



# الميكانيك الهندسي

## علم السكون

### Engineering Mechanics

### Statics

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

جزء 1

جامعة دمشق - 2022-2023

1

A α alpha	N ν nu
B β beta	Ξ ξ ksi
Γ γ gamma	O o omicron
Δ δ delta	Π π pi
E ε epsilon	P ρ rho
Z ζ zeta	Σ σς sigma
H η eta	T τ tau
Θ θ theta	Υ υ upsilon
I ι iota	Φ φ phi
K κ kappa	X χ chi
Λ λ lambda	Ψ ψ psi
M μ mu	Ω ω omega

Greek alphabet chart © by deTraoi Regula, licensed to About.com

## SI Unit Prefix

Prefix		Symbol	Factor
Yocto	Septillionth	y	$10^{-24}$
Zepto	Sextillionth	z	$10^{-21}$
Atto	Quintillionth	a	$10^{-18}$
Femto	Quadrillionth	f	$10^{-15}$
Pico	Trillionth	p	$10^{-12}$
Nano	Billionth	n	$10^{-9}$
Micro	Millionth	$\mu$	$10^{-6}$
Milli	Thousandth	m	$10^{-3}$
Centi	Hundredth	c	$10^{-2}$
Deci	Tenth	d	$10^{-1}$
	One		$10^0$
Deca	Ten	da	$10^1$
Hecto	Hundred	h	$10^2$
Kilo	Thousand	k	$10^3$
Mega	Million	M	$10^6$
Giga	Billion	G	$10^9$
Tera	Trillion	T	$10^{12}$
Peta	Quadrillion	P	$10^{15}$
Exa	Quintillion	E	$10^{18}$
Zetta	Sextillion	Z	$10^{21}$
Yotta	Septillion	Y	$10^{24}$

جامعة دمشق - 2022-2023

3

## SI Derived Unit

Derived quantity	Name	Symbol	Other symbol	Base units
plane angle	radian	rad	-	$m \cdot m^{-1} = 1$
solid angle	steradian	sr	-	$m^2 \cdot m^{-2} = 1$
frequency	hertz	Hz	-	$s^{-1}$
force	newton	N	-	$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
pressure, stress	pascal	Pa	$N/m^2$	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
energy, work, quantity of heat	joule	J	$Nm$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
power, radiant flux	watt	W	$J/s$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
electric charge, quantity of electricity	coulomb	C	-	$s \cdot A$
electric potential, difference, electromotive force	volt	V	$W/A$	$m^2 \cdot kg^{-3} \cdot A^{-1}$
capacitance	farad	F	$C/V$	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
electric conductance	siemens	S	$A/V$	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^3 \cdot A^2$
electric resistance	ohm	$\Omega$	$V/A$	$m^2 \cdot kg^{-3} \cdot s^4 \cdot A^{-2}$
magnetic flux	weber	Wb	$Vs$	$m^2 \cdot kg^{-2} \cdot A^{-1}$
magnetic flux density	tesla	T	$Wb/m^2$	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
inductance	henry	H	$Wb/A$	$m^2 \cdot kg^{-2} \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
Celsius temperature	degree Celsius	$^{\circ}C$	-	K
luminous flux	lumen	lm	$cd \cdot sr$	$m^2 \cdot m^{-2} \cdot cd = cd$
illuminance	lux	lx	$lm/m^2$	$m^2 \cdot m^{-4} \cdot cd = m^{-2} \cdot cd$
activity (of a radionuclide)	becquerel	Bq	-	$s^{-1}$
absorbed dose, specific energy (imparted), kerma	gray	Gy	$J/kg$	$m^2 \cdot s^{-2}$
dose equivalent	sievert	Sv	$J/kg$	$m^2 \cdot s^{-2}$
catalytic activity	katal	kat	-	$s^{-1} mol$

جامعة دمشق - 2022-2023

4

## نظام إحداثيات الفضاء الهندسي

**Cartesian coordinate system** (also called the "rectangular coordinate system"), which, for three-dimensional flat space, uses three numbers representing distances.

**Curvilinear coordinates** are a generalization of coordinate systems generally; the system is based on the intersection of curves.

**Polar coordinate system** represents a point in the plane by an angle and a distance from the origin.

**Log-polar coordinate system** represents a point in the plane by an angle and the logarithm of the distance from the origin.

**Cylindrical coordinate system** represents a point in space by an angle, a distance from the origin and a height.

**Spherical coordinate system** represents a point in space with two angles and a distance from the origin.

**Plücker coordinates** are a way of representing lines in 3D Euclidean space using a six-couple of numbers as homogeneous coordinates.

**Generalized coordinates** are used in the Lagrangian treatment of mechanics.

**Canonical coordinates** are used in the Hamiltonian treatment of mechanics.

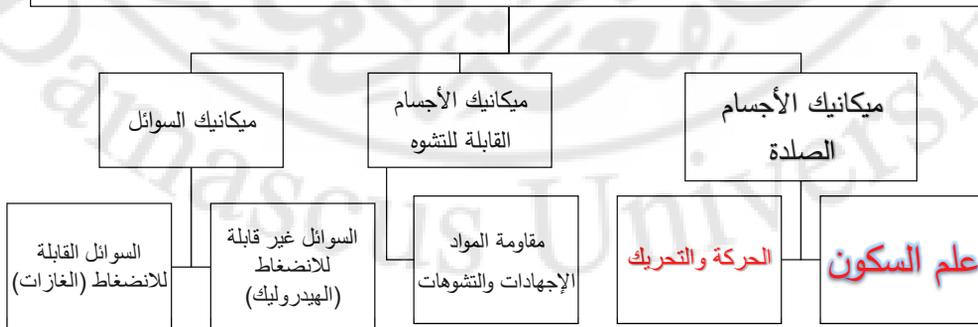
**Parallel coordinates** visualizes a point in  $n$ -dimensional space as a polyline connecting points on  $n$  vertical lines.

جامعة دمشق - 2022-2023

5

## الميكانيك الهندسي

فرع من علوم الفيزياء، يُعنى بدراسة حالة الأجسام الساكنة أو المتحركة، تحت تأثير الأحمال والقوى المطبقة عليها



جامعة دمشق - 2022-2023

6

## خطوات تصميم المنشآت الهندسية

- تحديد طبيعة المنشأة ووظيفتها
- اختيار مواد البناء
- تحديد قيمة القوى والأحمال المطبقة
- التحليل الإنشائي وحساب القوى المطبقة على عناصر المنشأة
- تصميم عناصر المنشأة وفق الإجهادات المسموحة للمواد

جامعة دمشق - 2022-2023

7

## منهجية التصميم

### ميكانيك السكون

كخطوة أولى يتم بموجبه دراسة توازن المنشأة واستقرارها (انقلاب، انزياح) تحت تأثير القوى والأحمال الخارجية المطبقة عليها.

### التحليل الإنشائي

يرتكز بأساسياته على ميكانيك السكون، حيث نسعى من خلال دراسة التوازن الساكن للعنصر لتحديد الإجهادات (القوى الداخلية) المطبقة على عناصر المنشأة بأشكالها المختلفة (قوى محورية، قوى القص، عزوم الثني والفتل...).

### مقاومة المواد

يتم تصميم مقطع العناصر الإنشائية وفق المقاومة المسموحة للمواد المستخدمة في حدود التشوهات المسموحة..

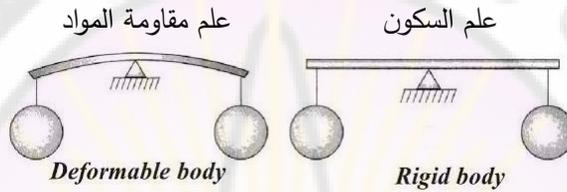


جامعة دمشق - 2022-2023

8

## علم السكون

علم السكون هو فرع من فروع الميكانيك حيث يعنى بدراسة توزيع وتوازن القوى المؤثرة في مجمل كتلة الجسم. في هذا المجال من الميكانيك، يُفترض أن يكون الجسم الذي تعمل فيه القوى صلباً (غير قابلاً للتشوه) Rigid Body، في حين ينظر علم مقاومة المواد في سلوك الأجسام كإجسام قابلة للتشوه Deformable Body



## التصنيف الفيزيائي للقوى في تصميم المنشآت

### القوى الداخلية

- الوزن الذاتي للجسم

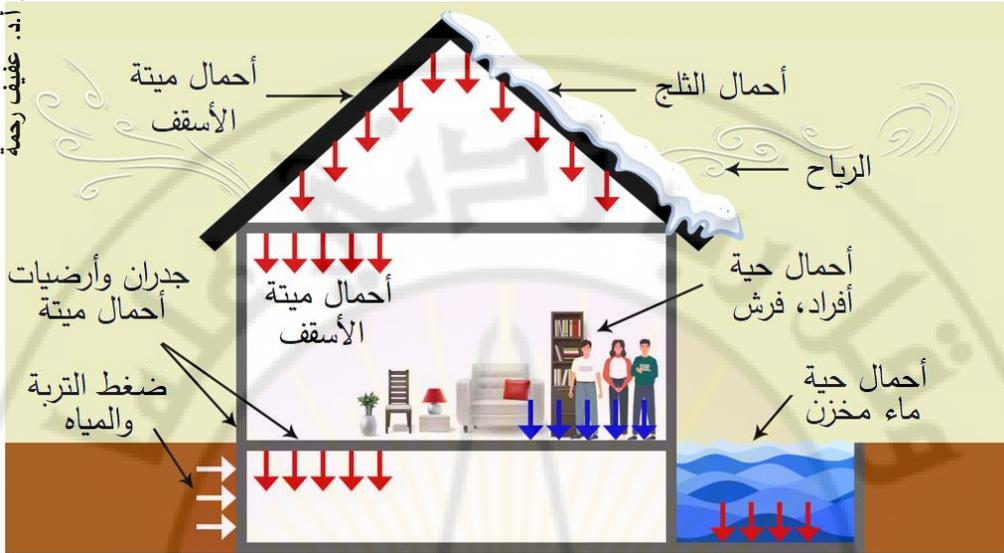
### القوى الخارجية

- الأحمال الثابتة والأحمال المتحركة المطبقة داخل المنشأة
- أو بمصطلح هندسي: الأحمال الميتة والأحمال الحية (Dead & Live Loads)
- الأحمال الخارجية: الثلوج، الأمطار، المياه... (Snow, Rain, Hydraulic Loads)
- قوى الرياح والعواصف... (Wind Loads)
- القوى الديناميكية أو الأحمال الترددية (Dynamic Loads)
- قوى الزلازل (Snow & wind Loads)
- القوى المكافئة للتغيرات الحرارية (Snow & wind Loads)

الإجهادات الداخلية وتعرف بأنها القوى الداخلية الناتجة عن الأحمال الخارجية، تقسم إلى:

- الإجهادات الناطمية Normal stresses (عمودية على سطح التحميل)،
- إجهادات القص Transverse or Shear stresses (منطبقة على سطح القطع).

## التصنيف الفيزيائي للقوى في تصميم المنشآت



جامعة دمشق - 2022-2023

11

## الأحمال الديناميكية

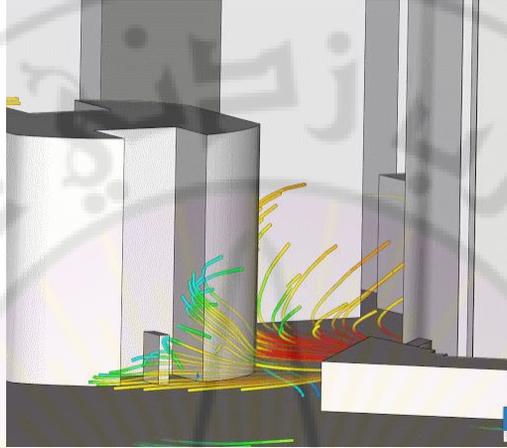


جامعة دمشق - 2022-2023

12

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

### أحمال الرياح

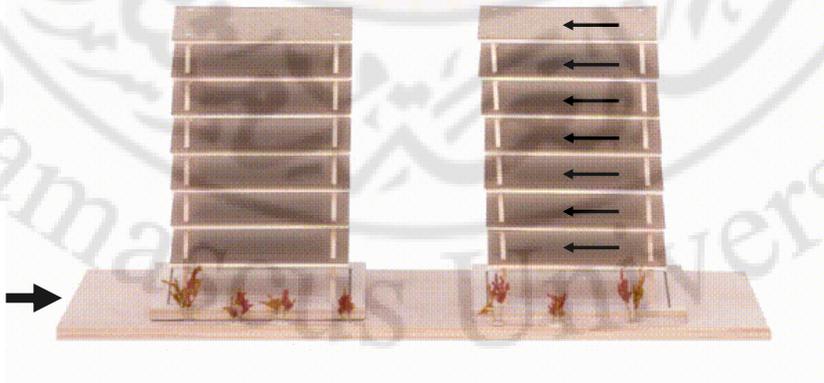


جامعة دمشق - 2022-2023

13

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

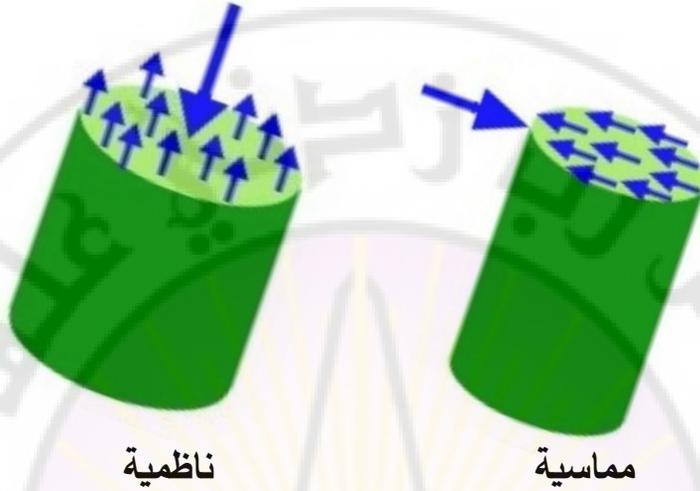
### أحمال الزلازل



جامعة دمشق - 2022-2023

14

## القوى والإجهادات



جامعة دمشق - 2022-2023

15

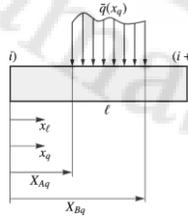
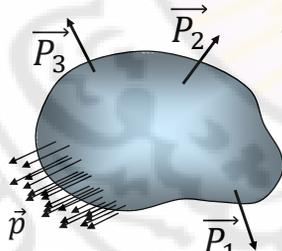
## التصنيف الهندسي للقوى

القوى الذاتية: يعبر عنها بمحصلة الوزن الذاتي لجزيئات الجسم  
القوى الخارجية

قوة مركزة  $\vec{P}$ : تؤخذ كقوة مطبقة في نقطة.

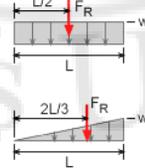
القوى الموزعة  $\vec{p}$ : منها المنتظمة أو غير المنتظمة، تطبق على الجسم أو على مساحة محددة الأبعاد.

الإجهادات الداخلية  $w$ : وهي كثافة القوى الداخلية التي تبديها المادة لمقاومة القوى الخارجية.

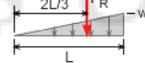


قوى موزعة غير منتظمة  
(لا يمكن تمثيلها بمعادلة رياضية)

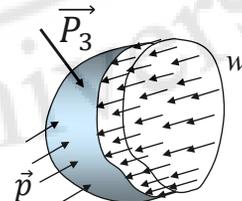
Uniform  
Distributed Load  
 $F_R = wL$



Triangular  
Distributed Load  
 $F_R = wL/2$



قوى موزعة منتظمة (ثابتة، ومثلثية،...)  
وكل ما يمكن تمثيله بمعادلة رياضية



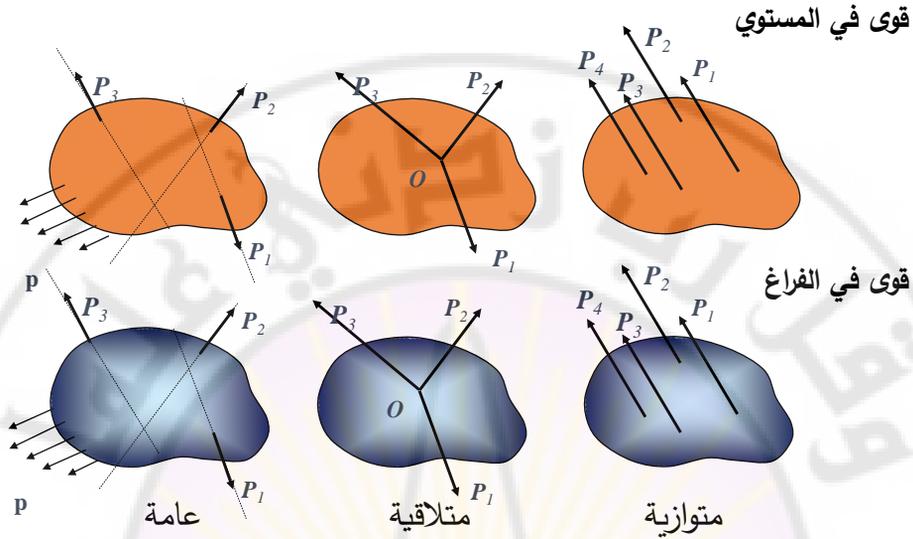
الإجهادات الداخلية

جامعة دمشق - 2022-2023

16

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

## التصنيف الهندسي للقوى



جامعة دمشق - 2022-2023

17

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

## نظام الإحداثيات الفضائي الهندسي

### نظام الإحداثيات الديكارتي

يعرّف نظام الإحداثيات الديكارتي، ثنائي، وثلاثي الأبعاد بمحاور الإحداثيات  $Z, Y, X$  المتعامدة فيما بينها والمتلاقية في نقطة واحدة  $O$ .

تسمى المعادلات التي تستخدم الإحداثيات الديكارتية، بالمعادلات الديكارتية. أما التعامد فيما بين المحاور الديكارتية فيعبر عن استقلالية المحاور عن بعضها البعض بحيث يكون التباير معدوم Covariance zero:

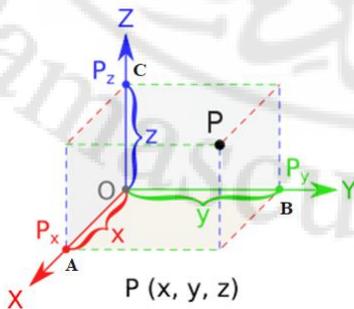
$$\text{COV}(X, Y) = 0, \text{ or } |X| \cdot |Y| \cdot \cos\theta_{XY} = 0$$

$$\text{COV}(X, Z) = 0, \text{ or } |X| \cdot |Z| \cdot \cos\theta_{XZ} = 0$$

$$\text{COV}(Y, Z) = 0, \text{ or } |Y| \cdot |Z| \cdot \cos\theta_{YZ} = 0$$

مع

$$\theta_{XY} = \pi/2, \theta_{XZ} = \pi/2, \theta_{YZ} = \pi/2,$$

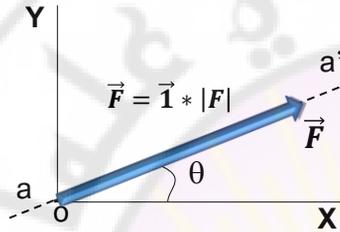


جامعة دمشق - 2022-2023

18

## المقادير السلمية والمقادير الشعاعية

في علم الميكانيك نميز نوعين من المقادير:  
 المقادير السلمية (Scalar Quantities)، مثل الطول، الحجم، الكتلة، العمل...، وهي مقادير فيزيائية مستقلة عن المكان.  
 المقادير الشعاعية (Vector Quantities) وهي مقادير مرتبطة بالمكان، مثل الوزن، الأحمال الخارجية، الإجهادات الداخلية، السرعة، الانتقال، العزم...، حيث يعبر عنها في الفضاء الهندسي بشعاع.



### عناصر الشعاع

يُعرّف الشعاع بالعناصر الأربعة التالية:

o: نقطة تطبيق القوة،

|F|: شدة القوة، أو القياس الجبري للشعاع

aa': حامل الشعاع

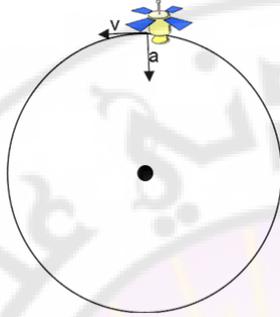
→: اتجاه القوة

إذا نسب الشعاع للمحاور الإحداثية فيمكن استبدال حامل الشعاع بزاوية ميل الشعاع  $\theta$ .

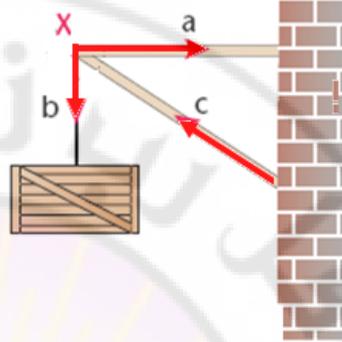
## تصنيف الأشعة



## تصنيف الأشعة



الشعاع المقيد: له نقطة تطبيق O محددة المسار مع ثبات عناصره الأخرى.

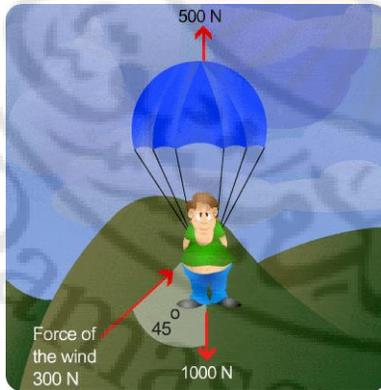


الشعاع الثابت: عناصره الأربعة ثابتة.

