الإحصاء التحليلي في علم النفس

السنة الثانية

جميع الاختصاصات

د. رمضان درويش د. عزيزة رحمة

المحاضرة الأولى

الاستدلال الإحصائي

المعاينة والتقدير الإحصائي

المجتمع الإحصائي والعينة

المعلم و الإحصائي

يستند الاستدلال الإحصائي بصورة جوهرية على البيانات التي يتم الحصول عليها من عدد محدود من الأفراد أو الأشياء أو العناصر تسمى العينة . ومن خلال هذه البيانات تصاغ التعميمات أو الاستنتاجات الإحصائية حول جميع الأفراد أو الأشياء أو العناصر الذين يماثلون أفراد هذه العينة وتسمى هذه المجموعة الشاملة التي يجري التعميم على أفرادها بالمجتمع الإحصائي .

المجتمع الإحصائي : هو أي تجمع معرّف من الأشياء أو الأشخاص أو الحوادث . وهو المجموعة الشاملة التي يجري اختيار العينات منها . وهو إطار زماني ومكاني للمشكلة المدروسة .

ويتصف بصفتين أساسيتين : المرونة والتجانس

المرونة : يعني إمكانية التحكم بالإطار الزماني والمكاني للمجتمع الإحصائي .

التجانس : هو صفات متشابهة داخل مفردات المجتمع الإحصائي .

العينة : هي جزء صغير من المجتمع وهي نوعان :

- عينات عشوائية - عينات لا عشوائية (عمدية)

أ- العينات العشوائية : الاحتمالية :

وهي العينات التي يتم اختيارها باتباع طرائق علمية غير متميزة تستند إلى مبادئ الاحتمالات لغرض تمثيل المجتمع .

* وتعني أيضاً استخدام القوانين الرياضية و الإحصائية في عملية سحب العينة العشوائية التي يجب أن تمثل مجتمعها ، وتكون العينة عشوائية عندما تعطي كل مفردة في المجتمع الفرصة نفسها في الظهور .

والعينات العشوائية خمس أنواع :

١-**عشوائية بسيطة** : وهي أبسط أنواع العينات وأكثرها عشوائية تعتمد على طريقة القرعة لكنها لا تستخدم إلا في المجتمعات صغيرة الحجم .

٢-**العينات العشوائية المنتظمة** : تعتمد على ما يسمى فترة السحب = $\frac{\text{حجم المجتمع}}{\text{حجم العينة}}$ مجتمع مؤلف من ١٠٠ شخص نريد أن نسحب منه ١٠ أشخاص $\frac{100}{10}$= ١٠

٥ ←١٥←٢٥←٣٥←٤٥←٥٥←٦٥←٧٥

تعريف فترة السحب : هي المجال أو المدى الذي يفصل بين كل مفردة في العينة والتي قبلها والتي بعدها ، يؤخذ على هذا النوع من العينات كثرة الوقوع في الخطأ والتحيز .

٣-**العينات العنقودية** : سميت بذلك لأنها تشبه عناقيد العنب ، ويقسم المجتمع إلى عدة شرائح تسمى بالعناقيد، يستخدم هذا النوع في الإحصاءات الزراعية وفي إحصاءات السكان.

٤-**العينات الطبقية** : يستخدم هذا النوع من العينات في المجتمعات غير المتجانسة ، أي عندما يقسم المجتمع إلى طبقات ، وهنا يجب أن نحافظ على التجانس في العينة كما هو الأمر في المجتمع ، أي أن تمثل الطبقة في العينة بنفس نسبتها في المجتمع .

* فإذا كان ثلث مجتمع الدراسة من ذوي الدخل المنخفض مثلاً فإن ثلث أفراد العينة العشوائية الطبقية يجب أن يكونوا من هذه الطبقة .

٥-**العينات متعددة المراحل** : تشبه العينات العنقودية من حيث تقسيمها إلى مجموعات ، هذه المجموعات يجب أن تكون متجانسة ، إنما قد يفصل بين كل مرحلة والتالية مدة زمنية واحدة ، أو أن يقوم فريق عمل آخر بإجراء المرحلة التالية .

العينات اللاعشوائية :

هي عينات يسحبها الباحث بإرادته وتستخدم بصورة واسعة في استطلاعات الرأي العام وهي نوعان

- عينات منتقاة
- عينات حصص

العينات المنتقاة : يسحبها الباحث بإرادته دون أي ضابط أو معيار إلا في بعض الحالات الخاصة .

١-**العينة العرضية** : وفي هذا النوع يتم اختيار العينة عن طريق الصدفة ، كأن يوزع الباحث استبياناً له على طلبة الجامعة ممن يشاهدون إحدى المسرحيات .

٢-**العينة الهادفة** : وفي هذا النوع من العينات يتم اختيار أفرادها من قبل الباحث لتحقيق غرض معين من أغراض الدراسة .

عينات الحصص: هي عينات كالطبقية يحافظ على التجانس منها إنما يختارها الباحث بإرادته .

أخطاء العينات :

أثناء سحب العينات يمكن أن يحدث أحد نوعين من الأخطاء :

أ- أخطاء التحيز . ب- أخطاء الحظ والصدف

أ- **أخطاء التحيز** : تسمى أخطاء الباحث التي يسببها الباحث بقصد أو بغير قصد. وهذه الأخطاء تنشأ باتجاه واحد (الموجب أو السالب) وتكبر مع كبر حجم العينة فإذا عرف حجم الخطأ واتجاهه أمكن إدخال التعديلات عليه وإلا لابد من إعادة السحب من جديد .

ب- **أخطاء الحظ والصدف** : (الأخطاء الاحتمالية) : هذه الأخطاء لابد للباحث منها وتنشأ بالاتجاهين (الموجب والسالب) وبنفس الحجم، لذلك فهي تلغي بعضها بعضاً على المدى البعيد حسب قانون الأعداد الكبيرة (كلما كبر حجم العينة ، كلما أصبح الفرق بين التابع الإحصائي والثابت الإحصائي أصغر من أية قيمة مهما صغرت .

الثابت الإحصائي :

هو كل مقياس محسوب من المجتمع

متوسط المجتمع م ـ μ

الانحراف المعياري للمجتمع ع ـ σ ثوابت

نسبة مجتمع حَ P

التابع الإحصائي:

هو كل مقياس محسوب من العينة

متوسط العينة م، $\bar{x}$

الانحراف المعياري للعينة ع، S

نسبة العينة ح، $\bar{P}$

توابع

يعالج الاستدلال الإحصائي مسألتين :

أ- **التقدير الإحصائي** : أي نقدر الثابت الإحصائي بدلالة التابع الإحصائي أو أن نقدر المتغير التابع بدلالة المتغير المستقل ، والتقدير نوعان :

- تقدير بنقطة - تقدير بفاصلة .

التقدير بنقطة : نحصل عليه عندما تنعدم الأخطاء .

إذ أن أي إحصائي (التابع الإحصائي يعد تقديراً للمعلم (الثابت الإحصائي) المناظر له . وهذا النوع من التقدير يعد تقديراً بنقطة ، وذلك لأننا قدرنا الثابت بنقطة .

التقدير بفاصلة : نحصل بموجبه على مدى أو مجال من قيمتين وذلك حسب الثقة المطلوبة بالنتائج .

وفي هذا التقدير لا يجري تقدير المعلم (الثابت الإحصائي) في المجتمع الإحصائي بقيمة واحدة بل يجري تقديره بمجموعة من القيم تمتد ضمن مدى معين يسمى فترة الثقة وفترات الثقة الأكثر شيوعاً هي فترات الثقة ٩٥% وفترة الثقة ٩٩% ويجري حساب فترات الثقة لتقدير المعالم من خلال توزيعات المعاينة للإحصائيات التي يجري التقدير من خلالها .

ب- اختبار الفرضيات :

الفرضية : هي تقدير يضعه الباحث ويخضعه للاختبار ، فإما أن يكون صحيحاً فيقبله أو أن يكون خاطئاً فيرفضه ونختبر في الإحصاء فرضيتين هما :

١-**فرضية العدم (الصفر)** : تقول هذه الفرضية : لا يوجد فرق جوهري بين التابع الإحصائي والثابت الإحصائي وكل فرق يشاهد يعود لأخطاء الحظ والصدف.

