضغط

$p_s$  الضغط الانقباضي،  $p_d$  الضغط الانبساطي،  $p_m$  الضغط الوسطي.

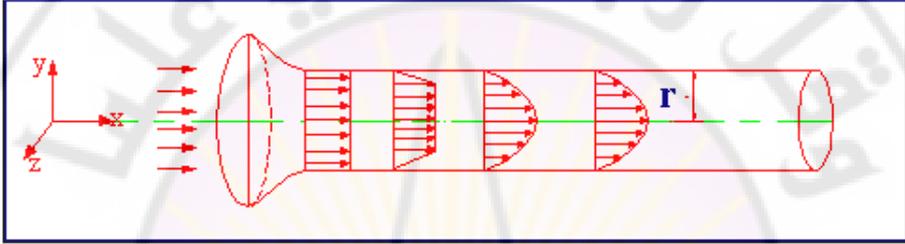
والشكل (14-8) يبين شكل موجة الضغط ، حيث تكون الأوعية الدموية مرنة غير صلبة وأكثر مرونة في الشريان الأبهر ( فإذا ما أصبح صلباً فإن الضغط الانقباضي يرتفع بشكل كبير ) وتدخل كمية كبيرة من الدم الخارجة من القلب مسببة تمدد الشريان هذا ، أما في حالة الانبساط فإن الشريان يعود إلى حجمه الطبيعي ما يؤدي إلى تحول الضغط فيه من القيمة العليا إلى القيمة الدنيا . يتراوح الضغط في الأوعية الشعريّة المحيطية بين 35 ملم زئبقي في النهاية الشريانية و 10 ملم زئبقي في النهاية الوريدية.

هناك عاملان مهمان يؤثران في الضغط النبضي هما:

1. حجم نتاج الضربة القلبية: وهو كمية الدم التي يضخها القلب خلال نبضة ، وزيادته تزيد من كمية الدم التي يجب أن تتأقلم معها الشجرة الشريانية مع كل ضربة قلبية، ومن ارتفاع الضغط وانخفاضه مع الانقباض والانبساط، مما يزيد الضغط النبضي.
  2. مطاوعة الشجرة الشريانية : حيث يؤدي نقص المطاوعة إلى زيادة الضغط عند كل ضربة معلومة الحجم من الدم. فعلى سبيل المثال، يرتفع الضغط النبضي أحياناً إلى ضعف المقدار السوي عند كبار السن لأن الشرايين تغدو في هذه الأعمار قاسية وتنقص مطاوعتها نتيجة التصلب العصيدي.
- كما يدعى الضغط في الأذينة اليمنى بـ "الضغط الوريدي المركزي" (CVP)، وكل ما يؤثر فيه ينعكس بدوره على الضغط الوريدي في سائر أنحاء الجسم. يبلغ الضغط الوريدي المركزي السوي الصفر تقريباً، وهو يعادل الضغط الجوي حول الجسم، لكنه قد يزيد حتى 30 – 20 ملم زئبقي في بعض الحالات المرضيّة مثل قصور القلب الشديد أو بعد نقل كميات كبيرة من الدم إلى المريض.

### VIII-3-3. تدفق الدم : Flow of the Blood

يعرف التدفق بأنه كمية الدم المارة عبر أي نقطة من الدورة الدموية خلال فترة زمنية محددة ويعبر عنه بوحدة  $L/min$  أو  $mL/sec$  ويبلغ معدل تدفق الدم الوسطي للبالغين  $5600 mL/min$  وهذا ما يسمى بالنتاج القلبي أي كمية الدم التي يضخها القلب خلال فترة زمنية محددة .



الشكل (8-15): التدفق في أنبوب اسطواني

ويبين الشكل (8-15) أعلاه أن عناصر السائل تتحرك بسرعة خطية منتظمة وذلك مع إهمال تغير القطر في الأنبوب وعلى طول الأنبوب تلتصق طبقات السائل الدقيقة بجدرانه وتصبح ساكنة عديمة الحركة فتتحرك فقط طبقات السائل التي في مركز الأنبوب بحركة بطيئة ومنتظمة أما الطبقات الأكثر مركزية فتتحرك بسرعة كبيرة جدا، وعند إغلاق مدخل الأنبوب تتحرك طبقات السائل القريبة من محور الأنبوب بنفس السرعة ولا يظهر إجهاد القص ويصبح التدفق كاملا عند مسافة معينة من مدخل الأنبوب ولا تتغير السرعة على طول الأنبوب ويصبح شكل مخطط السرعة قطع دوراني والسرعة بجوار الجدار معدومة أما في المركز فتبلغ السرعة قيمتها الاعظمية وتبقى حركة عناصر السائل على طول الأنبوب باتجاه واحد وهذا ما يعرف بالتدفق الصفائحي أو الخطي Laminar Flow كما في الشكل (8-16) إلى أن يصل إلى القيمة الحرجة وبعدها تصبح وعند الشروط نفسها، السرعة غير منتظمة مع حدوث دوامات وهذا ما يدعى بالتدفق المضطرب

Turbulence Flow وعندها يهبط الضغط إلى قيمة متناسبة مع معدل التدفق ،  
وتسمى القيمة الحرجة بعدد رينولدز Reynolds ( NR ) الذي هو :

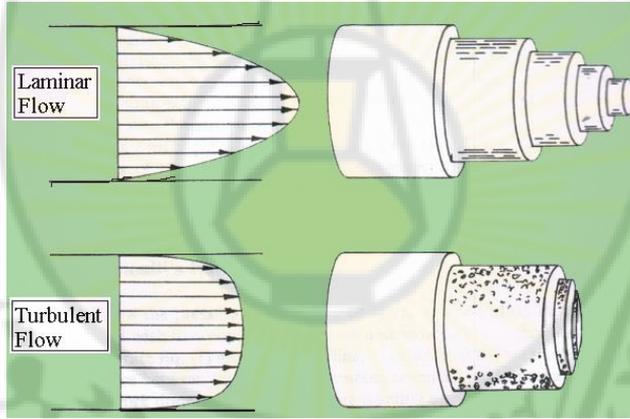
متوسط السرعة × القطر × الكثافة

اللزوجة التحريكية

$$NR = \frac{\bar{V}D}{\nu} = \frac{\rho\bar{V}D}{\mu} \quad (8-4)$$

حيث:  $\rho$ : الكثافة،  $\bar{V}$ : متوسط السرعة ،  $D$ : قطر الوعاء،

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ : اللزوجة الحركية (Stocs)،  $\mu$ : اللزوجة التحريكية (Poise) .



الشكل ( 8-16 ) : يبين التدفق الصفائحي والمضطرب

يكون التدفق صفائحيًا عندما يكون  $NR < 2300$  ويكون التدفق مضطرباً عندما  
 $NR > 2300$  و تتغير الشروط عندما تكون قيمة  $NR$  متغيرة بين 3000 -  
2300 حيث يحدث mumur طنين ويمكن سماع صوت الطنين سريرياً، ويمكن  
حسابه أيضاً من خلال تخفيض لزوجة الدم بتخفيض نسبة الكريات الحمر وقد  
يحدث تخثر للدم بشكل أكبر في حالة الجريان المضطرب من حالة الجريان  
الصفائحي .

إن التدفق في معظم الأوعية الدموية صفائحي ماعدا في الأبر في الإنسان مضطرباً ، ويكون التدفق مضطرباً في القلب بالقرب من الصمامات عند الإنسان الرياضي.

مثال: احسب عدد رينولدز في شريينات شبكية العين Retina ، بفرض أن قطر الوعاء  $D = 0.008 \text{ cm}$  ، والسرعة الوسطية  $\bar{V} = 3 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  علماً بأن: كثافة الدم:  $\rho = 1060 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^3}$  واللزوجة التحريكية:  $\mu = 0.0035 \frac{\text{N.S}}{\text{m}^2}$

الحل:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1060 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^3} \cdot 3 \frac{\text{m}}{100} \cdot \frac{0.008 \text{ m}}{100}}{0.0035 \frac{\text{N.S}}{\text{m}^2}} = 0.73$$

فمن الشكل (8-13) نجد أن السرعة تتناقص تدريجياً عند مرور الدم بالشريان الأبر وفروعه الكبيرة وبالنهاية تصل إلى قيمتها الدنيا عندما يصل الدم إلى الشعيرات وعند مروره بالأوردة تزداد السرعة إلى أن يصل في الوريد الأجوف إلى قيمتها العظمى .

وباعتبار أن التدفق صفائحي في أنبوب صلب فإن شكل السرعة عند نصف قطر ما يختلف عن شكل السرعة على طول الأنبوب ، وشكل السرعة يعطى بالمعادلة التالية:

$$V_r = V_0 \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right)^{P_0} \quad (8-5)$$

حيث:  $V_r$ : السرعة عند الموضع  $r$  ،  $V_0 = V_{MAX}$ : السرعة الاعظمية المأخوذة عند مركز الأنبوب نصف قطره  $R$  .

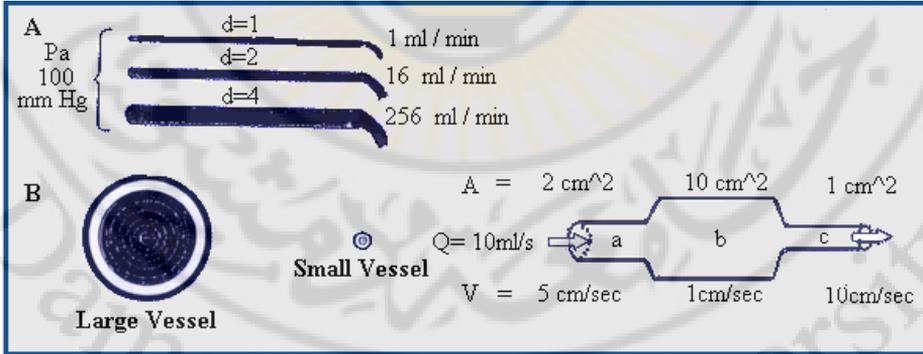
اما العدد  $P_0$ : يساوي 2 في حال شكل التدفق قطع ( ناقص او زائد ) .

وعند حساب السرعة الوسطية نجد أن:

$$\bar{V} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R V_0 \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{P_0}\right) 2 \cdot \pi r \cdot dr \quad (8-6)$$

بالتعويض نجد:  $\bar{V} = V_0 \left(1 - \frac{2}{P_0+2}\right) = V_0 \frac{P_0}{P_0+2}$  وفي حال شكل التدفق قطعي فإن  $\bar{V} = \frac{V_0}{2}$  وتساوي السرعة الوسطية إلى  $\bar{V} = V_0$  في شكل التدفق الحاد .Blunt

إن معادلة ربط السرعة بالتدفق هي  $Q = V \cdot A$  ويبين الشكل (8-17) العلاقة بينهما، فالتدفق المار عبر المقطع ثابت وعند أي تغير في القطر تتغير السرعة ومن أجل الحفاظ على تدفق ثابت يمر السائل من المقطع  $A$  إلى المقطع  $B$  الأكبر بخمس مرات وتقل قيمة السرعة  $V_b$  بخمس مرات عن القيمة  $V_a$  وعندما يندفع السائل من المقطع  $b$  إلى المقطع  $c$  تكون السرعة اقل بمقدار 10 مرات وهكذا يمكن التعبير عنه بالعلاقة:  $Q = V \cdot A = V_a \cdot A_a = V_b \cdot A_b$ .



الشكل (8-17): لتدفق ثابت عبر الأنابيب ذات المقطع المتغير

$a$ : تأثير تغير القطر على التدفق  $b$ : تركيز تدفق الدم عند سرعات مختلفة

ومن الشكل (17-8) نجد تغير التدفق مع تغير مساحة المقطع عندما يكون فرق الضغط ثابت فان التدفق يزداد من 1 إلى  $256 (ml/sec)$  وبالتالي تتناقص المقاومة بمقدار 256.

### VIII - 3-4. النتاج القلبي (CO) Cardiac Output :

هو كمية الدم التي يضخها البطين الأيسر إلى الأبهري في كل دقيقة. ونتاج القلب هو أحد أكثر العوامل أهمية في تقييم دوران الدم، وذلك لأنه مسؤول عن نقل المواد إلى النسيج ومنها. يعادل نتاج القلب السوي لدى الذكر الشاب الصحيح الجسم حوالي 5.6 لتر/الدقيقة تقريباً، ويقال لدى النساء عنه عند الرجال ذوي حجم الجسم نفسه بحوالي 10% تقريباً.

$$CO = SV \times HR \quad (8-7)$$

يتناسب نتاج القلب طردياً مع مساحة سطح الجسم، ولذلك يُعبّر عنه أحياناً بمصطلح "المُشعر القلبي" (CI) cardiac index الذي يمثل نتاج القلب لكل متر مربع من مساحة سطح الجسم. وكمثال: تعادل مساحة سطح الجسم لدى الشخص السليم الذي كتلته 70Kg حوالي  $1.7 m^2$ ، والمُشعر القلبي الوسطي السوي لديه حوالي  $3.0 \text{ Litre/Minute/ } m^2$  من سطح الجسم.

$$CO = 224. w^{\frac{3}{4}} \quad \text{تعطى علاقة النتاج القلبي بـ :}$$

$$HR = 229. w^{-\frac{1}{4}} \quad \text{و معدل نبض القلب يعطى العلاقة بـ :} \quad (8-8)$$

$$SV = 0.978W \quad \text{أما حجم النبضة فيعطى بالعلاقة بـ :}$$

حيث : CO النتاج القلبي ، HR معدل نبض القلب، SV حجم النبضة ، W كتلة الشخص

مثال:

بفرض أن كتلة المريض يبلغ  $w = 68.7\text{kg}$  .  
أوجد: النتاج القلبي، ومعدل نبضات القلب، وحجم النبضة.

الحل:

بالتعويض في العلاقات السابقة (8-8) نجد ان :

$$CO = 224(68.7)^{\frac{3}{4}} \implies CO = 5345 \text{ mL/min}$$

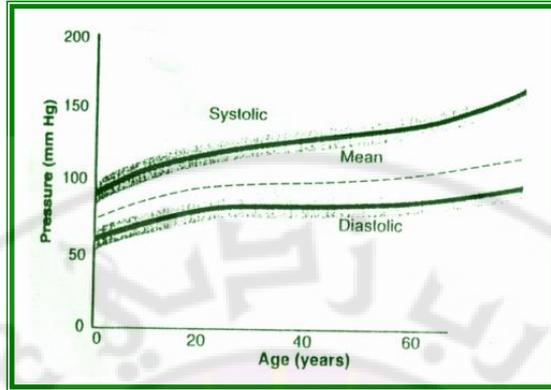
$$HR = 229(68.7)^{-\frac{1}{4}} \implies HR = 80 \text{ BPM}$$

$$SV = 0.978.w \implies SV = 67.18 \text{ mL}$$

### VIII-3-5. تأثير العمر : Effects of Aging

مع التقدم في العمر تتوسع الشرايين الكبيرة وتزداد المقاومة المحيطية وبالتالي يزداد الضغط الشرياني كما في الشكل (8-18) ويتضاءل النتاج القلبي بنسبة 7% كل عشر سنوات.

وتزداد المقاومة من  $1049 \text{ dyn. sec/cm}^5$  عند العمر 20 سنة إلى  $1438 \text{ dyn. sec/cm}^5$  عند العمر 60 وتزداد المقاومة في الأبهر من  $35 - 83 \text{ dyn. sec/cm}^5$  والتردد يزداد من  $3.1 - 4.6 \text{ Hz}$  والطريقة نفسها يزداد قطر الشريان في الأبهر الصاعد من  $1 \text{ cm}$  عند العمر 20 إلى  $1.8$  عند العمر 60.



الشكل (8-18) تغير الضغط الشرياني مع العمر

#### VIII - 4. المتغيرات في الأوعية الدموية :

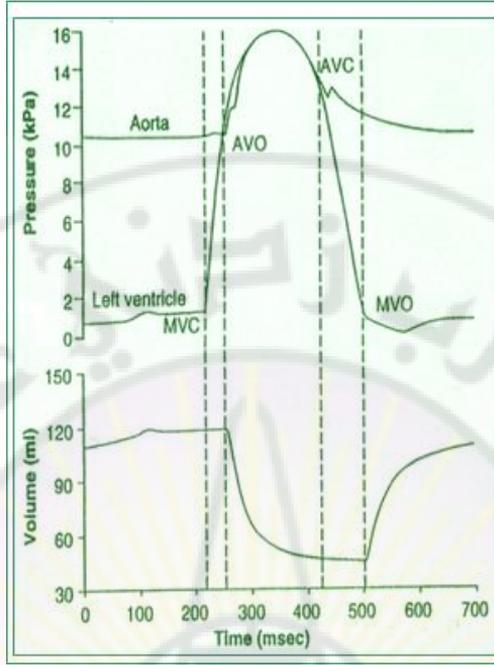
##### Parameters in Blood Vessels

#### VIII-4-1. علاقة تغير الضغط والحجم :

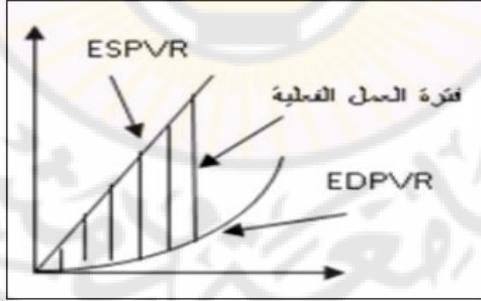
##### Pressure Volum Relation ( PVR )

ينتج عن انقباض البطين الأيسر دفع الدم إلى الشريان الأبهر - فترة الانقباض - وتبدأ الفترة عندما يفتح الصمام الأبهرى ، وتدعى فترة الانقباض الحجمي ( الشكل 8-19 ) ، حيث تتقلص عضلات القلب ويتدفق الدم إلى الأبهر وتدخل كمية كبيرة من الدم الخارجة من القلب مسببة تمدده وفي حالة الانبساط فإن الشريان يعود إلى حجمه الطبيعي ما يؤدي لتحول الضغط فيه من القيمة العليا إلى الدنيا ويدعى الفرق بين الضغط الانقباضي والضغط الانبساطي بالضغط النبضي.

يتدفق الدم في الشريان الأبهر الصاعد Aorta ويرتفع فجأة إلى القيمة العظمى بعد أن يفتح الصمام الأبهرى ومن ثم يهبط بشكل تدريجي أثناء فترة الدفع الباقية ، والشكل (8-19) يبين مخطط الضغط في الأبهر والبطين وتتحدد موجة التدفق من خلال خواص انقباض العضلة القلبية وممانعة الأبهر وتصل قيمة التسارع خلال فترة الدفع الأولى إلى  $5000 - 8000 \frac{cm}{s^2}$  .



الشكل (8-19) آلية عمل البطين والشريان الأبهري  
 AVC الصمام الأبهرى مغلق، AVO مفتوح.



الشكل (8-20): العلاقة بين الحجم والضغط في البطين الأيسر

يبين الشكل (8-20) العلاقة بين الحجم والضغط في البطين الأيسر وهي آلية ستارلينغ للقلب التي تنظم النتاج القلبي، حيث يمثل الجزء السفلي طور إملاء

البطين EDPVR أو حجم نهاية الانبساط ، والجزء العلوي يمثل حجم الدم المطرود من القلب أثناء الانقباض ESPVR أو حجم نهاية الانقباض ، والفارق بينهما يمثل حجم الضربة وهي فترة العمل الفعلية أي كمية الدم التي يدفعها البطين SV أو حجم الدم في النبضة الواحدة ،

$$\text{Stroke Volume } SV = \text{EDPVR} - \text{ESPVR}$$

وتمثل معدل نبضات القلب أو عدد النبضات في الدقيقة بـ Heart (HR) Rate .:

$$HR = \frac{n}{60} = \frac{\text{عدد النبضات}}{60} \quad (8-9)$$

اما دورة عمل القلب ( $W$ ) كاملة تساوي الى :  $w = 2\pi f$

حيث :  $f$  تمثل التردد وتعطى بالعلاقة :  $f = \frac{1}{T}$

فتكون دورة عمل القلب خلال  $n$  دورة تساوي الى :  $w = \frac{2\pi}{T} n$  والذي يتدفق

خلال هذه الدورة كمية من الدم الى الأوعية الدموية ، ويدعى مجموع كمية الدم

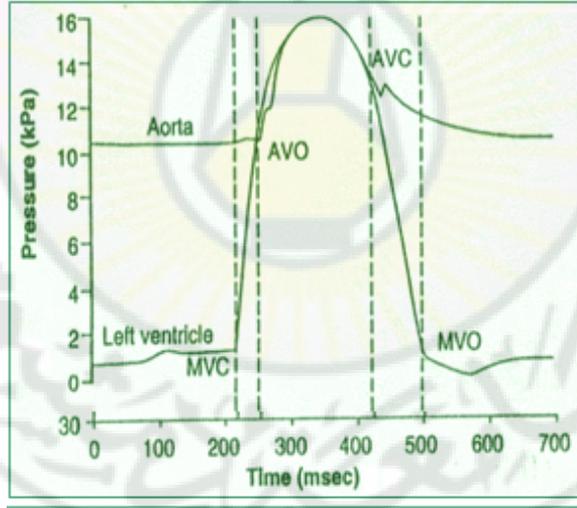
المتدفقة من القلب إلى الأوعية بالنتاج القلبي Cardiac Output (CO).

النتاج القلبي Cardiac Output (CO) يمثل كمية الدم المتدفقة من القلب إلى الأوعية الدموية على شكل دفعات اهتزازية ، تكون هذه الاهتزازات على شكل نبضات تؤدي إلى التغير اللحظي لعلاقة الضغط مع السرعة خلال فترة عمل القلب periodic .

## VIII-4-2. علاقة تغير الضغط والتدفق :

### Pressure Flow Relation

يبين الشكل ( 8-21 ) آلية عمل البطين الايسر والشريان الابهر خلال دورة عمل القلب التي تبلغ ( 800 - 700 msec ) ، فعندما يغلق الصمام التاجي MVC بعد مدة 200 msec يمتلئ البطين الايسر بالدم ويرتفع الضغط فيه ليفتح الصمام الابهري AVO ويتدفق الدم من البطين الايسر الى الشريان الابهر فيرتفع الضغط فجأة إلى القيمة الأعظمية ( قيمة الضغط الانقباضي ) ، ومن ثم يهبط بشكل تدريجي أثناء مدة الدفع الباقية ليصل الى قيمة الضغط الانبساطي ويغلق الصمام الابهري AVC بعد زمن 400msec من مدة عمل القلب ويكون البطين الايسر في مدة الاسترخاء ثم يفتح من جديد الصمام التاجي MVO ليمتلئ البطين الايسر بالدم.



الشكل(8-21): يبين آلية عمل البطين الايسر والشريان الابهر

### VIII-4-3. تغيير الضغط وشكل سرعة الجريان :

#### Pressure & shape of flow velocity Relation

إن الترددات التي تكون على شكل نبضات لعمل القلب تؤدي إلى التغيير الزمني للضغط والسرعة ، بمعنى ان :

$$\frac{\partial p}{\partial t} \neq 0 , \frac{\partial u}{\partial t} \neq 0 \quad (8 - 10)$$

وباعتبار أن الجريان في الأوعية الدموية مستمر ودوراني ، فإننا نفرض ان تغيير السرعة على طول الوعاء مساويا للصفر  $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$  ، وتغيير الضغط عبر نصف القطر مساويا للصفر أيضا  $\frac{\partial p}{\partial r} = 0$  .

فتكون السرعة متغيرة مع الزمن ومع تغيير نصف القطر  $u(r,t)$  ، والضغط متغير مع الزمن ومسافة الانتقال  $p(x,t)$  .

وبالتالي تكون علاقة تغيرات السرعة في الأوعية :

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \quad (8-11)$$

و علاقة تغيير الضغط :

$$p(x,t) = \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} \quad (8-12)$$

وحسب المعادلة التفاضلية لاويلر :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = u \cdot du + g \cdot dz$$

ان هذه الحدود تمثل تمثل معادلة الاستمرار لجريان ثلاثي البعد مواع قابلة للانضغاط وتكتب على الشكل التالي :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \quad (8-13)$$

أما في الموائع غير قابلة للانضغاط :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial(u)}{\partial x} + \frac{\partial(v)}{\partial y} + \frac{\partial(w)}{\partial z} \quad (8-14)$$

ووفق فرضيتنا ان تغير السرعة بالنسبة لمسافة الانتقال مساويا للصفر فيكون تغير الضغط بالنسبة الى الزمن مساويا الى تغير السرعة :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \rho \frac{du}{dt} \quad (8-15)$$

ان من خصائص الأوعية الدموية بأنها أوعية نبضية فيها الجريان على شكل تدفقات دموية سرعة موجتها متغيرة مع الزمن ، لذلك لابد من إيجاد المعادلة الأساسية لتغيرات الضغط والتدفق لهذه الأوعية النبضية :

بفرض ان الوعاء الدموي هو انبوب اسطواني الشكل نصف قطره  $R$  ولزوجة السائل فيه  $\mu$  ، وان الموجة تسير بسرعة منتظمة  $\omega = const$  ( التدفق ثابت ) ، ( $\omega = 0$  في حالة السكون )، وبذلك فان الجريان يحقق علاقة بوازويل .