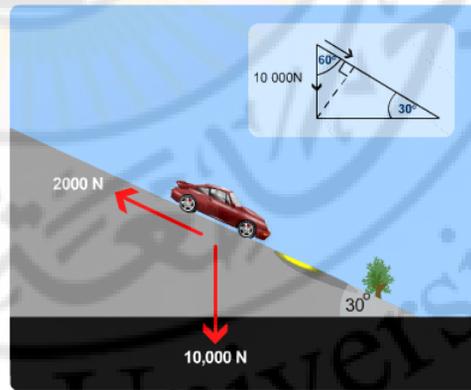
جامعة دمشق - 2022-2023

21

## تصنيف الأشعة



الشعاع الحر أو الطليق: يمكن لمبدئه الحركة حراً في الفضاء مع ثبات عناصره الأخرى



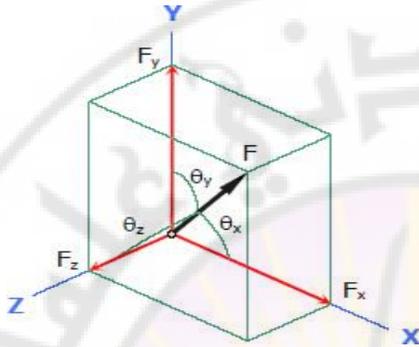
الشعاع المنزلق: يمكن له الحركة على طول خط حامله، دون التأثير على التحليل.

جامعة دمشق - 2022-2023

22

## تمثيل الأشعة في فضاء الإحداثيات الديكارتية

يُعبّر عن الشعاع في فضاء الإحداثيات الديكارتية بأشعة مركباته حسب المحاور X, Y, Z



$$\vec{F}_x = \vec{F} \cos \theta_x$$

$$\vec{F}_y = \vec{F} \cos \theta_y$$

$$\vec{F}_z = \vec{F} \cos \theta_z$$

$$\vec{F} = \sqrt{(\vec{F}_x^2 + \vec{F}_y^2 + \vec{F}_z^2)} \quad \text{ويكون}$$

$$\cos \theta_x = \vec{F}_x / \vec{F}$$

$$\cos \theta_y = \vec{F}_y / \vec{F}$$

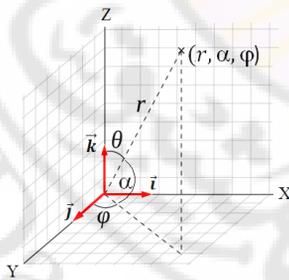
$$\cos \theta_z = \vec{F}_z / \vec{F}$$

حيث:

$$\cos^2 \theta_x + \cos^2 \theta_y + \cos^2 \theta_z = 1$$

جامعة دمشق - 2022-2023

23

تمثيل واحدة الشعاع  $\vec{\lambda}$  في فضاء الإحداثيات

يمثل  $\vec{\lambda}$  في فضاء الإحداثيات X, Y, Z بالترتيب بأشعة مركباته  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  ممثلاً بالشكل الرياضي:

$$\vec{\lambda} = \cos \theta_x \vec{i} + \cos \theta_y \vec{j} + \cos \theta_z \vec{k}$$

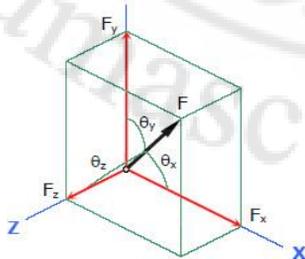
ولتأخذ القوة  $\vec{F}$  الشكل:

$$\vec{F} = |F| (\cos \theta_x \vec{i} + \cos \theta_y \vec{j} + \cos \theta_z \vec{k})$$

حيث  $|F|$  القيمة السلمية للقوة F

بتعبير آخر تكتب المعادلة بالشكل:

$$\vec{F} = |F_x| \vec{i} + |F_y| \vec{j} + |F_z| \vec{k}$$



جامعة دمشق - 2022-2023

24

أما الشعاع  $\vec{F}$  المعبر عنه بجداء القيمة السلمية  $|F|$  بوحدة الشعاع  $\vec{\lambda}$



$$\vec{F} = \vec{\lambda} * |F|$$

فيأخذ شكله العام بالصيغة

$$\vec{F} = \vec{\lambda} * (n * |f|)$$

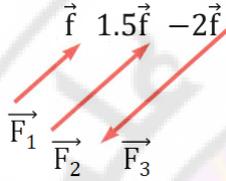
و

$$\vec{F} = n (|f_x| \vec{i} + |f_y| \vec{j} + |f_z| \vec{k})$$

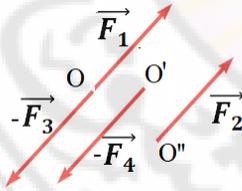
مع

$|f|$  وحدة القيمة السلمية

$n$  عامل تصعيد القيمة السلمية، حيث  $n$  قيمة موجبة أو سالبة.



## القياس الجبري للأشعة



لنأخذ الأشعة  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  فإننا نلاحظ أن

• الأشعة  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  متساوية لها نفس الشدة والاتجاه، لكن في نقاط تطبيق مختلفة.

• الشعاع  $-\vec{F}_3$  و  $-\vec{F}_4$  متساوية ولها نفس الشدة لكنها تعاكس في

الاتجاه الأشعة  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$ . يعبر عن اتجاهها المعاكس بالإشارة (-).

• يرمز للقياس الجبري للأشعة بالرمز  $+\vec{F}_1, +\vec{F}_2, -\vec{F}_3, -\vec{F}_4$

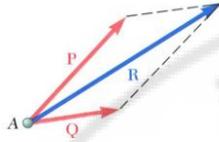
كما يمكن استخدام الشكل  $|\vec{F}_1|, +|\vec{F}_2|, -|\vec{F}_3|, -|\vec{F}_4|$

**ملاحظة:**

الاتجاه الموجب والسالب اتجاه اصطلاحي، يرتبط غالباً باتجاهات المحاور الإحداثية Z Y X

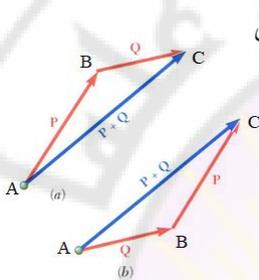
## محصلة جملة قوى في مستوي - الحل بالطريقة التخطيطية

يمكن تمثيل شدة واتجاه ومنحى شعاع المحصلة  $\vec{R}$  لشعاعي القوتين  $\vec{P}$  و  $\vec{Q}$  تخطيطياً وفق ما يلي:



1. محصلة القوتين يساوي بالشدة والاتجاه قطر متوازي الأضلاع، حيث تمثل القوتين بالضلعين المتجاورتين .

2. بشكل آخر يمكن تمثيل شعاع المحصلة  $\vec{R}$  وفق الطريقة التخطيطية ABC، حيث:



يبدأ كل شعاع من نهاية سابقه، ويرسم شعاع المحصلة  $\vec{R}$  من بداية الشعاع الأول، وينتهي خطياً مع نهاية الشعاع الأخير، وهو شرط تحقيق التوازن بين مجموع الأشعة ومحصلتها.

$$\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$$

ملاحظة: تجميع الأشعة غير مفيد بترتيب محدد.  
تعتمد النتائج على دقة الرسم

جامعة دمشق - 2022-2023

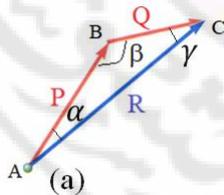
27

## محصلة جملة قوى في مستوي - الحل وفق نظرية المثلثات

3. قانون الكوسينوس  $\cos\beta$  (أو نظرية Kashi)

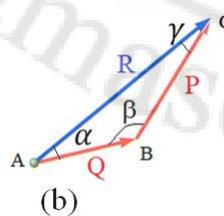
$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ\cos\beta$$

حيث  $\beta$  الزاوية الكائنة بين الشعاعين  $\vec{P}$  و  $\vec{Q}$



4. قانون السينوس  $\sin\beta$

$$\frac{\sin\alpha}{Q} = \frac{\sin\beta}{R} = \frac{\sin\gamma}{P} \quad \checkmark \text{ الشكل (a)}$$



$$\frac{\sin\alpha}{P} = \frac{\sin\beta}{R} = \frac{\sin\gamma}{Q} \quad \checkmark \text{ الشكل (b)}$$

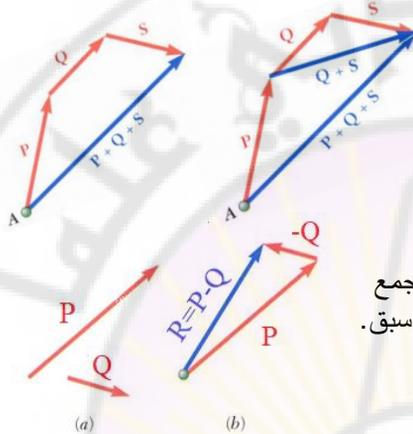
جامعة دمشق - 2022-2023

28

## خصائص جبر الأشعة

### جمع مجموعة من الأشعة

- يقبل جمع ثلاثة أشعة أو أكثر من خلال التطبيق المنكرر لقاعدة جمع شعاعين، أو التجميع الشعاعي (التخطيطي) باعتماد الشكل متعدد الأضلاع.



### خصائص جمع الأشعة

- جمع الأشعة تبادلي  $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{Q} + \vec{P}$
- جمع مجموعة من الأشعة ترايطي  $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{S} = (\vec{P} + \vec{Q}) + \vec{S} = \vec{P} + (\vec{Q} + \vec{S})$

### طرح الأشعة

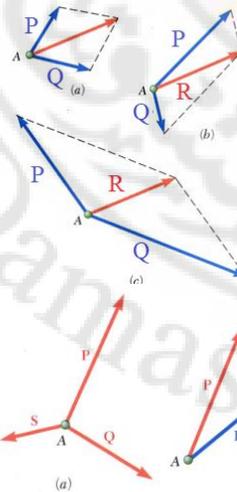
تخطيطيًا يتم طرح الشعاع Q من الشعاع P بجمع الشعاع P مع عكس اتجاه الشعاع Q، وفق ما سبق.

$$\vec{P} - \vec{Q} = \vec{P} + \vec{Q}$$

جامعة دمشق - 2022-2023

29

## محصلة القوى المتزامنة



القوى المتزامنة : مجموعة من القوى تمر جميعها عبر نقطة واحدة.

- يمكن استبدال مجموعة من أشعة القوى المتزامنة المطبقة على الجسم بقوة واحدة  $\vec{R}$  يكافئ فعلها محصلة أفعال أشعة القوى المطبقة.

ملاحظة : إذا كان شعاع محصلة القوى مساوي لمجموع أشعة القوى.

$$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{S} = \vec{R}$$

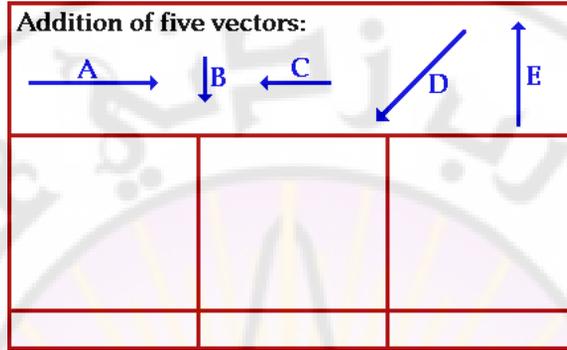
فإن القياس الجبري للمحصلة  $|R|$  لا يساوي مجموع القياس الجبري للقوى، إلا إذا كانت جميع القوى متوازية.

$$|P| + |Q| + |S| \neq |R|$$

قوى متزامنة

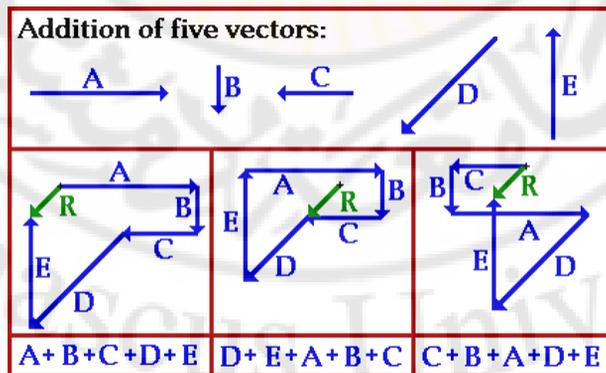
جامعة دمشق - 2022-2023

30



جامعة دمشق - 2022-2023

31

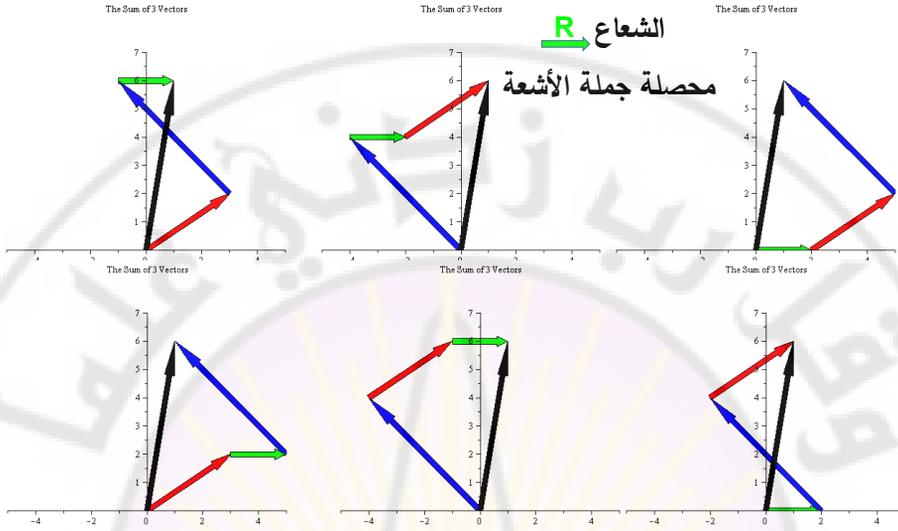


جامعة دمشق - 2022-2023

32

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

### مثال تجميع ثلاثة أشعة

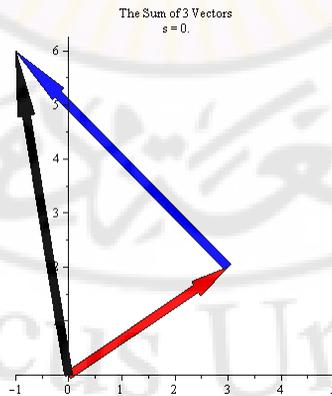


جامعة دمشق - 2022-2023

33

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

### مثال تجميع ثلاثة أشعة أحدها متغير من 0 إلى 3



<https://www.maplesoft.com/applications/view.aspx?SID=6576&view=html>

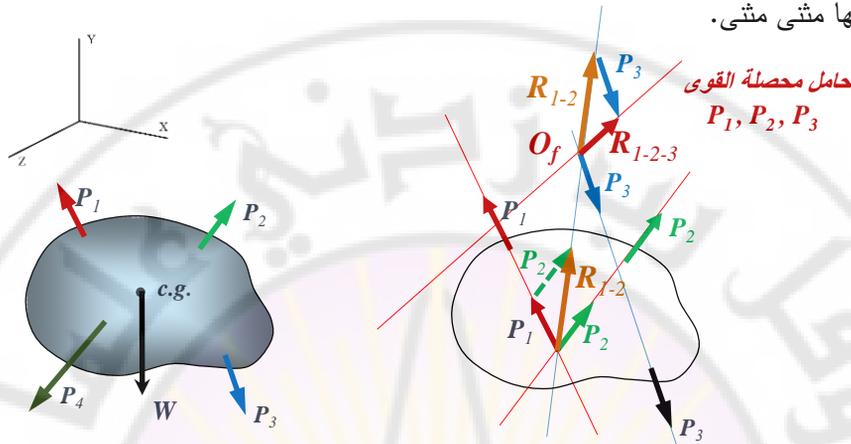
<https://www.mathsisfun.com/algebra/vectors.html>

جامعة دمشق - 2022-2023

34

## مركز تطبيق مجموعة قوى ثابتة - الطريقة التخطيطية

لتحديد مركز تطبيق مجموعة من القوى الثابتة، تخطيطياً، يتم **زلق** القوى بالتتالي على حواملها مثتى مثتى.



حتى يكون الجسم ثابت ومستقر يجب أن يمرّ حامل المحصلة النهائية للقوى في مركز ثقل الجسم c.g. ، وأن يعاكس  $\vec{W}$  بالشدة والاتجاه.

جامعة دمشق - 2022-2023

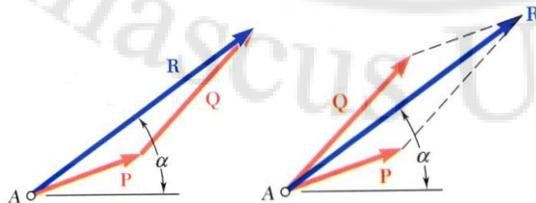
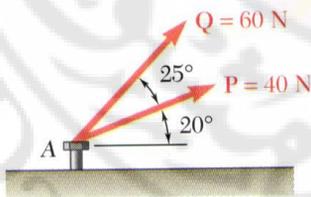
35

### مثال 1

المطلوب تحديد شعاع محصلة القوى P و Q المطبقة في النقطة A

#### الطريقة التخطيطية

- أنشئ متوازي أضلاع اتجاهه P و Q بأطوال متناسبة مع شدة القوى.
- احسب بالقياس شدة قطر متوازي الأضلاع المكافئ للمحصلة R.
- احسب بالقياس قيمة الزاوية  $\alpha$  ميل اتجاه المحصلة R.



$$R = 98 \text{ N} \quad \alpha = 35^\circ$$

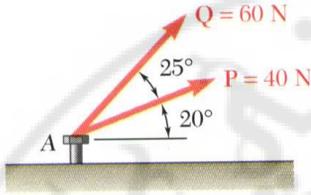
القيم بالقياس

جامعة دمشق - 2022-2023

36

## الحل بحساب المثلثات

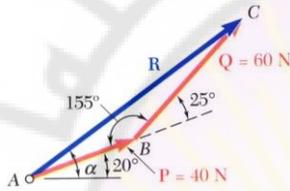
- استخدم قاعدة المثلثات بإضافة الشعاع R بالتزامن مع قانون جيب التمام و قانون الجيب لإيجاد النتيجة.
- باستخدام قانون تمام الجيب  $\cos$



$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ \cos B$$

$$= (40\text{N})^2 + (60\text{N})^2 - 2(40\text{N})(60\text{N})\cos 155^\circ$$

$$R = 97.73\text{N}$$



- باستخدام قانون الجيب  $\sin$

$$\frac{\sin A}{Q} = \frac{\sin B}{R}$$

$$\sin A = \frac{Q}{R} \sin B = \frac{60\text{N}}{97.73\text{N}} \sin 155^\circ$$

$$A = 15.04^\circ$$

$$\alpha = 20^\circ + A = 35.04^\circ$$

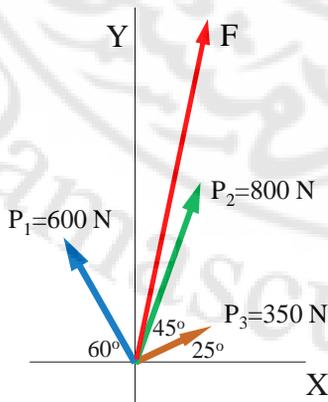
$$\alpha = 35.04^\circ$$

جامعة دمشق - 2022-2023

37

## مثال 2

باستخدام طريقة الإسقاط، حدد محصلة القوى الثلاث المبينة بالشكل:



$$\Sigma F_x = 350 \cos 25^\circ + 800 \cos 70^\circ + 600 \cos 120^\circ =$$

$$317.2 + 273.6 - 300 = 290.8 \quad [\text{N}]$$

$$\Sigma F_y = 350 \sin 25^\circ + 800 \sin 70^\circ + 600 \sin 120^\circ =$$

$$147.9 + 751 + 519.6 = 1419.3 \quad [\text{N}]$$

$$\vec{F} = 290.8 \cdot \vec{i} + 1419.3 \cdot \vec{j} \quad [\text{N}]$$

$$|F| = \sqrt{290.8^2 + 1419.3^2} = 1449.3 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x} = \tan^{-1} \frac{1419.3}{290.8} = 78.4^\circ$$

$$F = 1449.3 \text{ N} \quad \theta = 78.4^\circ$$

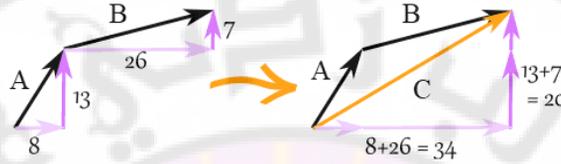
جامعة دمشق - 2022-2023

38

### مثال 3

بطريقة جمع مركبات الأشعة، أوجد قيمة واتجاه المحصلة C للقوتين

$$B = (26, 7) \text{ و } A = (8, 13)$$



$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{C} = (8, 13) + (26, 7) = (8+26, 13+7) = (34, 20)$$

$$|C| = \sqrt{34^2 + 20^2} = 39.44$$

$$\tan \theta = 20/34 = 0.588$$

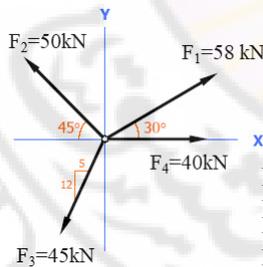
$$\theta = 30.45^\circ$$

جامعة دمشق - 2022-2023

39

### مثال 4

احسب المركبات X و Y للقوى المبينة بالشكل واستنتج صيغة محصلة القوى.



$$F_{x1} = 58 \cos 30^\circ = 50.23 \text{ kN}$$

$$F_{y1} = 58 \sin 30^\circ = 29 \text{ kN}$$

$$F_{x2} = -50 \cos 45^\circ = -35.36 \text{ kN}$$

$$F_{y2} = 50 \sin 45^\circ = 35.36 \text{ kN}$$

$$F_{x3} = -45(5/13) = -17.31 \text{ kN}$$

$$F_{y3} = -45(12/13) = -41.54 \text{ kN}$$

$$F_{x4} = 40 \text{ kN}$$

$$F_{y4} = 0$$

$$F_x = 37.56 \text{ kN}$$

$$F_y = 22.82 \text{ kN}$$

باستخدام صيغة واحدة الشعاع

$$F = F(\cos \theta_{xi} + \sin \theta_{yj})$$

$$F1 = 58(\cos 30^\circ i + \sin 30^\circ j) = 50.23i + 29j \text{ kN}$$

$$F2 = 50(-\cos 45^\circ i + \sin 45^\circ j) = -35.36i + 35.36j \text{ kN}$$

$$F3 = 45(-5/13 i - 12/13 j) = -17.31i - 41.54j \text{ kN}$$

$$F4 = 40i \text{ kN}$$

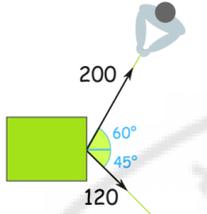
$$F = (37.56)i + (22.82)j \text{ kN}$$

جامعة دمشق - 2022-2023

40

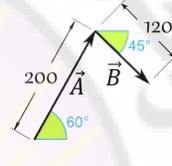
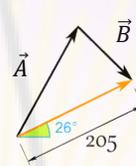
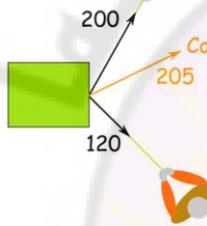
## مثال 5

اجتمع أحمد وحמיד لجر الصندوق، فطبق أحمد قوة 200 N وبميل  $60^\circ$  عن المحور X، أما حميد فطبق قوة 120 N بميل  $45^\circ$  عن المحور X. بيّن عناصر محصلة القوى المطبقة على الصندوق بالطريقة التخطيطية وطريقة الإسقاط.



