

المغناطيسية والكهرومغناطيسية

المقدمة:

اعتقد الناس في العصور القديمة أن القوة غير المرئية للمغناطيسية كانت ذات جودة سحرية بحتة ومن ثم أظهروا القليل من الاهتمام العملي. ومع ذلك، مع تزايد المعرفة العلمية باطراد على مر القرون الماضية، اتخذت المغناطيسية دورًا أكبر وأكبر.

اكتسبت المغناطيسية اليوم مكانة كبيرة في الهندسة الكهربائية. بدون المغناطيسية، من المستحيل تشغيل أجهزة مثل المولدات الكهربائية والمحركات الكهربائية والمحولات والأدوات الكهربائية وما إلى ذلك، بدون استخدام المغناطيسية، لا يمكن الاستفادة من الراديو والتلفزيون والهاتف وما إلى ذلك في الواقع، تعتمد الهندسة الكهربائية إلى حد كبير على المغناطيسية.

الكهرومغناطيسية (المغناطيسية الكهربائية) هي العلاقة بين المغناطيسية والكهربائية أو هي الفيزياء التي تدرس الحقل الكهرومغناطيسي والذي يتألف من حقل كهربائي وحقل مغناطيسي الذي ينشأ عن الحقل الكهربائي أو حقل مغناطيسي ينشأ عنه حقل كهربائي.

الحقل الكهربائي ينشأ عن حركة الشحنات الكهربائية الساكنة والتي تسبب قوى كهربائية والمحدد بقانون كولوم وهذه الحقول الكهربائية تسبب بجران التيار الكهربائي في الفواصل الكهربائية.

أما الحقل المغناطيسي فهو ينتج عن مغناط مختلفة إضافة إلى الشحنات الكهربائية المتحركة فعندما تتحرك هذه الشحنة الكهربائية ضمن تيار كهربائي تسبب بنشوء حقل مغناطيسي محيط بها ولذلك لا يمكن فصل الحقلين الكهربائي والحقل المغناطيسي عن بعضهما البعض والحقل الناتج عنهما يدعى بالحقل الكهرومغناطيسي أو الكهرومغناطيسي.

أقطاب المغناطيس:

إذا أخذنا قضيب مغناطيسي وقمنا بغمسه في برادة حديدية، فسوف نلاحظ أن برادة الحديد تتجمع حول نهايات قضيب المغناطيس. يبدو أن نهايات قضيب المغناطيس هي نقاط ذات التأثير القوي للمغناطيس نسميها أقطاب المغناطيس. يحتوي المغناطيس على قطبين هما القطب الشمالي والقطب الجنوبي. من أجل تحديد قطبية المغناطيس، قم بتعليقه أو تدويره من المركز. سوف يستقر المغناطيس بعد ذلك في اتجاه الشمال والجنوب. تسمى نهاية المغناطيس التي تشير إلى الشمال بالقطب الشمالي للمغناطيس بينما تسمى النهاية التي تشير إلى الجنوب بالقطب الجنوبي.

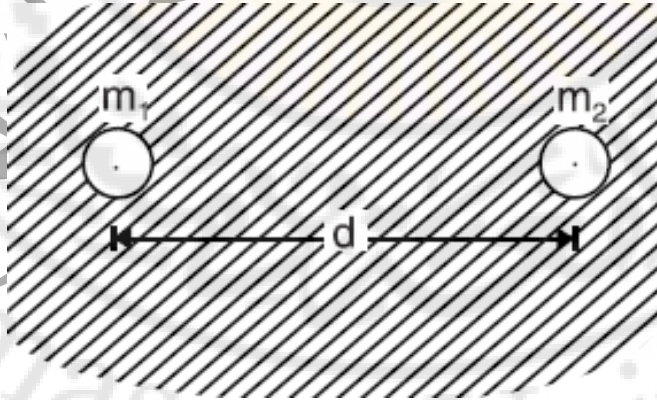
يمكن ملاحظة النقاط التالية حول أقطاب المغناطيس:

١. لا يمكن فصل أقطاب المغناطيس. إذا تم تقسيم قضيب مغناطيسي إلى جزأين، فسيكون كل جزء مغناطيساً كاملاً. بغض النظر عن عدد مرات كسر المغناطيس، ستحتوي كل قطعة على القطب الشمالي (N-pole) في أحد طرفيه وعلى القطب الجنوبي (S-pole) في الطرف الآخر.
٢. قطبي المغناطيس متساويان في القوة. تمثل قوة قطب المغناطيس (m).
٣. الأقطاب المتماثلة تتنافر عن بعضها البعض وعلى عكس الأقطاب المتعاكسة تجذب بعضها البعض.

قوانين القوة المغناطيسية:

لاحظ العالم الفرنسي تشارلز كولوم أنه عندما يتم وضع عمودين معزولين بالقرب من بعضهما البعض، فإنهم يتعرضون لقوة. أجرى عدداً من التجارب لدراسة طبيعة وحجم القوة بين الأقطاب المغناطيسية. لخص استنتاجاته في قانونين، معروفين باسم قوانين كولوم للقوة المغناطيسية. تعطينا هذه القوانين حجم وطبيعة القوة المغناطيسية بين قطبين مغناطيسيين.

١. الأقطاب المتماثلة تتنافر عن بعضها البعض وعلى عكس الأقطاب المتعاكسة تجذب بعضها البعض.
 ٢. القوة بين قطبين مغناطيسيين تتناسب طردياً مع ناتج قوتيهما القطبية وتتناسب عكسياً مع مربع المسافة بين مراكزهما.
- على اعتبار هناك القوة المغناطيسية للقطبين هي (m_1) و (m_2) موضوعتين على مسافة (d) متباعدتين في وسط كما هو موضح في الشكل (1).



الشكل (1): يبين القوة المغناطيسية بين مغناطيسين.

وفقاً لقوانين كولوم، تُعطى القوة بين القطبين بالعلاقة التالية:

$$F \propto \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$F = K \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

حيث (K) ثابت تعتمد قيمته على الوسط المحيط ونظام الوحدات المستخدمة. في وحدات النظام الدولي للوحدات، تُقاس القوة بالنيوتن، وقوة القطب بـ (ويبر)، والمسافة بالمتر، وتعطى قيمة (K) بالعلاقة:

$$K = \frac{1}{4\pi\mu_0\mu_r}$$

حيث:

(μ_0): النفاذية المطلقة للفراغ أو الهواء

(μ_r): النفاذية النسبية للوسط المحيط. بالنسبة للفراغ أو الهواء، تكون قيمتها (1).

تختلف قيمة ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m) وقيمة μ_r باختلاف الوسط.

في الوسط وتقاس بالنيوتن

$$F = \frac{m_1 m_2}{4\pi\mu_0\mu_r d^2}$$

معادلة (1)

في الهواء وتقاس بالنيوتن

$$F = \frac{m_1 m_2}{4\pi\mu_0 d^2}$$

معادلة (2)

قوة القطب الواحدة تعني واحد (ويبر). يمكن تعريفه من قوانين القوة المغناطيسية لكولوم. لنفترض أن قطبين متساويين يقعان على مسافة واحد (متر) في الهواء لهما قوة مقدارها (62800) نيوتن، أي:

$$m_1 = m_2 = m;$$

$$d = 1 \text{ m};$$

$$F = 62800 \text{ (N)}$$

بتطبيق القانون بالمعادلة (2)

$$F = \frac{m_1 m_2}{4\pi\mu_0 d^2}$$

حيث ($\mu_r = 1$) بالهواء أي

$$62800 = \frac{m^2}{4\pi \times 4\pi \times 10^{-7} \times (1)^2}$$

$$m^2 = (62800) \times (4\pi \times 4\pi \times 10^{-7} \times 1) = 1$$

$$m = \pm 1 \text{ Wb}$$

مثال (1):

قطبان مغناطيسيان جنوبيان (S) على بعد (5) سم في الهواء. إذا كانت قوة كل قطب (5) mWb، فأوجد قوة التنافر بينهما.

حل المثال (1):

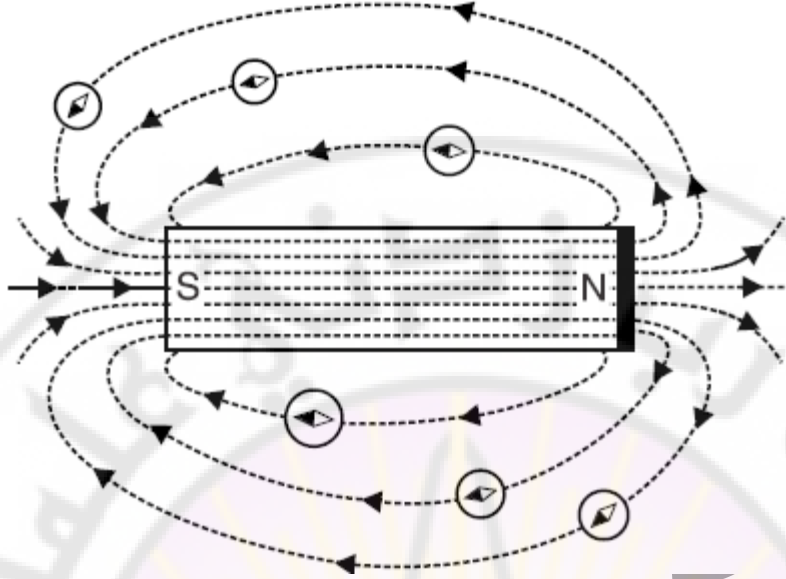
$$m_1 = m_2 = m = 5 \text{ mWb} = 5 \times 10^{-3} \text{ Wb};$$

$$d = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m};$$

$$F = \frac{(5 \times 10^{-3}) \times (5 \times 10^{-3})}{4\pi \times 4\pi \times 10^{-7} \times (0.05)^2} = 633 \text{ N}$$

الحقل المغناطيسي:

كما يوجد حقل كهربائي بالقرب من جسم مشحون، يوجد حقل مغناطيسي مماثل حول المغناطيس. إذا تم وضع قطب مغناطيسي معزول بالقرب من مغناطيس، فإنه توجد قوة كولوم بالمنطقة القريبة من المغناطيس حيث تؤثر القوى على الأقطاب المغناطيسية وتسمى هذه المنطقة بالحقل المغناطيسي. يكون الحقل المغناطيسي أقوى بالقرب من القطب ويستمر في التناقص في الشدة كلما ابتعدنا عن المغناطيس. يُطلق على الفضاء (أو الحقل) الذي يتعرض فيه القطب المغناطيسي لقوة اسم الحقل المغناطيسي. يتم تمثيل الحقل المغناطيسي حول المغناطيس بخطوط تخيلية تسمى خطوط القوة المغناطيسية. نفترض، ان اتجاه خطوط الحقل هذه في أي نقطة هو الاتجاه الذي تتحرك فيه وحدة (أي N-pole of 1 Wb) الموضوعة في تلك النقطة أو تميل إلى التحرك. من الواضح أن خطوط الحقل أو القوة المغناطيسية ستظهر من القطب الشمالي (N) للمغناطيس، وتمر عبر الوسط المحيط وتعود إلى القطب الجنوبي (S). داخل المغناطيس، تمر خطوط القوة من القطب الجنوبي (S) إلى القطب الشمالي (N) (شكل (2))، وبالتالي تشكل حلقة مغلقة أو دائرة مغناطيسية. على الرغم من أن خطوط القوة المغناطيسية ليس لها وجود حقيقي وهي افتراضية، إلا أنه مفهوم مفيد لوصف التأثيرات المغناطيسية المختلفة.



الشكل (2): يبين القوة (الحقل) المغناطيسية بين قطبي مغناطيس.

خصائص خطوط القوة المغناطيسية هي:

١. يشكل كل خط مغناطيسي للقوة حلقة مغلقة، أي خارج المغناطيس، ويكون اتجاه خط القوة المغناطيسي من القطب الشمالي إلى القطب الجنوبي ويستمر خلال جسم المغناطيس ليشكل حلقة مغلقة (شكل (2)).
٢. لا يتقاطع خطان مغناطيسيان للقوة مع بعضهما البعض. إذا تقاطع خطان مغناطيسيان للقوة، فسيكون هناك اتجاهان للحقل المغناطيسي في تلك النقطة وهو أمر غير ممكن.
٣. عندما تكون خطوط القوة المغناطيسية قريبة من بعضها البعض، يكون الحقل المغناطيسي قوياً وحيث تكون متباعدة جيداً، يكون الحقل ضعيفاً.
٤. خطوط القوة المغناطيسية تتقلص طولياً وتتسع بشكل جانبي أو عرضي.
٥. تكون خطوط القوة المغناطيسية جاهزة دائماً للمرور عبر المواد المغناطيسية مثل الحديد أكثر كم المرور عبر المواد غير المغناطيسية مثل الهواء. وتجدر الإشارة إلى أنه في الممارسة العملية، يتم إنتاج الحقول المغناطيسية بواسطة ناقل أو ملف حامل للتيار أو مغناطيس دائم. تستخدم هاتان الوسيلتان لإنتاج الحقول المغناطيسية على نطاق واسع في الهندسة الكهربائية.

الفيض (التدفق) المغناطيسي:

يحدد عدد خطوط القوة المغناطيسية في الحقل المغناطيسي قيمة التدفق المغناطيسي. كلما زادت خطوط القوة المغناطيسية، زاد التدفق المغناطيسي وكان الحقل المغناطيسي أقوى.

يسمى العدد الإجمالي لخطوط القوة المغناطيسية الناتجة عن مغناطيس بالتدفق المغناطيسي. يشار إليه بالحرف اليوناني ϕ (phi). من المفترض أن تشع وحدة (N-pole) تدفقاً يساوي واحد ويبر. لذلك، فإن التدفق المغناطيسي الخارج من القطب (N) هو $\phi = 1 \text{ mWb}$ حيث $1 \text{ Wb} = 10^8$ خطوط قوة، في بعض الأحيان يتعين علينا استخدام وحدة أصغر من التدفق المغناطيسي بمعنى μWb (microweber).
 $1 \mu\text{Wb} = 10^{-6} = 10^{-6} \times 10^8 \text{ lines} = 100 \text{ lines}$

كثافة التدفق المغناطيسي:

يتم تعريف كثافة التدفق المغناطيسي على أنها تدفق مغناطيسي يمر بشكل طبيعي في واحدة المساحة، أي كثافة التدفق المغناطيسي:

$$B = \frac{\phi}{A} \text{ Wb/m}^2$$

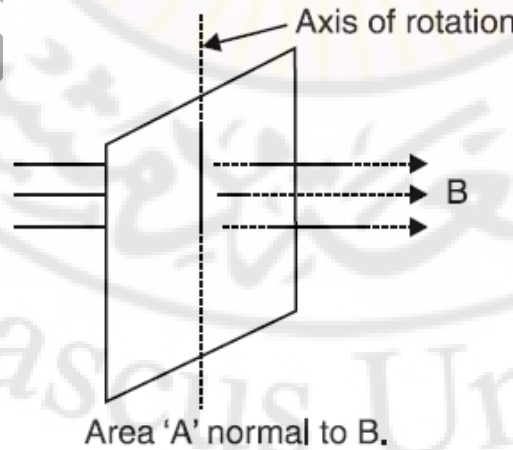
حيث ϕ : التدفق في Wb

A: المساحة بالمتري المربع للتدفق الطبيعي.

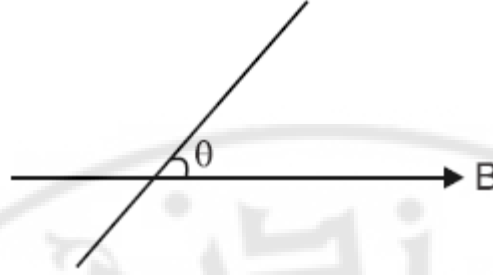
وحدة SI لكثافة التدفق المغناطيسي هي Wb/m^2 أو تسلا. كثافة التدفق هي مقياس لشدة الحقل، أي مقدار التدفق في كل متر مربع من الحقل.

كثافة التدفق المغناطيسي هي كمية متعلقة:

(١) عندما يكون مستوى الملف عمودياً على اتجاه التدفق (شكل (3))، فإن تدفق اعظمي سيمر عبر الملف، أي: التدفق الاعظمي يساوي الى $\phi_m = B \times A \text{ Wb}$ (شكل (3))، (شكل (4)).



الشكل (3): يبين التدفق الاعظمي من خلال ملف متعامد مع خطوط الحقل.



الشكل (4): يبين التدفق الأعظمي من خلال ملف يشكل زاوية (θ) مع خطوط الحقل.

(٢) عندما يميل مستوى الملف بزاوية θ عن اتجاه التدفق (شكل (4))، فإن التدفق ϕ عبر الملف يكون: $\phi = B \times A \times \sin(\theta)$ Wb

١. عندما يكون مستوى الملف موازيًا لاتجاه التدفق، $\theta=0$ بحيث لا يمر أي تدفق عبر الملف (ϕ) $\phi = B \times A \times \sin(0) = 0$.

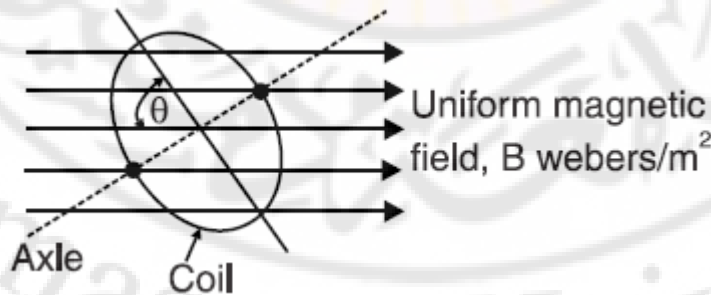
مثال (2):

ملف دائري مؤلف من (100) لفة وقطر (3.18) سم مثبت على محور من خلال قطر ويوضع في حقل مغناطيسي متجانس، حيث تكون كثافة التدفق 0.01 Wb/m^2 ، بحيث يكون المحور طبيعي اتجاه الحقل. احسب:

- (١) التدفق الأعظمي عبر الملف وموضع الملف الذي يحدث فيه.
- (٢) التدفق الأدنى وموضع الملف الذي يحدث فيه.
- (٣) التدفق من خلال الملف عندما يميل بدرجة (60) عن اتجاه التدفق.

حل المثال (2):

الشكل (5) يوضح مشكلة المثال.



الشكل (5): يبين شكل مسألة المثال (5).

(١) سوف يمر الحد الأقصى من التدفق عبر الملف عندما يكون مستوى الملف عموديًا على اتجاه التدفق.

التدفق الأعظمي يساوي $\phi_m = B \times A$ Wb

$$\phi_m = 0.01 \times \pi \times r^2 \text{ Wb}$$

$$= 0.01 \times \pi \times \left(\frac{3.18}{2} \right)^2 \times 10^{-4} = 0.795 \times 10^{-5}$$

(٢) عندما تكون مستوى الملف موازي لاتجاه التدفق، لن يمر أي تدفق عبر الملف. هذا هو الحد الأدنى للتدفق وهو يساوي الى صفر.

(٣) عندما يميل مستوى الملف بزاوية θ إلى اتجاه التدفق، يكون التدفق ϕ خلال الملف :

$$\phi = B \times A \times \sin(\theta) = (0.795 \times 10^{-5} \times \sin(60)) = 0.69 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

مثال (3):

كثافة التدفق في فجوة الهواء بين الأقطاب (N) و (S) هي $2.5 \text{ (Wb/m}^2\text{)}$. الأقطاب دائرية بقطر (5.6) سم. احسب التدفق الكلي الذي يعبر فجوة الهواء.

حل المثال (3):

$$B = 2.5 \text{ (Wb/m}^2\text{)}$$

مساحة كل قطب تحسب كما يلي:

$$A = \pi r^2 = \pi \times (5.6/2)^2 = 24.63 \text{ (cm}^2\text{)} = 24.63 \times 10^{-4} \text{ (m}^2\text{)}$$

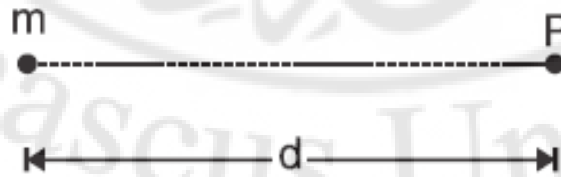
إذا التدفق الذي يعبر فجوة الهواء يعطى كما يلي:

$$\phi = B \times A = 2.5 \times 24.63 \times 10^{-4} = 6.16 \times 10^{-3} = 6.16 \text{ (mWb)}$$

الشدة المغناطيسية أو القوة المغناطيسية (H):

الشدة المغناطيسية (أو شدة الحقل) عند نقطة من الحقل مغناطيسي هي القوة المؤثرة على وحدة N-pole (N-pole) في تلك النقطة. أن واحدة الشدة المغناطيسية (H) هي (N/Wb) .

إذا اردنا حساب الشدة المغناطيسية للحقل عند نقطة (P) التي تقع على مسافة (d) متر من قوة قطب (m) (Webers) (شكل (6)).



الشكل (6): يبين علاقة قوة الحقل المغناطيسي مع المسافة.

تعطى الشدة بالعلاقة التالية:

$$H = \frac{m \times 1}{4\pi\mu_0 d^2} \text{ N/Wb}$$

$$H = \frac{m}{4\pi\mu_0 d^2} \text{ N/Wb}$$

قد يلاحظ القارئ النقاط التالية بعناية:

(١) الشدة المغناطيسية هي كمية شعاعية، لها قيمة واتجاه. في الشكل الشعاعي تكتب كما يلي:

$$\vec{H} = \frac{m}{4\pi\mu_0 d^2} \vec{d}$$

(٢) إذا تم وضع قطب $m \text{ Wb}$ في حقل مغناطيسي منتظم القوة $H \text{ N/Wb}$ ، فإن تأثير القوة على القطب، (N) $F = mxH$.

الجهد المغناطيسي

يُقاس الجهد المغناطيسي في أي نقطة من الحقل المغناطيسي بالعمل المنجز في تحريك $N\text{-pole}$ (أي قوة 1 Wb) من اللانهاية إلى النقطة القوة المغناطيسية. لنفرض قطبًا مغناطيسيًا بقوة m وموضوع في وسط ذو نفاذية نسبية (μ) . وعند نقطة على مسافة (x) متر منها، تكون القوة المؤثرة على القطب $N\text{-pole}$ هي:

$$F = \frac{m}{4\pi\mu_0\mu_r x^2}$$

إذا تحرك القطب $N\text{-pole}$ باتجاه m بمسافة صغيرة (dx) ، فإن العمل المنجز يكون:

$$dW = \frac{m}{4\pi\mu_0\mu_r x^2} \times (-dx)$$

تؤخذ الإشارة السالبة لأن (dx) يعتبر في الاتجاه السالب لـ (x) .

إن إجمالي العمل المنجز (W) على القطب $N\text{-pole}$ من اللانهاية إلى أي نقطة تبعد (d) متر عن (m) هو:

$$W = \int_{x=\infty}^{x=d} -\frac{m}{4\pi\mu_0\mu_r x^2} dx = \frac{m}{4\pi\mu_0\mu_r d} \text{ J/Wb}$$

بالتعريف:

العمل (W) هو الجهد المغناطيسي (V) عند نفس النقطة.

أي الجهد المغناطيسي يساوي:

$$V = \frac{m}{4\pi\mu_0\mu_r d} \text{ J/Wb}$$

أن الجهد المغناطيسي هو كمية قابلة للقياس.

النفاذية المغناطيسية المطلقة والنسبية:

تعني نفاذية مادة ما ناقليتها للتدفق المغناطيسي. كلما زادت نفاذية مادة ما، زادت ناقليتها للتدفق المغناطيسي والعكس صحيح. الهواء أو الفراغ هو أقل مادة ناقلة للتدفق المغناطيسي. النفاذية المطلقة (μ_0) (الحرف اليوناني "mu") للهواء أو الفراغ هي $4\pi \times 10^{-7} \text{ (H/m)}$. النفاذية المطلقة μ للمواد المغناطيسية أكبر بكثير من μ_0 . تسمى النسبة (μ/μ_0) النفاذية النسبية للمادة ويتم الإشارة إليها بواسطة (μ_r) أي:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

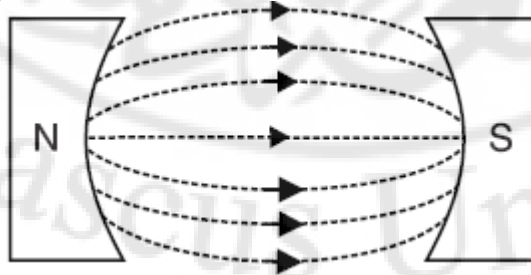
μ : النفاذية المطلقة للمادة.

μ_0 : النفاذية المطلقة للهواء أو الفراغ.

μ_r : النفاذية النسبية للمادة.

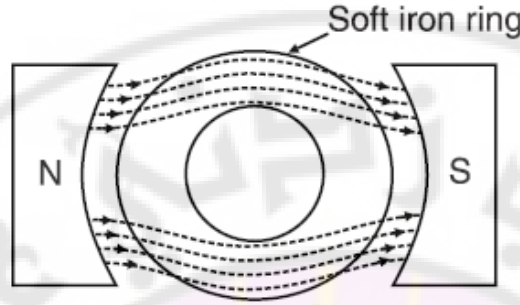
من الواضح أن النفاذية النسبية للهواء أو الفراغ تكون $\mu_0/\mu_0=1$. قيمة (μ_r) لجميع المواد غير المغناطيسية هي أيضاً (1). ومع ذلك، اما النفاذية النسبية للمواد المغناطيسية عالية جداً. على سبيل المثال، يتمتع الحديد اللين (أي الحديد النقي) بنفاذية نسبية تبلغ (8000) بينما تبلغ قيمته بالنسبة إلى سبيكة بيرمالوي (سبيكة تحتوي على ٢٢٪ حديد و ٧٨٪ نيكل) تصل إلى (50000).

مفهوم النفاذية النسبية: النفاذية النسبية للمادة هي مقياس للسهولة النسبية التي تقوم بها هذه المادة بتوصيل التدفق المغناطيسي مقارنةً بتوصيل التدفق في الهواء. يوضح الشكل (7) مفهوم النفاذية النسبية. في الشكل (7)، يمر التدفق المغناطيسي بين قطبي المغناطيس في الهواء وتساوي النفوذية الى الواحد.



الشكل (7): يبين مفهوم النفاذية النسبية بالهواء تساوي واحد.

بينما بوجود حلقات معدنية ضمن الحقل فان النفاذية تصل الى ($\mu=8000$) بحيث تكون موضوعة بين القطبين كما هو موضح في الشكل (8).



الشكل (8): النفاذية النسبية بوجود مادة معدنية حلقة تصل الى (8000).

نظراً لأن الحديد اللين هو ناقل جيد جداً للتدفق المغناطيسي ، فإن التدفق يتبع مساراً بالكامل داخل الحديد اللين نفسه. كثافة التدفق في الحديد اللين أكبر بكثير مما هي عليه في الهواء. ستكون كثافة التدفق في الحديد اللين (8000) مرة (أي μ مرات) كثافة التدفق في الهواء. نظراً للنفاذية النسبية العالية للمواد المغناطيسية (مثل الحديد والصلب والسبائك المغناطيسية الأخرى)، يتم استخدامها على نطاق واسع في قلب جميع المعدات الكهرومغناطيسية.

العلاقة بين B و H:

كثافة التدفق B المنتجة في مادة تتناسب طردياً مع قوة المغناطيس المطبقة H. كلما زادت قوة المغنطة، زادت كثافة التدفق والعكس بالعكس.

$$B \propto H$$

$$\frac{B}{H} = \text{Constant} = \mu$$

غالبا النسبة (B/H) في مادة ما ثابتة وتساوي النفاذية المطلقة ($\mu=\mu_0 \times \mu_r$) للمادة. تعطي هذه العلاقة تعريفاً آخر للنفاذية المطلقة للمادة.

$$B = \mu_0 \times \mu_r \times (H) \text{ من الواضح أن في وسط}$$

$$B = \mu_0 \times (H) \text{ في الهواء}$$

لنفترض أن قوة المغناطيس (H) تنتج كثافة تدفق (B_0) في الهواء. من الواضح أن $B_0 = \mu_0 \times H$. إذا تم استبدال الهواء ببعض المواد الأخرى (النفاذية النسبية μ_r) وتم تطبيق نفس القوة المغناطيسية (H)، فستكون كثافة التدفق

$$B_{\text{mat}} = \mu_0 \times \mu_r \times H \text{ في المادة}$$

ومن ثم فإن النفاذية النسبية للمادة تساوي نسبة كثافة التدفق المنتجة في تلك المادة إلى كثافة التدفق الناتج في الهواء بنفس قوة المغناطيس. وبالتالي عندما نقول أن (μ_r) من الحديد اللين هو (8000)، فهذا يعني أنه لنفس قوة المغنطة، فإن كثافة التدفق في الحديد اللين ستكون (8000) ضعف قيمتها في الهواء. بمعنى آخر، ستكون خطوط القوة المغناطيسية أكبر بمقدار (8000) مرة في الحديد اللين منها في الهواء.

المواد المغناطيسية

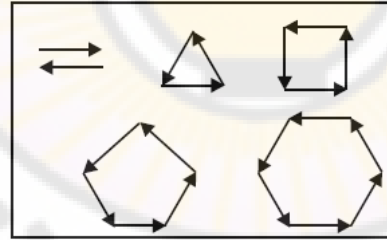
يمكننا تصنيف المواد إلى ثلاث فئات. ثنائية المغناطيسية، نظير المغناطيسية، المغناطيسية الحديدية. يختلف سلوك هذه الفئات الثلاث من المواد في الحقل المغناطيسي الخارجي.

(١) عند وضع مادة ثنائية المغناطيسية (مثل النحاس والزنك والبرموت) في حقل مغناطيسي، فإن المادة تتمغنط بشكل ضعيف بمغنطة معاكسة للحقل المغناطيسي المطبق.

(٢) عندما يتم وضع مادة نظير المغناطيسية (مثل الألومنيوم والأنتيمون) في حقل مغناطيسي، فإن المادة تتمغنط بشكل ضعيف بمغنطة مطابقة للحقل المغناطيسي المطبق.

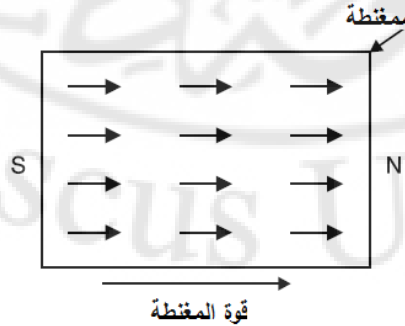
(٣) عندما يتم وضع مادة مغناطيسية حديدية (مثل الحديد والنيكل والكوبالت) في حقل مغناطيسي، فإن المادة تتمغنط بقوة بمغنطة مطابقة للحقل المغناطيسي المطبق.

الشكل (9) يبين مادة غير ممغنطة والشكل (10) يبين متمغنط مادة تحت تأثير قوة الحقل المغناطيسي.



غير ممغنطة

الشكل (9): مادة غير ممغنطة.



الشكل (10): مادة متمغنطة تحت تأثير خطوط القوة المغناطيسية.

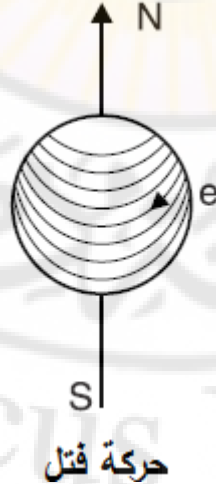
الكهرومغناطيسية

أول اكتشاف للعلاقة بين الكهربائية والمغناطيسية كان بواسطة هانز كريستيان أورستد، عالم فيزياء دنماركي في عام ١٨١٩. في إحدى المناسبات في نهاية محاضراته، وضع عن غير قصد سلكاً يحمل تياراً موازياً لإبرة البوصلة فانحرفت الإبرة. عند عكس تيار السلك، انحرفت الإبرة في الاتجاه المعاكس. وجد العالم هانز كريستيان أورستد أن انحراف البوصلة كان بسبب حقل مغناطيسي تم تشكله حول الناقل. كان هذا الاكتشاف أول دليل على وجود الترابط بين الكهربائية والمغناطيسية. (الشكلين (11) و(12))

إنتاج المغناطيسية من الكهرباء (الكهرومغناطيسية) طبق في حقول كثيرة وخاصة تشغيل الآلات الكهربائية.



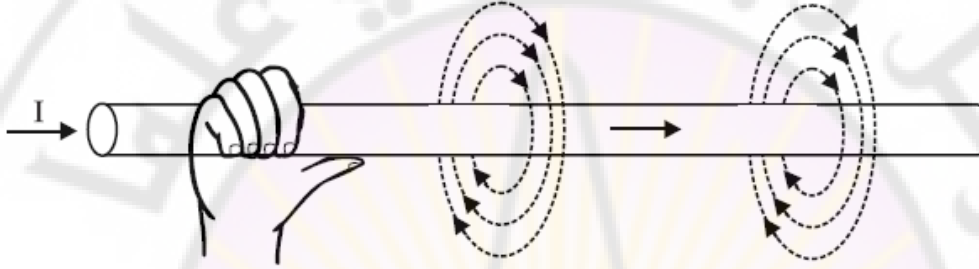
الشكل (11): حركة مدارية (دورانية) للإلكترون حول السلك ما يولد حقل مغناطيسي.



الشكل (12): حركة مغزلية (فتل) للإلكترون حول السلك ما يولد حقل مغناطيسي.

التأثير المغناطيسي للتيار الكهربائي

عندما يتدفق تيار كهربائي عبر ناقل، يتم تشكيل حقل مغناطيسي على طول الناقل. يوضح الشكل (13) الحقل المغناطيسي الناتج عن تدفق التيار في سلك مستقيم. تكون خطوط القوة المغناطيسية على شكل دوائر موحدة المركز حول الناقل. يعتمد اتجاه خطوط القوة على اتجاه التيار ويمكن تحديده بواسطة قاعدة اليد اليمنى. امسك الناقل في اليد اليمنى مع توجيه الإبهام في اتجاه التيار (الشكل (13)). ثم سوف تشير الأصابع في اتجاه الحقل المغناطيسي حول الناقل. بتطبيق هذه القاعدة على الشكل (13)،



الشكل (13): يوضح قاعدة اليد اليمنى لتحديد خطوط الحقل والتيار والقوة المغناطيسية.