٢-**الفرضية البديلة** : يكون للفرضية الصفرية عادة فرضية بديلة مصاحبة لها، والتي تقبل إذا رفضت الصفرية وترفض إذا قبلت .

والفرضية البديلة يمكن أن تصاغ بإحدى الطريقتين : غير متجهة أو متجهة :

غير متجهة : تكون محايدة وتنص على أنه إذا لم تكن للمعلم القيمة المفروضة الصفرية فإن بمته تختلف عنها بغض النظر عن كون هذه القيمة المقبولة أعلى أو أدنى من القيمة المفروضة بالفرضية الصفرية .

مثال : توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين التابع الإحصائي والثابت الإحصائي .

* توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط العينة الأولى ومتوسط العينة الثانية.

أما الفرضية البديلة المتجهة : فتهتم بكون قيمة الثابت أكبر أو أصغر من القيمة التي تفترضها الفرضية الصفرية .

* متوسط المجتمع أكبر > من ١٠٠

متوسط العينة الأولى > من متوسط العينة الثانية

الخطأ من النوع الأول والخطأ من النوع الثاني :

يظهر نوعان من الخطأ عند اتخاذ القرار حول الفرضية الصفرية ، ويتم ارتكاب الخطأ من النوع الأول عند : رفض الفرضية الصفرية وهي في حقيقة الأمر صحيحة ، أما الخطأ من النوع الثاني فيتم ارتكابه عند قبول الفرضية الصفرية وهي في حقيقة الأمر خاطئة .

الفرضية الصفرية

		صحيحة	خاطئة
القرار	رفض	خطأ من النوع الأول	قرار صائب
	قبول	قرار صائب	خطأ من النوع الثاني

مستوى الدلالة α وهو الحد الأقصى لإمكانية قبولنا خطأ من النوع الأول عند اختبار الفرض الصفري هناك أربع حالات كما سبق أن بينا في الجدول السابق.

تكون القيمة القصوى لاحتمال ارتكاب الخطأ من النوع الأول مساوية إلى (α)أي مستوى الدلالة الإحصائية .

وتعني الدلالة : أن الفرق بين القيمة النظرية للثابت في المجتمع والقيمة الناتجة من العينة فرق حقيقي وكبير بحيث لا يعزى إلى الصدفة Chance . وقيمة مستوى الدلالة يحددها الباحث لنفسه قبل جمع بياناته من عينة الدراسة . ويعني مستوى الدلالة ٠,٠٥ أنه إذا تكررت التجربة لعدد كبير جداً من المرات فمن المحتمل أن نرفض فرضية صفرية وهي في الواقع صحيحة خمس مرات في كل ١٠٠مرات. أي أن يكون الوقوع في خطأ في استنتاجنا هذا ٥% وأن الاستنتاج يكون سليماً وصائباً بثقة ٩٥%.

أما الخطأ من النوع الثاني فتكون القيمة القصوى لاحتمال ارتكابه مساوية β وتقرأ بيتا، وهذا الاحتمال لا يحدده الباحث ، وهناك علاقة بين α و β فزيادة أحدهما يرافقها نقصان الآخر ، ولكن ليس بنفس المقدار .

قوة الاختبار : هي قدرة الاختبار على رفض الفرضية الصفرية عندما تكون في حقيقة الأمر خاطئة .

توزيع المعاينة :

خطأ المعاينة : يعد الإحصائي (التابع الإحصائي) تقديراً لذلك الثابت ويكون للثابت قيمة ثابتة للمجتمع الواحد أما التابع فتتغير قيمته من عينة لأخرى .

وبالرغم من أننا نعتبر الإحصائي المسحوب من العينة تقديراً للمعلم المناظر له في المجتمع الإحصائي ، إلا أنه في الواقع لا يكون هذا الإحصائي (التابع الإحصائي) مساوياً تماماً لهذا المعلم (الثابت الإحصائي) .

ويسمى الفرق بين التابع والثابت بخطأ المعاينة .

وحجم هذا الخطأ يمكن أن يظهر من خلال إعادة اختيار العينة مرات ومرات واستخراج قيمة نفس الإحصائي وهو هنا س في كل مرة ، وبالتالي توزيع المعاينة :

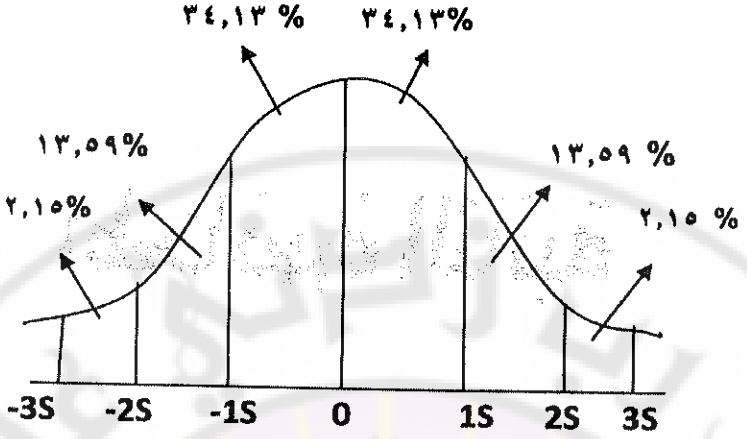
هو التوزيع الاحتمالي للإحصائي والتشتت في قيم هذا الإحصائي عن المتوسط العام لجميع قيمه يعطي مؤشراً مقبولاً لمقدار خطأ المعاينة .

الخطأ المعياري للمعاينة : هو قياس لتذبذب التابع ، حول الثابت فالخطأ المعياري للمتوسط هو قياس لتذبذب أو تشتت أوساط العينات حول الثابت μ ، أي المتوسط الحسابي للمجتمع الأصلي

انتهت المحاضرة

المحاضرة الثانية

التوزيع الطبيعي



مثال : تقدم /٥٠٠/ طالب لامتحان الإحصاء فكان متوسطهم /٦٠/ وانحراف معياري /١٠/ فما هو احتمال حصول طالب على درجتين بين :

١- ٥٠، ٧٠ ٢- ٤٠ ، ٨٠

٢- ٣٠ ، ٩٠ ٤- ٥٠ ، ٨٠

١- ما هو عدد الطلاب الذين تزيد درجاتهم عن /٨٠/ درجة :

الحل : ١) بين ٥٠ -٧٠

$68,26\% = \bar{X} + 5$

$Z = \frac{50-60}{10} = \frac{-10}{10} = -1$

$Z = \frac{70-60}{10} = +1$

بين ٥٠-٧٠ = ٦٨,٢٦%

٢) بين ٤٠ -٨٠

$95,5\% = \bar{X} + 2S$

بين -٢=٢ و ٢=٢

٣٤,١٣%+١٣,٥٩% = ٤٧,٧٢%

٤٧,٧٢% +٤٧,٧٢ % = ٩٥,٤٤%

=٩٥,٥ %

٣) بين ٣٠-٩٠

$35 + \overline{X} = 90\%$

أي بين $+3\varsigma$ ، -3ς

أي٪٤٩,٨٧ =٪ ٤٧,٧٢ + ٪٢,١٥

٪ ٩٩,٧٤ = ٢×٪٤٩,٨٧

٤) بين ٥٠ – ٨٠

أي ٪٨١,٨٥=٪ ٤٧,٧٢ + ٪٣٤,١٣

العدد المطلوب = الاحتمال (مساحة) × حجم العينة

العدد المطلوب $11.4 = 500 \times \frac{2.28}{100}$ عدد اللطلبة الذين تزيد درجاتهم عن ٨٠ درجة

2,28% = 47,72% - 50% نسبة التذبذب تزيد درجاتهم عن ٨٠ درجة

مثال ٢ : سحبت عينة من مجتمع مؤلف من ١٥٠٠ طالب تقدموا لامتحان وكان متوسط درجاتهم ٦٠ درجة ، والانحراف المعياري ١٠ فما هو احتمال أن تكون درجة الطالب