## الطريقة التخطيطية

يتم جمع الشعاعين A و B تخطيطياً وفق الشكل المجاور، وبالقياس يتم تعيين شدة وميل المحصلة R، ( $R: 205 \text{ N}, 26^\circ$ )

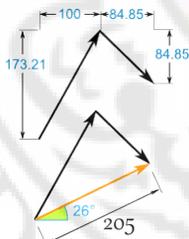


جامعة دمشق - 2022-2023

41

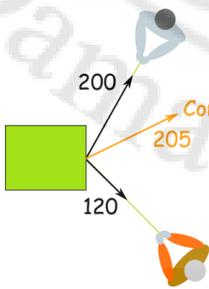
## طريقة الإسقاط

يتم تحويل إحداثيات القوى من النظام القطبي إلى النظام الديكارتي القوة 200 N



$$\begin{aligned}\vec{x}_1 &= \vec{A} \times \cos\theta = 200 \times \cos 60^\circ = 200 \times 0.5 = 100 \\ \vec{y}_1 &= \vec{A} \times \sin\theta = 200 \times \sin 60^\circ = 200 \times 0.8660 = 173.21 \\ \vec{x}_2 &= \vec{B} \times \cos\theta = 120 \times \cos(-45^\circ) = 120 \times 0.7071 = 84.85 \\ \vec{y}_2 &= \vec{B} \times \sin\theta = 120 \times \sin(-45^\circ) = 120 \times -0.7071 = -84.85\end{aligned}$$

مركبات محصلة القوتين



$$\begin{aligned}\vec{X} &= (100 + 84.085) = 184.085 \text{ N} \\ \vec{Y} &= (173.2 - 84.85) = 88.36 \text{ N}\end{aligned}$$

تحويل المركبات الديكارتية إلى مركبات قطبية

$$\begin{aligned}\vec{R} &= \sqrt{(x^2 + y^2)} = \sqrt{(184.85^2 + 88.36^2)} = 204.88 \\ \theta &= \tan^{-1}(y/x) = \tan^{-1}(88.36/184.85) = 25.5^\circ\end{aligned}$$

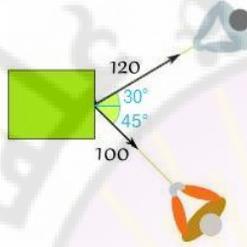
جامعة دمشق - 2022-2023

42

## مثال 6

اجتمع جمعة وخميس لجر الصندوق، فطبق جمعة قوة 120 N وبميل 30° أما خميس فطبق قوة 100 N بميل 45° عن المحور X.

ما هي الإجابة الصحيحة لقيم شدة واتجاه محصلة القوتين.



- A: 175N in the direction 3.5°  
 B: 175N in the direction -3.5°  
 C: 220N in the direction -15°  
 D: 220N in the direction 15°

جامعة دمشق - 2022-2023

43

## جداء الأشعة

## الجداء السلمي:

ويعرف أيضاً بالجداء الجبري أو القياسي، أو الجداء النقطي Dot Product. يستخدم الجداء السلمي لإنتاج قيمة سلمية، مثل الحجم، العمل، القدرة...، وهي مقادير جبرية غير مستقلة عن مولداتها.

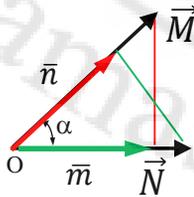
جداء شعاعين: يساوي جداء شدة أحدهما بشدة مسقط الآخر عليه.

يرمز للجداء السلمي للشعاعين  $\vec{M}$  و  $\vec{N}$  بالرمز  $|\vec{M}| \cdot |\vec{N}| \cos \alpha$ ، وهو مقدار جبري يساوي:

$$\vec{N} \cdot \vec{M} = |\vec{N}| \cdot |\vec{M}| \cos \alpha$$

أو يأخذ الشكل:

$$\vec{N} \cdot \vec{M} = |\vec{N}| \cdot \vec{m} = \vec{n} \cdot |\vec{M}|$$



حيث  $\vec{m}$  مسقط  $\vec{M}$  على حامل الشعاع  $\vec{N}$  و  $\vec{n}$  مسقط  $\vec{N}$  على حامل الشعاع  $\vec{M}$

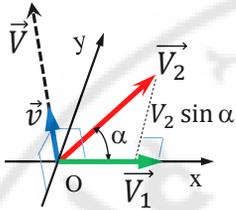
جامعة دمشق - 2022-2023

44

## جداء الأشعة

## الجداء الشعاعي Cross Product:

بخلاف الجداء السلمي فإن ناتج الجداء الشعاعي هو شعاع مستقل عن مولداته. مثال السرعة، التسارع، العزم، كمية الحركة، ...



يرمز للجداء الشعاعي للشعاعين  $\vec{V}_1$  و  $\vec{V}_2$  بالرمز  $\vec{V} = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$  ليكون ناتج الجداء شعاع  $\vec{V}$  خصائصه:

• مبدأه نقطة تقاطع الشعاعين O

• شدته

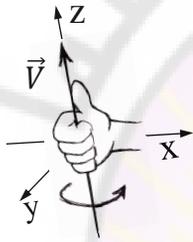
$$|\vec{V}| = |\vec{V}_1| |\vec{V}_2| \sin \alpha$$

• يعبر عن حامله بمحور عمودي على مستوي الشعاعين  $\vec{V}_1$  و  $\vec{V}_2$  جهته تتعين حسب طريقة اليد اليمنى

ويكتب شعاعياً بالشكل التالي:  $\vec{V} = |\vec{V}_1| |\vec{V}_2| (\sin \alpha) \vec{v}$

حيث  $\vec{v}$  هو وحدة الشعاع  $\vec{V}$

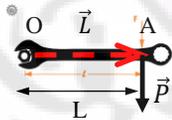
من تطبيقاته  $\vec{M} = \vec{P} \wedge \vec{L}$  عزم القوة



جامعة دمشق - 2022-2023

45

## عزم قوة



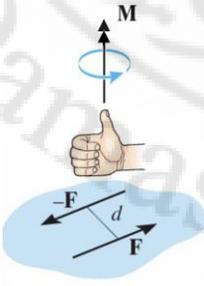
القوة P المقيدة بمسار دائري مركزه O، تبعد عن A مقدار L، تؤدي عملاً يسمى العزم الدوراني، يرمز له بالشعاع M. تحسب قيمة M جداء شعاع القوة بشعاع المسافة من المعادلة:

$$\vec{M} = \vec{P} \wedge \vec{L} \quad \vec{M} = \vec{P} \wedge |L| \sin 90^\circ = \vec{P} \wedge |L|$$

لتحديد اتجاه شعاع العزم M يعتمد على طريقة اليد اليمنى، كما في الشكل، حيث ترمز أصابع الكف للجهة الموجبة. لتميز شعاع القوة عن شعاع العزم يرمز للعزم بشعاع مضاعف  $\uparrow$ .

عزم مزدوجة قوى F: هو العزم الناتج عن قوتين F متساويتين ومتعاكستين بالاتجاه مقيدتين بمسار دائري واقع في منتصف المسافة بينهما d. قيمة العزم الناتج M تساوي:

$$\vec{M} = \vec{F} \wedge |d|$$

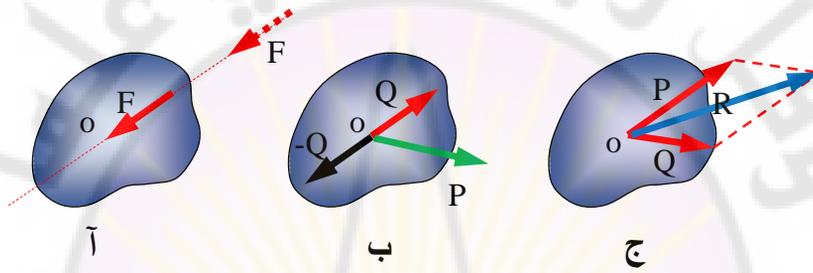


جامعة دمشق - 2022-2023

46

## العمليات البسيطة لجمل القوى

- وهي العمليات التي تتم على مجموعة قوى دون أن تتغير من فعلها، وتشمل:
1. زلق قوة على حاملها،
  2. إضافة أو حذف قوتين متساويتين ومتعاكستين مباشرة،
  3. استبدال مجموعة قوى تمر بنقطة، بحاصلة تمر من نفس النقطة.



جامعة دمشق - 2022-2023

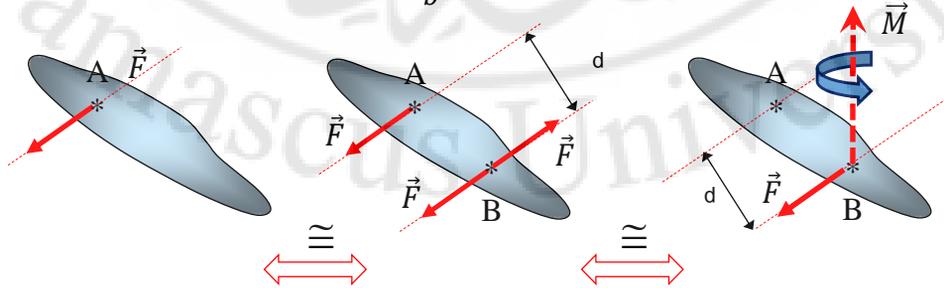
47

## العمليات البسيطة لجمل القوى

### النقل المتوازي لقوة:

إذا لزم زلق القوة  $\vec{F}$  المطبقة في A إلى النقطة B بشكل موازي لوضعها الأولي، فإنه يقتضي، للحفاظ على فعل القوة  $\vec{F}$ ، إضافة مزدوجة عزمها يساوي عزم القوة  $\vec{F}$  في النقطة A نسبة للنقطة B. ولتكافؤ الحالتين يأخذ العزم الناتج القيمة:

$$\vec{M}_b = \vec{F} \wedge \vec{d}$$



جامعة دمشق - 2022-2023

48



# الميكانيك الهندسي

## علم السكون

### Engineering Mechanics

### Statics

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

جزء 2

جامعة دمشق - 2022-2023

49

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

# الميكانيك الهندسي وعلم السكون

## توازن واستقرار الأجسام الصلدة



جامعة دمشق - 2022-2023

51

## المنشآت في الهندسة المدنية

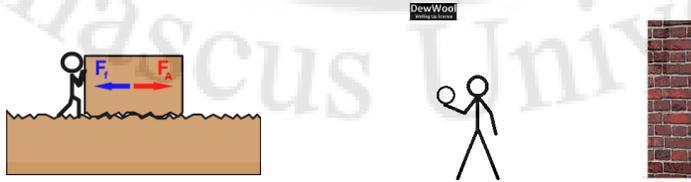
ينظر للمنشآت في الهندسة المدنية على أنها منشآت ساكنة وتحقق شروط الاستقرار



## ميكانيك السكون



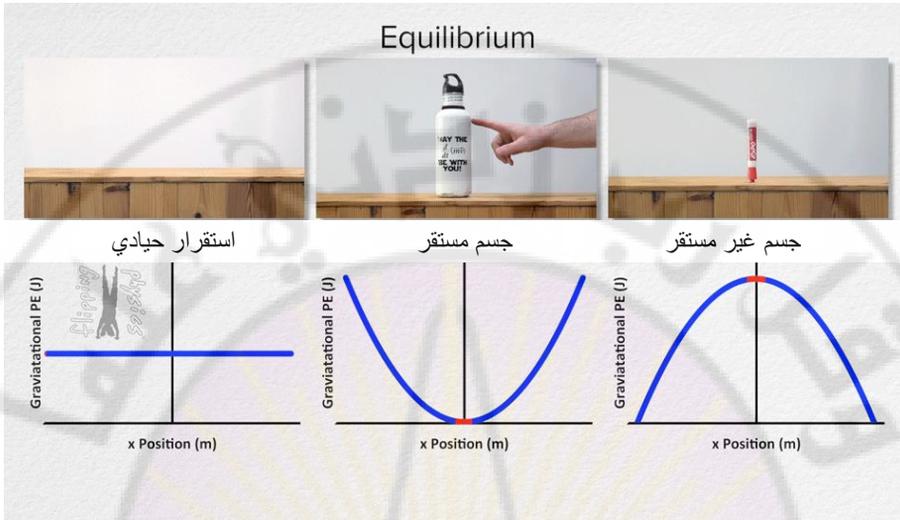
المنشأة مستقرة على الانقلاب وعلى الانزلاق تحت تأثير عمل القوى المطبقة عليها



جامعة دمشق - 2022-2023

52

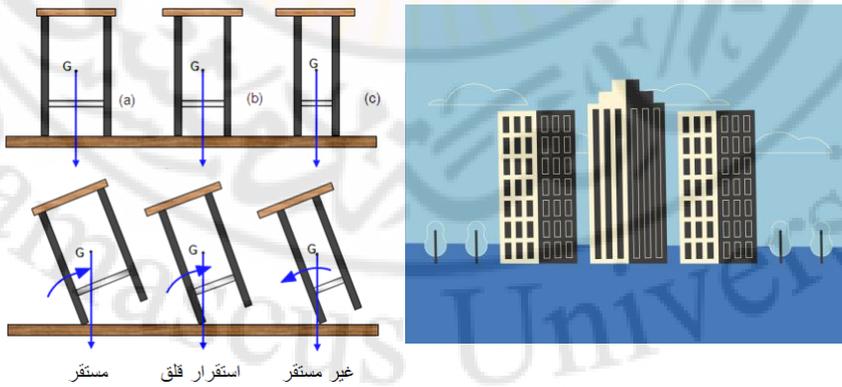
## توازن واستقرار الأجسام الصلبة



جامعة دمشق - 2022-2023

53

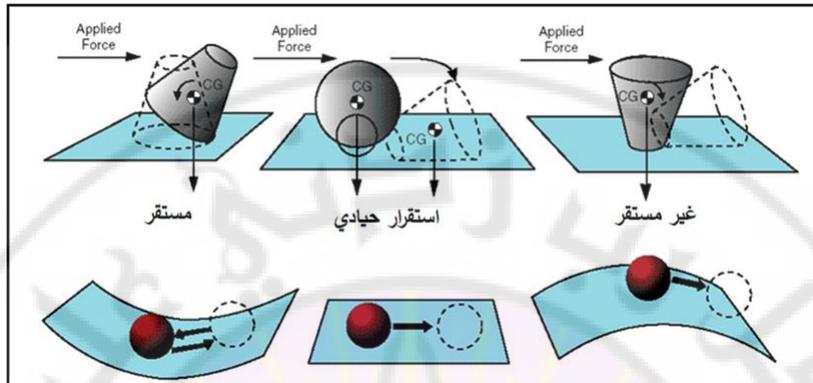
## توازن واستقرار الأجسام الصلبة



جامعة دمشق - 2022-2023

54

## توازن واستقرار الأجسام الصلبة



يكون الجسم في حالة توازن مستقر، فيما لو خضع للحركة ثم عاد من جديد إلى وضعه السابق تحت تأثير قوى الثقالة.

يكون الجسم في حالة توازن غير مستقر، فيما لو خضع للحركة ولم تسعفه قوى الثقالة بالعودة لوضعه السابق.

جامعة دمشق - 2022-2023

55

## قانون نيوتن لتوازن الأجسام

### First Newton Law



### قانون نيوتن الأول

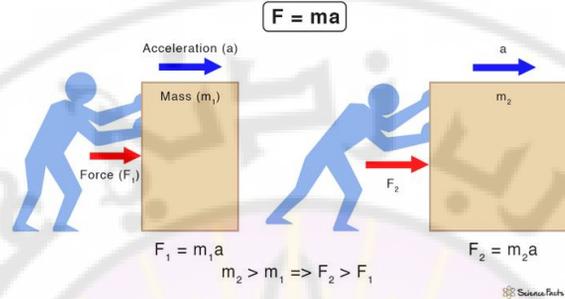
- كل جسم ساكن (ثابت ومستقر) يبقى ساكناً ما لم تطبق عليه قوة تُغير من ثباته واستقراره.
- كل جسم متحرك بسرعة ثابتة لا تتغير سرعته ما لم تؤثر عليه قوة خارجية مضافة.

جامعة دمشق - 2022-2023

56

## قانون نيوتن لتوازن الأجسام

### Second Newton Law



### قانون نيوتن الثاني

- يتناسب تغيير حركة الجسم مع القوة المؤثرة عليه، ويتم وفق محور القوة المؤثرة فيه.
- التغيير في حركة الجسم متناسبة مع كتلة الجسم  $m$  والقوة المضافة المطبقة  $F$ .

جامعة دمشق - 2022-2023

57

## قانون نيوتن لتوازن الأجسام

### Third Newton Law



### قانون نيوتن الثالث

لكل فعل رد فعل يساويه ويعاكسه في الاتجاه ولهما نقطة تطبيق واحدة .

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

يعبر عن هذه العلاقة بالصيغة:

في فضاء الإحداثيات X, Y, Z تأخذ هذه العلاقة الصيغ التالية :

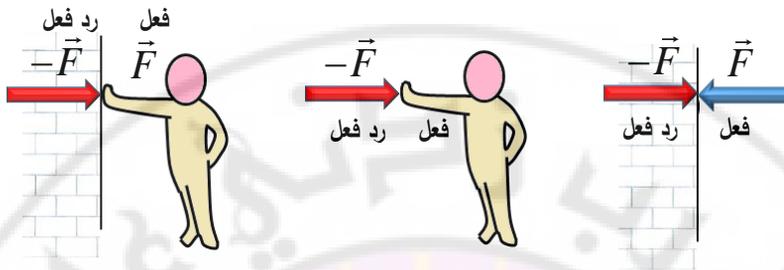
$$\Sigma \vec{X} = 0 \quad \Sigma \vec{Y} = 0 \quad \Sigma \vec{Z} = 0$$

جامعة دمشق - 2022-2023

58

## المعادلات العامة لتوازن واستقرار الجسم وفق الإحداثيات الديكارتية

## Third Newton Law



تكتب معادلات التوازن في الفضاء ثلاثي الأبعاد بالشكل التالي :

$$\sum \vec{X} = 0,$$

$$\sum \vec{Y} = 0,$$

$$\sum \vec{Z} = 0$$

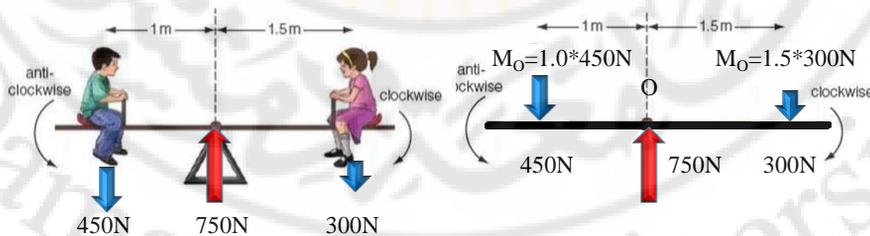
جامعة دمشق - 2022-2023

59

## المعادلات العامة لتوازن واستقرار الجسم وفق الإحداثيات الديكارتية

## Third Newton Law

تعمم معادلات التوازن لتكتب في الفضاء ثلاثي الأبعاد بالشكل التالي :



$$\sum \vec{X} = 0,$$

$$\sum \vec{Y} = 0,$$

$$\sum \vec{Z} = 0$$

$$\sum \vec{M}_x = 0,$$

$$\sum \vec{M}_y = 0,$$

$$\sum \vec{M}_z = 0$$

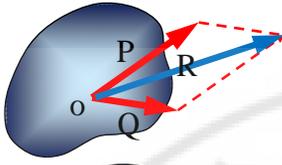
جامعة دمشق - 2022-2023

60

## المبادئ العامة لعلم السكون

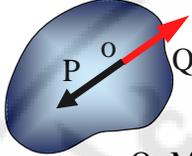
### المبدأ الأول: قانون متوازي الأضلاع

إن حاصله قوتين مطبقتين على الجسم في نقطة واحدة منه وبينهما زاوية ما، تتعین مقداراً واتجهاً وموضعاً بقطر متوازي الأضلاع المنشأ على هاتين القوتين.



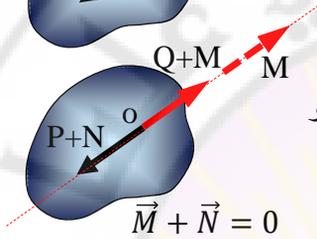
### المبدأ الثاني: قانون التوازن

إذا طبقت على جسم ما قوتان، فإن هذا الجسم يكون بحالة توازن فقط عندما تكون هاتان القوتان متساويتان ومتعاكستان مباشرة، والعكس صحيح.



### المبدأ الثالث: قانون ضم قوى وانزلاقها

لا يتغير فعل جملة قوى مفروضة في جسم إذا أضفنا إليها أو حذفنا منها جملة قوى أخرى متوازنة،  $\vec{M} + \vec{N} = 0$ . إذا طبقت قوة على جسم ما، فإنه يمكن زلق هذه القوة على حاملها.