لدينا من معادلة نافير ستوكس Navier Stocke :

$$\rho \frac{du}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r \partial u}{\partial r} \right) \quad (8-16)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r \partial u}{\partial r} \right) - \rho \frac{\partial u}{\partial t} \quad (8-17)$$

نلاحظ في المعادلة (8-17) ان الطرف اليساري متغير مع  $x$  ، والطرف

اليميني متغير مع  $r$  .

وباعتبار أن شكل سرعة الجريان قطعي ومتغير مع الزمن ونصف القطر ، وبالتالي فإن شكل معادلة تغير الضغط هو تغير جيبي له جزء حقيقي وجزء تخيلي، ممثلاً بالشكل التالي :

$$u_{(r,t)} = u_r \cdot e^{j\omega t} \quad (8-18)$$

وتكون المعادلة الجيبية لتغير الضغط :

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_t = p_o \cdot e^{j\omega t} \quad (8-19)$$

وباشتقاق العلاقة (8-18) :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u_r \cdot (j\omega)$$

ولدينا من العلاقة (8-17) :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t} \quad (8-20)$$

بالتعويض في (8-18) :

$$u_r = \frac{-p}{j \cdot \rho \cdot \omega} \quad (8-21)$$

وبتعويض العلاقات (8-18) في المعادلة (8-16) لتصبح على الشكل التالي :

$$-p = \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \rho \cdot u_r \cdot (i\omega) \quad (8-22)$$

وبالتقسيم على  $\mu$  :

$$-\frac{p}{\mu} = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\rho}{\mu} \cdot u_r \cdot (i\omega) \quad (8-23)$$

وبتعبير آخر :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\rho}{\mu} \cdot u_r \cdot (i\omega) + \frac{p}{\mu} = 0 \quad (8-24)$$

وهذه العلاقة (8-24) شبيهة بالعلاقة الرياضية (4) في الملحق ، والتي هي من الشكل :

$$z = a(ikx) + jb(ikx) \quad (8-25)$$

وبتعويض  $z \sim u_r$  و  $x \sim r$  نجد :

$$u_r = a(ikr) + jb(ikr) \quad (8-26)$$

حيث :

$$K^2 = \frac{i \rho \omega}{\mu} \quad (8-27)$$

$$K = \sqrt{\frac{\rho \omega}{\mu}}$$

وبالتالي :

$$\alpha = r \cdot \sqrt{\frac{\rho \omega}{\mu}} \quad \text{Wermesly عدد ورمسلي}$$

في التدفق النبضي ويمثل تأثير قوة اللزوجة العابرة على قوة العطالة ، وتبلغ عند الإنسان  $\alpha = 20$  .

وبالتعويض في (8-24) :

$$u_r = a(ikr) + jb(ikr) + \frac{p}{\mu} \quad (8-28)$$

إذا اخذنا السرعة بالنسبة للمحور  $x$  ( اتجاه واحد فقط ) فان الجزء التخيلي للمعادلة يساوي الصفر ، فيكون الجزء الحقيقي :

$$a(ikr) + \frac{p}{i \cdot \rho \cdot \omega} = 0 \quad (8-29)$$

وهي تمثل الجزء الحقيقي :

$$a = \frac{-p}{i \cdot \rho \cdot \omega} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho \omega}{\mu}}} \quad (8-30)$$

وبتعويض المعادلة (8-30) في (8-18) نحصل على :

$$u(r,t) = \left( \frac{-p}{i \cdot \rho \cdot \omega} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho \omega}{\mu}}} \right) \cdot e^{j\omega t} \quad (8-31)$$

5-VIII. إيجاد علاقة المتغيرات في الأوعية الدموية النبضية:

### Parameters in Pulsed Vessels

1-5-VII. الضغط النبضي في الأوعية الدموية :

### The Pulsed Pressure

ان المعادلة الجيبية لتغير الضغط :

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_t = p_0 \cdot e^{j\omega t} = \text{Re} \cos(\omega t) + \text{Im} \sin(\omega t) \quad (8-32)$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_t = p_0 + \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} p_n \sin(n\omega t + \theta) \quad (8-33)$$

حيث:  $t$  [sec] : الزمن المتغير ،  $w = \theta t \left[ \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$  : التردد الزاوي .

ومن نشر سلسلة فورييه [ الملحق بالعلاقات (9 و8 و7) ] :

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_t = A_0 + \left\{ \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \cdot \cos(\omega n t) + \sum_{n=1}^{n=\infty} B_n \cdot \sin(\omega n t) \right\} \quad (8 - 34)$$

حيث :

$$(8-35) \quad A_0 = \frac{1}{T} \int_0^{T_0} \left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_t \cdot dt$$

$$(8-36) \quad A_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} \left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_t \cdot \cos(\omega n t) \cdot dt$$

$$(8-37) \quad B_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} \left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_t \cdot \sin(\omega n t) \cdot dt$$

وبتحويل سلسلة فورييه إلى معادلة أويلر تصبح معادلة موجة الضغط :

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_t = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} p_0 \cdot e^{j\omega n t} \quad (8 - 38)$$

وتصبح معادلة تغير الضغط للموجة النبضية بصيغتها النهائية:

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_t = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} p_0 \cdot e^{j\omega n t + \tau} + p_\infty \quad (8 - 39)$$

$P_0$ : قيمة الضغط في حال التدفق اللا نبضي - وفق بوازويل

$P_\infty$ : القيمة الدنيا للضغط في حال استرخاء البطين

$t$ : زمن عمل القلب  $(0 - 0.8) \text{sec}$

$\tau$ : عامل زمني يزداد نتيجة الجهد، أو عدم التوافق في الانقباض بسبب ضعف

القلب ونتيجة ازدياد الجهد بسبب تباطؤ شوارد الكالسيوم في البلازما.

و علاقة تغير السرعة مع تغير نصف القطر وفق نافير ستوكس :

$$u(r, t) = u_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} u_n(r, t) \quad (8-40)$$

يأخذ شكل السرعة في التدفق النبضي شكل التلم و عدد ورمسلي يساعد في إيجاد هذا التلم .

## VIII-2-5. التدفق النبضي في الأوعية الدموية :

### The Pusled Flow

من علاقة بوازويل خلال زمن  $t$  :

$$Q_t = \frac{\pi \cdot R^4}{8 \mu} \cdot \left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_t \quad (8 - 41)$$

وحسب أويلر لموجة الضغط :

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_t = p_0 \cdot e^{j\omega t}$$

$$Q_t = \frac{\pi \cdot R^4}{8 \mu} \cdot P_0 \cdot e^{j\omega t} \quad \text{بالتعويض نجد :}$$

$$Q_t = Q_0 \cdot e^{j\omega t} \quad \text{وهي علاقة التدفق في الأوعية النبضية :}$$

$$Q_t = \frac{\pi \cdot R^4}{8 \mu} \cdot \frac{dp}{dx} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi \cdot R^4}{8 \mu} \cdot e^{j\omega t} \quad \text{وبنشر سلسلة فورييه نجد :}$$

$$Q_t = Q_0 + \sum_{n=1}^N Q_n(t) \quad (8 - 42)$$

### 3-5-VIII الممانعة في الأوعية الدموية: The Resistance

إن الممانعة تلعب دور في التحكم بالضغط والتدفق وتعطى بالعلاقة:  $Z = \frac{\Delta P}{Q}$  و تعطى بشكلها الترددي:

$$Z_t = \frac{\Delta P_t}{Q_t}$$
$$Z_t = Z_0 + \sum_{n=1}^N Z_n(t) \cdot e^{j\omega n t} \quad (8 - 43)$$

حيث  $Z_t$  الممانعة أو إعاقة جريان الدم خلال دورة عمل القلب ، ولتأمين نقل جيد للأوعية الفرعية فانه من الضروري معرفة ممانعة الوعاء الدموي التي تعكس الآلية الميكانيكية والخواص البعدية ( قطر الوعاء ) ففي الأوعية الفرعية يصغر نصف القطر وتزداد السرعة ، وعند منطقة التضيق يحصل تسارع كبير وسرعة كبيرة تسبب انخفاض الضغط وبالتالي يؤدي لوجود إجهاد القص.

### 4-5-VIII سرعة الموجة ( شكل الموجة نبضة توافقية Harmonic ) :

#### Wave Propagation in Blood Flow

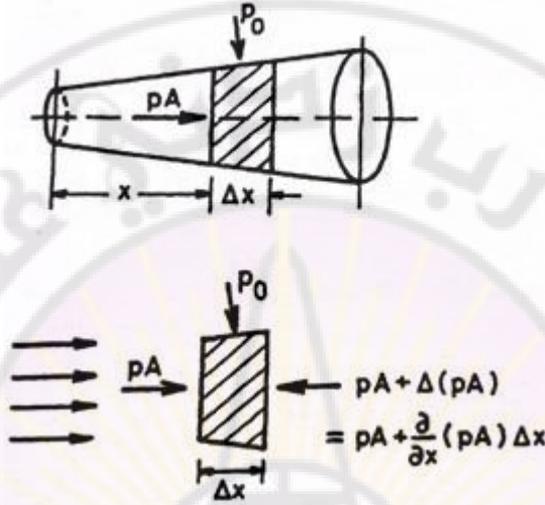
بفرض إن السائل غير قابل للانضغاط في جزء  $dx$  فتكون كتلته :  $\rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot dx$  والوعاء مرن ويتحرك السائل بتسارع  $\frac{du}{dt}$  في زمن  $t$  ، الشكل (8-22) .

كثافة السائل  $\rho$  .

تخضع المجموعة الى قوة ضغط  $\vec{Fp}$  وقوة التيار الحجمي  $\vec{FV}$  ، وبأخذ توازن المجموعة :

$$\sum F = 0$$

$$\vec{F}_p + \vec{F}_V = 0 \quad (8-43)$$



الشكل (8-22) جزيئ من السائل يتحرك باتجاه  $x$

قوة الضغط :

$$\vec{F}_p = P.A - \left[ p.A - \frac{\partial}{\partial x}(p.A).dx \right] + p_0 \frac{\partial A}{\partial x}.dx \quad (8-44)$$

$$\vec{F}_p = - \frac{\partial}{\partial x} [(p - p_0).A.] dx \quad (8-45)$$

حيث :  $P$  : الضغط ،  $p_0$  : الضغط الأعظمي

$$\vec{F}_V = m. \vec{a} \quad (8-46)$$

حيث :  $m$  : الكتلة ،  $a$  : التسارع ،  $A$  : مساحة مقطع الانبوب

$$\vec{F}_V = \rho.A.dx \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (8-47)$$

بتعويض (8-45) ، (8-47) في (8-43) :

$$-\frac{\partial}{\partial x} [(p - p_0)A.] dx + \rho \cdot A \cdot dx \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 0 \quad (8 - 48)$$

ولدينا من معادلة الاستمرار للسوائل غير القابلة للانضغاط :

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (A \cdot u) = 0 \quad (8 - 49)$$

وباشتقاق هذه المعادلة بالنسبة الى t :

$$\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + A_0 \frac{\partial u}{\partial x \partial t} = 0 \quad (8 - 50)$$

ومن المعادلة (39 - 6) التي تمثل علاقة تغير الضغط مع نصف القطر للأنايبب المرنة :

$$p - p_0 = \frac{E \cdot h}{r_0} \left( 1 - \frac{r_0}{r} \right) = \frac{E \cdot h}{r_0} \left( 1 - \left( \frac{A_0}{A} \right)^{0.5} \right) \quad (8 - 51)$$

حيث : h سماكة جدران الوعاء المرن ، E معامل مرونة جدار الوعاء وبتعويض ((8 - 48)) و((8 - 50)) في ((8 - 51)) وبعد الاختصار على dx :

$$p - p_0 = \frac{E \cdot h}{2r_0 A_0} (A - A_0) \quad (8 - 52)$$

وباشتقاق هذه المعادلة بالنسبة الى t :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{E \cdot h}{2r_0 A_0} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \quad (8 - 53)$$

ولدينا :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t} \quad (8 - 54)$$

وباشتقاق هذه المعادلة بالنسبة الى x :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial x \partial t} \quad (8 - 55)$$

بدمج (8 - 50) مع (8 - 55) :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{\rho}{A_0} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \quad (8 - 56)$$

ومن (8 - 53) مع (8 - 56) :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{E \cdot h}{2r_0 A_0} \cdot \frac{A_0}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{Eh}{2r_0 \rho} \cdot \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \quad (8 - 57)$$

تمثل هذه العلاقة تناسب تغير الضغط بالنسبة للزمن مع تغير الضغط بالنسبة للمسافة ، ويمثل هذا التناسب مربع سرعة الموجة أي :

$$c^2 = \frac{E \cdot h}{2r_0 \rho} \quad (8 - 58)$$

حيث C: سرعة الموجة ، h سماكة جدران الوعاء ، E معامل مرونة جدار الوعاء ،  $r_0$  نصف قطر الوعاء الاعظمي ،  $\rho$  كثافة الدم ، وتكتب بالصيغة النهائية:

$$c_0 = \sqrt{\frac{E \cdot h}{2 \cdot R \cdot \rho}} \quad m/sec \quad (8 - 59)$$

وهي علاقة Moean-Korteweg في إيجاد سرعة الموجة speed pulse wave في حالة تأثير مرونة الجدران على تدفق الدم .

حيث :  $c_0$  سرعة الموجة ،  $E$  مرونة جدار الوعاء الدموي ،  $[N/m^2]$  ،  
 $h$  سماكة جدار الوعاء الدموي ،  $[m]$  ،  $R$  نصف قطر الوعاء  
الدموي ،  $\rho$  كثافة الدم  $[Kg/m^3]$

والمعادلة (59 – 8) هذه تمثل علاقة Moens- Korteweg [2-13] علاقة السرعة في حالة الللزوجة فمرونة الجدران تؤثر على تدفق الدم إلى الشريان لأن الشريان يخزن الدم أثناء الانقباض وعندما ينغلق الصمام الأبهرى يتدفق الدم بسرعة .

وبشكل عام تزداد السرعة باتجاه المحيط حيث ينقص نصف القطر وتُعد السرعة في الشرايين الرئوية اقل منها في الأبهر وهذا يعود إلى الضغط المنخفض وبالتالي المرونة اكبر .

وتُعد هذه المعادلة المرجع الرئيسي في الديناميك الدموي Hemodynamic حيث يراعى سماكة جدران الأوعية الشريانية وتأثير اللزوجة .

والعلاقة الأكثر دقة هي علاقة [Nickol&orourke[15-2]]

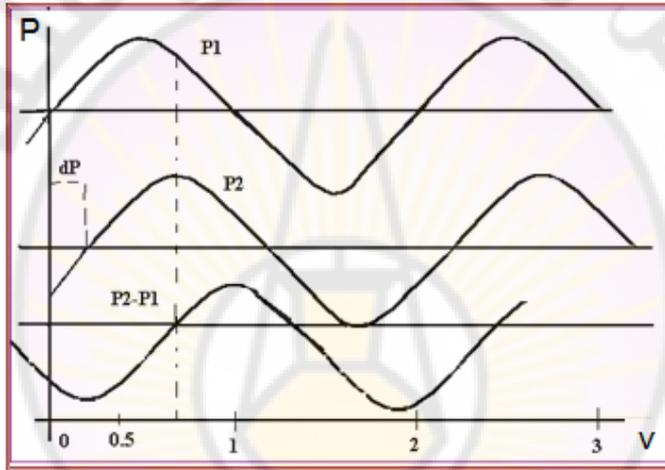
$$c = \sqrt{\frac{Eh}{2\rho R_i}(1-\sigma^2)}$$

حيث  $\sigma$  تدعى عامل المقاومة الطولية Longitudinal strain او نسبة بواسون وتساوي إلى  $Poisson = 0.5$  عندما يكون جدار الوعاء محافظا على حجمه الثابت وفي حالة الزيادة تصبح نسبة بواسون اقل من 0.5 ويتناقص طور السرعة مع زيادة الزمن .

- يبلغ عامل يونغ  $E$  في شرايين اليد  $10^5 \cdot N/m^2 = 9 - 12$  ويكون صغيرا جدا في الوريد الأجوف السفلي حيث يبلغ  $10^5 \cdot N/m^2 = 0.1 - 0.4$  .

ويتم تحديد سرعة الموجة من خلال قياس زمن عبور موجة الضغط وبمعرفة المسافة يمكن تحديد سرعة الموجة حيث يتم قياس الضغط عبر إبرة القنطرة التي

توضع داخل الوعاء الدموي في مواقع متعددة من الدورة القلبية إلا أن هذه الطريقة ليست دقيقة بسبب الزمن القصير جدا ، وقد تم حساب السرعة في الابرور وفق علاقة Moens - Korteweg حيث تظهر السرعة عالية في الشريان الفخذي عند الشباب وتقل مع ازدياد العمر بسبب ازدياد سماكة الجدران وقد أوجد العالمان Taylor & Learoyd طريقة لحساب السرعة بتحليل فورير لنقطتين من قيم الضغط عند ترددات مختلفة .



الشكل ( 8-23 )

P1 منحنى الضغط عند  $f=1 \text{ Hz}$  ، P2 منحنى الضغط الانبساطي ،  
منحنى فرق الضغط حيث تظهر  $\Delta Q$  وبالتالي تحسب السرعة  $v$

فمثلا : يؤخذ عند النقطة الأولى من التردد تحليل فورير من خلال نقطتين من الضغط كما هو مبين في الشكل ( 8-23 ) [4-11] ومن ثم تحسب السرعة بطريقة Moens & K وقد بلغت عند الكبار في السن ضعف السرعة عند الشباب وذلك للشريان الصدري والبطني إلا انه لا يوجد في الشريان الحوضي اي اختلاف بينما في الشريان الفخذي نجد العكس حيث إن السرعة اكبر عند الشباب منها عند

الكبار وان المرونة عند الشباب اكبر منها عند الكبار في الشريان الحوضي والعكس في الشريان الصدري حيث إن المرونة اكبر نسبيا عند الكبار .

### VIII-5-5. ضغط الموجة : Wave Pressure

للموجة النبضية سرعة وضغط متغير مع انتقال هذه الموجة خلال فترة زمنية (كما في الامواج فوق الصوتية ) وبما ان ضغط الموجة مرتبط بالسرعة الانتقالية وسرعة الموجة فإنه يعطى بالعلاقة :

$$p_0 = \rho \cdot c_0 \cdot U \quad (8 - 60)$$

حيث :  $p_0$  [N/m<sup>2</sup>] : ضغط الموجة

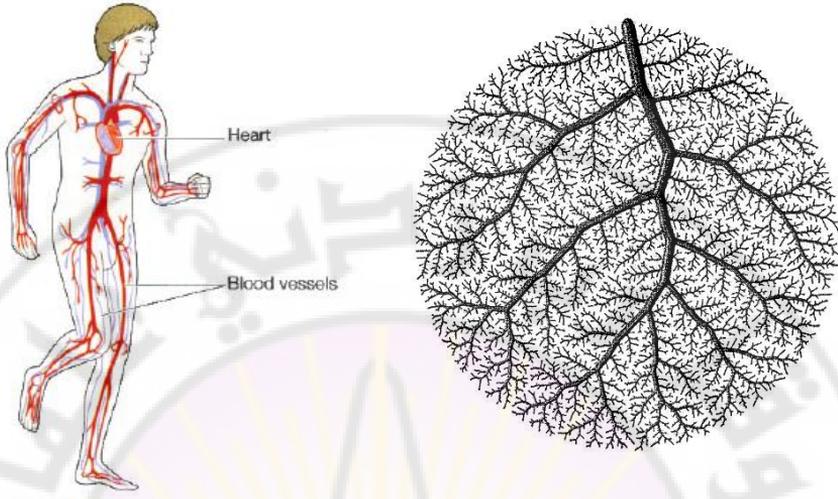
$c_0$  [m/sec] : سرعة الموجة ويعطى بالعلاقة (8-58)

$U$  [m/sec] : السرعة الانتقالية المتغيرة مع الزمن

$\rho$  [Kg/m<sup>3</sup>] : كثافة الوسط

### VIII - 6. تفرعات الأوعية الدموية : Vessel Branching

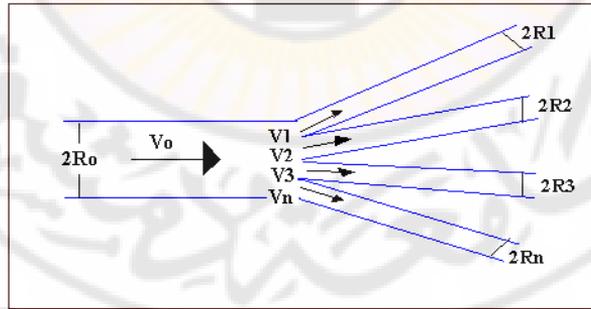
يبين الشكل (8-24) الأوعية الدموية الفرعية الشريانية المتشعبة ، حيث تتغير فيها شكل السرعة مع الزمن والتي تؤثر بدورها على الضغط ، ولإيجاد المتغيرات من الضغط وسرعة الجريان فلا بد من إعداد نموذج محوسب لنمذجة هذا النظام المعقد.



الشكل ( 8-24 ) الشجرة الشريانية [21]

فإذا اعتبرنا أن عدد التفرعات في الأنبوب هي  $n$  كما في الشكل ( 8-25 ) يكون مجموع كمية التدفق في الأوعية الفرعية :

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad (8 - 61)$$



الشكل ( 8-25 ) الأوعية الفرعية

من معادلة الاستمرار :

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 + V_3 A_3 \quad (8 - 62)$$

إن ممانعة الموجة تعكس خواص الوعاء الدموي حيث إن الممانعة متعلقة بمرونة الوعاء فتكون صغيرة في الأوعية ذات القطر الكبير ( الشرايين ) وكبيرة في الأوعية ذات القطر الصغير (الشعريات ) ، ولتأمين نقل جيد للأوعية الفرعية لابد من معرفة مواصفات الممانعة التي تعكس الآلية الميكانيكية والخواص البعدية للأوعية:

يعطى عامل الانعكاس للأوعية الفرعية:

$$R = \frac{Z_d - Z_m}{Z_d + Z_m} \quad (8 - 63)$$

حيث:  $Z_m$ : ممانعة الوعاء الرئيس.  $Z_d$ : ممانعة الوعاء الفرعي.

في حال تفرعة ثنائية:

$$\frac{1}{Z_m} = \frac{1}{Z_{d1}} + \frac{1}{Z_{d2}} \quad (8 - 64)$$

$d_1$ : الفرع الأول ،  $d_2$ : الفرع الثاني

$$\frac{1}{Z_m} = \frac{1}{Z_d} \quad (8 - 65) \quad \text{وعند تساوي الفروع نجد:}$$

وعند  $n$  فرع نجد:

$$\frac{1}{Z_m} = \frac{1}{Z_{d1}} + \frac{1}{Z_{d2}} + \dots = \frac{n}{Z_d} \quad (8 - 66)$$

من معادلة بوازويل:

$$Z_m = \frac{8\mu L}{\pi R_m^4} , \quad Z_d = \frac{8\mu L}{\pi R_d^4} \quad (8 - 67)$$

وبتعويض (8 - 67) في (8 - 66) نجد:

$$\frac{\pi R_m^4}{8\mu L} = \frac{n\pi R_d^4}{8\mu L} \quad (8 - 68)$$

وبأخذ بعين الاعتبار إلى أن تغير الضغط يبقى في كافة الأنابيب واحد والطول ثابت فنجد:

$$R_m^4 = n R_d^4 \quad (8 - 69)$$

فيكون نصف قطر الوعاء الفرعي :

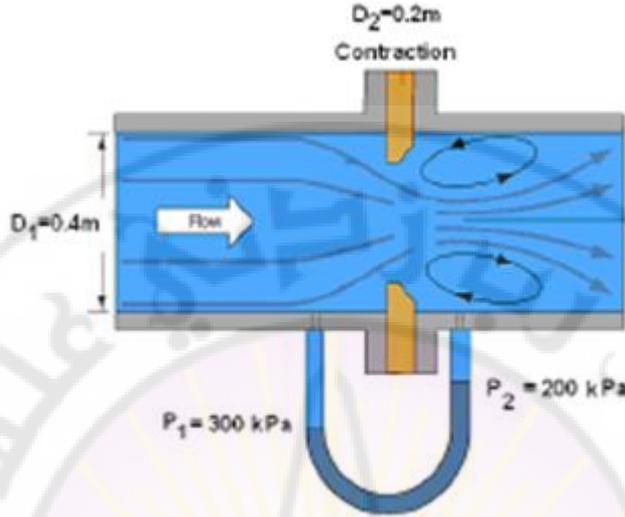
$$R_d = \frac{R_m}{\sqrt[4]{n}} \quad (8 - 70)$$

### VIII - 7. التطبيقات : مسائل محلولة وغير محلولة

#### VIII - 7. 1- مسائل محلولة

#### 1- VIII

وعاء دموي يحمل الدم ويحدث فجأة انقباض ليتغير قطر الوعاء من 0.4 mm إلى 0.2mm ويتغير بدوره الضغط من  $P_1=300\text{Kpa}$  إلى  $p_2=200\text{Kpa}$  حيث التدفق  $Q=0.5 \text{ cm}^3/\text{sec}$  ، حدد القوة المبذولة التي سببت إلى الانقباض .