١–بين ٥٠ و ٧٠ درجة أي $\overline{X} \pm \varsigma$ 68,26%

٢–بين ٤٠ و ٨٠ درجة أي $\overline{X} \pm 2\varsigma$ 95,5%

٣–بين ٣٠ و ٩٠ درجة أي $\overline{X} \pm 3\varsigma$ 99,73%

– بين ٥٠ و ٨٠ درجة :

$2 = \frac{50-60}{10} = -1$

$2 = \frac{80-60}{10} = 2$

34,13% + (34,13%+13,59%)

34,13% + 47,72 = 81,85%

ما هو عدد الطلاب الذين تزيد درجاتهم عن ٨٠ درجة

$2=\frac{80-60}{10} = 2$

50% - 47,72 % = 2,28%

أو 100 – (50% + 47,72)

100 - 97,72 = 2,28 %

العدد المطلوب = الاحتمال × العدد

$\frac{2,28 \times 1500}{100} = 34,2$

ما نسبة الطلاب الراسبين وما عددهم ، الراسب كل من تقل درجته عن ٥٠ درجة

50% + 34,13 % = 15,87%

$\frac{15,87}{100} \times 1500 = 238$ عدد الطلاب

نسبة النجاح = النسبة الكلية – نسبة الراسبين

100 – 15,87 = 84,13%

34,13% + 13,59 % = 47, 72%

في الاتجاه الواحد تطرح ، أما في الاتجاهين تجمع .

مثال : إذا علمت أن الوسط الحسابي لتوزيع معتدل من درجات الطلاب البالغ عددهم ٨٠٠ طالب مساوي إلى ٦٦ درجة بانحراف معياري قدره ٤

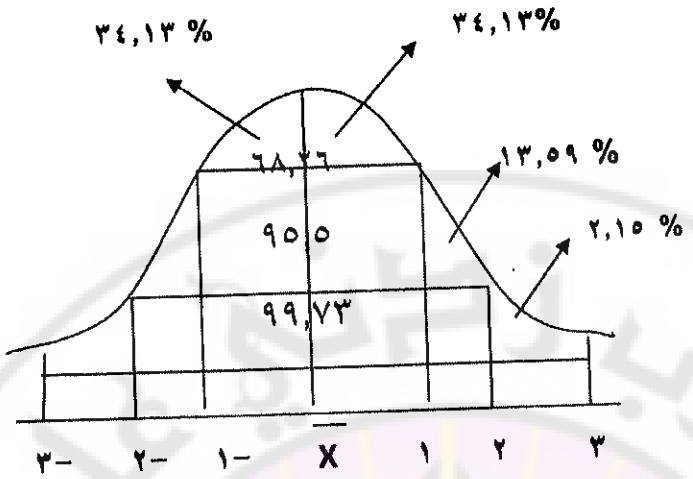
١-كم عدد الطلبة الذين تتراوح درجاتهم بين ٦٢ و ٧٠ درجة .

٢-كم عدد الطلبة الذين تقل درجاتهم عن ٥٨ درجة .

٣-كم عدد الطلبة الذين تقل درجاتهم عن ٧٤ درجة .

٤-ما احتمال أن تقل أو تزيد الدرجة عن ٦٦ درجة .

الحل :



عدد الطلبة الذين تتراوح درجاتهم بين ٦٢ و ٧٠ درجة

$$Z_1=\frac{62-66}{4}=-1$$

$$Z_2=\frac{70-66}{4}=1$$

المساحة بين ٦٢ و ٧٠ هي

34,13% + 34,13%=68,26%

أما العدد المطلوب فيساوي (الاحتمال أو النسبة) × حجم العينة

$$\frac{68,26}{100}\times 800=546,08\approx 546$$ طالب

٢) الطلاب الذين تقل درجاتهم عن ٥٨ درجة :

المساحة المحصورة بين المتوسط الحسابي $\overline{x}$ والدرجة ٥٨ والذي يبعد انحرافين معياريين عن المتوسط

$$\frac{58-66}{4}=$$

34,13% + 13,59% = 47,72%

وبالتالي نسبة الطلاب الذين تقل درجاتهم عن ٥٨ درجة

50% -47,72% = 2,28%

100- (50+47,72%) = 100 – 97,72=2,28%

وبالتالي عدد الطلاب الذين تقل درجاتهم عن ٥٨ درجة

$$\frac{2,28}{100} \times 800 = 18,24\%$$

٣) عدد الطلبة الذين تقل درجاتهم عن ٧٤ درجة

$$Z=\frac{74-66}{4} = 2$$

وبالتالي نسبة الطلاب الذين تقل درجاتهم عن ٧٤ درجة هي

$$50\% + 34,13\% + 13,59 = 97,72$$

وبالتالي عدد الطلبة

$$\frac{97,72}{100} \times 800 = 782$$ طالب

انتهت المحاضرة

المحاضرة الثالثة

حالات الاستدلال الإحصائي لمجتمع تباينه معلوم

* **التباين** : أحد مقاييس التشتت "مربع الانحراف المعياري "

والاختبار المستخدم هو اختبار [Z]

* **الحالة الأولى :**

مقارنة تابع إحصائي مع ثابت إحصائي :

التابع قد يكون :

- متوسط - نسبة

الثابت : كل مقياس محسوب من المجتمع [متوسط ، نسبة]

* **مثال :**

يعتقد مدير مدرسة أن متوسط معاملات الذكاء لطلبة مدرسته لا يختلف عن مستوى الذكاء العام

أي $\mu=100$

ولفحص ذلك جرى اختيار عينة عشوائية من طلبة المدرسة تتكون من $n=64$ طالب وجرى

تطبيق اختيار وكسلر للذكاء فبلغ متوسط معاملات ذكاءهم $x=٩٦$

إذا كان الانحراف المعياري لمعاملات الذكاء لاختبار وكسلر $\sigma=١٦$

فهل تدعم هذه البيانات اعتقاد مدير المدرسة ؟ نستخدم مستوى الدلالة ٠,٠٥

الحل :

١- المعلوم :

$a = 0,05 / \propto = 16 / \overline{x} = 16 / n = 64 / \mu = 100$

الاختبار باتجاهين " غير متجهة "

٢- الفرضية الصفرية "العدم" :

لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسط ذكاء أفراد العينة ومتوسط ذكاء المجتمع

$H_0: \mu = 100$ ← رمز الفرضية الصفرية

٣- الفرضية البديلة :

يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسط ذكاء أفراد العينة ومتوسط ذكاء المجتمع

$H_1: \mu \neq 100$

٤- حساب الخطأ المعياري للمتوسط :

رمزه [x] $\sigma =$

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{16}{\sqrt{64}}$$

$$= \frac{16}{8} = 2$$

٥- الاختبار الإحصائي [Z]:

يستخدم عندما يكون متباين المجتمع معلوم ، وتستخدم أيضاً عندما يكون حجم العينة أكبر من

[٣٠] $n \geq ٣٠$

$$Z = \frac{|\text{التابع} - \text{الثابت}|}{\text{الخطأ المعياري للمتوسط}}$$

$$Z = \frac{|96 - 100|}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

	%95	%99
α	0,05	0,01
النظرية Z باتجاهين	1,96	2,58
النظرية Z باتجاه واحد	1,65	2,33

٦- القرار :

بما أن قيمة [Z] المحسوبة أكبر من قيمة [Z] النظرية ، نرفض الفرضية الصفرية ، ونقبل الفرضية البديلة ، أي هناك فروق ذو دلالة إحصائية بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع .

أما :

إذا كانت قيمة [Z] المحسوبة أصغر من قيمة [Z] النظرية ، نقبل الفرضية الصفرية، أي لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية

*** ملاحظة :**

الحالة الأولى قد يكون سؤالها :

هل تمثل العينة مجتمعها ؟

في هذه المسألة العينة لا تمثل المجتمع .

*** الحالة الثانية :**

تقدير قيمة الثابت الإحصائي بدلالة التابع الإحصائي

"حالة إنشاء حدا الثقة "

* ملاحظة :

قيم [Z] في هذه الحالة دائماً باتجاهين .