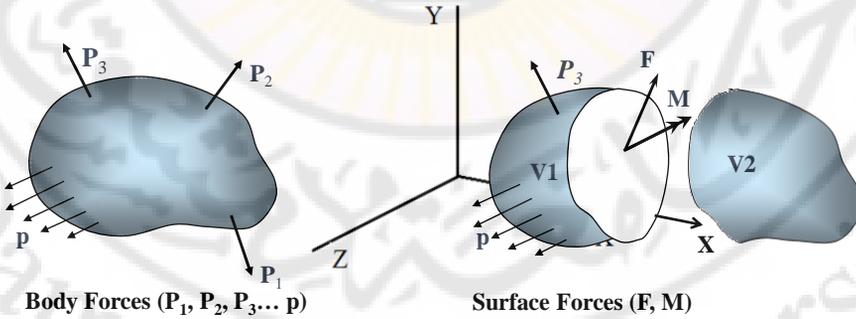
### المبدأ الرابع: قانون الفعل ورد الفعل

لكل فعل رد فعل يساويه ويعاكسه بالاتجاه.

جامعة دمشق - 2022-2023

61

## مبادئ التوازن المستقر للأجسام الصلدة



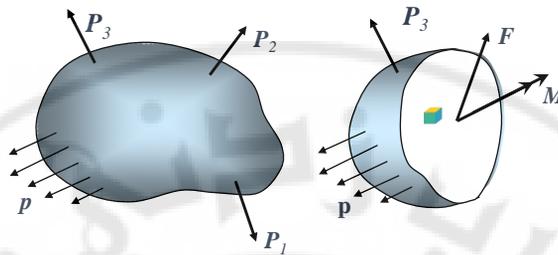
إذا انقسم جسم متوازن إلى جزئيين فإن كل جزء لا بد وأن يبقى متوازناً تحت تأثير قوى الجسم وقوى سطحية مطبقة على السطح الفاصل بين الجزئيين.

تتساوى وتتوازن القوى المطبقة على سطحي الفصل بين الجزئيين (قوى متساوية ومتعاكسة بالاتجاه). يعبر عن هذه القوى بالإجهادات الداخلية.

جامعة دمشق - 2022-2023

62

## مبادئ التوازن المستقر للأجسام الصلدة



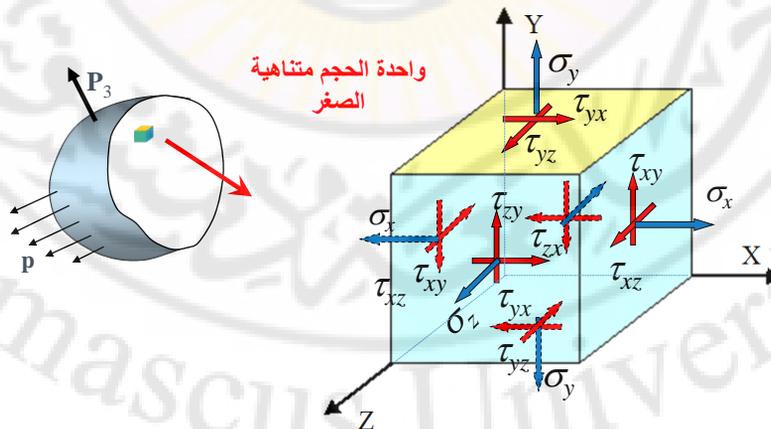
الجسم المادي: تملك مادة جميع الأجسام المتواجدة في الطبيعة خصائص فيزيائية، وهي أجسام قابلة للتشوه تحت تأثير القوى الخارجية، إلا أن دراسة هذه الأجسام في إطار الميكانيك الهندسي وعلم السكون لا تأخذ بالاعتبار هذه الخاصية وتتعامل مع الأجسام كأجسام صلبة غير قابلة للتشوه.

الجزء أو النقطة المادية: هي جسيم أبعاده متناهية الصغر بحيث يمكن إهمالها، ويتمتع بخواص الجسم المادي.

جامعة دمشق - 2022-2023

63

## مبادئ التوازن المستقر للأجسام الصلدة

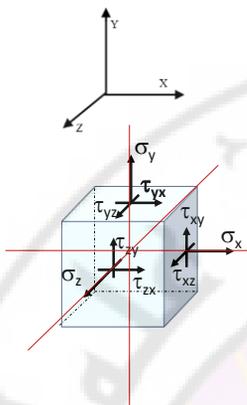


أي جزء متناهي الصغر في جسم متوازن هو جسم متوازن تحت تأثير الإجهادات الداخلية المطبقة على سطحه.

جامعة دمشق - 2022-2023

64

## مبادئ التوازن المستقر للأجسام الصلبة



بتطبيق المعادلات العامة لتوازن واستقرار الجسم وفق الإحداثيات الديكارتية  $x, y, z$  على وحدة الحجم حيث مركزها مركز الوزن الذاتي للجسم وأضلاعه موازية للمحاور الإحداثية، يمكننا أن نكتب المعادلات التالية:

$$\Sigma M_x = 0, \quad \Sigma M_y = 0, \quad \Sigma M_z = 0,$$

$$\Sigma M_x = 0 \Rightarrow \tau_{yz} \cdot dx dz \cdot dy - \tau_{zy} \cdot dx dy \cdot dz = 0 \Rightarrow \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

$$\Sigma M_y = 0 \Rightarrow \tau_{zx} \cdot dx dy \cdot dz - \tau_{xz} \cdot dy dz \cdot dx = 0 \Rightarrow \tau_{zx} = \tau_{xz}$$

$$\Sigma M_z = 0 \Rightarrow \tau_{xy} \cdot dz dy \cdot dx - \tau_{yx} \cdot dx dz \cdot dy = 0 \Rightarrow \tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma F_z = 0,$$

$$\Rightarrow \sigma_x = \sigma_x, \quad \sigma_y = \sigma_y, \quad \sigma_z = \sigma_z,$$

## القوى وردود الأفعال في

## استناد العناصر الإنشائية

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

### المساند



مسند متدحرج



مسند مفصلي

مسند ثابت موثوق

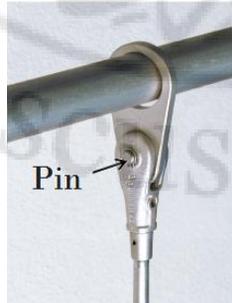
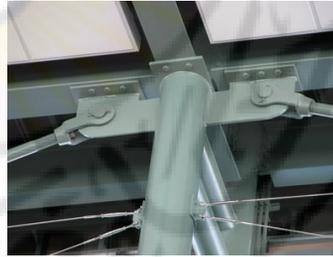


جامعة دمشق - 2022-2023

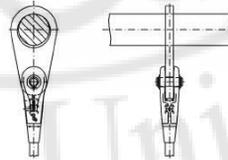
67

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

### المساند



Pin

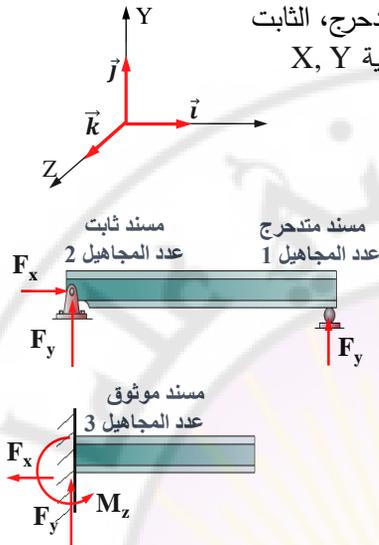


مسند مفصلي

جامعة دمشق - 2022-2023

68

## المساند



في هندسة المنشآت تعرف المساند بثلاثة أشكال، المتدحرج، الثابت والموثوق. إذا نسب العنصر في مستو المحاور الإحداثية  $X, Y$  فتعرف المساند الثلاث كما يلي:

- المسند المتدحرج: مسند قابل للدوران في مكانه والحركة في اتجاه  $X$ ، لكنه ممنوع من الحركة في الاتجاه الآخر  $Y$  لينتج رد فعل  $F_y$ .
- المسند الثابت: مسند قابل للدوران في مكانه لكنه ممنوع من الحركة في الاتجاهين  $X$  و  $Y$ ، وينتج رد فعل  $F_x$  و  $F_y$ .
- المسند الموثوق: غير قابل للدوران في مكانه، وممنوع من الحركة في الاتجاهين  $X$  و  $Y$ ، لينتج ثلاث ردود أفعال  $F_x$  و  $F_y$  وعزم حول  $M_z$  حول المحور  $Z$ .

جامعة دمشق - 2022-2023

69

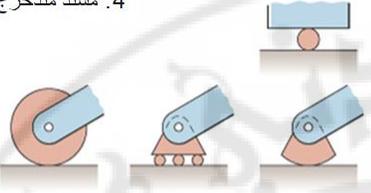
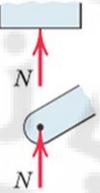
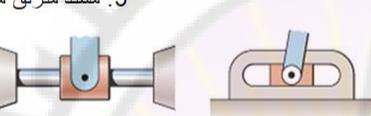
## أشكال المساند وردود الفعل

طبيعة التماس ومصدر القوة	تمثيل القوة المطبقة على الجسم
1. سطح أملس	قوة التماس ضاغطة وناظرية على السطح
2. سطح خشن	في الأسطح الخشنة يتولد رد فعل مائل $R$ مركبته قوة ناظرية $N$ على سطح الاستناد وقوة مماسية $F$ تقاوم قوى الاحتكاك
3. عنصر حبل مرن الوزن الذاتي مهمل الوزن الذاتي غير مهمل	القوة المطبقة من الحبل المرن قوة شادة للجسم

جامعة دمشق - 2022-2023

70

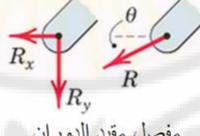
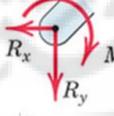
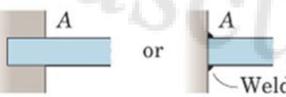
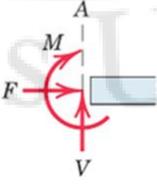
## أشكال المساند وردود الفعل

<p>4. مسند متدرج</p> 	<p>سطح استناد اسطواني يولد رد فعل ناظمي <math>N</math> على سطح الاستناد</p> 
<p>5. مسند منزلق موجه</p>  <p>يسمح المسند بتبدل اتجاه رد الفعل</p>	<p>مسند منزلق موجه الحركة يولد قوة ناظمية <math>N</math> على سطح الاستناد</p> 

جامعة دمشق - 2022-2023

71

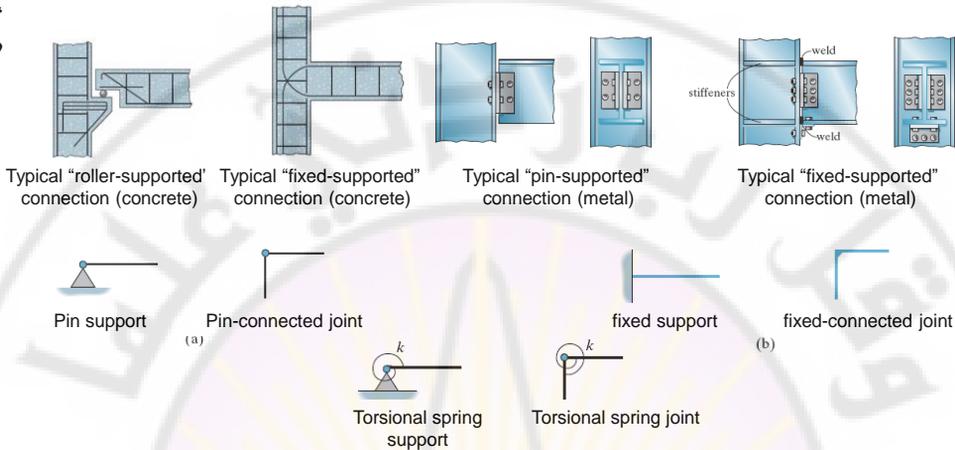
## أشكال المساند وردود الفعل

<p>6. مفصل متحرك</p> 	<p>مفصل حر الدوران</p>  <p>المفصل حر الدوران يولد رد فعل مائل <math>R</math> بزاوية <math>\theta</math>، له مركبة ناظمية <math>R_y</math> على سطح الاستناد ومركبة مماسية للسطح <math>R_x</math>. يسبب المفصل المقيد جزئياً عزمًا جزئياً <math>M</math> حول محور المفصل.</p> 
<p>7. مسند ثابت (موثوق)</p> 	<p>المسند الثابت غير قابل للدوران، ينقل رد فعل مائل <math>R</math> مركباته القوة المحورية <math>F</math> وقوة قص <math>V</math> إضافة لمزوجة عزم <math>M</math>.</p> 

جامعة دمشق - 2022-2023

72

## نماذج من المفاصل التنفيذية



جامعة دمشق - 2022-2023

73

## الأجسام المقررة - في المستوي

الأجسام المقررة: يتم تحديد قوى ردود الفعل المجهولة في مساند جسم ساكن ومستقر بواسطة معادلات التوازن  $\Sigma \vec{X} = 0$   $\Sigma \vec{Y} = 0$   $\Sigma \vec{M}_z = 0$

تكون درجات عدم التقرير لأي جملة إنشائية مساوية  $J = r - 3n$ ، حيث:

$J =$  درجة عدم التقرير،

$n =$  عدد العناصر المكونة للجسم،

$r =$  مجموع ردود الفعل المطبقة في نهايات عناصر الجسم.

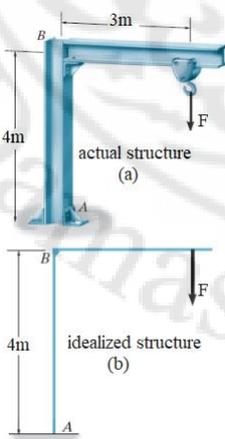
في المثال الموضح جانباً:

$$J = r - 3n = 3 - 3 \times 1 = 0$$

ملاحظة:

مجموع العناصر الإنشائية المكونة لجسم واحد

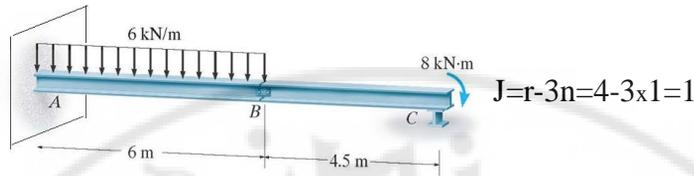
تعامل معاملة العناصر الإنشائي الواحد.



جامعة دمشق - 2022-2023

74

## الأجسام غير المقررة - في المستوي



المنشآت غير المقررة: تقسم إلى منشآت مستقرة ومنشآت غير مستقرة  
 في المنشآت غير المقررة غير المستقرة: يكون عدد قوى ردود الفعل المجهولة  $r$  في مساند  
 الجسم أقل من عدد معادلات التوازن  $n=3$   
 في المنشآت غير المقررة المستقرة: يكون عدد قوى ردود الفعل المجهولة  $r$  في مساند  
 الجسم أكبر من عدد معادلات التوازن  $n=3$   
 يكتب عدد درجات عدم التقرير  $j = r - 3n$

**لدراسة القوى والأفعال لمنشأة غير مقررة فإنه يلزم معادلات إضافية تساوي  
 درجات عدم التقرير، غالباً ما تكون معادلات تتعلق بانتقال المساند .**

جامعة دمشق - 2022-2023

75

## التقرير الداخلي والتقرير الخارجي

تعالج المنشآت وفق منظورين:

- التقرير وعدم التقرير الخارجي، حيث ينظر للمنشأة كجسم واحد.
- التقرير وعدم التقرير الداخلي، حيث تعالج المنشأة كمجموعة عناصر، تشكل الجسم، تخضع لمبادئ توازن الأجسام الصلدة، الذي ينص على أن أي جزء من جسم متوازن هو جسم متوازن.

يُحدد التقرير من عدمه، داخلياً وخارجياً، بذات المفهوم الذي يربط بين عدد المجاهيل مع عدد معادلات التوازن الساكن.

في الأجسام المركبة من عدة عناصر تكون درجات عدم التقرير مساوية

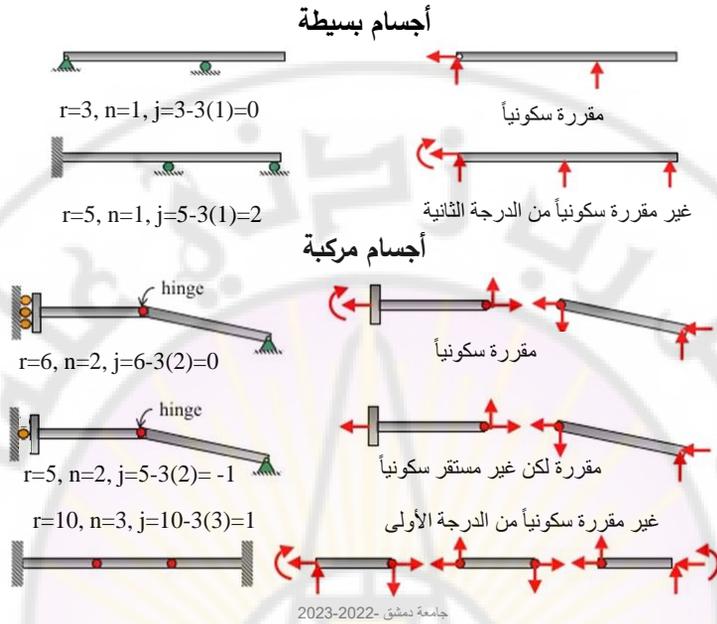
$$J = r - 3n$$

حيث:  $n$  = عدد العناصر المكونة للجسم،  $r$  = مجموع ردود الفعل المطبقة في نهايات  
 عناصر الجسم،  $j$  = درجة عدم التقرير.

جامعة دمشق - 2022-2023

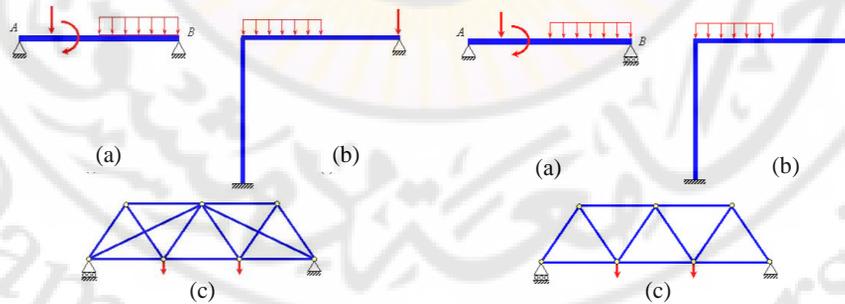
76

## الأجسام البسيطة والأجسام المركبة - في المستوى



77

## الأجسام المقررة وغير المقررة - في المستوى



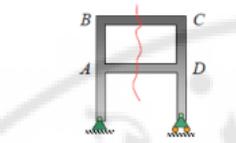
أجسام غير مقررة داخلياً  $r > 0$

في  $r=1$  خارجي  
في  $r=2$  خارجي  
في  $r=2$  داخلي

أجسام مقررة خارجياً  $r=0$

في  $r=0$  a, b, c

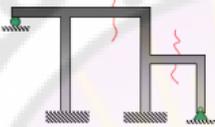
### الأجسام المقررة وغير المقررة - في المستوى



$$r=3, n=1, j=3-3(1)=0$$

$$r=9, n=2, j=9-3(2)=3$$

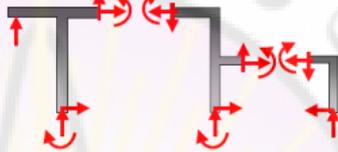
الجسم غير مقرر خارجياً  
الجسم غير مقرر داخلياً من الدرجة 3



$$r=9, n=1, j=9-3(1)=6$$

$$r=15, n=3, j=15-3(3)=6$$

الجسم غير مقرر خارجياً من الدرجة 6  
الجسم غير مقرر داخلياً من الدرجة 6

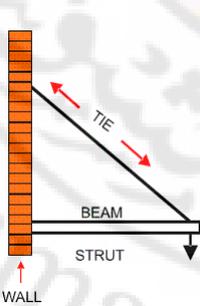


جامعة دمشق - 2022-2023

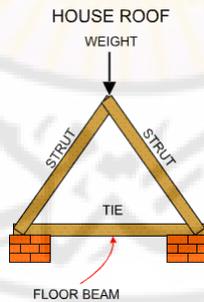
79

### خصائص بعض العناصر الإنشائية

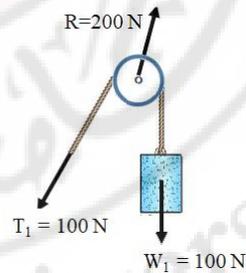
المحاضر أ.د. عقيف رحمة



العنصر الحبلي: الحبل أو السلاسل  
تتحمل الشد فقط



العنصر المحوري  
يتحمل الضغط والشد

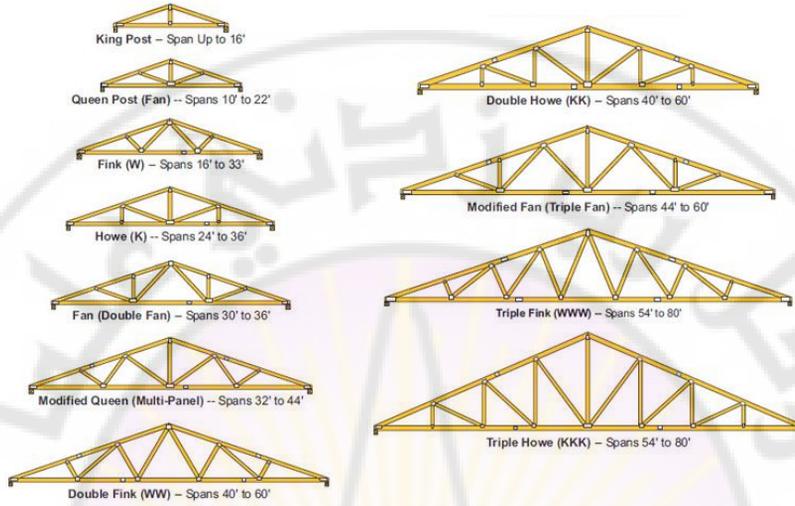


تعمل البكرة الوحيدة على تغيير اتجاه  
القوة المطبقة مع الحفاظ على  
شدة القوة

جامعة دمشق - 2022-2023

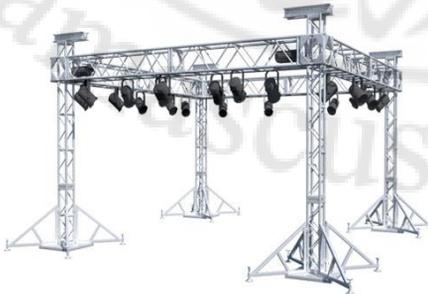
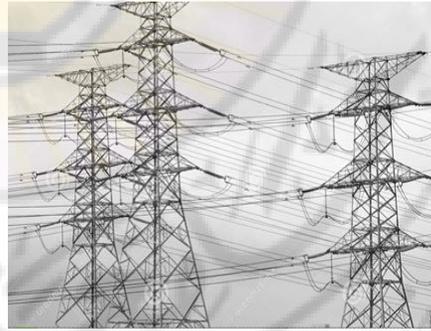
80

### نماذج عن الجوائز الشبكية



جامعة دمشق - 2022-2023

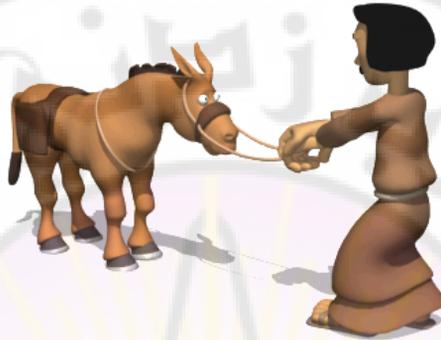
81



جامعة دمشق - 2022-2023

82

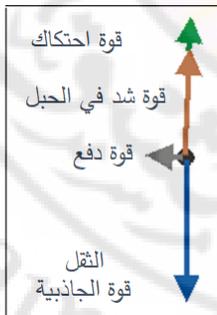
## توازن جملة القوى



جامعة دمشق - 2022-2023

83

## الجسم المقيد والجسم الطليق



## الجسم الحر أو الطليق:

هو جسم اعتياري ساكن ومستقر  
بمكان وجوده بواسطة القوى الخارجية  
المطبقة عليه وورد الفعل الناشئة  
في المساند أو وسائل ارتباطه  
بأجسام أخرى.