من الواضح أنه عند النظر إليها من الجانب الأيسر، فإن اتجاه خطوط القوة المغناطيسية سيكون في اتجاه عقارب الساعة.

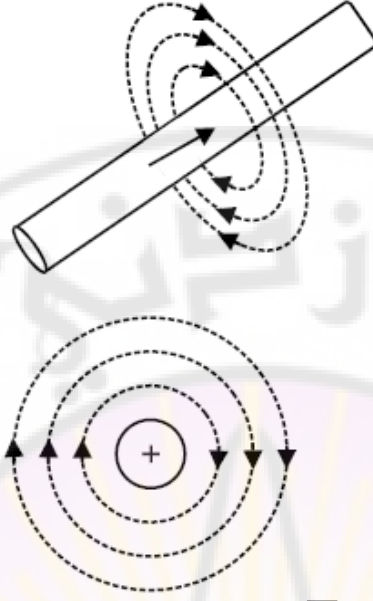
يمكن ملاحظة النقاط التالية حول التأثير المغناطيسي للتيار الكهربائي:

- (١) كلما زاد التيار المار بالناقل، كلما كان الحقل المغناطيسي أقوى والعكس بالعكس.
- (٢) يكون الحقل المغناطيسي القريب من الناقل أقوى ويصبح أضعف كلما ابتعدنا عن الناقل.
- (٣) ستكون خطوط القوة المغناطيسية حول الناقل إما في اتجاه عقارب الساعة أو عكس اتجاه عقارب الساعة، اعتماداً على اتجاه التيار. يمكن للمرء استخدام قاعدة اليد اليمنى لتحديد اتجاه الحقل المغناطيسي حول الناقل.
- (٤) يعتمد شكل الحقل المغناطيسي على شكل الناقل.

الحقول الكهرومغناطيسية النموذجية

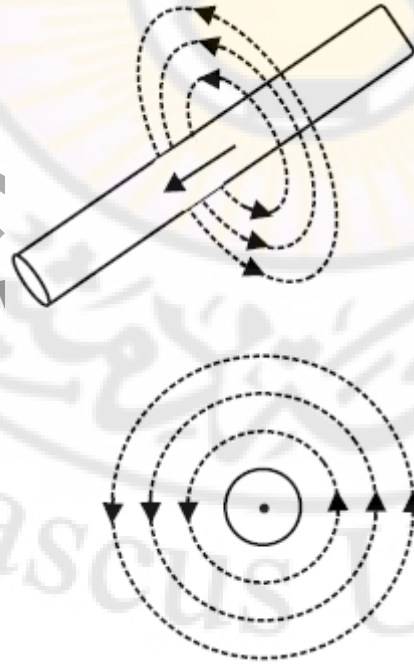
قد يكون الناقل الحامل للتيار على شكل سلك مستقيم، حلقة من دورة واحدة، ملف من عدة لفات. سيعتمد شكل الحقل المغناطيسي في النهاية على شكل الناقل. على سبيل التوضيح، سنناقش الحقول المغناطيسية التي تنتجها بعض ترتيبات الناقلات الحاملة الحالية.

- (١) ناقل طويل مستقيم: إذا كان ناقل طويل مستقيم يحمل تياراً، فإن خطوط القوة المغناطيسية ستكون دوائر موحدة المركز حول الناقل كما هو موضح في الشكل (14).



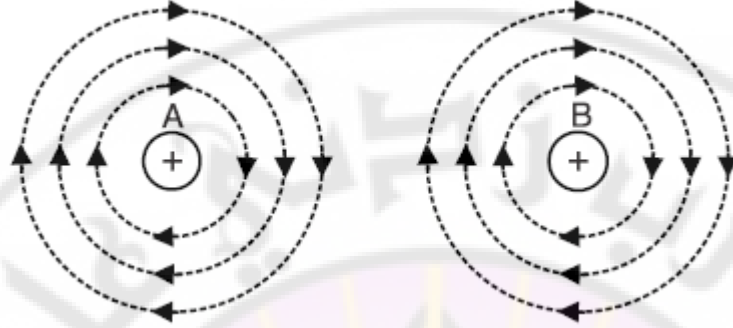
الشكل (14): يوضح خطوط الحقل المغناطيسي حول ناقل مستقيم بنفس الاتجاه.

يحمل الناقل تياراً إلى مستوى الورق (عادةً ما يتم تمثيله بواسطة تقاطع داخل القسم X للناقل). بتطبيق قاعدة اليد اليمنى، من الواضح أن اتجاه خطوط القوة المغناطيسية سيكون في اتجاه عقارب الساعة. في الشكل (15)، يقوم الناقل بنقل التيار من مستوى الورق (عادةً ما يتم تمثيله بنقطة داخل القسم X للناقل). من الواضح أن اتجاه خطوط القوة المغناطيسية سيكون عكس اتجاه عقارب الساعة.



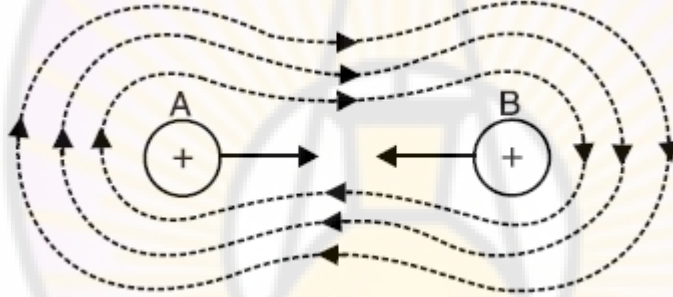
الشكل (15): يوضح خطوط الحقل المغناطيسي حول ناقل مستقيم بالاتجاه المعاكس.

(٢) النواقل المتوازية: ناقلين متوازيين A و B موضوعين قريبين من بعضهما ويحملان التيار في مستوى الورقة كما هو موضح في الشكل (16)، ستكون خطوط القوة المغناطيسية في اتجاه عقارب الساعة حول كل ناقل.



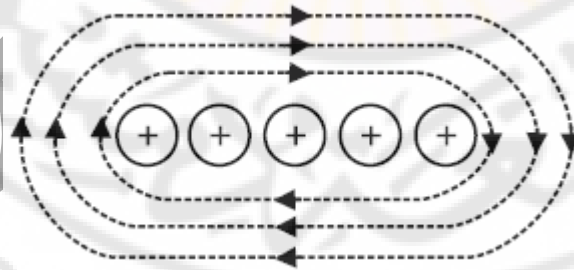
الشكل (16): يوضح خطوط القوة المغناطيسية في اتجاه عقارب الساعة حول كل ناقل.

في المسافة بين A و B، تكون خطوط القوة الناتجة عن النواقل في الاتجاه نفسه، وبالتالي تلغي بعضها البعض. ينتج عن هذا حقل يحيط بالكامل بالناقلين كما هو موضح في الشكل (17).



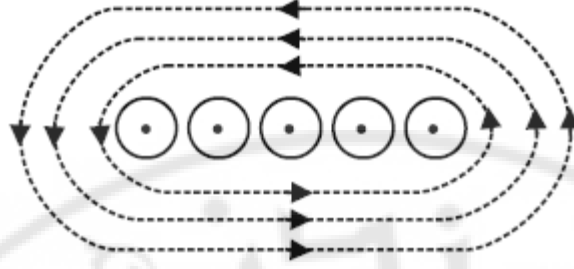
الشكل (17): يوضح خطوط القوة المغناطيسية في ناقلين متوازيين.

إذا كان هناك العديد من النواقل متوازية موضوعة بالقرب من بعضها البعض وتحمل التيار إلى مستوى الورقة كما هو موضح في الشكل (18)،



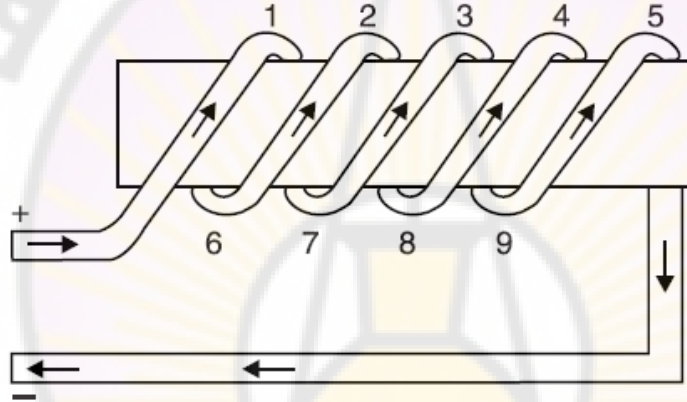
الشكل (18): يوضح خطوط القوة المغناطيسية في مجموعة نواقل متوازية وبنفس الاتجاه.

فإن الحقل المغناطيسي يغلف النواقل. إذا تم عكس اتجاه التيار، يتم عكس اتجاه الحقل أيضًا كما هو موضح في الشكل (19).

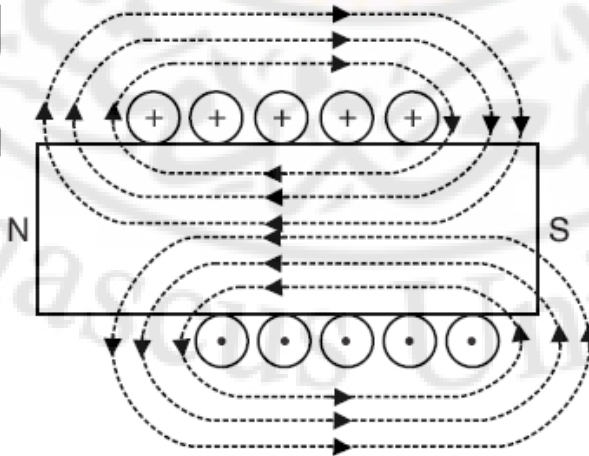


الشكل (19): يوضح خطوط القوة المغناطيسية في مجموعة نواقل متوازية بالاتجاه المعاكس.

(٣) ناقل ملف من عدة حلقات: ملفاً من عدة حلقات ملفوفة على أنبوب مجوف أو قضيب حديدي كما هو موضح في الشكل (20).



الشكل (20): يوضح خطوط القوة المغناطيسية في ملفاً من عدة حلقات ملفوفة على أنبوب مجوف أو قضيب حديدي. يسمى هذا بالملف اللولبي. افترض أن التيار يتدفق عبر الملف في الاتجاه الموضح. في الجزء العلوي من كل دورة (النقاط ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥)، يتدفق التيار إلى مستوى الورقة وفي الجزء السفلي (النقاط ٦ و ٧ و ٨ و ٩)، التيار يتدفق من مستوى الورق. يظهر هذا في المقطع العرضي للملف في الشكل (21).

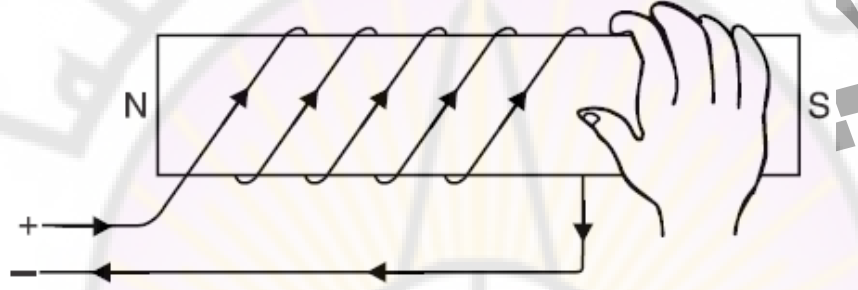


الشكل (21): يوضح خطوط القوة المغناطيسية في مقطع ملفاً من عدة حلقات ملفوفة على أنبوب مجوف أو قضيب حديدي.

من الواضح أن حقلًا في اتجاه عقارب الساعة يحيط تمامًا بالنواقل (١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥) بينما يحيط الحقل عكس اتجاه عقارب الساعة النواقل (٦ و ٧ و ٨ و ٩). ونتيجة لذلك، يصبح الحقل مشابهًا لحقل قضيب مغناطيسي مع التدفق الخارج من أحد طرفي الملف ويدخل في الطرف الآخر.

من الواضح أن الوجه الأيسر للملف (الشكل (21)) يتحول إلى قطب (N) والوجه الأيمن على شكل (S). يمكن أيضًا تحديد القطبية المغناطيسية للملف بواسطة قاعدة اليد اليمنى للملف. أمسك الملف بالكامل باليد اليمنى بحيث تلتف الأصابع في اتجاه التيار.

ثم يمتد الإبهام بالتوازي مع محور الملف وسوف يشير نحو نهاية القطب (N) للملف (الشكل (22)).



الشكل (22): يوضح قاعدة اليد اليمنى لتحديد خطوط الحقل والتيار والقوة المغناطيسية بملف.

تجدر الإشارة إلى أنه يمكن تطبيق القواعد اليمنى (لنواقل والملف) التي تمت مناقشتها حتى الآن بشكل عكسي. إذا عرفنا اتجاه الحقل المغناطيسي الذي يحيط بالنواقل أو القطبية المغناطيسية للملف، فيمكننا تحديد اتجاه التيار من خلال تطبيق قاعدة اليد اليمنى المناسبة.

قوة المغناطيس (H) الناتجة عن التيار الكهربائي:

يمكن إنتاج التدفق المغناطيسي (ϕ) بواسطة:

(١) تيار الناقل أو الملف

(٢) مغناطيساً دائماً.

نستخدم بشكل عام تيار الناقل أو الملف لإنتاج تدفق مغناطيسي. تظهر التجارب أن التدفق المغناطيسي (ϕ) الناتج عن تيار ملف يتناسب طردياً مع ناتج عدد لفات (N) الملف وعلى التيار الكهربائي (I) الذي يمر بالملف. تسمى الكمية (NI) القوة المحركة المغناطيسية (magnetomotive force) (m.m.f) ويتم قياسها بوحدة الأمبير-لفة (AT) أو (AT) (Ampere-turn) $m.m.f.=NI$ تماماً مثل e.m.f (القوة المحركة الكهربائية) المنتجة لتيار كهربائي في دائرة كهربائية، وبالمثل، $m.m.f$ تنتج تدفق مغناطيسي في دائرة مغناطيسية. كلما زادت $m.m.f$ ، كلما زاد التدفق المغناطيسي الناتج في الدارة المغناطيسية والعكس صحيح.

تُعرّف قوة المغناطيس (H) الناتجة عن تيار كهربائي على أنها $m.m.f$ قوة المغنطة،

$$H = \frac{NI}{l} \text{ AT/m}$$

حيث $NI=m.m.f.$ (AT)

(l) طول الدارة المغناطيسية بالمتر

تعرف قوة المغنطة (H) بقوة الحقل المغناطيسي أو شدة المغنطة أو تدرج الجهد المغناطيسي.

مثال (4):

ملف حلقي طوله (33) سم وقوة حقل مغناطيسي (650) أمبير/م. وتيار الملف هو (250) مللي أمبير. اوجد عدد لفات الملف.

حل المثال (4):

$$H = \frac{NI}{l} \text{ AT/m}$$

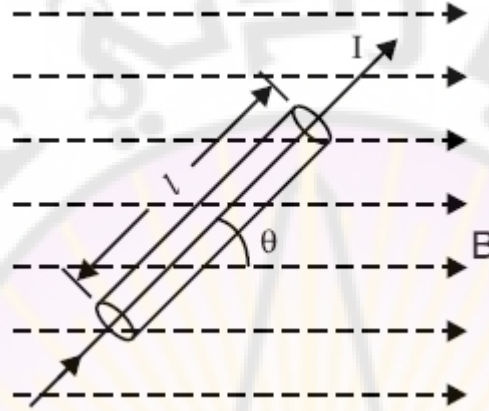
$$650 = \frac{N \times 0.25}{0.33}$$

$$N = \frac{650 \times 0.33}{0.25}$$

$$N=858 \text{ (Turns)}$$

القوة على تيار ناقل موضوع في حقل مغناطيسي:

عندما يتم وضع ناقل يحمل تيارًا بزاوية قائمة على حقل مغناطيسي، يتبين أن الناقل يتعرض لقوة تعمل في اتجاه عمودي على اتجاه كل من الحقل والتيار. مثال ناقل مستقيم يمرر تيار في حقل مغناطيسي منتظم كما هو موضح في الشكل (23).



الشكل (23): يوضح تأثير القوة على ناقل مستقيم في حقل مغناطيسي.

B: كثافة التدفق المغناطيسي في Wb/m^2

I: التيار المار في الناقل بالأمبير

L: الطول الفعال للناقل بالأمتار

θ : الزاوية بين الناقل مع اتجاه الحقل المغناطيسي.

ان مقدار القوة (F) التي تؤثر على الناقل تتناسب طرديًا مع كثافة التدفق (B)، التيار (I)، الطول (l) والزاوية بين الناقل واتجاه الحقل المغناطيسي θ أي

$$F \propto B \cdot I \cdot l \cdot \sin(\theta)$$

$$\text{أو } F = k \cdot B \cdot I \cdot l \cdot \sin(\theta)$$

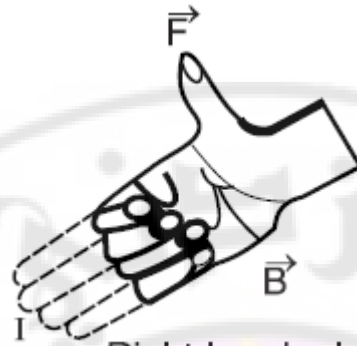
حيث (k) بالوحدات الدولية تساوي واحد (1).

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin(\theta)$$

ان اتجاه القوة دائماً ما يكون عمودياً على المستوى الذي يحتوي على الناقل والحقل المغناطيسي. سيتم تحديد كل من حجم واتجاه القوة بواسطة معادلة المتجه التالية:

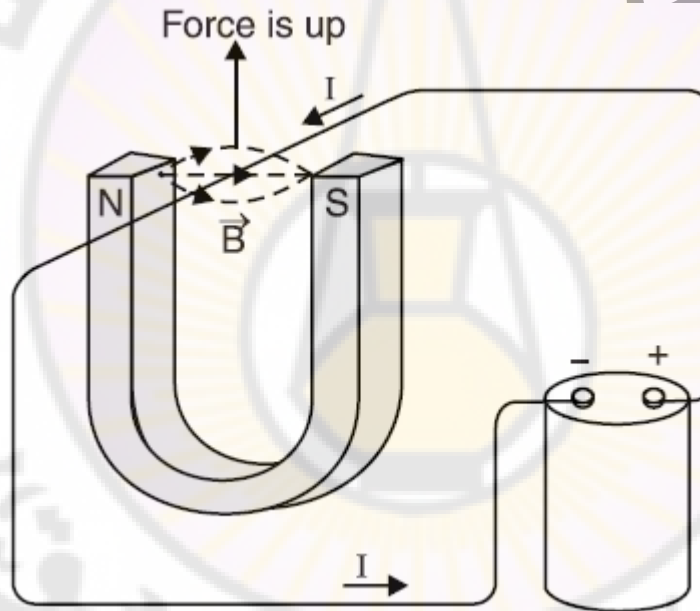
$$\vec{F} = I (\vec{l} \times \vec{B})$$

الشكلين (24) و(25) يبين قاعدة اليد اليمنى لتحديد جهة القوة التي تؤثر على الناقل ضمن حقل مغناطيسي.



Right-hand rule

الشكل (24): يوضح قاعدة اليد اليمنى في تحديد جهة تأثير القوة على ناقل مستقيم في حقل مغناطيسي.



الشكل (25): يوضح باستخدام قاعدة اليد اليمنى في تحديد جهة تأثير القوة على ناقل في حقل مغناطيسي.

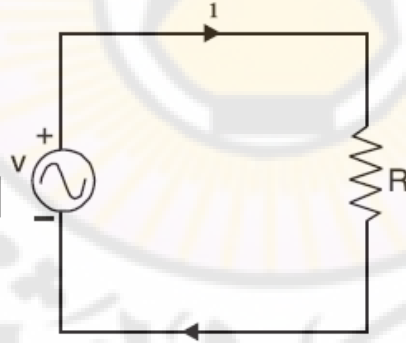
مبادئ التيار المتناوب

المقدمة:

- إن الجهد الذي يعمل في الدارة المتناوبة يغير قطبيته خلال فترات منتظمة من الزمن والتيار الناتج (يسمى التيار المتناوب). هناك ثلاث مزايا رئيسية للتيار المتناوب:
٤. يمكن تضخيم أو تخفيض الجهد المتناوب بكفاءة عن طريق محولة جهد. يسمح ذلك بنقل الطاقة الكهربائية بجهود عالية وتوزيع الطاقة عند المستخدم أو المشترك.
 ٥. المحركات (المحركات التحريضية) أرخص وأبسط من محركات التيار المستمر.
 ٦. مجموعة المفاتيح (مثل قواطع الدارة الكهربائية، إلخ) للتيار المتناوب أبسط من التيار المستمر.

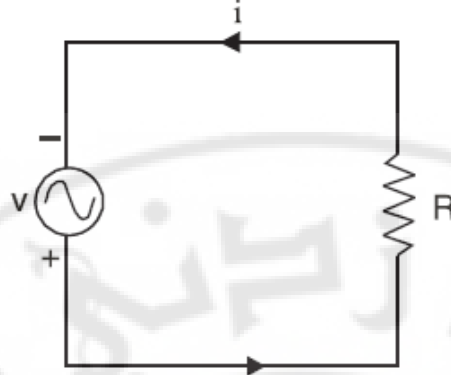
الجهد والتيار المتناوب:

يطلق على الجهد الذي يعمل في دارة متناوبة ويغير قطبيته خلال فترات منتظمة من الزمن بالجهد المتناوب. عندما يتم تطبيق جهد متناوب في دارة ، يتدفق التيار أولاً في نفس الاتجاه ثم في اتجاهين متعاكسين؛ يعتمد اتجاه التيار في أي لحظة على قطبية الجهد. يوضح الشكل (26) منبع جهد متناوب متصل بمقاومة (R).



الشكل (26): يبين القوة المغناطيسية بين مغناطيسين.

في الشكل (26)، يكون الطرف العلوي لمصدر الجهد المتناوب موجباً والطرف السفلي سالباً بحيث يتدفق التيار في الدارة كما هو موضح في الشكل (26). بعد مرور بعض الوقت، تتعكس أقطاب منبع الجهد حسب الشكل (27) بحيث يسري التيار في الاتجاه المعاكس. يسمى هذا التيار المتناوب لأن التيار يتدفق في اتجاهات متعاكسة في الدارة.



الشكل (27): يبين القوة المغناطيسية بين مغناطيسين.

الجهد والتيار المتناوب الجيبي:

تنتج المولدات جهدًا متناوبًا جيبيًا، أي أن الجهد المتناوب عبارة عن موجة جيبية. يمكن إنتاج جهد متناوب جيبي عن طريق دوران ملف بسرعة زاوية ثابتة في حقل مغناطيسي منتظم. يمكن التعبير عن الجهد المتناوب الجيبي بالمعادلة:

$$V = V_m \cdot \sin(\omega t)$$

حيث V : القيمة اللحظية للجهد المتناوب.

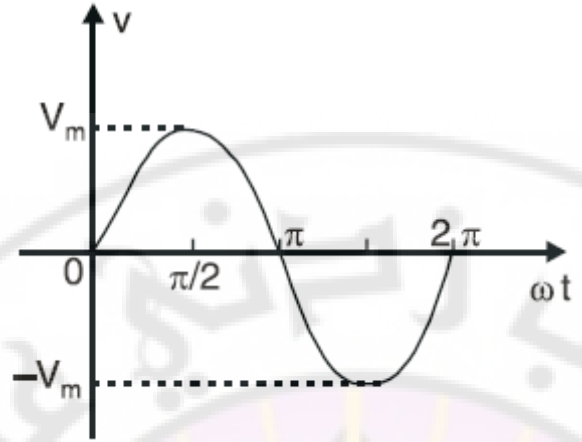
V_m : قيمة الجهد المتناوب الاعظمية.

ω : السرعة الزاوية للملف.

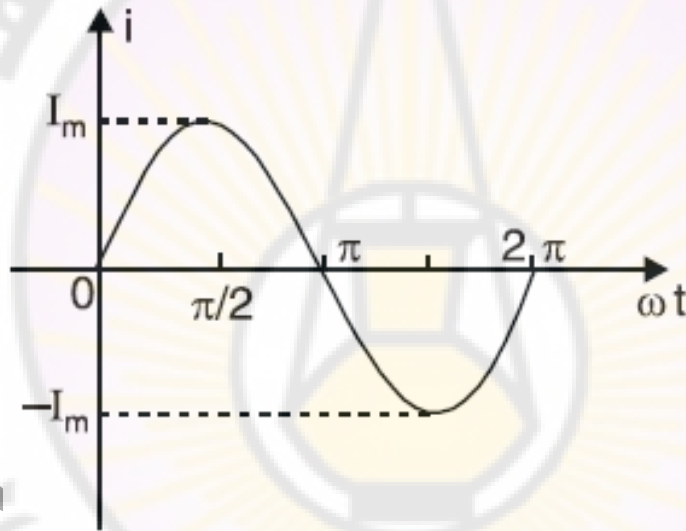
تنتج الجهود الجيبية تيارات جيبية، ما لم تكن الدارة غير خطية. لذلك، يمكن التعبير عن التيار الجيبي بنفس طريقة التعبير عن الجهد، أي:

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t)$$

الشكل (28) يبين الشكل البياني للجهد الجيبي بينما يوضح الشكل (29) الشكل البياني للتيار الجيبي. نلاحظ أن الجهد والتيار الجيبي لا يغيران الاتجاه بفترات زمنية منتظمة ولكن مطالهما يتغير بشكل مستمر مع الزمن.



الشكل (28): الشكل البياني للجهد المتناوب.



الشكل (29): الشكل البياني للتيار المتناوب.

لماذا شكل موجة جيبية؟

على الرغم من أنه من الممكن إنتاج الجهود والتيارات المتناوبة مع مجموعة لا نهائية من أشكال الموجة (الموجات المربعة، الموجات المثلثية، الموجات المستطيلة، إلخ)، فيما يلي المزايا الفنية والاقتصادية لإنتاج الجهود والتيارات المتناوبة الجيبية:

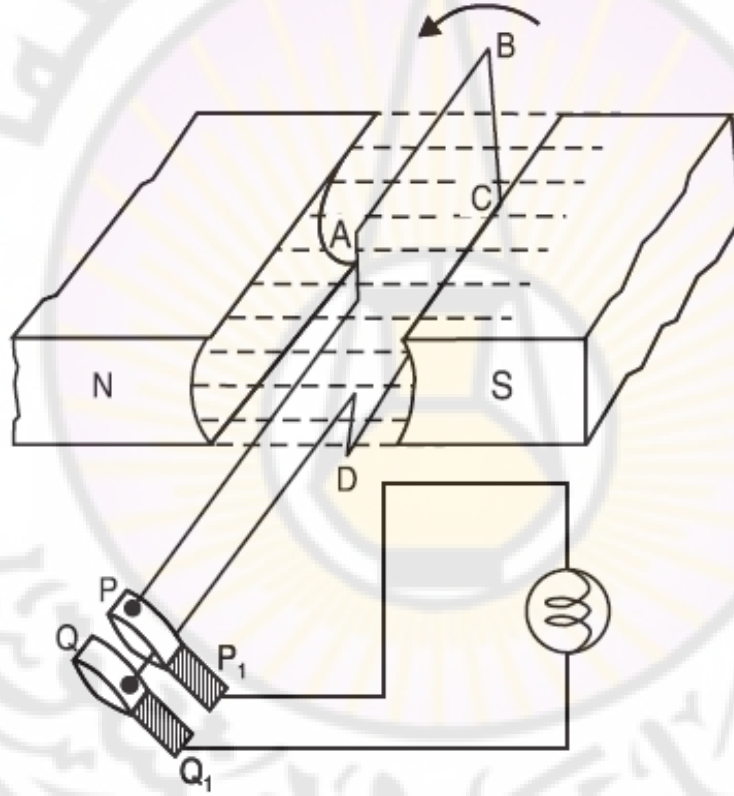
١. ينتج التيار ذو الموجة الجيبية اضطراب أقل والأكثر فعالية في الدارة الكهربائية. عندما يكون التيار في مكثف أو في ملف أو في محول جيبى، فإن الجهد عبر العنصر يكون أيضاً جيبى. وهذا لا ينطبق على أي شكل موجة آخر.

٢. ينتج عن استخدام الجهد الجيبي المطبق على ملفات مصممة بشكل مناسب حقل مغناطيسي دوار لديه القدرة على القيام بعمل. وهو المبدأ الذي يشغل المحركات التحريضية التي تشكل حوالي (90 %) من جميع المحركات الكهربائية الموجودة في التطبيقات التجارية والصناعية.

٣. الحسابات الرياضية، المرتبطة بالعمل المتناوب، أبسط بكثير مع هذا الشكل الموجي.

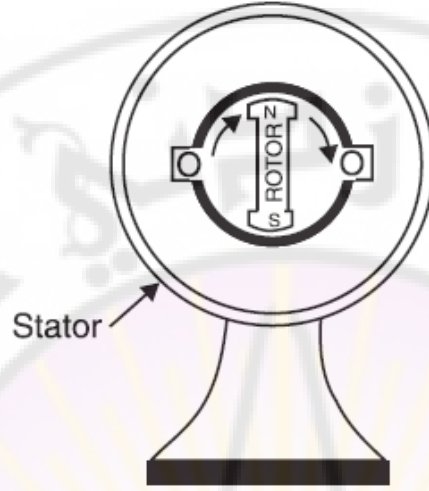
توليد الجهود والتيارات المتناوبة:

بتدوير ملف بسرعة زاوية ثابتة في مجال مغناطيسي منتظم كما هو موضح في الشكل (30)



الشكل (30): توليد تيار متناوب جيبي بتدوير ملف بسرعة زاوية ثابتة في حقل مغناطيسي منتظم.

أو عن طريق تدوير حقل مغناطيسي بسرعة زاوية ثابتة داخل ملف ثابت كما هو موضح في الشكل (31).



الشكل (31): توليد تيار متناوب جيبي بتدوير حقل مغناطيسي منتظم بسرعة زاوية ثابتة داخل ملف ثابت.

في كلتا الحالتين، سيكون الجهد المتولد على شكل موجة جيبية. تعتمد قيمة الجهد المتولد على عدد لفات الملف وقوة الحقل المغناطيسي وسرعة الدوران. يتم استخدام الطريقة الأولى لمكيفات الهواء الصغيرة. بينما يتم استخدام الطريقة الثانية للتيار المتناوب الكبير.

مصطلحات مهمة للتيار المتناوب:

يتغير الجهد أو التيار المتناوب باستمرار في القيمة ويتناوب في الاتجاه على فترات زمنية منتظمة. فهو يرتفع من الصفر إلى قيمة عظمى موجبة، وينخفض إلى قيمة الصفر، ويزداد ثانية إلى قيمة عظمى سالبة (الاتجاه المعاكس)، ثم يعود إلى الصفر مرة أخرى (الشكل (32)). يكرر الجهد أو التيار هذا التناوب. ويتم تعريف المصطلحات الهامة التالية:

١. شكل الموجة:

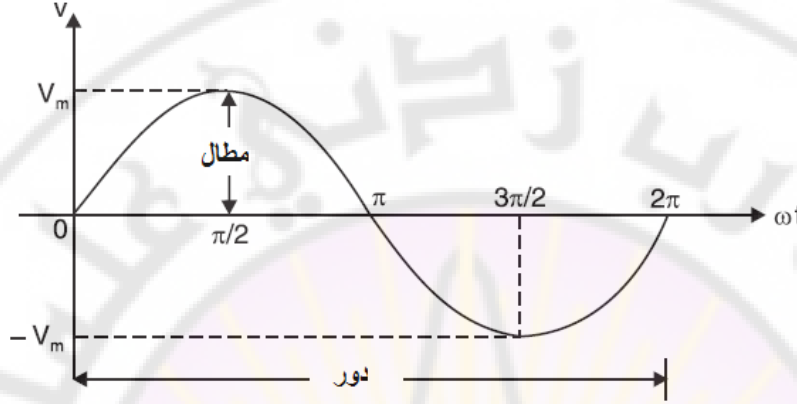
شكل المنحنى الذي تم الحصول عليه من خلال رسم القيم اللحظية للجهد أو التيار على أنه شكل الموجة أو شكل الموجة. يوضح الشكل (32) الشكل الموجي للجهد المتناوب المتغير جيبياً.

٢. القيمة اللحظية أو الانية:

تسمى القيمة الكمية في أي لحظة قيمة لحظية. يتم تمثيل القيم اللحظية للجهد المتناوب والتيار بواسطة (i, v) . القيم اللحظية للجهد (الشكل (32)) عند الزوايا $(0^\circ, 90^\circ, 270^\circ)$ هي $(0, +V_m, -V_m)$ على التوالي.

٣. الدور:

يعرف بأنه المجموعة الكاملة من القيم الموجبة والسالبة باسم الدور. يوضح الشكل (32) دور واحد من الجهد المتناوب.



الشكل (32): توليد تيار متناوب جيبي بتدوير حقل مغناطيسي منتظم بسرعة زاوية ثابتة داخل ملف ثابت.

يمكن أيضاً تعريف الدور من حيث القياس الزاوي بأنه دور واحد يقابل (360°) أو (2π) راديان. يمتد الجهد أو التيار المتولد في الناقل بزاوية (360°) (أو يكمل دور واحد) عندما يتحرك الناقل عبر القطبين الشمالي والجنوبي المتتاليين.

٤. التناوب:

تسمى الدورة النصفية للكمية التناوب التي يمتد (180°). وهكذا في الشكل (32)، النصف الموجب أو السالب للجهد المتناوب هو التناوب.

٥. الفترة الزمنية:

يطلق على الزمن المستغرق بالثواني لإكمال دورة واحدة من الفترة الزمنية. يمثله بشكل عام (T).