الحل :

$$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} = \frac{\pi (0.4 \times 10^{-3})^2}{4} \text{ m}^2 = 0.125 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} = \frac{\pi (0.2 \times 10^{-3})^2}{4} \text{ m}^2 = 0.031 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

نطبق معادلة الاستمرارية لإيجاد  $v_1, v_2$  :

$$Q = v \cdot A$$

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{(0.5)10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}}{0.125 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 3.9 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{(0.5)10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}}{0.031 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 15.9 \text{ m/s}$$

نطبق معادلة برنولي :

$$F_x + F_p = F_Q$$

$$F_x + (P_1 A_1 - P_2 A_2) = \rho Q (v_2 - v_1)$$

$$F_x = \rho Q (v_2 - v_1) - (P_1 A_1 - P_2 A_2)$$

$$F_x = 1060 \frac{kg}{m^3} \times 0.5 \times 10^{-6} m^3 / sec \times (15.9 - 3.9) m / sec$$

$$- \left( 300 \frac{N}{m^2} \times 0.125 \times 10^{-6} m^2 \right.$$

$$\left. - 200 N / m^2 \times 0.031 \times 10^{-6} m^2 \right)$$

$$F = 0.06805 N$$

2- VIII

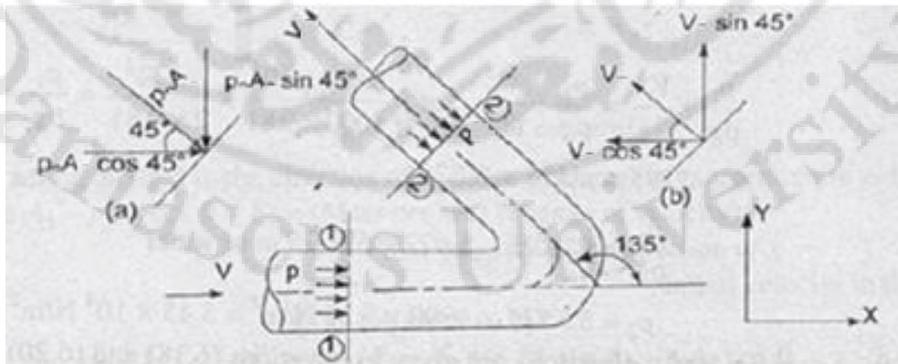
يتدفق  $Q = 2.5 \times 10^{-3} \frac{mL}{s}$  من الدم في الوعاء الدموي المبين بالشكل (A) الذي نصف قطره  $R = 4cm$  ، والضغط عند المقطع (1)  $P = 120mmHg$  ، فإذا كانت لزوجة الدم التحريكية  $\mu = 0.0035 \frac{N \cdot sec}{m^2}$  ، وكثافته  $\rho = 1060 \frac{Kg}{m^3}$  أوجد :

**a**- سرعة الجريان في الوعاء الدموي ؟

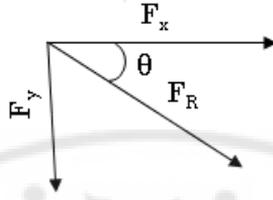
**b**- محصلة القوة  $F_R$  المؤثرة على الوعاء الدموي والمبينة بالشكل (B) ، والزاوية التي تصنعها هذه القوة مع المحور  $X$  ؟

الممانعة المحيطية إذا أصبح فرق الضغط  $\Delta P = 160mmHg$  ؟

علمنا بان :  $1mmHg = \frac{10^5 N}{750 M^2}$  ،  $g = 9.8 \frac{m}{sec^2}$



الشكل (A)



الشكل (B)

الحل :

$$Q = 2.5 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s}$$

$$p = 120 \text{mmHg} \Rightarrow p = 1.6 \times 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$A = \pi R^2 = \pi \times 4^2 \text{cm} = 50.24 \times 10^{-4} m^2$$

$$Q = V \cdot A \Rightarrow V = \frac{2.5 \times 10^{-3}}{50.24 \times 10^{-4}} = 0.50 \frac{m}{s}$$

القوى المؤثرة هي :

قوة التيار الحجمي  $F_Q = \rho Q V$  ، قوة الضغط  $F_p = p \cdot A$  ، اما قوة الثقالة فهي مهملة

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\vec{F}_x = \vec{F}_{Qx} + \vec{F}_{px}$$

بالعودة الى الفقرة ( 3-4-3 ) محصلة القوة المؤثرة التي تدفع السائل وفق

المحورين x و y هي :

- قوة التيار الكتلي :

$$F_Q = \rho \cdot Q \cdot (V_2 - V_1) = \rho \cdot Q \cdot V((- \cos 45) - (+1))$$

$$F_{p1} = + P_1 \cdot A_1 = (1) \text{ : قوة الضغط عند المقطع}$$

$$+ P \cdot A$$

$$F_{P2} = P_2 \cdot A_2 \cos 45 = (2) \quad -$$

$$+ P \cdot A \cos 45$$

- القوة المطلوبة والمبدولة لدفع السائل على المحور x هي :  $-F_x$

- القوة المطلوبة والمبدولة لدفع السائل على المحور y هي :  $-F_y$

بتعويض هذه القوة نحصل على توازن للمجموعة :

$$\sum (F)_x = 0$$

$$F_Q = F_{P1} + F_{P2} - F_x$$

$$\rho \cdot Q \cdot V((- \cos 45) - (+1)) = +P \cdot A + P \cdot A \cos 45 - F_x$$

$$F_x = \rho \cdot Q \cdot V(\cos 45 + 1) + P \cdot A(\cos 45 + 1)$$

$$F_x = (\cos 45 + 1) \times (\rho \cdot Q \cdot V + P \cdot A)$$

$$F_x = (0.707 + 1) \times (1060 \text{ kg/m}^3 \times 2.5 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 1.6 \times 10^4 \text{ N/m}^2 \cdot 50.24 \times 10^{-4} \text{m}^2)$$

$$F_x = 139.5 \text{ N}$$

بتعويض هذه القوة نحصل على توازن للمجموعة :

- قوة التيار الكتلي من المعادلة (40-5) :

$$F_Q = \rho \cdot Q \cdot (V_2 - V_1) = \rho \cdot Q \cdot V((\sin 45) - (0))$$

- قوة الضغط عند المقطع (1) :  $F_{P1} = + P_1 \cdot A_1 = 0$

$$F_{P2} = P_2 \cdot A_2 \sin 45 = (2) \quad -$$

$$- P \cdot A \sin 45$$

- القوة المطلوبة والمبدولة لدفع السائل على المحور x هي :  $-F_x$

- القوة المطلوبة والمبدولة لدفع السائل على المحور y هي :  $-F_y$

$$\sum (F)_y = 0$$

$$F_Q = F_{P1} + F_{P2} - F_y$$

$$F_y = -\sin 45^\circ (\rho \cdot Q \cdot V + P \cdot A)$$

$$F_y = -(0.707) \times (1060 \text{ kg/m}^3 \times 2.5 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 1.6 \times 10^4 \text{ N/m}^2 \cdot 50.24 \times 10^{-4} \text{ m}^2)$$

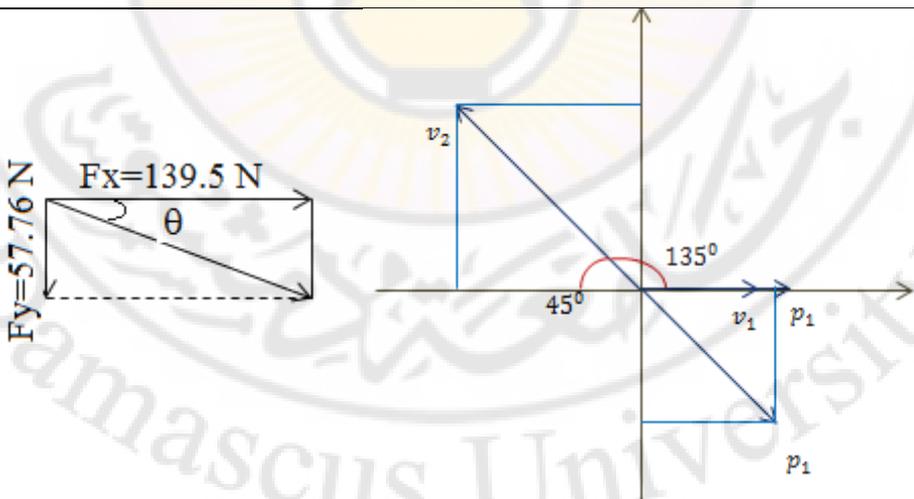
$$F_x = -57.76 \text{ N}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 150.98 \text{ N}$$

ولمعرفة اتجاه القوة ، تحسب زاوية الميل بين متجه القوة وخط الافق بالعلاقة :

$$\tan^{-1} \theta = \frac{57.76}{139.5}$$

$$\theta = 23^\circ$$



حساب المقاومة المحيطية :

$$p = 160 \text{ mmHg} \Rightarrow p = 2.13 \times 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$Q = 2.5 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s}$$

$$Z = \frac{\Delta P}{Q} = \frac{2.13 \times 10^4 \text{ N/m}^2}{2.5 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s}}$$

$$Z = 85.2 \times 10^5 \frac{N \cdot sec}{m^5}$$

### 3- VIII

إن رئة الانسان في حالة حبس الشهيق تستطيع أن تتحمل ضغطاً زائداً يصل إلى **1300 mmwc** بينما في حالة الزفير يبلغ الضغط الزائد المقاس **200 mmwc**

المطلوب: أوجد السرعة التي يخرج فيها الهواء من الفم إذا فرضنا أن كثافة الهواء

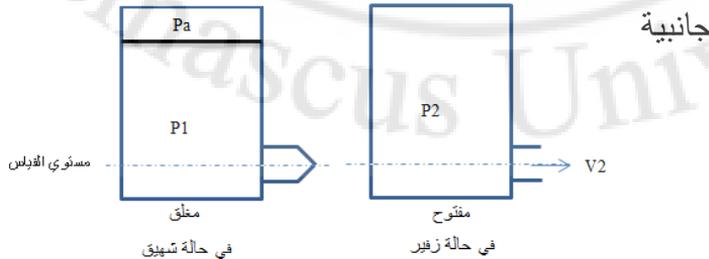
$$\rho = \frac{1}{8} \frac{kg}{m^3} = 1.226 \frac{kg}{m^3} \text{ ثابتة}$$

الحل:

يمكن تشبيه الرئتين في حالة :

a. حبس الشهيق يشبه بخزان مغلق يسود فيه ضغط زائد

b. في حالة الزفير يشبه بخزان يتم تفريغ الهواء منه عبر فتحة



بتطبيق معادلة برنولي (1) و (2) نجد :

$$p_a + \frac{1}{2} \rho v_a^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$v_a = 0$  لأنها نقطة ركود لا يوجد فيها حركة

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_a)}{\rho}} = 56.56 \text{ m/sec}$$

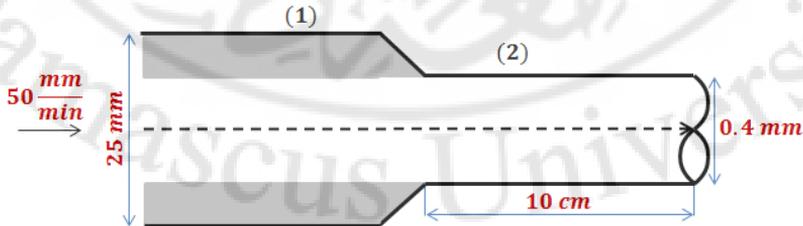
#### 4- VIII

يبلغ قنطار طوله  $L = 100 \text{ cm}$  وقطره  $D = 0.4 \text{ mm}$  يتصل عبر سيرنغ يحتوي مضخة تسريب نموذجية تتحرك بسرعة ثابتة  $v = 50 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$  و المطلوب :

أوجد معدل تدفق التفريغ عبر القنطار ، وقيمة قوة الدفع اللازمة لدفع السائل من السيرنغ ، والممانعة في القنطار والتي تعيق الجريان.

إذا علمت أن كثافة المحلول الملحي  $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$

ولزوجته  $\mu = 0.002 \text{ N.S/m}^2$



الحل:

$$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{\pi(25 \times 10^{-3})^2}{4} = 480 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{\pi(0.4 \times 10^{-3})^2}{4} = 0.1256 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$Q = V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2$$

$$V_1 = \frac{50}{60} \times 10^{-3} = 0.83 \times 10^{-3} \text{ m/sec}$$

$$V_2 = V_1 \frac{A_1}{A_2} = 0.83 \times 10^{-3} \frac{4800 \times 10^{-6}}{0.125 \times 10^{-6}} = 31.8 \text{ m/sec}$$

$$Q = V_1 \cdot A_1 = 0.83 \times 10^{-3} \times 4800 \times 10^{-6} = 4 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{sec}$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$P_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$$

$$= 1 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} + \frac{1}{2} \times 10^3 (31.8^2 - 0.83^2 \times 10^{-6})$$

$$= 6.05 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$F = P_1 \cdot A_1 = 6.05 \times 10^5 \times 480 \times 10^{-6} = 290 \text{ N}$$

$$Z = \frac{8\mu L}{\pi R^4} = \frac{8 \times 0.002 \times 100 \times 10^{-2}}{\pi \left(\frac{0.4}{2}\right)^4 \times 10^{-12}} = 318.4 \frac{\text{Nm}}{10^5 \text{m}^5}$$

## مسائل التدفق النبضي

### 5- VIII

#### تتمة المسألة 3-VI

أوجد سرعة الموجة  $c_0$  وضغط الموجة المارة عبر الشريان ، إذا كانت مرونة الشريان  $E = 2.34 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  ، وسماكة الجدار  $h = 0.1 \text{ mm}$ .

الحل :

من معادلة السرعة أوجدنا:

$$dp = 52.50 \text{ N/m}^2$$

والتدفق في الشريان العضدي :

$$Q = 80.83 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{sec}}$$

سرعة الموجة في حالة تأثير مرونة الجدران على تدفق الدم :

$$c_0 = \sqrt{\frac{E \cdot h}{2 \cdot R \cdot \rho}}$$

$$c_0 = \sqrt{\frac{2.34 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \times 0.1 \times 10^{-3} \text{ m}}{2 \times 8 \times 10^{-3} \text{ m} \times 1060 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 18.8 \text{ m/sec}$$

وبما أن ضغط الموجة مرتبط بالسرعة الانتقالية وسرعة الموجة فان:

$$p_0 = \rho \cdot c_0 \cdot U$$

$$p_0 = 1060 \frac{kg}{m^3} \cdot 18.8 m/sec \cdot 80m/sec$$

$$p_0 = 159 \times 10^5 \frac{N}{m^2}$$

## 6- VIII

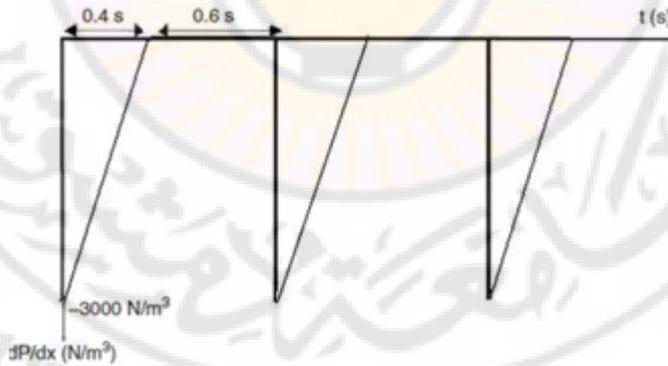
تم قياس الضغط في الشريان الابهري مخبريا ووجد ان تغير الضغط مبين بالشكل المرفق خلال فترة العمل  $t = 1 \text{ sec}$  ، والتكرار  $n=5$  والمطلوب:

أوجد التردد الزاوي ؟

أوجد معادلة الضغط النبضي .

حساب فوربييه لشكل الموجة .

معادلة السرعة .



مخطط تغير الضغط مع الزمن

الحل:

عند  $t = 0.8 \text{ sec}$  فان السرعة الزاوية تساوي الى :  $\omega = 7.85 \text{ rad/sec}$

معادلة تغير الضغط هي خطية من الشكل :

$$f_t = A_n + jB_n$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \text{Re} \sum_{n=0}^{\infty} a_n e^{jn\omega t} \quad \text{وشكلها الاسي} :$$

أو بشكلها الجيبي :

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_t = P_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} \{ B_n \sin(n\omega t) \}$$

وشكل المعادلة الخطية للمخطط المبين اعلاه هو على الشكل التالي :

$$f_t = -\frac{3000}{1} + \frac{3000}{0.4} \cdot t$$

عند  $t=0$  فان  $\frac{dP}{dt} = -3000 \text{ N/m}^3$  ، وعند  $t=0.4$  فان  $\frac{dP}{dt} = 0$  ، اي ان  $t$  تتغير من 0 الى 0.4 وعندما يتغير الزمن من 0.4 الى 0.6 فان:

$$\frac{dP}{dt} = 0$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_t = f_t dt \quad \text{ولحساب فورييه:}$$

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_0^{t_0} f_t dt$$

$$a_0 = \frac{1}{1} \int_0^{0.4} (-3000 + 7500 t) dt$$

وبعد اجراء التكامل والتعويض  $t = 0.4$  نجد  $a_0 = -600$

$$A_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} f_t \cos(\omega n t) dt$$

$$A_n = \frac{2}{1} \int_0^{0.4} (-3000 + 7500 t) \cdot \cos (2.512) \cdot dt$$

حيث :  $\omega = 6.28 , t = 0.4 , n = 1$  ،  $\omega n t = 2.512(n)$

$$A_n = \frac{379.95 (\cos 2.512 n) - 1}{n^2}$$

$$B_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{t_0} f_t \sin(\omega n t) dt$$

$$B_n = \frac{2}{1} \int_0^{0.4} (-3000 + 7500 t) \cdot \sin (2.512) \cdot dt$$

$$B_n = \frac{75.991(5 \sin(2.512 n) - 12.566)}{n^2}$$

$$f_t = -3000 + 7500 \cdot t$$

تم حساب  $A_n$  و  $B_n$  حتى  $n=5$  ، وتم تنظيم القيم في الجدول التالي :

$n$	$A_n$	$B_n$
0	-600	—
1	-687.344	-731.598
2	-65.636	-567.804
3	-29.171	-278.159
4	-42.960	-252.691
5	0.000	-190.986
6	-19.093	-152.951
7	-5.358	-143.793
8	-4.102	-113.720
9	-8.486	-108.860
10	0.000	-95.493

معادلة السرعة :

$$u(r, t) = u_0 + u(r, t)$$

$$u(r, t) = \frac{1}{4\mu} \left( \frac{dp}{dx} \Big|_t \right) (r^2 - R^2)$$

$$u_0 = \frac{1}{4\mu} a_0 (r^2 - R^2)$$

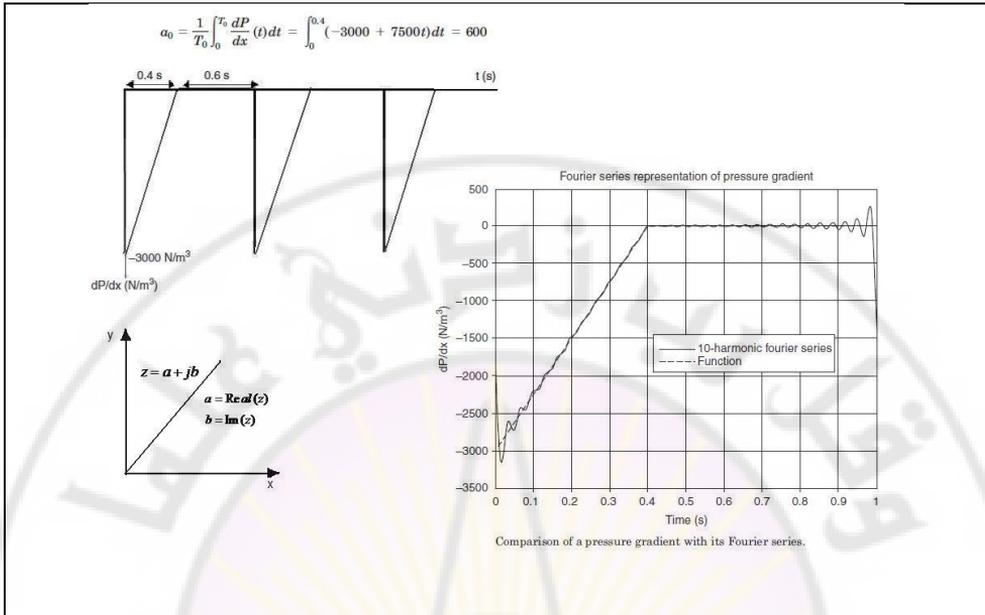
$$u_0 = \frac{1}{4\mu} \int_0^{0.4} (-3000 + 7500t) dt (r^2 - R^2)$$

عند :  $R = 0.2mm$  ,  $t = 0.4sec$  ,  $r = 0$  فان :

$$u_0 = \frac{1}{4 \times 0.0035} \left( -3000t + \frac{7500xt^2}{2} \text{ sec} \right) (0^2 - (0.2 \times 10^{-3})^2)$$

$$u_0 = \frac{(0.2 \times 10^{-3})^2}{4 \times 0.0035} \left( -3000t + \frac{7500xt^2}{2} \right)$$

$$u_0 = 2.85 \times 10^{-3} (-600) = 1710 \times 10^{-3} \text{ m/sec}$$



## 7- VIII

ليكن لدينا المعادلة :

$$\frac{dp}{dx} = -796 - 1250 \sin(2\pi t) + 531 \cos(2\pi t)$$

$$\mu = 0.0035 \frac{N \cdot s}{m^2}, \rho = 1060 \frac{kg}{m^3}, \delta = 3.302 \times 10^{-6} \frac{m^2}{s},$$

$$R = 0.0025 \text{ m}, T_0 = 1 \text{ sec}$$

المطلوب رسم المعادلة .

الحل:

$$\omega = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\left. \frac{dp}{dx} \right|_t = a_0 + a_n \cos(\omega t) + b_n \sin(\omega t)$$

$$\left. \frac{dp}{dx} \right|_t = 80 \sin(15.7t)$$

$$a_0 = -796$$

$$a_n = 531$$

$$b_n = -1250$$

$$\left. \frac{dp}{dx} \right|_t = 10666 \sin(15.7t)$$

$$p_0 = 80 \text{ mmHg} = 10666 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

$$u_0 = \frac{1}{4\mu} \cdot \left. \frac{dp}{dx} \right|_t \cdot (r^2 - R^2)$$

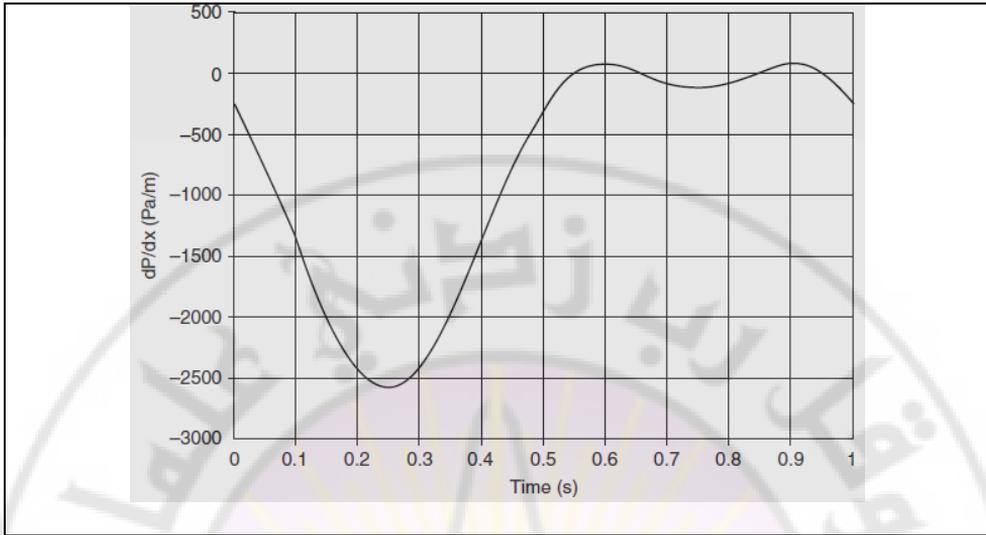
$$u_0 = \frac{1}{4\mu} \cdot 10666 \sin(15.7t) \cdot (r^2 - R^2)$$

$$u_0 = \frac{1}{4 \times 0.0035} \cdot 10666 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} (0.22^2 - 0.2^2)$$

$$r = 0.22 \text{ m}, R = 0.2 \text{ m}$$

$$u_0 = 178 \text{ m/s}$$

$$\left. \frac{dp}{dx} \right|_t = 80 \sin(15.7t)$$



### VIII - 7.2 - مسائل غير محلولة :

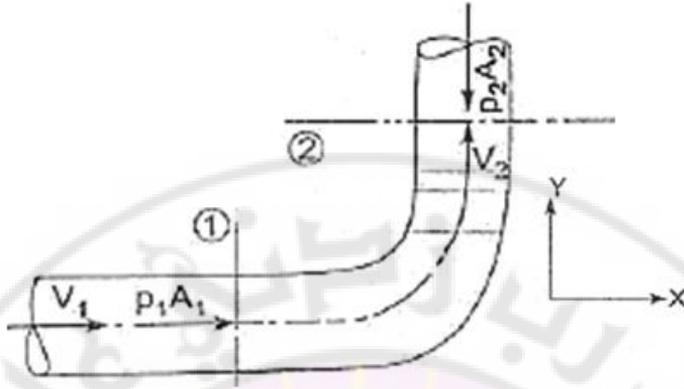
1. وعاء دموي قطره  $D = 30mm$  و طوله  $L = 40cm$  أوجد سرعة الجريان ومعدل التدفق إذا كانت  $\mu = 0.0035 \frac{N \cdot Sec}{m^2}$  والضغط عند المدخل  $P_{in} = 100 \frac{N}{m^2}$  والضغط عند المخرج  $P_{out} = 98 \frac{N}{m^2}$  و كثافة الدم  $\rho = 1060 \frac{kg}{m^3}$ .