* تتمة لنص المسألة السابقة :

نفرض أن العينة ممثلة للمجتمع الإحصائي تقدر الاحتمال 95% متوسط المجتمع

الخطأ المعياري للمتوسط $\bar{X}$ النظرية $X \pm Z$ حدا الثقة

$= X \pm Z$ النظرية × $\sigma_{\bar{x}}$

الحد الأعلى = $96 + 1,96 \times 2 = 99,92$

الحد الأدنى = 96 - 1,96 × 2 = 92,08

القرار : إننا واثقون باحتمال 95% بأن المتوسط لن يزيد عن 99,92 ولن يقل عن 92,08.

*** إنشاء حدي الثقة للنسب :**

مثال :

جرى استخراج نسبة من الذين نجحوا بسبب تعاطي نوع معين من الدواء ، ووجد أنه من بين [٤٠] طالباً ممن تناولوا الدواء شُفي [٣٠] طالباً.

احسب فترتي الثقة ٩٥% و ٩٩% بالنسبة للمجتمع الإحصائي

P نسبة المجتمع

P نسبة العينة $= \frac{30}{40} = 0,75$

الخطأ المعياري للنسبة :

$$\sigma_{\acute{P}} = \frac{\sqrt{\acute{p} \times \acute{q}}}{n}$$

$\acute{q}$: متممة النسبة

$\acute{p} = 0,75$

المتمة $\acute{q} = 25\%$

$$\sigma_{\acute{P}} = \frac{\sqrt{0,75 \times 0,25}}{40} = 0,0685$$

حدا الثقة : النسبة ± Z النظرية × الخطأ المعياري للنسبة

الحد الأعلى = 0,75 + 1,96 × 0,0685 = 0,884

الحد الأدنى = 0,75 - 1,96 × 0,0685 = 0,616

* القرار :

إننا واثقون باحتمال ٩٥% أن نسبة المجتمع لن تزيد عن ٨٨,٤% ولن تقل عن ٦١,٦%

انتهت المحاضرة

المحاضرة الرابعة

الحالة الأولى : " مقارنة تابع إحصائي مع ثابت إحصائي "

١- المعلوم .

٢- الفرضية "الصفرية" لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين التابع والثابت الإحصائي .

٣- الدستور : الخطأ المعياري

$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ للمتوسط

$\sigma_{\bar{p}} = \frac{\sqrt{p \times q}}{n}$ النسبة

* ملاحظة :

p = نسبة المجتمع / $\bar{p}$ = نسبة العينة

٤- الاختبار :

$$Z = \frac{|\text{التابع} - \text{الثابت}|}{\text{الخطأ المعياري}}$$

٥- القرار :

Z المحسوبة ≤ Z النظرية نرفض فرضية العدم

Z المحسوبة > Z النظرية نقبل فرضية العدم

الحالة الثانية :

تقدير قيمة الثابت بدلالة التابع " إنشاء حدا الثقة "

قدر باحتمال ٩٥% أو ٩٩% متوسط المجتمع أو نسبة المجتمع ؟

١- المعلوم .

٢- المشكلة : إنشاء حدا الثقة.

٣- الدستور : الخطأ المعياري المقدر .

$$S\bar{X} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

الخطأ المعياري للمتوسط

S :الانحراف المعياري للعينة

$$S\acute{p} = \frac{\sqrt{p\acute{-}q\acute{}}}{\sqrt{n}}$$

الخطأ المعياري للنسبة

٤- (الخطأ المعياري للمتوسط × النظرية Z) ± X = حدا الثقة للمتوسط

(الخطأ المعياري للنسبة × النظرية Z) ± $\bar{p}$ = حدا الثقة للنسبة

٥- القرار :

إننا واثقون باحتمال ٩٥% أن متوسط المجتمع لن يزيد عن [ ] ولن يقل عن [ ].

* مثال لحدي الثقة

سحبت عينة عشوائية من [٤٠ طالباً] فكان متوسط درجاتهم [٥٧] والانحراف المعياري [٧]

فما هو احتمال ٩٥% حدا الثقة لمتوسط درجات جميع الطلاب؟

الحل :

١- المعلوم :

X= 57 / حجم العينة ← n = 40

S= 7 / 1,96 = النظرية Z

المشكلة : إنشاء حد الثقة

الخطأ المعياري المقدر للمتوسط

$$SX = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{7}{\sqrt{40}} = 1,1$$

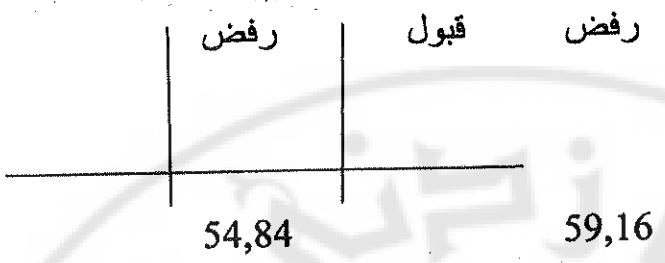
الخطأ المعياري × النظرية Z ± X= حد الثقة

الحد الأعلى = 57 +1,96 × 1,1 = 59,16

الحد الأدنى = 57 -1,96 × 1,1 = 54,84

القرار :

إننا واثقون باحتمال ٩٥% أن متوسط جميع الطلاب في المجتمع لن يزيد عن [59,16] ولن يقل عن [54,84].



*** طلب إضافي للمسألة :**

إذا علمت أن متوسط درجات الطلاب في الكلية كانت [60 درجة] فهل تقبل فرضية العدم القائلة لا يوجد فرق بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع ؟

الجواب : نرفض

*** الحالة الثالثة :**

المقارنة بين تابعين إحصائيين :

١- المعلوم .

٢- فرضية (العدم) : لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية إما بين المتوسطين أو بين النسبتين

٣- الخطأ المعياري المقدر للفرق بين متوسطين

$$S\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

خطأ المعياري المقدر بين نسبتين :

$$Sp_1' - p_2' = \sqrt{\frac{p'.q'}{n_1} + \frac{p'2.q'2}{n_2}}$$

٤- الاختبار :

$$Z = \frac{|\text{التابع الأول} - \text{التابع الثاني}|}{\text{الخطأ المعياري المقدر للفرق}}$$

٥- القرار :

Z المحسوبة ≤ Z النظرية نرفض فرضية العدم

Z المحسوبة > Z النظرية نقبل فرضية العدم

* مسألة :

عينة من [٥٠ طالب] سحبت عشوائياً من قسم الإرشاد النفسي ، متوسط درجاتهم [٥٨] والانحراف المعياري [٥ درجات] ونسبة النجاح بينهم [٤٥%]

كما سحبت عينة عشوائية من [٦٠ طالب] من قسم علم النفس وكان متوسط درجاتهم [٦٣] والانحراف المعياري [٧ درجات] ونسبة نجاح [٥٤%].

فهل تعتقد وجود اختلاف جوهري دال إحصائياً بين العينتين ؟

"بين متوسط العينتين "

"بين نسبة نجاح العينتين "

الحل :

١- المعلوم :

$P'_1 = 45\% / n_1 = 50 / \bar{x}_1 = 58 / S_1 = 5$

$P'_2 = 54\% / n_2 = 60 / \bar{x}_2 = 63 / S_2 = 7$

مستوى الدلالة α = ٠,٠٥ / Z النظرية = ١,٩٦

٢- الفرضية الصفرية

لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسط درجات طلاب الإرشاد النفسي ومتوسط درجات طلاب علم النفس

٣- الدستور : الخطأ المعياري المقدر للفرق بين متوسطين

$$S\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

$$S\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \sqrt{\frac{(5)^2}{50} + \frac{(7)^2}{60}}$$

$$= \sqrt{\frac{25}{50} + \frac{49}{60}} = \sqrt{0,5 + 0,81}$$

$$= 1,14$$

٤- الاختبار :

$$Z = \frac{|63 - 58|}{1,14} = \frac{5}{1,14} = 4,385$$

٥- القرار : 1,96< 4,385

Z المحسوبة > Z النظرية نرفض الفرضية الصفرية

أي يوجد فرق بين متوسط العينتين لصالح طلبة علم النفس

الخطأ المعياري للنسبة :

$$Sp'_1 - p'_2 \sqrt{\frac{p'1 . q1'}{n_1} + \frac{p'2 . q'2}{n_2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{45 \times 55}{50} + \frac{54 \times 46}{60}}$$

$$= 9,53$$

٤- الاختبار :

$$Z = \frac{|45 - 54|}{9,53} = \frac{9}{9,53} = 0,94$$

القرار :

Z المحسوبة < Z النظرية نقبل فرضية العدم.