٦. التردد:

يسمى عدد الدورات التي تحدث في ثانية واحدة التردد (f) للكمية المتناوبة. يتم قياس التردد بدورة/ثانية (C/s) أو هيرتز (هرتز). واحد هرتز يساوي 1 C/s. تردد نظام الطاقة منخفض الأكثر شيوعاً هو (50 C/s) أو (50 Hz). هذا يعني أن الجهد المتناوب أو التيار يكمل (50) دورة في الثانية.

٧. السعة:

تسمى القيمة العظمى (الموجبة أو السالبة) بسعة أو قيمة الذروة. يتم تحديد سعة الجهد أو التيار المتناوب بواسطة V_m (أو E_m) أو I_m .

علاقات مهمة:

١. التردد:

الوقت المستغرق لإكمال (f) دورة تساوي واحد ثانية.

الوقت المستغرق لإكمال دورة واحدة تساوي (1/f sec).

لكن الوقت المستغرق لإكمال دورة واحدة هو الفترة الزمنية T (حسب التعريف).

$$T = 1/f \therefore$$

$$f = 1/T \text{ أو}$$

٢. السرعة الزاوية أو التردد:

يدور الملف بسرعة زاوية قدرها ω (rad/sec) في حقل مغناطيسي منتظم. في دورة واحدة للملف، تكون الزاوية هي (2π) راديان وتكمل موجة الجهد دور واحد. الوقت المستغرق لإكمال دور واحد هو الفترة الزمنية (T) للجهد المتناوب.

$$\therefore \text{السرعة الزاوية } (\omega = 2\pi/T)$$

$$\text{أو } (\omega = 2\pi f)$$

مثال (5):

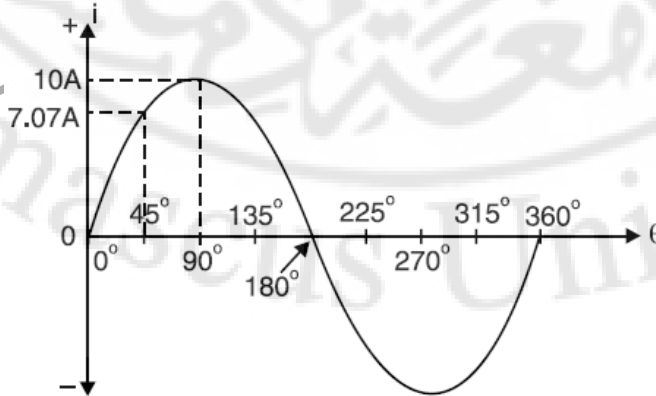
التيار الاعظمي في دارة هو (10 A). ما هو التيار اللحظي عند الزاوية (45°) ؟

حل المثال (5):

$$i = I_m \cdot \sin(\theta)$$

$$\theta = 45^\circ ; I_m = (10) \text{ A}$$

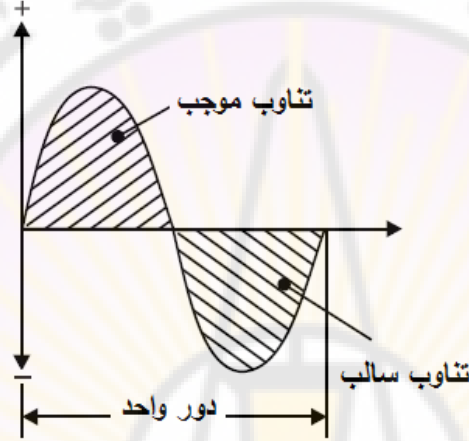
$$i = 10 \times \sin(45^\circ) = 7.07 \text{ (A)}$$



الشكل (33): قيم تيار متناوب جيبية حسب زاوية دوران في حقل مغناطيسي.

يوضح الشكل (33) دورة واحدة للتيار المتناوب أي (360°). تبدأ الدورة عند (0°) حيث يكون مقدار التيار (0 A) وعند (45°)، يكون التيار اللحظي ($i = I_m \cdot \sin(\theta) = 10 \times \sin(45^\circ) = 7.07$ A). تتحقق القيمة العظمى عند ($I_m = 10$ A) عند (90°) ثم يبدأ في الانخفاض حتى يصل عند (180°) إلى (0 A) وعند (225°)، يكون التيار اللحظي ($i = I_m \cdot \sin(\theta) = 10 \times \sin(225^\circ) = -7.07$ A). تتحقق القيمة العظمى عند ($I_m = 10$ A) عند (270°) ثم تعود إلى الصفر عند (360°).

دورة الجيب الأولى لها تناوبان: أحدهما موجب والآخر سلبي كما هو موضح في الشكل (34).



الشكل (34): دورة الجيب الواحدة لها تناوبان أحدهما موجب والآخر سلبي.

مثال (6):

اكتب التعبير الرياضي لجهد جيبى (50 Hz) بقيمة ذروة (80 V). ارسم شكل الموجة مقابل الزمن (t) الشكل (35).

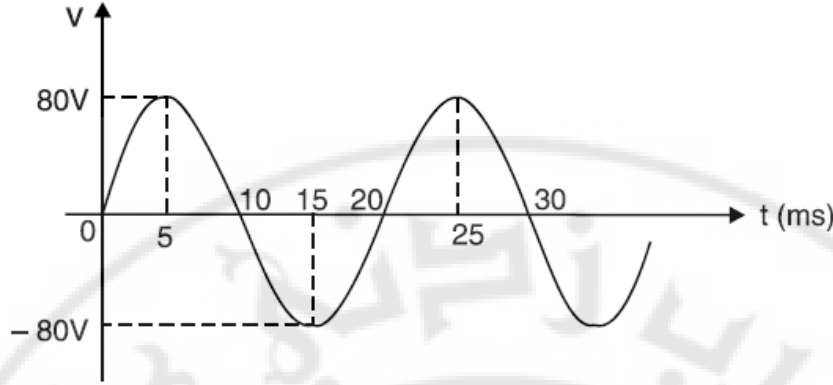
حل المثال (6):

$$V_m = 80 \text{ V} ; f = 50 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 314 \text{ (rad/sec)}$$

$$v = V_m \cdot \sin(\omega t) = 80 \cdot \sin(314 \cdot t) \therefore$$

$$v = 80 \cdot \sin(314 \cdot t) \text{ أو}$$



الشكل (35): الشكل البياني لإشارة الجهد الكهربائي قيمته (80 V) المتناوب (50 Hz) بدلالة الزمن (t).

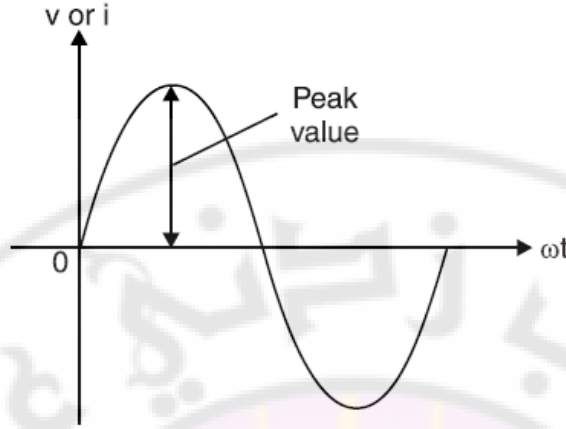
قيم الجهد والتيار المتناوب

إن الجهد والتيار ثابتان بحيث لا توجد مشكلة في تحديد قيمهما فيختلف الجهد أو التيار المتناوب من لحظة إلى أخرى. يطرح سؤال طبيعي حول كيفية التعبير عن مقدار الجهد أو التيار المتناوب. هناك أربع طرق للتعبير عنها ، وهي:

١. قيمة الذروة.
 ٢. القيمة المتوسطة أو القيمة الوسطى.
 ٣. القيمة الفعالة.
 ٤. قيمة الذروة - ذروة.
- على الرغم من أن قيم الذروة والمتوسطة والذروة - ذروة قد تكون مهمة في بعض التطبيقات الهندسية، إلا أنها قيم جذر متوسط التربيع. أو القيمة الفعالة التي تستخدم للتعبير عن مقدار الجهد أو التيار المتناوب.

قيمة الذروة

إنها القيمة العظمى التي تمثل الذروة أو القيمة العظمى لجهد أو تيار متناوب بواسطة V_m أو I_m . تعتبر معرفة قيمة الذروة مهمة في حالة اختبار المواد. ومع ذلك، لا يتم استخدام قيمة الذروة لتحديد قيمة الجهد أو التيار المتناوب. نستخدم بشكل عام r.m.s. القيم الفعالة لتحديد قيمة الجهد والتيار المتناوب كما هو موضح في الشكل (36).



الشكل (36): الشكل البياني لإشارة الجهد أو تيار كهربائي مينا القيمة العظمى له.

القيمة المتوسطة

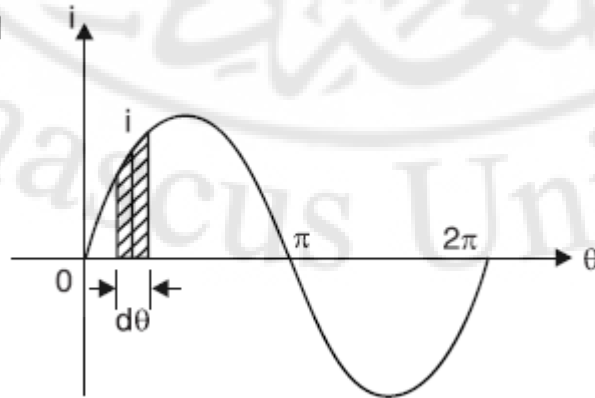
القيمة المتوسطة لشكل الموجة هو متوسط جميع قيمه خلال فترة زمنية. عند إجراء مثل هذا الحساب، نعتبر المنطقة الواقعة فوق المحور الزمني منطقة موجبة ومنطقة تحت المحور الزمني كممنطقة سلبية. يجب أن تؤخذ الاشارات الجبرية للمناطق في الاعتبار عند حساب المساحة الكلية خلال الفترة الزمنية التي يتم خلالها حساب المساحة الكلية هي الفترة (T) لشكل الموجة وبالتالي القيمة المتوسطة هي قيمة المساحة المحصورة تحت المنحنى خلال فترة زمنية تساوي دور واحد مقسوما على هذه الفترة الزمنية (T).

معادلة التيار المتناوب والمتغير جيبياً كما يلي:

$$i = I_m \cdot \sin(\theta)$$

dθ في أول نصف دورة للموجة الحالية كما هو موضح في الشكل (37) ونحسب المساحة حسب المعادلة التالية:

$$\text{مساحة الشريط المظلل} = i \cdot d\theta$$



الشكل (37): حساب القيمة المتوسطة لإشارة التيار متناوب جيبى.

$$\text{مساحة نصف الدور} = \int_0^{\pi} i d\theta = \int_0^{\pi} I_m \sin \theta d\theta = I_m [-\cos \theta]_0^{\pi} = 2I_m$$

$$I_{av} = \frac{\text{مساحة نصف الدور}}{\text{المسافة الزاوية لنصف الدور}} = \frac{2I_m}{\pi} = 0.637 I_m$$

$$I_{av} = +0.637 I_m \text{ القيمة المتوسطة للنصف الموجب لإشارة التيار}$$

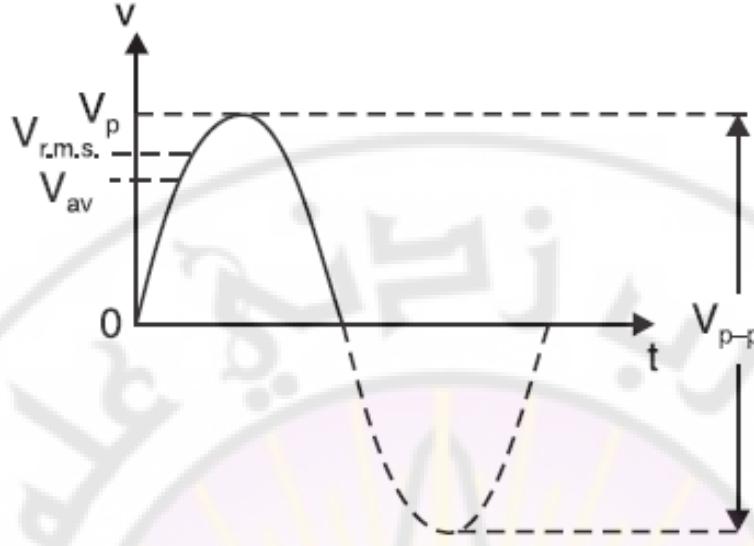
$$I_{av} = -0.637 I_m \text{ القيمة المتوسطة للنصف السالب لإشارة التيار}$$

القيمة الفعالة (Root-Mean-Square R.M.S.)

لا يمكن استخدام القيمة المتوسطة لتحديد جهد أو تيار جيبى. ذلك لأن قيمته على مدى دورة واحدة تساوي صفراً ولا يمكن استخدامها في حسابات الطاقة. لذلك، يجب أن نبحث عن معيار أكثر ملاءمة لقياس فعالية التيار المتناوب (أو الجهد). سيكون الخيار الواضح هو قياسه من حيث التيار المباشر الذي يعمل (أو ينتج حرارة) يسمى هذا التيار المباشر المكافئ الجذر التربيعي (r.m.s.) أو القيمة الفعالة للتيار المتناوب. للتيار المتناوب هي ذلك التيار الثابت (المستمر) والذي ينتج عند مروره في مقاومة معينة ولفترة زمنية معينة القيمة الفعالة أو (r.m.s.) نفس كمية الحرارة التي ينتجها التيار المتناوب عند التدفق خلال نفس المقاومة ولنفس الزمن.

على سبيل المثال، عندما نقول أن (r.m.s.) أو القيمة الفعالة للتيار المتناوب هي (5 A)، فهذا يعني أن التيار المتناوب سوف يعمل (أو ينتج حرارة) بنفس ما ينتجه تيار مستمر (5 A) في نفس الظروف.

يلخص الشكل (٣٨) القيم المختلفة لقيمة الجهود الجيبية وثوابت التحويل. تنطبق العلاقات على التيارات والجهود.



الشكل (٣٨): القيم المختلفة لقيمة الجهود الجيبية وثابت التحويل للتيارات والجهود.

معادلة التيار المتناوب والمتغير جيبياً كما يلي:

$$i = I_m \cdot \sin(\theta)$$

dθ في أول نصف دورة للموجة الحالية كما هو موضح في الشكل (٣٩) ونحسب المساحة حسب المعادلة التالية:

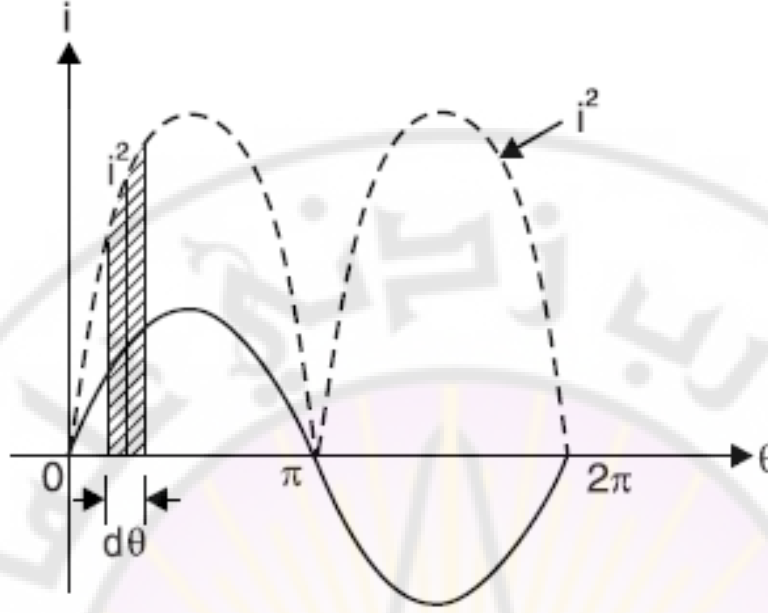
مساحة الشريط المظلل = $i^2 \cdot d\theta$

$$\text{مساحة مربع نصف الدور} = \int_0^\pi i^2 d\theta = \int_0^\pi I_m^2 \sin^2 \theta d\theta = I_m^2 \int_0^\pi \sin^2 \theta d\theta = \frac{\pi I_m^2}{2}$$

$$\int_0^\pi \sin^2 \theta d\theta = \int_0^\pi \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta = \frac{1}{2} \left[\theta - \frac{\sin 2\theta}{2} \right]_0^\pi = \frac{\pi}{2}$$

$$I_{r.m.s.} = \sqrt{\frac{\text{مساحة مربع نصف الدور}}{\text{المسافة الزاوية لنصف الدور}}}$$

$$I_{r.m.s.} = \sqrt{\frac{\pi I_m^2 / 2}{\pi}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m$$



الشكل (٣٩): القيم الفعالة لإشارة تيار متناوب.

$$V_{p-p} = 2 \times V_m \text{ قيمة جهد الذروة-ذروة.}$$

$$V_{av} = 0.637 \times V_m \text{ قيمة الجهد الوسطي.}$$

$$V_{r.m.s.} = 0.707 \times V_m \text{ قيمة الجهد القيمة الفعالة بدلالة القيمة الوسطى للجهد.}$$

$$V_m = 1.414 \times V_{r.m.s} \text{ قيمة الجهد القيمة الوسطى للجهد بدلالة القيمة الفعالة.}$$

عامل الشكل وعامل الذروة:

توجد علاقة محددة بين قيمة الذروة والقيمة الفعالة أو (r.m.s.). يتم التعبير عن العلاقة من خلال عاملين هما عامل الشكل وعامل الذروة.

١. عامل الشكل: هو نسبة القيمة الفعالة (r.m.s.) الى القيمة المتوسطة وتعرف أيضا باسم عامل الشكل أي:

القيمة الفعالة R.M.S.

عامل الشكل = القيمة المتوسطة

على سبيل المثال للموجة المربعة، الموجة المستطيلة) وقد تصل إلى ٥ لأشكال الموجات الأخرى. عامل الشكل للجهد المتناوب أو التيار الجيبي هو ١,١١. بمعنى آخر.

القيمة العظمى

بالنسبة للجهد أو التيار الجيبي عامل الشكل = القيمة العظمى $0.637 \times$ $1,11 =$

يعطي عامل الشكل مقياساً لـ "ذروة" شكل الموجة. كلما كانت الموجة أعلى، كان عامل الشكل أكبر والعكس صحيح. على سبيل المثال، تكون الموجة الجيبية أعلى من الموجة المربعة. ومن ثم فإن الموجة الجيبية لها عامل شكل أكبر (يساوي ١,١) من الموجة المربعة. وبالمثل، فإن الموجة المثلثية تكون في ذروتها أكبر من الموجة الجيبية ولها عامل شكل (يساوي ١,٥). عامل الشكل يفيد في تقييم.

٢. عامل الذروة: تُعرف قيمة الكمية المتناوبة لنسبة القيمة العظمى إلى متوسط الجذر التربيع بعامل الذروة أي:

$$1.414 = \frac{\text{القيمة العظمى}}{0.707 \times \text{القيمة العظمى}} = \frac{\text{القيمة العظمى}}{\text{قيمة R.M.S.}}$$

تعتمد قيمة عامل الذروة على شكل الموجة المتناوبة بالنسبة للجهد أو التيار المتناوب، تكون قيمته ١,٤١٤.

مثال (7):

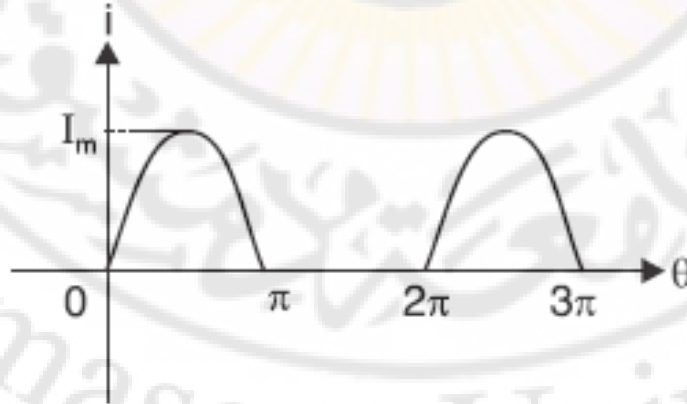
أوجد القيمة المتوسطة، القيمة جذر متوسط التربيع وعامل الشكل وعامل الذروة لـ:

١. التيار نصف الموجة المتناوب

٢. التيار المتناوب للموجة الكاملة.

حل المثال (7):

نصف الموجة تيار المتناوب المقوم مبين بالشكل (٤٠) تيار متناوب نصف موجة مقوم. حيث يتم حذف نصف دورة واحدة، أي نبضات التيار لنصف موجة خلال الدور الكامل.

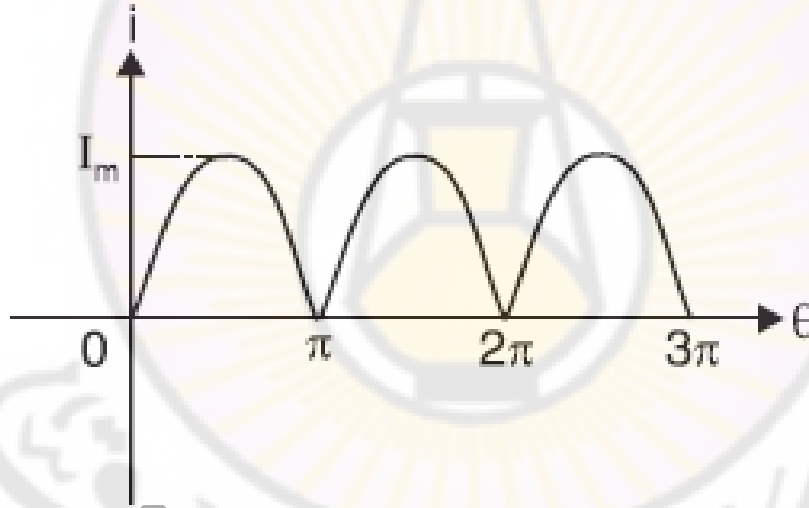


الشكل (٤٠): تيار متناوب نصف موجة مقوم.

$$I_{av} = \frac{\text{مساحة دور واحد}}{\text{قيمة دور كامل}} = \frac{2I_m + 0}{2\pi} = \frac{I_m}{\pi}$$

$$\begin{aligned}
 I_{r.m.s.} &= \left[\frac{\text{مساحة تربيع موجة دور كامل}}{\text{قيمة دور كامل}} \right]^{1/2} \\
 &= \left[\frac{\pi(I_m^2/2) + 0}{2\pi} \right]^{1/2} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \\
 \text{عامل الشكل} &= \frac{I_{r.m.s.}}{I_{av}} = \frac{I_m/\sqrt{2}}{I_m/\pi} = 1.57 \\
 \text{عامل القمة} &= \frac{I_{max}}{I_{r.m.s.}} = \frac{I_m}{I_m/\sqrt{2}} = \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

الموجة الكاملة للتيار المتناوب مبين بالشكل (٤١) تيار متناوب مقوم موجة كاملة. حيث يتم قلب نصف دورة واحدة.



الشكل (٤١): تيار متناوب نصف موجة مقوم.

$$\begin{aligned}
 I_{av} &= \frac{\text{مساحة نصف دور}}{\text{قيمة نصف دور}} = \frac{2I_m}{\pi} \\
 I_{r.m.s.} &= \left[\frac{\text{مساحة موجة مربعة لنصف الدور}}{\text{قيمة نصف دور}} \right]^{1/2} \\
 &= \left[\frac{\pi I_m^2/2}{\pi} \right]^{1/2} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \\
 \text{عامل الشكل} &= \frac{I_{r.m.s.}}{I_{av}} = \frac{I_m/\sqrt{2}}{(2/\pi)I_m} = 1.11
 \end{aligned}$$

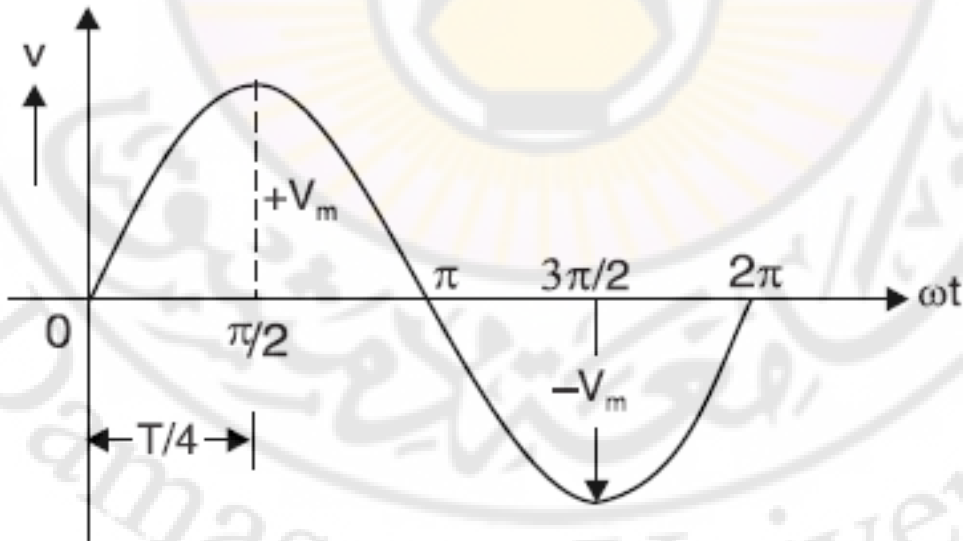
$$\text{عامل القمة} = \frac{I_m}{I_{r.m.s.}} = \frac{I_m}{I_m/\sqrt{2}} = 1.414$$

موجات الجهد والتيار المتناوب مستمرة. إنها لا تتوقف بعد اكتمال دورة واحدة ولكنها تستمر في التكرار طالما أن المولد يعمل. موجة الجهد المتناوب في الفترة الزمنية (T) الثانية كما هو موضح في الشكل (42) نلاحظ أن الوقت يحسب من لحظة التي تكون فيها قيمة الجهد صفر. والقيمة العظمى الموجبة (V_m) تكون عند ($T/4$) ثانية أو ($\pi/2$) راديان. نقول أن المرحلة ذات القيمة العظمى الموجبة هي ($T/4$) ثانية أو ($\pi/2$) راديان. هذا يعني أنه مع بدء الدورة الجديدة، سيحدث (V_m) عند ($T/4$) ثانية أو ($\pi/2$) راديان وبالمثل فإن مرحلة الذروة السالبة (V_m) هي ($3T/4$) ثانية أو ($3\pi/2$) راديان.

يمكن ملاحظة النقاط التالية بعناية:

١. تعتمد قيمة الجهد أو التيار على اللحظة التي يتم من خلالها قياس الزمن وهكذا في الشكل (42)، يقاس الوقت من لحظة الجهد صفر.

٢. قيمة الجهد أو التيار معروفة تمامًا إذا عرفنا القيمة العظمى والتردد.



الشكل (42): تيار متناوب.

فرق الطور:

عندما يطبق جهد متناوب على دائرة، يسري فيها تيار متناوب بنفس التردد عبر الدائرة. في معظم الدارات العملية، يكون للجهد والتيار مراحل مختلفة. بمعنى آخر، لا يمرون عبر نقطة معينة، لنقل نقطة الصفر، في نفس الاتجاه وفي نفس اللحظة. وبالتالي قد يمر الجهد عبر نقطة الصفر بعد مرور التيار ونقول أن الجهد والتيار بينهما فرق طور.

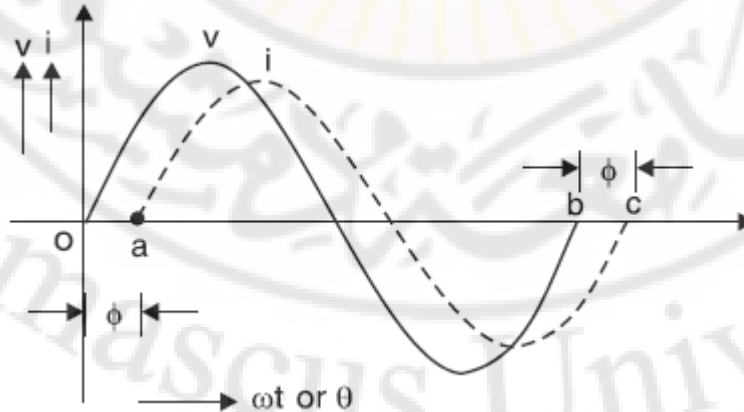
عندما يكون لقيمتان متاوبتان من نفس التردد نقاط صفر مختلفة، يُقال إن بينهما فرق طور. الزاوية بين نقطة الصفر هي زاوية فرق الطور (ϕ). يُقال إن الكمية التي تمر عبر نقطة الصفر أولاً هي سابقة أو متقدمة بينما يُقال إن الأخرى متأخرة. وتجدر الإشارة إلى أن هذه النقاط الصفرية للكميات المتناوبة يجب أخذها في الاعتبار حيث تمر في نفس الاتجاه. وبالتالي إذا مر الجهد عبر نقطة الصفر وارتفع في الاتجاه الموجب فإن نقطة الصفر في التيار يجب أن يكون لها وضع مماثل. نظراً لأن كلا الكميتين المتناوبتين لهما نفس التردد، فإن فرق الطور بينهما يظل كما هو.

الدائرة المتناوبة التي يتخلف فيها التيار عن الجهد الخامس بمقدار (ϕ°) نقول أن فرق الطور بين الجهد والتيار هو (ϕ°). كما في الشكل (43) لاحظ أنه عند تحديد فرق الطور، تم أخذ نقاط الصفر هذه في الاعتبار حيث تمر الموجات في نفس الاتجاه. وهكذا في الشكل (43)، يمر الجهد v عبر نقطة الصفر O ويرتفع في الاتجاه الموجب. يمر التيار i عبر نقطة الصفر "أ" ويرتفع في الاتجاه الموجب. لذلك، فرق الطور بين الجهد والتيار هو (ϕ) معادلات الجهد والتيار هي:

$$v = V_m \sin(\omega t)$$

$$i = I_m \sin(\omega t - \phi)$$

ما ينطبق على الجهد والتيار باختلاف الطور، ينطبق على تيارين أو أكثر من التيارات أو جهود أيضاً.



الشكل (٤٣): فرق الطور بين الجهد والتيار المتناوب.

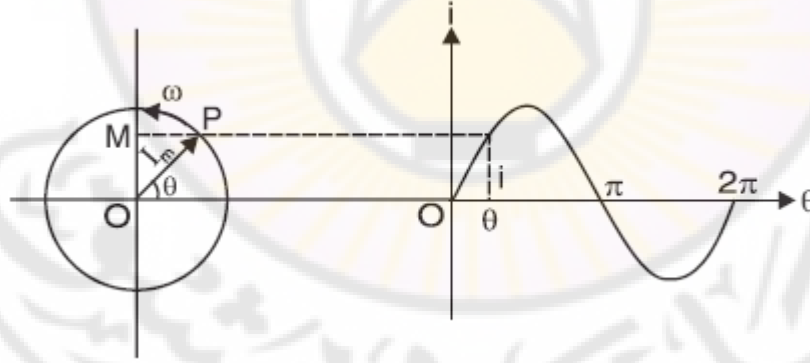
تمثيل الجهود والتيارات المتناوبة

الجهد أو التيار المتناوب يمكن تمثيله على شكل موجات أو معادلات. يقدم الشكل الموجي للعين صورة واضحة لما يحدث في كل لحظة. لكن من الصعب رسم الموجة بدقة. لا شك أن التيار المار في أي لحظة يمكن تحديده بالمعادلة $i = I_m \sin(t)$ لكن هذه المعادلة لا تقدم أي صورة للعين لما يحدث في الدارة. يمكن توضيح ذلك من خلال تمثيل الجهد أو التيار المتناوب الجيبي بخط طوله محدد يدور عكس اتجاه عقارب الساعة بسرعة زاوية ثابتة (ω) يسمى هذا الخط الدوار بـ Phasor يتم أخذ طول الطور مساوياً للقيمة العظمى (على مقياس مناسب) للقيمة المتناوبة والسرعة الزاوية التي تساوي السرعة الزاوية للقيمة المتناوبة فإن هذا الطور (أي الخط الدوار) سيولد موجة جيبيية.

التمثيل الطوري للقيم الجيبية

ليكن تيار متناوب تمثله المعادلة $i = I_m \sin(t)$ خذ خط OP لتمثيله لقياس القيمة العظمى I_m . الخط OP (Phasor) يدور في عكس اتجاه عقارب الساعة بسرعة زاوية $(\omega \text{ rad/sec})$ حول النقطة O. قياس الوقت من اللحظة عندما يكون OP أفقياً، OP يدور من خلال الزاوية (ωt) في عكس اتجاه عقارب الساعة. إسقاط OP على المحور Y هو OM.

الشكل (٤٤) يوضح تمثيل التيار المتناوب الجيبي بحركة دورانية بسرعة زاوية ثابتة تساوي (ω) .



الشكل (٤٤): تمثيل التيار المتناوب الجيبي بحركة دورانية بسرعة زاوية ثابتة تساوي (ω) .

$$OM = OP \sin \theta = I_m \sin \omega t = i$$

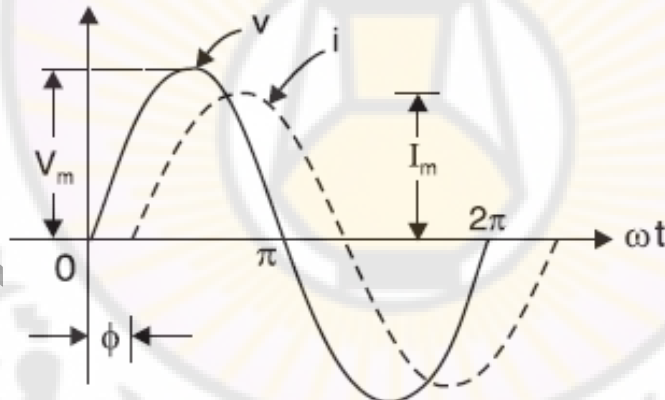
ومن ثم فإن إسقاط الطور OP على المحور Y في أي لحظة يعطي قيمة التيار في تلك اللحظة. وهكذا عندما تكون $\theta = 90^\circ$ يكون الإسقاط على المحور Y هو I_m (يمكن تحديد قيمة التيار في هذه اللحظة (أي عند θ أو $t = 90^\circ$) بسهولة إذا وضعنا $\theta = 90^\circ$ في المعادلة. إذا رسمنا إسقاطات الطور على المحور Y مقابل موضعه الزاوي نقطة بنقطة فسيتم إنشاء موجة تيار متناوبة جيبيية كما هو موضح في الشكل (45) وهكذا يمثل الطور الموجة الجيبية لكل لحظة من الزمن.