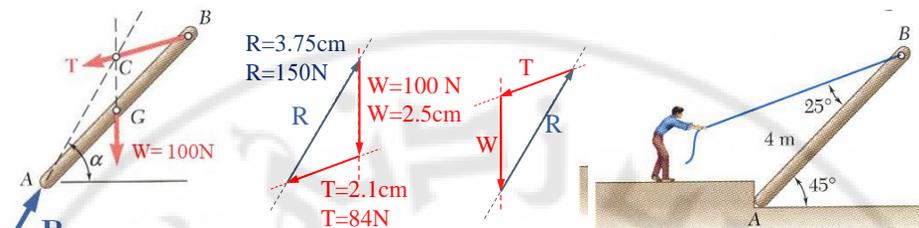
## الجسم المقيد:

هو جسم ساكن ومستقر بمكان وجوده بواسطة المساند أو  
وسائل ارتباطه بأجسام أخرى، بحيث لا تستطيع القوى  
الخارجية المطبقة عليه تحريره من مكانه.

جامعة دمشق - 2022-2023

84

## مثال 7



- الحل: نرسم القوة  $W=100N$  بقياس 2.5cm من مخطط الجسم الطليق نرسم حوامل القوى
- الوزن  $W$  وقوة الشد في الحبل محددة الحوامل التي تتقاطع في النقطة  $C$ . باعتبار الجسم ساكن ومستقر
  - فحامل رد الفعل  $R$  في  $A$  يمر حكماً في  $C$ .
  - من وجهة أخرى فإن  $R$  لا بد وأن تغلق المخطط الشبكي لجعل محصلة مجموع القوى مساوي للصفر.
  - يتم قياس كل من  $R$  و  $T$  و  $\alpha$
- $T=84N$        $R=150N$        $\alpha=58^\circ$

يطبق العامل قوة شد في حبل لرفع عمود خشبي طوله  $L=4m$  ووزنه  $W=100N$ . أوجد تخطيطياً قوة الشد في الحبل ورد الفعل في المسند  $A$ .



ردود الفعل عند  $A$  بحكم طبيعة الاستناد

جامعة دمشق - 2022-2023

85

## الحل بطريقة قانون Sin

من الرسم أدناه نبحت عن القيم اللازمة للحساب:

الزاوية بين قوة الشد  $T$  والشاقول  $BF$  و  $20^\circ + 45^\circ = 65^\circ$

النقطة  $E$  هي مسقط مركز الثقل  $G$  والمسافة  $AE=EF=1/2 AF$

$$AF=AB \cdot \cos 45^\circ = (4m) \cos 45^\circ = 2.828m$$

$$CD=AE=AF/2=2.828/2=1.414m$$

$$BD=CD \cdot \cot(65^\circ)=1.414 \cot(65^\circ)=0.515m$$

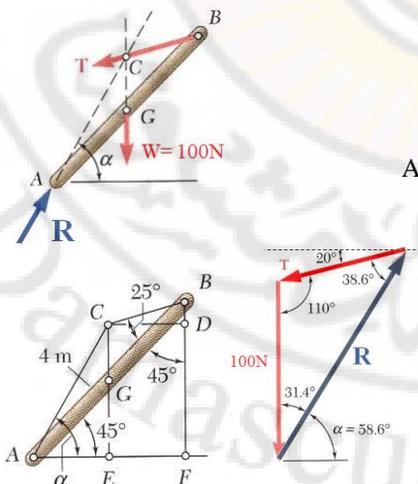
$$CE=BF-BD=2.828-0.515=2.313m$$

$$\tan \alpha = CE/AE = 2.313/1.414 = 1.636$$

$$\alpha = 58.6^\circ \rightarrow$$

$$\hat{R} = 110^\circ \quad \hat{T} = 31.4^\circ \quad \hat{W} = 38.6^\circ$$

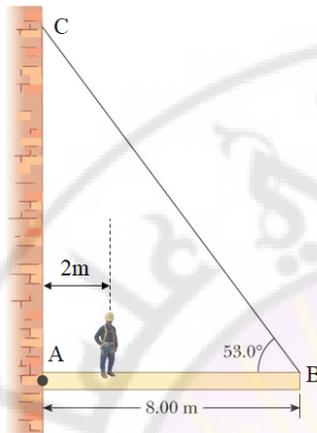
$$\rightarrow T=83.5N \quad R=150.6N$$



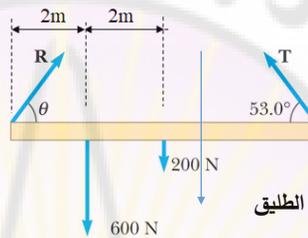
$$\frac{T}{\sin 31.4^\circ} = \frac{R}{\sin 110^\circ} = \frac{100}{\sin 38.6^\circ}$$

## مثال 8 (توازن جملة القوى)

- جسر مستند في A على الحائط بواسطة مسند مفصلي، ومرتبطة بشداد حبل في B نهايته في C.
- يقف عامل وزنه 600N على بعد 2 متر من A.
- أوجد قيمة قوة الشد في الحبل BC، وشدة واتجاه القوة المتولدة في المفصل A. وزن الجسر 200N وينطبق في مركزه.
- أوجد قيمة رد الفعل R المسند A، وميله مع المحور الأفقي.



مخطط الجسم المقيد

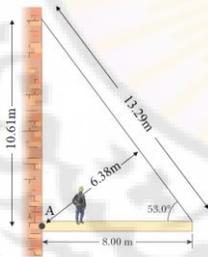


مخطط الجسم المطبق

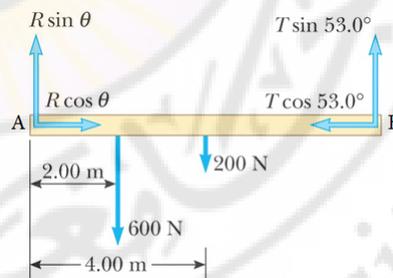
ملاحظة: يتحمل العنصر الحبلي قوى شد فقط

جامعة دمشق - 2022-2023

87



تكتب مركبات القوى بحسب المحاور X و Y



من معادلات التوازن في المستوي

$$\sum \vec{X} = 0,$$

$$R \cos \theta + T \cos 53.0^\circ = 0$$

$$\sum \vec{Y} = 0,$$

$$R \sin \theta + T \sin 53.0^\circ + 600\text{N} + 200\text{N} = 0$$

$$\sum \vec{M}_{(b)} = 0$$

$$-R \sin \theta + 200\text{N} \cdot 4\text{m} + 600\text{N} \cdot 6\text{m} = 0$$

الجواب

$$T = 313.45\text{N}, R = 582.36\text{N}, \theta = 71.1^\circ$$

$$\sum \vec{X} = 0,$$

$$\sum \vec{Y} = 0,$$

$$\sum \vec{M}_{(b)} = 0$$

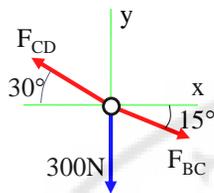
المجاهيل:  $\theta, T, R$ 

جامعة دمشق - 2022-2023

88



المحاضر أ.د. عقيف رحمة



مخطط الجسم الطليق في C

العقدة C

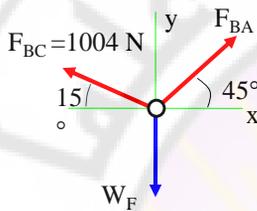
باعتبار الحوامل حبلية فإن جميع القوى في العقدة C هي قوى شد

$$+ \rightarrow \Sigma F_x = F_{BC} \cos 15^\circ - F_{CD} \cos 30^\circ = 0$$

$$+ \uparrow \Sigma F_y = F_{CD} \sin 30^\circ - F_{BC} \sin 15^\circ - 300 = 0$$

$$F_{BC} = 1006.7 \text{ N} \quad \text{بحل المعادلتين نصل إلى:}$$

$$F_{CD} = 1123.6 \text{ N}$$



مخطط الجسم الطليق في B

العقدة B

$$+ \rightarrow \Sigma F_x = F_{BA} \cos 45^\circ - 1006.7 \cos 15^\circ = 0$$

$$F_{BA} = 1375.4 \text{ N}$$

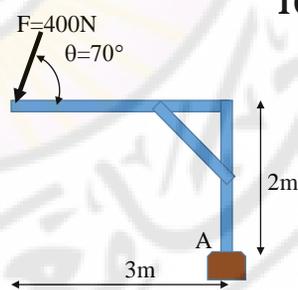
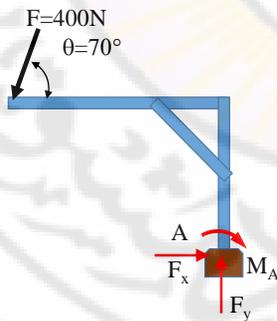
$$+ \uparrow \Sigma F_y = F_{BA} \sin 45^\circ + 1006.7 \sin 15^\circ - W_F = 0$$

$$W_F = 1233.0 \text{ N}$$

جامعة دمشق - 2022-2023

91

المحاضر أ.د. عقيف رحمة



مثال 10

إطار موثوق في A، أبعاده مبينة بالشكل،

يتعرض لقوة  $F=400\text{N}$  تميل على العارضة الأفقية بزاوية  $\theta=70^\circ$ .

أوجد قيمة العزم في A

$$+ \uparrow F_y = -400 \sin(70^\circ) \text{N} = 375.8 \text{ N}$$

$$+ \rightarrow F_x = -400 \cos(70^\circ) \text{N} = 136.8 \text{ N}$$

$$- \vec{M}_A = \{(400 \cos 70^\circ)(2) + (400 \sin 70^\circ)(3)\} = -1160.17 \text{ N}\cdot\text{m}$$

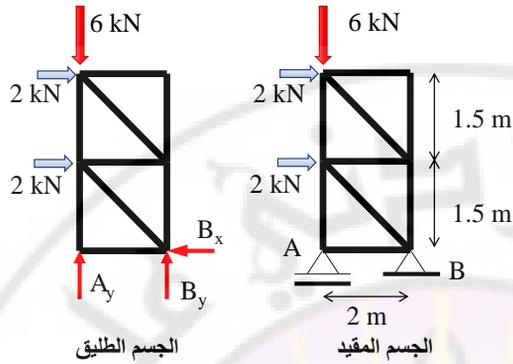
جامعة دمشق - 2022-2023

92

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

## مثال 11

برج مكون من عناصر معدنية مستند على مسند متدرج A ومسند مفصلي B، يتعرض للقوى المبينة بالشكل. احسب قيم ردود الفعل في A و B



$$\sum \overline{M}_{(b)} = 0$$

$$2\text{kN} \times 6\text{m} - 2\text{kN} \times 3\text{m} - 2\text{kN} \times 1.5\text{m} - A_y \times 2\text{m} = 0, \quad \rightarrow A_y = 1.5 \text{ kN}$$

$$\sum \vec{X} = 0 \rightarrow B_x = 4.0 \text{ kN}$$

$$\sum \vec{Y} = 0 \rightarrow B_y = 4.5 \text{ kN}$$

جامعة دمشق - 2022-2023

93

جامعة دمشق  
Damascus University

## منظومة بكرة الشد Pulley System

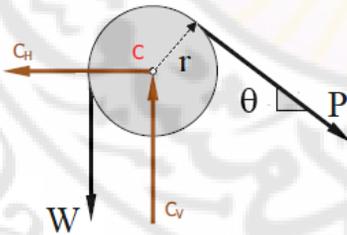


wiseGEEK

جامعة دمشق - 2022-2023

105

### خصائص البكرة



من معادلات التوازن الساكن

$$\Sigma M_c = 0$$

$$W.r - P.r = 0 \quad P = W$$

تعمل البكرة على تغيير اتجاه القوة المطبقة  
مع الحفاظ على شدة هذه القوة

$$\Sigma F_v = 0$$

$$C_v - W - P \sin \theta = 0$$

$$C_v = W + P \sin \theta$$

$$\Sigma F_h = 0$$

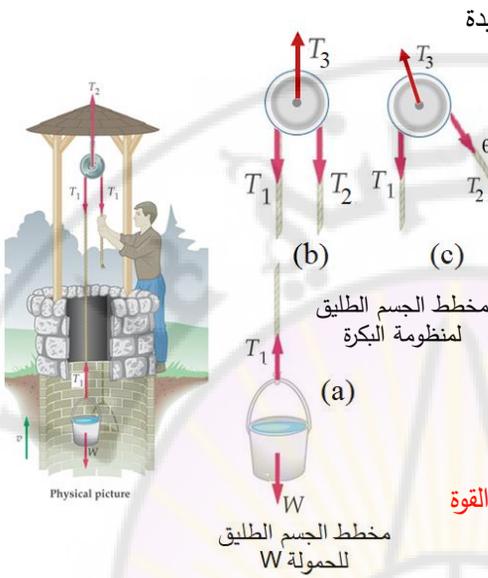
$$-C_h + P \cos \theta = 0$$

$$C_h = P \cos \theta$$

جامعة دمشق - 2022-2023

106

## منظومة بكرة الشد



تحليل القوى المطبقة في منظومة البكرة الوحيدة

التوازن الساكن

الجسم الطليق (a):

$$\Sigma F_y = 0, \Rightarrow T_1 = W$$

الجسم الطليق (b):

$$\Sigma M_o = 0, \Rightarrow T_2 = T_1$$

$$\Sigma F_y = 0, \Rightarrow T_3 = 2 \cdot T_1$$

الجسم الطليق (c):

$$\Sigma M_o = 0, \Rightarrow T_2 = T_1$$

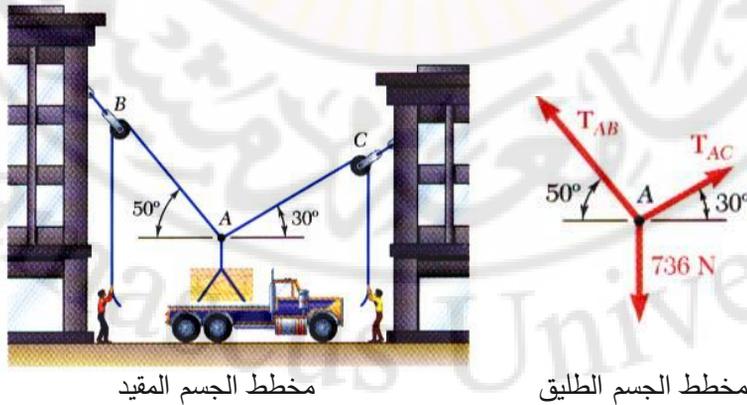
$$\Sigma F_y = 0, \Rightarrow$$

$$T_3 = 2 \cdot T_1 \cos(\theta/2)$$

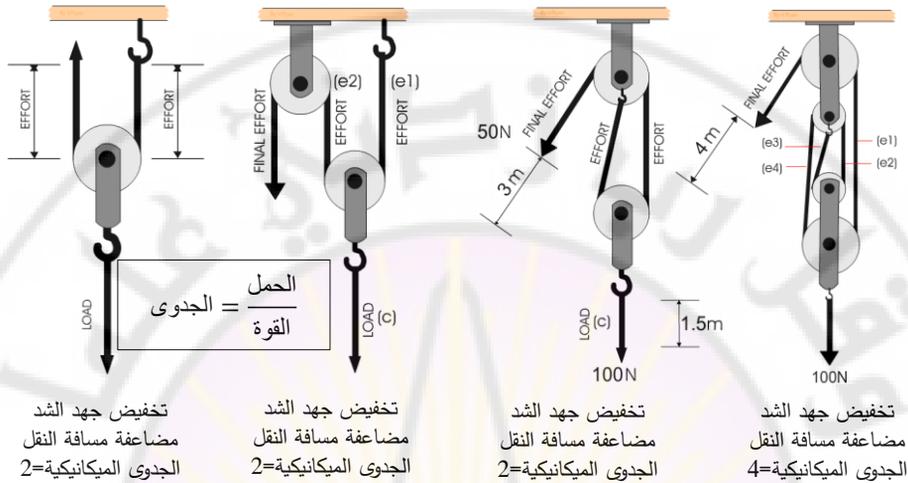
## خصائص منظومة بكرة الشد

- القوى المطبقة قوى شد حصراً
- تعمل البكرة على تغيير عنصري شعاع القوة (المنحى والاتجاه)

## مثال 15

احسب بالطريقة التخيلية قيم قوى الشد  $T_{AB}$  و  $T_{AC}$ 

## منظومة البكرات المتعددة الجدوى الميكانيكية



## منظومة البكرات المتعددة

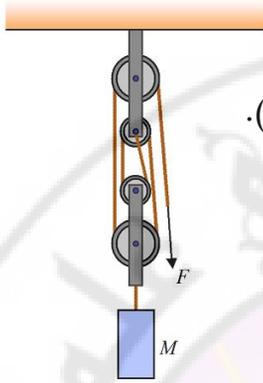
### خصائص منظومة بكرات الشد

تخفيض شدة شعاع الشد اللازمة لرفع الحمل  $F$



$$T = W/n$$

عدد بكرات المنظومة = عدد أفرع الرفع



## مثال 16:

يتم رفع جسم كتلته  $M$  بسرعة ثابتة، عبر ترتيب البكرات الموضح جانباً.  
احسب قوة الشد اللازمة لرفع الحمل  $M$ . (تجاهل كتلة البكرات).

التحليل: البكرتين السفليتين مثبتتان بأربعة فروع من حبل الشد، وقوى الشد في متساوية (مع إهمال ميل الفرع الرابع).  
قيمة قوة الشد  $F$  تساوي:

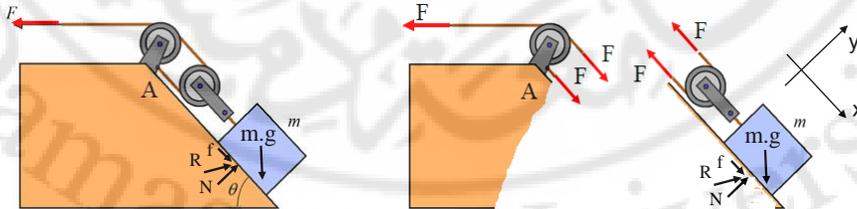
$$4F - Mg = 0 \quad F = Mg/4$$

جامعة دمشق - 2022-2023

111

## مثال 17

يتم سحب جسم كتلته  $m$  بواسطة بكرتين كما هو موضح بالشكل، بسرعة ثابتة على طول سطح مائل بزاوية  $\theta$ ، معامل الاحتكاك الحركي بين الجسم والسطح هو  $\mu_k$ .  
علماً بأن بداية الحبل مثبت عند  $A$ ، ويلتف حول البكرتين لتطبيق قوة الشد  $F$ .  
• احسب قوة الشد اللازمة لسحب الحمل (تجاهل كتلة البكرات).