2. يبين الشكل التالي وعاء يبلغ قطره عند المقطع (1)  $40 mm$  ويتدفق فيه السائل بمعدل  $30ml/sec$  والمطلوب أوجد القوة المؤثرة على الوعاء .

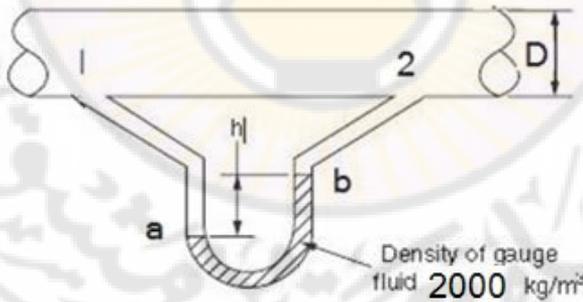
إذا كان الضغط الداخل إليه  $p_1 = 24.43 N/cm^2$

والخارج منه :  $p_2 = 22.563 N/cm^2$  ، وان زاوية الانحناء هي:

$$\theta = 90^\circ$$



3. يبلغ قطر الوعاء الدموي عند المقطع (1) 100 mm ، وطوله 30 cm تم وضع مانومتر بين المقطع (1) و (2) فوجد ان ارتفاع عمود السائل 10mm ، فاذا كانت كثافة السائل  $\rho_m=2000[\text{kg}/\text{m}^3]$  واللزوجة التحريكية  $0.0035 \frac{\text{N}\cdot\text{sec}}{\text{m}^2}$  ،  $\rho=1060[\text{kg}/\text{m}^3]$  ، أوجد كمية جريان السائل المار في الوعاء ؟ ونوع الجريان ؟



4. مريض كتلته ( 85 Kg ) وعدد نبضات قلبه HR = 75 bpm أوجد :

- حجم الدم المتدفق خلال نبضة واحدة ml/beat ؟
- نسبة استهلاك الأوكسجين المستهلكة عبر أسناخ الرئتين ، إذا كان فرق تركيزي الأوكسجين بين الشريان والوريد الرئوي هو 0.05 mg/ml ؟

c. كم تبلغ نسبة تخفيض استهلاك الأوكسجين المستهلكة عبر أسناخ الرئتين

، إذا انخفضت كتلته 10 Kg وأصبحت ( 75 Kg ) ؟

d. كم تصبح عدد نبضات قلبه bpm عندما أصبح ( 75 Kg ) ؟

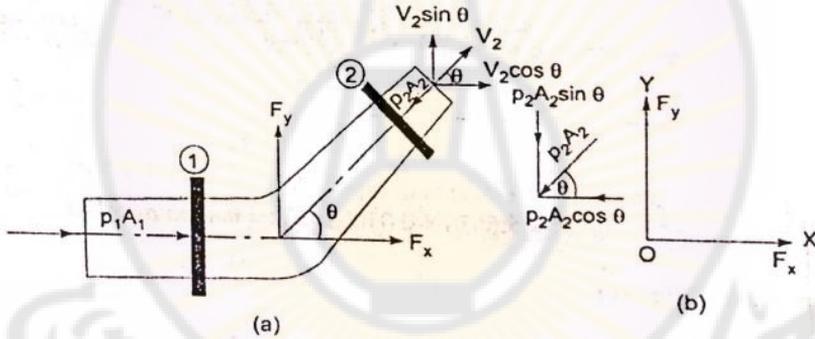
5. أوجد القوة المؤثرة على الوعاء الدموي والمبين بالشكل ، إذا كان معدل

التدفق  $Q=30ml/sec$  ، وان  $\mu = 0.0035 \frac{N \cdot sec}{m^2}$  والضغط عند

مدخل الوعاء الذي قطره  $D_{in} = 40mm$  هو  $P_{in} = 100 \frac{N}{m^2}$

والضغط عند المخرج الذي قطره  $D_{out} = 30mm$  هو

$P_{out} = 98 \frac{N}{m^2}$  و كثافة الدم  $\rho = 1060 \frac{kg}{m^3}$  .



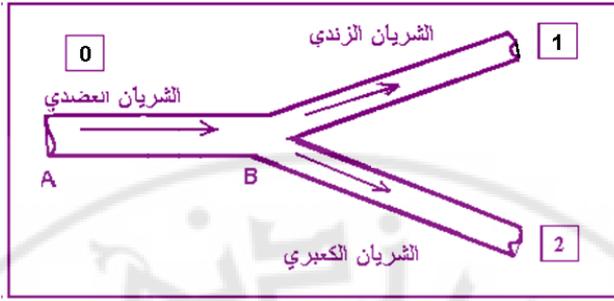
6. يتفرع الشريان العضدي إلى فرعين ، الشريان الزندي الذي قطره

$D_1 = 2.5mm$  ، ويسير الدم بسرعة  $V_1 = 50cm/sec$  والى شريان

كعبري قطره  $D_2 = 1.5mm$  (كما هو مبين بالشكل) ، أوجد قيم التدفق

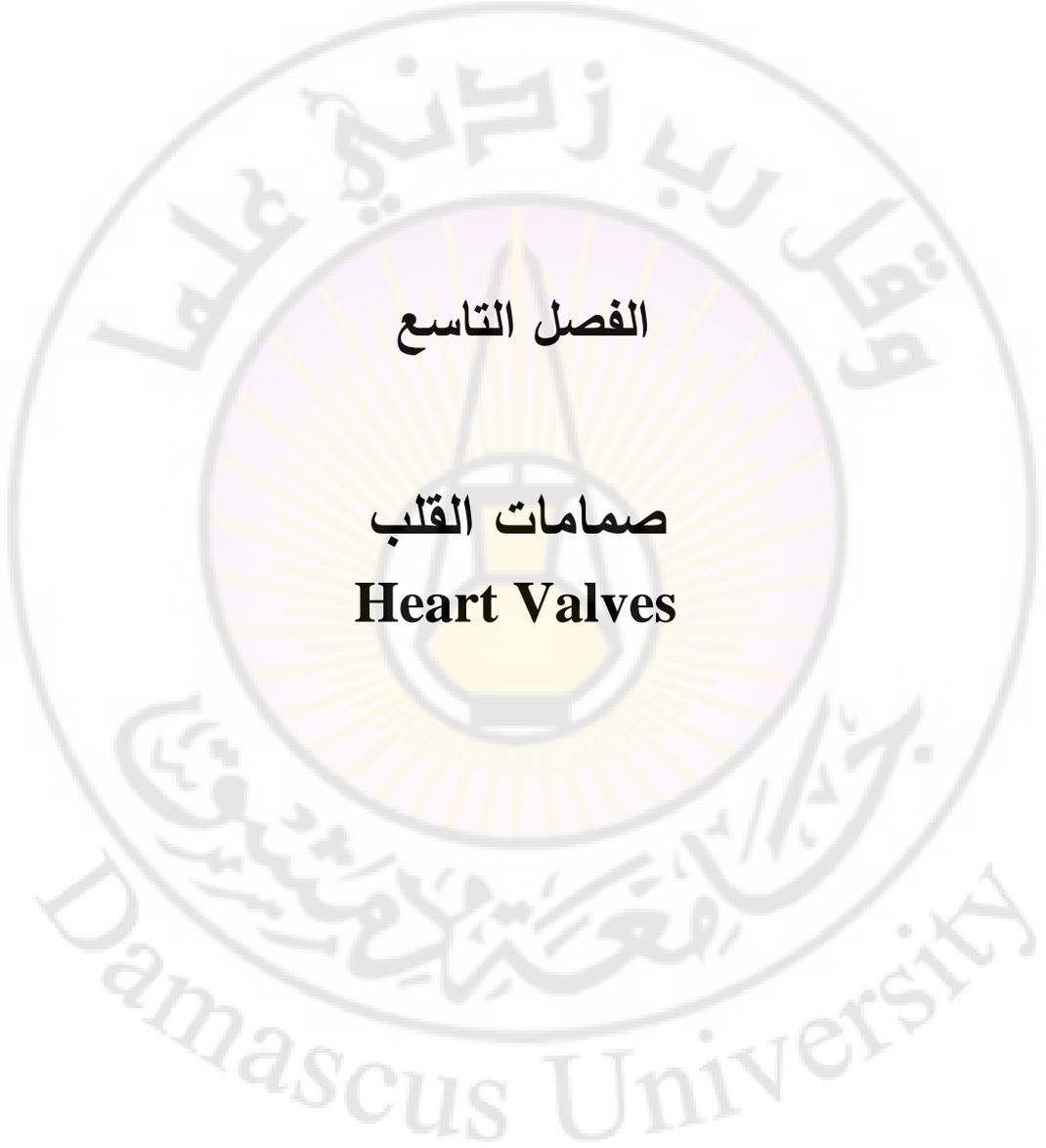
في كل من الشريانين الفرعين ( الزندي والكعبري ) وسرعة التدفق في

الشريان الكعبري .



\*\*\*\*\*





الفصل التاسع

صمامات القلب

**Heart Valves**



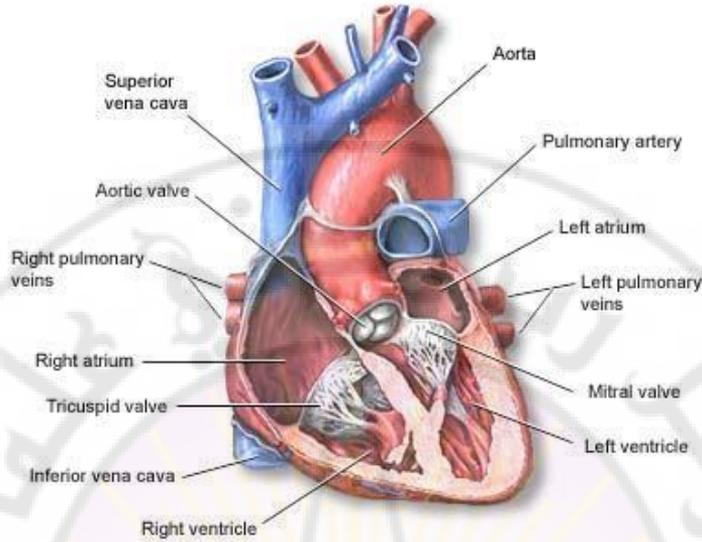
## صمامات القلب

### Introduction : مقدمة : 1- XV

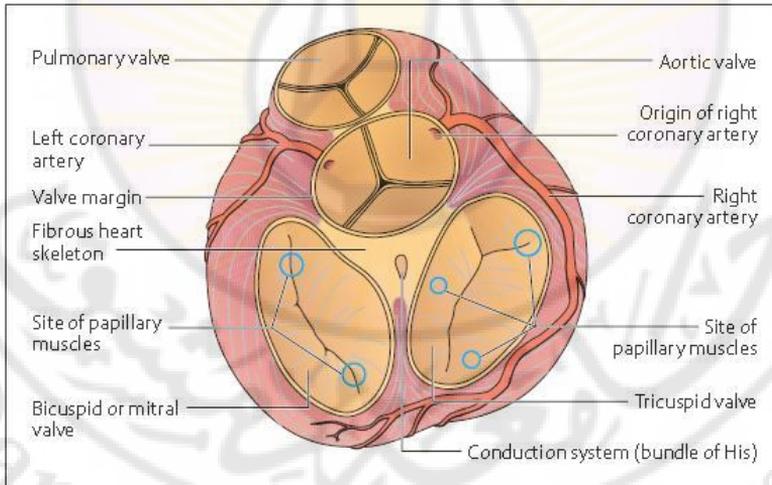
### Heart Valves صمامات القلب 2- XV

للقلب أربعة صمامات تتحكم بتدفق الدم عبره ، الأول يدعى الصمام الأبهرى Aortic Valve الذي يفصل البطين الأيسر عن الشريان الأبهرى ووظيفته إعاقه تدفق الدم من الأبهر إلى البطين الأيسر، ويتوضع الصمام الثاني بشكل مشابه لأول ( ويدعى الصمام الرئوي Pulmonary Valve ) بين البطين الأيمن والشريان الرئوي ويؤمن تدفق الدم باتجاه واحد ، من البطين الأيمن إلى الشريان الرئوي ثم الرئة ، أما الصمام الثالث ويدعى الصمام التاجي Mitral Valve فيتوضع بين الأذنين الأيسر والبطين الأيسر والصمام الرابع ويدعى ثلاثي الشرف (أو الثلاثي الوريقات) Tricuspid Valve ويتوضع بين الأذنين الأيمن والبطين الأيمن ويمنع هذا الصمامين من تدفق الدم إلى الأذنين بالاتجاه المعاكس أثناء الانقباض البطيني كما هو مبين في الشكل (1-9) [16] و [6].

ينفتح الصمامان الابهرى والرئوي أثناء الانقباض البطيني Systole وينغلقان أثناء الاسترخاء البطيني ويمتلئ البطين أثناء انفتاح الصمامان التاجي وثلاثي الشرف عند الانقباض والاسترخاء المتساوي الحجم ، ويبين الشكل (2-9) توضع هذه الصمامات الأربعة . يكون الضغط عندما ينغلق الصمامان الابهرى والرئوي 100mmHg و 30mmHg ويكون الضغط عندما ينغلق الصمامان التاجي وثلاثي الشرف 140 mmHg و 30mmHg على الترتيب .



الشكل ( 9-1 ) صمامات القلب



View from above of the plane of the cardiac valves

الشكل ( 9-2 ) مسقط علوي لصمامات القلب

## XV - 1.2 - الصمام الأبهري :

هو عبارة عن نسيج ضام مؤلف من ثلاث وريقات ذات شكل اهليلجي تحتوي على خلايا بطانية والكولاجين ويحتوي الصمام الأبهري على طبقة ليفية داخل الصمام

تدعى الليفين Fibrosa ومن جهة البطين يحتوي على طبقة بطينية ventricularis وهي أرق من الليفين وشكلها أملس بحيث يسهل انزلاق الدم أو تدفق الدم عبر الصمام أما القسم المتوسط من الصمام فهو إسفنجي Spongiosa يحتوي على نسيج متصل من البروتينات وكمية كبيرة من الكولاجين لتساعد الصمام على الإغلاق .

يفتح هذا الصمام عندما ينقبض البطين الأيسر و يسمح للدم بالمرور عبره إلى الشريان الأبهر وعندما يغلق هذا الصمام يمنع الدم المؤكسج من العودة إلى البطين الأيسر ، والشكل الاهليلجي يمنع من تسرب الدم .  
خلال فترة الانبساط عندما يكون البطين الأيسر في حالة الراحة يتناقص ضغط الدم داخل البطين الأيسر مرة أخرى بينما يبقى الضغط داخل الشريان الأبهرى مرتفعا ما يؤدي إلى إغلاق الصمام الأبهرى لمنع تدفق الدم بالاتجاه المعاكس إلى القلب .

## XV - 2.2 - الصمام الرئوي :

فهو يفصل بين البطين الأيمن والشريان الرئوي.  
حيث يفتح هذا الصمام عندما ينقبض البطين الأيمن و يسمح للدم بالمرور عبره إلى الشريان الرئوي و عندما يغلق هذا الصمام يمنع الدم غير المؤكسج من العودة إلى البطين الأيمن .

إن تشريح الصمامين الرئوي والأبهرى متشابهين إلا أن الفرق الرئيسي بينهما أن الجيوب في الرئوي اصغر من الأبهرى والحلقة أكبر في الصمام الرئوي .  
يتراوح قطر الشريان الأبهرى  $23.2 \pm 3.3 \text{ mm}$  ، وقطر الشريان الرئوي  $24.3 \pm 3 \text{ mm}$  .

للصمام الابهرى تركيب ديناميكي : فالوريفات تفتح خلال 20-30 msec والدم يتسارع أثناء مرور الدم عبر الصمام بحيث تصل السرعة الأعظمية في الثلث

الأول من الانقباض وتكون عندها الوريقات مفتوحة بشكل كامل ، ثم يبدأ تدفق الدم بالتضاؤل إلى الشريان الأبهري ، يحصل أثناء الانقباض دوامات في الوريقات الثلاث نتيجة تغيرات الضغط وهي تساعد على تسريع إغلاق الصمام ، وتصل قيمة السرعة الأعظمية أثناء الانقباض  $1.35 \pm 0.3 \text{ m/sec}$  ، وفي الشريان الرئوي تصل السرعة إلى  $0.75 \pm 0.15 \text{ m/sec}$  .

### **XV - 2- 3- الصمام التاجي :**

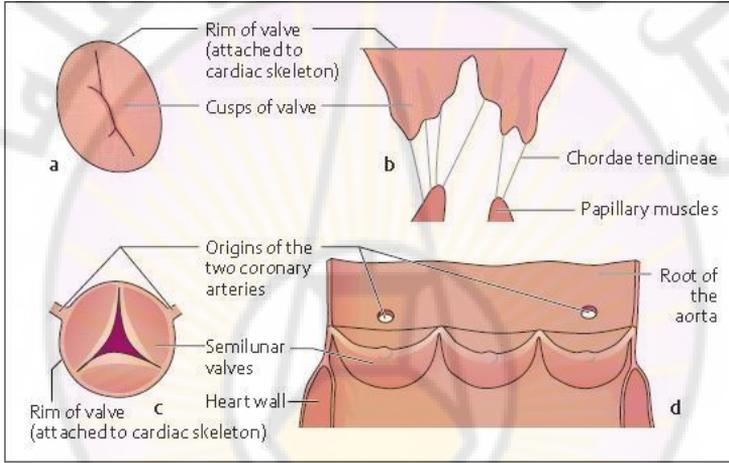
يتألف من وريقتين يفصل هذا الصمام بين البطين الأيسر والأذين الأيسر . أثناء انقباض الأذين الأيسر يفتح الصمام التاجي ويسمح للدم بالتدفق من خلاله إلى البطين الأيسر وعندما يغلق هذا الصمام يمنع الدم من العودة إلى الأذين الأيسر . هذا الصمام الوحيد الذي له وريقتين .

### **XV - 2- 4- الصمام ثلاثي الشرف :**

لهذا الصمام ثلاث وريقات، يفصل بين البطين الأيمن والأذين الأيمن ، ويفتح عندما ينقبض الأذين الأيمن ويسمح للدم بالمرور عبره إلى البطين الأيمن وعندما يغلق هذا الصمام يمنع الدم غير المؤكسج من العودة إلى الأذين الأيمن . يتألف كل صمام من مجموعة من اللويحات أو الوريقات رقيقة متينة ملتصقة بجدار القلب وكل وريقة عبارة عن نسيج ليفي مغطى بطبقة من خلايا ، تحتوي على أربعة عناصر أولية ، هي الكولاجين والعضلات الشعرية والألياف العصبية والأوعية الدموية ، وتمثل الألياف العضلية في الوريقة الأبهريّة والوريقة التاجية . عند قاعدة كل وريقة من وريقات الصمام القلبي تندمج طبقة النسيج الليفي مع جدار القلب لتشكل ما يشبه المفصل المرن ، وهي مصممة لتسمح بتدفق الدم باتجاه واحد فقط.

تفتح الصمامات و تغلق اعتمادا على الفرق في قيم ضغط الدم بين حجرات القلب أثناء انقباض القلب وانبساطه أي خلال الدورة الدموية.

يبلغ الضغط في الوريقة 0.22 Mpa ، ويحدث الإجهاد فيها عندما يكون الضغط في البطين الأيسر 150 mmHg أثناء الانقباض البطيني وتظهر السرعة الأعظمية في الصمام التاجي عندما يمتلئ القلب كاملا وتظهر الموجة E ، وتكون قيمة السرعة 50-80 cm/sec .



Schematic representation of the heart valves

### الشكل ( 9-3 ) شكل الوريقات

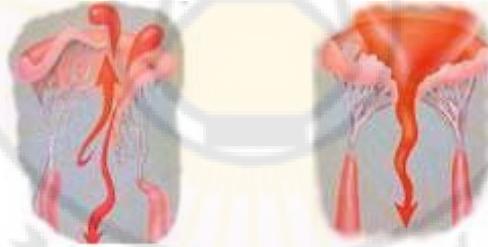
وعندما تعمل الوريقات بشكل صحيح فإنها تفتح و تغلق بالكامل و لكن يمكن أن يتلف هذا الصمام نتيجة مرض ما أو لتقدم العمر أو نتيجة تشوه خلقي وفي هذه الحالة لا بد من استبدال هذا الصمام المعطل حتى يتمكن المريض من متابعة حياته بشكل سليم . والشكل (9-4) يبين الصمام القلبي السليم في حالة الفتح والإغلاق.



عند الإغلاق      عند الفتح

الشكل (9-4) آلية عمل صمام القلب السليم

في هذه الحالة فان الصمام لا يفتح بشكل كامل نتيجة تصلب بعض اللويحات لذلك يصبح من الصعب جدا فتح هذا الصمام و يصبح على الدم أن يعبر من خلال فتحة صغيرة جدا لذلك فان كمية الدم المنتقلة إلى الحجرة الأخرى عبر الصمام سوف تكون قليلة ، كما هو موضح بالشكل (9-5) ، مما يؤدي إلى ضرورة استبدال الصمام بصمام اصطناعي بديل له .



عند الإغلاق      عند الفتح

الشكل (9-5) آلية عمل صمام القلب المريض

### XV- 3 . تغيرات الضغط عبر فتحة صمام القلب [16]:

تعتمد آلية عمل الصمامات القلبية على تغيرات الضغط ما بين الأذين والبطين في القلب لذلك من الضروري معرفة تغيرات الضغط والتدفق عبر فتحة الصمام ، لقد قام العالم غورلين Gorlin في عام 1951 بايجاد معادلة مساحة فتحة الصمام عند تدفق الدم عبره ويسبب تغير الضغط .

### معادلة غورلين Gorlin :

انطلق غورلين في ايجاد مساحة فتحة الصمام من خلال متغيرات ميكانيك السوائل (Parameters) واهمها التدفق Q عبر الصمام الابهري وهو يمثل النتاج القلبي عند كل نبضة قلبية ، ويعبر عن ذلك بالمعادلة التالية التي تمثل متوسط معدل التدفق المار عبر فتحة الصمام:

$$Q = \frac{Co}{HR} \quad (9 - 1)$$

وهي الكمية المتدفقة نفسها خلال نبضة قلبية مقسومة على زمن الدفع وتعطى بالعلاقة :

$$Q = \frac{Co}{T_e HR} \quad (9 - 2)$$

حيث :  $Co$  : النتاج القلبي ،  $HR$  : معدل نبض القلب في الدقيقة ،  $Q$  : كمية الدم المتدفقة عبر فتحة الصمام ،  $T_e$  : زمن الدفع في النبضة . ووفق معادلة الاستمرار فان كمية التدفق متعلقة بالسرعة الوسطية عبر مساحة مقطع الصمام:

$$Q = V \cdot A_v \quad (9 - 3)$$

حيث :  $A_v$  مساحة فوهة الصمام  
اذا اعتبرنا ان الصمام الابهري هو وعاء واخذنا نقطة منه (1) والنقطة (2) عند فتحة الصمام وبتطبيق معادلة برنولي بين (1) و (2) مع اعتبار ضياعات اللزوجة من ضمن معامل الضياعات لصمام القلب (وفق فرضية غورلين ) فتكون معادلة برنولي :

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 \quad (9-4)$$

النقطة (1) تمثل نقطة في وعاء وهي صغيرة جدا بالمقارنة مع الكمية المتدفقة في الصمام فتصبح المعادلة (9-4) :

$$V_2 = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad (9-5)$$

$$Q = A \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad (9-6)$$

حيث :  $\Delta P$  تغير الضغط ،  $\rho$  : كثافة الدم ،  $V_2$  السرعة الوسطية لجريان الدم عبر فتحة الصمام ،  $A$  مساحة فوهة الصمام في الحالة المثالية .