النقاط التالية جديرة بالملاحظة:

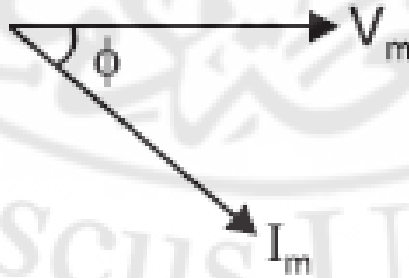
بمثل طول الطور الحد الاعظمي للقيمة وتشير الزاوية مع المحور المرجعي (أي المحور السينات) إلى القيمة الكمية، أي التيار في هذه الحالة.

يتيح لنا تمثيل الطور الحصول بسرعة على القيم العددية وفي نفس الوقت الحصول على صورة أمام عين الأحداث التي تجري في الدارة. وهكذا في موضع الطور OP الموضح في الشكل (45)، تكون القيمة الآنية هي OM، والطور هو θ والتردد هو $\omega/2\pi$.

يسمح الرسم البياني للطور بإضافة وطرح الجهود أو التيارات المتناوبة بسهولة الجهود والتيارات المتناوبة ليست كميات متجهة. الجهد هو ببساطة طاقة أو عمل لكل كولوم ولا يمكن تصنيفه على أنه ناقل. التيار أيضاً ليس كمية متجهة لأنه مجرد تدفق للإلكترونات عبر سلك. عندما نقوم بإدخال مقياس التيار الكهربائي في دائرة لقياس التيار أو توصيل الفولتميتر بين نقطتين لقياس فرق الجهد (الجهد) لا يعتبر الجهد المتناوب ولا التيار كمية متجهة. ويتمثل رياضياً كما يلي : $v = V_m \sin(\omega t)$ و $i = I_m \sin(\omega t - \phi)$ الشكل (46) التمثيل الشعاعي لفرق الطور بين التيار والجهد المتناوب الجيبي (θ).



الشكل (45): التمثيل البياني لفرق الطور بين التيار والجهد المتناوب الجيبي (θ).



الشكل (46): التمثيل الشعاعي لفرق الطور بين التيار والجهد المتناوب الجيبي (θ).

جمع القيم المتناوبة (تيارات او جهود):

الجهود والتيارات المتناوبة هي مراحل تتم إضافتهم بنفس طريقة إضافة القوى. يمكن إضافة أطوار من نفس النوع فقط (تيارات فقط أو جهود فقط أو قوى فقط). يمكن جمع التيارات أو الجهود المتناوبة بإحدى الطرق التالية:

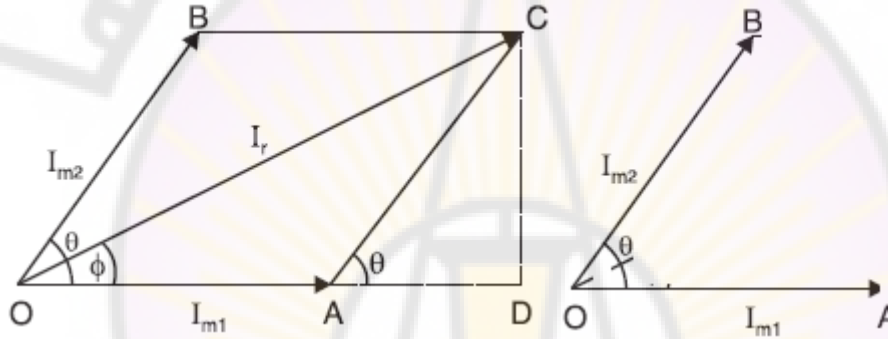
١. طريقة متوازي الأضلاع:

تستخدم هذه الطريقة لإضافة طورين في وقت واحد. يتم تمثيل كلا الطورين من حيث الحجم والاتجاه من خلال اضلاع متوازي الأضلاع.

ثم يمثل قطري متوازي الأضلاع قيمة النتيجة. إذا تيارين متناوبين i_1 و i_2 يسريان في فرعي دارة كما في الشكل

$$(٤٧) \text{ فليتم تمثيلهم رياضياً كما يلي: } i_1 = I_{m1} \sin(\omega t) \quad i_2 = I_{m2} \sin(\omega t + \theta)$$

وشعاعياً كما يلي:



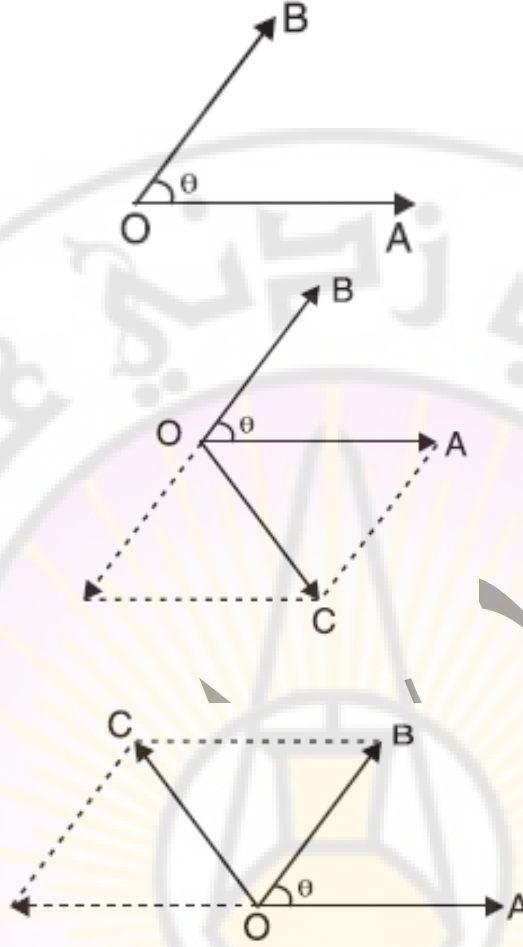
الشكل (٤٧): التمثيل الشعاعي لفرق الطور بين التيار والجهد المتناوب الجيبي (θ).

طرح القيم المتناوبة (تيارات أو جهود):

إذا كان الاختلاف بين طورين مطلوب، فعندئذٍ يتم عكس أحد الأطوار، ثم يتم تجميع هذا الطور العكسي مع الطور الآخر باستخدام طريقة متوازي الأضلاع أو طريقة المكونات كما في الجمع الشكل (٤٨).

الحل الشعاعي يتم بالخطوات التالية:

١. نقل الشعاع (OB).
٢. نحسب المحصلة (OC).
٣. نقل الشعاع (OC).
٤. فيكون الشعاع (OC) هو نتيجة الفرق بين الشعاعين.



الشكل (٤٨): التمثيل الشعاعي لفرق الطور بين التيار والجهد المتناوب الجيبي (θ).

وطريقة أخرى للحل: تصل نهاية الشعاع (OA) الى نهاية الشعاع (OB) فيكون المحصلة هو الشعاع (AB) وهو نفس قيمة واتجاه الشعاع المحصل بالطريقة الأولى (OC).

مثال (8):

تتكون الدارة من أربعة أحمال على التوالي؛ يُعطى الجهد عبر هذه الأحمال بالعلاقات التالية:

$$v_1 = 50 \sin(\omega.t);$$

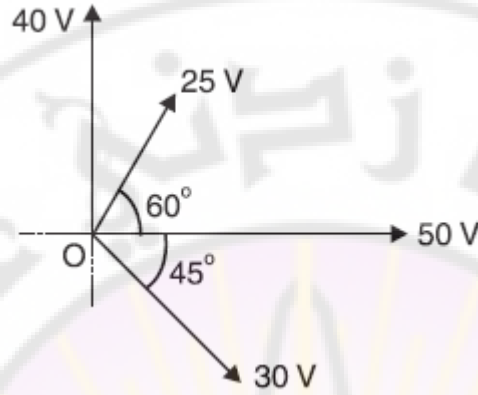
$$v_2 = 25 \sin(\omega.t + 60^\circ);$$

$$v_3 = 40 \cos(\omega.t);$$

$$v_4 = 30 \sin(\omega.t - 45^\circ);$$

حل المثال (8):

الحل القيم التي تمثل قيم الجهود الأربعة موضحة في الشكل (49)



الشكل (49): التمثيل الشعاعي لقيم الجهود الأربعة

$$v_3 = 40 \cdot \cos(\omega.t) = 40 \cdot \sin(\omega.t + 90^\circ)$$

الحل يكون بالمساقط الأفقية والعمودية أي:

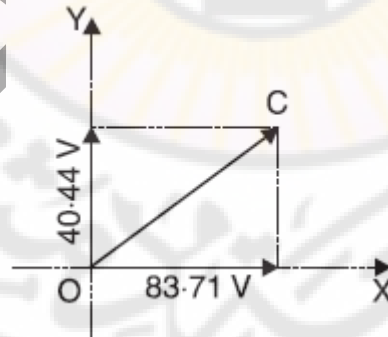
$$X = 50 \cdot \cos(0^\circ) + 25 \cdot \cos(60^\circ) + 40 \cdot \cos(90^\circ) + 30 \cdot \cos(45^\circ)$$

$$X = 50 + 12.5 + 0 + 21.21 = 83.71 \text{ (V)}$$

$$Y = 50 \cdot \sin(0^\circ) + 25 \cdot \sin(60^\circ) + 40 \cdot \sin(90^\circ) - 30 \cdot \sin(45^\circ)$$

$$Y = 0 + 21.65 + 40 - 21.21 = 40.44 \text{ (V)}$$

الحل هو الشعاع (OC) الشكل (50): يبين التمثيل الشعاعي لقيم الجهود الأربعة بعد حلها رياضياً



الشكل (50): التمثيل الشعاعي لقيم الجهود الأربعة بعد حلها رياضياً

دائرة التيار المتناوب تحتوي على المقاومة فقط:

عندما يتم تطبيق جهد متناوب عبر مقاومة بحتة يسري تيار من الإلكترونات الحرة (أي التيار) في اتجاه خلال النصف الأول من الدور ثم يسري في الاتجاه المعاكس خلال نصف الدور التالي، مما يشكل تياراً متناوباً في دائرة كهربائية.

دائرة تحتوي على مقاومة بحتة (R) موصولة بمصدر جهد متناوب كما في الشكل (51) والجهد المتناوب يعطى بالمعادلة: $v = V_m \sin(\omega t)$

نتيجة لهذا الجهد، سوف يسري التيار في الدائرة أي $v = i.R$

$$i = \frac{v}{R}$$

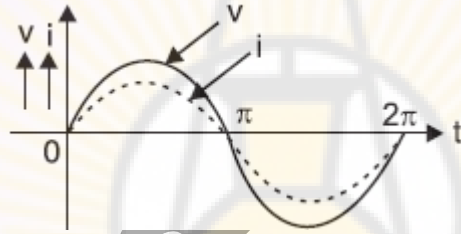
$$i = \frac{V_m}{R} \sin \omega t$$

$$I_m = V_m / R$$

$$i = I_m \sin \omega t$$

$$\frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \times R$$

$$V = V_R = I R$$



الشكل (51): التمثيل البياني بين التيار والجهد المتناوب الجيبي لمقاومة بحتة (٠).

دائرة تيار متناوب تحتوي على ملف تحريضي بحت فقط:

عندما يسري تيار متناوب في ملف تحريضي بحت، يكون الجهد الكهربائي يساوي إلى $(L \cdot di/dt)$ ناتج عن تحريض الملف. نظراً لعدم وجود مقاومة اومية يكون الجهد يتبع للمعادلة التالية:

$$v = V_m \sin \omega t$$

$$V_m \sin \omega t = L \frac{di}{dt}$$

$$di = \frac{V_m}{L} \sin \omega t dt$$

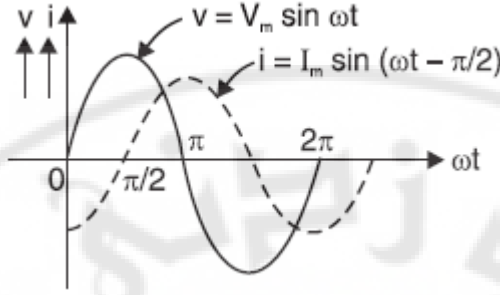
$$i = \frac{V_m}{L} \int \sin \omega t dt = \frac{V_m}{\omega L} (-\cos \omega t)$$

$$i = \frac{V_m}{\omega L} \sin(\omega t - \pi/2)$$

$$I_m = V_m / \omega L$$

$$i = I_m \sin (\omega t - \pi/2)$$

الشكل (52) يبين التمثيل البياني بين التيار والجهد المتناوب الجيبي لملف تحريضي بحت (-90°).



الشكل (52): التمثيل البياني بين التيار والجهد المتناوب الجيبي لملف تحريضي بحت (-90°).

دائرة تيار متناوب تحتوي على مكثف سعوي بحت فقط:

نظرًا لعدم وجود مقاومة اومية يكون الجهد يتبع للمعادلة التالية:

$$v = V_m \sin \omega t$$

$$q = C v = C V_m \sin \omega t$$

$$i = \frac{d}{dt}(q) = \frac{d}{dt}(C V_m \sin \omega t) = \omega C V_m \cos \omega t$$

$$i = \omega C V_m \sin (\omega t + \pi/2)$$

$$I_m = \omega C V_m$$

$$i = I_m \sin (\omega t + \pi/2)$$

$$I_m = \omega C V_m$$

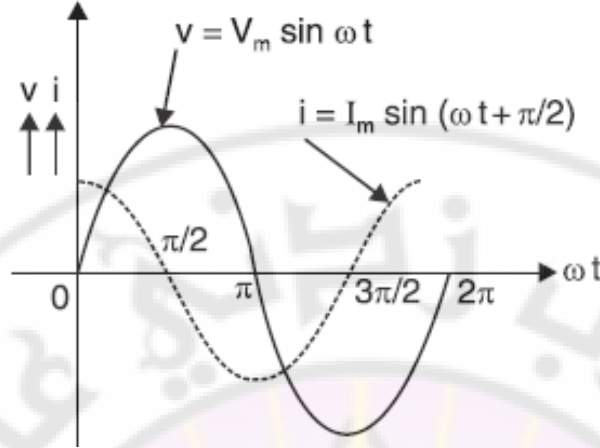
$$\frac{V_m}{I_m} = \frac{1}{\omega C}$$

$$\frac{V_m}{I_m} = \frac{V_C}{I} = \frac{1}{\omega C}$$

$$I = V_C / X_C$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

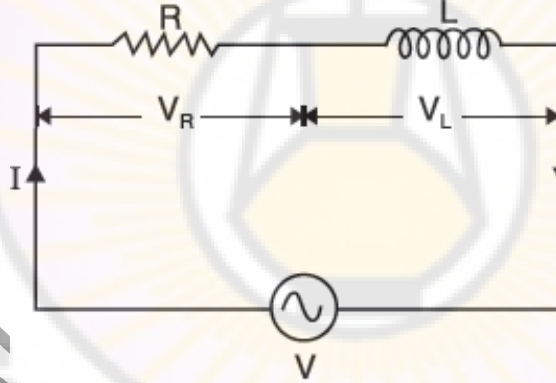
الشكل (53) يبين التمثيل البياني بين التيار والجهد المتناوب الجيبي لمكثف سعوي بحت ($+90^\circ$).



الشكل (53): التمثيل البياني بين التيار والجهد المتناوب الجيبي لمكثف سعوي بحت ($+90^\circ$).

دائرة التيار متناوب مقاومة وملف على التسلسل (R-L):

تحتوي الدارة على مقاومة بحتة وملف تحريضي كما هو موضح بالشكل (٥٤).



الشكل (٥٤): مخطط الدارة التي تحتوي على مقاومة بحتة وملف تحريضي.

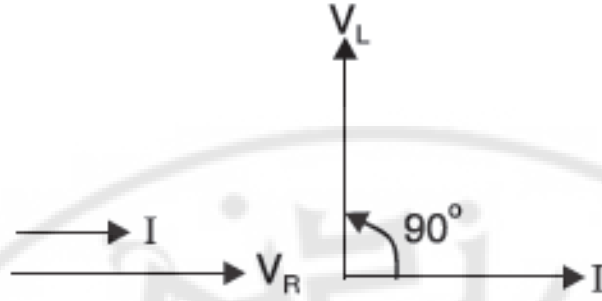
قيمة الجهد المطبق V

قيمة تيار الدارة I

$V_R = I.R$ حيث يكون V_R و I لهما نفس الطور

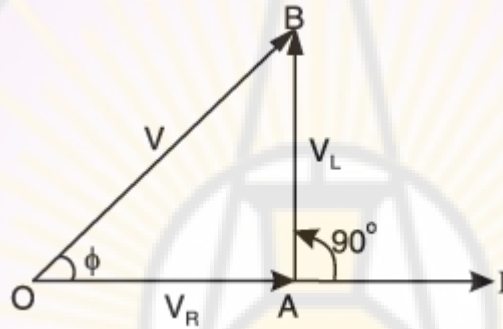
$V_L = I.X_L$ حيث V_L يتقدم على I بمقدار 90°

الشكل (٥٥) يبين التمثيل الشعاعي للجهد المتناوب الجيبي (المتقدم ب $+90^\circ$) عن التيار لدائرة ملف تحريضي ومقاومة على التسلسل.



الشكل (٥٥): التمثيل الشعاعي للجهد المتناوب الجيبي (المتقدم ب 90°) عن التيار لدارة ملف تحريضي ومقاومة على التسلسل.

الشكل (٥٦): التمثيل الشعاعي لحل الدارة شعاعيا التيار والجهد المتناوب الجيبي لملف ومقاومة على التسلسل.



الشكل (٥٦) يبين التمثيل الشعاعي لحل الدارة شعاعيا التيار والجهد المتناوب الجيبي لملف ومقاومة على التسلسل.

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_L^2} = \sqrt{(IR)^2 + (IX_L)^2} = I \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

$$I = \frac{V}{Z}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$\tan \phi = \frac{V_L}{V_R} = \frac{I X_L}{I R} = \frac{X_L}{R}$$

$$v = V_m \sin \omega t$$

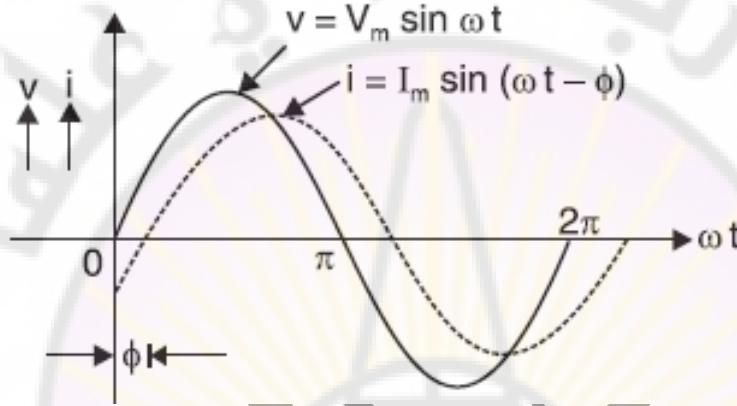
$$i = I_m \sin (\omega t - \phi)$$

$$I_m = V_m / Z$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$X_L = 2\pi fL$$

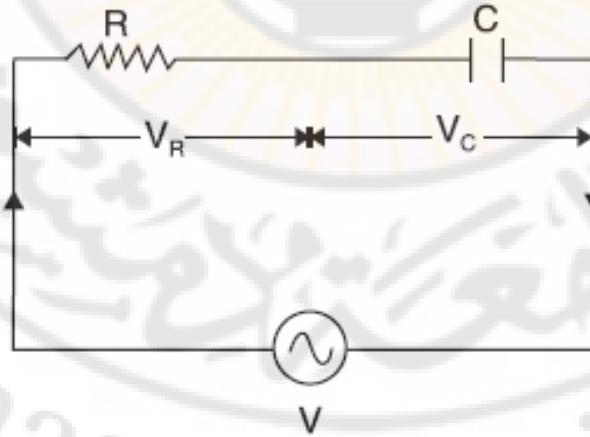
الشكل (٥٧) يبين التمثيل البياني لحل الدارة بيانياً التيار والجهد المتناوب الجيبي لملف ومقاومة على التسلسل.



الشكل (٥٧): التمثيل البياني لحل الدارة بيانياً التيار والجهد المتناوب الجيبي لملف ومقاومة على التسلسل.

دارة التيار متناوب مقاومة ومكثف سعوي على التسلسل (R-C):

تحتوي الدارة على مقاومة بحتة ومكثف سعوي كما هو موضح بالشكل (58).



الشكل (٥٨): مخطط الدارة التي تحتوي على مقاومة بحتة ومكثف سعوي.

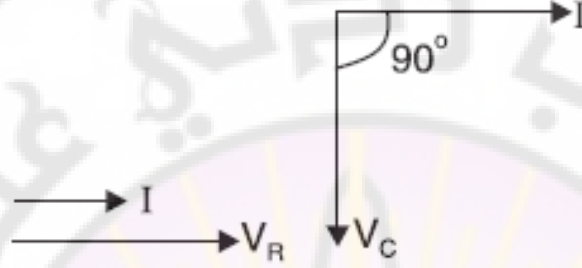
قيمة الجهد المطبق V

قيمة تيار الدارة I

$V_R = I.R$ حيث يكون V_R و I لهما نفس الطور

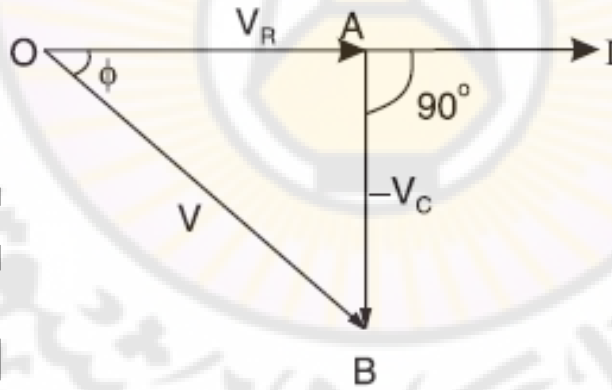
حيث $V_c = I \cdot X_c$ يتأخر على I بمقدار 90°

الشكل (٥٩) يبين التمثيل الشعاعي للجهد المتناوب الجيبي (التأخر ب 90°) عن التيار لدارة المكثف السعوي ومقاومة على التسلسل.



الشكل (٥٩): التمثيل الشعاعي للجهد المتناوب الجيبي (التأخر ب 90°) عن التيار لدارة المكثف السعوي ومقاومة على التسلسل.

الشكل (٦٠): التمثيل الشعاعي لحل الدارة شعاعيا التيار والجهد المتناوب الجيبي لمكثف ومقاومة على التسلسل.



الشكل (٦٠) يبين التمثيل الشعاعي لحل الدارة شعاعيا التيار والجهد المتناوب الجيبي لمكثف ومقاومة على التسلسل.

$$V = \sqrt{V_R^2 + (-V_C)^2} = \sqrt{(IR)^2 + (-IX_C)^2} = I \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

$$I = \frac{V}{Z}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$\tan \phi = -\frac{V_C}{V_R} = -\frac{IX_C}{IR} = -\frac{X_C}{R}$$

$$v = V_m \sin \omega t$$

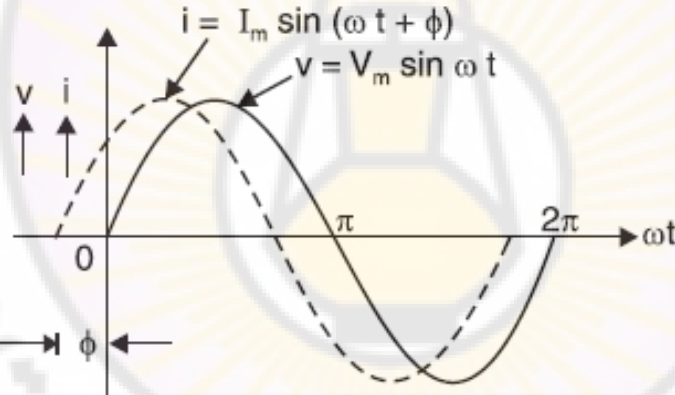
$$i = I_m \sin (\omega t + \phi)$$

$$I_m = V_m / Z$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

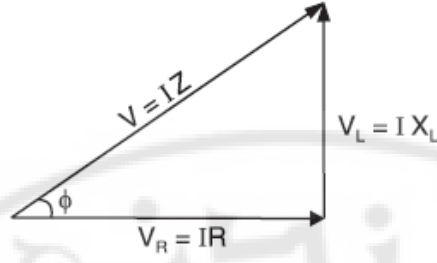
الشكل (٦١) يبين التمثيل البياني لحل الدارة بياناً التيار والجهد المتناوب الجيبي لمكثف ومقاومة على التسلسل.



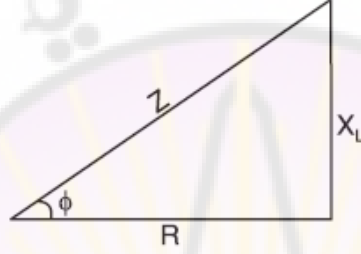
الشكل (٦١): التمثيل البياني لحل الدارة بياناً التيار والجهد المتناوب الجيبي لمكثف ومقاومة على التسلسل.

مثث الممانعة او الجهد:

يظهر مخطط الطور لدارة تسلسلية R-L في الشكل بقسمة كل جانب من جوانب الرسم التخطيطي للطور نحصل على مثث أضلاعه R و X_L و Z. يُعرف هذا المثث باسم مثث الممانعة (الشكلين (62) (٦٣)). فإن مثث الممانعة هو أيضاً مثث قائم الزاوية.



الشكل (٦٢): التمثيل الشعاعي لمثلث الجهد.



الشكل (٦٣): التمثيل الشعاعي لمثلث الممانعة.

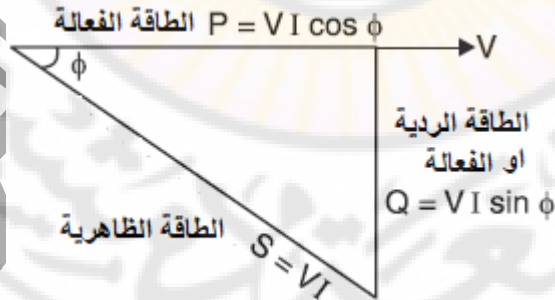
الطاقة الظاهرية والطاقة الحقيقية والطاقة الفعالة او الردية:

$$S = V \times I = V.I \text{ (VA) الطاقة الظاهرية}$$

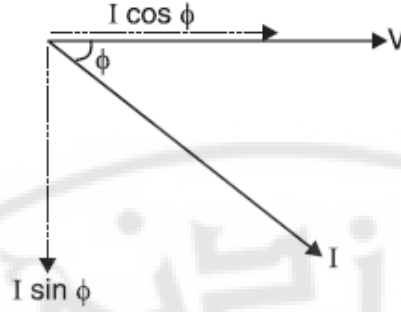
$$P = V.I.\cos(\theta) \text{ (W) الطاقة الحقيقية}$$

$$Q = V.I.\sin(\theta) \text{ (VAR) الطاقة الفعالة او الردية}$$

المبين بالشكل (٦٤)



الشكل (٦٤): التمثيل الشعاعي لمثلث الطاقة.



الشكل (٦٥): التمثيل الشعاعي للتيار والجهد.

عامل الطاقة: $\cos \phi$ مدلول عامل الطاقة:

تحتوي الطاقة الظاهرية الدارة على مكونين:

الطاقة الحقيقية

الطاقة التفاعلية.

يجب أن يكون مكون الطاقة الحقيقي كبيراً بقدر الإمكان لأن هذا المكون هو الذي يقوم بعمل مفيد في الدارة. هذا ممكن فقط إذا كان مكون الطاقة التفاعلية صغيراً. كما يتضح من مثلث الطاقة في الشكل (٦٤)، كلما كانت زاوية الطور ϕ أصغر ($\cos \phi$)، كان مكون الطاقة التفاعلية أصغر. وهكذا عندما تكون $\phi = 0^\circ$ يكون مكون الطاقة التفاعلية صفراً والطاقة الحقيقية تساوي الطاقة الظاهرية. هذا يعني أن كل الطاقة الظاهرة في الدارة يتم استخدامها في الدارة. وبالتالي فإن عامل الطاقة للدارة هو مقياس لفعاليتها في استخدام الطاقة الظاهرية. كلما زاد عامل الطاقة في الدارة، زادت قدرتها على استخدام الطاقة الظاهرة. إذا كان عامل الطاقة (٥٠٪) من الدارة يعني أنها ستستخدم ٥٠٪ فقط من الطاقة الظاهرية بينما ٨٠٪ يعني استخدام ٨٠٪ من الطاقة الظاهرية. لهذا السبب، نتمنى أن يكون معامل الطاقة للدارة أقرب ما يمكن إلى ١.

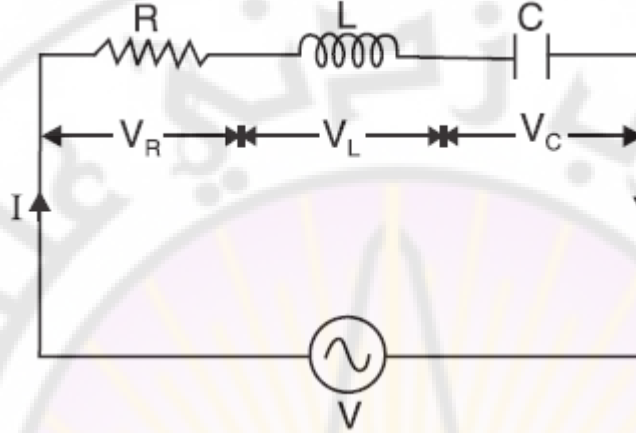
عامل الملف (Q):

يستخدم عامل Q لوصف جودة أو فعالية الملف. عادةً ما يتم تصميم الملف ليكون له قيمة عالية لـ L مقارنة بمقاومته R. فكلما زادت قيمة عامل Q للملف زاد تحريضه (L) مقارنة بمقاومته (R). يعطى العامل (Q) بالمعادلة التالية:

$$Q\text{-factor} = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R}$$

دائرة التيار متناوب مقاومة وملف تحريضي ومكثف سعوي على التسلسل (R-L-C):

تحتوي الدارة على مقاومة بحتة وملف تحريضي ومكثف سعوي كما هو موضح بالشكل (٦٩).



الشكل (٦٩): مخطط الدارة التي تحتوي على مقاومة بحتة وملف تحريضي ومكثف سعوي على التسلسل.

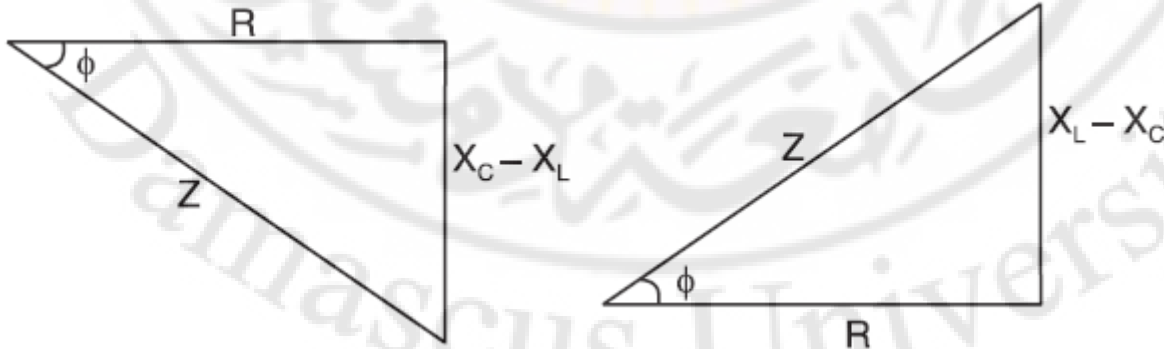
قيمة الجهد المطبق V

قيمة تيار الدارة I

$V_R = I.R$ حيث يكون V_R و I لهما نفس الطور

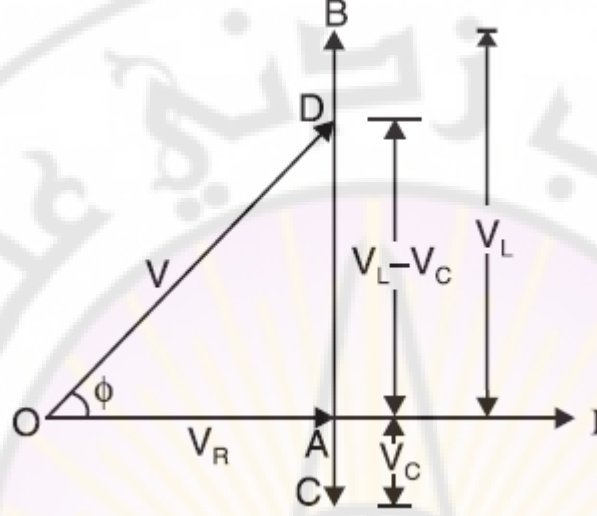
$V_L = I.X_L$ حيث V_L يتقدم على I بمقدار 90°

الشكل (٧٠) يبين التمثيل الشعاعي لمخطط الممانعة الدارة التي تحتوي على مقاومة بحتة وملف تحريضي ومكثف سعوي على التسلسل.



الشكل (٧٠): التمثيل الشعاعي لمخطط الممانعة الدارة التي تحتوي على مقاومة بحتة وملف تحريضي ومكثف سعوي على التسلسل.

الشكل (٧١): التمثيل الشعاعي لحل الدارة شعاعيا التيار والجهد المتناوب الجيبي لملف ومقاومة ومكثف سعوي على التسلسل.