عدد الفروع الداخلية لحبل الشد = عدد البكرات:  $n=2$ .  
معادلة التوازن الساكن للجسم  $m$  المستقر حسب المحور  $\Sigma X=0$ .  
علماً بأن  $\mu_k = m.g. \cos\theta$  و  $f=N$  وتعاكس جهة الحركة

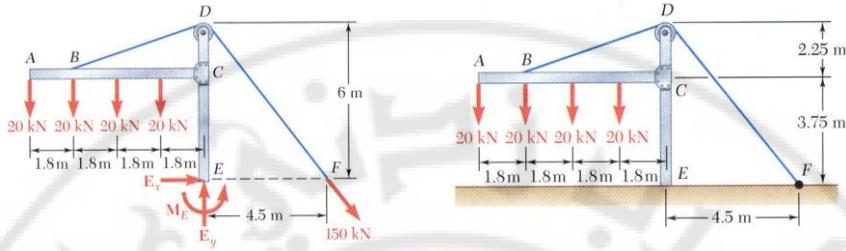
$$\Sigma X=0 \quad -2F + m.g.\sin\theta + m.g.\cos\theta.\mu_k = 0$$

$$F = (1/2)m.g(\sin\theta + \mu_k \cos\theta)$$

جامعة دمشق - 2022-2023

112

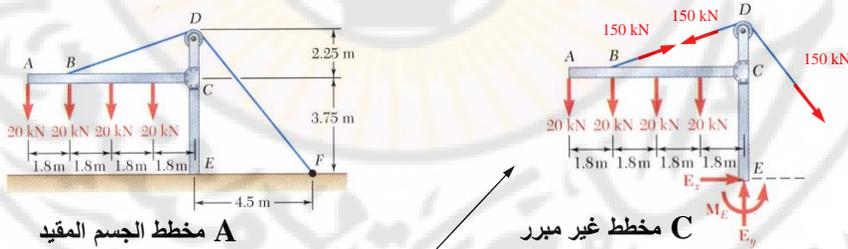
مثال 18



مخطط الجسم الطليق

المفصل المتدرج في D يولد قوتين متساويتين في الشدة حاملهما محور الحبل المعدني، اتجاه كل قوة نحو نهاية الحبل المعدني ومن جهتها.

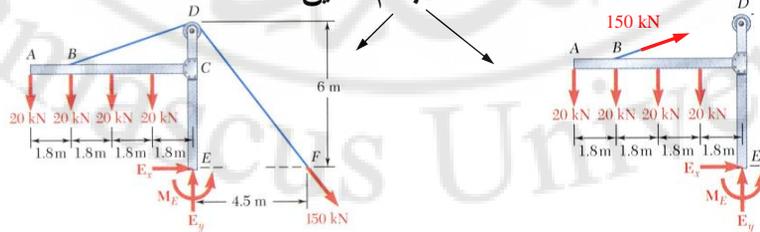
مظلة معدنية لمرآب سيارات تخضع للقوى المبينة في الشكل. تبين أن قوة الشد المطبقة في حبل التعليق المعدني تساوي  $F_{DF}=150N$ . احسب قيمة ردود الفعل في المسند E.



A مخطط الجسم المقيد

C مخطط غير مبرر

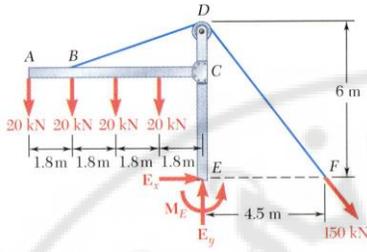
مخططات الجسم الطليق



B المخطط الأنسب

D مخطط غير سليم

المحاضر أ.د. عفيف رحمة



من معادلات التوازن في المستوى

$$\sum \vec{X} = 0 \quad \sum \vec{Y} = 0 \quad \sum \overline{M}_{(b)} = 0$$

$$\sum F_x = 0: E_x + \frac{4.5}{7.5}(150 \text{ kN}) = 0$$

$$E_x = -90.0 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0: E_y - 4(20 \text{ kN}) - \frac{6}{7.5}(150 \text{ kN}) = 0$$

$$E_y = +200 \text{ kN}$$

$$\sum M_E = 0: +20 \text{ kN}(7.2 \text{ m}) + 20 \text{ kN}(5.4 \text{ m}) \\ + 20 \text{ kN}(3.6 \text{ m}) + 20 \text{ kN}(1.8 \text{ m})$$

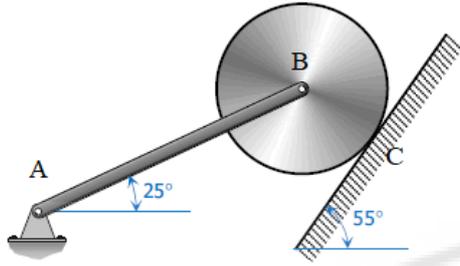
$$- \frac{6}{7.5}(150 \text{ kN})4.5 \text{ m} + M_E = 0$$

$$M_E = 180.0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



# ميكانيك هندسي (1) علم السكون

## الموضوع

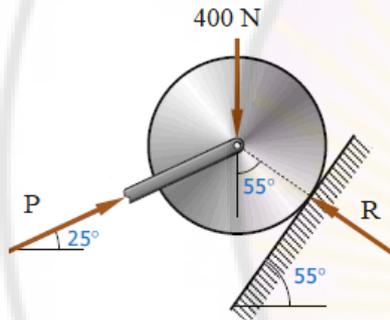


أسطوانة وزنها  $W=400\text{N}$  مثبتة على منحدر سطحه أملس بواسطة قضيب  $AB$  عديم الوزن، كما في الشكل. أوجد القوى  $P$  و  $R$  المؤثرة على الأسطوانة في نقاط التماس.

(a)

فكرة الحل الاستفادة من خصائص الاستناد:  $R$  عمودية على سطح التماس مع الإسطوانة، أما  $P$  فهي منطبقة على العنصر المحوري  $AB$

الحل بطريقة الإسقاط على المحاور الإحداثية (أفقي وشاقولي)



$$\Sigma F_H=0$$

$$P \cos 25^\circ = R \sin 55^\circ$$

$$P = 0.9038R$$

$$\Sigma F_V=0$$

$$P \sin 25^\circ + R \cos 55^\circ = 400$$

$$(0.9038R) \sin 25^\circ + R \cos 55^\circ = 400$$

$$0.9556R = 400$$

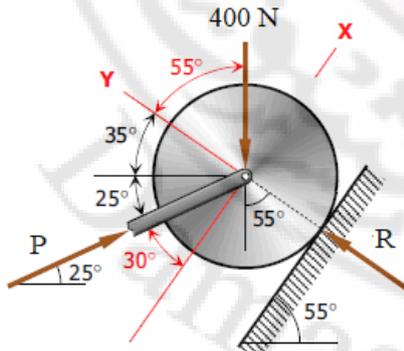
$$R = 418.60 \text{ N} \quad \text{answer}$$

$$P = 0.9038(418.60)$$

$$P = 378.34 \text{ N} \quad \text{answer}$$

(b)

الحل باعتماد دوران المحاور الإحداثية (موازية وعمودية على سطح الاستناد)



$$\Sigma F_x=0$$

$$P \cos 30^\circ = 400 \sin 55^\circ$$

$$P = 378.35 \text{ N} \quad (\text{ok!})$$

$$\Sigma F_y=0$$

$$R = P \sin 30^\circ + 400 \cos 55^\circ$$

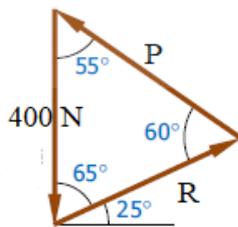
$$R = 378.35 \sin 30^\circ + 400 \cos 55^\circ$$

$$R = 418.60 \text{ N} \quad (\text{ok!})$$

(c)

الحل بطريقة التناسب مع جيب الزاوية

من الشكل (b) من معرفة اتجاه القوى، يرسم مخطط تجميع القوى بالقياس الدقيق ويتم قياس شدة  $P, R$



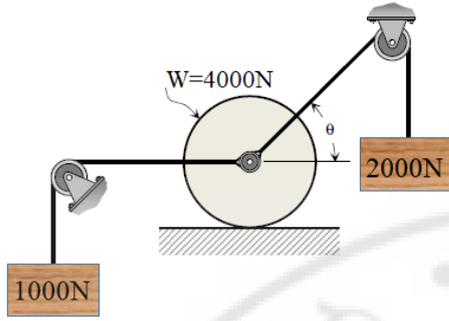
(d)

$$P / \sin 55^\circ = R / \sin 65^\circ = 400 / \sin 60^\circ$$

$$P = 378.35 \text{ N} \quad (\text{ok!})$$

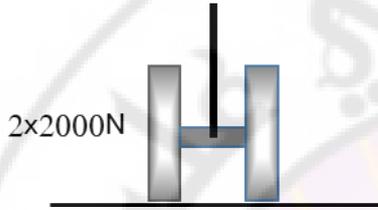
$$R = 418.60 \text{ N} \quad (\text{ok!})$$

## الموضوع



يرتبط الحبلان، كما هو مبين بالشكل، بمحور يجمع أسطوانتين مستقرتين على سطح استناد أملس، وزن كل واحدة 2000N. وتعمل الحبال بواسطة بكرات عديمة الاحتكاك على نقل تأثير كتلتين وزنهما 1000N و 2000N، تستخدمان لتحقيق استقرار الأسطوانتين على سطح الاستناد.

حدد الزاوية  $\theta$  والضغط الطبيعي N بين الأسطوانتين والسطح الأفقي الأملس.



الحل

مبين جانباً مخطط الجسم الطليق للأسطوانتين  
وزن الأسطوانتين  $W=2 \times 2000=4000N$   
من قانون توازن القوى:

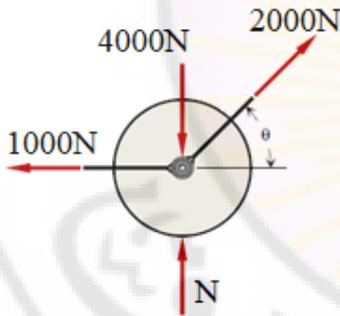
$$\Sigma F_H=0 \quad 2000N \cos\theta=1000N$$

$$\cos\theta=0.5 \quad \theta=60^\circ$$

$$\Sigma F_V=0 \quad N+2000\sin\theta=4000N$$

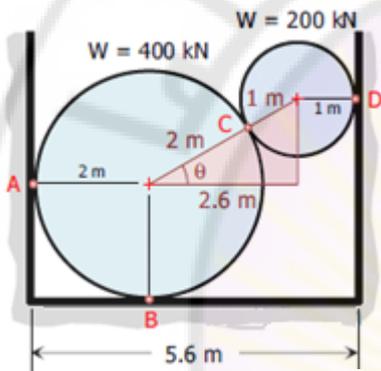
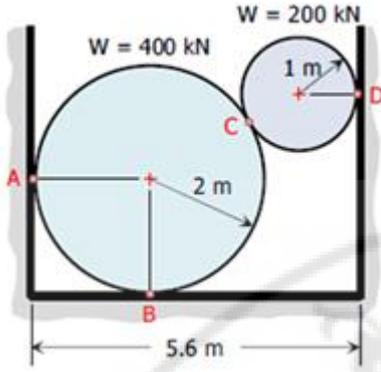
$$N+2000\sin 60^\circ=4000$$

$$N=2268N$$



## الموضوع

يحتوي الصندوق على أسطوانتين أوزانها 400 kN و 200 kN، أبعادها مبينة على الشكل الأوزان والأبعاد المشار إليها. بافتراض أسطح ملامسة ناعمة، حدد شدة وميل ردود الأفعال الناشئة فيما بينها في النقاط A و B و C و D.



$$\cos\theta = 2.6 / (2 + 1)$$

$$\theta = 29.93^\circ$$

من مخطط الجسم الطليق للأسطوانة 200 N

$$\Sigma F_V = 0$$

$$R_C \cdot \sin\theta = 200$$

$$R_C \cdot \sin 29.93^\circ = 200$$

$$R_C = 400.85 \text{ kN}$$

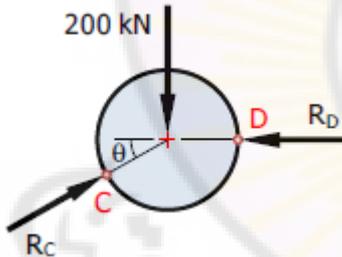
$$\Sigma F_H = 0$$

$$R_D = R_C \cdot \cos\theta$$

$$R_D = 400.85 \cos 29.93^\circ$$

$$R_D = 347.39 \text{ kN}$$

من مخطط الجسم الطليق للأسطوانة 400 N



$$\Sigma F_H = 0$$

$$R_A = R_C \cdot \cos\theta$$

$$R_A = 400.85 \cos 29.93^\circ$$

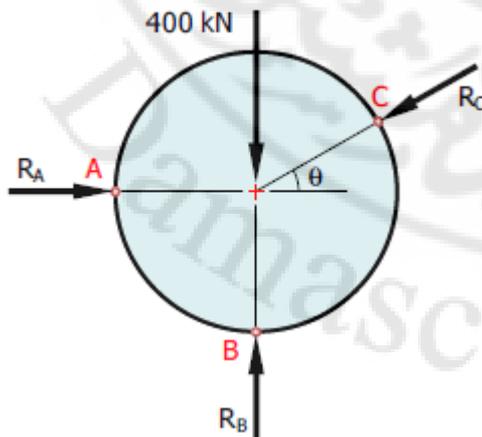
$$R_A = 347.39 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_V = 0$$

$$R_B = 400 + R_C \cdot \sin\theta$$

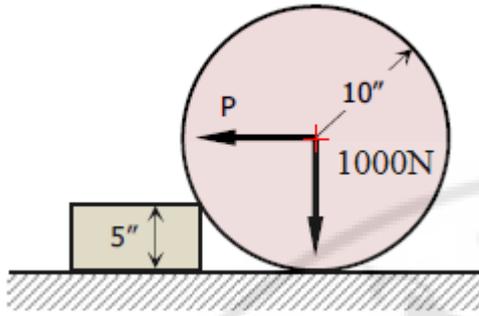
$$R_B = 400 + 400.85 \sin 29.93^\circ$$

$$R_B = 600 \text{ kN}$$



## الموضوع

عجلة نصف قطرها 10 انش تحمل حمولة  $W=1000N$ ، كما هو موضح في الشكل

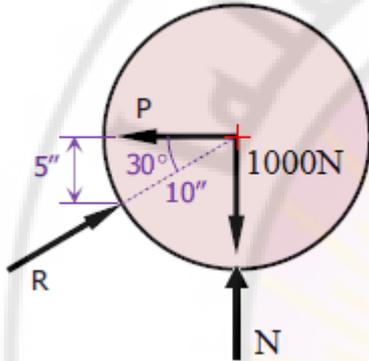


- حدد القوة الأفقية  $P$  المطبقة في مركز العجلة، لتعلو هذه العجلة على طوب ارتفاعه 5 انش. احسب أيضاً عن رد الفعل الناتج تحت الطوب.
- إذا كان من الممكن أن تأخذ القوة  $P$  أي ميل مع الأفقي، حدد القيمة الدنيا لـ  $P$  اللازمة لتعلو الطوب، واحسب زاوية ميل القوة  $P$  التي يصنعها مع الأفقي، ورد الفعل في الكتلة.

### الطلب 1

القوى المطبقة على العجلة:

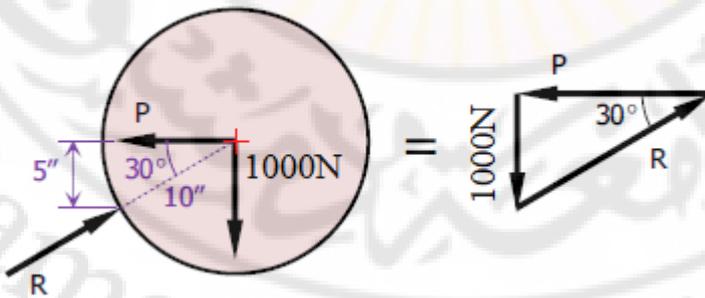
- الوزن الذاتي  $W=1000N$
- رد الفعل  $R$  بين العجلة والطوب، وهي قوة ناشئة على مماس العجلة، ومارة من مركزها.
- قوة الشد  $P$
- رد الفعل  $N$  بين العجلة وسطح الاستناد الأفقي.



### تحليلياً الموضوع

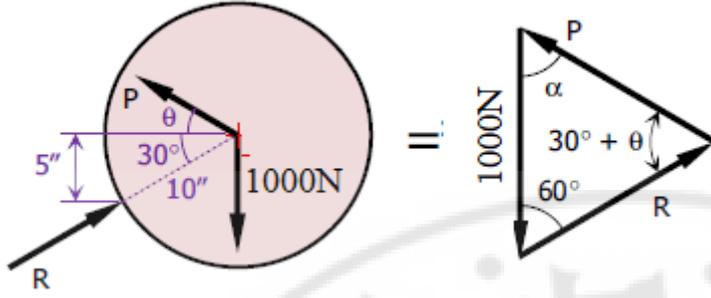
قبل تطبيق القوة  $P$ ، الجسم في حالة استقرار ويأخذ رد الفعل  $N$  قيمته القصوى المساوية  $W$ ، بينما تكون قيمة  $R=0$ .

مع بدء تطبيق القوة  $P$  وتزايدها بالشدة، يتشكل رد الفعل  $R$  ويتصاعد لقاء تناقص في قيمة  $N$ . مع تزايد قيمة القوة  $P$  حتى قيمة حرجة، تصل العجلة إلى مرحلة الاستقرار الحرج لتصبح قيمة  $N=0$ . بتجاوز القوة  $P$  القيمة الحرجة تنفصل العجلة عن سطح الاستناد سعياً لتعلو سطح الطوب. بالطبع سيتحرك مركز العجلة مع حركتها نحو الأعلى



### الطلب 1

$$\begin{aligned}\tan 30^\circ &= 1000/P \\ P &= 1732.05 \text{ N} \\ \sin 30^\circ &= 1000/R \\ R &= 2000 \text{ N}\end{aligned}$$



الطلب 2

تحليل هذه الحالة لا تختلف عن تحليل الحالة السابقة. مع اعتبار أن حال القوة P ليس أفقياً

$$P/\sin 60^\circ = 1000/\sin(30^\circ + \theta)$$

$$P = 1000 \sin 60^\circ / \sin(30^\circ + \theta)$$

$$dP/d\theta = -1000 \sin 60^\circ \cos(30^\circ + \theta) / \sin^2(30^\circ + \theta) = 0$$

$$-1000 \sin 60^\circ \cos(30^\circ + \theta) = 0$$

ومنه

$$\cos(30^\circ + \theta) = 0$$

$$30^\circ + \theta = 90^\circ$$

$$\theta = 60^\circ$$

لا يمكن أن يكون سوى أن

أي أن

وهي الحالة التي تنفصل العجلة عن سطح الاستناد

$$P_{\min} = 1000 \sin 60^\circ / \sin(30^\circ + 60^\circ)$$

$$P_{\min} = 866.02 \text{ N}$$

$$\alpha = 180^\circ - 60^\circ - (30^\circ + \theta)$$

$$\alpha = 180^\circ - 60^\circ - (30^\circ + 60^\circ)$$

$$\alpha = 30^\circ$$

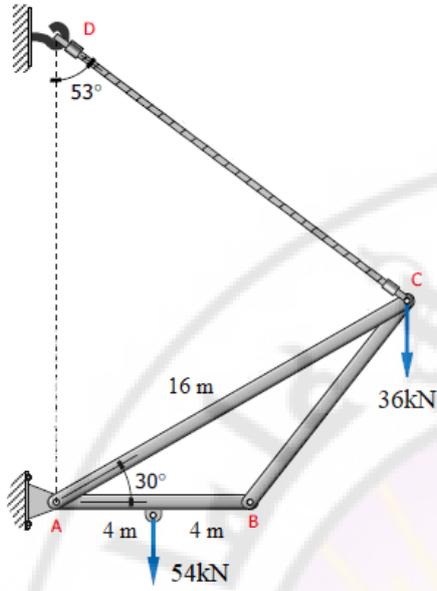
$$R/\sin \alpha = 1000/\sin(30^\circ + \theta)$$

$$R/\sin 30^\circ = 1000/\sin(30^\circ + 60^\circ)$$

$$R = 500 \text{ N}$$

## الموضوع

يتم تثبيت الهيكل الموضح في الشكل، عند النقاط A و B و C ويتم تثبيته في حالة توازن بواسطة القرص المضغوط للكابل. تعمل حمولة مقدارها 54 kN عند نقطة المنتصف للعضو AB، ويتم تطبيق حمل قدره 36 kN عند النقطة C. حدد التفاعل عند A، والقوة الداخلية في العضو BC، والتوتر الموجود على الكابل المضغوط.



$$a = 16 \cos 30^\circ = 13.86 \text{ m}$$

$$b = 16 \sin 30^\circ = 8 \text{ m}$$

$$c = a \cdot \tan 37^\circ = 13.86 \tan 37^\circ = 10.44 \text{ m}$$

الشد في الحبل CD

$$\Sigma M_A = 0$$

$$(T \sin 53^\circ)(8 + 10.44) = 36000(13.86) + 54000(4)$$

$$T = 48548.1 \text{ N}$$

رد الفعل في A

$$\Sigma M_D = 0$$

$$A_x(8 + 10.44) = 36000(13.86) + 54000(4)$$

$$A_x = 38772.23 \text{ N}$$

$$\Sigma F_v = 0$$

$$A_y + T \cos 53^\circ = 36000 + 54000$$

$$A_y + 10788.47 \cos 53^\circ = 36000 + 54000$$

$$A_y = 60783.0 \text{ N}$$

$$R_A = \sqrt{(A_y^2 + A_x^2)}$$

$$R_A = \sqrt{(38772.23^2 + 60783.0^2)}$$

$$R_A = 72096.18 \text{ N}$$

$$\tan \theta_{Ax} = A_y / A_x = 60783.0 / 38772.23$$

$$\theta_{Ax} = 57.47^\circ$$

عليه فإن

$$R_A = 72096.18 \text{ N at } \theta_{Ax} = 57.47^\circ \text{ مع الافق}$$

القوة في CD

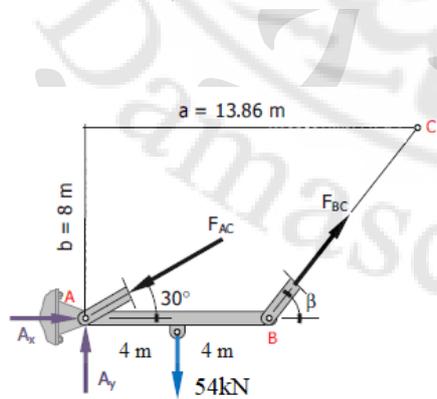
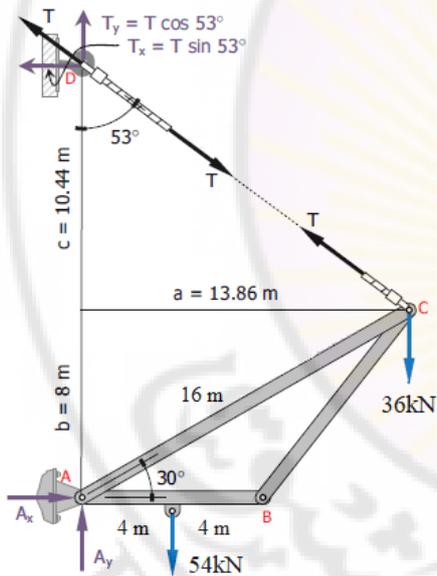
$$\tan \beta = 8 / (13.86 - 8) \quad \beta = 53.78^\circ$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$(F_{BC} \cdot \sin \beta)(8) = 54000(4)$$

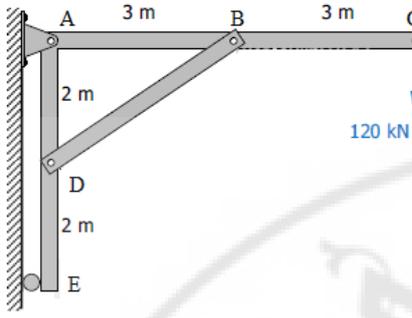
$$(F_{BC} \cdot \sin 53.78^\circ)(8) = 54000(4)$$

$$F_{BC} = 33467.45 \text{ N tension}$$

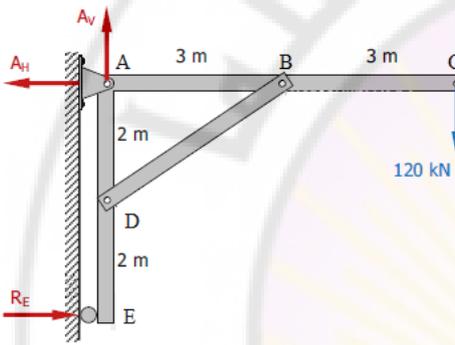


## الموضوع

الهيكل الموضح في الشكل ممتد على الجدار استناد مفصلي في A واستناد بسيط في E. احسب القوة المؤثرة على العنصر BD وردود الفعل عند A وE. مع اعتبار عناصر الهيكل صلدة غير قابلة للتشوه.