تمثل المعادلة السابقة (9-6) علاقة التدفق والضغط الهابط على الصمام ، ومساحة مقطعه في الحالة المثالية ، أما في الحالة الحقيقية فان هناك ميزتين غير مثاليتين وهما :

1. تدفق الدم الحقيقي هو لزج لذلك يفرض ثابت  $C_v$  الذي يمثل معامل السرعة الفعلية في الصمام:

$$V_2 = C_v \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad (9-7)$$

2. عند تدفق الدم عبر الصمام فان الصمام ينقبض وتصبح مساحة مقطعه لذلك تم اخذ معامل انقباض مقطع الصمام  $C_c$  فتصبح مساحة الصمام الفعلية :

$$A = C_c \cdot A_v \quad (9-8)$$

ومن المعادلات (9-3),(9-6),(9-8) نجد :

$$Q = C_v \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \cdot C_c \cdot A_v \quad (9 - 9)$$

$$Q = C_v \cdot C_c \cdot A_v \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad (9 - 10)$$

هذه المعادلة تستخدم فرضيات تجريبية متعلقة بظروف مختلفة ، وهي غير ثابتة و متغيرة مع تغير الضغط والتدفق وطبيعة الجريان الذي يمثل بعدد رينولدز ، ومن المعادلة (2 - 9) و (9-10) نحصل على المعادلة التالية التي تمثل مساحة مقطع الصمام الفعلية :

$$A_v = \frac{Co}{T_e HR \cdot k} \frac{1}{\sqrt{\Delta P}} \quad (9 - 11)$$

حيث:  $A_v$  [m<sup>2</sup>] مساحة فوهة الصمام .

CO [m<sup>3</sup>/sec] الناتج القلبي .

$T_e$  [sec] زمن الدفع عبر الصمام .

HR [pule/min] معدل النبض .

$\Delta P$  [N/m<sup>2</sup>] تغير الضغط أثناء فترة الدفع

$C_v \cdot C_c \sqrt{\frac{1}{\rho}}$  وهو متناسب مع  $\left[ \frac{cm}{sec \cdot \sqrt{mmHg}} \right]$  ثابت غورلين ، وهو متناسب مع  $\frac{1}{\rho}$

وغالبا ما يكون عامل غورلين مساويا إلى القيمة (44.3) في الصمام الابھري ،

والقيمة (37.7) في الصمام التاجي .

مسألة (1) : مريض لديه النتاج القلبي  $CO = 5L/min$  ،  $T = 358msec$  ،  
 $HR=70 bpm$  ، تغير الضغط  $81 mmHg$  ، أوجد مساحة مقطع الصمام  
 الابهرى والتدفق من خلال معادلة غورلين :

$$A_v = \frac{CO}{T_e \cdot HR K \sqrt{\Delta p}}$$

$$A_v = \frac{5000}{(0.358) \cdot (70) \cdot (44.3) \cdot \sqrt{81}} = 0.5 \text{ cm}^2$$

إن التدفق الوسطي عبر الصمام :

$$Q = \frac{CO}{T_e \cdot HR}$$

$$Q = \frac{5000}{25} = 200 \text{ mL/sec}$$

#### XV- 4 . الضياعات في الصمام [16]:

تحدث الضياعات في الصمام بسبب تغير عوامل كثيرة تؤدي الى تغير مساحة  
 مقطع الصمام وتحدث في بعض الحالات الى تضيق كبير وبالتالي الى اغلاق تام  
 في الصمام ، من اهم الضياعات هو ضياع الطاقة الحركية المختزنة أثناء  
 الانقباض التي تسبب تغير سرعة الجريان عبر الصمام وتباطئ في تدفق الدم ،  
 ولايجاد ضياع الطاقة يتم عملياً قياس تغير الضغط باستخدام مقياس دوبلر الذي  
 يعتمد على قياس سرعة الجريان ومن معادلة برنولي نجد :

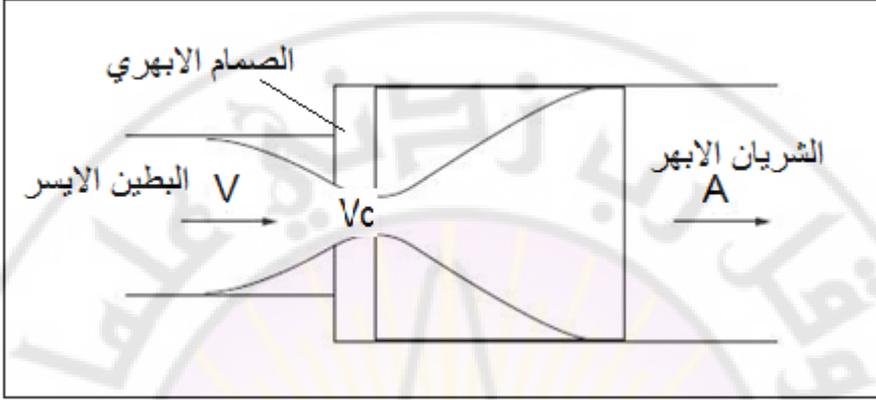
$$E_i = P_{vc} - P_A + \frac{1}{2} \rho V_{vc}^2 - \frac{1}{2} \rho V_A^2 \quad (9 - 12)$$

حيث :  $E_i$  : ضياع الطاقة

$P_{vc}$  : الضغط عند الانقباض البطيني Ventricle كما في الشكل (6-9) .

$P_A$  : الضغط في الشريان لابهري Aorta

$V_{vc}$  : سرعة الدم في الصمام الابهرى  
 $V_A$  : سرعة الدم في الابهر



الشكل (9-6) تدفق الدم من البطين الى الشريان الابهر عبر الصمام الابهرى

بأخذ العزم الخطي باتجاه التدفق المبين بالشكل (9-6) :

$$P_{vc} \cdot A_A - P_A \cdot A_A = - \rho V_{vc}^2 \cdot A_{vc} + \rho V_A^2 \cdot A_A \quad (9 - 13)$$

ومن معادلة برنولي (9-12) والتعويض في المعادلة (9-12) نجد :

$$E_i = - \left( \rho V_{vc}^2 \frac{A_{vc}}{A_A} \right) + \left( \frac{1}{2} \rho V_{vc}^2 \right) + \left( \frac{1}{2} \rho V_A^2 \right) \quad (9 - 14)$$

من معادلة الاستمرار :

$$A_{vc} = \frac{V_A}{V_{vc}} A_v \quad (9 - 15)$$

$$V_A^2 = \frac{A_{vc}^2}{A_A^2} V_{vc}^2 \quad (9 - 16)$$

بسبب صعوبة قياس مساحة الصمام عند لحظة انقباض البطين الايسر وباعتبار ان التدفق من البطين الايسر الى الصمام يمثل النتاج القلبي فيمكن كتابة معادلة ضياع الطاقة على الشكل التالي :

$$E_1 = \frac{\rho}{2} \left( V_{vc} - V_A \frac{A_{vc}}{A_A} \right)^2 \quad (9 - 17)$$

يمكن ايجاد ضياع الطاقة باستخدام مقياس دوبلر، وبأخذ معامل ضياع الطاقة بعين الاعتبار:

$$ELC = \frac{(EOA) \cdot A_A}{A_A - (EOA)} \quad (9 - 18)$$

حيث : Energy Loss Coefficient (ELC) معامل ضياع الطاقة اللاواحي .  
Effective orifice area (EOA) معامل مساحة التضيق الفعالة  
عند الانقباض البطيني والذي يساوي وفق معادلة الاستمرار الى :

$$EOA = \frac{V_v \cdot A_v}{V_{vc}} \quad (9 - 20)$$

مسألة (2) : لنفس المريض السابق في المسألة الاولى أوجد ضياع الطاقة الناتجة عن التدفق عبر الصمام وعامل التضيق ، علما بان :

$$CO = 5l / \text{min}$$

$$A_A = 4.9 \text{ cm}^2$$

$$V_{vc} = 1.66 \text{ cm} / \text{sec}$$

$$P_A = 81 \text{ mmHg}$$

: الحل

$$E_l = \frac{\rho}{2} (V_{vc} - V_v \cdot \frac{CO}{A_A})^2$$

$$E_l = 1060 \frac{kg}{m^3} \frac{Ns^2}{kg m} (1.66 \frac{m}{s} - \frac{5000/60 \frac{cm^3}{s}}{A_A cm^3} \cdot \frac{m}{100cm})^2$$

$$E_l = \frac{mmHg}{133.3 \frac{N}{cm^2}} = 13 mmHg$$

$$EOA = \frac{V_v \cdot A_v}{V_{vc}} = \frac{CO}{V_{vc}} = \frac{5000/60 \frac{cm^3}{s}}{1.66/100cm/s} = 0.5 cm^2$$

$$ELC = \frac{(EOA) \cdot (A_A)}{(A_A - EOA)} = \frac{(0.5) \cdot (4.9)}{(4.9 - 0.5)} = 0.46$$

### XV-5. الصمامات البديلة للقلب :

تصنف الصمامات الاصطناعية ضمن مجالات :

**a.** التعويضات الميكانيكية (made of non-biological material)

**b.** التعويضات الحيوية (made of biological tissue)

يتم استبدال صمامات القلب عندما تعجز عن أداء مهامها على الشكل الصحيح وبالتالي فإن المريض سوف يشعر عندها بالضعف و التعب عند القيام بأي مجهود أو حتى بالإعاقة و لذلك فانه يتوجب على هذه الصمامات البديلة أن تحسن نوعية حياة المريض وتجعله قادرا على متابعة حياته بنشاط وحيوية دون الحاجة إلى إجراء عمليات جراحية أو علاجات دوائية .

عمل هذه الصمامات مشابه تماما لعمل صمامات القلب الطبيعي حيث إنه يجب عليها أن تفتح و تغلق اعتمادا على حركة القلب انقباضا و انبساطا . عندما تفتح يجب أن تسمح للدم بالتدفق بسهولة و دون أي مقاومة بالاتجاه الصحيح و عندما تغلق يجب أن تمنع الدم من التسرب إلى الخلف .

وبالطبع فان زراعة هذه الصمامات تستوجب عملية قلب مفتوح.

وفيما يلي سوف نستعرض الأنواع المختلفة لهذه الصمامات:

- إن استبدال صمامات القلب الطبيعية المصابة بقصور بصمامات صناعية بدء منذ أربعة عقود .



الشكل(7-9) أنواع مختلفة للصمامات الصناعية

### XV- 5-1- الصمامات الميكانيكية:

عبارة عن صمام تتم صناعته من مواد معينة غير حيوية ، من أكبر ميزات هذا النوع من الصمامات أنها يمكن أن تبقى طوال حياة المريض دون أن تتلف أو تهترئ كما في الصمامات الطبيعية .

وهي صمامات تصنع من مواد بلاستيكية أو معدنية مثل الصمام الكروي أو الصمام الذي يعمل على القرص المتحرك الصمامات الميكانيكية مناسبة جدا لتحمل الضغط المطبق عليها حيث يتوجب عليها أن تفتح وتغلق في اليوم الواحد أكثر من 100000 مرة.

تصنع الصمامات من خلأط co-cr والتيتانيوم الصافي وخلأطه تبدي خصائص ميكانيكية جيدة مثل مقاومة التأكسد ( Corrosion ) وترسب الخثرات (thrombus deposition)

من أنواع الصمامات الميكانيكية :

### صمام القرص الدوار :



الشكل(8-9) صمام القرص الدوار

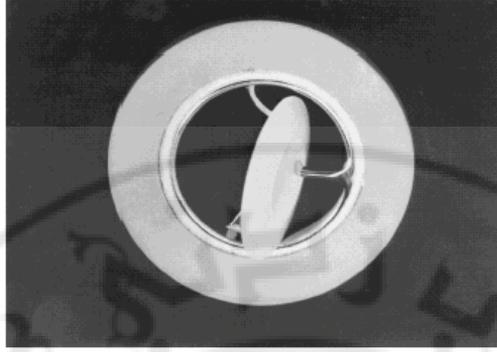
هذا الصمام مصنع من حلقة معدنية مغطاة بطبقة من نسيج خاص يحيط بشكل كامل بالحلقة المعدنية و يتم تثبته من خلال مجموعة من الغرزات لتساعد على تثبيت الصمام في المكان الذي يوضع فيه .

الصمام عبارة عن حلقة معدنية أو إطار معدني يوجد بداخله قرص دوار مثبت من الجانبين بشكل جيد و هذا القرص يتحرك باتجاه واحد فقط عندما يصل ضغط الدم أمام الصمام إلى حد معين فإنه سوف يفتح و يسمح للدم بالمرور عبره وعندما ينخفض الضغط فان الصمام يعود إلى وضعية الإغلاق مرة أخرى.

يصنع القرص عادة من الكريون القاسي لكي يسمح للصمام بالعمل بشكل جيد طوال حياة المريض بدون أن يهترئ أو يتلف.

### الصمام ثنائي القرص:

يكون القرص داخل الصمام عبارة عن قسمين منفصلين مثبتين من الجوانب ويشابه في عمله عمل الباب العادي

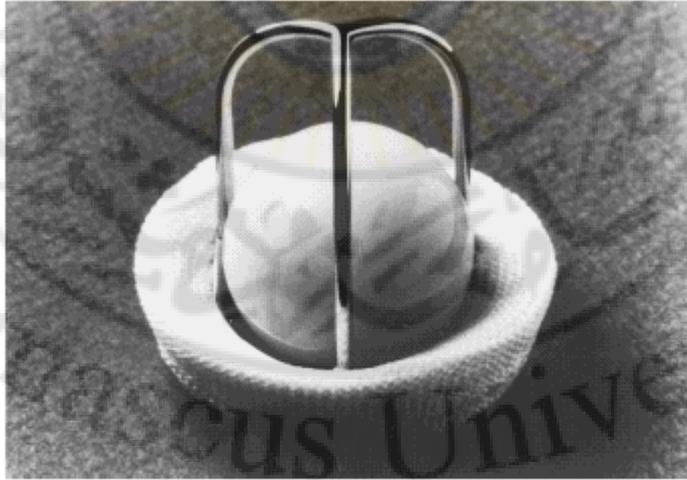


Chitra tilting disc valve prosthesis with the occluder made of ultra high molecular weight polyethylene

الشكل (9-9) الصمام ثنائي القرص

### الصمام ذو الكرة:

عبارة عن قفص معدني يحجز كرة معدنية أمامه وعندما يتجاوز الضغط أمام الصمام قيمة معينة فان الكرة سوف تندفع داخل القفص المعدني سامحة للدم بالمرور عبر الصمام و عندما تتناقص قيمة الضغط تعود الكرة و تغلق الصمام.



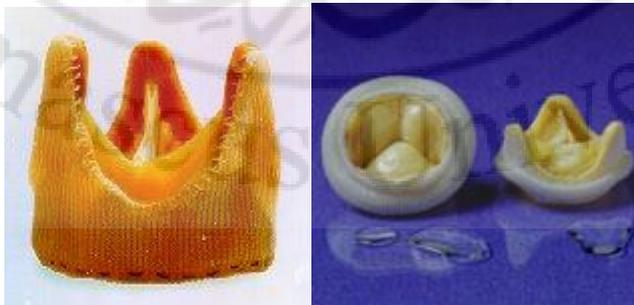
caged-ball heart valve prosthesis. (Courtesy of Baxter Health Care, Irvine, CA.)

الشكل (9-10) الصمام ذو الكرة

الصمامات الميكانيكية الموجودة اليوم أصبحت عالية الوثوقية و تسمح للمريض أن يتابع حياته بشكل طبيعي وسليم، كما أن الجسم قد أصبح قادرا على تقبلها بشكل جيد دون مضاعفات نتيجة دراسة التوافقية الحيوية ولم يعد هنالك ضرورة لكي يأخذ المريض كمية كبيرة من مميعات الدم كما كان في السابق حيث يكفي تناول جرعة صغيرة يوميا لكي تمنع الدم من التخثر عندما يمر الدم من خلال الصمام. أما عن مساوئ هذه الصمامات فإنها يمكن أن تؤدي إلى تدفق دم مضطرب عبر الصمام كما يمكن أن تؤدي إلى تخثر الدم و لذلك يتوجب على المريض المواظبة على المعالجة الدوائية طوال حياته و خاصة مميعات الدم.

### XV - 5. 2- الصمامات الحيوية:

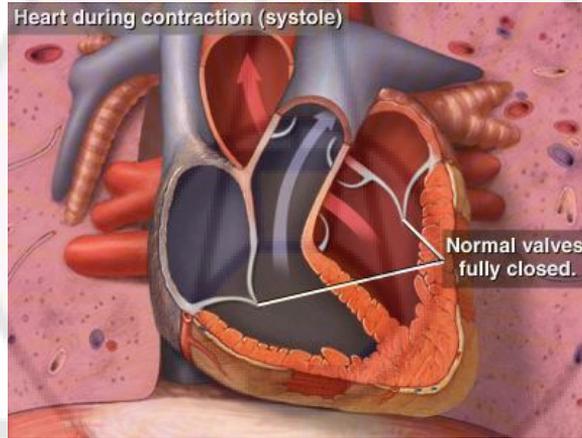
إن قلب الخنزير مشابه بشكل كبير لقلب الإنسان من الناحية التشريحية لذلك فإنه يشكل البديل المناسب لعملية الزرع. يتم أخذ هذا الصمام من مصدر حيواني و غالبا ما يكون الخنزير أو من جثة إنسان آخر حيث يتم معالجتها بالمواد الحافظة وتعقيمها ليصار بعد ذلك إلى زرعها داخل قلب المريض. و في هذه الحالة لا يوجد هناك ما يدعو لكي يأخذ المريض مضادات التخثر ولكنها لا تبقى في الجسم فترة طويلة مثل الصمامات الميكانيكية و تحتاج إلى تبديل كل 10 سنوات.



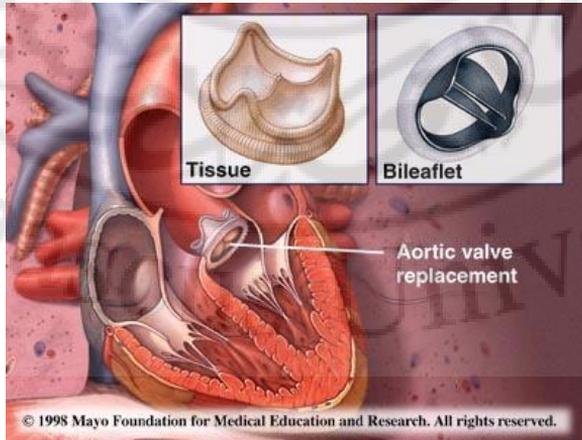
الشكل(11-9) الصمام الحيوي

هذا النوع من الصمامات يكون مناسباً للنساء اللاتي يرغبن بإنجاب الأطفال لتفادي حدوث أذيّات من آثار مميعات الدم على الحمل، كما أنها مناسبة أيضاً لكبار السن.

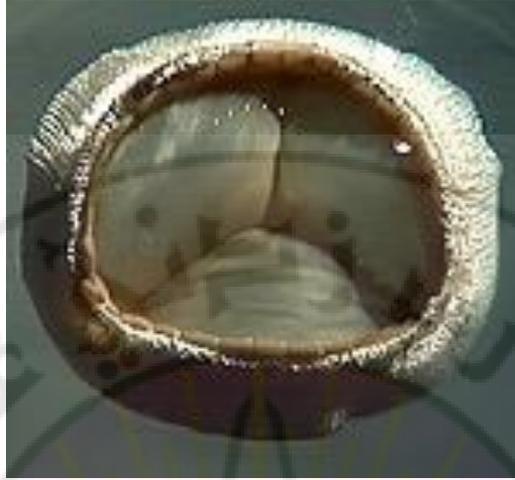
إن عملية زرع الصمام الخنزيري في جسم الإنسان هي نوع من عمليات نقل الأعضاء بين الكائنات الحية، ولذلك هناك بعض الأخطار المرتبطة بعملية الزرع يجب مراعاتها مثل رفض جسم الإنسان لهذه المادة الغريبة المزروعة داخله و في هذه الحالة يتم معالجة المريض دوائياً للتغلب على هذه المشكلة و لكن هذا العلاج قد لا يكون ناجحاً في معظم الحالات .



الشكل (9-12) آلية عمل الصمام الطبيعي



الشكل (9-13) الصمام الحيوي المركب



الشكل (9-14) الصمام الحيوي

### XV - 3. 5- النوع المختلط :

هناك نوع آخر من الصمام يمزج بين النوعين السابقين حيث يتم استخدام أنسجة حيوية لتشكل وريقات الصمام و الإطار الخارجي يكون معدنيا. و يتم تغليف هذا النموذج بغلاف التأمور المأخوذ من قلب الحصان أو من البقر. هذا النوع من التغليف بالتأمور يضمن متانة جيدة لوريقات الصمام أثناء حركتها وهو من أكثر الأنواع فعالية بين جميع الصمامات البديلة و متانة و من أهم ميزاته أن المريض ليس بحاجة إلى أن يأخذ مميعات دم طوال حياته.

#### 4- مواصفات الصمام المثالي:

- أن يكون عقيما بشكل كامل عند الزرع.
- أن يكون ملائما للمكان الذي سوف يزرع فيه من حيث الحجم و الشكل.
- أن يسمح بمرور الدم عبره دون أي مقاومة.
- أن لا يسمح بعودة الدم عند إغلاقه بشكل كلي.
- أن يبقى في الجسم فترة لا تقل عن 20 سنة.
- أن لا يسبب أي نوع من المضاعفات على الأنسجة المحيطة به أو على الدم.

- أن لا يسبب أي ضجيج أثناء عمله.
- أن تكون كلفته معقولة نسبياً .

أما من الناحية الهندسية:

- لا يسبب فرق في الضغط بين طرفيه عند مرور الدم
- لا يسبب مناطق اضطرابات أو ركود

الجدول (9-1) استخدامات المواد الحيوية كبديل لصمامات القلب

النوع	المكونات	المواد الحيوية
قفص كرة	كرة / قفص الكرة	مطاط السيليكون تيتانيوم/ستليت (شبكة شديدة الصلابه من الكوبلت والتتغستن والكروم والكربون)
القرص المائل	الشرفات	نسيج Delrin/ polypropylene (كربون متحلل بالحراره)
	مسكن/(الدعامه)	تيتانيوم
ثنائي الشرف	الشرفات و المسكن	الكربون المتحلل حرارياً
البديل الحيوي	الشرفات	صمام ابهري خنزيري gluteraldehyde
البديل الحيوي	الشرفات	نسيج تأمور خنزيري gluteraldehyde

## الفصل العاشر

### اجهزة القياس

الضغط - التدفق - النتاج القلبي للدم

***Measurement Equipments***

***Pressure - Flow - Cardiac output***



## أجهزة القياس

### الضغط - التدفق - النتاج القلبي للدم

#### 1- V . مقدمة : Introduction

تكمّن أهمية قياس الضغط عند الإنسان في تجنب الآفات والأمراض ، فهناك آفات وعائية مثل ارتفاع الضغط Hypertention تسبب في تمزق أو توسع الوعاء الدموي وبالتالي عدم وصول التغذية إلى النسيج و الأعضاء .

وعند كبار السن يزداد الكوليسترول ويتغير تركيب الأوعية الدموية - الشريان - فتتغير مرونة الجدران التي تساعد على التدفق ، ففي حالة عديم المرونة تتقلص الأوعية وتزداد سماكة جدار الشريان ( ينقص نصف القطر الداخلي ) وتؤدي إلى تمدد للشريان ما ينقص من فعالية ونسبة الأكسجين المستهلكة في النسيج ، فبالنتدق الجيد نتجنب الآفات القلبية أو الأذية القلبية.

لذلك فإن العاملين الهامان هما التدفق والضغط لأن لهما تحكم معقد ولهما تداخل في التحكم الفيزيولوجي ومن الضروري مراقبتهما وتتبع شكل موجة الإشارة في الشرايين من خلال أجهزة القياس :

#### 2- V . قياس الضغط : Blood Pressure Measurement

لقياس ضغط الدم هناك طريقتان أساسيتان :

- الطريقة غير المباشرة : تعتمد على تحديد ضغط الدم الشرياني وهي طريقة كورتكوف حيث نحصل على قيمة الضغط الانقباضي والانبساطي .

- أما الطريقة المباشرة : هنا يتم قياس الضغط من خلال جهاز يدخل بالقثطرة إلى داخل الأوعية الدموية عبر أنبوب مجوف رفيع يسمى cannula يرتبط غشاء ضغط المبدل إلى مجرى دم المريض بواسطة عمود من سائل مالح يملئ بالقثطرة، في قمة مقياس الضغط بوابتين أحدهما شكل رأس نائى والثانية توصل تجهيزاته الكرونية تسمى صمام وقف التدفق ومنه إلى حقنة لسحب عينة الدم للتحليل الجزئي .

تكون فيها جملة القياس على تماس مع تيار الدم فيما أن يدخل جهاز القياس (مانومتر أو غيره) مباشرة داخل وعاء أو يتصل به بمجسات مملوءة بسائل. يقوم السائل بدوره بنقل موجة الضغط نظرا لكونه غير قابل للانضغاط . من الواضح أن القياس المباشر لضغط الدم يتطلب إحداث فتحة في الجلد وفي جدار الوعاء بهدف إدخال جزء من جملة القياس في منفذ الوعاء.