* هل يمكن إنشاء حد الثقة للفرق بين متوسطين

أو الفرق بين الحدين

الجواب نعم

* كيف يمكن إنشاء حدا الثقة للفرق بين التابعين

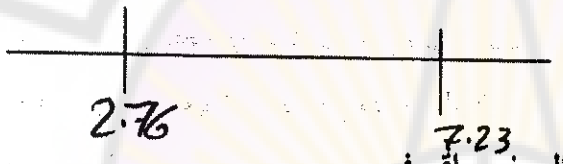
حدا الثقة للفرق بين متوسطين

حدا الثقة = | تابع ١ – تابع ٢ | ± Z النظرية × الخطأ المعياري المقدر للمتوسط

حدا الثقة= $|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| \pm Z$ النظرية × $\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$

الحد الأعلى= $|58 - 63| + 1{,}96 \times 1{,}14 = 7{,}23$

الحد الأدنى= $|58 - 63| - 1{,}96 \times 1{,}14 = 2{,}76$



الصفر واقع في

نرفض فرضية العدم

منطقة الرفض

مع ذلك نرفض الفرضية أي توجد فرق

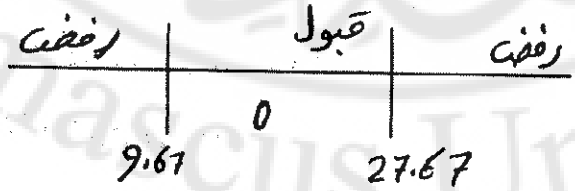
حدا الثقة للنسبة :

حدا الثقة للنسبة= $|p_1' - p_2'| \pm Z$ النظرية × $\sqrt{\frac{p1.q1}{n_1} + \frac{p2.q2}{n_2}}$

الحد الأعلى= $|45 - 54| + 1{,}96 \times 9{,}53 = 27{,}67$

الحد الأدنى= $|45 - 54| - 1{,}96 \times 9{,}53 = -9{,}67$

الصفر داخل حدي الثقة نقبل الفرضية أي لا يوجد فرق بين النسبتين



الصفر في منطقة

القبول

يمكن عن طريق حدا الثقة للفرق أن نختبر دلالة الفروق بين متوسطي عينتين أو بين نسبتي عيينتين فإذا [الصفر] واقع بين حدي الثقة نقبل الفرضية الصفرية ، وإذا كان واقعاً خارج حدا الثقة نرفض الفرضية الصفرية .

انتهت المحاضرة

المحاضرة الخامسة

*** حالات الاستدلال الإحصائي لمجتمع تباينه غير معلوم " ستيودنت t"**

درجات الحرية :

هي حجم العينة مطروحاً منه عدد القيم التي يمكن تقديرها أو حسابها أو عدد القيم التي تكون حرة في تغييرها حول قيمة ثابتة أو مقياس معين للمجتمع الإحصائي .

مثال :

٥ + ٦ + ٤ + ٥ = ٢٠

أو ٧ + ٤ + ٦ + ٣ = ٢٠

*** ملاحظة :**

اختبار ستودنت "t" يعتمد على دراسة دلالة الفروق بين المتوسطات

* مقارنة بين اختبار [Z] واختبار ستودنت [t]:

١- اختبار [Z] يشترط أن يكون تباين المجتمع معلوم ، أما في اختبار ستودنت [t] لا يشترط أن يكون تباين المجتمع معلوم .

٢- اختبار [Z] يدرس دلالة الفروق للعينات الكبيرة الحجم ، أما في اختبار ستودنت [t] يتناول العينات صغيرة الحجم وكبيرة الحجم .

٣- اختبار ستودنت [t] يستخدم للعينات صغيرة الحجم ، وفيما بعد أصبح بالإمكان استخدامه للعينات كبيرة الحجم وصغيرة الحجم عندما يكون تباين المجتمع غير معلوم .

٤- تختلف القيم النظرية لـ t باختلاف قيم درجات الحرية ، في حين القيم النظرية لـ اختبار Z تكون ثابتة

*** ملاحظة للامتحان :**

إذا كان حجم العينة [٣٠ فما فوق] نستخدم اختبار (Z) أما إذا كانت أصغر من [٣٠] نستخدم اختبار ستودنت (t) .

* الحالة الأولى من حالات الاستدلال الإحصائي لمجتمع تباينه غير معلوم هي :

- مقارنة تابع إحصائي بثابت إحصائي

١- المعلوم :

α / s / x / $df=n-1$ درجة الحرية

μ / t

٢- الفرضية الصفرية "العدم"

لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع

$H0 : \bar{x} = \mu$ ← متوسط المجتمع

٣- الدستور : الخطأ المعياري المقدر للمتوسط

$$S\bar{x} = \frac{s}{\sqrt{n-1}}$$

٤- الاختبار : t

$$t = \frac{|\bar{x}-\mu|}{\frac{s}{\sqrt{n-1}}}$$

٥- القرار :

t المحسوبة ≤ t النظرية نرفض فرضية العدم

t المحسوبة > t النظرية نقبل فرضية العدم

*** مسألة :**

لاختبار أثر برنامج تنشيطي يسهم في تحسين متوسط معاملات ذكاء الأطفال يقدم لهم البرنامج ، فإذا كان توزيع معاملات الذكاء لأطفال المجتمع سيتوزع طبيعياً بمتوسط (١٠٠) ولاختبار أثر هذا البرنامج سحبت عينة مكونة من (٩) أطفال من الملتحقين بالبرنامج ، فوجد أن متوسط معاملات ذكاءهم (١١٠) والانحراف المعياري (١٤ درجة).

فهل هناك ما يبرر الاعتقاد أن البرنامج التنشيطي له أثر على نتائج الطلبة استخدام مستوى دلالة (٠,٠٥) ، و t النظرية (١,٨٦٠).

الحل :

١- المعلوم :

$Df = 9-1=8$ / $\bar{x} = 110$ / $\mu = 100$

$1,860 =$ النظرية t / $S = 14$ / $\alpha = 0,05$

٢- الفرضية الصفرية :

لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع في درجة الذكاء

٣- الخطأ المعياري المقدر :

$$S\bar{x} = \frac{S}{\sqrt{n-1}} = \frac{14}{\sqrt{8}} = 4,95$$

٤- الاختبار :

$$t = \frac{|110-100|}{4,95} = 2,020$$

٥- القرار :

t المحسوبة > t النظرية نرفض فرضية العدم

أي يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسط ذكاء العينة ومتوسط ذكاء المجتمع .

*** الحالة الثانية :**

تقدير قيمة الثابت الإحصائي بدلالة التابع الإحصائي

" إنشاء حدا الثقة "

مسألة :

سحبت عينة عشوائية من (١٠طلاب) وكان متوسط درجاتهم (٥٤ درجة) والانحراف المعياري لدرجاتهم (٦ درجات)

فهل تعتقد بوجود اختلاف حقيقي بين متوسط درجات العينة وبين متوسط درجات المجتمع الذي سحبت منه إذا كانت t النظرية (٢,٨١) وعلماً أن متوسط المجتمع = (٦٢)

ما هما احتمال (٩٥%) حدي الثقة لمتوسط درجات جميع الطلاب إذا افترضنا أن t النظرية (٢,٨١)

الحل :

١- المعلوم :

$n = 10$ / $\bar{x} = 54$ / $\mu = 62$

$2,81 =$ النظرية t / $S = 6$ / $df = 10-1 = 9$

٢- فرضية العدم :

لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسط درجات الطلاب ومتوسط درجات المجتمع

٣- الدستور :

$$S\bar{x} = \frac{6}{\sqrt{9}} = \frac{6}{3} = 2$$

٤- الاختبار :

$$t = \frac{|54-62|}{2} = 4$$

٥- القرار :

t المحسوبة > t النظرية نرفض فرضية العدم

* إنشاء حدا الثقة :

$n - 10$ / $\bar{x} = 54$ / $\mu = 62$

$2,81 =$ النظرية t / $S = 6$ / $df = 10-1 = 9$

٢- المشكلة : إنشاء حدا الثقة :

الخطأ المعياري للمتوسط × النظرية t± X = حدا الثقة

الحد الأعلى = 54 + 2,81 × 2 = 59,62

الحد الأدنى = 54 - 2,81 × 2 = 48,38

رفض	قبول	رفض
	٥٩	٤٨

٣- القرار :

إننا واثقون باحتمال (٩٥%) أن متوسط المجتمع لن يزيد عن (٥٩,٦٢) ولن يقل عن (٤٨,٣٨).