الشكل (٧١): يبين التمثيل الشعاعي لحل الدارة التي تحتوي على مقاومة بحتة وملف تحريضي ومكثف سعوي على التسلسل.

$$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = \sqrt{(IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2} = I \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

$$I = \frac{V}{Z}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\tan \phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$v = V_m \sin \omega t$$

$$i = I_m \sin (\omega t - \phi)$$

$$I_m = V_m / Z$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\text{power factor, } \cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

مثال (9):

ملف ذو مقاومة (٧) اوم وملف تحريضه (31.8 mH) متصل بمنبع ٢٣٠ فولت و ٥٠ هرتز المطلوب:

١. احسب تيار الدارة.
٢. زاوية الطور.
٣. عامل الاستطاعة.
٤. الطاقة الحقيقية او المستهلكة.
٥. الجهد عبر المقاومة.
٦. الجهد عبر الملف.

حل المثال (9):

$$X_L = 2\pi fL = 2 \times 3.14 \times 50 \times 31.8 \times 10^{-3} = 10 \text{ W}$$

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 = 7^2 + 10^2 \quad Z = 12.2 \text{ اوم}$$

$$I = V/Z = 230/12.2 = 18.85 \text{ A}$$

$$\tan \phi = X_L/R = 10/7$$

$$\phi = \tan^{-1}(10/7) = 55^\circ$$

$$\cos \phi = \cos 55^\circ = 0.573$$

$$P = V.I. \cos \phi = 230 \times 18.85 \times 0.573 = 2484.24 \text{ W}$$

$$I.R = 18.85 \times 7 = 131.95 \text{ V}$$

$$I.X_L = 18.85 \times 10 = 188.5 \text{ V}$$

مثال (١٠):

ملف تحريضي متصل بمنبع جهد ٢٥٠ فولت و ٥٠ هرتز ويستجر تيار قيمته ٥ A يستهلك الملف طاقة قيمتها ٧٥٠ وات.

احسب:

١. عامل الاستطاعة

٢. مقاومة الملف

٣. قيمة تحريض الملف.

حل المثال (١٠):

$$P = VI \cos \phi$$

$$\cos \phi = \frac{P}{VI} = \frac{750}{250 \times 5} = 0.6$$

$$Z = V/I = 250/5 = 50 \Omega$$

$$R = Z \cos \phi = 50 \times 0.6 = 30 \Omega$$

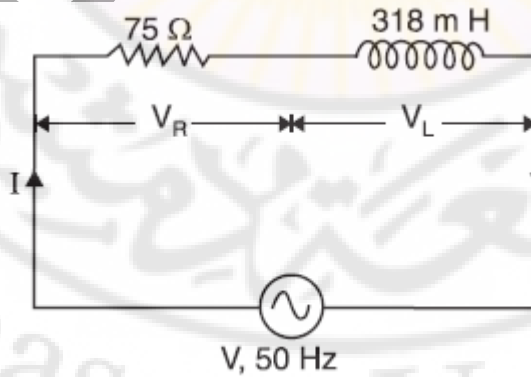
$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(50)^2 - (30)^2} = 40 \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{40}{2\pi \times 50} = 0.127 \text{ H}$$

مثال (١١):

تم توصيل ملف بحت تحريضه ٣١٨ mH على التسلسل بمقاومة بحتة قيمتها ٧٥ اوم. يطبق جهد بتردد ٥٠ هرتز وكان الجهد الهابط على المقاوم ١٥٠ فولت. احسب جهد التغذية وزاوية الطور.

حل المثال (١١):



الشكل (٧٢): مخطط الدارة التي تحتوي على مقاومة بحتة وملف تحريضي على التسلسل.

$$I = V_R / R = 150 / 75 = 2 \text{ A}$$

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \times 50 \times 318 \times 10^{-3} = 100 \Omega$$

$$V_L = IX_L = 2 \times 100 = 200 \text{ V}$$

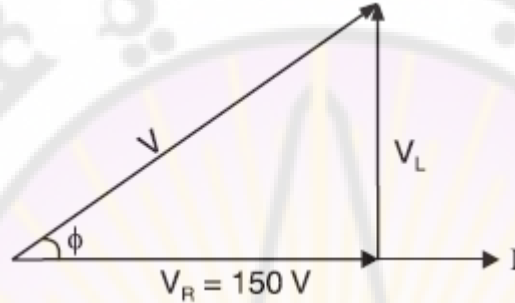
$$V = \sqrt{V_R^2 + V_L^2} = \sqrt{150^2 + 200^2} = 250 \text{ V}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{75^2 + 100^2} = 125 \Omega$$

$$V = IZ = 2 \times 125 = 250 \text{ V}$$

$$\tan \phi = X_L/R = 100/75 = 1.33$$

$$\phi = \tan^{-1} 1.33 = 53.06^\circ$$



الشكل (٧٣): يبين التمثيل الشعاعي لحل الدارة التي تحتوي على مقاومة بحتة وملف تحريضي على التسلسل.

مثال (١٢):

ملف عند توصيله عبر جهد مستمر ١٠٠ فولت. يستهلك طاقة قيمتها ٥٠٠ وات. عند توصيل هذا الملف بجهد ١٠٠ فولت متناوب بتردد ٥٠ هرتز، يستهلك طاقة قيمتها ٢٠٠ وات. احسب قيمة مقاومة وتحريض الملف.

حل المثال (١٢):

$$\text{D.C. supply } R = V^2/P = 100^2/500 = 20 \Omega$$

$$\text{A.C. supply } P = VI \cos \phi = V \times \frac{V}{Z} \times \frac{R}{Z} = \frac{V^2 R}{Z^2}$$

$$Z = \sqrt{\frac{V^2 R}{P}} = \sqrt{\frac{100^2 \times 20}{200}} = 31.62 \Omega$$

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(31.62)^2 - 20^2} = 24.5 \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{24.5}{2\pi \times 50} = 0.078 \text{ H}$$

مثال (١٣):

يوصل ملفين A و B على التسلسل بمنبع تغذية ٢٤٠ فولت و ٥٠ هرتز. مقاومة A هي ٥ اوم وتحريض الملف B تساوي ٠.٠١٥ H. إذا كان الدخل ٣ kW و ٢ kVAR، المطلوب:

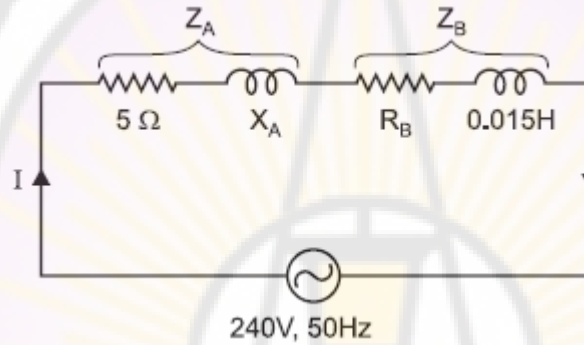
١. إيجاد قيمة التحريض A.

٢. إيجاد قيمة مقاومة B.

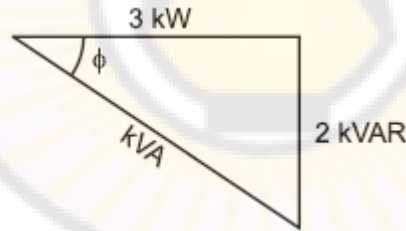
٣. احسب الجهد A.

٤. احسب الجهد B.

الشكل (74) مخطط الدارة الكهربائية والشكل (75) مخطط القوة الكهربائية للدارة.



الشكل (٧٤): مخطط الدارة الكهربائية.



الشكل (٧٥): مخطط القوة الكهربائية للدارة.

حل المثال (١٣):

$$kVA = \sqrt{(kW)^2 + (kVAR)^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = 3.606 \text{ kVA}$$

$$I = \frac{kVA \times 10^3}{V} = \frac{3.606 \times 10^3}{240} = 15.02 \text{ A}$$

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{240}{15.02} = 15.975 \Omega$$

$$I^2(R_A + R_B) = 3 \times 10^3$$

$$R_A + R_B = \frac{3 \times 10^3}{(15.02)^2} = 13.3 \Omega$$

$$R_B = 13.3 - R_A = 13.3 - 5 = 8.3 \Omega$$

$$X = \sqrt{Z^2 - (R_A + R_B)^2} = \sqrt{(15.975)^2 - (13.3)^2} = 8.86 \Omega$$

$$X_B = 2\pi f L_B = 2\pi \times 50 \times 0.015 = 4.71 \Omega$$

$$X_A = X - X_B = 8.86 - 4.71 = 4.15 \Omega$$

$$L_A = \frac{X_A}{2\pi f} = \frac{4.15}{2\pi \times 50} = 0.0132 \text{ H}$$

$$Z_A = \sqrt{R_A^2 + X_A^2} = \sqrt{5^2 + 4.15^2} = 6.5 \Omega$$

$$V_A = I Z_A = 15.02 \times 6.5 = 97.6 \text{ V}$$

$$Z_B = \sqrt{R_B^2 + X_B^2} = \sqrt{8.3^2 + 4.71^2} = 9.545 \Omega$$

$$V_B = I Z_B = 15.02 \times 9.545 = 143.4 \text{ V}$$

مثال (١٤):

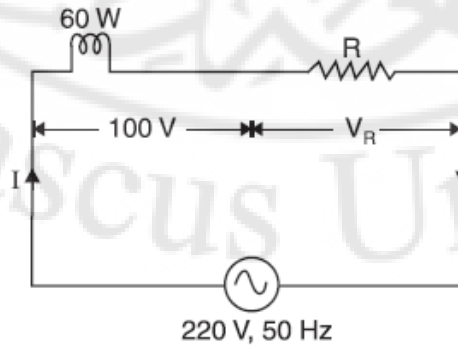
يتم توصيل مصباح ١٠٠ فولت و ٦٠ واط لمنبع جهد ٢٢٠ فولت و ٥٠ هرتز. اوجد قيمة كلا من:

(١) قيمة المقاومة الاومية التي تجعل المصباح يعمل على ١٠٠ فولت.

(٢) في حال تم استبدال المقاومة البحتة بملف تحريض بحت إيجاد قيمة تحريض الملف التي تبقي المصباح يعمل على ١٠٠ فولت

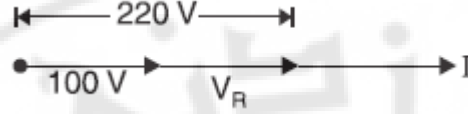
حل المثال (١٤):

جهد المصباح (المقاومة البحتة) هو ١٠٠ فولت والتيار المار في الدارة هو $I = W/V = 60/100 = 0.6 \text{ A}$



الشكل (76): مخطط الدارة الكهربائية في حالة مصباح مع مقاومة اومية بحتة.

يوضح الشكل (٧٦) المقاومة المطلوبة R على التسلسل مع المصباح. الجهد الهابط عبر المصباح (١٠٠ فولت). الجهد الهابط على طرفي المقاومة الاومية البحتة هو على توافق بالطور مع التيار المار فيها كما هو موضح في مخطط الطور في الشكل (٧٧).



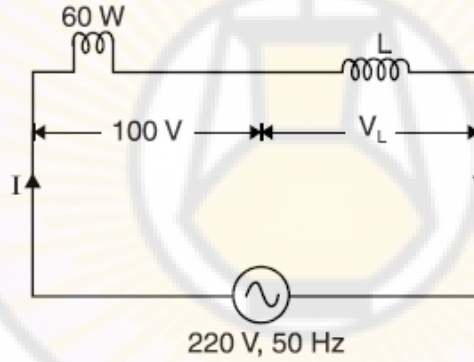
الشكل (٧٧): المخطط الشعاعي لتيار وجهد المصباح مع المقاومة البحتة في الدارة الكهربائية.

من المخطط الشعاعي المبين بالشكل (٧٧)، يكون الجهد الهابط على المقاومة (V_R) هو:

$$V_R = 220 - 100 = 120 \text{ (v)}$$

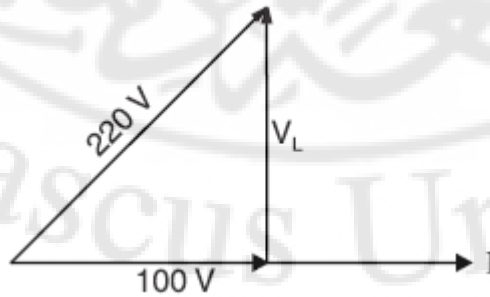
$$R = V_R / I = 120 / 0.6 = 200 \, \Omega$$

يوضح الشكل (٧٨) ملف التحريض المطلوب L على التسلسل مع المصباح.



الشكل (٧٨): مخطط الدارة الكهربائية في حالة مصباح مع ملف تحريضي بحت.

يوضح الشكل (٧٩) المخطط الشعاعي لتيار وجهد المصباح مع الملف التحريضي في الدارة الكهربائية.



الشكل (٧٩): المخطط الشعاعي لتيار وجهد المصباح مع الملف التحريضي في الدارة الكهربائية.

$$V_L = \sqrt{(220)^2 - (100)^2} = 195.9 \text{ V}$$

$$X_L = V_L / I = 195.9 / 0.6 = 326.5 \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{326.5}{2\pi \times 50} = 1.039 \text{ H}$$

في حال توصيل مقاومة اومية بحتة فان ضياع الطاقة يحسب كما يلي $I^2.R = (0.6)^2 \times 200 = 72 \text{ W}$.
اما في حال وصل ملف تحريضي بحت لا يوجد ضياع في الطاقة.

مثال (١٥):

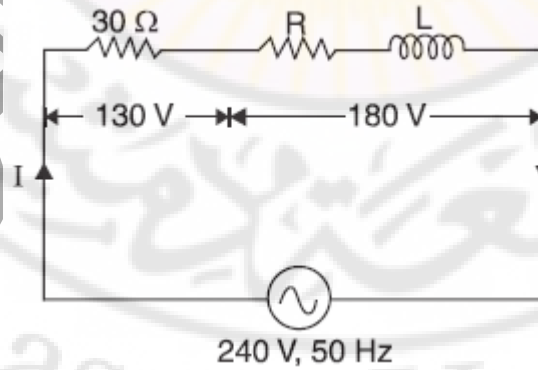
يوصل الملف على التسلسل بمقاومة اومية بحتة قيمتها ٣٠ اوم بمنبع جهد ٢٤٠ فولت و ٥٠ هرتز. تبلغ قراءة مقياس الفولتميتر بين طرفي الملف ١٨٠ فولت، وبين طرفي المقاومة ١٣٠ فولت. احسب:

- (١) الطاقة المستهلكة بالملف.
- (٢) تحريض الملف.
- (٣) مقاومة الملف.
- (٤) عامل الطاقة لكامل الدارة.

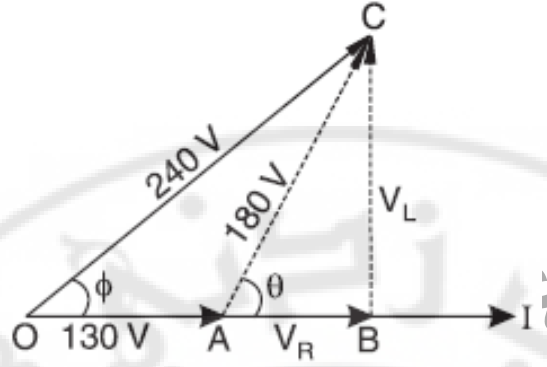
حل المثال (١٥):

الملف له مقاومة (R) وتحريض (L).

يوضح الشكل (٨٠) مخطط الدارة الكهربائية في حالة توصيل ملف تحريضي عملي مع مقاومة اومية بحتة.



الشكل (٨٠): مخطط الدارة الكهربائية في حالة توصيل ملف تحريضي عملي مع مقاومة اومية بحتة.



الشكل (٨١): المخطط الشعاعي لتيار وجهود الملف العملي والمقاومة في الدارة الكهربائية.

الشكل (٨١) يبين المخطط الشعاعي لتيار وجهود الملف العملي والمقاومة في الدارة الكهربائية ويكون عامل الاستطاعة للملف هو $\cos \theta$ وعامل الاستطاعة للدارة بالكامل هو $\cos \phi$.

تيار المقاومة ٣٠ أوم هو $I = 130/30 = 4.33 \text{ A}$

من المثلث OAC نجد:

$$OC^2 = OA^2 + AC^2 - 2.OA . AC \cos (180 - \theta)$$

$$240^2 = 130^2 + 180^2 + 2 \times 130 \times 180 \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{240^2 - 130^2 - 180^2}{2 \times 130 \times 180} = 0.177$$

$$\cos \theta = 0.177$$

$$I \times \cos \theta \times \text{الجهد الهابط على الملف} = \text{الطاقة المستهلكة بالملف}$$

$$= 180 \times 4.33 \times 0.177 = 137.95 \text{ W}$$

$$V_L = BC = AC \sin \theta = 180 \sqrt{1 - (0.177)^2} = 177.16 \text{ V}$$

$$X_L = V_L / I = 177.16 / 4.33 = 40.9 \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{40.9}{2\pi \times 50} = 0.13 \text{ H}$$

$$V_R = AB = AC \cos \theta = 180 \times 0.177 = 31.86 \text{ V}$$

$$R = V_R / I = 31.86 / 4.33 = 7.36 \Omega$$

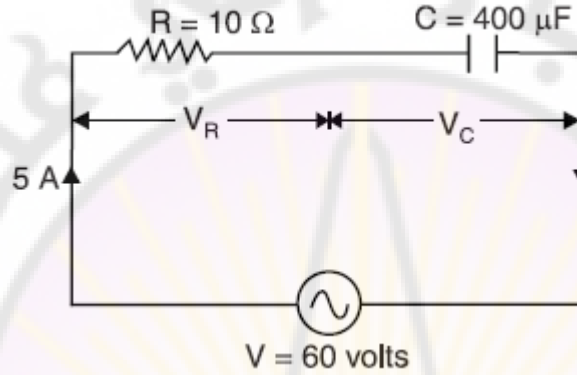
$$\cos \phi = \frac{OB}{OC} = \frac{OA + AB}{OC} = \frac{130 + 31.86}{240} = 0.674$$

مثال (١٦):

توصل مقاومة قيمتها ١٠ اوم ومكثف ٤٠٠ μF على التسلسل مع منبع تغذية ٦٠ فولت. فيكون تيار الدارة هو A ٥. احسب تردد وزاوية الطور بين التيار والجهد.

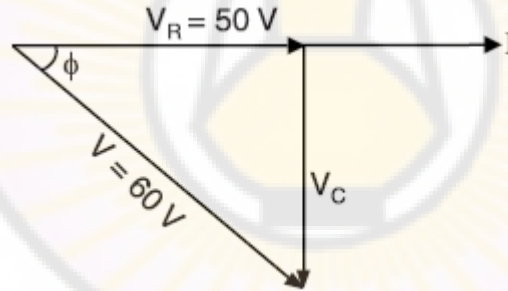
حل المثال (١٦):

الشكل (٨٢) يبين مخطط الدارة.



الشكل (٨٢): مخطط الدارة الكهربائية في حالة توصيل مكثف بحت مع مقاومة اومية بحتة.

يوضح الشكل (٨٣) المخطط الشعاعي للدارة.



الشكل (٨٣): المخطط الشعاعي لتيار وجهود المكثف والمقاومة في الدارة الكهربائية.

$$V_R = IR = 5 \times 10 = 50 \text{ V}$$

$$V_C = \sqrt{V^2 - V_R^2} = \sqrt{60^2 - 50^2} = 33.17 \text{ V}$$

$$X_C = V_C / I = 33.17 / 5 = 6.634 \Omega$$

$$f = \frac{1}{2\pi C X_C} = \frac{10^6}{2\pi \times 400 \times 6.634} = 60 \text{ Hz}$$

$$\tan \phi = V_C / V_R = 33.17 / 50 = 0.6634$$

$$\phi = \tan^{-1} 0.6634 = 33.6^\circ$$

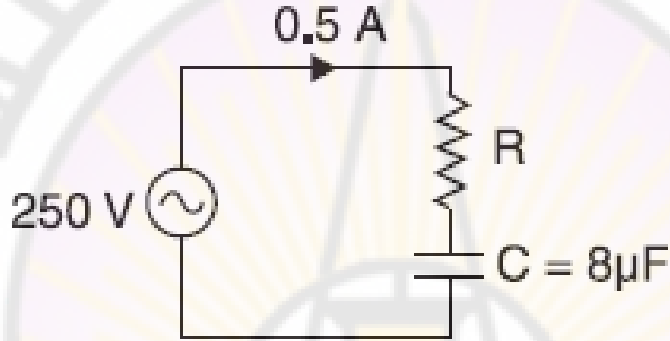
مثال (١٧):

يمر تيار قيمته ١ أمبير في مكثف قيمتها $8 \mu F$ عندما يكون الجهد المتناوب المطبق عليها ٢٥٠ فولت. احسب:

- (١) تردد الجهد المطبق.
- (٢) المقاومة المراد توصيلها على التسلسل مع المكثف لتقليل التيار في الدارة إلى $0.5 A$ بنفس التردد.
- (٣) زاوية فرق الطور الناتجة.

حل المثال (١٧):

الشكل (٨٤) يبين مخطط الدارة.



الشكل (٨٤): مخطط الدارة الكهربائية في حالة توصيل مكثف مع مقاومة على التسلسل.

$$X_C = V/I = 250/1 = 250 \Omega \quad \text{المفاعلة السعوية}$$

$$f = \frac{1}{2\pi C X_C} = \frac{1}{2\pi \times 8 \times 10^{-6} \times 250} = 79.5 \text{ Hz}$$

$$Z = V/I = 250/0.5 = 500 \Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X_C^2$$

$$R = \sqrt{Z^2 - X_C^2} = \sqrt{(500)^2 - (250)^2} = 433 \Omega$$

$$\cos \phi = R/Z = 433/500 = 0.866$$

$$\phi = \cos^{-1} 0.866 = 30^\circ$$

مثال (18):

عامل استطاعة ملف 0.6 موصول على التسلسل مع مكثف بقيمة $100 \mu F$. عند تغذيتهم بجهد متناوب بتردد ٥٠ هرتز، فإن الجهد الهابط على طرفي المكثف مساوي الى الجهد الهابط على طرفي الملف والمطلوب :

(١) قيمة مقاومة الملف.

(٢) تحريض الملف.

حل المثال (18):

$$\cos \phi = 0.6$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 314 \text{ rad/sec}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{314 \times 100 \times 10^{-6}} = 31.8 \Omega$$

$$Z = X_C = 31.8 \Omega.$$

$$R = Z \cos \phi = 31.8 \times 0.6 = 19.1 \Omega$$

$$X_L = Z \sin \phi = 31.8 \times 0.8 = 25.4 \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{25.4}{2\pi \times 50} = 0.081 \text{ H}$$

مثال (19):

توصل مكثف ومقاومة اومية على التسلسل بمنبع جهد ٢٠٠ فولت. وعندما يتم توصيل الفولتميتر الذي له مقاومة اومية قيمتها ١٣٥٠٠ اوم، فإنه يقرأ جهد بقيمة ١٣٢ فولت وقيمة التيار الكلي هو ٢٢,٣٥ مللي أمبير. ارسم المخطط الشعاعي مبينا علي جهود كلتا المقاومتين وأيضاً قيمة التيارات عندما:

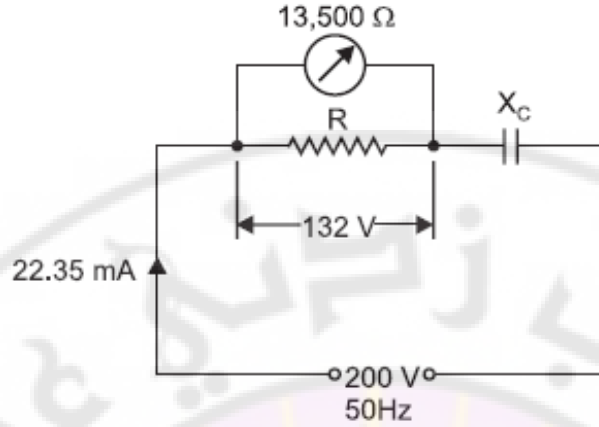
١. يتم توصيل الفولتميتر.

٢. عندما يتم فصل الفولتميتر.

حل المثال (19):

عند توصيل الفولتميتر:

يظهر مخطط الدارة في الشكل (٨٥). بينما يوضح الشكل (٨٦) (٢) المخطط الشعاعي يتضح أن:



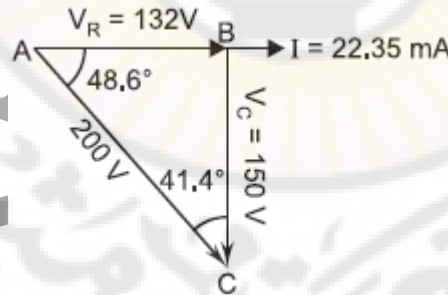
الشكل (٨٥): مخطط الدارة الكهربائية في حالة توصيل مقياس الفولتميتر مع المقاومة على التفرع.

$$V_C = \sqrt{(200)^2 - (132)^2} = 150 \text{ V}$$

$$\tan \phi = \frac{V_C}{V_R} = \frac{150}{132}$$

$$\phi = \tan^{-1} 150/132 = 48.6^\circ$$

وبالتالي فإن تيار الدارة هو ٢٢,٣٥ ملي أمبير (معطى). ومنبع (جهد) التغذية (200 V) يتأخر عن تيار الدارة بمقدار ٤٨,٦ درجة؛ وعن جهد التغذية V_R أيضا بمقدار ٤٨,٦ درجة، بينما جهد التغذية V_C يتأخر بمقدار يساوي: ٩٠-٤٨,٦=٤١,٤ درجة عن منبع التغذية الكلي.



الشكل (٨٦): المخطط الشعاعي للدارة الكهربائية في حالة توصيل مقياس الفولتميتر مع المقاومة على التفرع.

$$\text{التيار المار بالفولتميتر} = \frac{132}{13500} = 9.78 \times 10^{-3} \text{ A} = 9.78 \text{ mA}$$

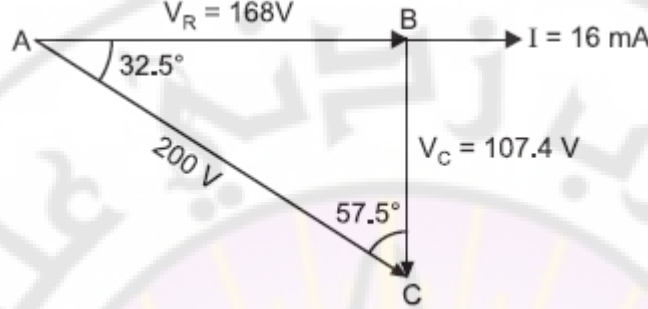
$$R = 22.35 - 9.78 = 12.57 \text{ mA}$$

$$R = \frac{132}{12.57 \times 10^{-3}} = 10,500 \Omega$$

$$X_C = \frac{V_C}{I} = \frac{150}{22.35 \times 10^{-3}} = 6711 \Omega$$

عند فصل الفولتميتر:

اوم $R=10.500$ و اوم $X_C=6711$ تعتمد على f و C التي لا تتغير عند فصل الفولتميتر). يظهر المخطط الشعاعي لهذه الحالة في الشكل (٨٧).



الشكل (٨٧): المخطط الشعاعي للدارة الكهربائية في حالة فصل مقياس الفولتميتر عن المقاومة.

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{10500^2 + 6711^2} = 12461 \Omega$$

$$\text{تيار الدارة الكلي} = \frac{200}{12461} = 16 \times 10^{-3} \text{ A} = 16 \text{ mA}$$

$$V_R = 16 \times 10^{-3} \times 10500 = 168 \text{ V}$$

$$V_C = 16 \times 10^{-3} \times 6711 = 107.4 \text{ V}$$

$$\tan \phi = \frac{V_C}{V_R} = \frac{107.4}{168}$$

$$\phi = 32.5^\circ$$

في هذه الحالة، يتأخر جهد التغذية عن تيار الدارة بمقدار 32.5° درجة؛ بينما يتقدم الجهد V_R على جهد التغذية بمقدار 32.5° درجة ويتأخر جهد V_C عن جهد التغذية بمقدار $90 - 32.5 = 57.5^\circ$ درجة.

مثال (٢٠):

بتطبيق منبع تغذية 230 فولت 50 هرتز على ملف بتحريض 0.06 H ومقاومة بقيمة 2.5 اوم ومكثف $6.8 \mu\text{F}$ ويظهر مخطط الدارة في الشكل (٨٨). بينما يوضح الشكل (٨٩) المخطط الشعاعي والمطلوب احسب:

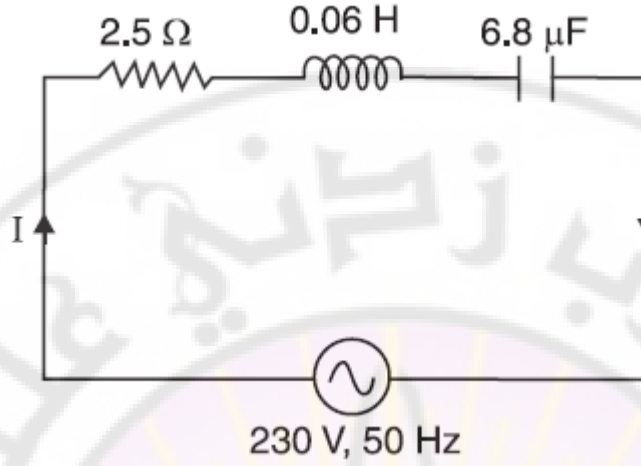
١. الممانعة الكلية للدارة.

٢. تيار الدارة الكلي.

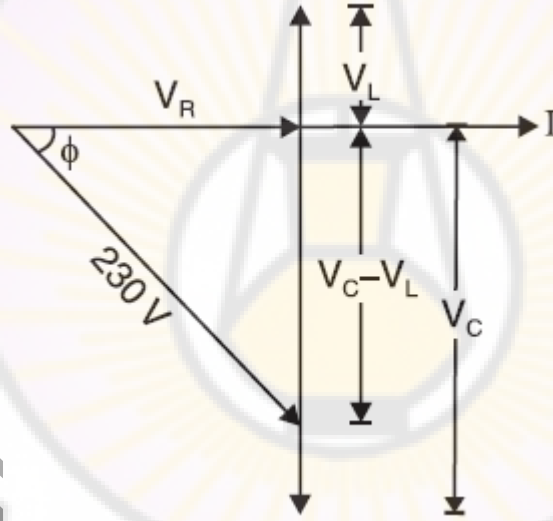
٣. زاوية فرق الطور بين التيار الكلي ومنبع التغذية.

٤. عامل الاستطاعة.

٥. الطاقة المستهلكة بالدارة.



الشكل (٨٨): مخطط الدارة الكهربائية التي تحتوي على مقاومة وملف تحريضي ومكثف على التسلسل.



الشكل (٨٩): المخطط الشعاعي للدارة الكهربائية التي تحتوي على مقاومة وملف تحريضي ومكثف على التسلسل.

حل المثال (٢٠):

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \times 50 \times 0.06 = 18.85 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{10^6}{2\pi \times 50 \times 6.8} = 468 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(2.5)^2 + (18.85 - 468)^2} = 449.2 \Omega$$

$$I = V/Z = 230/449.2 = 0.512 A$$

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{18.85 - 468}{2.5} = -179.66$$

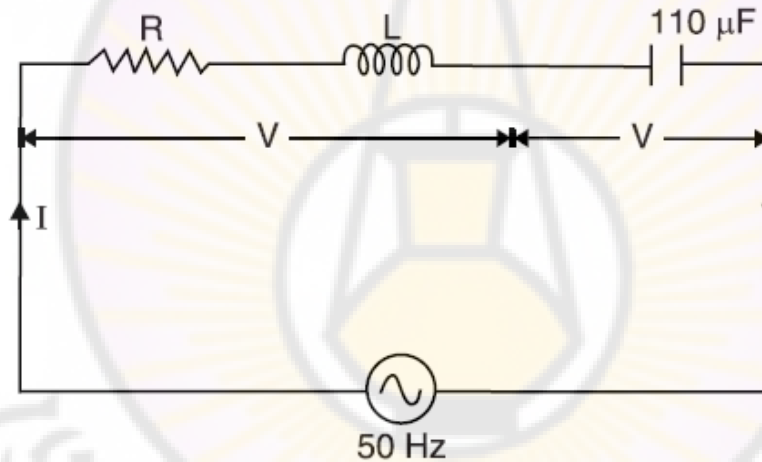
$$\phi = \tan^{-1} -179.66 = -89.7^\circ = 89.7^\circ$$

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{2.5}{449.2} = 0.00557$$

$$P = VI \cos \phi = 230 \times 0.512 \times 0.00557 = 0.656 \text{ W}$$

مثال (٢١):

ملف بعامل استطاعة 0.8 متصل على التسلسل بمكثف قيمتها $110 \mu\text{F}$. تردد التغذية ٥٠ هرتز وجد ان الطاقة المستهلكة في الملف مساوية الى الطاقة المستهلكة في المكثف. احسب المقاومة وتحريض الملف.



الشكل (٩٠): مخطط الدارة الكهربائية التي تحتوي على مقاومة وملف تحريضي ومكثف على التسلسل.

حل المثال (٢١):

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{10^6}{2\pi \times 50 \times 110} = 29 \Omega$$

$$I Z_{coil} = I X_C$$

$$Z_{coil} = X_C = 29 \Omega$$

$$\cos \phi = R/Z_{coil}$$

$$R = Z_{coil} \cos \phi = 29 \times 0.8 = 23.2 \Omega$$

$$X_L = Z_{coil} \sin \phi = 29 \times 0.6 = 17.4 \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{17.4}{2\pi \times 50} = 0.055 \text{ H}$$

مثال (٢٢):

الدارة الموضحة في الشكل (٩١) والمطلوب احسب قيم:

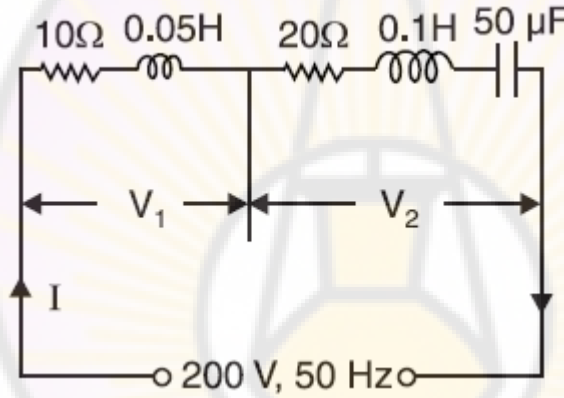
١. التيار I

٢. V_1

٣. V_2

٤. عامل الاستطاعة.