### الضغط الشرياني Arterial pressure :

يتغير الضغط الشرياني في الدورة القلبية بين ضغط أعظمي الذي يوافق ظهور الانقباض وضغط أصغري يوافق الاسترخاء خلال طور الاسترخاء ويتراوح ما بين 120 mmHg للضغط الانقباضي و80 mmHg للضغط الانبساطي ويتأثر الضغط الشرياني بشكل محدود بالعمر والوزن والجنس . والانفعالات والطعام والنوم والرياضة وهو يجب ألا يقل في الحالة الطبيعية عن 100 mmHg ، ولا يزيد عن 140 mmHg وذلك للضغط الانقباضي في حين أن قيم السوية للضغط الانبساطي تتراوح بين 60 mmHg و90 mmHg .

يتعلق الضغط الشرياني عند الإنسان بشكل أساسي بالنتاج القلبي والممانعة المحيطة للأوعية الدموية ، ولتنظيم ضغط الدم يتطلب المحافظة على هذين العاملين :

$$P=Q.R$$

حيث:

P mmHg: الضغط الشرياني

Q L/min : نتاج القلب.

R: المقاومة الوعائية المحيطية.

مما سبق نستنتج إن الضغط الشرياني يمكن إن يرتفع أو ينخفض نتيجة لتبدل نتاج القلب أو المقاومة الوعائية المحيطية أو العاملين معا . ويخضع الضغط الدموي لتأثيرات عصبية يمكن التأثير عليهما عن طريق مثلا: إنقاص ضربات القلب أو إنقاص سوائل الجسم .

وبالاعتماد على معادلة برنولي. كلما ازدادت سرعة الجريان في وعاء ما، كلما انخفض الضغط الجانبي الذي يمدد جداره .

وعندما يضيق الوعاء فان سرعة الجريان في المنطقة المتضيقة تزداد وضغط التمدد يتناقص لذلك عندما يضيق الوعاء ما بآلية مرضية كالتصلب العصيدي ينخفض الضغط الجانبي في منطقة التضيق ويميل التضيق للحفاظ على نفسه.

إن الضغط يهبط بشكل طفيف في الشرايين ذات الحجم الكبيرة و المتوسطة لان مقاومة التدفق فيها صغيرة ولكن الضغط يهبط بسرعة في الشرايين الصغيرة والشريينات والتي تشكل المواضع الرئيسية للمقاومة المحيطية مقابل المضخات القلبية .

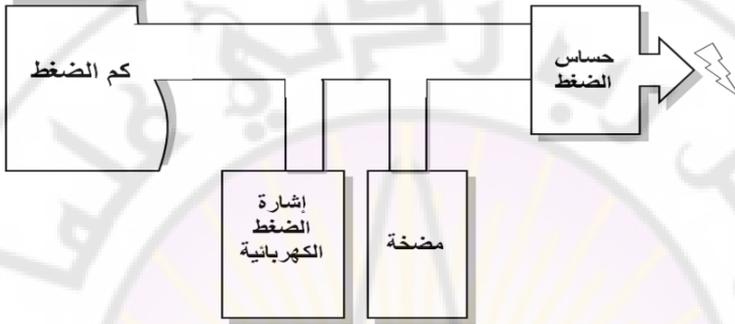
**الضغط الوريدي venous pressure :**

إن الضغوط الوريدية مختلفة في الجسم خاصة في وضعية الوقوف وأفضل قياس للضغط الوريدي المركزي القريب من الأذنين الأيمن ويبلغ حوالي 5-10 mmHg ويتعلق بحجم الدم والفعالية القلبية حيث إن ضغط الوريد المركزي يشير إلى حجم الدم العائد إلى القلب.

## آلية قياس ضغط الدم :

تتم آلية قياس ضغط الدم من المراحل التالية :

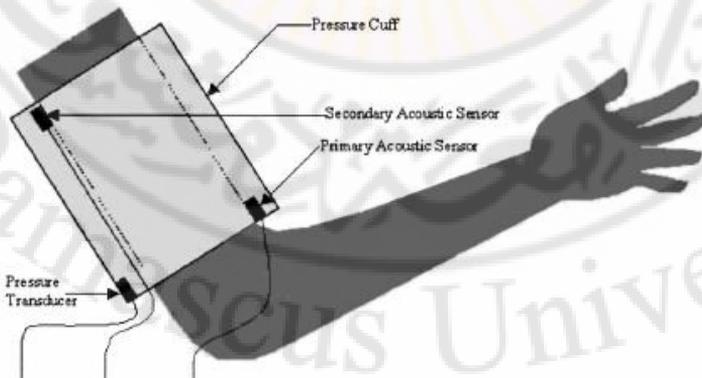
دارة هوائية تتألف من كم الضغط + المضخة + الحساس الشكل (10-1).



الشكل (10-1) آلية قياس ضغط الدم

## حزام الضغط (الكم):

يتألف من جيب من المطاط قابل للنفخ موجود ضمن غلاف مرن، يلف الحزام عموماً حول ذراع الشخص بغية قياس الضغط داخل الشريان العضدي ، وبالتالي يجب أن يكون عرض الحزام مناسب لقطر ذراع الشخص الشكل (10-2).



الشكل (10-2) حزام الضغط

ويسجل المقياس (على اختلاف نوعه) قيمة للضغط الشرياني تكون أعلى من القيمة الفعلية عندما يكون الحزام عريضا وقيمة اخفض عندما يكون ضيقا. أما الغلاف الذي يحوي الجيب فهو مصنوع من نسيج غير مرن لكي يواجه الضغط نحو الذراع وليس نحو الخارج. وهذا الغلاف أوسع بمقدار 2-3 سم من الجيب وأطول بكثير.

### أنواع أجهزة قياس الضغط :

#### 1 مقياس الضغط الزئبقي:

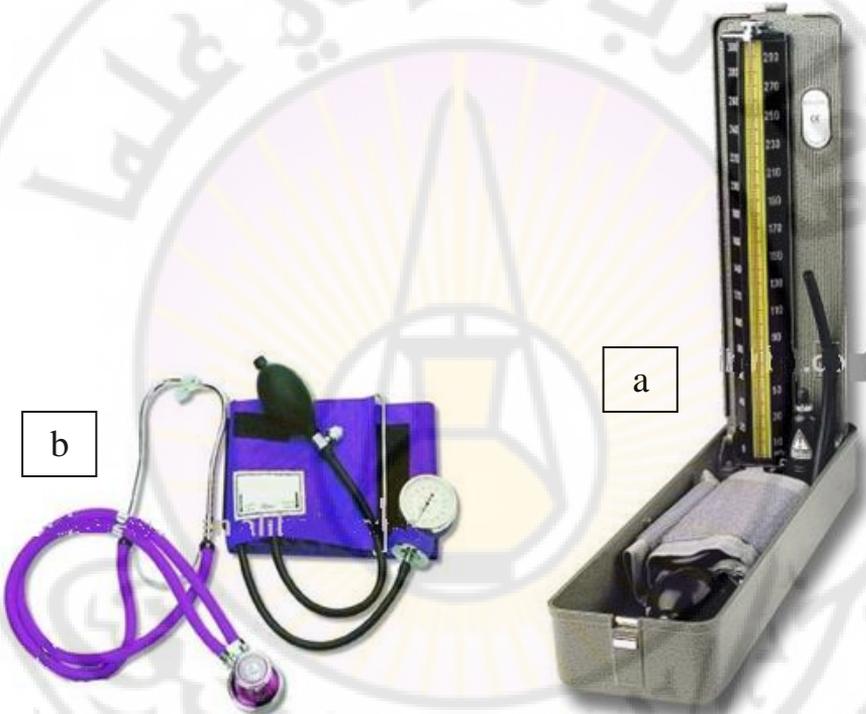
يعتمد قياس ضغط الدم على ارتفاع عمود من الزئبق لأنبوبة زجاجية ونهايته مفتوحة لبركة من الزئبق ذات مساحة اكبر بحيث يصعد السائل في الأنبوب مشكلا عمود الزئبق حتى يتعادل الوزن الزئبقي مع الضغط الجوي بتأثير قوة الجاذبية وجد تورشيلي ارتفاع عمود الزئبق 760 mmHg الشكل (a-3-10) .

إذا فتح الصمام الموجود في الأنبوب فقد يتعادل الضغط مع الضغط الجوي في الحجرة وبالتالي تحدد هذه النقطة ضغط مقداره 0 mmHg أما عند إغلاق الصمام الموجود في الأنبوب وزيادة في الضغط الداخلي عن طريق كبس الكرة المطاطية الموجود في الكم المتصل بالمريض أدى إلى ارتفاع عمود الزئبق في الأنبوب ويشير إلى ضغط الدم المقاس ويساوي ضغط الدم الاعظمي 120mmHg ويدعى Systole ويمثل لحظة تدفق الدم من البطينين إلى الشريان الابهر أما ضغط الدم الاصغري فيدعى Diastole الضغط الانبساطي وهو يمثل تدفق الدم في الشريان ويبلغ 60-90 mmHg عند الإنسان الطبيعي .

ويعد هذا الجهاز من أكثر الأدوات المستخدمة في القياسات السريرية للضغط الشرياني وأكثر دقة وسهولة .

## 2 مقياس الضغط الهوائي:

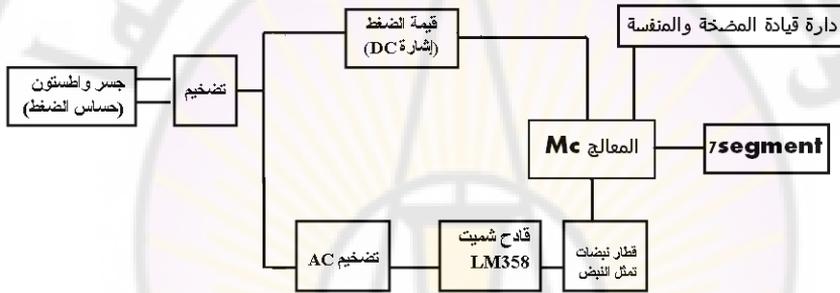
يعتمد مبدأ عملة على تغير حركة الحساس نتيجة لتغيرات الضغط عند تعرضه لهواء ويتألف من حجرة هوائية تحتوي حساس للضغط ومرتبطة بمؤشر ، وعند نفخ المضخة بالهواء يهتز الحساس وبالتالي تتغير قيمة المؤشر لتدل على قيم الضغوط المطلوبة الشكل (b-3-10) .



الشكل ( 10-3 ) مقياس الضغط

## 3 مقياس الضغط الالكتروني:

آلية القياس هي دارات الكترونية ويبين الشكل (10-4) المخطط الصندوقي لمقياس الضغط الالكتروني .



الشكل (10-4) المخطط الصندوقي لمقياس الضغط الالكتروني

#### 4 جهاز ضغط رسغي (WRIST):

له تصميم صغير ومدمج يشبه نموذج الساعة اليدوية و تتسع ذاكرته لتسجيل القيم بالإضافة إلى إمكانية ظهور التاريخ والوقت الشكل (10-5)  
يعمل على البطارية واستخدامه مريح للمراقب والمريض يعتمد على نبض الشريان الرسغي .



الشكل ( 10-5 ) جهاز ضغط رسغي

### 5 جهاز ضغط إصبعي (FINGER) :

جهاز بسيط الاستخدام يوضع مطوقا للأصبع السبابة اليسرى وله عدة أحجام بما يناسب جميع المرضى والمبين بالشكل ( 10-6 ) .



الشكل ( 10-6 ) جهاز ضغط أصبعي

### كيفية قياس الضغط الشرياني :

في بداية العمل نضع الكم حول العضد ونغلق صمام المضخة ونعمل على رفع قيمة انضغاط الكم إلى قيمة أعلى من الضغط الانقباضي إلى القيمة 200mmHg مثلا ثم نبدأ بفتح صمام التنفيس في المضخة تدريجيا بمعدل 10 mmHg كل ثانية ، الشكل (10-7).

و يكون عندها النبض غائباً لأن ضغط الكم أكبر من الضغط الانقباضي و بعد فترة من الزمن و عند وصول قيمة ضغط الكم إلى قيمة الضغط الانقباضي يظهر النبض في الكم (سماع صوت التدفق النبضي ) ، بعد ذلك نستمر بالتنفيس التدريجي ونلاحظ استمرار ظهور الأصوات وهي تمثل صوت نبضات تدفق الدم في الشريان الأبهر ثم تختفي هذه الأصوات وهذه الأصوات تمثل أصوات كورتكوف :

1. رفع ضغط الكم إلى قيمة أعلى من الضغط الانقباضي
2. سماع أول ضربة وهي المرحلة الأولى لكورتكوف - الضغط الانقباضي
3. بالنزول تدريجياً نصل إلى مرحلة الضغط التناقصي ونلاحظ أن الصوت يخف تدريجياً و هي المرحلة الثانية لكورتكوف.
4. سماع آخر ضربة وهي المرحلة الثالثة لكورتكوف- الضغط الانبساطي.
5. اختفاء صوت النبضة عندما يصل ضغط الكم إلى قيمة أصغر من الضغط الانبساطي



الشكل (10-7) طريقة قياس الضغط الشرياني

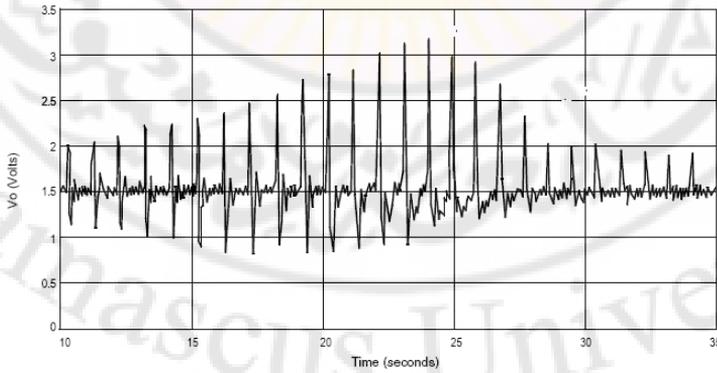
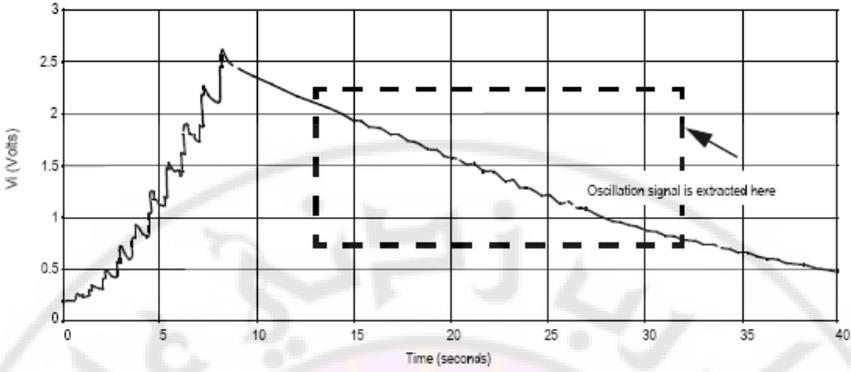


Figure 4. Extracted Oscillation Signal at the Output of Amplifier



يبين الشكل (8-10) أصوات كورتكوف: التي تمثل إشارة الضغط :

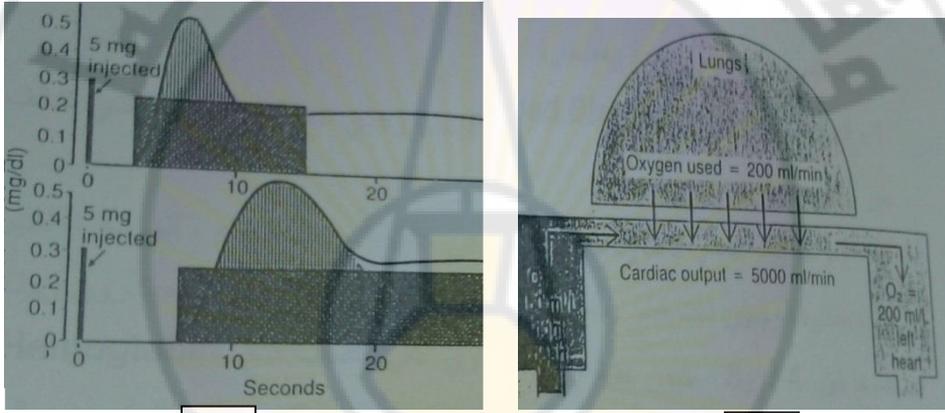
### مجال قياس الضغط :

- الضغط في الجمجمة : لقياس السائل الدماغي الشوكي في أحد التجاويف -  
المجرى القنطري - وانسداده يؤدي إلى انحباس الضغط وتشكل الرأس المائي  
ويتم التخلص منه بالعملية ومن ثم لمعرفته يتم اخذ محيط الجمجمة.
- ضغط العين : يخضع السائل في كرة العين لضغط يجعل كرة العين والحجم  
ثابتين ، حيث مقاسات العين تحدد الرؤيا وأي تغير في شكل الكرة يؤدي إلى  
تغير في الرؤيا 12-32 mmHg ، وان انسداد مجرى التصريف يؤدي إلى  
حدوث الماء الأزرق .
- الضغط في الجهاز الهضمي : الضغط أعلى والضغط في المري اقل من  
الضغط الجوي إن الهواء المبتلع يزيد من الضغط وتجرى القنطرة للتخلص من  
زيادة الضغط
- الضغط في الهيكل العظمي
- الضغط في المفاصل أعلى من الضغط الجوي
- الضغط في الحويصلة البولية .

### V-3 . قياس النتاج القلبي:

#### Cardiac Output Measurement

إن قياس التدفق الناتج عن عمل القلب عامل مهم في معرفة نظام القلب وهو يقيس قدرة القلب والرئة على تزويد الدم المؤكسج للنسج .  
هناك عدة طرق لقياس تدفق الدم المتغير مع الزمن منها :



الشكل (10-9) قياس النتاج القلبي

a. مبدأ فيك **Fick** : يعتمد مبدأ القياس بطريقة فيك ( نسبة إلى العالم الألماني Adolph Fick ) حيث أوجد في عام 1870 أن الانتشار متناسب مع درجة التركيز وذلك أن :  
كمية الأكسجين الداخلة إلى الشعيرات الرئوية عن طريق الشريان الرئوي +  
كمية الأكسجين المأخوذة من الشعيرات الرئوية عبر الاسناخ تساوي كمية الأكسجين المحمولة عبر الأوردة الرئوية . يبين الشكل ( 10-9-a )

$$Q = \frac{dv}{dt} = \frac{dm/dt}{\Delta C}$$

حيث :  $\Delta C$  تركيز الاكسجين بين الشريان والوريد .  
M: معدل تغير المادة المحقونة مع الزمن ( الكاشف )

$$q_1 = m_{oa} = CO \cdot c_a \quad \text{كمية الأوكسجين الداخلة إلى الرئتين}$$

$$q_3 = m_{ov} = CO \cdot c_v \quad \text{كمية الأوكسجين الداخلة إلى الأوردة الرئوية}$$

$$q_2 = m_{ov} - m_{oa} \quad \text{كمية الأوكسجين في الاسناخ}$$

CO النتاج القلبي ،  $c_v, c_a$  تركيز الأوكسجين في الشريان والوريد

$$q_3 = q_2 + q_1$$

$$q_2 = q_3 - q_1$$

$$q_2 = m_{ov} - m_{oa} = CO \cdot c_v - CO \cdot c_a$$

$$CO = \frac{q_2}{c_v - c_a}$$

نسبة الأوكسجين المستهلكة إلى الفرق في تركيز الأوكسجين.

مثال :

استهلاك الاكسجين لمريض : 250 ml/min ، وتركيز الاكسجين في الوريد

الرئوي 0.2 mg/ml ، وتركيز الاكسجين في الشريان الرئوي 0.15 mg/ml

$$CO = \frac{0.25}{0.2 - 0.15} = 5 \text{ L/min} \quad \text{وبالتالي فان النتاج القلبي هو}$$

ويستخدم جهاز Spirometer لمعرفة نسبة الأوكسجين المستهلكة .

b. طريقة التمدد Dilution :

تعتمد هذه الطريقة على إضافة محلول صبغي لوني dye في وريد كبير ويتم

تسجيل تركيز الصبغة المارة إلى الشرايين المحيطة وبالتالي يكون :

الناتج القلبي = كمية الاكسجين المحقونة mL

متوسط تركيز الصبغة في mL من الدم x زمن استمرار المنحني في الثانية

عند حقن 5mg من الصبغة والزمن صفر ( الشكل 10-9-b ) فان منحني تركيز الصبغة لا يظهر وبعد 3 ثواني يرتفع تركيز الصبغة إلى القيمة العظمى ويبقى فترة 7-8 sec ثم يهبط إلى الصفر ، وبذلك تدور المادة في الشريان عندها يتم قياس منحني التركيز مع الزمن :

$$Q = \frac{m}{\int_0^t C_t dt}$$

من المنحني نجد

$$Q = \frac{5m g}{0.25 \frac{mg}{mL} sec} = 6 L / min$$

#### 4- V . قياس التدفق Flow Measurement Methods :

تُعد طريقة قياس تدفق الدم إحدى الطرق التي تعطي مدلولات عن رؤية ما بداخل جسم الإنسان دون حدوث أذيات حيث تستخدم المبدلات لتحويل أشكال الإشارات الحيوية إلى إشارات كهربائية ، ومن الطرق المتبعة لقياس تدفق الدم باستخدام :

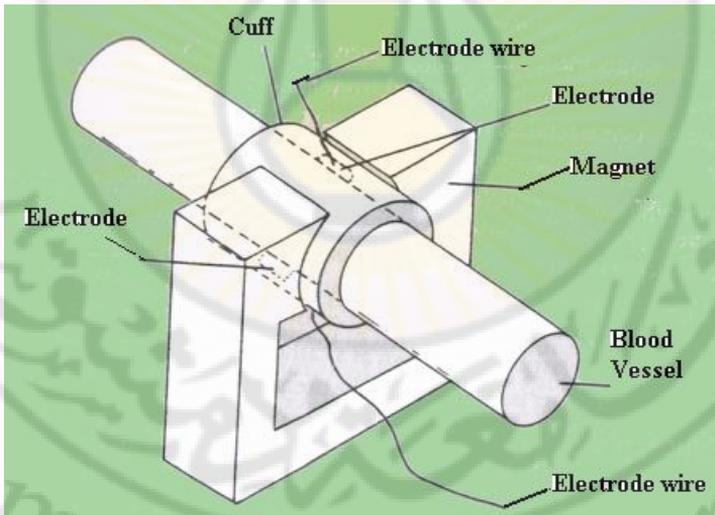
#### 1- الأمواج الكهرومغناطيسية Electromagnetic Waves :

تستخدم لقياس تدفق الدم في الأوعية الدموية عند سرعات غير ثابتة ، وتعمل على مبدأ فارادي في التحريض المغناطيسي الذي ينص على أنه يتولد جهد كهربائي على ناقل عندما يتحرك ضمن حقل مغناطيسي ، ويُعد الدم في حالتنا هو الناقل

ويعطى بالعلاقة التالية:

$$V = \frac{2R\beta\bar{v}}{100}$$

حيث :  $V$  الجهد الكهربائي في حقل كهربي و يقدر بـ ميكرو فولط ،  $R$  : نصف القطر cm ،  $B$  : شدة الحقل Gauss ،  $\bar{v}$  : السرعة الوسطية cm/sec .  
فأثناء حركة الدم في الوعاء الدموي بسرعة  $\bar{v}$  ضمن الحقل المغناطيسي يتولد التوتر على طرفي الالكترودين المتقابلين والمتوضعين على طرفي الوعاء الدموي كما هو مبين في الشكل (10-10) ويكون هذا التوتر متناسباً مع سرعة الجريان ثم تعالج الإشارة فيما بعد للحصول على تغيرات سرعة التدفق مع تغير الجهد الكهربائي ، وتستخدم طريقتان الأولى عند تيار ac والثانية عند تيار dc .



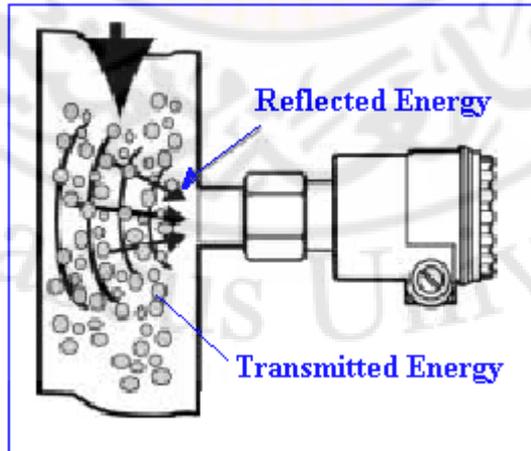
الشكل (10-10) قياس تدفق الدم باستخدام الحقل المغناطيسي

من مزايا طريقة الأمواج الكهربية إنها تستخدم للأوعية الكبيرة والصغيرة التي لا يتجاوز قطرها 1mm ، وتتغير عند تطبيق هذه الأمواج البلازما وخضاب الدم بنسبة 30%.