*** مسألة أخرى لحساب حدي الثقة :**

إذا اخترنا عينة مكونة من (١٧ طالب) من طلبة السنة الأولى وأعطيت أفرادها اختبارا نفسيا ، فكان متوسط درجاتهم (٨٤ درجة) والانحراف المعياري (٤ درجات) على افتراض أن العينة ممثلة إحصائيا للمجتمع، قدر باحتمال (٩٩%) متوسط المجتمع علما أن t النظرية (٢,٩٢١).

الحل:

١- المعلوم :

$n = 17$ / $\bar{x} = 84$ / $\alpha = 0,01$

$S = 4$ / $df = n-1$

٢- المشكلة : إنشاء حدا الثقة :

الخطأ المعياري للمتوسط × النظرية t± X = حدا الثقة

الخطأ المعياري المقدر :

$$S_{\bar{x}} = \frac{4}{\sqrt{16}} = 1$$

حدا الثقة :

الحد = 84 + 2,921 × 1 = 86,921

الحد ا = 84 - 2,921 ×1 = 81,079

إننا واثقون باحتمال (٩٩%) أن متوسط المجتمع لن يزيد عن (٨٦,٩٢١) ولن يقل عن (٨١,٠٧٩).

*** الحالة الثالثة :**

مقارنة بين متوسطين حسابين

العينات إما : مستقلة

مترابطة

عندما تكون العينات مستقلة لدينا حالتان

١- $n_1 = n_2$

٢- $n_1 \neq n_2$

خطوات الحل عندما تكون العينات مستقلة و $n_1 = n_2$

١- المعلوم :

x_1 x_2 / $\bar{s}_1$ $\bar{s}_2$ / α / t النظرية

$n_1 = n_2$ / $df = n - 1$

٢- الفرضية الصفرية :

متوسط العينة الأولى لا يختلف عن متوسط العينة الثانية "لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسط العينة الأولى ومتوسط العينة الثانية.

٣- الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين :

$$S\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \sqrt{\frac{S_1^2 + S_2^2}{n_1 - 1}}$$

٤- الاختبار :

$$t = \frac{\left| \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \right|}{S\,\bar{x}1 - \bar{x}2}$$

٥- القرار :

t المحسوبة ≤ t النظرية نرفض فرضية العدم

t المحسوبة > t النظرية نقبل فرضية العدم

* مسألة :

افترض أن باحثاً أراد أن يعرف فاعلية أسلوب معين في التفكير الإبداعي للأطفال من مستوى السادس الابتدائي، فوزع (٥٠طالب) عشوائياً في مجموعتين ثم عين إحداهما لتكون مجموعة تجريبية والأخرى مجموعة ضابطة وفي نهاية التجربة أعطيت المجموعتان اختباراً يقيس التفكير الإبداعي فكانت النتائج كما يلي :

$x_1 = 6$ / $x_2 = 7,65$ / $s_1 = 2,43$ / $s_2 = 2,55$ / α / t النظرية

$n_1 = 25$ ضابطة/ $n_2 = 25$ تجريبية / $df = 2 - 1$

هل تدل البيانات على أنّ أداء المجموعة التجريبية كان أفضل من أداء المجموعة الضابطة عند مستوى دلالة (٠,٠٥) و t النظرية (١,٦٨)

الفرضية :

لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسط العينة التجريبية ومتوسط العينة الضابطة .

الدستور :

$$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{S_1^2 + S_2^2}{n \quad -1}}$$

$$= \sqrt{\frac{(2,43)^2 + (2,55)^2}{25-1}} = 0,719$$

الاختبار :

$$= \frac{|\bar{x}_1 + \bar{x}_2|}{S_{\bar{x}1 - \bar{x}2}}$$

$$= \frac{|6-7,65|}{0,719} = 2,294$$

القرار :

t المحسوبة> t النظرية نرفض فرضية العدم

أي يوجد فرق بين متوسط العينتين

انتهت المحاضرة

المحاضرة السادسة

*** الحالة الثالثة :**

عينات مستقلة عندما $n_1 \neq n_2$

*** مسألة :**

أجرى باحث تجربة فحصل على النتائج التالية :

١- العلوم :

مجموعة تجريبية :

$n_1 = 12 \quad / \quad s_1^2 = \overline{122} \quad / \quad x_1 = 13$

مجموعة ضابطة

$n_2 = 12 \quad / \quad s_{21}^2 = \overline{68} \quad / \quad x_2 = 11$

$0,05 = \propto$

$2,086 =$ النظرية t

درجة الحرية $n_1 + n_2 - 2$

$12 + 10 - 2 = 20$

٢- فرضية العدم :

لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسط العينة التجريبية ومتوسط العينة الضابطة

٣- الاختبار :

$$t = \frac{|\overline{x}_1 - \overline{x}_2|}{\sqrt{\frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right]}}$$

$$t = \frac{|13 - 11|}{\sqrt{\frac{12 \times 122 + 10 \times 68}{12 + 10 - 2}\left[\frac{1}{12} + \frac{1}{10}\right]}}$$

$$t = \frac{|13 - 11|}{\sqrt{\frac{1464 + 680}{20}[0,18]}}$$

$$t = \frac{2}{\sqrt{\frac{2144}{20}[0,18]}}$$

$$t = \frac{2}{4,39} = 0,46$$

٤- القرار :

بما أن t المحسوبة < t النظرية نقبل فرضية العدم

أي لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين المتوسطين

* طلب إضافي للمسألة السابقة :

اختبر الفرضية من خلال إنشاء حدا الثقة للفرق بين متوسطي العينتين

حدا الثقة = $| x_1 - x_2 | \pm t$ النظرية × الخطأ المعياري للفرق

الحد الأعلى = $| 13 - 11| + 2,086 \times 4,39 = 11,15$

الحد الأدنى = $| 13 - 11| - 2,086 \times 4,39 = -7,15$

بما أن الصفر واقع ضمن حدي الثقة إذاً نقبل فرضية العدم

رفض	قبول	رفض
-٧,١٥	١١,١٥	

* شروط استخدام ستودنت t : " تأتي سؤال نظري في الامتحان "

١- التوزيع الاعتدالي :

لكن يمكن مخالفة هذا الشرط دون أي تبعات تذكر .

٢- الاستقلالية .

٣- تجانس التباين :

لا يشترط تجانس التباين عندما $n_1 = n_2$ ، ويشترط عندما $n_1 \neq n_2$

عندما يكون تباين العينة الكبيرة أكبر من تباين العينة الصغيرة لا توجد مشكلة حتى لو لم يكن هناك تجانس في تباين العينتين .

لكن عندما يكون تباين العينة الصغيرة أكبر من تباين العينة الكبيرة فلا بد من التحقق من تجانس العينات .

