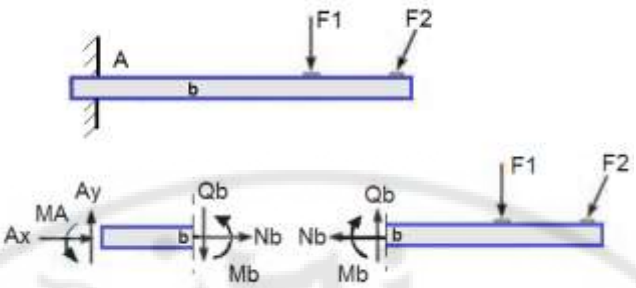
حساب القوى الداخلية في نقطة من جائز



لحساب القوى الداخلية في المقطع المار من النقطة b نقطع الظفر المبين عند b وندرس توازن أحد الجزأين المقطوعين حيث نضع القوى الداخلية عند نقطة القطع كما هو مبين وهي:

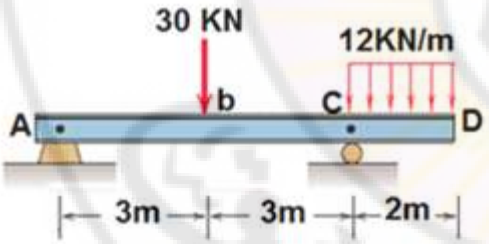
N - قوة ينطبق حاملها على محور العنصر تسمى قوة محورية أو ناظمية (متعامدة على المقطع العرضي للعنصر الانشائي)

Q - قوة يتعامد حاملها على محور العنصر تسمى قوة قاصة (تقع في مستوي المقطع العرضي للعنصر الانشائي)

M - عزم يسمى عزم انعطاف

حيث معادلات التوازن

$$\Sigma F_X = 0 \qquad \Sigma F_Y = 0 \qquad \Sigma M = 0$$

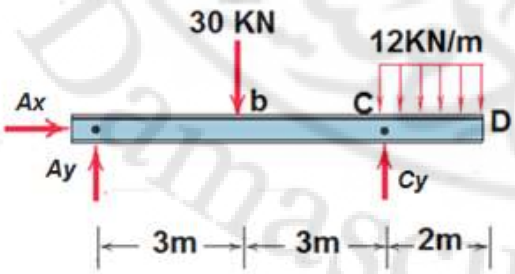


bيطلب حساب القوى الداخلية في النقطة

والتي تقع يمين المسند مباشرةc والنقطة

الحل:

نرسم مخطط الجسم الطليق ونحسب ردود الأفعال



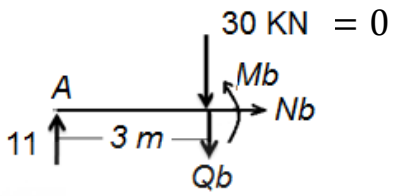
Σ

$$\Sigma Mc = 0 \rightarrow A_Y(6) - 30 \times 3 + 12 \times 2 \times 1 = 0 \rightarrow \boldsymbol{A_Y = 11\ KN}$$

$$\Sigma Fy = 0 \rightarrow A_Y + C_Y - 30 - 12 \times 2 = 0 \rightarrow \boldsymbol{C_Y = 43\ KN}$$

ونضع القوى الداخلية b نقطع الجائز عند النقطة bلحساب القوى الداخلية في النقطة

ونكتب معادلات التوازن لأحد الجزأين المقطوعينNb , Qb , Nb

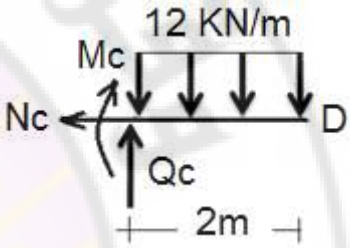


$$\Sigma Fy = 0 \rightarrow 11 - 30 - Q_b = 0$$

$$\rightarrow Q_b = -19 \text{ KN}$$

$$\Sigma M = 0 \rightarrow 11 \times 3 - M_b = 0 \rightarrow M_b = 33 \text{ KN.m}$$

حساب القوى الداخلية يمين النقطة C



$$\Sigma V = 0 \rightarrow Q_C - 12 * 2 = 0 \rightarrow Q_C = 24 \text{ KN}$$

$$\Sigma M = 0 \rightarrow 12 * 2 * 1 + M_C = 0 \rightarrow M_C = -24 \text{ KNm}$$

رسم مخططات القوى الداخلية للجوائز المقررة

الخطوات:

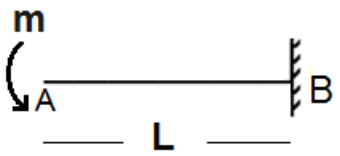
١- نحسب ردود الأفعال
٢- نحدد المجالات
٣- ندرس أي مجال بإجراء قطع في نقطة منه ونفرض بعدها عن أحد طرفيه X

ونضع القوى الداخلية باتجاهاتها الموجبة ونطبق معادلات التوازن فنحصل على توابع القوى الداخلية **N(x) , Q(x) , M(x)**

دراسة الظفر

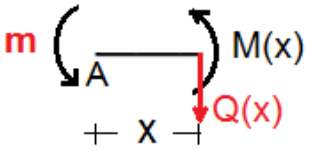
يطلب رسم مخطط القص ومخطط العزم

للجائز الظفري **المبين بالشكل**



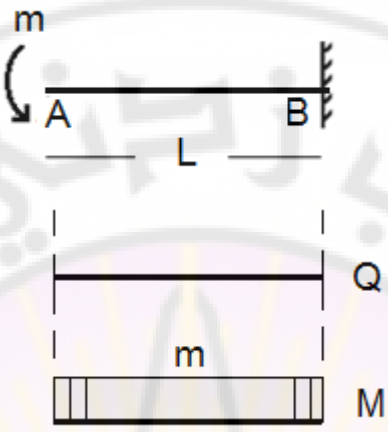
الحل: لدينا مجال واحد [AB] نوجد تابع القص وتابع العزم له:

$$\Sigma Fy = 0 \rightarrow \boldsymbol{Q(x) = 0}$$

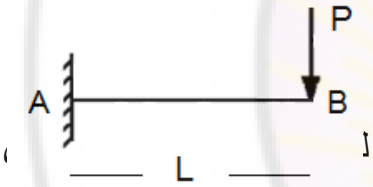


$$M = 0 \rightarrow m + M(x) = 0$$

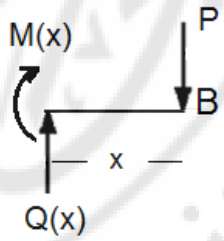
$$\rightarrow \boldsymbol{M(x) = -m}$$



يطلب رسم مخطط القص ومخطط العزم



نوجد تابع القص وتابع العزم له:[AB]**الحل:** لدينا مجال واحد



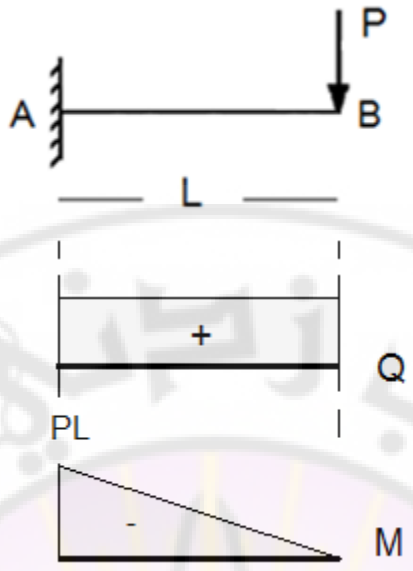
$$\Sigma\, Fy = 0 \rightarrow Q(x) + P = 0$$

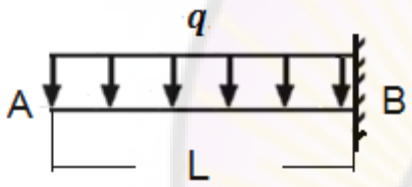
$$\rightarrow \boldsymbol{Q(x) = -P}$$

$$\Sigma\, M = 0 \rightarrow Px + M(x) = 0$$

$$\rightarrow \boldsymbol{M(x) = -Px}$$

$$\boldsymbol{x = 0 \rightarrow M = 0 \quad , \quad x = L \rightarrow M = -PL}$$

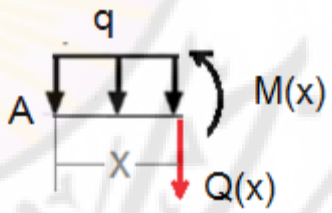




يطلب رسم مخطط القص ومخطط العزم

للجائز الظفري **المبين بالشكل**

الحل: لدينا مجال واحد [AB] نوجد تابع القص وتابع العزم له:



$\Sigma\, Fy = 0 \rightarrow Q(x) + qx = 0$

$\rightarrow \boldsymbol{Q(x) = -qx}$

$x = 0 \rightarrow \ Q = 0$

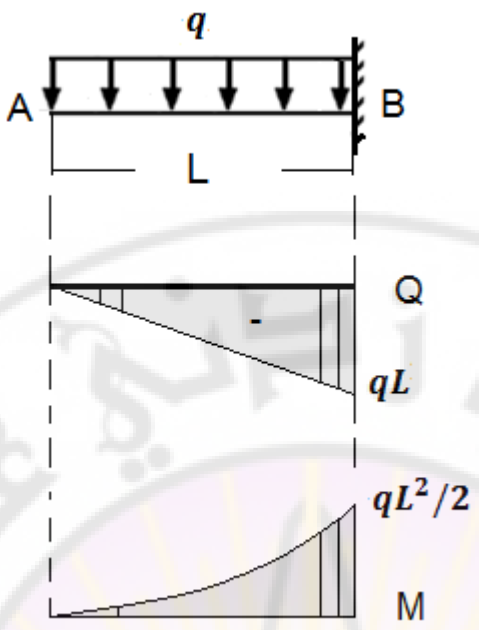
$x = L \rightarrow Q = -qL$

$\Sigma\, M = 0 \rightarrow q.x.x/2 + M(x) \ = 0$

$\rightarrow \boldsymbol{M(x)} = -qx^2/2$

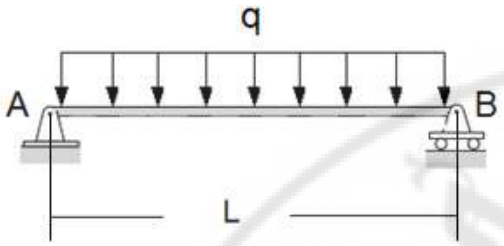
$\boldsymbol{x = 0 \rightarrow \ M = 0}$

$\boldsymbol{x = L \rightarrow M = -qL^2/2}$


q
A
B
L
Q
-
qL
qL²/2
M

دراسة الجائز البسيط

مسألة: يطلب رسم مخطط القص ومخطط العزم للجائز البسيط المبين

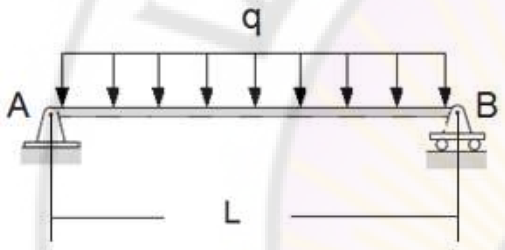


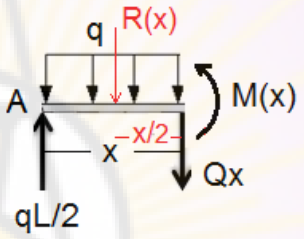
نحسب ردود الأفعال

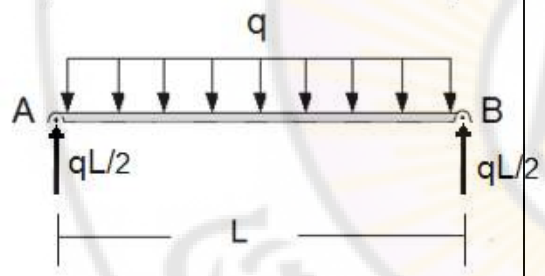
$$MB = 0 \rightarrow A_Y(L) - qL\left(\frac{L}{2}\right) = 0$$

$$\rightarrow A_Y = qL/2 \rightarrow B_Y = qL/2$$

نوجد تابع القص [AB]**الحل:** لدينا مجال واحد وتابع العزم له:







$$\Sigma F_Y = 0 \rightarrow$$

$$(x) = \frac{qL}{2} - qx$$

$$x = 0 \rightarrow Q = \frac{qL}{2}$$

$$x = L \rightarrow Q = -\frac{qL}{2}$$

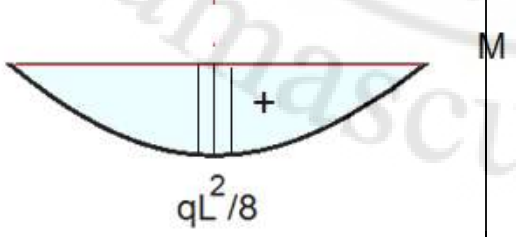
$$Q(x) = 0 \rightarrow x = \frac{L}{2}$$

$$\Sigma M = 0 \rightarrow$$

$$M(x) = \frac{qL}{2}x - qx^2/2$$

$$x = 0 \rightarrow M = 0$$

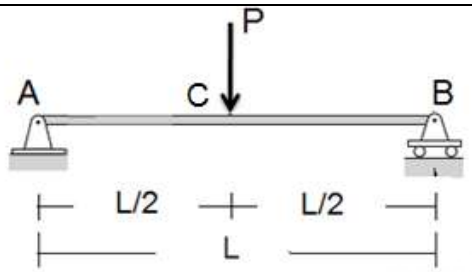
$$x = L \rightarrow M = 0$$



$$= \frac{L}{2} \rightarrow M_{max} = \frac{qL^2}{8}$$

مسألة: يطلب رسم مخطط القص ومخطط العـ

للجائز البسيط المبين



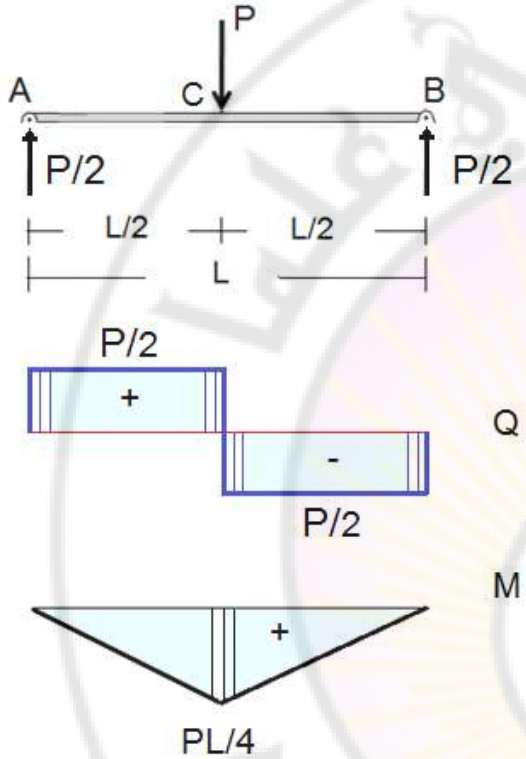
نحسب ردود الأفعـ

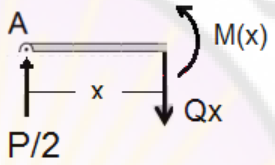
$$MB = 0 \rightarrow A_Y(L) - P\left(\frac{L}{2}\right) = 0$$

$$A_V = P/2 \rightarrow B_Y = P/2$$

الحل: لدينا مجالين

المجال الأول $[AB[$





$$\boldsymbol{F_Y = 0 \rightarrow}$$

$$\boldsymbol{(x) = \frac{P}{2}}$$

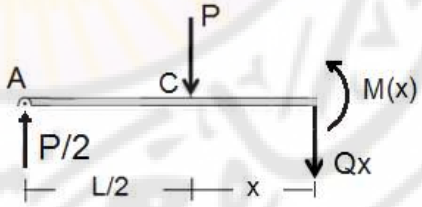
$$\boldsymbol{\Sigma\, M = 0 \rightarrow}$$