ولكن من مساوئ هذه الطريقة : تشكل التيارات الدائرية ضمن سطح المقطع نتيجة تغير سرعة التدفق إضافة إلى تغير كثافة التدفق المغناطيسي على طول فيه القطر متغير، وفصل المصورة في الوعاء عند الجدار ، إضافة إلى الانزياح الصفري في حال عدم وجود تدفق (حدوث تدفق لامحوري) .

## 2- الأمواج الميكروية Micro Waves:

يبين الشكل (10-11) طريقة قياس تدفق الدم باستخدام الأمواج الميكروية ، حيث تعتمد هذه الطريقة على توليد الأمواج الميكروية ( من مرتبة GHz ) من المهتز المحلي Local Oscillator، وترسل إلى المبدل ( نوع Gunn Diode ) الذي يقوم بإرسال إشارات مستمرة ميكروية باستطاعة منخفضة إلى الوعاء الدموي ، ثم تنعكس هذه الإشارات باستطاعة أقل لتقارن مع الإشارة المرسله ، ومن خلال المازج Mixer نحصل على مركبة الترددات الممثلة لحركة النسيج والتي تمثل فرق الترددات الميكروية المرسله من المهتز والترددات المنخفضة المنعكسة والمتغيرة مع حركة الوسط ، وبالتالي يتم قياس متوسط الاستطاعة الذي يمثل الفرق بين استطاعة الموجات الميكروية المرسله والمنعكسة .

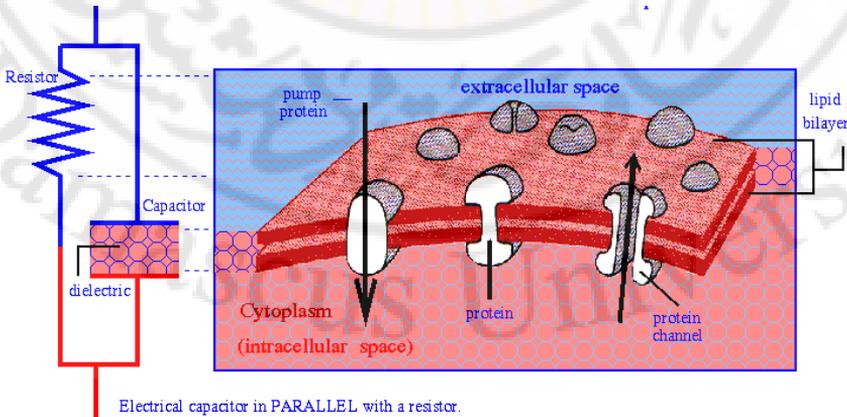


الشكل (10-11) قياس تدفق الدم باستخدام الأمواج الميكروية

من مزايا هذه الطريقة إنها أكثر ثباتاً واستقراراً *stable* وقليلة الانحراف في القياس *Linear Measurement* حيث لا يتجاوز الانحراف قيمة % 0.2 ، و مساؤها أنها عالية الثمن ( بسبب تقنية تصنيع الديود ) ، ويزداد الضجيج بنسبة كبيرة بسبب التشويش الناتج عن الأمواج الميكروية التي تتأثر بها عناصر الدم ما يحدث تأثيرات بيولوجية ضارة ، ويحدث القتل واللف نتيجة اهتزاز الخلايا بالترددات العالية ، ارتفاع درجة الحرارة للوسط المعرض للأمواج الميكروية ما يؤدي إلى حدوث ظاهرة التكهف وتوليد الفقاعات الغازية بسبب شدة الطاقة العالية ، وتستخدم في حالة معالجة تروية الكتف واللكبد .

### 3- قياس تغير الممانعة *Impedance Measurement* :

يعتمد مبدأ عمل قياس التدفق على تمثيل الدارة الكهربائية للنسج ، حيث يكافئ الجزء الخارجي للخلايا بالمقاومة والجزء الداخلي للخلايا بمكثف مربوطين على التوالي ، كما هو مبين في الشكل (10-12) ، ونتيجة حركة الشوارد يتم تغير الممانعة السعوية بتغير الوسط العازل نتيجة انتقال البروتينات من وإلى داخل الخلية .



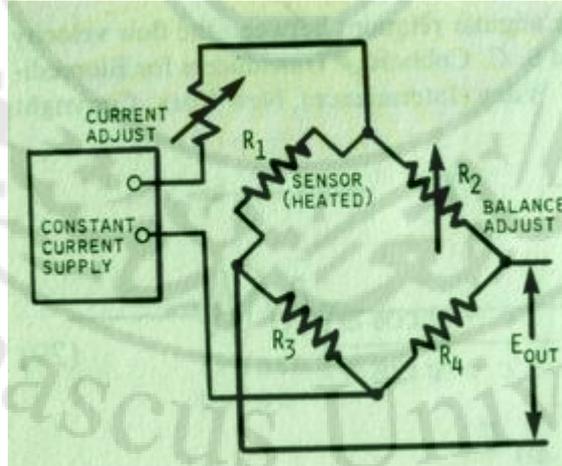
الشكل (10-12) قياس تدفق الدم بطريقة تغير الممانعة

من مزايا هذه الطريقة أنها سهلة الاستخدام واقتصادية لكن مساوئها التأثر بالجو المحيط إضافة إلى ازدياد نسبة التشويش بسبب العلاقة اللاخطية للنسج ويستخدم مضخم للتخفيف من نسبة الضجيج ، وتستخدم هذه الطريقة لقياس الأبعاد القلبية وتغيرات الأوعية الدموية والصدرية.

#### 4- طريقة النقل الحراري Thermal Transport :

تعتمد طريقة قياس التدفق على طريقة التيار الثابت : فعندما يمر التيار في المقاومة  $R_1$  يؤدي إلى تسخين الحساس الحراري وتضبط  $R_2$  لتوازن الجسر ، كما في الشكل (10-13) ، ونتيجة لتعرض الحساس لتيار سائل تهبط درجة الحرارة ما يؤدي إلى الاختلال في الجسر وبالتالي تغير التوتر المتناسب مع سرعة الجريان وهو مقياس لسرعة التدفق .

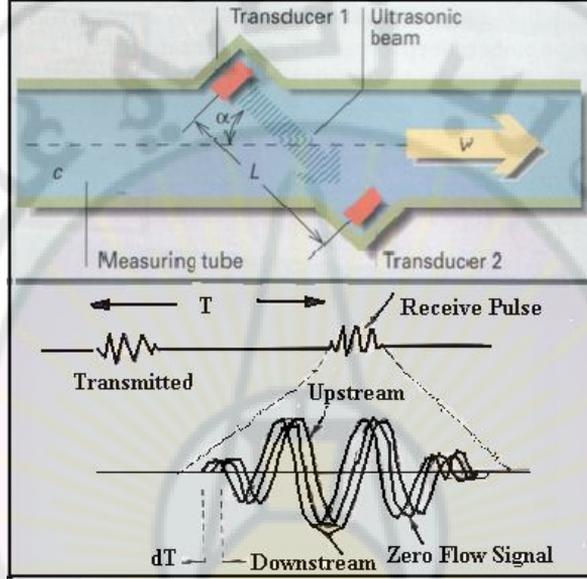
من مزاياها أنها رخيصة الثمن وسهلة التصنيع أما من مساوئ هذه الطريقة حدوث أذيات للدم، تكسد الفيبرين ، إضافة لوجود صعوبة في المعايرة ، تغير الناقلية الحرارية للدم ، ويحدث القصر نتيجة انخفاض لزوجة الدم .



الشكل (10-13) قياس تدفق الدم بطريقة النقل الحراري

## 5- طريقة الأمواج فوق الصوتية Ultrasound Waves :

يعتمد عمل قياس تدفق الدم بالأمواج فوق الصوتية على مبدئين فيزيائيين الأول :  
طريقة قياس زمن العبور ، كما هو مبين في الشكل (10-14-a) .



الشكل (10-14-a) قياس تدفق الدم بطريقة زمن العبور

حيث يتألف المبدل المستخدم من بلورتين متوضعتين بزاوية ما تربط بينهما الطاقة الصوتية، بحيث تعمل إحداهما كمرسل والثانية كمستقبل وتستقبل النبضة بعد زمن متعلق بمسافة الانتقال D وتغير سرعة الوسط V ، ويعبر عن الفارق الزمني بين

الموجة المرسله والموجة المستقبلة dT بالعلاقة التالية : 
$$dT = \frac{2DV \cos \theta}{C^2}$$

حيث :  $C=1540 \text{ cm/sec}$  سرعة الصوت في السائل المراد استخدامه ،  $\theta$  : زاوية ميلان حركة الوسط بالنسبة لحركة الموجة الصوتية . وبالتالي يتم قياس سرعة تدفق السائل ( الدم ) المتحرك بالتعويض بالعلاقة السابقة بحيث تصبح على الشكل التالي :

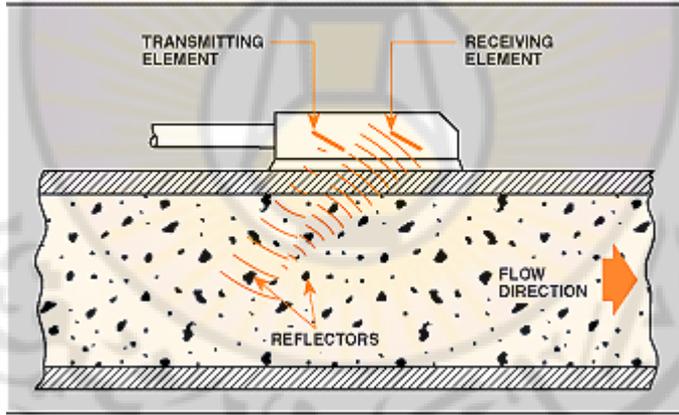
$$V = \frac{dT \cdot C^2}{2 \cdot D \cdot \cos \theta}$$

أما الطريقة الثانية في طريقة تغير التردد ( عمود دوبلر ) الحاصل عند انتشار الموجة الصوتية في وسط متحرك كما هو مبين بالشكل (10-14-b) ، يحدد تردد دوبلر بالعلاقة :

$$f_d = f_e - f_r$$

حيث:  $f_e$  : تردد الموجة المرسله للمبدل فوق الصوتي وهو ثابت في وسط سرعة الصوت فيه  $C$  .

$f_r$  : تردد الموجة المستقبله في الوسط الثاني الذي يتحرك بسرعة  $U$  .



الشكل (10-14-b) قياس تدفق الدم بطريقة دوبلر

فعندما يرسل المبدل النبضة بتردد  $f_e$  ، فان جزيئات السائل كافة تتحرك بسرعات مختلفة عند تردد دوبلر ثم تستقبل نبضة الإيكو المحمولة بمعلومات عن سرعة الجزيئات بتردد  $f_r$  ، وبالتالي يتغير تردد دوبلر مع تغير الإشارة المستقبله ( السرعة

$$fd = 2 \frac{V}{C} \cos \theta \cdot f_e \quad \text{في الوسط متغيرة ) ، ويحدد وفق العلاقة}$$

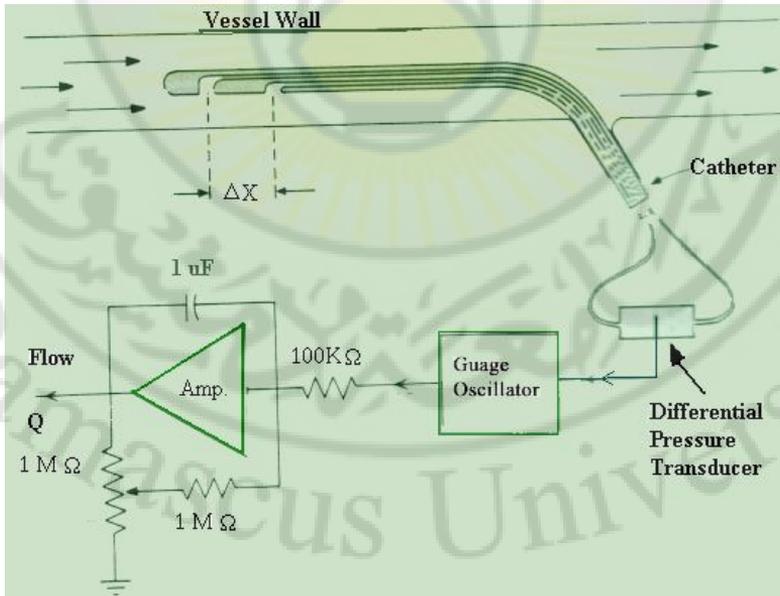
وهو متعلق بسرعة التدفق وفق العلاقة التالية :  $V = \frac{C.f.d}{2\cos\theta.f_e}$  ، وتستخدم

في رؤية ومراقبة حركة النسيج في الأوعية الدموية .

من مزايا هذه الطريقة أنها سهلة الاستخدام ولا يحدث تسخين حراري مؤذٍ في منطقة التعرض للموجة فوق الصوتية حيث إن المدة الزمنية لا تتجاوز الثواني ، سهلة الاستخدام ولا تحتاج إلى معدات خاصة ، أما مساوؤها فيحدث قتل ولف نتيجة اهتزاز الخلايا وتولد الفقاعات الغازية بسبب شدة الطاقة المطبقة .

### 6- طريقة تدرج الضغط : Pressure Gradient

تعتمد هذه الطريقة على فرق الضغط  $dP$  نتيجة وجود جريان في الوعاء الدموي وتكون  $dP=0$  في حال عدم وجود جريان دموي ، حيث يتم وضع الكترودين متباعدين مسافة  $dX$  والمتوضعين على سطح الوعاء الدموي كما هو مبين في الشكل (10-15) .



الشكل (10-15) قياس تدفق الدم بطريقة تدرج الضغط

ونتيجة حركة الوسط يحدث تغير ضغط  $dP$  بين الالكترودين بشكل يتناسب مع

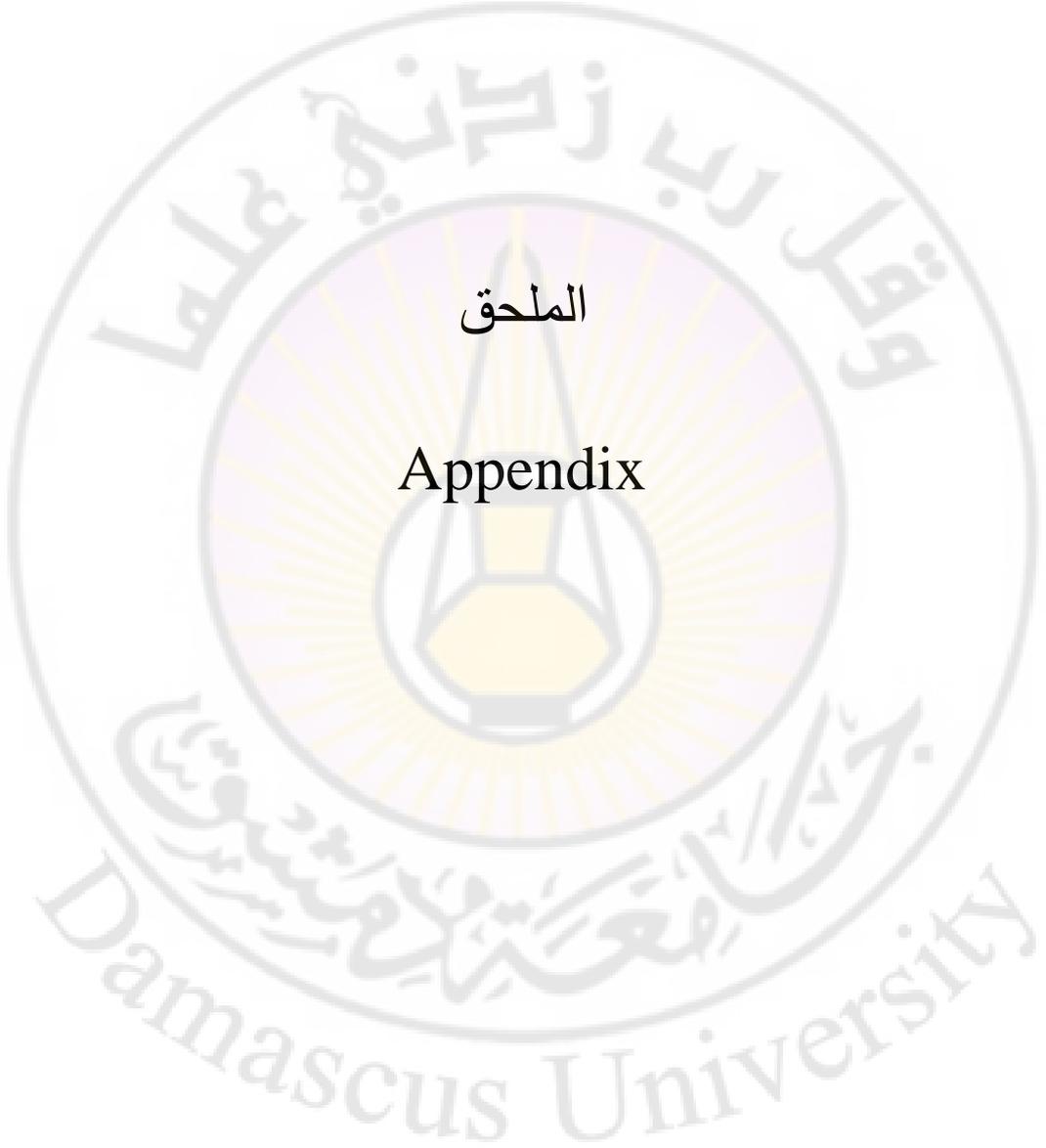
سرعة الجريان وفقا لعلاقة بوازويل التالية :  $Q = \frac{128 \mu}{\pi R^4} \frac{\Delta P}{\Delta X}$  ، وتقاس قيمة

تغير الضغط بوساطة مبدل قياس تفاضلي .

من مساوى هذه الطريقة أنه عندما تكون  $dx$  صغيرة تكون  $dp$  صغيرة ما يؤدي

إلى ازدياد الضجيج والتداخل في الإشارة وبالتالي لا نحصل على دقة كافية ،

والخواص الهيدروليكية للسائل مختلفة حيث يحدث أخطاء .



الملحق

Appendix



## الملحق A

### أمثلة تطبيقية على العلاقات الرياضية الترددية:

إذا كان لدينا المعادلتين :

$$F = (A + jB)$$

$$M = (C + jD)$$

$$F = A \cdot e^{\theta j}$$

$$F = A\{\cos(\theta) + j\sin(\theta)\}$$

فإن:

$$F + M = (A + C) + j(B + D)$$

$$F \times M = (A \times C) e^{(\theta_1 + \theta_2) j}$$

$$F / M = (A / C) e^{(\theta_1 - \theta_2) j}$$

أوجد :  $F \times M$  و  $F / M$

- $F \times M = (5 \times 13) e^{(53.1 + 67.4) j}$   
 $F \times M = (65) e^{(120.5) j}$   
 $F \times M = (-33 + j53.2)$
- $F / M = (5 / 13) e^{(53.1 - 67.4) j}$   
 $F / M = (1.66) e^{(-14.3) j}$

$$F / M = (1.6 - j0.41)$$

مثال تطبيقي (2) :

إذا كان :

$$F = (3 + j4)$$

فإن :

- $|F| = (3^2 + 4^2) = 5$

$$\theta = \arg \operatorname{tag} \left| \frac{4}{3} \right| = 53.1^\circ$$

$$F = 5 \cdot e^{53.1 j}$$

$$F = 5\{\cos(53.1) + j \sin(53.1)\}$$

$$M = (5 + j12) \quad \text{وإن :}$$

- $|M| = (5^2 + 12^2) = 13$

$$\theta = \arg \operatorname{tag} \left| \frac{12}{5} \right| = 67.4^\circ$$

$$M = 12 \cdot e^{67.4 j}$$

$$M = 13\{\cos(67.4) + j \sin(67.4)\}$$

### سلسلة فورييه

والمعادلة الترددية المتكررة  $n$  مرة تمثل بالعلاقة :

$$(5) \quad Z_n = A_n + j B_n$$

تم إيجاد سلسلة فورييه في عام 1822 وهي تمثل تغير التابع الزمني خلال مدة

أو زمن  $t$  بحيث تشكل موجة ترددية جيبيية من الشكل :

$$(6) \quad Z = A_0 + \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} A_n \cdot \sin(n\omega t + \theta)$$

وبنشر سلسلة فورييه نحصل على مركبات المعادلة:

$$(7) \quad Z = A_0 + \left\{ \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} A_n \cdot \cos(\omega t) + \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} B_n \cdot \sin(\omega t) \right\}$$

وهذه المعادلة تمثل التغير اللحظي للضغط على طول الوعاء ، وبنشر سلسلة فورييه نحصل على قيم الأرقام  $A_0, A_1, A_2 \dots A_n, B_1, B_2 \dots B_n$  خلال الزمن  $T_0$ :

$$Z = A_0 + A_1 \cos(\omega t) + A_2 \cos(2\omega t) + \dots \\ + B_1 \sin(\omega t) + B_2 \sin(2\omega t) + \dots$$

$$(8) \quad A_0 = \frac{1}{T} \int_0^{T_0} f_t \cdot dt \quad \text{حيث:}$$

$$(9) \quad A_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} f_t \cdot \cos(\omega n t) \cdot dt$$

$$(10) \quad B_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} f_t \cdot \sin(\omega n t) \cdot dt$$

مثال تطبيقي :

إذا كان لدينا المعادلتين :  $(A + jB)$  ،  $(C + jD)$

فإن :  $(A + jB) + (C + jD) = (A + C) + j(B + D)$

أوجد : قيم  $F$  و  $M$  إذا كان  $F(3 + 4j)$  ،  $M(5 + 12j)$

الحل :

$$1- \quad F = 5\{\cos(53.1) + j \sin(53.1)\}$$

$$|F| = (3^2 + 4^2)^{1/2} = 5$$

$$\text{arc tag} \left| \frac{4}{3} \right| = 53.1^\circ$$

$$F = 5 \cdot e^{53.1j}$$

$$2- \quad M = 13\{\cos(67.4) + j \sin(67.4)\}$$

$$|M| = (5^2 + 12^2)^{1/2} = 13$$

$$\text{arc tag} \left| \frac{12}{5} \right| = 67.4^\circ$$

$$M = 13.e^{67.4j}$$

$$F/M = \frac{5}{13}.e^{14.3j} = 0.373 - j0.0947$$

$$F.M = 5 \times 13.e^{120.5j} = -33 + j56$$

مسألة (1) :

ليكن لدينا المعادلة التالية ، والمطلوب إيجاد المخطط البياني لهذه المعادلة

$$f_t = \begin{cases} \sin(2\pi t) & t \leq 0.5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

الحل:

شكل المعادلة جيبية :

$$f_t = 0 \iff t = 0 \text{ عندما}$$

$$f_t = 0.5 \iff t = 0.1 \text{ عندما}$$

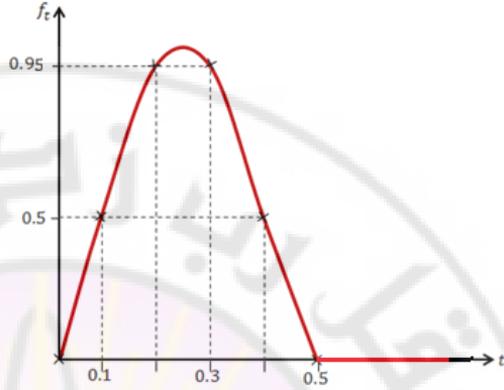
$$f_t = 0.95 \iff t = 0.2 \text{ عندما}$$

$$f_t = 0.95 \iff t = 0.3 \text{ عندما}$$

$$f_t = 0.5 \iff t = 0.4 \text{ عندما}$$

$$f_t = 0 \iff t = 0.5 \text{ عندما}$$

وفي حال  $t$  اكبر من 0.5 لا يوجد مخطط



مسألة (2) :

ليكن لدينا المعادلة التالية ، والمطلوب إيجاد المخطط البياني لهذه المعادلة :

$$f_t = \begin{cases} 2.5 t & t \leq 0.4 \\ 2 - 2.5 t & 0.4 \leq t \leq 0.8 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

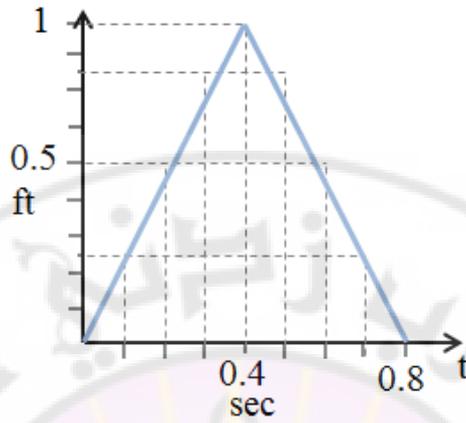
الحل:

شكل المعادلة جيبيية :

عندما  $2.5 t \leftarrow t \leq 0.4$  معادلة خطية

عندما  $0.4 \leq t \leq 0.8$  معادلة خطية أيضا

وفي حال  $t$  اكبر من 0.8 لا يوجد مخطط



مسألة (3) :

ليكن لدينا المعادلة التالية :

أوجد المعادلة الاسية ؟ ،  $z = -50 - j16$

الحل:

$$|F| = (50^2 + 16^2) = 52.5$$

$$\theta = \arg \operatorname{tag} \left| \frac{16}{50} \right| = 17.7^\circ$$

$$F = 52.5 e^{17.7 j}$$

$$F = 52.5 \{ \cos(17.7) + j \sin (17.7) \}$$

The background features a large, faint watermark of the Damascus University logo. The logo is circular and contains the Arabic text 'وقل رب زدني علما' at the top and 'جامعة دمشق' at the bottom. In the center is a stylized lamp with a sunburst effect behind it.