٥. ارسم مخطط فرق الطور.



الشكل (٩١): مخطط الدارة الكهربائية.

حل المثال (٢٢):

$$L = 0.05 + 0.1 = 0.15 \text{ H}$$

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \times 50 \times 0.15 = 47.1 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 50 \times 10^{-6}} = 63.7 \Omega$$

$$X = X_L - X_C = 47.1 - 63.7 = -16.6 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{(10 + 20)^2 + (-16.6)^2} = 34.3 \Omega$$

$$I = 200/34.3 = \mathbf{5.83 \text{ A}}$$

$$X_{L1} = 2\pi fL_1 = 2\pi \times 50 \times 0.05 = 15.7 \Omega$$

$$Z_1 = \sqrt{(10)^2 + (15.7)^2} = 18.6 \Omega$$

$$V_1 = IZ_1 = 5.83 \times 18.6 = \mathbf{108.4 \text{ V}}$$

$$X_{L2} = 2\pi fL_2 = 2\pi \times 50 \times 0.1 = 31.4 \Omega$$

$$X_{C2} = 63.7 \Omega$$

$$X_2 = X_{L2} - X_{C2} = 31.4 - 63.7 = -32.2 \Omega$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_2^2} = \sqrt{(20)^2 + (-32.2)^2} = 38 \Omega$$

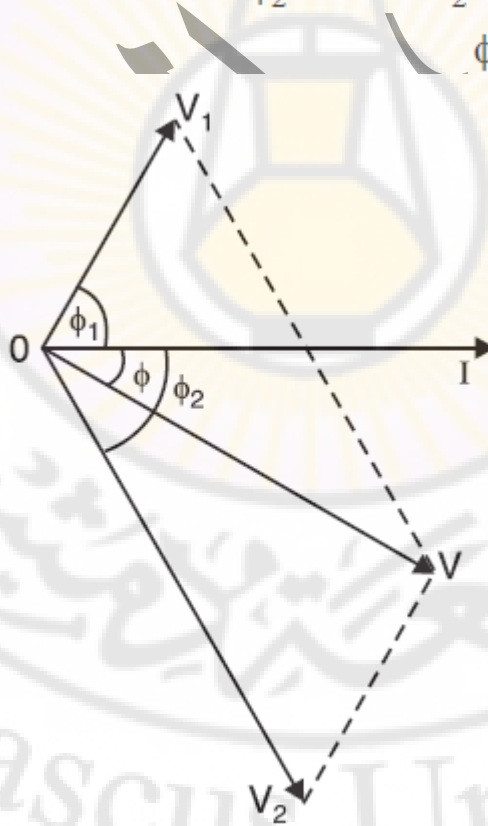
$$V_2 = IZ_2 = 5.83 \times 38 = \mathbf{221 \text{ V}}$$

$$\cos \phi = \frac{30}{34.3} = \mathbf{0.875}$$

$$\phi_1 = \cos^{-1} R_1/Z_1 = \cos^{-1} 10/18.6 = 57.5^\circ$$

$$\phi_2 = \cos^{-1} R_2/Z_2 = \cos^{-1} 20/38 = 58.2^\circ$$

$$\phi = \cos^{-1} 0.875 = 28.95^\circ$$



الشكل (٩١): المخطط الشعاعي للدارة الكهربائية الميمنة بالشكل السابق.

مثال (٢٣):

ملف له مقاومة ١٠٠ أوم وتحريض قيمته $100 \mu H$ متصل على التسلسل بمكثف ١٠٠ بيكو فاراد. الدارة متصلة بمنبع جهد متناوب قيمته ١٠ فولت والمطلوب احسب:

١. تردد الرنين.
٢. التيار الرنين.
٣. جهد الرنين L و C.
٤. عامل Q للدارة.

حل المثال (٢٣):

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10^{-4} \times 10^{-10}}} = 1.59 \times 10^6 \text{ Hz}$$

$$I_r = V/R = 10/100 = 0.1 \text{ A}$$

$$X_L = 2\pi f_r L = 2\pi \times 1.59 \times 10^6 \times 10^{-4} = 1000 \Omega$$

$$V_L = I_r X_L = 0.1 \times 1000 = 100 \text{ V}$$

$$V_C = I_r \times X_C = 0.1 \times 1000 = 100 \text{ V}$$

$$Q\text{-factor} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{100} \sqrt{\frac{10^{-4}}{10^{-10}}} = 10$$

نلاحظ ان الجهد الهابط على طرفي المكثفة او الملف في حالة الرنين هو:

$$V_L = Q \cdot V_r$$

$$V_L = Q \cdot V_r = 10 \cdot 10 = 100 \text{ (V)}$$

دارات التيار المتناوب التفرعية

مقدمة:

كما في دارت التيار المستمر الجهد هو واحد عبر كل فرع الدارة الكهربائية. لكن التيار في أي فرع يعتمد على مقاومة هذا الفرع. وإجمالي تيار الدارة الكهربائية هو مجموع تيارات الفروع.

طرق حل دارات التيار المتناوب التفرعية:

لتحليل الدارات على التوازي يجب أن تؤخذ النقطتين التاليتين بعين الاعتبار:
ان تتكون الدارة الكهربائية موصولة على التوازي ومؤلفة من دائرتين تسلسليتين أو أكثر ومتصلة مع بعضها على التفرع لذلك يمكن تحليل كل فرع من فروع الدارة بشكل منفصل كدارة تسلسلية ومن ثم دمج قيم كل الفروع المنفصلة مع بعضها.

الجهود والتيارات المتناوبة هي كميات شعاعية لها فرق طور فيما بينها. وهذا يعني أنه يجب أخذ كل من القيم وزوايا فرق الطور في الاعتبار أثناء الحسابات.

هناك أربع طرق رئيسية لحل دارات التيار المتناوب الموصولة على التفرع وهي:

١. المخطط الشعاعي او فرق الطور

٢. الحل الحسابي او الجبري.

٣. طريقة الممانعة المكافئة.

٤. طريقة القبول

واعتماد أي طريقة من هذه الطرق يعتمد على شكل الدارة وعلى الحصول على اسرع حل للدارة.

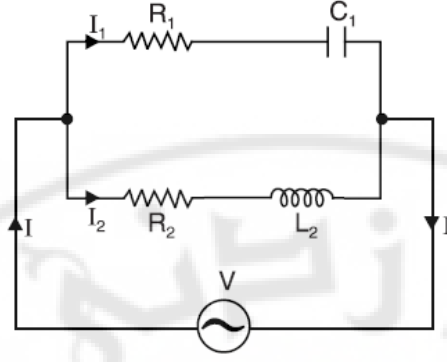
حل الدارات الكهربائية الموصولة على التفرع بطريقة المخطط الشعاعي او فرق الطور:

في هذه الحالة، نجد قيم وزاوية فرق الطور لكل تيارات الفروع. ثم نرسم المخطط الشعاعي مع أخذ بعين الاعتبار الجهد كشعاع مرجعي. تيار الدارة هو مجموع فرق الطور للتيارات الفرعية ويمكن تحديدها إما:

١. طريقة متوازي الأضلاع.

٢. طريقة المكونات.

الشكل (٩٢) يبين دارة كهربائية تفرعية مؤلفة من فرعين الاول مقاومة ومكثف والفرع الثاني من مقاومة وملف ومتصلين بمصدر تغذية (جهد) متناوب (V).



الشكل (٩٢): مخطط الدارة الكهربائية التفرعية.

من الفرع الأول الحاوي على مقاومة ومكثف نجد : $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{C1}^2}$

$$I_1 = \frac{V}{Z_1}$$

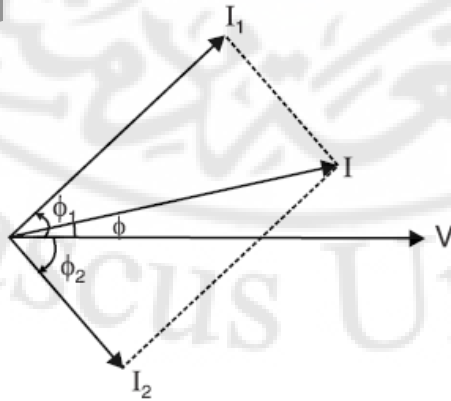
$$\phi_1 = \tan^{-1} \frac{X_{C1}}{R_1}$$

من الفرع الأول الحاوي على مقاومة وملف نجد : $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{L2}^2}$

$$I_2 = \frac{V}{Z_2}$$

$$\phi_2 = \tan^{-1} \frac{X_{L2}}{R_2}$$

الشكل (٩٣) يبين المخطط الشعاعي للدارة الكهربائية التفرعية.



الشكل (٩٣): المخطط الشعاعي للدارة الكهربائية المبينة بالشكل السابق.

$$I \cos \phi = I_1 \cos \phi_1 + I_2 \cos \phi_2$$

$$I \sin \phi = I_1 \sin \phi_1 - I_2 \sin \phi_2$$

$$I^2 = (I \cos \phi)^2 + (I \sin \phi)^2$$

$$I^2 = (I_1 \cos \phi_1 + I_2 \cos \phi_2)^2 + (I_1 \sin \phi_1 - I_2 \sin \phi_2)^2$$

$$I = \sqrt{(I_1 \cos \phi_1 + I_2 \cos \phi_2)^2 + (I_1 \sin \phi_1 - I_2 \sin \phi_2)^2}$$

$$\tan \phi = \frac{I \sin \phi}{I \cos \phi} = \frac{I_1 \sin \phi_1 - I_2 \sin \phi_2}{I_1 \cos \phi_1 + I_2 \cos \phi_2}$$

$$\text{عامل الاستطاعة} = \frac{I \cos \phi}{I} = \frac{I_1 \cos \phi_1 + I_2 \cos \phi_2}{I}$$

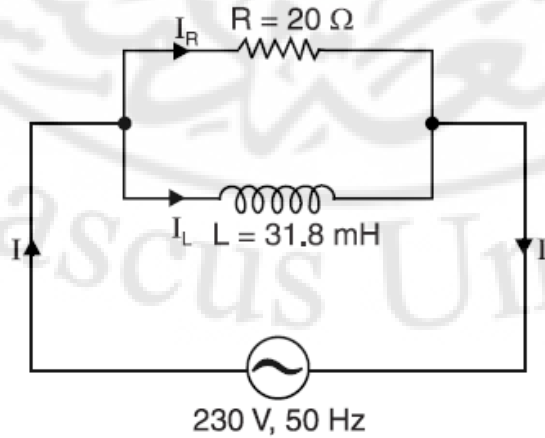
مثال (٢٤):

توصل مقاومة ٢٠ أوم مع ملف تحريضي بقيمة 31.8 mH مللي على التفرع ومتصلين بمنبع تغذية ٢٣٠ فولت ٥٠ هرتز. أوجد:

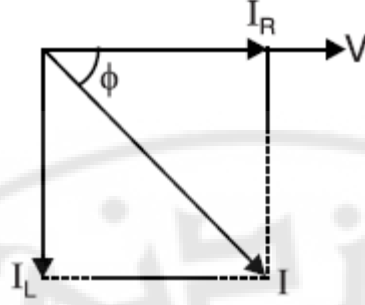
١. التيار الكلي للدارة.
٢. عامل الاستطاعة.
٣. الاستطاعة المستهلكة في الدارة.

حل المثال (٢٤):

يوضح الشكل (٩٤) مخطط الدارة بينما يوضح الشكل (٩٥) يبين مخطط فرق الطور للدارة الكهربائية.



الشكل (٩٤): مخطط الدارة الكهربائية التفرعية.



الشكل (٩٥): المخطط الشعاعي للدارة الكهربائية المبينة بالشكل السابق.

$$I_R = V/R = 230/20 = 11.5 \text{ A}$$

وهو على توافق بالطور مع منبع التغذية.

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \times 50 \times 31.8 \times 10^{-3} = 10 \Omega$$

$$I_L = V/X_L = 230/10 = 23 \text{ A}$$

وهو على فرق ٩٠ درجة بالطور مع منبع التغذية.

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{(11.5)^2 + (23)^2} = 25.71 \text{ A}$$

$$\cos \phi = I_R/I = 11.5/25.71 = 0.447$$

$$P = VI \cos \phi = 230 \times 25.71 \times 0.447 = 2643 \text{ watts}$$

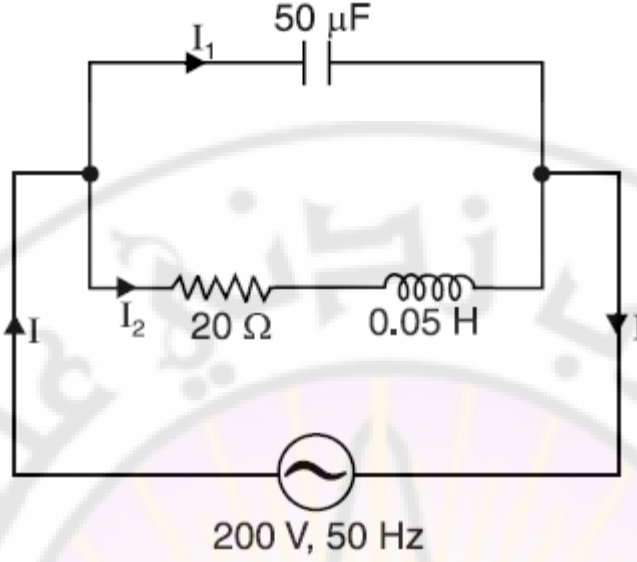
مثال (٢٥):

مكثف $50 \mu\text{F}$ موصل على التفرع مع ملف له مقاومة 20Ω ومحث 0.05 H ومتصلين على التفرع مع منبع تغذية 200 فولت 50 هرتز والمطلوب حساب:

١. تيار الخط.
٢. عامل الاستطاعة.
٣. الطاقة المستهلكة.

حل المثال (٢٥):

يوضح الشكل (٩٦) مخطط الدارة بينما يوضح الشكل (٩٧) يبين مخطط فرق الطور للدارة الكهربائية.

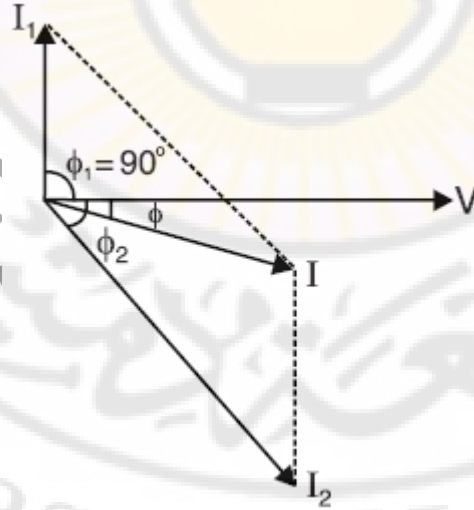


الشكل (٩٦): مخطط الدارة الكهربائية التفرعية.

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \times 50 \times 0.05 = 15.7 \Omega$$

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(20)^2 + (15.7)^2} = 25.43 \Omega$$

$$I_2 = \frac{V}{Z_2} = \frac{200}{25.43} = 7.86 \text{ A}$$



الشكل (٩٧): المخطط الشعاعي للدارة الكهربائية المبينة بالشكل السابق.

$$\phi_2 = \tan^{-1} X_L/R = \tan^{-1} 15.7/20 = 38.13^\circ$$

$$\phi_2 = 38.13^\circ$$

$$I \cos \phi = I_1 \cos \phi_1 + I_2 \cos \phi_2$$

$$I \cos \phi = 3.14 \cos 90^\circ + 7.86 \cos 38.13^\circ = 0 + 6.18 = 6.18 \text{ A}$$

$$I \sin \phi = I_1 \sin \phi_1 - I_2 \sin \phi_2$$

$$I \sin \phi = 3.14 \sin 90^\circ - 7.86 \sin 38.13^\circ = 3.14 - 4.85 = -1.71 \text{ A}$$

$$I = \sqrt{(I \cos \phi)^2 + (I \sin \phi)^2} = \sqrt{(6.18)^2 + (-1.71)^2} = 6.41 \text{ A}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(-\frac{1.71}{6.18} \right) = -15.47^\circ$$

$$\cos \phi = \cos (-15.47^\circ) = 0.964$$

$$P = VI \cos \phi = 200 \times 6.41 \times 0.964 = 1235.85 \text{ W}$$

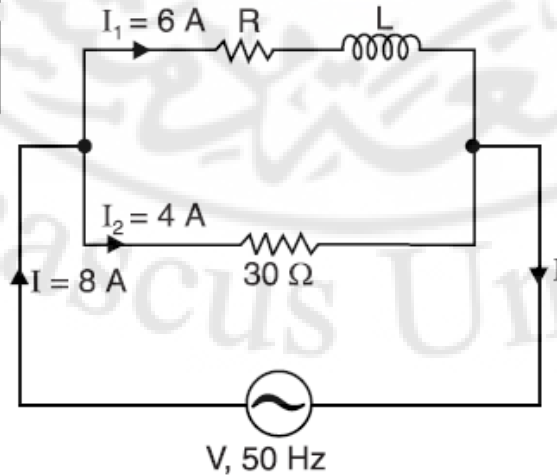
مثال (٢٦):

دائرة متصلة على التفرع بمنبع تغذية ٥٠ هرتز. إجمالي التيار في الدارة هو ٨ أ بينما التيار المار في المقاومة هو ٤ أمبير بينما التيار المار بالملف هو ٦ أمبير. احسب:

١. المقاومة.
٢. تحريض الملف.
٣. عامل استطاعة الدارة.
٤. الاستطاعة الكلية للدارة.

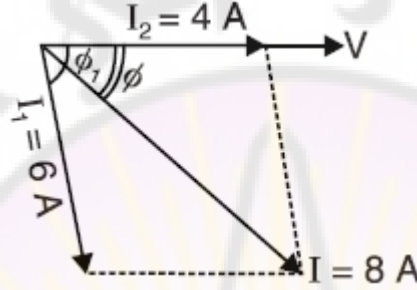
حل المثال (٢٦):

يوضح الشكل (٩٨) مخطط الدارة الكهربائية.



الشكل (٩٨): مخطط الدارة الكهربائية التفرعية.

يحتوي الفرع الثاني على مقاومة بحتة ($Z_2=30$) اهم بحيث يكون التيار A ($I_2=4$) بتوافق بالطور مع منبع التغذية. الفرع الأول له مقاومة Z_1 والتيار A ($I_1=6$) متأخر بالطور عن منبع التغذية بمقدار (ϕ_1). التيار الكلي A ($I=8$) هو مجموع الفطور I_1 و I_2 كما هو مبين في المخطط الشعاعي للطور كما هو موضح بالشكل (٩٩).



الشكل (٩٩): المخطط الشعاعي للدارة الكهربائية المبينة بالشكل السابق.

$$V = I_2 Z_2 = 4 \times 30 = 120 \text{ volts}$$

$$Z_1 = V/I_1 = 120/6 = 20 \Omega$$

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 \times I_2 \cos \phi_1$$

$$8^2 = 6^2 + 4^2 + 2 \times 6 \times 4 \times \cos \phi_1$$

$$\cos \phi_1 = \frac{8^2 - 6^2 - 4^2}{2 \times 6 \times 4} = 0.25$$

$$\sin \phi_1 = \sin [\cos^{-1} 0.25] = 0.968$$

$$R = Z_1 \cos \phi_1 = 20 \times 0.25 = 5 \Omega$$

$$X_L = Z_1 \sin \phi_1 = 20 \times 0.968 = 19.36 \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{19.36}{2\pi \times 50} = 0.0616 \text{ H}$$

$$I \cos \phi = I_2 + I_1 \cos \phi_1$$

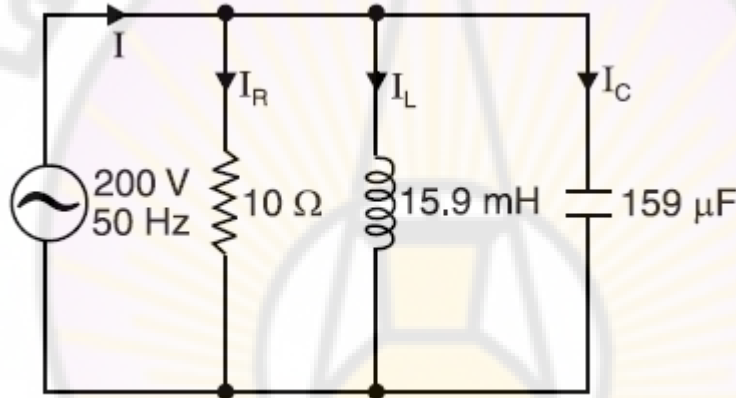
$$\cos \phi = \frac{I_2 + I_1 \cos \phi_1}{I} = \frac{4 + 6 \times 0.25}{8} = 0.687$$

$$P = VI \cos \phi = 120 \times 8 \times 0.687 = 660 \text{ W}$$

مثال (٢٧):

توصل مقاومة قيمتها ١٠ اوم مع ملف تحريض قيمة تحريضه هي 15.9 mH على التفرع ويوصل مع المقاومة والملف مكثف على التفرع بقيمة 159 μ F ويوصل منبع التغذية على التفرع مع الدارة بقيمة ٢٠٠ فولت ٥٠ هرتز. والمطلوب حساب قيمة:

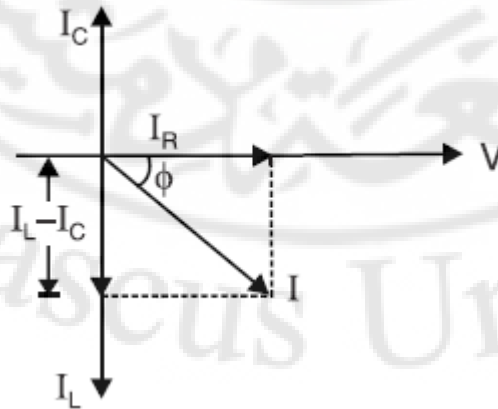
١. التيار الكلي.
٢. عامل استطاعة الدارة.
٣. يوضح الشكل (١٠٠) مخطط الدارة الكهربائية.



الشكل (١٠٠): مخطط الدارة الكهربائية التفرعية.

حل المثال (٢٧):

الشكل (١٠١) يبين المخطط الشعاعي للدارة الكهربائية.



الشكل (١٠١): المخطط الشعاعي للدارة الكهربائية المبينة بالشكل السابق.

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \times 50 \times 15.9 \times 10^{-3} = 5 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{10^6}{2\pi \times 50 \times 159} = 20 \Omega$$

$$I_R = V/R = 200/10 = 20 \text{ A}$$

$$I_L = V/X_L = 200/5 = 40 \text{ A}$$

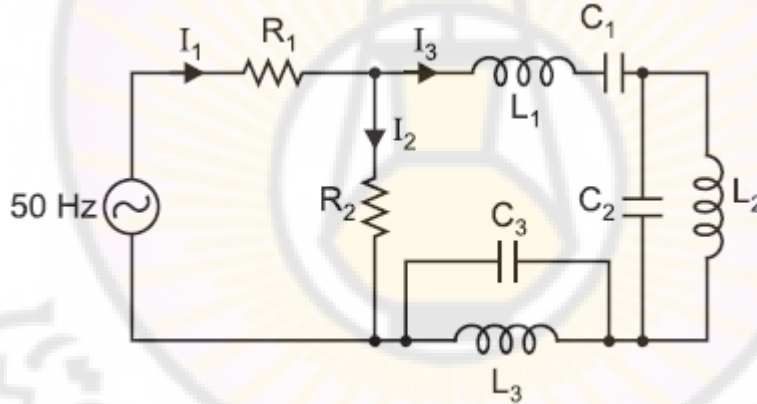
$$I_C = V/X_C = 200/20 = 10 \text{ A}$$

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{20^2 + (40 - 10)^2} = 36 \text{ A}$$

$$\cos \phi = I_R/I = 20/36 = 0.56$$

مثال (٢٨):

الشكل (١٠٢) يوضح دائرة يمر فيها تيار ١ أمبير من المصدر. الطاقة المستهلكة في الدارة هي ١٣٦ وات. أوجد التيار المار بالمكثفة C_2 إذا كان $C_2 = 15.9 \mu\text{F}$ و $L_2 = 477 \text{ mH}$ ، $R_1 = R_2 = 100 \Omega$.



الشكل (١٠٢): مخطط الدارة الكهربائية الفرعية.

حل المثال (٢٨):

$$I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 = 136$$

$$(1)^2 \times 100 + I_2^2 \times 100 = 136$$

$$I_2^2 = \frac{136 - 100}{100} = 0.36$$

$$I_2 = 0.6 \text{ A}$$

$$I_2^2 + I_3^2 = I_1^2$$

$$I_3^2 = 1 - (0.6)^2$$

$$I_3 = 0.8 \text{ A}$$

$$X_{L_2} = j 2\pi f L_2 = j \times 2\pi \times 50 \times 477 \times 10^{-3} = j 149.85 \Omega$$

$$X_{C_2} = -j \frac{1}{2\pi f C} = -j \times \frac{1}{2\pi \times 50 \times 15.9 \times 10^{-6}} = -j 200 \Omega$$

$$I_{C_2} = I_3 \times \frac{j 149.85}{j 149.85 - j 200} = 0.8 \times \frac{j 149.85}{-j 50.15} = 2.39 \text{ A}$$

التحويل من نموذج إلى آخر:

إذا كان لدينا (V) هو شعاع قيمته (5) مركباته على المحاور (X) و (Y) هي (3) و (4) ويمكن كتابة تابع هذا المتحول كما يلي:

الشكل الشعاعي: المطال يعطى كما يلي: $V = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

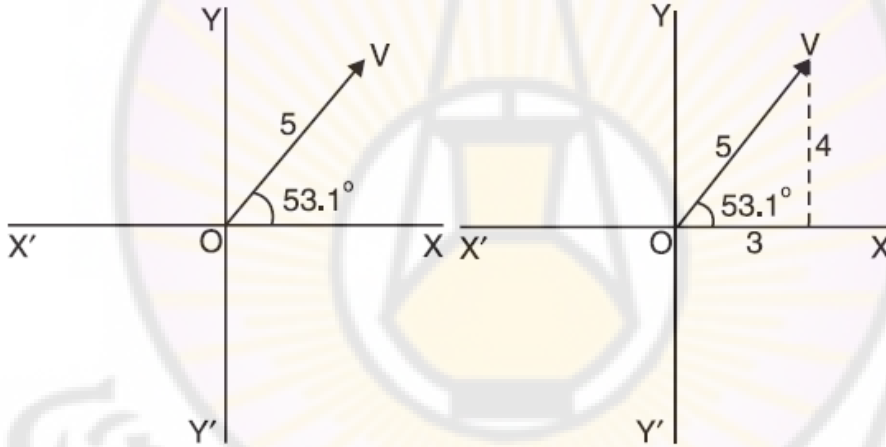
وزاوية فرق الطور تعطى كما يلي: $\theta = \tan^{-1} 4/3 = 53.1^\circ$

الشكل الهندسي (المستطيل) يعطى كما يلي: $V = 3 + j4$

الشكل الهندسي (المثلثي) يعطى كما يلي: $V = 5 (\cos 53.1^\circ + j \sin 53.1^\circ)$

الشكل الهندسي (القطبي) يعطى كما يلي: $V = 5 \angle 53.1^\circ$

الشكل الهندسي (الأسّي) يعطى كما يلي: $V = 5 e^{j53.1^\circ}$



الشكل (١٠٣): المخطط الشعاعي للدائرة الكهربائية بالشكل المستطيل والقطبي.

مثال (٢٩):

عبر عن الشكل القطبي للجهود $V = 50 \angle 36.87^\circ$ بأشكال مثلثية ومستطيلة.

حل المثال (٢٩):

$$V = 50 \text{ V}$$

$$\theta = 36.87^\circ$$

$$V = V (\cos \theta + j \sin \theta) = V \cos \theta + j V \sin \theta$$

$$V = 50 (\cos 36.87^\circ + j \sin 36.87^\circ) \text{ volts}$$

الشكل المثلثي:

$$V = (40 + j 30) \text{ volts}$$

الشكل المستطيل:

طرق تحليل شبكة الدارات الكهربائية المتناوبة

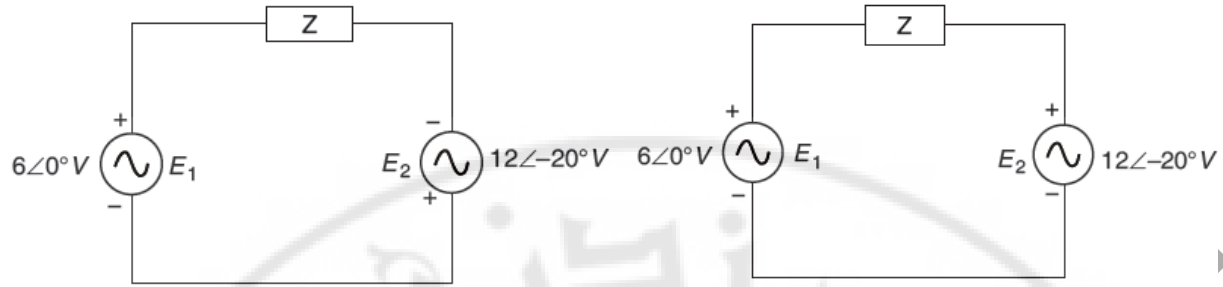
المقدمة

تختلف دارة تيار مستمر عن دارة التيار المتناوب بناحيتين مهمتين:
 دارة التيار المستمر تحتوي على مقاومات فقط بينما في التيار المتناوب. بالإضافة إلى المقاومة (R) تحتوي على تحريض (L) ومكثفة (C) أيضاً. لذلك في دارة التيار المتناوب الكهربائية يجب التعامل مع ممانعة بدلاً من مقاومة.
 يمكن جمع أو طرح تيارات أو جهود دارة التيار المستمر حسابياً، بينما في دارة التيار المتناوب تتطلب إضافة أو طرح الجهود أو التيارات المتناوبة باستخدام الجبر الشعاعي والتقنيات والنظريات المستخدمة في حل دارات التيار المستمر يمكن استخدامها في حل دارات التيار المتناوب.

تحليل دارات التيار المتناوب:

التقنيات والنظريات المستخدمة لحل د. يمكن أيضاً تطبيق مشكلات الشبكة على $a.c$. مشاكل الشبكة مع مراعاة النقاط التالية:

١. في دارات التيار المتناوب لدينا ممانعات (R و L و C بنسب متفاوتة) بدلاً من المقاومة فقط كما هو في دارات التيار المستمر.
٢. من أجل جمع أو طرح الجهود أو التيارات المتناوبة يستخدم الجبر الشعاعي للحل.
٣. في دارات التيار المتناوب يجب مراعاة زوايا فرق الطور لجميع الممانعات والجهود والتيارات. في حالة ضرب أو تقسيم كميتين يجب استخدام الشكل القطبي. في حالة إضافة أو طرح كميتين يجب استخدام الشكل المستطيل.
٤. على الرغم من أن الجهود المتناوبة تعمل باستمرار على تناوب في القطبية من موجبة إلى سالبة وبالعكس وبالتالي فإن زاوية فرق الطور لمنبع التغذية تتغير بمقدار 180° درجة. كما هو موضح بالشكل (١٠٤).



الشكل (١٠٤): المخطط الدارة الكهربائية مبينا زاوية فرق الطور لمنبع التغذية كيف تتغير بمقدار ١٨٠ درجة.

قوانين كيرشوف لحل دارات التيار المتناوب:

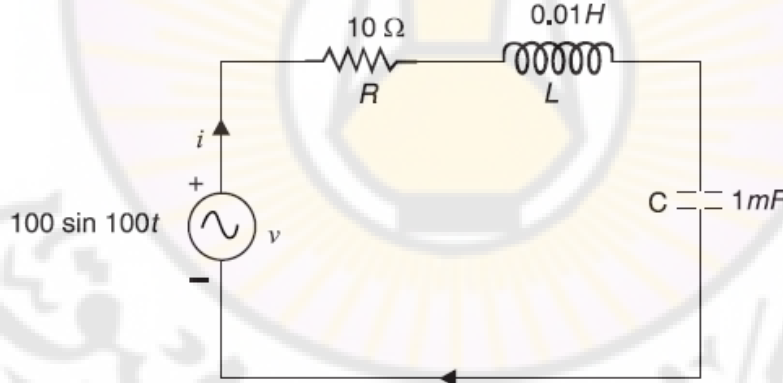
قوانين كيرشوف لدارة التيار المستمر يمكن تطبيقها على دارات التيار المتناوب مع تعديل طفيف في الدارات التيار المستمر نأخذ المجموع الجبري للجهود والتيارات بينما في دارات التيار المتناوب نأخذ المجموع الشعاعي للجهود والتيارات.

١. قانون كيرشوف الاول (KCL). قانون كيرشوف الاول لدارات التيار المتناوب على النحو التالي:
المجموع الشعاعي للتيارات التي تدخل الى نقطة في دارة تيار متناوب تساوي المجموع الشعاعي للتيارات التي تخرج من تلك النقطة.

٢. قانون كيرشوف الثاني (KVL): قانون كيرشوف للجهود لدارات التيار المتناوب على النحو التالي:
في أي دارة كهربائية مغلقة يكون المجموع الشعاعي لهبوطات الجهد يساوي إلى المجموع منابع الجهد في هذه الدارة.

مثال (٣٠):

باستخدام قانون كيرشوف حدد تيار الدارة في الشكل (١٠٥).



الشكل (١٠٥): مخطط الدارة الكهربائية.