$$\boldsymbol{M(x) = \frac{P}{2}x}$$

$$= 0 \rightarrow M = \boldsymbol{0}$$

$$= L/2 \rightarrow \boldsymbol{M = PL/4}$$

المجال الثاني $[CB[$



$$\boldsymbol{\Sigma F_Y = 0 \rightarrow}$$

$$\boldsymbol{Q(x) = \frac{-P}{2}}$$

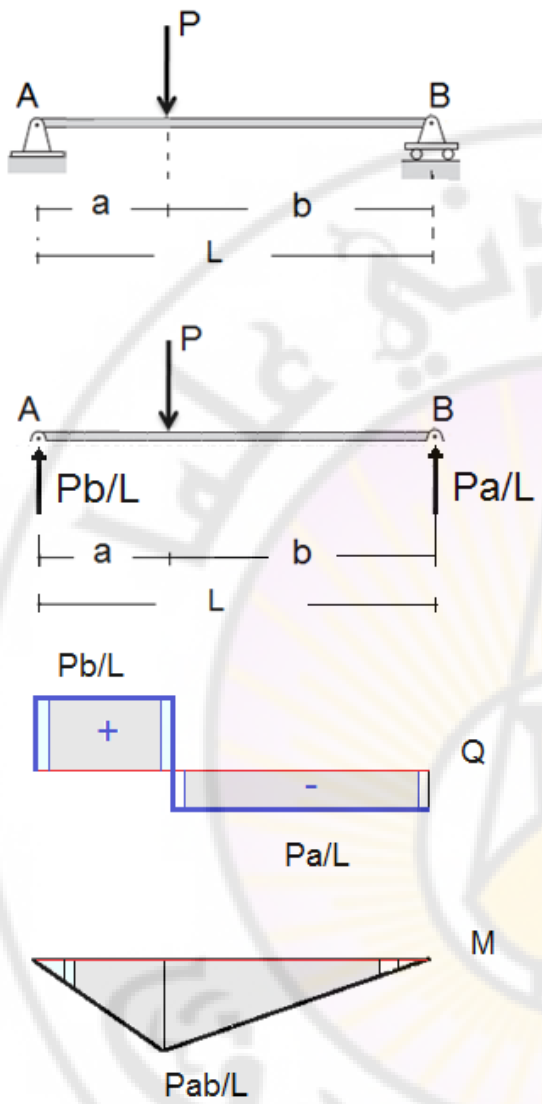
$$\boldsymbol{\Sigma\, M = 0 \rightarrow}$$

$$\boldsymbol{M(x) = \frac{P}{2}\left(\frac{L}{2} + x\right) - Px}$$

$$x = 0 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = PL/4}$$

$$x = L/2 \rightarrow \boldsymbol{M = 0}$$

مسألة: يطلب رسم مخطط القص ومخطط العزم للجائز البسيط المبين:



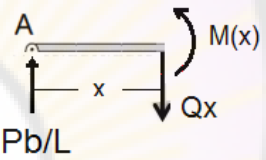
نحسب ردود الأفعال

$$\Sigma\, MB = 0 \rightarrow A_Y(L) - Pb = 0$$

$$\rightarrow A_V = \frac{Pb}{L} \rightarrow B_Y = \frac{Pa}{L}$$

الحل: لدينا مجالين

المجال الأول $[AB[$



$$\boldsymbol{\Sigma F_Y = 0 \rightarrow}$$

$$\boldsymbol{Q(x) = \frac{Pb}{L}}$$

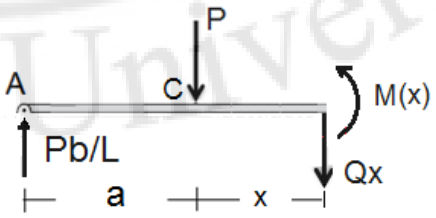
$$\boldsymbol{\Sigma\, M = 0 \rightarrow}$$

$$\boldsymbol{M(x) = \frac{Pb}{L}x}$$

$$x = 0 \rightarrow M = \mathbf{0}$$

$$x = a \rightarrow \boldsymbol{M = Pab/L}$$

المجال الثاني $]CB]$

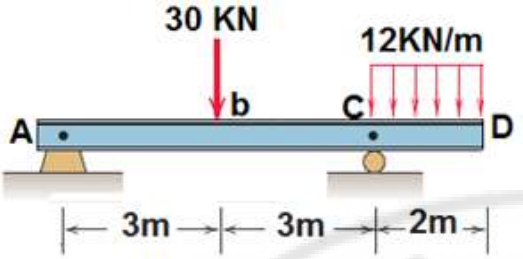


$$\boldsymbol{\Sigma F_Y = 0 \rightarrow}$$

$$\boldsymbol{Q(x) = \frac{Pb}{L} - P = -\frac{Pa}{L}}$$

	$\Sigma M = 0 \rightarrow$ $M(x) = \frac{Pb}{L}\ (a + x) - px$ $x = 0 \rightarrow$ $M = Pab/L$

مسألة:
يطلب رسم مخطط القص والعزم للجائز المبين في الشكل



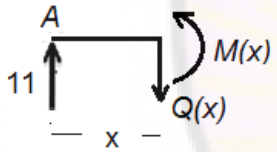
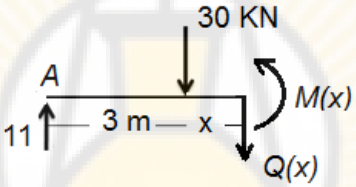
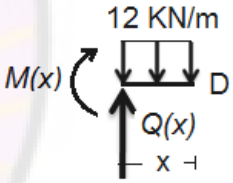
الحل:

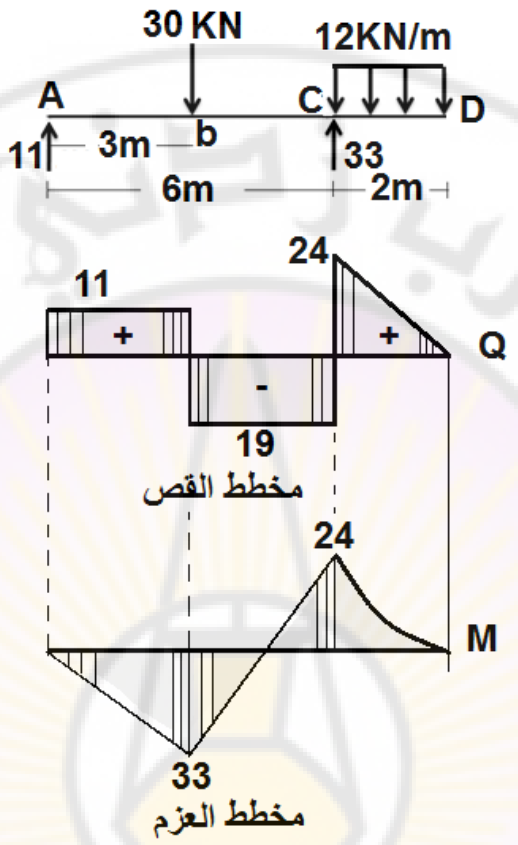
نحسب ردود الأفعال وقد تم حسابها في المسألة السابقة

$A_X = 0 \qquad A_Y = 11\ KN \qquad C_Y = 43\ KN$

نقطع الجائز في المجال المدروس ونضع Q(x) , M(x) ونكتب معادلات التوازن بدلالة x

دراسة جميع المجالات

المجالAB	المجالbC	المجالDC
		
$\boldsymbol{\Sigma Fy = 0} \rightarrow$ $11 - Q_X = 0 \rightarrow$ $Q_x = 11\ KN$ $\boldsymbol{\Sigma M = 0} \rightarrow$ $11 * x - M_X = 0$ $M_X = 11X$ $x = 0 \quad M = 0$ $x = 3 \quad M = 33\ KNm$	$\boldsymbol{\Sigma Fy = 0} \rightarrow$ $11 - 30 - Q_x = 0$ $\rightarrow Q_x = -19\ KN$ $\boldsymbol{\Sigma M = 0} \rightarrow$ $11 * (3 + x) - 30x$ $-M_x = 0 \rightarrow$ $M_x = 33 - 19X$ $x = 0 \quad M = 33\ KNm$ $x = 3 \quad M = -24KNm$	$\boldsymbol{\Sigma Fy = 0} \rightarrow$ $Q_x - 12 * x = 0$ $\rightarrow Q_x = 12 * x$ $x = 0 \rightarrow \quad Q = \mathbf{0}$ $\boldsymbol{x = 2} \rightarrow Q = 24$ $\boldsymbol{\Sigma M = 0} \rightarrow$ $12x * X/2 + M_C = 0$ $M_X = -6x^2$ $x = 0 \quad M = 0$ $x = 2 \quad M = -24\ knm$



\

الجوائز المركبة المقررة

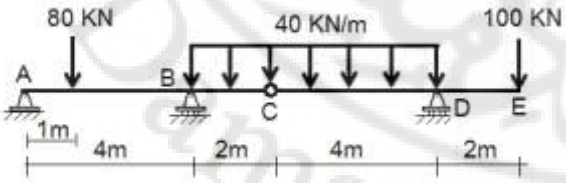
مسألة : دورة أولى ٢٠١٩-٢٠٢٠

للجائز المستمر المقرر يطلب :