المصطلحات والرموز العلمية

Scientific terms and symbols



## المصطلحات العلمية المستخدمة في الكتاب

English	العربي
Fluid Mechanics	ميكانيك الموائع
Bio Liquid Mechanics	ميكانيك السوائل الحيوية
Hydraulic	هيدروليك
Hydro static	هيدروستاتيك
Hydro kinematic	هيدروكينماتيك
Hydro dynamic	هيدروديناميك
International Units	جملة الواحدات الدولية
Mekathy Units	جملة الواحدات المكثية
Seghathy Units	جملة الواحدات السغثية
Compressible Fluids	موائع قابلة للانضغاط
Incompressible Fluids	موائع غير قابلة للانضغاط
Perfect Fluid	المائع المثالي
Real Fluid	المائع الحقيقي
Homogeneous	الموائع المتجانسة
Heterogeneous	الموائع غير المتجانسة

English	العربي
Density	الكثافة
Dynamic viscosity	اللزوجة التحريكية
kinematics viscosity	اللزوجة الحركية
Newtonian Fluid	موائع نيوتونية
Non Newtonian Fluid	موائع غير نيوتونية
Shear Force	إجهاد القص
Pressure Force	قوة الضغط
Momentum Force	قوة التيار الحجمي
Gravity Force	قوة الثقالة
Surface Tension	التوتر السطحي
Pressure	الضغط
Hydro Static	توازن السوائل
Hydro Kinematic	حركة السوائل
Hydro Dynamic	تحريك السوائل
Pressure Gauge	الضغط المقاس
Manometer	مقياس الضغط الموجب
Barometer	مقياس الضغط السالب
Flow Field	حقل الجريان

English	العربي
steady flow	الجريان المستقر
unsteady flow	الجريان غير المستقر
laminar	الجريان الصفائحي
Turbulent	الجريان المضطرب
Reynold's Number	عدد رينولدز
Sonic	جريان صوتي
Subsonic & Supersonic	جريان تحت وفوق صوتي
pathline	خط المسار
streamline	خط التيار
Flow pattern	صورة الجريان
Continuity Equation	معادلة الاستمرار
Euler Equation	معادلة أويلر
Bernoli Equation	معادلة برنولي
Equation of motion	انحفاظ كمية الحركة
Flow in Elasticity Tubes	التدفق في الانابيب المرنة
Poiseuille's law	قانون بوازويل
Elasticity	المرونة
Young	عامل يونغ

English	العربي
Analysis Dimensional	التحليل البعدي
The principle of similarity	مبدأ التشابه
Physiology of The Blood	فيزيولوجيا الدم
Blood	الدم
Formed Element	العناصر المكونة
Erythrocytes	الكريات الحمر
Leukocytes	الكريات البيض
Platelate	الصفائح
Hematocrit	الرتابة
Plasma	المصورة
The Heart	القلب
Heart Vessels	أوعية القلب
Pulmonary Veins	الأوردة الرئوية
Vena Cava Inferior	الوريد الأجوف السفلي
Vena Cava Superior	الوريد الأجوف العلوي
Pulmonary Artery	الشريان الرئوي
Aorta	الشريان الابهر
Heart Valves	صمامات القلب

English	العربي
Aortic Valve	الصمام الأبهرى
Pulmonary Valve	الصمام الرئوي
Mitral Valve	الصمام التاجي
Tricuspid Valve	صمام مثلث الشرف
Circulation	الدورة القلبية
Blood Vessels	الأوعية الدموية
Arteries	الشرايين
Venous	الأوردة
Intima	طبقة الداخلية
Media	طبقة المتوسطة
adventitia	الطبقة الخارجية
Peripheral Circulation	الدورة الدموية المحيطية
Pulmonary Circulation	الدورة الدموية الرئوية
Aorta Arc	قوس الأبهر
Resistance of Flow	مقاومة التدفق
Systole	الإنقباض
Systolic Pressure	الضغط الإنقباضي
Diastole	الإنبساط

English	العربي
Diastolic Pressure	الضغط الإنبساطي
Pulse Pressure	الضغط النبضاني
Mean Pressure	الضغط الوسطي
Blood Flow	تدفق الدم
Cardiac Output	الناتج القلبي
EDPVR	حجم نهاية الإنبساط
ESPVR	حجم نهاية الإنقباض
Stroke Volume	حجم الدم
Heart Rat	معدل نبضات القلب
Wermesly	عدد ورمسلي
Pulsatile Flow	التدفق النبضي
Wave Propagation	سرعة الموجة
Wave Pressure	ضغط الموجة
Vessel Branching	تفرعات الأوعية الدموية
Hemodynamic	الديناميك الدموي

## الرموز العلمية المستخدمة في الكتاب

الواحدة في الجملة العالمية	الرمز	العربي
$m^2$	A	المساحة
$m/sec$	$v$	السرعة
$m^3$	V	الحجم
$Kg/m^3$	$\rho$	الكثافة
$N.sec/m^2$	$\mu$	اللزوجة التحريكية
$m^2/sec$	$\vartheta$	اللزوجة الحركية
$N/m^2$	$\tau$	إجهاد القص
$N/m^2$	$F_P$	قوة الضغط
$N/m^2$	$F_k$	قوة التيار الحجمي
$N/m^2$	$F_G$	قوة الثقالة
$N/m^2$	$\sigma_0$	التوتر السطحي
$N/m^2$	P	الضغط
لابعدي	$Re$	عدد رينولدز
لابعدي	$Ma$	عدد ماخ
$N/m^2$	E	عامل يونغ

الواحدة في الجملة العالمية	الرمز	العربي
$L/min$	Q	تدفق الدم
$L/min$	CO	النتاج القلبي
$m^3/RPM$	SV	حجم الدم
$Pulse / Minute$	HR	معدل نبضات القلب
لابعدي	$\alpha$	عدد ورمسلي
$m/sec$	$c_0$	سرعة الموجة
$N/m^2$	$p_0$	ضغط الموجة
$N.m/10^5m^5$	Z	مقاومة التدفق



الأشكال والجداول

*Figures & Tables*



لائحة بوصف الأشكال التي تم إدراجها في الكتاب  
( List of Figures)

رقم الصفحة	الوصف	الشكل
35	الجريان بين صفيحتين مستويتين	الشكل (2-1)
36	مخطط توزيع السرعة	الشكل (2-2)
38	التغير في لزوجة الهواء والماء تحت الضغط الجوي النظامي	الشكل (2-3)
40	اجهاد القص وتغير السرعة في السوائل النيوتونية وغير النيوتونية	الشكل (2-4)
41	مبدأ القطع لحساب القوى الداخلية	الشكل (2-5)
43	توزيع قوى الضغط	الشكل (2-6)
44	المكبس الهيدروليكي	الشكل (2-7)
46	التوتر السطحي المؤثر على جدران قطرة من السائل	الشكل (2-8)
47	القوى المتبادلة بين ذرات السائل والمسببة لقوى التوتر السطحي	الشكل (2-9)
50	قياس معامل بيلك للسائل	الشكل (2-10)
52	تغير الحجم في إجراء أدبياتي	الشكل (2-11)
62	القوى التي يتعرض لها سائل ساكن في اسطوانية	الشكل (3-1)
65	توزيع الضغط ليزداد مع البعد عن سطح السائل	الشكل (3-2)

رقم الصفحة	الوصف	الشكل
66	توزع الضغط في وعاء يحتوي سوائل غير متجانسة	الشكل (3-3)
68	الأواني المستطرقة	الشكل (3-4)
70	العلاقة بين الضغط المطلق والزائد والمقاس	الشكل (3-5)
71	المانومتر البسيط	الشكل (3-6)
70	المانومتر التفاضلي	الشكل (3-7)
72	توزع قوى الضغط على جدران مستو	الشكل ( 3-8 )
75	عزوم العطالة لبعض السطوح الشهيرة	الشكل (3-9)
76	توزع قوة الضغط على سطح منحنى	الشكل (3-10)
78	الاجهاد المؤثر على وعاء اسطوانى	الشكل (3-11)
95	مسار شعاع السرعة	الشكل ( 4-1 )
99	الجريان الصفائحي والمضطرب	الشكل ( 4-2 )
100	حركة طبقات السائل	الشكل (4-3)
101	مخطط سرعة الجريان	الشكل (4-4)
102	الجريان الصوتي	الشكل ( 4-5 )
103	خط التيار وصورة الجريان	الشكل ( 4-6 )
105	الجريان في انبوبة التيار	الشكل ( 4-7 )

رقم الصفحة	الوصف	الشكل
106	الجريان في مجموعة من أنابيب التيار	الشكل (4-8)
107	السرعة الوسطية للتيار الحجمي على الجريانات الحقيقية	الشكل (4-9)
120	لاستخراج معادلة أويلر باتجاه الجريان	الشكل (5-1)
122	لاستخراج معادلة أويلر ناظميا على الجريان	الشكل (5-2)
125	خط تدرج القدرة	الشكل (5-3)
126	انبوبة فنتوري لقياس الغزارة	الشكل (5-4)
128	التفريغ من فتحة جانبية	الشكل (5-5)
129	أنبوبة بيتوت	الشكل (5-6)
133	استخدام مضخة سحب	الشكل (5-7)
137	جريان السائل على محور وحيد البعد	الشكل (5-8)
138	جريان السائل على محورين	الشكل (5-9)
158	مقطع لأنبوب نصف قطره $r$ يبين سماكة حلقة السائل $dr$	الشكل (6-1)
159	القوة المؤثرة على جزيئات السائل في أنبوب اسطواني	الشكل (6-2)
162	تغير التدفق مع الضغط	الشكل (6-3)
164	إجهاد القص ومعدل القص في السائل	الشكل (6-4)

رقم الصفحة	الوصف	الشكل
167	قوة الضغط المؤثرة على الوعاء	الشكل (5-6)
169	الأنبوب المرن	الشكل (6-6)
171	منحني تغير الضغط مع تغير طول الأنبوب	الشكل (6-7)
181	الجريان حول جسم اسطواني	الشكل (1-7)
196	شجرة الأوعية البشرية	الشكل (8-1)
200	تركيب ومكونات الدم	الشكل (8-2)
202	غرف ، أوعية ، وصمامات القلب	الشكل (8-3)
204	غرف ، أوعية ، وصمامات القلب	الشكل (8-4)
207	القطر الداخلي وسماكة الجدار للأوعية الدموية	الشكل (8-5)
208	توزع حجم الدم في الأقسام المختلفة من الدورة الدموية	الشكل (8-6)
210	الشريان الأبهر وفروعه	الشكل (8-7)
211	عملية التبادل في الشعريات	الشكل (8-8)
211	الأوردة في الجسم	الشكل (8-9)
213	الشريان الابهر وفروعه	الشكل (8-10)
215	التدفق في الأوعية	الشكل (8-11)
217	المخطط البياني للمقاومة بالنسبة لـ $R/L$ والقطر	الشكل (8-12)

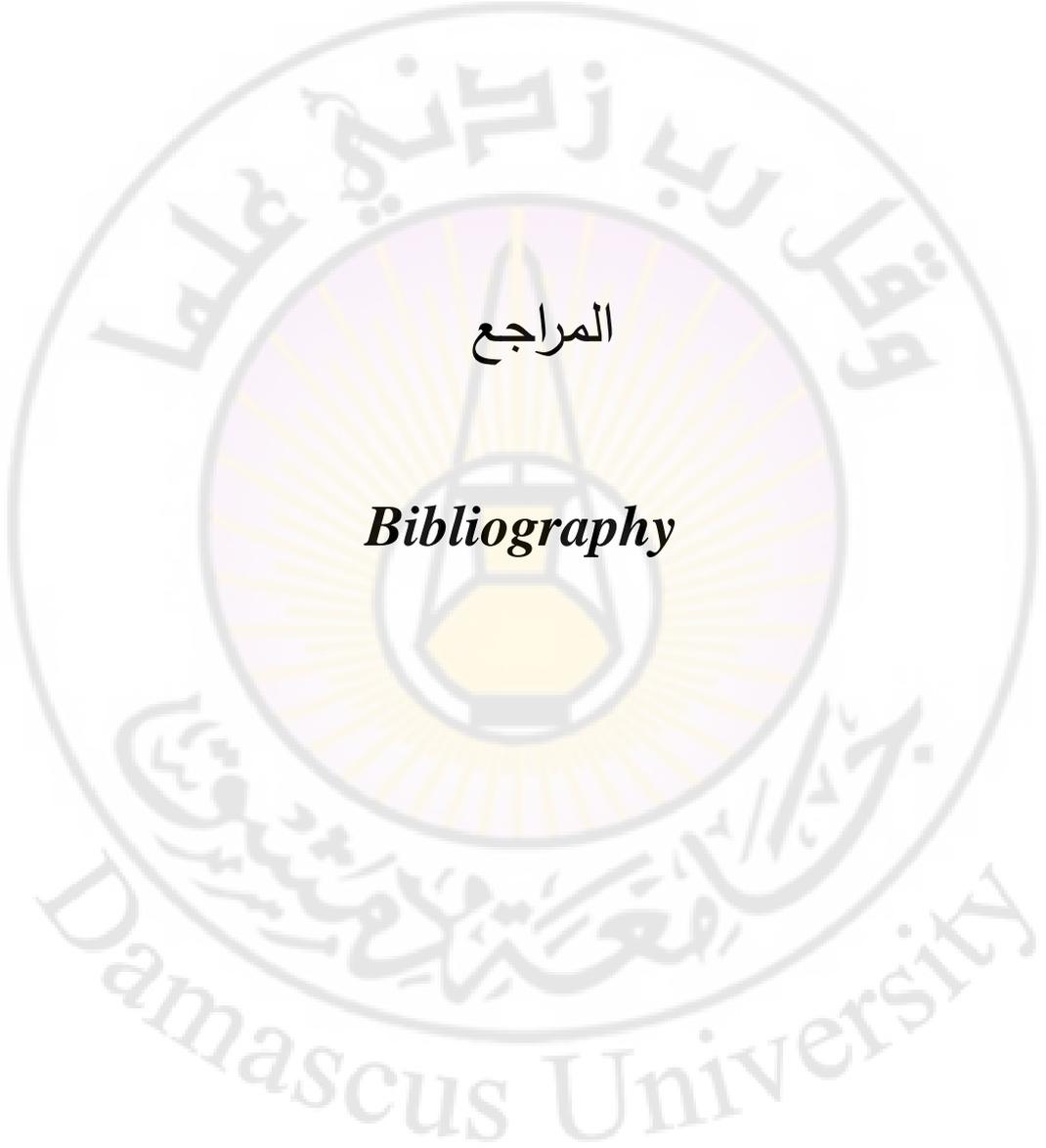
رقم الصفحة	الوصف	الشكل
218	الضغط ، سرعة التدفق في الدورة الدموية	الشكل (8-13)
219	موجة الضغط	الشكل ( 8-14)
221	التدفق في أنبوب اسطوانى	الشكل (8-15)
222	يبين التدفق الصفائحي والمضطرب	الشكل ( 8-16)
224	لتدفق ثابت عبر الأنبوب ذات المقطع المتغير	الشكل (8-17)
227	تغير الضغط الشرياني مع العمر	الشكل (8-18)
228	آلية عمل البطين والشريان الابهر	الشكل (8-19)
228	العلاقة بين الحجم والضغط في البطين الأيسر	الشكل (8-20)
230	آلية عمل البطين الايسر والشريان الابهر	الشكل (8-21)
239	جزئى من السائل يتحرك باتجاه المحور	الشكل (8-22)
243	منحني سرعة وضغط الموجة	الشكل (8-23)
245	الشجرة الشريانية	الشكل (8-24)
245	الأوعية الفرعية	الشكل (8-25)
270	صمامات القلب	الشكل ( 9-1)
270	مسقط علوي لصمامات القلب	الشكل ( 9-2)
273	شكل الوريقات	الشكل ( 9-3)
274	آلية عمل صمام القلب السليم	الشكل ( 9-4)

رقم الصفحة	الوصف	الشكل
274	آلية عمل صمام القلب المريض	الشكل (9-5)
279	تدفق الدم من البطن الى الشريان الابهر عبر الصمام الابهري	الشكل (9-6)
282	أنواع مختلفة للصمامات الصناعية	الشكل (9-7)
283	صمام القرص الدوار	الشكل (9-8)
284	الصمام ثنائي القرص	الشكل (9-9)
284	الصمام ذو الكرة	الشكل (9-10)
285	الصمام الحيوي	الشكل (9-11)
286	آلية عمل الصمام الطبيعي	الشكل (9-12)
286	الصمام الحيوي المركب	الشكل (9-13)
287	الصمام الحيوي	الشكل (9-14)
294	آلية قياس ضغط الدم	الشكل (10-1)
294	حزام الضغط	الشكل (10-2)
296	مقاييس الضغط	الشكل (10-3)
297	المخطط الصندوقي لمقياس الضغط الالكتروني	الشكل (10-4)
298	جهاز ضغط رسغي	الشكل (10-5)
298	جهاز ضغط أصبعي	الشكل (10-6)
300	طريقة قياس الضغط الشرياني	الشكل (10-7)

رقم الصفحة	الوصف	الشكل
301	أصوات كورتكوف	الشكل (10-8)
302	قياس النتاج القلبي	الشكل (10-9)
305	قياس تدفق الدم باستخدام الحقل المغناطيسي	الشكل (10-10)
306	قياس تدفق الدم باستخدام الأمواج الميكروية	الشكل (10-11)
307	قياس تدفق الدم بطريقة تغير الممانعة	الشكل (10-12)
308	قياس تدفق الدم بطريقة النقل الحراري	الشكل (10-13)
309	قياس تدفق الدم بطريقة زمن العبور	الشكل (10-14-a)
310	قياس تدفق الدم بطريقة دوبلر	الشكل (10-14-b)
311	قياس تدفق الدم بطريقة تدرج الضغط	الشكل (10-15)

لائحة بوصف الجداول التي تم إدراجها في الكتاب  
( List of Tables)

رقم الصفحة	الوصف	الشكل
47	قيم التوتر السطحي لبعض الموائع	الجدول (2-1)
49	واحدات الضغط	الجدول (2-2)
51	معامل المرونة للسوائل والاجسام الصلبة	الجدول (2-3)
132	يبين قيم معامل الضياعات لأشكال مختلفة للانبوب	الجدول (5-1)
288	استخدامات المواد الحيوية كبدائل لصمامات القلب	الجدول (9-1)



المراجع

*Bibliography*



## المراجع

# Bibliography

## 1 – المراجع الأجنبية

- [1] - Amiroudine,S.& Battaglia, J.L. ,"Mécanique des Fluides " ; écoles d'ingénieurs Mécanique des Fluides, Dunod ,Paris , 2011.
- [2] - Bigot,P.& Mauduit, R.& Wenner, é ,"Mécanique des Fluides en 20 Fiches " ; écoles d'ingénieurs Mécanique des Fluides, Dunod ,Paris , 2011.
- [3] - Nithiarasu ,P. , " Biouid Dynamics" , School of Engineering , Swansea University , 2008.
- [4] - Fox ,Robert W. &McDonald ,Alan T.& Pritchard ,Philip J. "Introduction of Fluid Mechanics " , JOHN WILEY & SONS, INC.,2003.
- [5] - Potter,M., & Wiggert,D.," Fluid Mechanics " , Schaum's Outlin Series , McGRAW-HILL 2008.
- [6] - Evett, J.,B.& Cheng ,L.M. ,"Fluid Mechanics & Hydraulics " , Rivised First Edition , McGraw-Hill,Inc. , 1988.
- [7] - Bronzino ,J.D. , " Hand Book Of Bio-Medical Engineering " ;

- IEEE Press , U.S.A. , 1995 .
- [7-1]- Sec. I , chap. 1 : Physiologic Systems ,pp. 3-14.
- [7-2]- Sec. III , chap. 21 : Mechanics Of Blood Vessels ,pp. 291-303.
- [7-3]- Sec. III ,chap. 31 : Cardiac Biodynamics ,pp. 418-439.
- [7-4]- Sec. III ,chap. 32 : Mecanics Of Heart Valves ,pp. 440-453.
- [7-5]- Sec. III ,chap. 33 : Arterial Macrocirculatory ,pp. 454-462.
- [7-6]- Sec. III ,chap.34 : Mechanics Transport in The Microcirculation ,pp. 463-473.
- [7-7]- Sec. III ,chap. 36: The Venous Systems ,pp. 487-492.
- [7-8]- Sec. IV, Biomaterial ,pp. 530-671.
- [7-9]- Sec. XII, Prostheses And Artificial Organs ,pp. 1828-1878.
- [7-10]- Sec. V, Biomedical Sensors ,pp. 725-800.
- [7-11]- Sec. VI, chapter 67: Ultrasound , pp.: 1077-1119 .
- [8] - Hoffbrand ,V. & Petit, J. " Clinical Heamatology " ; Chap. 1:Blood Component , Sandaz Atlas ,Mirror international Pub.,Switzerland, 1994 ,pp. 1-35 .
- [9] - Guyton , A.C. , " Human Physiology and Mechanisms Of Disease " chap. 4: The Circulation , W.B.Sounders ,1990 , pp.110-294 .
- [10]- Guyton , A.C. , " Hydrodynamics " ,W.B. Sounders , 1990 ;
- [10-1]- chap. 26 : The Circuitry , pp.395-397.
- [10-2]- chap. 28 : The Cardiac Pump , pp.431-449 .
- [10-3]- chap. 30: Hemodynamics , pp.472-485
- [10-4]- chap. 31 : The Arterial System , pp.486-494.

- [10-5]- chap. 34 : Control Of The Cardiac Output , pp.525-539 .
- [11]- Milnor,W.R. ," Hemodynamics " ; 2ed. , Baltimore , Williams and Wilkins , 1989.
- [11-1]- chap.3 : Viscous Properties of Blood, pp. 51-56 .
- [11-2]- chap.4 : Properties of The Vascular Wall , pp. 58-95 .
- [11-3]- chap.6 : The Normal Hemodynamics State , pp. 142-161 .
- [11-4]- chap.9 : Wave Propagation , pp. 225-256 .
- [12]- Ganong , W.F. , " Review of Medical Physiology " ; chap. 29 : The Heart as a Pump ,13ed. , Middle East , 1987, pp. 466 - 476
- [13] - Fung. Y.C., Biodynamics Circulation , New york,1984 .
- [13-1] -chapter. 1: the heart ,pp. : 22-77.
- [13-2] -chapter. 3 & 4: blood flow in arteries and veins, pp. : 77-224.
- [14]- Sochi ,T.," Flow of Navier-Stokes Fluids in Cylindrical Elastic Tubes", King's College London,2014.
- [15]- Al-Shemmeri,T.T.," Engineering Fluid Mechanics " ,ISBN , 2012.
- [16]- Waite ,L. & Fine,J.," Applied\_BioFluid\_Mechanics" ,Mc Graw Hill,2007.
- [17]- Grotberg ,J. B. & Jensen, O. E. "Biofluid Mechanics In Flexible Tubes " , Annual Reviews, 2004.
- [18]- Mazumdar,J.N.," Biofluid Mechanics" ,World Scientific Publishing Singapore , 2004.

[19]- Dawei,H., " concise-hydraulics", ISBN,2008.

[20]- Internet References :

1. <http://www.med-star.com>
2. <http://www.iee.org.uk>
3. <http://www.virtual-anatomy.com>
4. <http://www.Microwave Ablation Principles and Applications>
5. <http://www. Principles of Microwave Circuits>
6. <http://www.zadachina5.info>
7. <http://www.Bookboon.com>
8. <http://www.Dynatek delta Heart Valve Testing>
9. <http://www.Artificial heart valve - Wikipedia>,
10. <http://www.CFD analysis of pulsatile blood flow in an atherosclerotic human artery>

[23]- Waugh,A&A.Grant," Anatomy and Physiology in Health and Illness ", Churchill Livingstone ,2001.

## 2 - المراجع العربية

[21] د.عقل ، انطانيوس ، " ميكانيك السوائل التكنيكي " ، الجزء

الأول، جامعة دمشق ، 1981-1982

[22] د. جرعلي ، مصطفى ، " سلسلة المصورات التشريحية "

الجزء الثالث - القسم الأول ، ، جامعة دمشق ، 1981

**لجنة التدقيق العلمي :**

أ.د. غسان زيدان

أ.د. علي خلوف

أ.م.د. مصطفى الموالي

**التدقيق اللغوي :**

أ.د. دياب الراشد

حقوق الطبع والترجمة والنشر محفوظة لمديرية الكتب والمطبوعات الجامعية