*** مثال :**

ليكن لدينا البيانات التالية :

والمطلوب : هل يوجد فرق بين متوسط العينتين

مجموعة تجريبية :

$x_1 = 42 \quad / \quad s_1^2 = 144 \quad / \quad n_1 = 15$

مجموعة ضابطة

$n_2 = 30 \quad / \quad s_{21}^2 = 64 \quad / \quad x_2 = 34$

$0,05 = \propto$

t النظرية = 1,717

للتحقق من تجانس التباين نتبع ما يلي :

١- فرضية العدم :

لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين تباين العينة الأولى وتباين العينة الثانية

٢- لاختبار هذا التجانس نستخدم اختبار [F العظمى]

$$F = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$$

$$F = \frac{144}{64} = 2,25$$

قيمة F النظرية =١,٣٢

٣- القرار :

بما أن F المحسوبة > F النظرية نرفض فرضية العدم

أي يوجد فرق جوهري بين تباين العينتين ، أي العينتان غير متجانستين بما أن العينات غير متجانستين نحسب قيمة شبيهة لـــ ستودنت t

$$t = \frac{|\overline{x_1} - \overline{x_2}|}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

أما درجات الحرية في هذه الحالة فتحسب وفق طريقة (وليتش)

$$t = \frac{|42+34|}{\sqrt{\frac{144}{15} + \frac{64}{30}}} = 2,335$$

القرار : بما أن

t المحسوبة> t النظرية نرفض فرضية العدم

أي يوجد فرق جوهري بين متوسط الضابطة ومتوسط التجريبية

انتهت المحاضرة

المحاضرة السابعة

اختبار كاي مربع " x^2 "

يدرس العلاقات بين المتغيرات التصنيفية أو الأسمية

وهذا الاختبار يدرس حالتين :

١-كاي مربع الاستقلالية : هل العينتان مسحوبتان من مجتمعين مختلفين

٢-كاي مربع جودة التطابق .

أ- كاي مربع الاستقلالية :

* جداول التوافق :

$$x^2 = \text{مج} \frac{(d - d')^2}{d'}$$

التكرار الفعلي : d

التكرار النظري : d'

* مثال :

لنفرض أن أحد الباحثين قام باختيار عينة عشوائية من الطلبة الذكور والإناث للصف العاشر ، واستطلع آراءهم بالفرع الذي يرغبون اختياره لمواصلة الدراسة في المرحلة الثانوية "علمي – أدبي" فكانت النتائج على النحو التالي :

التخصص / الجنس	علمي	أدبي	المجموع
ذكور	d_1 110		200
إناث	d_3 40		100
مجموع	150		300

فهل يوجد فرق بين اختيار الذكور للتخصص عن اختيار الإناث

أو هل توجد علاقة بين الجنس واختيار التخصص؟

إذا علمت أن $x^2 = 6,64$ النظرية عند مستوى دلالة ٠,٠٥

الحل :

١- فرضية الاستقلال :

لا توجد علاقة بين الجنس واختيار التخصص وكل منهما مستقل عن الآخر

٢- التكرار النظري = $\frac{\text{مجموع العمود} \times \text{مجموع السطر}}{\text{المجموع الكلي}}$

$$d_1' = \frac{150 \times 200}{300} = 100$$

$$d_2' = \frac{150 \times 200}{300} = 100$$

$$d_3' = \frac{150 \times 100}{300} = 50$$

$$d_4' = \frac{150 \times 100}{300} = 50$$

d	d'	$d - d'$	$(d - d')^2$	$\frac{(d - d')^2}{d'}$
110	100	10	100	1
90	100	-10	100	1
40	50	-10	100	2
60	50	10	100	2
				$X^2=6$ المحسوبة

درجة الحرية = (عدد الأسطر – ١) × (عدد الأعمدة – ١)

= (٢-١) (٢-١) = ١

القرار :

نقبل فرضية الاستقلال لأن x^2 المحسوبة < x^2 النظرية

أي لا توجد علاقة بين الجنس واختيار التخصص .

* * *

*** خطوات الحل :**

١- فرضية الاستقلال :

٢- حساب التكرارات النظرية = $\frac{\text{مجموع العمود} \times \text{مجموع السطر}}{\text{المجموع الكلي}}$

٣- نضع الجدول كما في الشكل السابق

٤- حساب درجات الحرية = (عدد الأسطر - ١) × (عدد الأعمدة - ١)

٥- القرار :

x^2 المحسوبة $\leq$ x^2 النظرية نرفض فرضية الاستقلال

x^2 المحسوبة $>$ x^2 النظرية نقبل فرضية الاستقلال

* * *

*** مسألة :**

لمعرفة أثر التدخين على تلوث الأسنان ، سحبت عينة عشوائية من (١٠٠) شخص ، (٥٠) منهم اعتادوا التدخين والباقي ليست لديهم هذه العادة ، وقد تبين أن (٨) فقط ممن يدخنون أسنانهم بيضاء و (٢٠) ممن لا يدخنون أسنانهم ملوثة .

فهل تعتقد بوجود علاقة بين التدخين وتلوث الأسنان

عند α ٠,٠٥ X^2 النظرية = ٣,٨٤١

لون الأسنان	يدخن	لا يدخن	المجموع
بيضاء	٨	٣٠	٣٨
صفراء	٤٢	٢٠	٦٢
المجموع	٥٠	٥٠	١٠٠

فرضية الاستقلال :

لا توجد علاقة بين التدخين وتلوث الاسنان

التكرار النظري = $\frac{\text{مجموع السطر} \times \text{مجموع العمود}}{\text{المجموع الكلي}}$

$d'_1 = \frac{50 \times 38}{100} = 19$

$d'_2 = \frac{50 \times 38}{100} = 19$

$d'_3 = \frac{50 \times 62}{100} = 31$

$d'_4 = \frac{50 \times 62}{100} = 31$

d	d´	d - d´	(d - d´)²	(d - d´)² / d´
8	19	-11	121	6,36
30	19	11	121	6,36
42	31	11	121	3,90
20	31	-11	121	3,90
				المحسوبة X^2=20,52

df = -1

القرار :

نرفض فرضية الاستقلال لأن x^2 المحسوبة > x^2 النظرية

أي هناك علاقة بين التدخين وتلوث الأسنان .

*** مسألة :**

سحبت عينة عشوائية من (٤٦) طالباً متساوون من حيث الجنس لدراسة العلاقة بين الجنس وإلغاء مقرر الإحصاء العملي ، فكان نسبة الموافقين من الإناث (٦٥%) ونسبة غير الموافقين من الذكور (٢٥%) هل تعتقد بوجود علاقة بين الجنس ، والموقف من إلغاء الإحصاء عند مستوى دلالة = ٠.٠٥ و x^2 النظرية = ٣,٨٤١

الحل :

٤٦

٢٣ إناث

٦٥% موافقات

٣٥% غير موافقات

٢٣ ذكور

٢٥% غير موافقين

٧٥ % موافقين

عدد الموافقات من الإناث:

$$\frac{65 \times 23}{100} = 15$$

كل ١٠٠ يوجد فيها ٦٥

كل ٢٣ يوجد فيها س

س= $\frac{65\times23}{100}$ = 15

عدد غير الموافقات من الإناث =

٢٣ – ١٥ = ٨

عدد غير الموافقين من الذكور:

$$\frac{25 \times 23}{100} = 6$$

عدد الذكور الموافقين :

٢٣ – ٦ = ١٧

* * *

ب) كاي مربع جودة التطابق :

* مثال :

كان الاعتقاد السائد لدى إدارة كلية التربية بأن الطلاب سيوزعون في بداية العام الدراسي على الاختصاصات وفق النسب التالية .

١-(٦%) معلم صف

٢-(٤%) إرشاد

٣-(٣%) علم النفس

٤-(٢%) تربية

وللتأكد من ذلك سحبت عينة عشوائية من (٣٠٠) طالب فكانوا موزعين كما يلي :

١-(١٢٠) معلم صف

٢-(٨٠) إرشاد

٣-(٨٠) علم نفس والباقي تربية

فهل كانت إدارة الكلية محقة باعتقادها عند مستوى دلالة ٠,٠٥ و x^2 النظرية = ٧,٨٥١

الاختصاصات	النسب	d	d´	d - d´	$(d - d´)^2$	$\frac{(d - d´)^2}{d´}$
d_1 معلم صف	6	120	120	0	0	0
d_2 إرشاد	4	80	80	0	0	0
d_3 علم نفس	3	80	60	20	400	6,66
d_4 تربية	2	20	40	-20	400	10
مجموع	15	300				المحسوبة