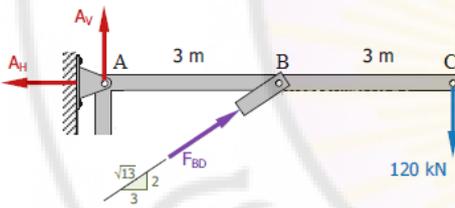
$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0 \\ 4R_E &= 6(120) \\ R_E &= 180 \text{ kN}\end{aligned}$$



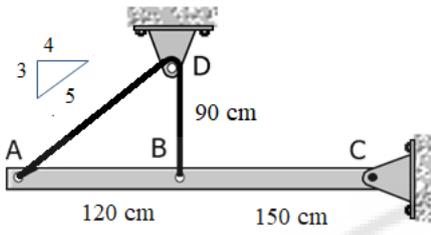
$$\begin{aligned}\Sigma F_H &= 0 \\ A_H &= R_E \\ A_H &= 180 \text{ kN}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma F_V &= 0 \\ A_V &= 120 \text{ kN}\end{aligned}$$

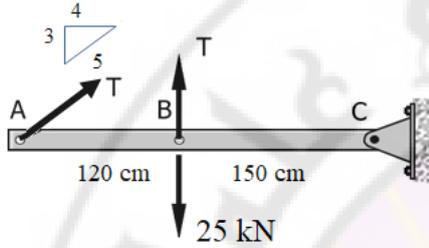
$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0 \\ 3(2F_{BD}/\sqrt{13}) &= 6(120) \\ F_{BD} &= 432.67 \text{ kN}\end{aligned}$$



## الموضوع



الجائز الموضح في الشكل، وزنه 25 kN، مثبت بمفصل عند C ومحمل بحبل يمتد من A إلى B عبر بكرة ملساء عند D. أوجد قيمة القوى في الحبل ابحث عن الضغط في الكبل إذا كان قطره 1.5 سم وكان الشريط يزن 25 كيلو نيوتن.



$$\Sigma M_C = 0$$

$$-150T - (T \times 270 \times 3/5) + 25 \times 10^3 \times 150 = 0$$

$$T = 12 \text{ kN}$$

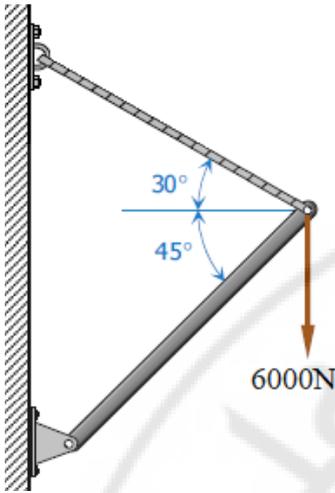
$$T = \sigma A$$

$$12000 = \sigma [\pi (15^2) / 4]$$

$$\sigma = 68 \text{ MPa}$$

## الموضوع

ينقل الكبل والذراع، الموضحان في الشكل، حمولة تبلغ 6000N. حدد قوة الشد T في الكبل وضغط الضغط C في ذراع الرافعة.



$$\Sigma F_H=0$$

$$C\cos 45^\circ=T\cos 30^\circ$$

$$C=1.2247T$$

$$\Sigma F_V=0$$

$$T\sin 30^\circ+C\sin 45^\circ=6000$$

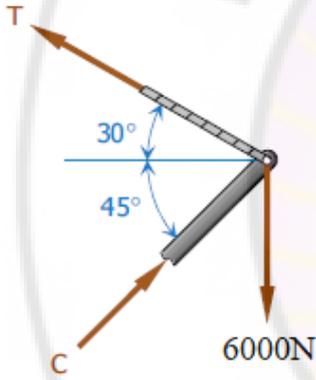
$$T\sin 30^\circ+(1.2247T)\sin 45^\circ=6000$$

$$1.366T=6000$$

$$T=4392.4 \text{ lb}$$

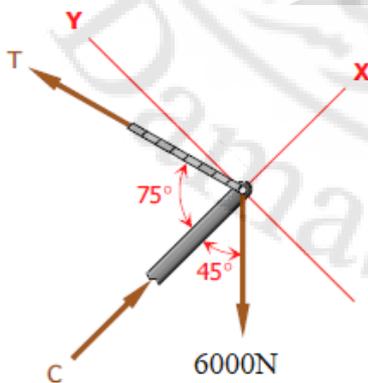
$$C=1.2247(4392.4)$$

$$C=5379.4 \text{ N}$$



طريقة الإسقاط حسب X, Y

نختار منحى الشعاع C محوراً X



$$\Sigma F_y=0$$

$$T\sin 75^\circ=6000\sin 45^\circ$$

$$T=4392.3 \text{ N}$$

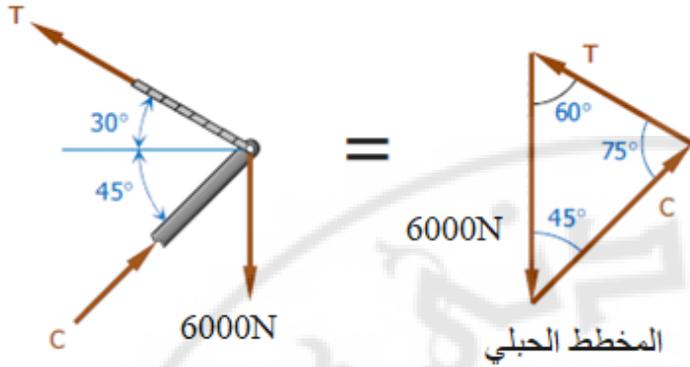
$$\Sigma F_x=0$$

$$C=T\cos 75^\circ+6000\cos 45^\circ$$

$$C=4392.3\cos 75^\circ+6000\cos 45^\circ$$

$$C=5379.4 \text{ N}$$

طريقة التناسب



$$T/\sin 45^\circ = C/\sin 60^\circ = 6000/\sin 75^\circ$$

$$T = 4392.3 \text{ N} \quad T = 4392.3 \text{ N}$$

$$C = 5379.4 \text{ N} \quad C = 5379.4 \text{ N}$$

## الموضوع

صندوق وزنه 300N مثبت على مستوى أملس، معرض لقوة P مائلة بزاوية  $\theta$  مع المستوى كما هو موضح في الشكل. إذا كانت  $\theta = 30^\circ$ ، فأوجد قيمة P والضغط الطبيعي N المطبقة على المستوى.

$$\Sigma F_x = 0 \quad P \cos \theta = W \sin 30^\circ$$

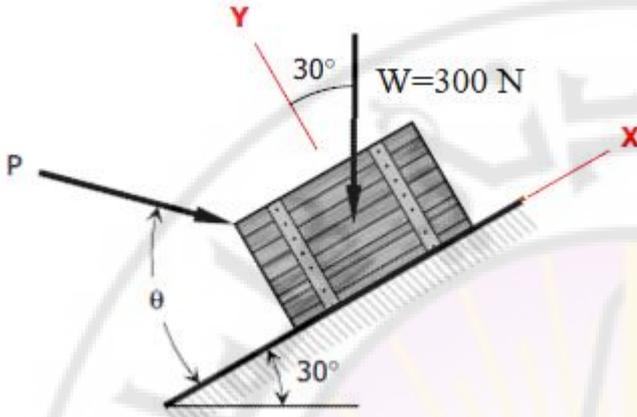
$$P \cos 45^\circ = 300 \sin 30^\circ$$

$$P = 212.13 \text{ N} \quad \text{answer}$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad N = P \sin \theta + W \cos 30^\circ$$

$$N = 212.13 \sin 45^\circ + 300 \cos 30^\circ$$

$$N = 409.81 \text{ N} \quad \text{answer}$$



إذا كانت قيمة P تساوي 180N، فأوجد الزاوية  $\theta$  التي يجب أن تميل عندها مع المستوى الأملس لتحمل صندوق 300N في حالة اتزان.

$$\Sigma F_x = 0$$

$$P \cos \theta = W \sin 30^\circ$$

$$180 \cos \theta = 300 \sin 30^\circ$$

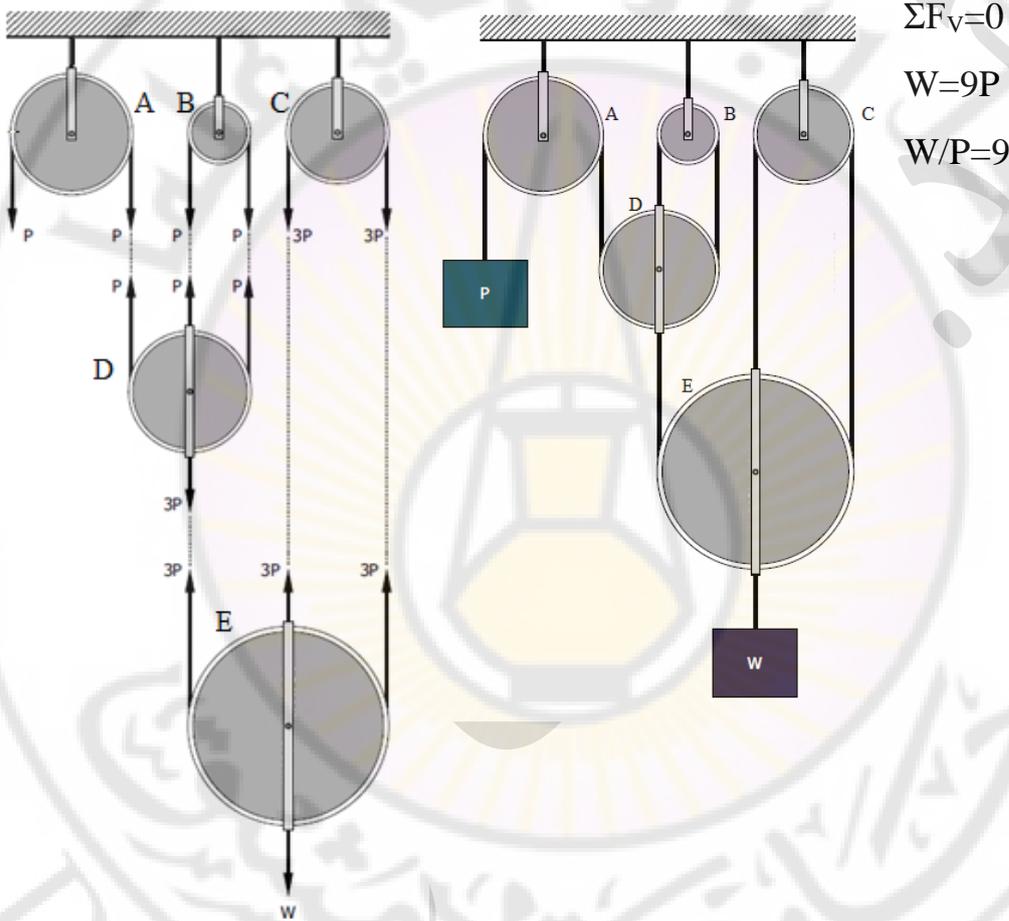
$$\cos \theta = 5/6$$

$$\theta = 33.56^\circ$$

الموضوع

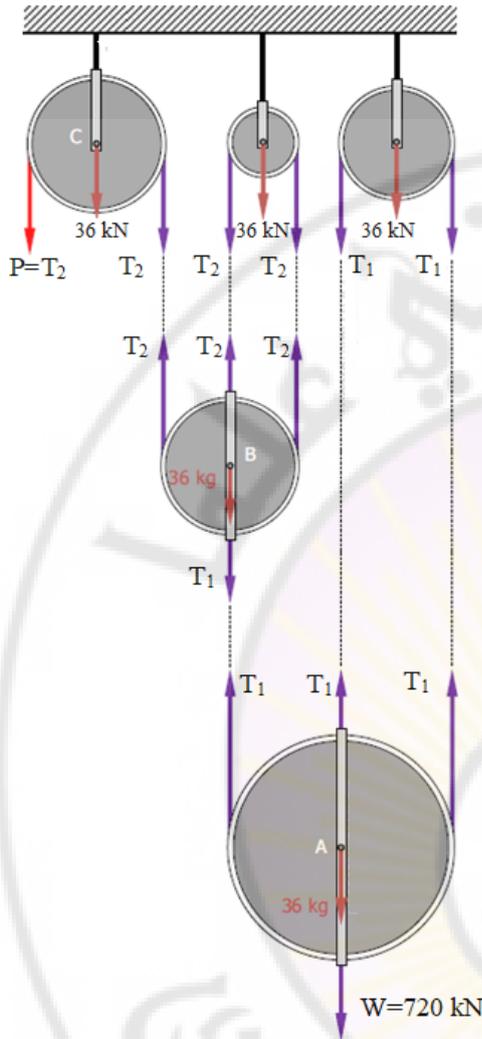
بالنسبة لنظام البكرات الموضح في الشكل، أوجد نسبة  $W$  إلى  $P$  للحفاظ على التوازن، مع إهمال احتكاك المحور وأوزان البكرات

من تحليل توزيع القوى في حبال الشد الداخلية بدأ من حمولة الشد  $P$  المطبقة عند البكرة  $A$  وانتهاء بالبكرة السفلى  $E$ ، نجد



### الموضوع

المطلوب تحليل قوى الشد في منظومة البكرات المبينة جانباً وحساب شدة قوى الشد المطبقة في الحبال، علماً بأن البكرة الأم تنقل حمولة  $W=720 \text{ kN}$ ، ووزن البكرة الواحدة  $36 \text{ kN}$ .



من البكرة A

$$\begin{aligned}\Sigma F_V &= 0 \\ 3T_1 &= 36 + 720 \\ 3T_1 &= 726 \\ T_1 &= 252 \text{ kN}\end{aligned}$$

من البكرة B

$$\begin{aligned}\Sigma F_V &= 0 \\ 3T_2 &= 36 + T_1 \\ 3T_2 &= 36 + 252 \\ 3T_2 &= 288 \\ T_2 &= 96 \text{ kN}\end{aligned}$$

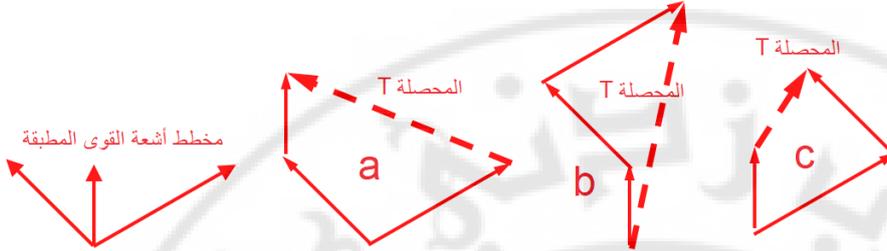
من البكرة C

$$P = T_2$$

وعليه فإن قوة الشد  $P=96 \text{ kN}$

## نماذج عن أسئلة الامتحانات

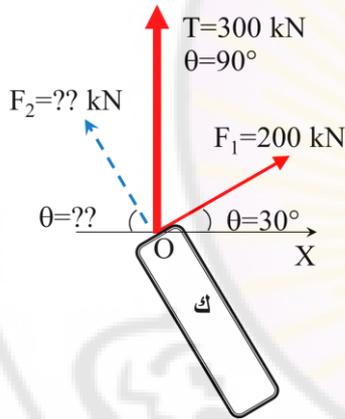
### السؤال 1 (علامتان)



في الأشكال التالية مخطط أشعة القوى المطبقة على جسم وثلاثة مخططات a, b, c لتجميع القوى تخطيطياً وتحديد عناصر المحصلة T. ما هو الشكل الصحيح بينهما.

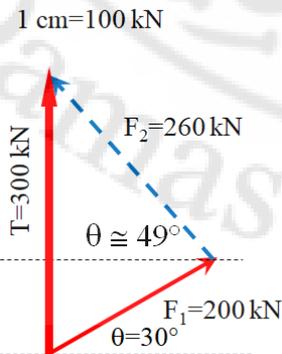
الإجابة **b**

### السؤال 2 (8 علامات)



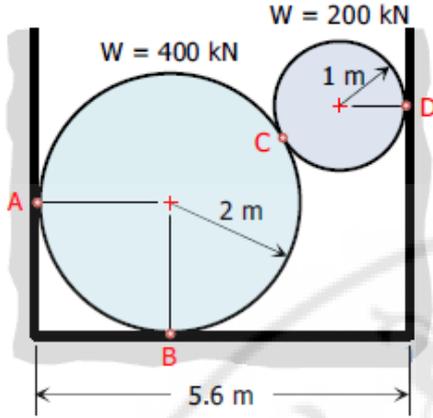
تتلاقى القوى  $F_1$ ،  $F_2$  في النقطة O لسحب الجسم (ك). محصلة هذه القوى T شدتها 300kN وميلها  $90^\circ$  عن المحور X. بالطريقة التخطيطية تجميع القوى حدد عناصر الشعاع  $F_2$  (الشدة، ميل الحامل والاتجاه) اعتبر كل 100 kN=1cm

الشدة kN	$\theta$ حسب المحور X	F
200	$30^\circ$	$F_1$
<b>260</b>	<b><math>49^\circ</math></b>	<b><math>F_2</math></b>
300	$90^\circ$	T



الإجابة

السؤال 3 (25 علامة)



يحتوي الصندوق على أسطوانتين أوزانها وأبعادها مبينة في الشكل جانباً. بافتراض جميع الأسطح ملساء،

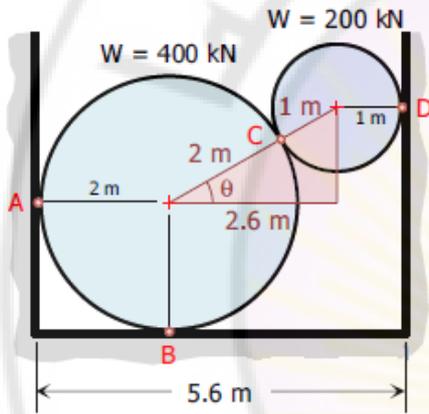
1. احسب المسافة الأفقية بين مركزي الأسطوانتين والميل

بينهما (5 علامة)

ارسم الجسم الطليق للأسطوانتين

2. حدد ردود الفعل عند C و D (5+5 علامة).