١- إيجاد ردود الأفعال

٢- رسم مخططات القوى الداخلية

Q , M

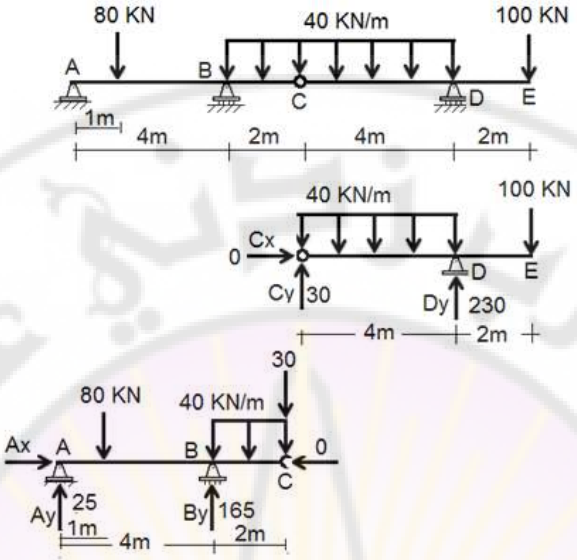


لحل: يتألف **الجائز من جائز رئيسي وجائز ثانوي**

- الجائز CDE جائز ثانوي ينقل حمولاته إلى الجائز الثانوي عبر المفصل C
- الجائز الرئيسي ABC\

حساب ردود الأفعال

نبدأ بالجائز الثانوي



الجائز CDE (ثانوي)

نرسم مخطط الجسم الطليق ونطبق معادلات التوازن

$\Sigma\, \mathbf{F_X} = \mathbf{0} \;\rightarrow\; \boldsymbol{C_X} = \mathbf{0}$

$\Sigma\, \mathbf{M}\boldsymbol{C} = \mathbf{0} \;\rightarrow 100 \times 6 + 40 \times 4 \times 2 - Dy \times 4 = 0$

$\rightarrow \quad \boldsymbol{D_y} = \mathbf{230}\ \boldsymbol{KN}$

$\Sigma\, \mathbf{F_Y} = \mathbf{0} \;\rightarrow -\mathrm{Cy} + \mathrm{Dy} - 100 - 40 \times 4 = 0$

$\rightarrow \quad \boldsymbol{C_Y} = \mathbf{30\ KN}$

الجائزِ ABC

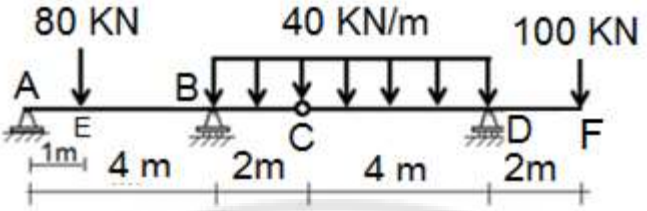
$\boldsymbol{\Sigma\, F_X} = \mathbf{0} \;\rightarrow \quad \boldsymbol{A_X} = \mathbf{0}$

$\boldsymbol{\Sigma\, MA} = \mathbf{0} \;\rightarrow 30 \times 6 + 40 \times 2 \times 5 + 80 \times 1 - By \times 4 = 0$

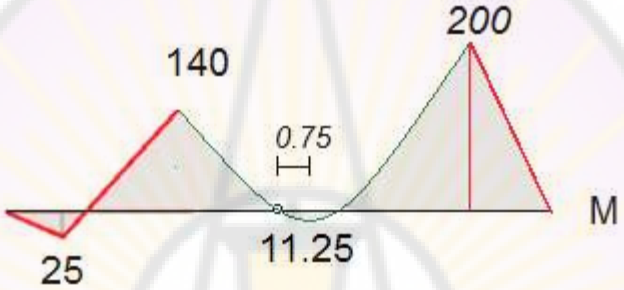
$\rightarrow \quad \boldsymbol{B_y} = \mathbf{165}\ \boldsymbol{KN}$

$\boldsymbol{\Sigma\, F_Y} = \mathbf{0} \;\rightarrow Ay + By - 80 - 30 - 40 \times 2 = 0$

$\rightarrow \quad \boldsymbol{A_Y} = \mathbf{25}\ \boldsymbol{KN}$



مخطط قوى القص



مخطط عزوم الانعطاف

$$M_A = 0 \qquad M_E = 25 \times 1 = 25 \qquad M_B = 25 \times 4 - 80 \times 3 = -140$$

$$M_D = -100 \times 2 = -200$$

حساب M_{max}

$$Xmax = \frac{30}{40} = 0.75 \qquad M_{max} = 30 \times 0.75 - 40 \times 0.75 \times \frac{0.75}{2} = 11.25\ KN.m$$

الإطارات المقررة

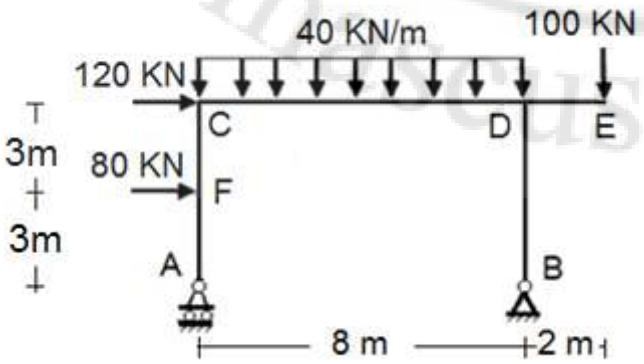
مسألة : دورة ٢٠١٨-٢٠١٩ ف١

للإطار البسيط المقرر المبين يطلب:

١- إيجاد ردود الأفعال

٢- رسم مخططات القوى الداخلية

N , Q , M



الحل:

حساب ردود الأفعال

نرسم مخطط الجسم الطليق ونطبق معادلات التوازن

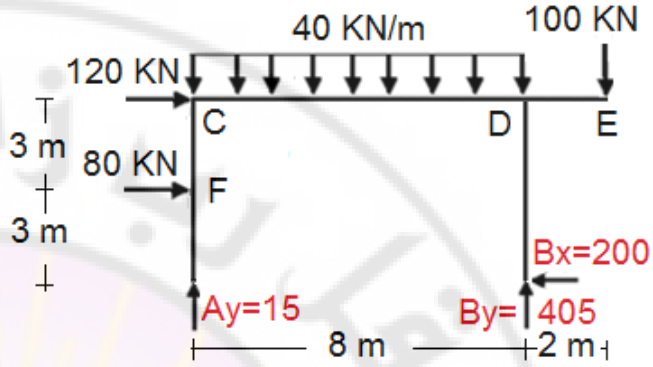
$\Sigma F_X = 0 \rightarrow \quad B_X = 200\ KN$

$\Sigma\ MA = 0 \rightarrow 80 \times 3 + 120 \times 6 + 40 \times 8 \times 4 + 100 \times 10 = 0$

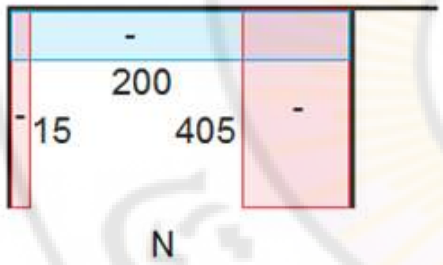
$\rightarrow \quad B_y = 405\ KN$

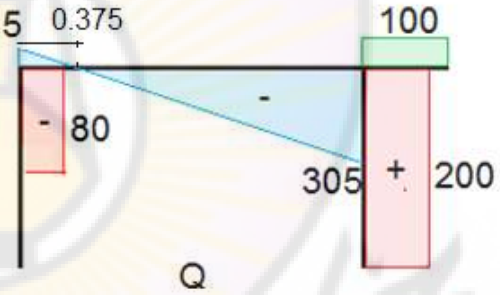
$\Sigma\ F_Y = 0 \rightarrow Ay + By - 40 \times 8 - 100 = 0$

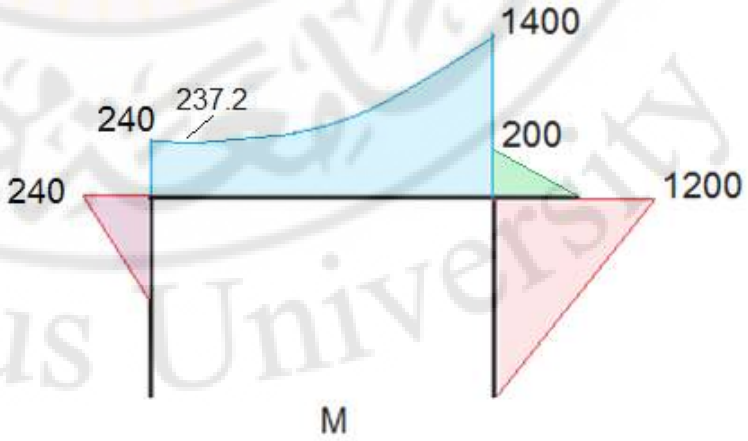
$\rightarrow \quad A_Y = 15\ KN$



نرسم مخططات القوى الداخلية





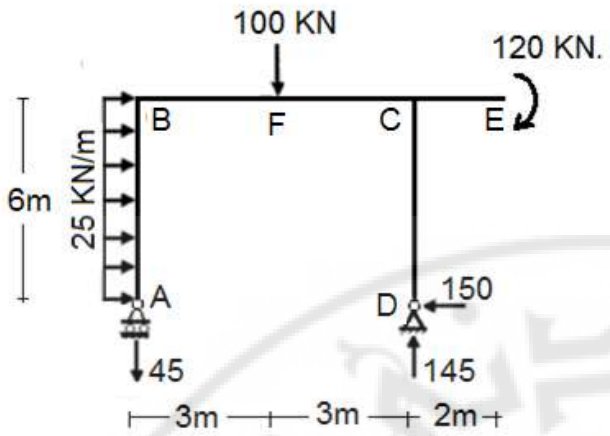


مسألة : دورة ثالثة ٢٠١٨-٢٠١٩

للإطار البسيط المقرر المبين يطلب:

١- إيجاد ردود الأفعال
٢- رسم مخططات القوى الداخلية

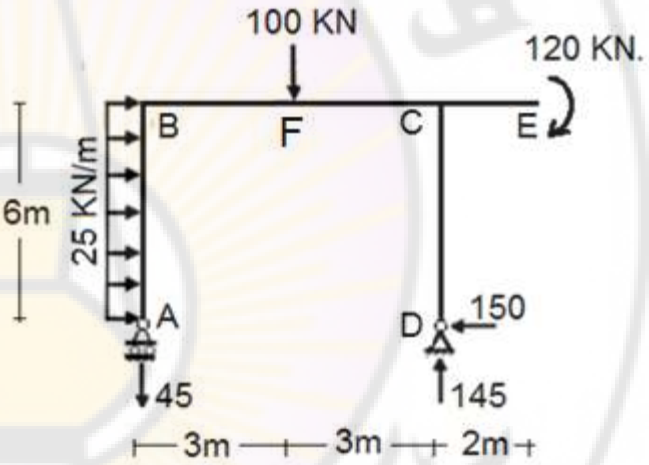
N , Q , M



الحل:

حساب ردود الأفعال

نرسم مخطط الجسم الطليق ونطبق معادلات التوازن



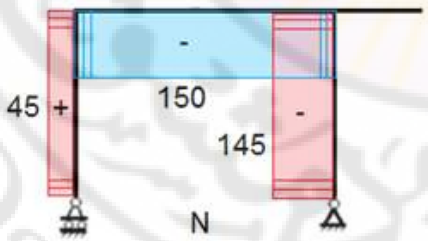
$\Sigma F_X = 0 \rightarrow \quad D_X = 150\ KN$

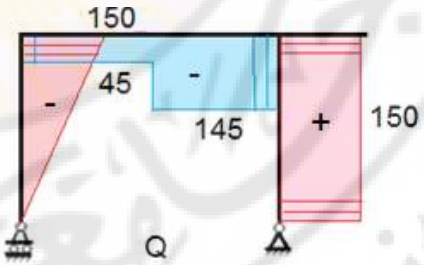
$\Sigma\ MD = 0 \rightarrow 100 \times 3 - 120 - 25 \times 6 \times 3 = 0$

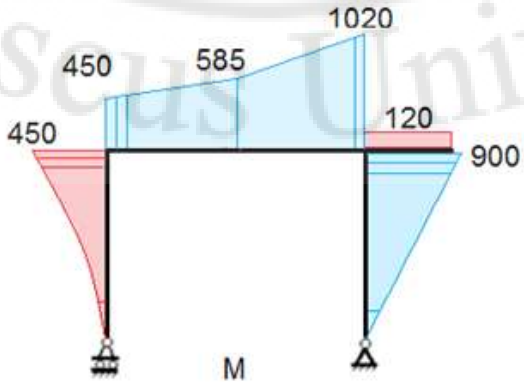
$\rightarrow \quad \boldsymbol{A_y = 45\ KN}$

$\Sigma\ F_Y = 0 \rightarrow -Ay + Dy - 100 = 0$

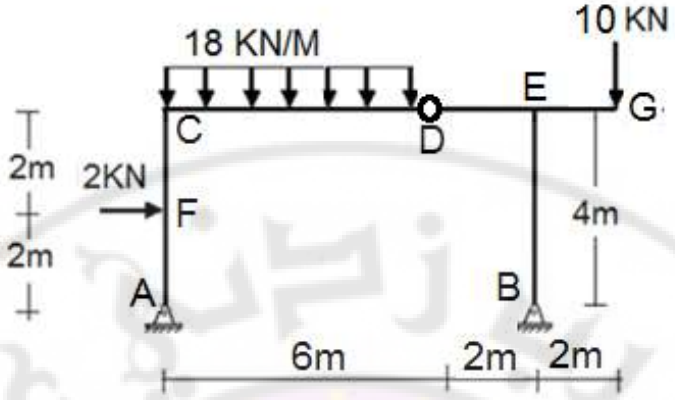
$\rightarrow \quad \boldsymbol{D_Y = 145\ KN}$



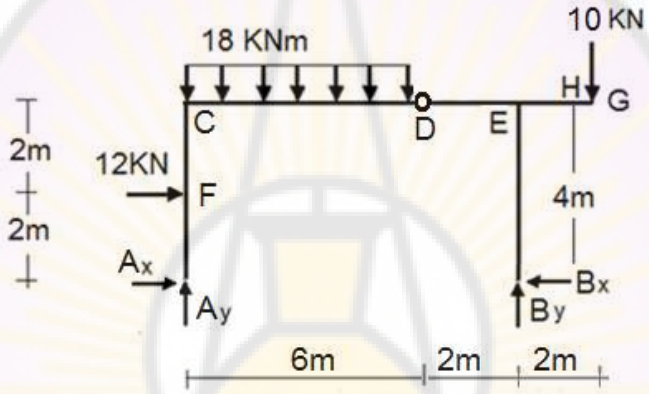




سألة : يطلب رسم مخططات القوى الداخلية للاطار المبين في الشكل.



حساب ردود الأفعال



$$\Sigma\, \mathbf{M}\boldsymbol{A} = \mathbf{0} \;\rightarrow 12 \times\; 2 + 18\; \times 6\; \times 3 +\; 10 \times 10 -\; B_Y(8) = 0$$

$$\rightarrow\; \boldsymbol{B_Y} = \mathbf{56}\; \boldsymbol{KN}$$

$$\Sigma \mathrm{F_Y} = 0 \rightarrow A_Y + B_Y\; - 18 \times 6 - 10 = 0$$

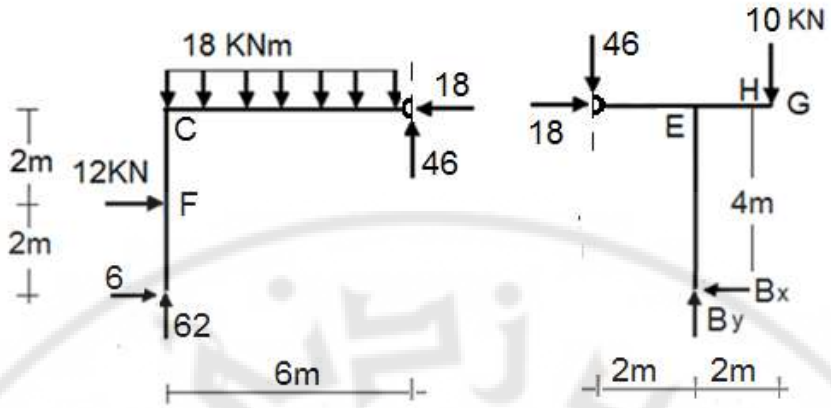
$$\rightarrow\; \boldsymbol{A_Y} = \mathbf{62}\; \boldsymbol{KN}$$