حل المثال (٣٠):

جهد الطور $V = 100 \angle 0^\circ$ فولت بتطبيق قانون كيرشوف على الدارة في الشكل (١٠٥) يكون لدينا:

$$\begin{aligned} V - IR - IjX_L - IZ_C \\ - IZ_C = -I(-jX_C) = +IjX_C \\ V - IR - IjX_L + IjX_C = 0 \\ V = I(R + jX_L - jX_C) \end{aligned}$$

$$V = I \left[R + j\omega L - \frac{j}{\omega C} \right]$$

$$\omega L = (100) \times (0.01) = 1$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(100) \times 1 \times 10^{-3}} = 10$$

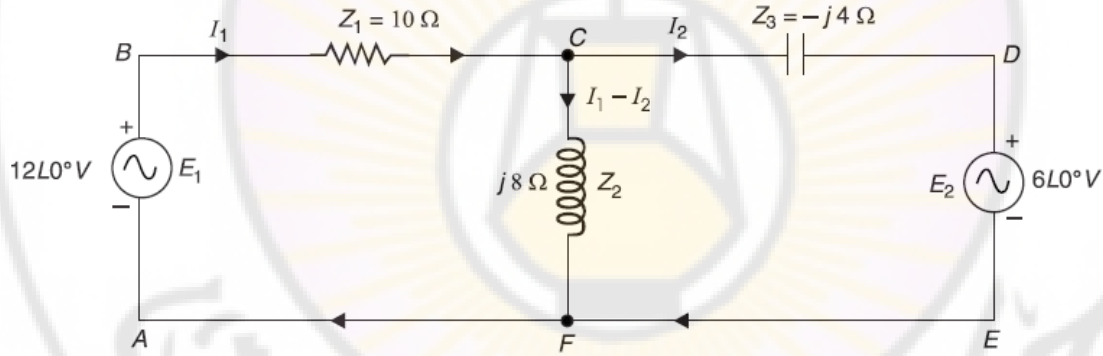
$$V = I [10 + j1 - j10] = I [10 - j9]$$

$$I = \frac{V}{10 - j9} = \frac{100 \angle 0^\circ}{13.5 \angle -42^\circ} = 7.4 \angle 42^\circ \text{ A}$$

$$i = 7.4 \sin(100t + 42^\circ) \text{ A}$$

مثال (٣١):

باستخدام قانون كيرشوف أوجد التيار المار في المكثف المبينة بالشكل (١٠٦).



الشكل (١٠٦): مخطط الدارة الكهربائية.

حل المثال (٣١):

سنطبق قانون كيرشوف على الحلقات ABCFA و CDEFC. يتم الحصول على معادلات الحلقة عن طريق معادلات الجهد.

حلقة ABCFA:

$$I_1 Z_1 + (I_1 - I_2) Z_2 = E_1$$

حلقة CDEFC:

$$(I_2 - I_1) Z_2 + I_2 Z_3 + E_2 = 0$$

إعادة ترتيب هذه المعادلات حسب قاعدة كرامر يكون لدينا:

$$I_1 (Z_1 + Z_2) + I_2 (-Z_2) = E_1$$

$$I_1(-Z_2) + I_2(Z_2 + Z_3) = -E_2$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 & E_1 \\ -Z_2 & -E_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_2 + Z_3 \end{vmatrix}} = \frac{(Z_1 + Z_2)(-E_2) + E_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)(Z_2 + Z_3) - Z_2^2} = \frac{-E_2 Z_1 - E_2 Z_2 + E_1 Z_2}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}$$

$$I_2 = \frac{-E_2 Z_1 - E_2 Z_2 + E_1 Z_2}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}$$

$$E_1 = 12 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$E_2 = 6 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$Z_1 = 10 \angle 0^\circ \Omega$$

$$Z_2 = 8 \angle 90^\circ \Omega$$

$$Z_3 = 4 \angle -90^\circ \Omega$$

$$E_2 Z_1 = 6 \angle 0^\circ \times 10 \angle 0^\circ = 60 \angle 0^\circ$$

$$E_2 Z_2 = 6 \angle 0^\circ \times 8 \angle 90^\circ = 48 \angle 90^\circ$$

$$E_1 Z_2 = 12 \angle 0^\circ \times 8 \angle 90^\circ = 96 \angle 90^\circ$$

$$Z_1 Z_2 = 80 \angle 90^\circ$$

$$Z_1 Z_3 = 40 \angle -90^\circ$$

$$Z_2 Z_3 = 32 \angle 0^\circ$$

$$I_2 = \frac{-60 \angle 0^\circ - 48 \angle 90^\circ + 96 \angle 90^\circ}{80 \angle 90^\circ + 40 \angle -90^\circ + 32 \angle 0^\circ} = \frac{-60 + j48}{32 + j40} = \frac{76.84 \angle 141.34^\circ}{51.22 \angle 51.34^\circ} = 1.5 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$I_2 = 1.5 \angle 90^\circ \text{ A}$$

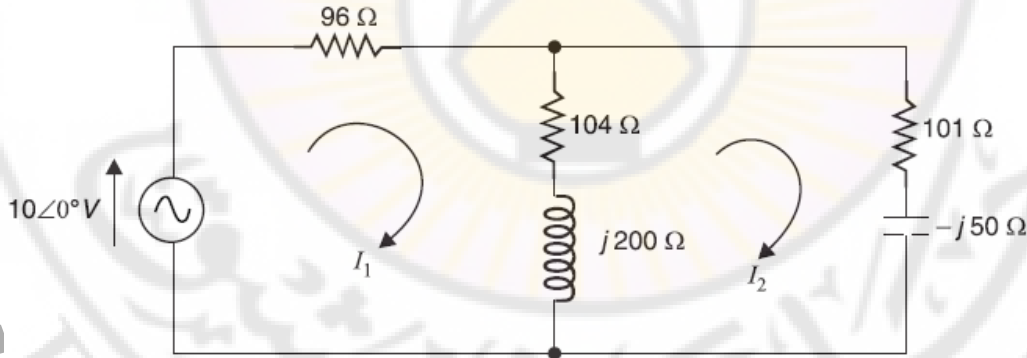
تحليل دارات التيار المتناوب باستخدام طريقة الحلقات:

لتحليل دارات التيار المتناوب هي نفس طريقة تحليل دارات التيار المستمر باستثناء أن الممانعات والجهود والتيارات يتم التعبير عنها كقيم مركبة وتتألف من الخطوات التالية:

١. يتم فرض تيار مستقل لكل حلقة ويجب اختيار الاتجاه نفسه لجميع التيارات الحلقات في الدارة الكهربائية وعادة تكون كل تيارات الحلقات في اتجاه عقارب الساعة.
٢. عندما يتدفق تياران عبر نفس العنصر في الدارة ، يتم حساب التيار المحصل بنفس طريقة التيار المستمر.
٣. قانون كيرشوف لدارة التيار المتناوب تطبق على كامل حلقات الدارة لكتابة معادلة لكل حلقة من حيث التيارات.
٤. بالنهاية تكون تيارات الفروع التي تظهر كقيم موجبة تكون في نفس الاتجاه المفروض لتيارات الحلقة. اما تيارات الفروع التي لها قيمة سالبة تكون عكس الاتجاه المفروض لتيار الحلقة ويكون له زاوية فرق طور إضافية بمقدار ١٨٠ درجة بالنسبة الى تيار الحلقة.

مثال (٣٢):

باستخدام تيار الحلقة اوجد التيارات الكلي للدارة وتيار المكثف المبين بالشكل (١٠٧) وعن استطاعة الدارة.



الشكل (١٠٧): مخطط الدارة الكهربائية.

حل المثال (٣٢):

تيار الحلقة الأولى:

$$10 - 96 I_1 - 104 (I_1 - I_2) - j 200(I_1 - I_2) = 0$$

تيار الحلقة الثانية:

$$- 101 I_2 - (-j 50) I_2 - j 200 (I_2 - I_1) - 104(I_2 - I_1) = 0$$

$$I_1(200 + j 200) - I_2 (104 + j 200) = 10$$

$$-I_1(104 + j200) + I_2(205 + j150) = 0$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -(104 + j200) \\ 0 & (205 + j150) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (200 + j200) & -(104 + j200) \\ -(104 + j200) & (205 + j150) \end{vmatrix}} = \frac{10(205 + j150) - 0}{(200 + j200)(205 + j150) - (104 + j200)^2}$$

$$I_1 = \frac{2050 + j1500}{40184 + j29400} = \frac{2540.18 \angle 36.19^\circ}{49790 \angle 36.19^\circ} = 5.1 \times 10^{-2} \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} (200 + j200) & 10 \\ -(104 + j200) & 0 \end{vmatrix}}{40184 + j29400} = \frac{0 + 10(104 + j200)}{40184 + j29400}$$

$$I_2 = \frac{1040 + j2000}{40184 + j29400} = \frac{2254.24 \angle 62.53^\circ}{49790 \angle 36.19^\circ} = 4.526 \times 10^{-2} \angle 26.34^\circ \text{ A}$$

التيار الكلي:

$$I_1 = 5.1 \times 10^{-2} \angle 0^\circ \text{ A}$$

تيار المكثف:

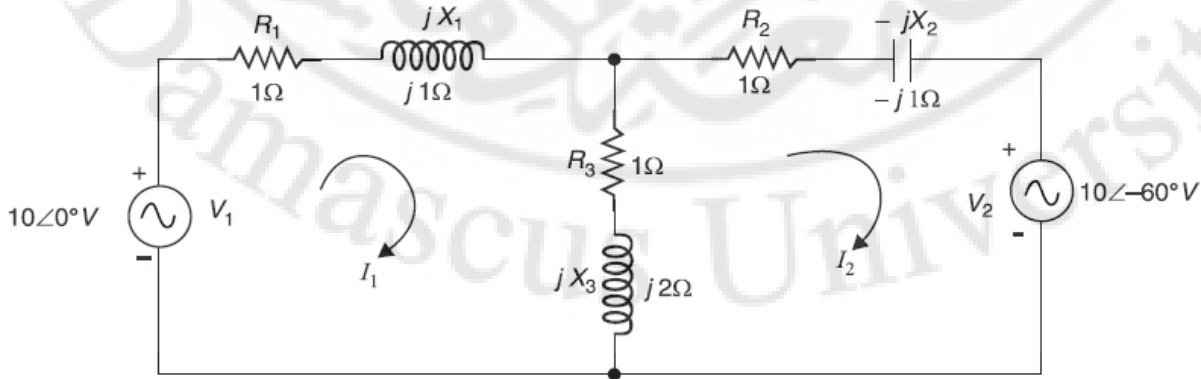
$$I_2 = 4.526 \times 10^{-2} \angle 26.34^\circ \text{ A}$$

استطاعة الدارة:

$$P = VI_1 \cos \phi = 10 \times 5.1 \times 10^{-2} \times \cos 0^\circ = 0.51 \text{ W}$$

مثال (٣٣):

باستخدام تحليل تيار الحلقات احسب قيمة التيارات في مختلف فروع الدارة الموضحة في الشكل (١٠٨).



الشكل (١٠٨): مخطط الدارة الكهربائية.

حل المثال (٣٣):

هناك حلقتين لهما التيارين I_1 و I_2 .

تيار الحلقة الأولى:

$$I_1 Z_1 + (I_1 - I_2) Z_3 = V_1$$

$$I_1 (Z_1 + Z_3) - I_2 Z_3 = V_1$$

تيار الحلقة الثانية:

$$I_2 Z_2 + (I_2 - I_1) Z_3 = -V_2$$

$$-I_1 Z_3 + I_2 (Z_2 + Z_3) = -V_2$$

$$Z_1 + Z_3 = Z_{11}$$

$$Z_{11} = (R_1 + R_3) + j(X_1 + X_3) = (2 + j3)\Omega$$

$$Z_3 = Z_{12} = Z_{21}$$

$$Z_{12} = Z_{21} = Z_3 = (1 + j2)\Omega$$

$$Z_{22} = Z_2 + Z_3$$

$$Z_{22} = (R_2 + R_3) + j(X_3 - X_2) = (2 + j1)\Omega$$

$$I_1 Z_{11} - I_2 Z_{12} = V_1$$

$$-I_1 Z_{21} + I_2 Z_{22} = -V_2$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} V_1 & -Z_{12} \\ -V_2 & Z_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_{11} & -Z_{12} \\ -Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix}} = \frac{V_1 Z_{22} - V_2 Z_{12}}{Z_{11} Z_{22} - Z_{12}^2}$$

$$I_1 = \frac{10(2 + j1) - (10 \angle -60^\circ)(1 + j2)}{(2 + j3)(2 + j1) - (1 + j2)^2} = \frac{(20 + j10) - (5 - j5\sqrt{3})(1 + j2)}{(1 + j8) + (3 - j4)}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} Z_{11} & V_1 \\ -Z_{21} & -V_2 \end{vmatrix}}{Z_{11} Z_{22} - Z_{12}^2} = \frac{-V_2 Z_{11} + Z_{21} V_1}{5.66 \angle 45^\circ}$$

$$I_2 = \frac{-10 \angle -60^\circ (2 + j3) + (1 + j2)10}{5.66 \angle 45^\circ} = \frac{34.1 \angle 139.3^\circ}{5.66 \angle 45^\circ}$$

$$I_2 = 6.03 \angle 94.3^\circ \text{ A} = (-0.46 + j 6.01) \text{ A}$$

$$I_1 - I_2 = (0.79 + j1.37) - (-0.46 + j 6.01) = (1.25 - j 4.64) \text{ A}$$

تحليل دارات التيار المتناوب باستخدام طريقة العقد:

لتحليل دارات التيار المتناوب بطريقة تحليل العقد هي نفس طريقة تحليل دارات التيار المستمر باستثناء أن نستبدل المقاومات بالممانعات وأن زاوية فرق الطور لجميع الكميات (مثل الممانعات والجهد والتيارات) يجب أن تؤخذ في الاعتبار.

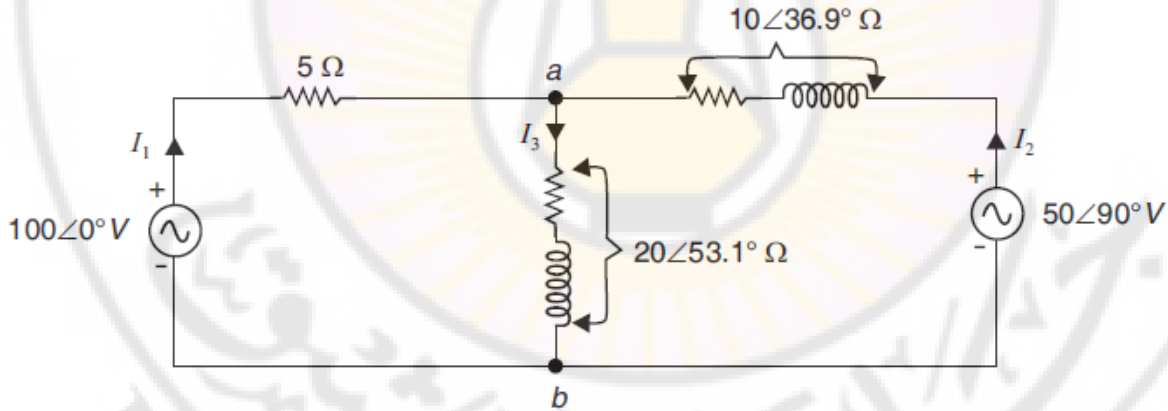
ويجب تحديد إحدى العقد الرئيسية لتكون العقدة المرجعية كي يمكننا من تطبيق قانون كيرشوف الأول على أي العقد الرئيسية (باستثناء العقدة المرجعية) للحصول على جهد العقدة الخاص بها.

بمجرد تحديد جهد العقدة، يمكن حساب التيارات الفرعية بسهولة.

نظرًا لأنه يمكن كتابة معادلة واحدة لكل عقدة رئيسية باستثناء العقدة المرجعية، فإن عدد المعادلات المطلوبة للحل سيكون $(n-1)$ حيث n هو عدد العقد الرئيسية في الدارة الرئيسية هي I_1 و I_2 .

مثال (٣٤):

باستخدام تحليل تيار العقد لإيجاد الجهد عند العقدة "a" والتيارات I_1 و I_2 و I_3 في الدارة الموضحة في الشكل (١٠٩).



الشكل (١٠٩): مخطط الدارة الكهربائية.

حل المثال (٣٤):

هناك نوعان من العقد الرئيسية "a" و "b" في الدارة. أخذ العقدة "b" كعقدة مرجعية وتطبيق قانون كيرشوف الأول للعقدة "a"، لدينا، هناك حلقتي لهما التيارين I_1 و I_2 .

$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$\frac{100 - V_a}{5} + \frac{50\angle 90^\circ - V_a}{10\angle 36.9^\circ} = \frac{V_a}{20\angle 53.1^\circ}$$

$$(20 - 0.2 V_a) + (5\angle 53.1^\circ - 0.1 V_a \angle -36.9^\circ) = 0.05 V_a \angle -53.1^\circ$$

$$V_a(0.2 + 0.1 \angle -36.9^\circ + 0.05 \angle -53.1^\circ) = 20 + 5 \angle 53.1^\circ$$

$$V_a[0.2 + (0.08 - j0.06) + (0.03 - j0.04)] = 20 + (3 + j4)$$

$$V_a[0.31 - j0.1] = 23 + j4$$

$$V_a = \frac{23 + j4}{0.31 - j0.1} = \frac{23.35 \angle 9.87^\circ}{0.326 \angle -17.88^\circ} = 71.62 \angle 27.75^\circ \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{100 - 71.62 \angle 27.75^\circ}{5} = \frac{100 - (63.38 + j33.35)}{5}$$

$$I_1 = \frac{36.62 - j33.35}{5} = \frac{49.53 \angle -42.32^\circ}{5} = 9.9 \angle -42.32^\circ \text{ A}$$

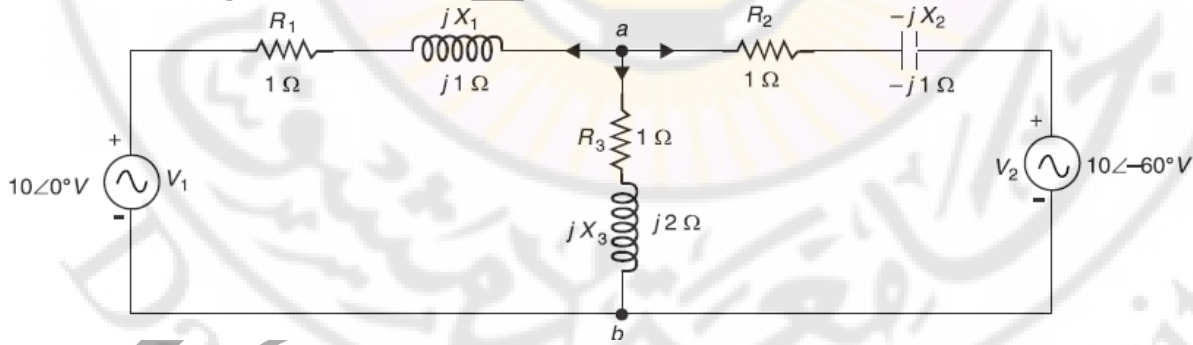
$$I_2 = \frac{50 \angle 90^\circ - 71.62 \angle 27.75^\circ}{10 \angle 36.9^\circ} = \frac{(j50) - (63.38 + j33.35)}{10 \angle 36.9^\circ}$$

$$I_2 = \frac{-63.38 + j16.65}{10 \angle 36.9^\circ} = \frac{65.53 \angle 165.28^\circ}{10 \angle 36.9^\circ} = 6.55 \angle 128.38^\circ \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{71.62 \angle 27.75^\circ}{20 \angle 53.1^\circ} = 3.58 \angle -25.35^\circ \text{ A}$$

مثال (٣٥):

باستخدام طريق تحليل العقد، أوجد التيار في فرع ($Z_3 = R_3 + jX_3$) في الدارة الموضحة في الشكل (١١٠).



الشكل (١١٠): مخطط الدارة الكهربائية.

حل المثال (٣٥):

هناك عقدتين رئيسيتين "a" و "b". لنأخذ العقدة "b" كعقدة مرجعية. بافتراض أن جميع التيارات تتدفق بعيداً عن العقدة "a" وبتطبيق قانون كيرشوف الأول على العقدة "a" يكون لدينا:

$$\frac{V_a - V_1}{Z_1} + \frac{V_a}{Z_3} + \frac{V_a - V_2}{Z_2} = 0$$

$$V_a \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right) = \frac{V_1}{Z_1} + \frac{V_2}{Z_2}$$

$$\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} = \left(\frac{1}{2} - j\frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} + j\frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{5} - j\frac{2}{5} \right)$$

$$\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} = (1.2 - j0.4) \text{ S} = 1.263 \angle -18.4^\circ \text{ S}$$

$$\frac{V_1}{Z_1} + \frac{V_2}{Z_2} = \frac{10 \angle 0^\circ}{\sqrt{2} \angle 45^\circ} + \frac{10 \angle -60^\circ}{\sqrt{2} \angle -45^\circ} = (5 - j5) + (6.81 - j1.83)$$

$$\frac{V_1}{Z_1} + \frac{V_2}{Z_2} = (11.81 - j6.83) \text{ A} = 13.65 \angle -30^\circ \text{ A}$$

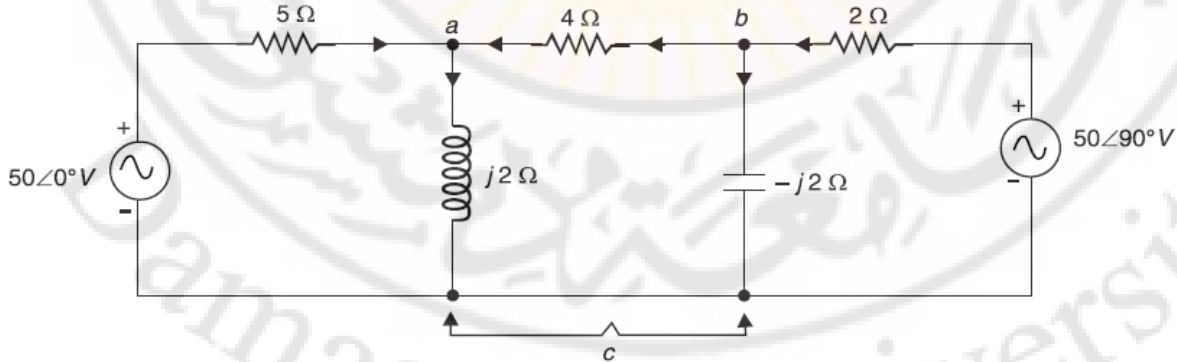
$$V_a (1.263 \angle -18.4^\circ) = 13.65 \angle -30^\circ$$

$$V_a = \frac{13.65 \angle -30^\circ}{1.263 \angle -18.4^\circ} = 10.8 \angle -11.6^\circ \text{ V}$$

$$I_3 = \frac{V_a}{Z_3} = \frac{10.8 \angle -11.6^\circ}{\sqrt{5} \angle 63.5^\circ} = 4.82 \angle -75^\circ \text{ A}$$

مثال (٣٦):

حدد قيمة الجهد عند العقد "a" و "b" فيما يتعلق بالعقدة المرجعية "c" في الدارة الموضحة في الشكل (١١١). احسب أيضًا التيار المار بالملف ($j2\Omega$) والمكثف ($-j2\Omega$).



الشكل (١١١): مخطط الدارة الكهربائية.

حل المثال (٣٦):

هناك نوعان من العقد الرئيسية "a" و "b" بخلاف العقدة المرجعية "c". لذلك ، نحتاج إلى معادلتين عقديتين لحل هذه الدارة وبتطبيق قانون كيرشوف الاول على العقدة "a":

$$\frac{50 - V_a}{5} + \frac{V_b - V_a}{4} = \frac{V_a}{j2}$$

$$\frac{V_a}{j2} = \frac{V_a}{j2} \times \frac{-j2}{-j2} = -j 0.5 V_a$$

$$(10 - 0.2V_a) + (0.25V_b - 0.25V_a) = -j0.5V_a$$

$$10 - 0.45V_a + 0.25V_b = -j 0.5V_a$$

$$V_a(0.45 - j 0.5) - 0.25V_b = 10$$

وبتطبيق قانون كيرشوف الأول على العقدة "b":

$$\frac{V_b - V_a}{4} + \frac{V_b}{-j2} = \frac{50 \angle 90^\circ - V_b}{2}$$

$$(0.25 V_b - 0.25V_a) + j 0.5V_b = j 25 - 0.5V_b$$

$$-0.25V_a + V_b(0.75 + j 0.5) = j25$$

$$V_a = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -0.25 \\ j25 & 0.75 + j0.5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0.45 - j0.5 & -0.25 \\ -0.25 & 0.75 + j0.5 \end{vmatrix}} = \frac{(7.5 + j5) + j6.25}{(0.45 - j0.5)(0.75 + j0.5) - (0.25)^2}$$

$$V_a = \frac{7.5 + j11.25}{0.525 - j0.15} = \frac{13.5 \angle 56.3^\circ}{0.546 \angle -15.95^\circ} = 24.7 \angle 72.25^\circ \text{ V}$$

$$V_b = \frac{\begin{vmatrix} 0.45 - j0.5 & 10 \\ -0.25 & j25 \end{vmatrix}}{0.546 \angle -15.95^\circ} = \frac{(0.45 - j0.5)(j25) + 2.5}{0.546 \angle -15.95^\circ}$$

$$V_b = \frac{15 + j11.23}{0.546 \angle -15.95^\circ} = \frac{18.75 \angle 36.87^\circ}{0.546 \angle -15.95^\circ} = 34.34 \angle 52.82^\circ \text{ V}$$

$$\text{تيار الملف} = \frac{V_a}{j2} = \frac{24.7 \angle 72.25^\circ}{2 \angle 90^\circ} = 12.35 \angle -17.75^\circ \text{ A}$$

$$\text{تيار المكثف} = \frac{V_b}{-j2} = \frac{34.34 \angle 52.82^\circ}{2 \angle -90^\circ} = 17.17 \angle 142.82^\circ \text{ A}$$

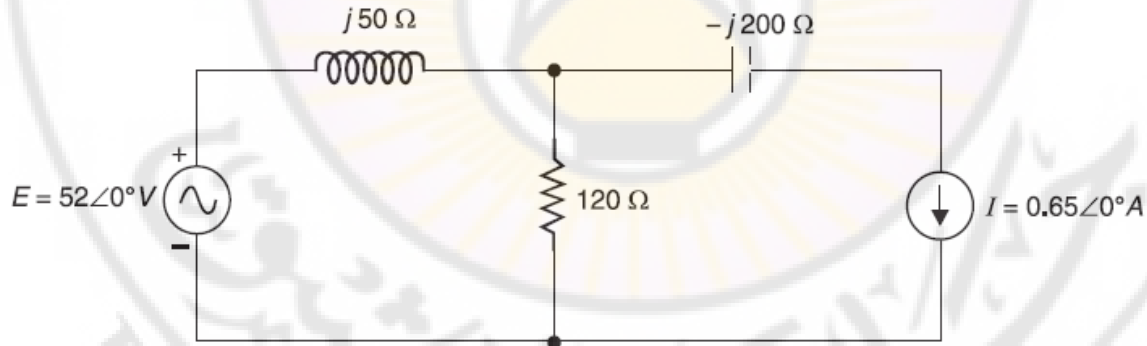
نظرية التراكم لحل دارات التيار المتناوب:

نظرية التراكم لحل دارات التيار المتناوب هي نفسها نظرية التراكم لحل دارات التيار المستمر ماعدا زاوية فرق الطور لجميع الكميات (الممانعات، الجهود والتيارات) يجب أن تؤخذ في الاعتبار. لذلك نظرية التراكم لحل دارات التيار المتناوب تكون على النحو التالي:

١. تحديد منبع تغذية واحد واستبدال جميع منابع التغذية الأخرى بممانعاتها الداخلية.
٢. تحديد تيار أو جهد عبر الفرع المطلوب نتيجة تأثير منبع التغذية فقط.
٣. كرر الخطوتين (١) و (٢) باستخدام كل منبع تغذية على التوالي حتى يتم حساب جميع قيم التيار أو الجهد الفروع لجميع المصادر.
٤. تحديد مجموع طور قيم التيار أو الجهد للحصول على التيار الكلي عبر هذا الفرع.

مثال (٣٧):

باستخدام نظرية التراكم لإيجاد التيار المار بالمقاومة 120Ω الموضحة في الشكل (١١٢).

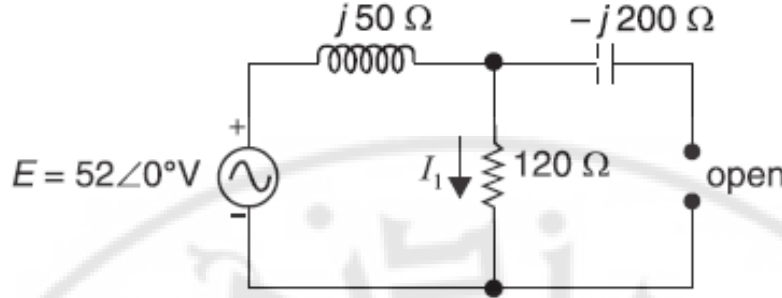


الشكل (١١٢): مخطط الدارة الكهربائية.

حل المثال (٣٧):

يتطلب استخدام نظرية التراكم الخطوتين التاليتين:

١. $E = 52\angle 0^\circ \text{ V}$ منبع تغذية يعمل بمفرده. للحصول على التيار من خلال المقاومة 120Ω بسبب $E = 52\angle 0^\circ \text{ V}$ ، نفتح منابع التغذية كما هو موضح في الشكل (١١٣).



الشكل (١١٣): مخطط الدارة الكهربائية بتأثير منبع التغذية $E = 52\angle 0^\circ \text{ V}$ فقط.

نظرًا لأنه لا يمكن للتيار أن يمر عبر المكثف ، فإن الممانعة الإجمالية Z_T عبر منبع تغذية الجهد هي:

$$Z_T = (120 + j 50) \Omega = 130 \angle 22.62^\circ \Omega$$

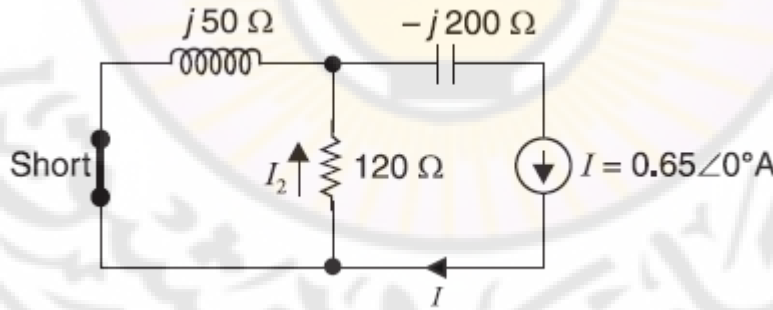
لذلك التيار I_1 في المقاومة 120Ω بتأثير منبع التغذية بمفرده

$$I_1 = \frac{E}{Z_T} = \frac{52\angle 0^\circ}{130\angle 22.62^\circ} = 0.4 \angle -22.62^\circ \text{ A}$$

٢. $I = 0.65\angle 0^\circ \text{ A}$ منبع تيار يعمل بمفرده. من أجل العثور على التيار المار بالمقاومة 120Ω بتأثير التيار

$I = 0.65\angle 0^\circ \text{ A}$ ، نستبدل مصدر الجهد بدارة قصر كما هو موضح في الشكل (١١٤) وبتطبيق قاعدة مجزا

التيار، فإن التيار I_2 المار بالمقاومة 120Ω هو:



الشكل (١١٤): مخطط الدارة الكهربائية بتأثير منبع التيار $E = 52\angle 0^\circ \text{ V}$ فقط.

$$I_2 = \frac{j50}{120 + j50} \times I = \frac{50\angle 90^\circ}{130\angle 22.62^\circ} \times 0.65\angle 0^\circ$$

$$I_2 = 0.25 \angle 67.38^\circ \text{ A}$$

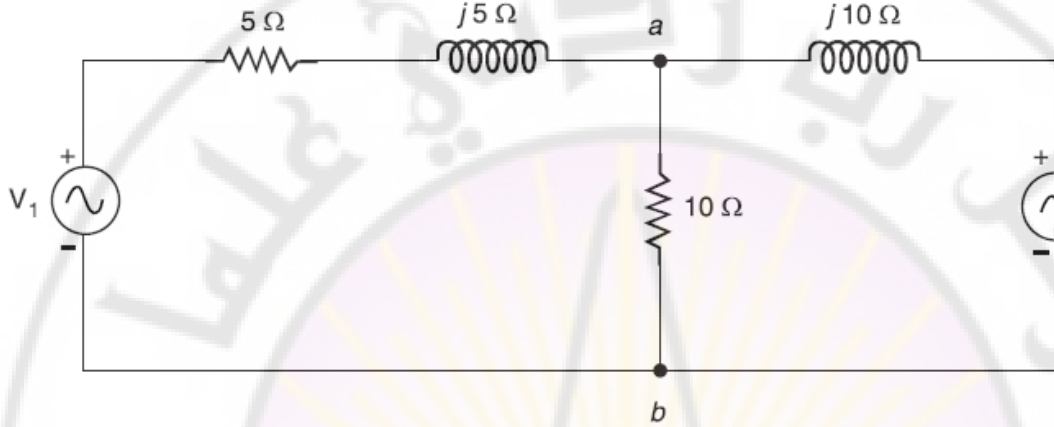
$$120\Omega \text{ التيار الكلي المار بالمقاومة } = I_1 - I_2 = 0.4\angle -22.62^\circ - 0.25\angle 67.38^\circ$$

$$120\Omega \text{ التيار الكلي المار بالمقاومة } = (0.369 - j 0.154) - (0.096 + j0.231)$$

$$120\Omega \text{ التيار الكلي المار بالمقاومة } = (0.273 - j0.385) \text{ A} = \mathbf{0.472 \angle -54.66^\circ \text{ A}}$$

مثال (٣٨):

في الدارة الموضحة في الشكل (١١٥)، ينتج المنبعان اللذان يعملان بشكل منفصل تيارات متساوية في الفرع ab. أوجد النسبة V_1/V_2 .