						$X^2=16,66$

$$d \text{ النظرية} = \frac{\text{النسبة} \times \text{مجموع التكرارات}}{\text{مجموع النسب}}$$

$$d_1' = \frac{6 \times 300}{15} = 120$$

$$d_2' = \frac{4 \times 300}{15} = 80$$

$$d_3' = \frac{3 \times 300}{15} = 60$$

$$d_4' = \frac{2 \times 300}{15} = 40$$

درجة الحرية = n-1 ← عدد الحالات -١

4-1 = 3

الفرضية : فرضية العدم

لا يوجد فرق جوهري بين الطلاب وفق الاختصاصات في الكلية

القرار :

x^2 المحسوبة > x^2 النظرية نرفض فرضية العدم

أي يوجد فرق في توزيع الطلاب حسب الاختصاصات

انتهت المحاضرة

المحاضرة الثامنة

تحليل التباين الأحادي

يستخدم لدراسة الفروق بين متوسطات ثلاث عينات فما فوق

*** ملاحظة :**

بعد استخدام تحليل التباين الأحادي والتأكد من وجود فروق دالة إحصائياً بين متوسط العينات ، نلجأ إلى استخدام اختبارات المقارنات المتعددة لتحديد جهة الفرق

مثال (اختبار توكي ، شيفيه)

١- المعلوم :

n_1 , n_2 , n_3 / مجموع درجات كل عينة أو مجموع مربع هذا المجموع (مجموع مربع الدرجات)

F النظرية / $\propto$ مستوى الدلالة

٢- الفرضية : فرضية العدم

لا يوجد فروق بين متوسط العينات

٣- حساب التباين بين المجموعات :

$$SS_B = \frac{(\Sigma x_1)^2}{n_1} + \frac{(\Sigma x_2)^2}{n_2} + \frac{(\Sigma x_3)^2}{n_3} + \frac{(\Sigma x_k)^2}{n_k}$$

SS_B : التباين بين المجموعات

Σx_1: مجموع درجات العينة الأولى

$(\Sigma x_2)^2$: مربع مجموع درجات العينة

$X_k = \Sigma x_1 + \Sigma x_2 + \Sigma x_3 + \ldots\ldots\ldots$

n_1: حجم العينة الأولى n_2: حجم العينة الثانية n_3: حجم العينة الثالثة

$n_k = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

٤- حساب متوسط التباين بين المجموعات :

$$MS_B = \frac{SS_B}{df_B}$$

درجة الحرية بين المجموعات " df_B"

df_B = عدد العينات -١

٥- حساب التباين داخل المجموعات :

$$SS_w = \Sigma x_1^{\,2} - \frac{(\Sigma x_1)^2}{n_1} + \Sigma x_2^{\,2} - \frac{(\Sigma x_2)^2}{n_2} + \Sigma x_3^{\,2} - \frac{(\Sigma x_3)^2}{n_3} + \ldots..$$

مجموع مربع الدرجات $\Sigma x_1^{\,2}$

٦- حساب متوسط التباين داخل المجموعات :

$$MS_w = \frac{SS_w}{df_w}$$

درجة الحرية داخل المجموعات = عدد البيانات - عدد العينات

٧- حساب اختبار F فيشر :

$$F = \frac{MS_B}{MS_w}$$

٨- القرار :

F المحسوبة ≤ F النظرية نرفض فرضية العدم

أي يوجد فروق دالة إحصائياً

F المحسوبة > F النظرية نقبل فرضية العدم

أي لا يوجد فروق دالة إحصائياً

*** مثال :**

ليكن لدينا البيانات التالية ، والمطلوب : هل يوجد فروق بين متوسط العينات الثلاث؟

x_1	x_2	x_3			
٤	٣	٦	١٦	٩	٣٦
٦	٥	١٠	٣٦	٢٥	١٠٠
٧	٨	١٣	٤٩	٦٤	١٦٩
١٠	٩		١٠٠	٨١	
١٢			١٤٤		
٣٩	٢٥	٢٩	٣٤٥	١٧٩	٣٠٥

*** ملاحظة :**

يستخدم تحليل التباين الأحادي سواء كانت العينات متساوية في حجومها أم لم تكن متساوية.

الحل :

١- المعلوم :

$n_1 = 5$
$n_2 = 4$
$n_3 = 3$

$N_k = 12$

α = ٠,٠٥ / F النظرية = ٤,٣٨

٢- فرضية العدم :

لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط العينات الثلاث .

٣- حساب التباين بين :

$$SS_B = \frac{(\Sigma x_1)^2}{n_1} + \frac{(\Sigma x_2)^2}{n_2} + \frac{(\Sigma x_3)^2}{n_3} - \frac{(\Sigma x_k)^2}{n_k}$$

$$SS_B = \frac{(39)^2}{5} + \frac{(25)^2}{4} + \frac{(29)^2}{3} - \frac{(93)^2}{12}$$

$$= 20,03$$

٤- حساب متوسط التباين بين :

$df_B=3-1=2$

$$MS_B = \frac{SS_B}{df_B}$$

$$MS_B = \frac{20,03}{2} = 10,015$$

٥- حساب التباين داخل أو ضمن المجموعات :

$$SS_w = \Sigma x_1{}^2 - \frac{(\Sigma x_1)^2}{n_1} + \Sigma x_2{}^2 - \frac{(\Sigma x_2)^2}{n_2} + \Sigma x_3{}^2 - \frac{(\Sigma x_3)^2}{n_3} + \ldots..$$

$$SS_w = 345 - \frac{(39)^2}{5} + 179 - \frac{(25)^2}{4} + 305 - \frac{(29)^2}{3}$$

$$= 345 - 304,2 + 179 - 156,25 + 305 - 280,33$$

$$= 40,8 + 22,75 + 24,67$$

$$= 88,22$$

٦- حساب متوسط التباين ضمن العينات :

$$MS_w = \frac{SS_w}{df_w}$$

$$MS_w = \frac{88,22}{12,3} = 9,8$$

-٧

$$F = \frac{MS_B}{MS_w}$$

$$F = \frac{10,015}{9,8} = 1,02$$

-٨

F المحسوبة < F النظرية نقبل فرضية العدم

أي لا يوجد فروق دالة إحصائياً

مثال (٢) :

لتكن لدينا البيانات التالية :

x_1	x_2	x_3			
٥	٤	٦	٢٥	١٦	٣٦
٨	٧	٨	٦٤	٤٩	٦٤
١٢	١٥	١٢	١٤٤	٢٢٥	١٤٤
٢٠	١٦	١٥	٤٠٠	٢٥٦	٢٢٥
	٢٥	٢٠		٦٢٥	٤٠٠
		٣٠			٩٠٠
٤٥	٦٧	٩١	٦٣٣	١١٧١	١٧٦٩

الحل :

١- المعلوم :

$n_1 = 4$
$n_2 = 5$
$n_3 = 6$

$N_k = 15$

α = ٠,٠٥ / F النظرية = 3,89

٢- فرضية العدم :

لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط العينات الثلاث .

٣- حساب التباين بين :

$$SS_B = \frac{(\Sigma x_1)^2}{n_1} + \frac{(\Sigma x_2)^2}{n_2} + \frac{(\Sigma x_3)^2}{n_3} + \frac{(\Sigma x_k)^2}{n_k}$$

$$SS_B = \frac{(45)^2}{4} + \frac{(67)^2}{5} + \frac{(91)^2}{6} + \frac{(203)^2}{15}$$

$$= 36,95$$

٤- حساب متوسط التباين بين :

$$MS_B = \frac{36,95}{3-1}$$

$$MS_B = \frac{36,95}{2} = 18,475$$

٥- حساب التباين داخل أو ضمن المجموعات :

$$SS_w = \Sigma x_1^{\ 2} - \frac{(\Sigma x_1)^2}{n_1} + \Sigma x_2^{\ 2} - \frac{(\Sigma x_2)^2}{n_2} + \Sigma x_3^{\ 2} - \frac{(\Sigma x_3)^2}{n_3} + \ldots..$$

$$SS_w = 633 - \frac{(45)^2}{4} + 1171 - \frac{(67)^2}{5} + 1769 - \frac{(91)^2}{6}$$

$$= 788,78$$

٦- حساب متوسط التباين ضمن العينات :

$$MS_w = \frac{SS_w}{df_w}$$

$$MS_w = \frac{788,78}{15-3} = 65,73$$

٧-

$$F = \frac{MS_B}{MS_w}$$

$$F = \frac{18,475}{65,73} = 0,28$$

F المحسوبة < F النظرية نقبل فرضية العدم

انتهت المحاضرة