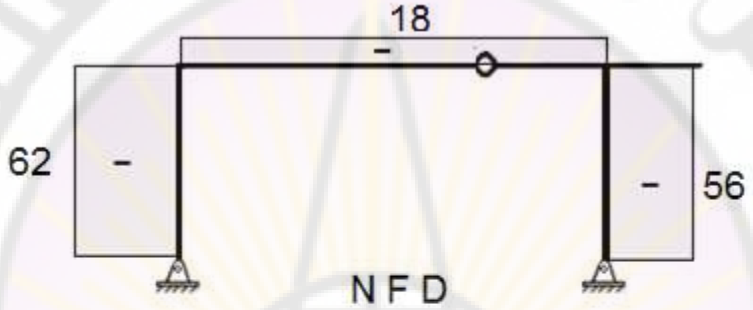
$$\Sigma\, \mathrm{M}D_R = 0\; \rightarrow\;\; B_Y(2) - B_X(4) - 10 \times 4\; = 0\;\; \rightarrow$$

$$\boldsymbol{B_X} = \mathbf{18}\; \boldsymbol{KN}$$

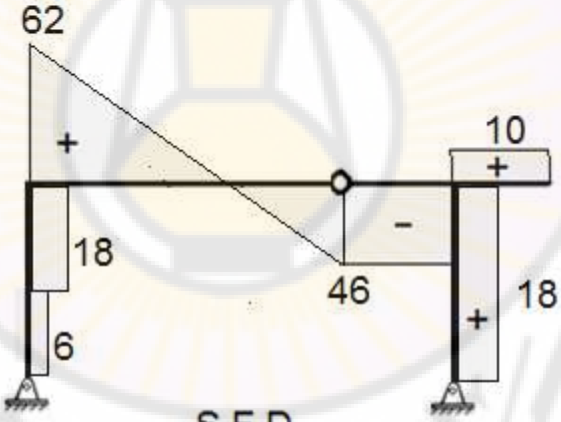
$$\Sigma F_X = 0\; \rightarrow 12 +\;\; A_X -\;\;\; B_X = 0$$

$$\rightarrow \boldsymbol{A_X} = \mathbf{6}\; \mathbf{KN}$$

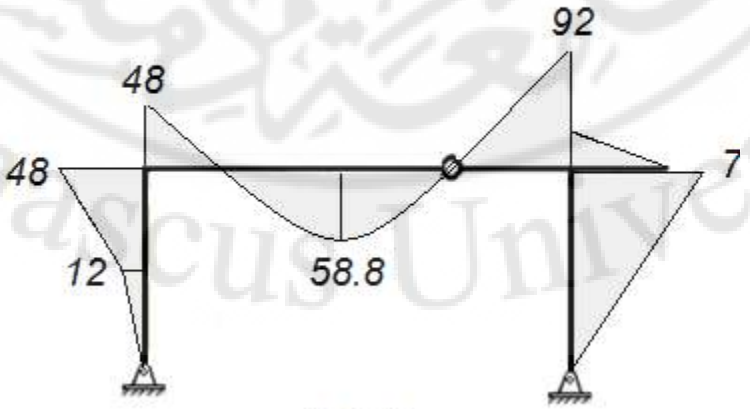

18 KNm
18
C
46
2m
12KN
F
2m
6
62
6m
46
10 KN
H
G
18
E
4m
Bx
By
2m
2m


18
-
62
-
-
56

N F D


62
+
10
+
-
18
46
18
+
6

S F D


92
48
48
7
12
58.8

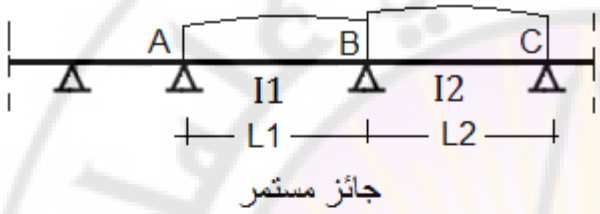
B M D

حساب الجوائز المستمرة بطريقة العزوم الثلاثة

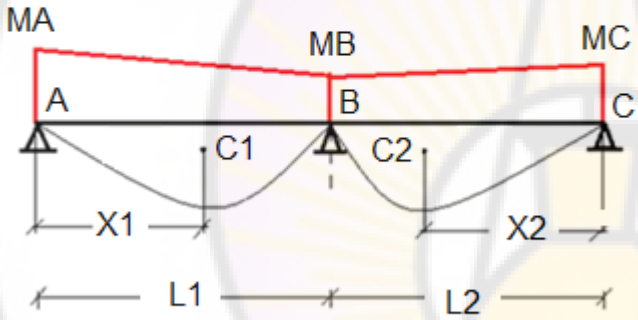
تستخدم معادلة العزوم الثلاثة بشكل عام في حل الجوائز المستمرة

تستنتج معادلة العزوم الثلاثة من شرط تساوي زاوية الدوران في النقطة التي تقع يمين المسند B مباشرة وزاوية الدوران في النقطة التي تقع يسار المسد B مباشرة $\varphi_{B_L} = \varphi_{B_R}$

معادلة العزوم الثلاثة للمسند الوسطي B



جائز مستمر



مخطط العزم النهائي للجزء ABC

$$M_A\left(\frac{L_1}{I_1}\right) + 2M_B\left(\frac{L_1}{I_1} + \frac{L_2}{I_2}\right) + M_C\left(\frac{L_2}{I_2}\right) = -6\left(\frac{A_1X_1}{L_1I_1} + \frac{A_2X_2}{L_1I_1}\right)$$

$$V_{BL} = \frac{A_1X_1}{L_1I_1} \qquad V_{BR} = \frac{A_2X_2}{L_2I_2}$$

في حالة تناظر مخطط العزم

$$\boldsymbol{V_{BL} = \frac{A_1}{2I_1} \qquad V_{BR} = \frac{A_2}{2I_2}}$$

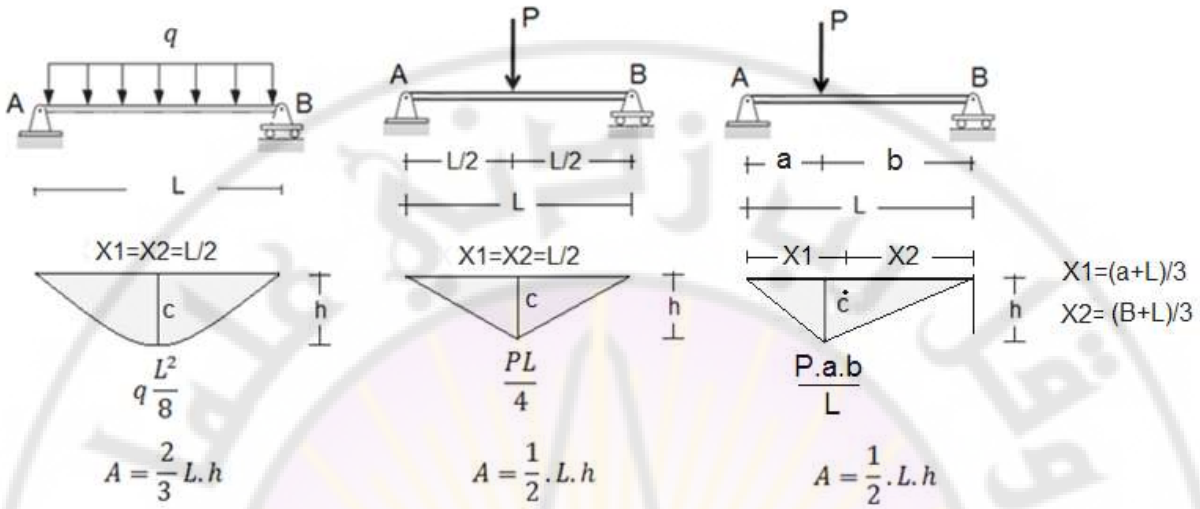
A_1 مساحة مخطط العزم الناتج من تأثير الحمولات على الفتحة اليسارية باعتبارها جائز بسيط

A_2 مساحة مخطط العزم الناتج من تأثير الحمولات على الفتحة اليمينية باعتبارها جائز بسيط

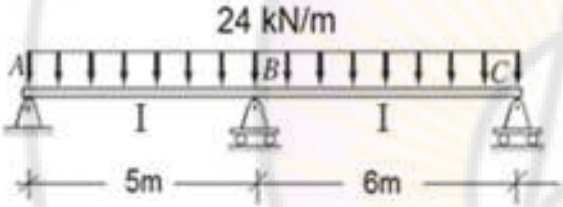
X_1 بعد مركز المساحة A_1 عن المسند اليساري

X_2 بعد مركز المساحة A_2 عن المسند اليميني

يبين الشكل مخططات العزوم من أجل بعض حالات التحميل



مسألة : يطلب رسم مخطط عزم للجائز المبين.