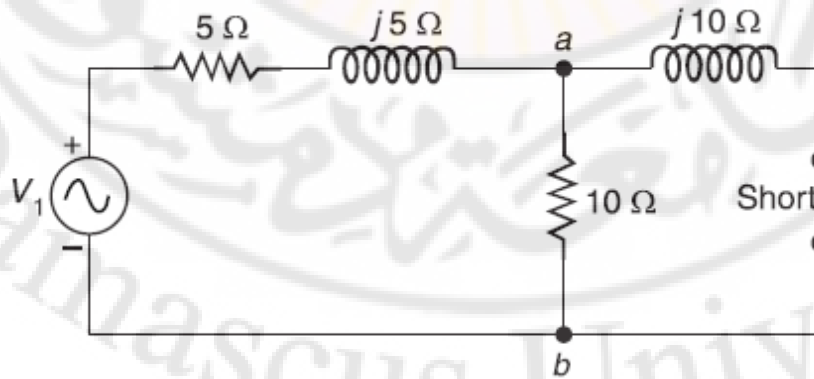


الشكل (١١٥): مخطط الدارة الكهربائية.

حل المثال (٣٨):

من أجل إيجاد V_1/V_2 ، يجب أن نستخدم الخطوتين التاليتين:

١. V_1 يعمل بمفرده. من أجل العثور على التيار من خلال الفرع ab نظرًا لأن المنبع V_1 يعمل بمفرده، فإننا نستبدل V_2 بدارة قصر. ثم تصبح الدارة كما هو موضح في الشكل (١١٦) يتم إعطاء المقاومة الإجمالية Z_T عبر مصدر الجهد V_1 بواسطة:

الشكل (١١٦): مخطط الدارة الكهربائية بتأثير منبع التغذية V_1 فقط.

$$Z_T = (5 + j5) + (10 \parallel j10) = (5 + j5) + \frac{10 \times j10}{10 + j10}$$

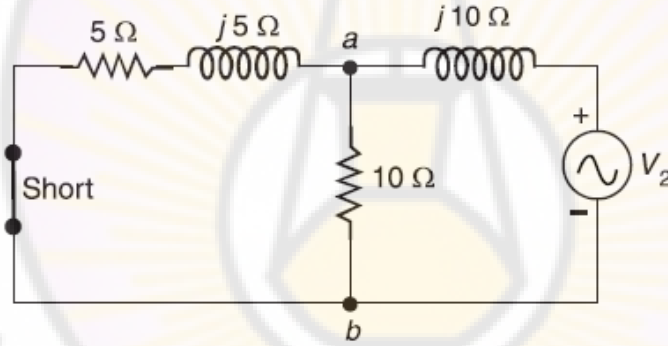
$$Z_T = (5 + j5) + \frac{j100}{10 + j10} = \frac{j20}{1 + j1}$$

$$I = \frac{V_1}{Z_T} = \frac{V_1(1 + j1)}{j20}$$

بتطبيق قاعدة مجزأ التيار نجد:

$$I_{ab} = I \times \frac{j10}{10 + j10} = \frac{V_1(1 + j1)}{j20} \times \frac{j10}{10 + j10} = \frac{V_1}{20}$$

٢. V_2 يعمل بمفرده. من أجل العثور على التيار من خلال الفرع ab نظرًا لأن المنبع V_2 يعمل بمفرده، فإننا نستبدل V_1 بدارة قصر. ثم تصبح الدارة كما هو موضح في الشكل (117) يتم إعطاء المقاومة الإجمالية Z_T عبر مصدر الجهد V_2 بواسطة:



الشكل (١١٧): مخطط الدارة الكهربائية بتأثير منبع التغذية V_2 فقط.

$$Z'_T = (j10) + (10 \parallel (5 + j5)) = (j10) + \frac{10(5 + j5)}{10 + 5 + j5}$$

$$Z'_T = j10 + \frac{50 + j50}{15 + j5} = \frac{j200}{15 + j5}$$

$$I' = \frac{V_2}{Z'_T} = \frac{V_2(15 + j5)}{j200}$$

$$I'_{ab} = I' \times \frac{5 + j5}{10 + 5 + j5} = \frac{V_2(15 + j5)}{j200} \times \frac{5 + j5}{15 + j5} = \frac{V_2(5 + j5)}{j200}$$

من نص المثال التيار في الفرع (ab) الناتج عن المنبع الأول (V_1) يساوي التيار الناتج عن المنبع الثاني (V_2) أي:

$$\frac{V_1}{20} = \frac{V_2(5+j5)}{j200}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{20(5+j5)}{j200} = \frac{20 \times 7.07 \angle 45^\circ}{200 \angle 90^\circ} = 0.707 \angle -45^\circ$$

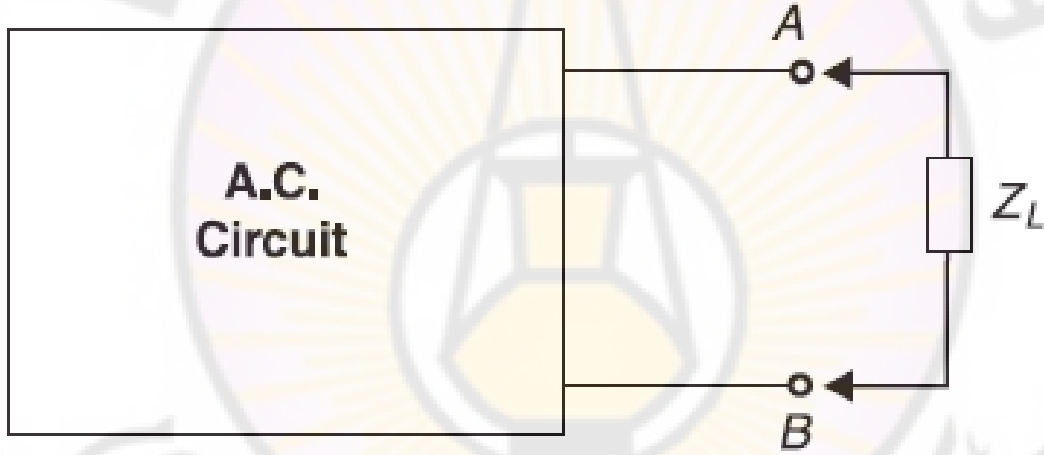
نظرية ثفنن لحل دارات التيار المتناوب:

نظرية ثفنن لحل دارات التيار المتناوب هي نفسها نظرية ثفنن لحل دارات التيار المستمر ماعدا زاوية فرق الطور لجميع الكميات (الممانعات، الجهود والتيارات) يجب أن تؤخذ في الاعتبار.

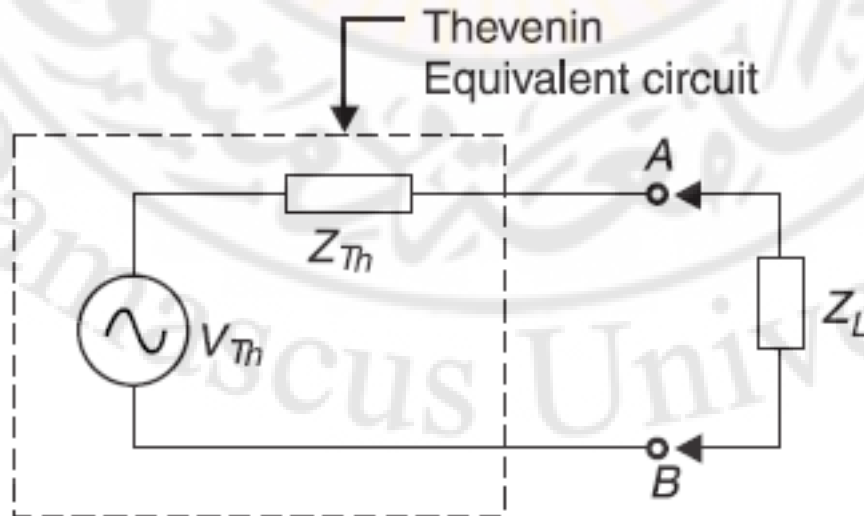
لذلك نظرية ثفنن لحل دارات التيار المتناوب تكون على النحو التالي:

يتم استبدال دارة التيار المتناوب بمنبع تغذية وحيد (V_{Th}) على التسلسل مع ممانعة مكافئة للدارة (Z_{Th}). الموضحة بالشكلين (١١٨) و (١١٩).

طريقة حساب وتحديد قيم كل من (V_{Th}) و (Z_{Th}) هو نفسه بالنسبة لدارات التيار المستمر، أي (V_{Th}) هو جهد الدارة المفتوحة في الطرف المدروس (مثل الفرع AB) والممانعة التسلسلية (Z_{Th}) هي الممانعة على طرفي الفرع AB مع استبدال جميع المصادر بممانعاتها الداخلية.



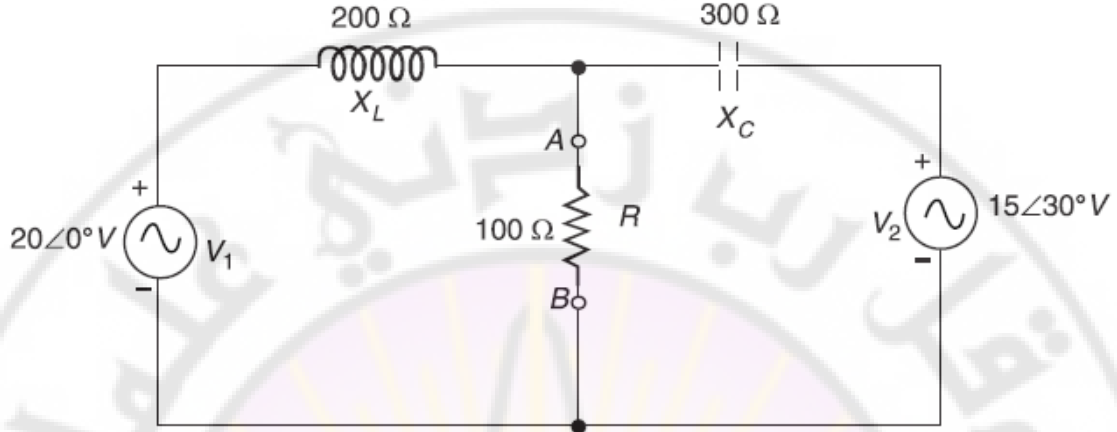
الشكل (١١٨): مخطط الدارة الكهربائية العامة.



الشكل (١١٩): حل الدارة الكهربائية بطريقة ثفنن.

مثال (٣٩):

باستخدام نظرية ثفنن أوجد التيار المار بالمقاومة (R) في الشكل (١٢٠).



الشكل (١٢٠): مخطط الدارة الكهربائية.

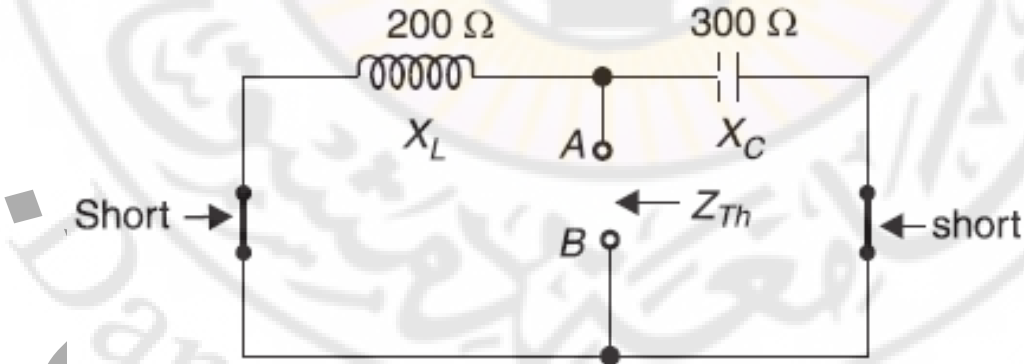
حل المثال (٣٩):

اعتبر المقاومة (R) هي الحمولة

$$Z_1 = j 200 \Omega = 200 \angle 90^\circ \Omega$$

$$Z_2 = -j 300 \Omega = 300 \angle -90^\circ \Omega$$

لإيجاد (Z_{Th}) في الفرع AB، نقوم بإزالة المقاومة (R) واستبدال منابع الجهد بدارة قصر ثم تصبح الدارة كما هو موضح في الشكل (١٢١) من الواضح أن (Z_{Th}) هي الممانعة المكافئة على التفرع مع الملف والمكثف.



الشكل (١٢١): الدارة الكهربائية عند حساب مقاومة ثفنن.

$$Z_{Th} = \frac{j200 \times (-j300)}{j200 - j300} = j 600 \Omega = 600 \angle 90^\circ \Omega$$

لإيجاد (V_{Th})، نقوم بإزالة الحمل (R) من الدارة الأصلية. تصبح الدارة بعد ذلك كما هو موضح في الشكل (١٢٢). الجهد عبر الفرع AB هو (V_{Th}). يمكن حسابه على النحو التالي:

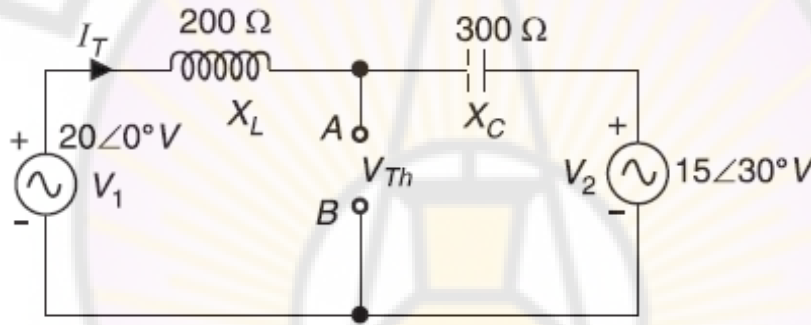
$$V_1 - V_2 = 20 \angle 0^\circ - 15 \angle 30^\circ = 10.3 \angle -46.9^\circ \text{ V}$$

$$Z_T = 200 \angle 90^\circ + 300 \angle -90^\circ = 100 \angle -90^\circ \Omega$$

$$I_T = \frac{V_1 - V_2}{Z_T} = \frac{10.3 \angle -46.9^\circ}{100 \angle -90^\circ}$$

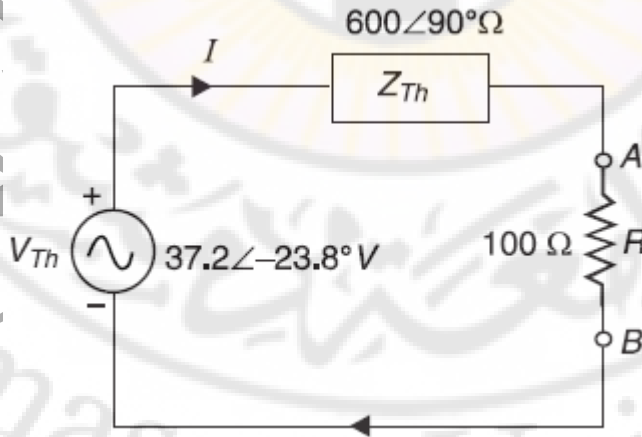
$$V_L = I_T X_L = \frac{10.3 \angle -46.9^\circ}{100 \angle -90^\circ} \times 200 \angle 90^\circ = 20.6 \angle 133.1^\circ \text{ V}$$

$$V_{Th} = V_1 - V_L = 20 \angle 0^\circ - 20.6 \angle 133.1^\circ = 37.2 \angle -23.8^\circ \text{ V}$$



الشكل (١٢٢): الدارة الكهربائية عند حساب جهد ثفنن.

الدارة المكافئة لدارة ثفنن تصبح كما هو موضح بالشكل (١٢٣):



الشكل (١٢٣): الدارة المكافئة بطريقة ثفنن للدارة الكهربائية.

ولحساب التيار المار بالمقاومة (100) اوم نكتب:

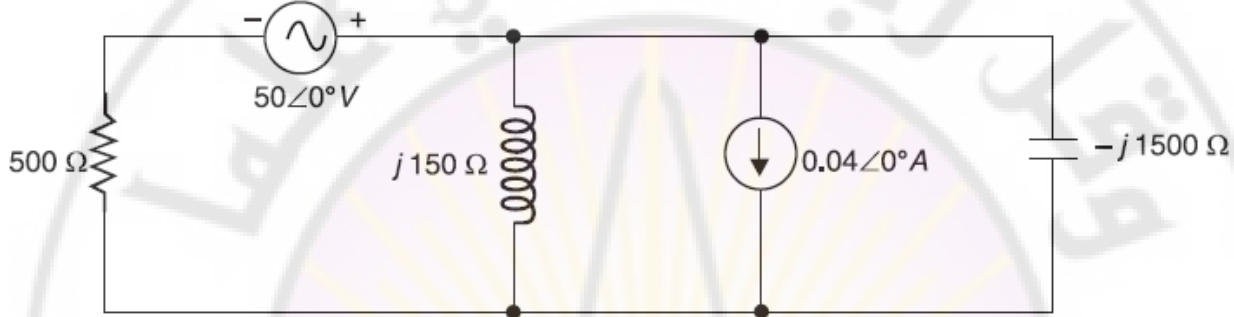
$$I = \frac{V_{Th}}{Z_{Th} + R} = \frac{37.2 \angle -23.8^\circ}{600 \angle 90^\circ + 100 \angle 0^\circ}$$

$$I = \frac{37.2 \angle -23.8^\circ}{608.3 \angle 80.5^\circ}$$

$$I = 61 \times 10^{-3} \angle -104.3^\circ \text{ A} = 61 \angle -104.3^\circ \text{ mA}$$

مثال (٤٠):

باستخدام نظرية ثفنن، أوجد الجهد عبر الملف في الشكل (١٢٤).

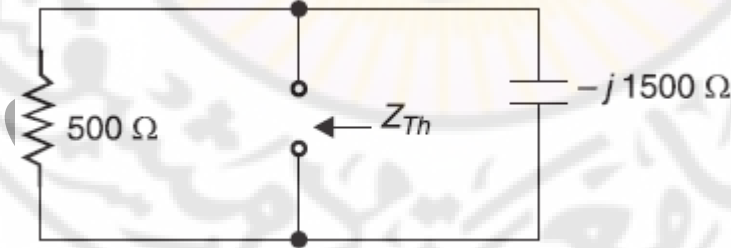


الشكل (١٢٤): مخطط الدارة الكهربائية.

حل المثال (٤٠):

اعتبر ان الملف هو (L) هو الحمل

لإيجاد (Z_{Th})، نقوم بإزالة الملف واستبدال منابع الجهد بدارة قصر ثم تصبح الدارة كما هو موضح في الشكل (125) من الواضح أن (Z_{Th}) هي الممانعة المكافئة على التفرع مع المقاومة والمكثف.



الشكل (125): الدارة الكهربائية عند حساب مقاومة ثفنن.

$$Z_{Th} = \frac{500 \angle 0^\circ \times 1500 \angle -90^\circ}{500 - j1500}$$

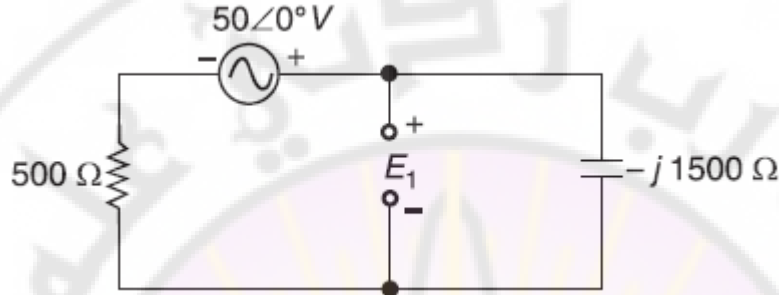
$$Z_{Th} = \frac{7.5 \times 10^5 \angle -90^\circ}{1581 \angle -71.57^\circ} = 474.38 \angle -18.43^\circ \Omega = (450 - j150) \Omega$$

لحساب (V_{Th})، نقوم بإزالة الملف (الحمل) من الدارة الأصلية. ثم الجهد عبر الفرع المفتوح هو (V_{Th}). سنستخدم مبدأ التراكب لإيجاد (V_{Th}).

يوضح الشكل (١٢٦) الدارة بعد استبدال منبع التيار بدارة مفتوحة بحيث يعمل منبع الجهد الآن بمفرده.

$$E_1 = \frac{50 \angle 0^\circ}{500 - j1500} \times 1500 \angle -90^\circ = \frac{50 \angle 0^\circ}{1581 \angle -71.57^\circ} \times 1500 \angle -90^\circ$$

$$E_1 = 47.44 \angle -18.43^\circ \text{ V} = (45 - j15) \text{ V}$$

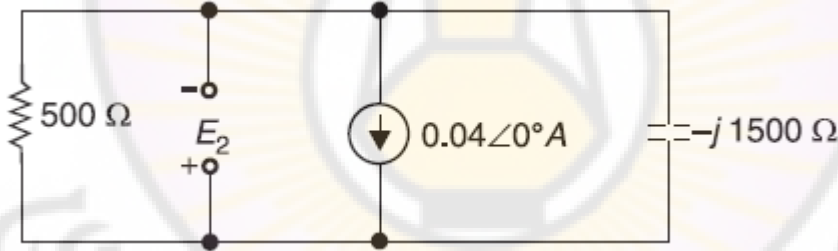


الشكل (١٢٦): الدارة المكافئة لحساب جهد ثفنن.

يوضح الشكل (١٢٧) الدارة بعد استبدال منبع الجهد بدارة قصر بحيث يعمل منبع التيار الآن بمفرده.

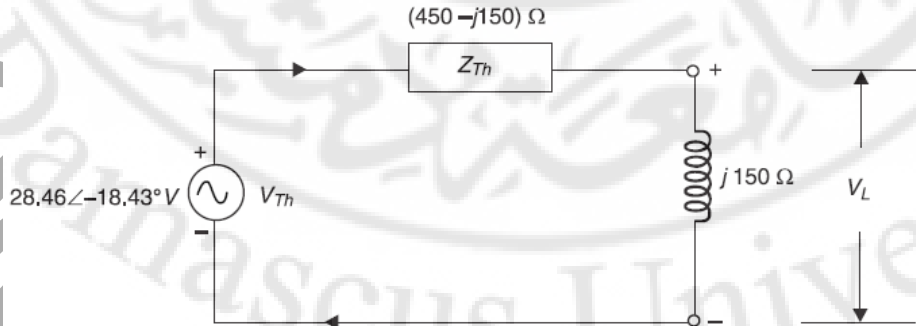
$$E_2 = 0.04 \angle 0^\circ \times Z_{Th} = 0.04 \angle 0^\circ \times 474.38 \angle -18.43^\circ$$

$$E_2 = 18.98 \angle -18.43^\circ \text{ V} = (18 - j6) \text{ V}$$



الشكل (١٢٧): الدارة المكافئة لحساب جهد ثفنن.

$$V_{Th} = E_1 - E_2 = (45 - j15) - (18 - j6) = (27 - j9) \text{ V} = 28.46 \angle -18.43^\circ \text{ V}$$



الشكل (١٢٨): الدارة المكافئة بطريقة ثفنن للدارة الكهربائية.

الدارة المكافئة للدارة الكهربائية بطريقة ثفنن موضحة بالشكل (١٢٨).

$$I = \frac{V_{Th}}{Z_{Th} + L} = \frac{28.46 \angle -18.43^\circ}{(450 - j150) + j150}$$

$$V_L = I \times X_L = I \times j150 = \frac{28.46 \angle -18.43^\circ}{(450 - j150) + j150} \times 150 \angle 90^\circ$$

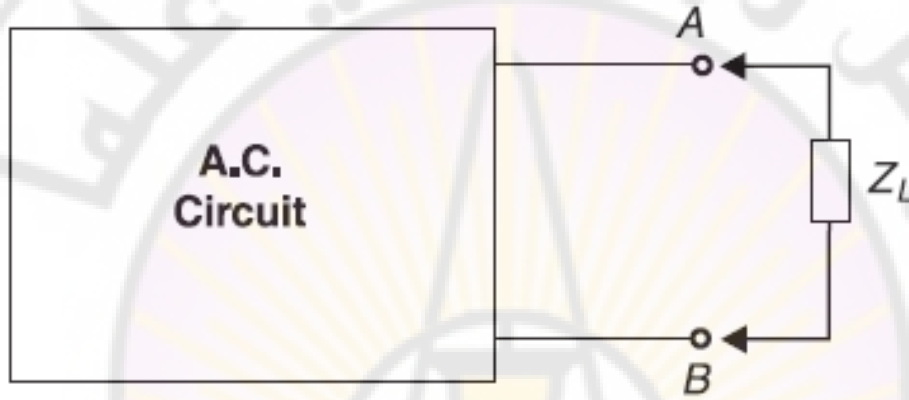
$$V_L = \frac{28.46 \angle -18.43^\circ}{450 \angle 0^\circ} \times 150 \angle 90^\circ = 9.49 \angle 71.57^\circ \text{ V}$$

نظرية نورتن لحل دارات التيار المتناوب:

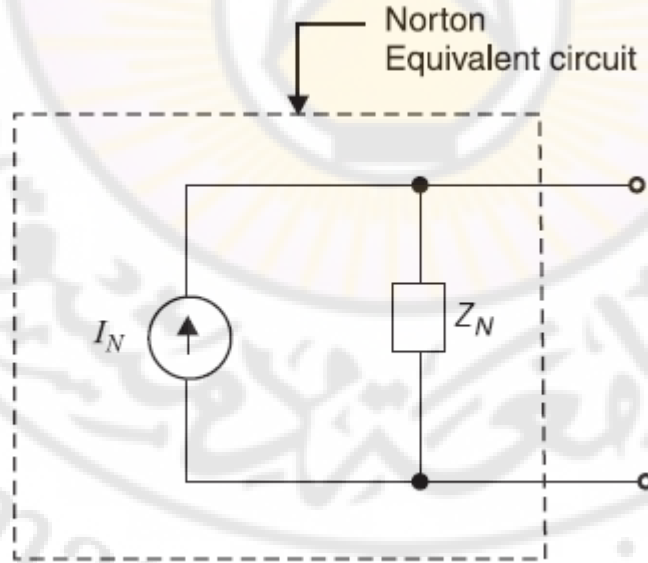
نظرية نورتن لحل دارات التيار المتناوب هي نفسها نظرية نورتن لحل دارات التيار المستمر ماعدا زاوية فرق الطور لجميع الكميات (الممانعات، الجهود والتيارات) يجب أن تؤخذ في الاعتبار.

لذلك نظرية نورتن لحل دارات التيار المتناوب تكون على النحو التالي:

يتم استبدال دارة التيار المتناوب بمصدر تيار وحيد (I_N) على التفرع مع ممانعة مكافئة للدارة (Z_N). الموضحة بالشكلين (١٢٩) و (١٣٠).



الشكل (١٢٩): مخطط الدارة الكهربائية العامة.

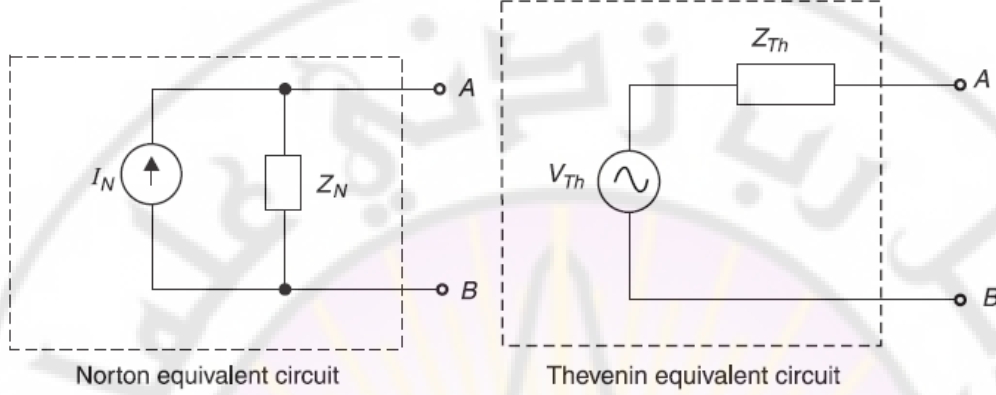


الشكل (١٣٠): حل الدارة الكهربائية بطريقة نورتن.

طريقة حساب وتحديد قيم كل من (I_N) و (Z_{Th}) هو نفسه بالنسبة لدارات التيار المستمر، أي (I_N) هو تيار الدارة المقصورة في الطرف المدروس والممانعة التفرعية (Z_{Th}) هي الممانعة على طرفي الفرع المفتوح مع استبدال جميع المصادر بممانعاتها الداخلية.

الدارات المكافئة بين ثفنن ونورتن:

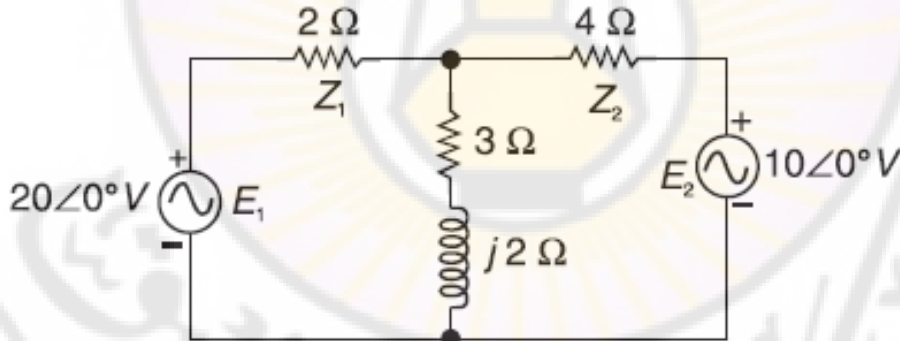
يمكن استبدال الدارة إما بدارة مكافئة لثفنن أو دائرة مكافئة لنورتن كما هو موضح في الشكل (١٣١). نظرًا لأن كلا الدارتين متساويتان، $V_{Th} = I_N \cdot Z_N$ و $Z_{Th} = Z_N$.



الشكل (131): الدارة الكهربائية المكافئة بين دارة ثفنن المكافئة ودارة نورتن المكافئة.

المثال (٤١):

استخدم نظرية نورتن لإيجاد التيار في المعاوقة $(3 + j2 \Omega)$ في الدارة الموضحة في الشكل (١٣٢).

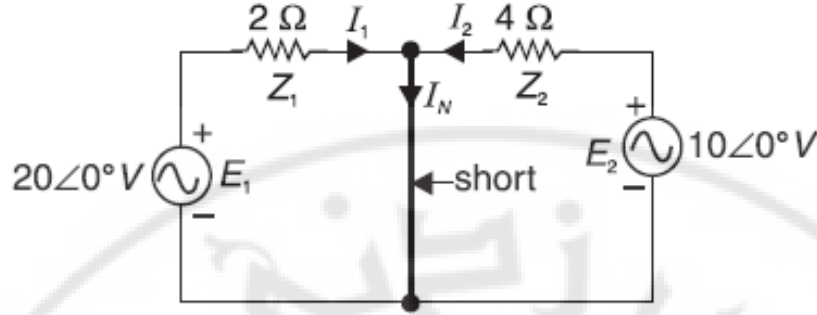


الشكل (١٣٢): الدارة الكهربائية.

حل المثال (٤١):

نعتبر المعاوقة $(3 + j2 \Omega)$ هي الحمل.

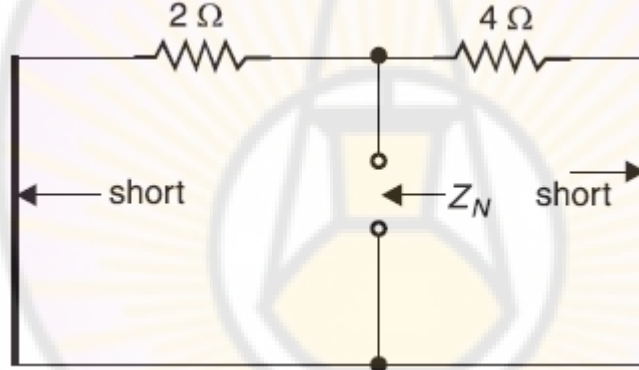
لحساب التيار (I_N) ، نقصر دارة بين طرفي الحمل ثم تصبح الدارة كما هي موضحة في الشكل (١٣٣) التيار الذي يمر في الدارة هو تيار نورتن (I_N) :



الشكل (١٣٣): الدارة المكافئة لحساب تيار نورتن.

$$I_N = I_1 + I_2 = \frac{E_1}{Z_1} + \frac{E_2}{Z_2} = \frac{20 \angle 0^\circ}{2 \angle 0^\circ} + \frac{10 \angle 0^\circ}{4 \angle 0^\circ} = 10 + 2.5 = 12.5A$$

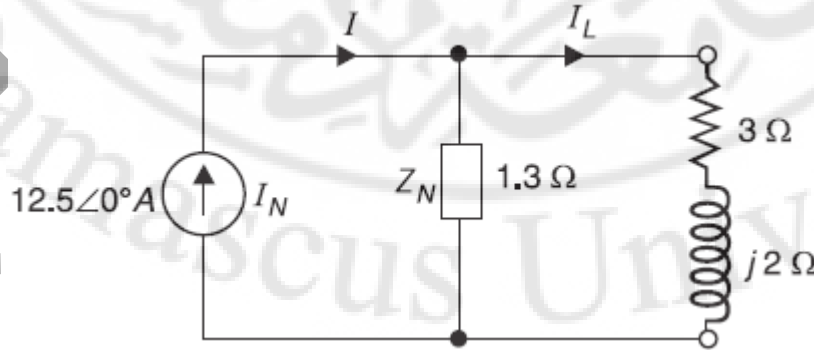
لحساب (ZN) نقوم بإزالة الحمل واستبدال كل منبع جهد بدارة قصر ثم تصبح الدارة كما هي موضحة في الشكل (١٣٤) أي



الشكل (١٣٣): الدارة المكافئة لحساب ممانعة نورتن.

$$Z_N = 2\Omega || 4\Omega = \frac{2 \times 4}{2 + 4} = 1.3\Omega$$

الشكل (١٣٤) يوضح دارة نورتن المكافئة للدارة الكهربائية.



الشكل (١٣٤): الدارة المكافئة بطريقة نورتن للدارة الكهربائية.