3. حدد ردود الفعل عند A و B (5+5 علامة)



$$L_{(1-2)} = 1 + 2 = 3 \text{ cm}$$

$$L_{h(1-2)} = 5.6 - 1 - 2 = 2.6 \text{ cm}$$

$$\cos\theta = 2.6 / (2 + 1)$$

$$\theta = 29.93^\circ$$

From the FBD of 200 kN cylinder

$$\Sigma F_V = 0$$

$$R_C \sin\theta = 200$$

$$R_C \sin 29.93^\circ = 200$$

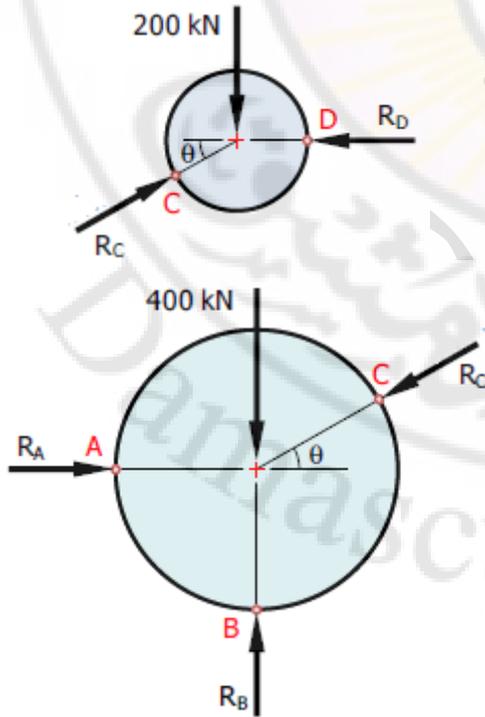
$$R_C = 400.85 \text{ kN} \quad \text{answer}$$

$$\Sigma F_H = 0$$

$$R_D = R_C \cos\theta$$

$$R_D = 400.85 \cos 29.93^\circ$$

$$R_D = 347.39 \text{ kN} \quad \text{answer}$$



From the FBD of 400 kN cylinder

$$\Sigma F_H = 0$$

$$R_A = R_C \cos\theta$$

$$R_A = 400.85 \cos 29.93^\circ$$

$$R_A = 347.39 \text{ kN} \quad \text{answer}$$

$$\Sigma F_V = 0$$

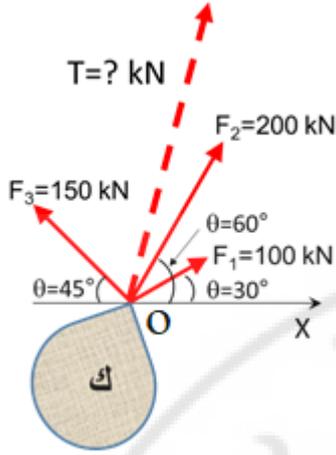
$$R_B = 400 + R_C \sin\theta$$

$$R_B = 400 + 400.85 \sin 29.93^\circ$$

$$R_B = 600 \text{ kN} \quad \text{answer}$$

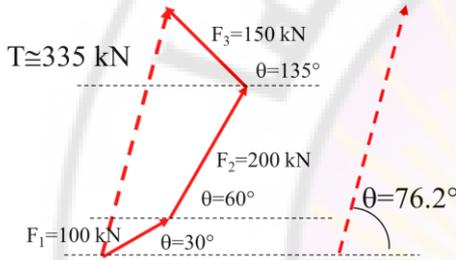
(10 علامات)

السؤال 1



تتلاقى القوى  $F_1$ ،  $F_2$ ،  $F_3$  في النقطة O لسحب الجسم (ك).  
بطريقة مصلع القوى احسب شدة محصلة القوى T المطبقة على  
الجسم (ك) وحدد ميلها (بشكل تقريبي). اعتبر كل 1 سم مكافئ  
لقوة 100kN

الشدة	$\theta$ حسب المحور X	F
100kN	$30^\circ$	$F_1$
200 kN	$60^\circ$	$F_2$
150 kN	$135^\circ$	$F_3$



الإجابة

بالقياس  $T \approx 335$  kN  
بالقياس  $\theta = 76.2^\circ$

علماً بوجود عدة مسارات لتسلسل جميع القوى، لكنها تصل إلى  
نتيجة واحدة  $T = 335$  kN و  $\theta = 76.2^\circ$   
صحة الشكل والقيمة التقريبية للقوة T وللزاوية 10 علامات

الإجابة بطريقة الإسقاط:

يمكن للطالب أن يقدم أي حل آخر وفق الطرق الرياضية مثل طريقة إسقاط الأشعة على المحاور X-Y أو  
طريقة تناسب الأضلاع مع جيب الزوايا (تخفيض العلامة إلى 8 في حال تقديم حل بديل وصحيح)

$$\Sigma F_x = 0 \quad F_1 \cos \theta_1 = F_2 \cos \theta_2 + F_3 \cos \theta_3 - T_x = 0$$

$$100 * 0.866 + 200 * 0.5 - 150 * 0.707 - T_x = 0 \quad T_x = 0 \quad 80.5 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad F_1 \sin \theta_1 = F_2 \sin \theta_2 + F_3 \sin \theta_3 - T_y = 0$$

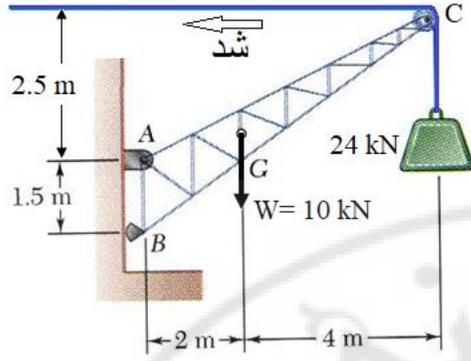
$$100 * 0.5 + 200 * 0.866 + 150 * 0.707 - T_y = 0 \quad T_y = 0 \quad 329.27 \text{ kN}$$

$$T = \sqrt{(T_x^2 + T_y^2)} = \sqrt{(80.5^2 + 329.27^2)} = 338.9 \text{ kN}$$

$$\tan \theta = T_y / T_x = 329.27 / 80.5 = 4.088 \quad \theta = 76.25^\circ$$

(25 علامة)

السؤال 2



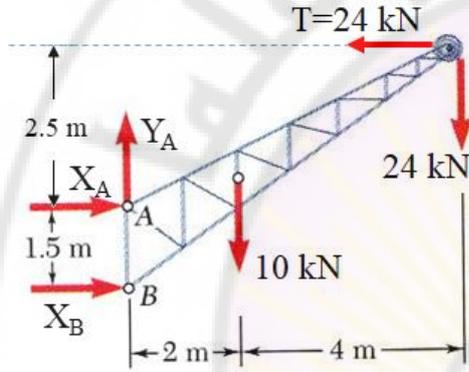
الرافعة ABC وزنها الذاتي  $W=10 \text{ kN}$ ، مثبتة بمفصل في A، ومستندة في B بمسند منزلق موجه شاقولياً. تستخدم الرافعة لرفع وزن أقصى مقداره  $P=24 \text{ kN}$ .

1- ارسم الجسم الطليق للرافعة

2- احسب ردود الأفعال في كل من A و B.

3- احسب بالطريقة المناسبة ميل رد الفعل في A عن الجدار الشاقولي.

(أبعاد البكرة مهملة)



الجسم الطليق (2 علامة)

الإجابة

تعمل البكرة على تغيير اتجاه القوة المتمثلة بالوزن  $P=24 \text{ kN}$

وهي قوة شد في الحبل  $T=24 \text{ kN}$

المسند A مفصلي والمسند B منزلق (متدرج) موجه شاقولياً

(رد الفعل أفقي).

حساب ردود الأفعال:

$$T=P=24 \text{ kN}$$

بفعل البكرة

(4 علامات)

$$\Sigma M_A=0 \quad -24*6m-10*2m+24*2.5m+X_B*1.5=0$$

$$X_B= + 69.3 \text{ kN} \quad (4 \text{ علامات})$$

$$\Sigma X=0 \quad X_A+X_B+T=0 \quad X_A+69.3-24=0$$

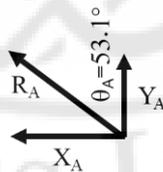
$$X_A= - 45.3 \text{ kN} \quad (4 \text{ علامات})$$

$$\Sigma Y=0 \quad Y_A+P+W=0 \quad Y_A-10-24=0$$

$$Y_A= + 34 \text{ kN} \quad (4 \text{ علامات})$$

$$R_A=\sqrt{(-45.3^2+34^2)}=56.6 \text{ kN}$$

(3 علامات)



ميل رد الفعل في  $R_A$  عن الشاقول

$$\tan\theta_A=X_A/Y_A= (- 45.3/34)=1.33$$

$$\theta_A=53.1^\circ$$

(4 علامات)

(15 علامات، لكل فقرة 5 علامات)

السؤال 1

تتلاقى القوتان  $F_1$ ،  $F_2$ ، في النقطة O لسحب الجسم (ك).

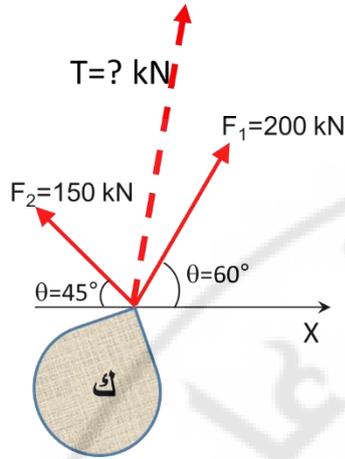
1. لتوضيح عناصر شعاع المحصلة، ارسم مضع القوى المطبقة على

الجسم (ك)

2. احسب شدة المحصلة T وفق نظرية Kashi

3. احسب بطريقة السينوس Sin ميل المحصلة T نسبة للمحور X

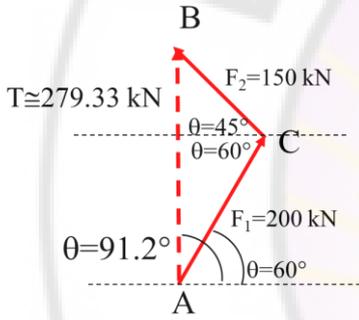
الرسم اعتبر كل 1 سم مكافئ لقوة 50kN



الشدة	$\theta^\circ$ حسب المحور X	F
200kN	$60^\circ$	$F_1$
150 kN	$135^\circ$	$F_2$
?	?	T

الإجابة

1 (5 علامات)



2 (5 علامات)

$$T^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos C^\circ$$

$$T^2 = 200^2 + 150^2 - 2 \cdot 200 \cdot 150 \cos 105^\circ$$

$$T = 279.33 \text{ kN}$$

3 (5 علامات)

$$\sin C^\circ / T = \sin A^\circ / F_2 = \sin B^\circ / F_1$$

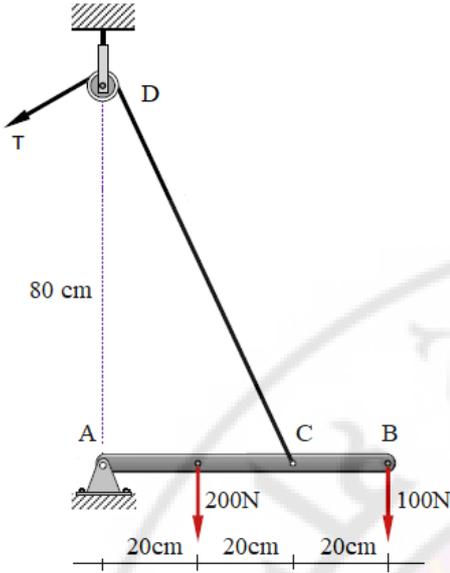
$$\sin 105^\circ / 279.33 = \sin A^\circ / 150 = \sin B^\circ / 200$$

$$A^\circ = 31.2^\circ \quad B^\circ = 43.75^\circ$$

$$\theta^\circ = 91.2^\circ$$

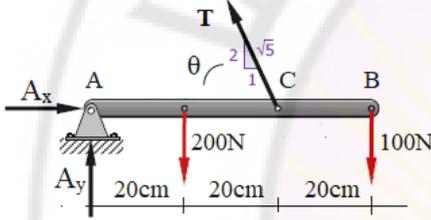
(20 علامة)

السؤال 2



الذراع AB متمفصل في A، وليبقى في وضع أفقي يتم دعمه بواسطة كابل يمتد من C إلى بكرة صغيرة عند D. (أبعاد البكرة مهملة)

1. ما هو دور البكرة (2 درجة)
  2. ما خصائص العنصر الحبلي (2 درجة)
  3. ما هي خصائص المسند المفصلي المستخدم في A (2 درجة)
  4. ارسم مخطط الجسم الطليق للذراع AB (2 درجة)
  5. باستخدام معادلات التوازن الساكن، احسب قوة الشد T في الكبل، ورد الفعل في A. (12 درجات)
- (نقاس العلامة بحسب صحة الحلّ وصحة الإجابة)



الإجابة

1. تعمل البكرة على تغيير اتجاه ومنحى قوة الشد T في الحبل CD.
2. العنصر الحبلي يعمل على الشد فقط.
3. لرد الفعل في المسند المفصلي مركبتان أفقية وشاقولية.
4. الجسم الطليق (2 علامة)

5. المسند A مفصلي ولرد الفعل مركبتين حسب X و Y.

(لم يكن من الضروري حسابها)  $\cos\theta = 1/\sqrt{5} = 0.447$   $\sin\theta = 2/\sqrt{5} = 0.894$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$40(2/\sqrt{5})T = 20(200) + 60(100) \quad T = 279.51 \text{ N} \quad (4 \text{ درجات})$$

$$\Sigma F_V = 0$$

$$A_V + (2/\sqrt{5})T - 200 - 100 = 0$$

$$A_V + (2/\sqrt{5})(279.51) - 300 = 0 \quad A_V = 49.99 \text{ N} \quad (4 \text{ درجات})$$

$$\Sigma F_H = 0$$

$$A_H - (1/\sqrt{5})T = 0$$

$$A_H = (1/\sqrt{5})(279.51) \quad A_H = 125.0 \text{ N} \quad (4 \text{ درجات})$$

الأخطاء المرتكبة في حل السؤال الاول:

- الزاوية بين  $T$  و  $F_2$  لا تساوي  $45^\circ$  والزاوية بين  $T$  و  $F_1$  لا تساوي  $30^\circ$
- عدم الدقة في الرسم
- خطأ في تحديد اتجاه المحصلة  $T$

الأخطاء المرتكبة في حل السؤال الثاني:

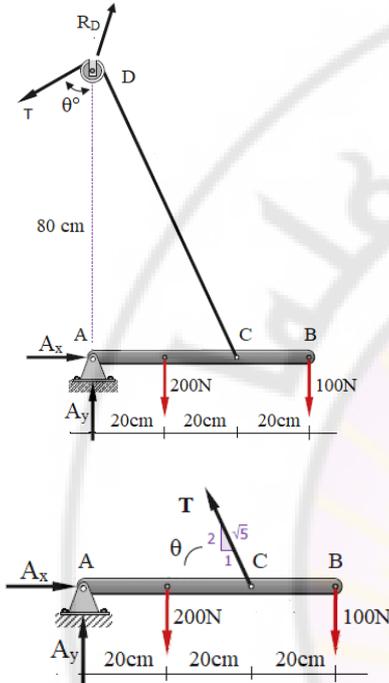
اعتبار الشكل المبين جانباً هو الجسم الطليق، يقتضي الأخذ برد الفعل  $R_D$  وله مركبتان  $D_X$  و  $D_Y$  ، ليصبح عدد المجاهيل 6:

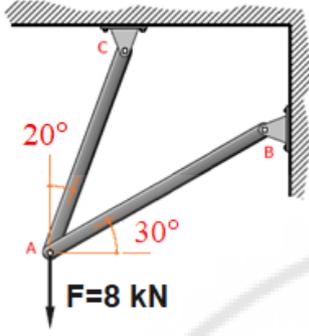
$D_X$  و  $D_Y$  ،  $A_X$  و  $A_Y$  ،  $T$  ، ومعرفة الميل  $\theta^\circ$  لقوة الشد  $T$  وهي قيمة غير محددة في معطيات المسألة.

ولحل المسألة نحتاج لخمس معادلات بدلا من 3، فيما لو حددت قيمة للزاوية  $\theta^\circ$ .  
الأصح لحل المسألة هو اعتبار الجسم الطليق الشكل المبين أدناه.

ومن الأخطاء الشائعة في الحل

- عدم كتابة قيمة ذراع عزم المركبة الشاقولية للقوة  $T$  في المعادلة  $\Sigma M_A$
- لم يستفد الطالب من معطيات المسألة  $(1, 2, \sqrt{5})$  ، التي تقلل من احتمال ارتكاب الخطأ في حساب  $\sin\theta^\circ$  و  $\cos\theta^\circ$





(15 علامات، لكل فقرة 5 علامات)

السؤال 1

العنصران المحوريان AB, AC يعملان لنقل الحمولة  $F=8\text{kN}$

1. ما هي خصائص العنصر المحوري (2 علامة)

2. ارسم بالطريقة التخطيطية مضلع القوى في A (5 علامة)

3. احسب بطريقة السينوس Sin قيمة القوة في AB و AC

(4+4 علامة)

الإجابة

1- تتحمل العناصر المحورية قوى الضغط والشد وتكون القوى منطبقة على محور العنصر.

2 الحمولة F قوة خارجية توزع كقوتين على العنصرين AB و AC

و

نحدد شكل متوازي الأضلاع من منحنى العنصرين AB و AC كحاملين

للقوتين  $F_{AB}$  و  $F_{AC}$

$$3- F_{AB}/\sin 20^\circ = 8/\sin 40^\circ$$

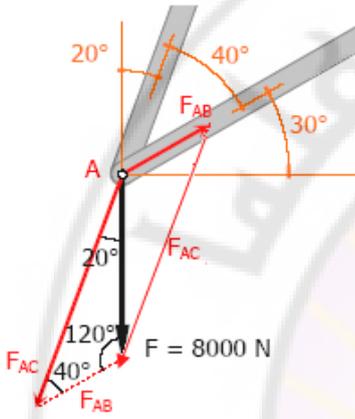
$$F_{AB} = 4.25 \text{ N} \quad \text{ضغط}$$

$$F_{AC}/\sin 120^\circ = 8/\sin 40^\circ$$

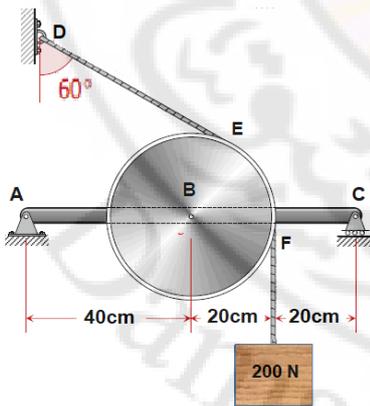
$$F_{AC} = 10.77 \text{ N} \quad \text{شد}$$

رسم خطأ

الأخطاء الشائعة: استنتاج خاطئ لقيم الزوايا. رسم خطأ لأشعة القوى.



الإجابة 2



(20 علامة)

السؤال 2

العارضة AC متمفصلة في A ومستندة استناد حر في C. تُركب بكرة

نصف قطرها 20 سم في B وتحمل حمولة 200 نيوتن بواسطة حبل

ممتد حتى D، كما هو موضح في الشكل.

1- ما هي خصائص العنصر الحبلي (2 علامة)

2- ما هو دور البكرة (2 علامة)

مع إهمال وزن العارضة

3- ارسم مخطط الجسم الطليق للبكرة واحسب قيم مركبتي رد الفعل

في B (6 علامة)

4- ارسم مخطط الجسم الطليق للعارضة AC واحسب قيم ردود

الفعل في كل من A و C (10 علامات)

(تقاس العلامة بحسب صحة الحل وصحة الإجابة) ولا تنسى أن

المماس عمودي على نصف قطر الدائرة.

## الإجابة

- 1- العنصر الحبلية عنصر تنطبق القوة على محوره ويعمل على الشد فقط
- 2- تعمل البكرة على تغيير اتجاه ومنحى قوة الشد  $T$  المتولدة في الحبل من الحمل  $W$ .
- 3- الجسم الطليق للبكرة مبيّن جانباً

**وبناءً على (2) تأخذ قوة الشد القيمة  $T=200N$**

**وإذا أراد الطالب التحقق فيأخذ عزوم القوى حول B**

$$\Sigma M_B = T \cdot 20 - 200 \cdot 20 = 0$$

$$T = 200N$$

المسند في B مفصلي ولرد الفعل مركبتان أفقية وشاقولية

$$B_V + T \sin 30^\circ - 200 = 0$$

$$B_V + 200 \sin 30^\circ - 200 = 0$$

$$B_V = 100 \text{ N}$$

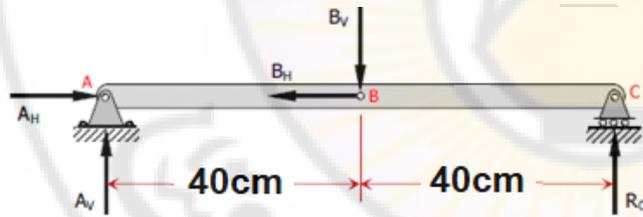
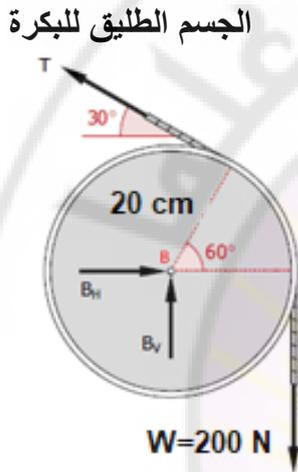
$$\Sigma F_H = 0$$

$$B_H = T \cos 30^\circ$$

$$B_H = 200 \cos 30^\circ$$

$$B_H = 173.20 \text{ N}$$

رغم بديهية قيمة  $T$  إلا أن عدد كبير من الطلاب أخطأ في تحديد شدتها، حيث لم ينتبه الطالب لما ذكره في (2)، أو لكتابته معادلات إسقاط غير صحيحة



## 4- الجسم الطليق للعارضة

الحمولة  $200N$  مطبقة على البكرة ومنها إلى العارضة بشكل ردود فعل.

الخطأ الشائع في إجابة الطلاب، هو وضع ردود الأفعال في B والحمولة في F، علماً بأن F تنتمي للبكرة ولا تنتمي للعارضة. أي أن الحمولة F على البكرة يجب أن تنتقل كردود فعل إلى العارضة.

$$\Sigma M_A = 0$$

$$80R_C = 40B_V$$

$$80R_C = 40(100)$$

$$R_C = 50 \text{ N}$$

$$\Sigma M_C = 0$$

$$80A_V = 40B_V$$

$$80A_V = 40(100)$$

$$A_V = 50 \text{ N}$$

$$\Sigma F_H = 0$$

$$A_H = B_H$$

$$A_H = 173.20 \text{ N}$$

$$\sqrt{R_A} = \sqrt{A_H^2 + A_V^2}$$

$$\sqrt{R_A} = \sqrt{173.20^2 + 50^2}$$

$$R_A = 180.27 \text{ N}$$

$$\tan \theta_{Ax} = A_V / A_H$$

$$\tan \theta_{Ax} = 50 / 173.20$$

$$\theta_{Ax} = 16.1^\circ$$

## العيوب العامة في الكتابة والإجابة على أسئلة الامتحان

- الشطب المتكرر وإعادة الكتابة
- الخط السيئ
- عدم ترتيب خطوات الإجابة
- تكرار العمليات الحسابية أو الحساب بأكثر من طريقة
- أخطاء في العمليات الحسابية البسيطة (جمع، ضرب، طرح وقسمة)
- أخطاء في حساب Sin و Cos