الحل: الجائز غير مقرر من الدرجة الأولى

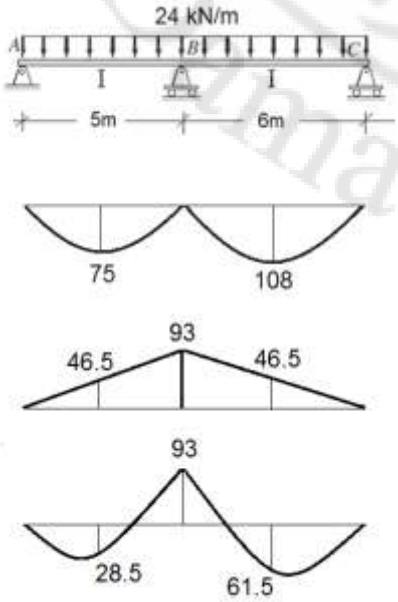
الحل: الجائز غير مقرر من الدرجة الأولى:

معادلة العزوم الثلاثة:

نطبق معادلة العزوم الثلاثة للمسند الوسطي $\boldsymbol{B}$

$$M_A\left(\frac{L_1}{I_1}\right)+2M_B\left(\frac{L_1}{I_1}+\frac{L_2}{I_2}\right)+M_C\left(\frac{L_2}{I_2}\right)=-6\left(\frac{A_1X_1}{L_1I_1}+\frac{A_2X_2}{L_1I_1}\right)$$

$$A_1=\frac{2}{3}\times 6\times 75=250 \quad , \quad A_2=\frac{2}{3}\times 6\times 108=432$$



بالتعويض والاختصار على I

$$M_A(5)+2M_B(5+6)+M_c(6)=$$

$$-6\left(\frac{250\times 2.5}{5}+\frac{432\times 3}{6}\right)$$

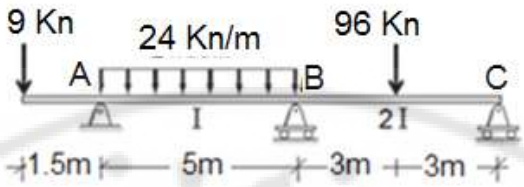
$$22M_B=-2046\ KN.m\rightarrow \boldsymbol{M_B=-93\ KNm}$$

$$M_{\frac{AB}{2}}=-46.5+75=28.5\ KN.m$$

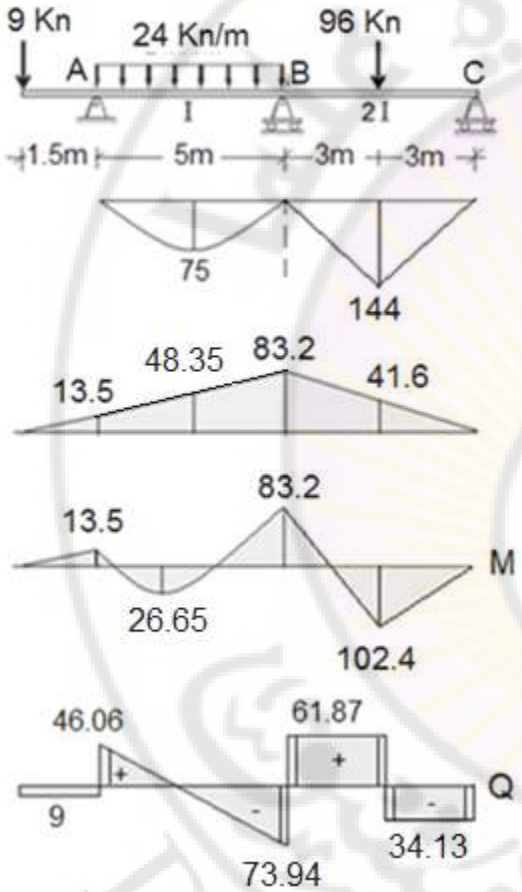
$$M_{\frac{BC}{2}}=-46.5+108=61.5\ KNm$$

مسألة ١

يطلب رسم مخطط عزم الانعطاف ورسم مخطط القص وحساب ردود الأفعال للجائز المبين.



الحل: الجائز غير مقرر من الدرجة الأولى:



المجاهيل M_B

$$M_A = -PL = -9 \times 1.5 = -13.5\ KN.m$$

نطبق معادلة العزوم الثلاثة للمسند الوسطي B

$$A_1 = \frac{2}{3} \times 5 \times 75 = 250$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \times 6 \times 144 = 432$$

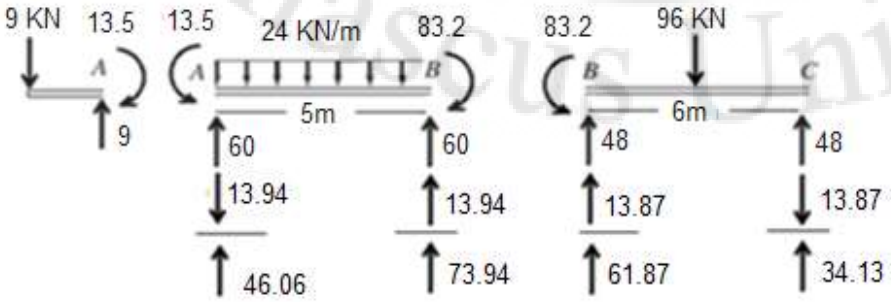
$$M_A\left(\frac{L_1}{I_1}\right) + 2M_B\left(\frac{L_1}{I_1} + \frac{L_2}{I_2}\right) + M_C\left(\frac{L_2}{I_2}\right) = -6\left(\frac{A_1X_1}{L_1I_1} + \frac{A_2X_2}{L_1I_1}\right)$$

$$M_A\frac{(6)}{I} + 2M_B\left(\frac{5}{I} + \frac{6}{2I}\right) + M_c\left(\frac{6}{2I}\right) = -6\left(\frac{250 \times 2.5}{5I} + \frac{432 \times 3}{6(2I)}\right)$$

$$-13.5(5) + 16M_B = -1398$$

$$16M_B = -1330.5 \rightarrow M_B = -83.2\ KN.m$$

حساب القص وردود الأفعال



لحساب القص في كل فتحة نحسب القص من تأثير الحمولات ومن تأثير عزوم المساند كل على حدى

الفتحة *AB*

$$\frac{qL}{2} = 24 \times \frac{5}{2} = 60\ KN \qquad \frac{\Delta M}{l} = \frac{83.2 - 13.5}{5} = 13.9\ KN$$

$$\rightarrow Q_{AR} = 60 - 13.9 = 46.1\ \text{KN} \qquad Q_{BL} = 60 + 13.9 = 73.9\ \text{KN}$$

الفتحة *BC*

$$\frac{P}{2} = \frac{96}{2} = 48 \qquad \frac{\Delta M}{l} = \frac{83.2}{6} = 13.9\ KN$$

$$\rightarrow Q_{BR} = 48 + 13.9 = 61.9\ \text{KN} \qquad Q_{CL} = 48 - 13.9 = 34.1\ \text{KN}$$

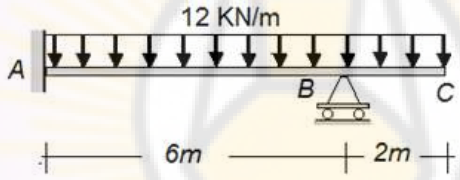
حساب ردود الأفعال:

$$R_A = 9 + 46.06 = 55.06\ KN$$

$$R_B = 73.94 + 61.87 = 135.81\ KN \qquad R_C = 34.13\ KN$$

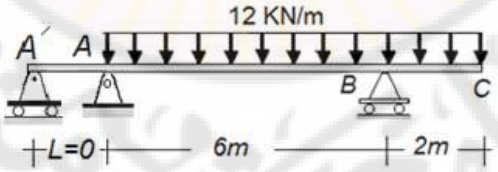
مسألة ٢:

يطلب رسم مخطط عزوم الانعطاف للجائز المبين $EI = const$.



الحل:

نستبدل الوثاقة بجائز بسيط مجازه $L = 0$ ، كما هو مبين



الجائز غير مقرر من الدرجة الأولى

$$M_B = -12 \times 2 \times 1 = -24\ KN.m$$

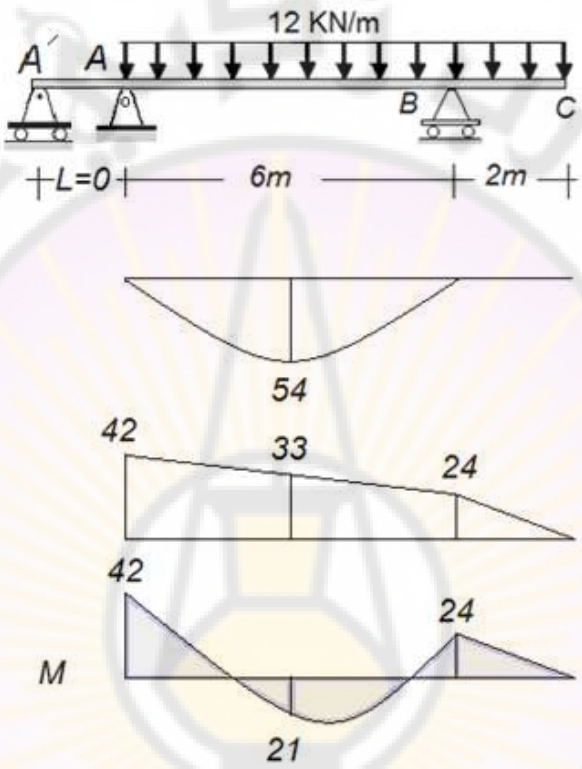
نطبق معادلة العزوم الثلاثة للمسند الوسطي

$$A1 = 0 \qquad A2 = \frac{2}{3} \times 6 \times 54 = 216$$

$$0 + 2M_A(0+6) + M_B(6) = -6(0+108)$$

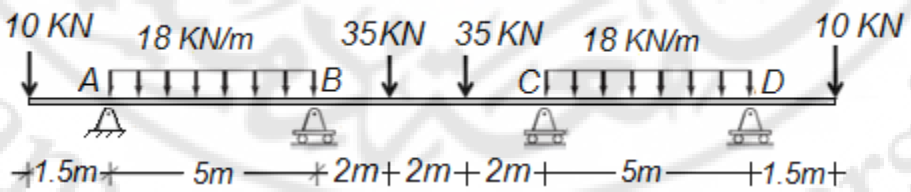
$$12M_A = -504 \quad \rightarrow \boldsymbol{M_A = -42}$$

$$M_{\frac{AB}{2}} = -27 + 54 = 27\ KN.m$$



مسألة ٣

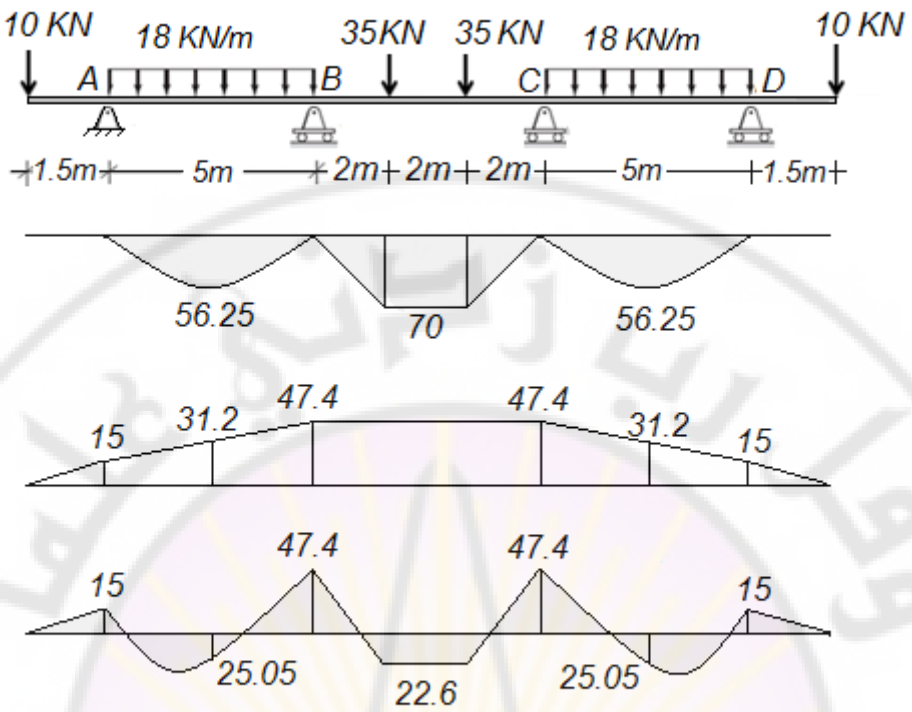
يطلب رسم مخطط عزم $\boldsymbol{EI = const}$.



الحل:

الجائز غير مقرر من الدرجة الثانية وبسبب التناظر لدينا $\boldsymbol{M_B = M_C}$

المجاهيل $\boldsymbol{M_B}$, $\boldsymbol{M_c}$



مخطط العزوم النهائي

نطبق معادلة العزوم الثلاثة للمسند الوسطي B

$$M_A\left(\frac{L_1}{I_1}\right)+2M_B\left(\frac{L_1}{I_1}+\frac{L_2}{I_2}\right)+M_C\left(\frac{L_2}{I_2}\right)=-6\left(\frac{A_1X_1}{L_1I_1}+\frac{A_2X_2}{L_2I_2}\right)$$

$$M_A=-PL=-10\times 1.5=-15\ KN.m$$

$$A_1=\frac{2}{3}\times 5\times 56.25=187.5 \qquad A_2=\frac{6+2}{2}\times 70=280$$

$$M_A\frac{(5)}{I}+2M_B\left(\frac{5}{I}+\frac{6}{I}\right)+M_c\left(\frac{6}{I}\right)=-6\left(\frac{187.5\times 2.5}{5\times I}+\frac{280\times 3}{6\times I}\right)$$

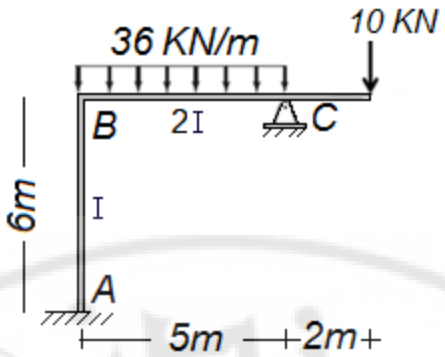
$$5(-15)+22M_B+6M_c=\ -1402.5$$

$$M_B=M_c \qquad \rightarrow 28M_B=-1327.5 \quad \rightarrow \boldsymbol{M_B=-47.4}\ ,\quad \boldsymbol{M_c=-47.4}$$

بعد حساب المجاهيل نرسم مخطط عزوم المساند ونجمعه مع مخطط عزوم الفتحات فنحصل على مخطط العزم النهائي

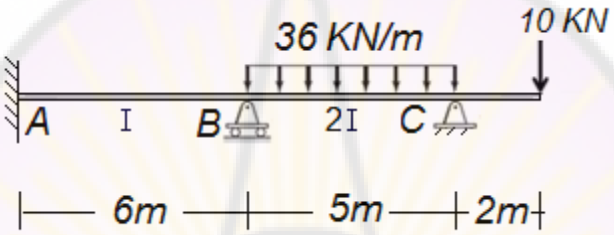
مسألة ٢

يطلب رسم مخطط عزم الانعطاف للإطار المبين في الشكل:

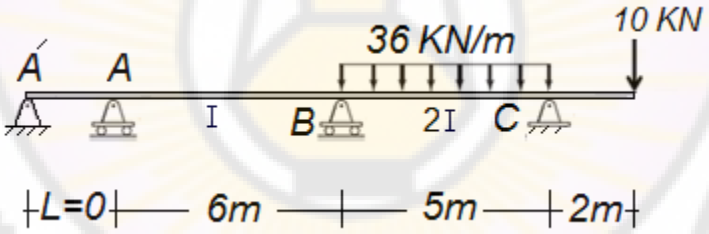


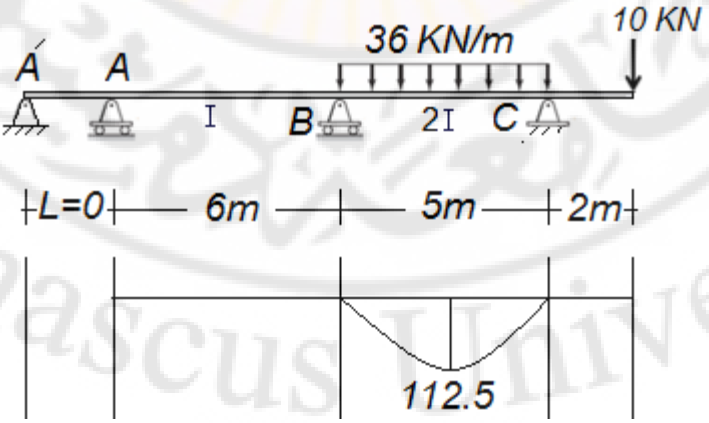
الحل :

بما أن العقدة B غير قابلة للانزياح فيكون حل الإطار مشابه تماما لحل الجائز المبين



نستبدل الوثاقة بجائز بسيط مجازه L=0





نطبق معادلة العزوم الثلاثة للمسند الوسطي A

$$A_1 = 0 \qquad A_2 = 0$$

$$0 + 2M_A\left(0 + \frac{6}{I}\right) + M_B\left(\frac{6}{I}\right) = 0 \quad \rightarrow \mathbf{12M_A + 6M_B = 0} \quad \ldots(\mathbf{1})$$

نطبق معادلة العزوم الثلاثة للمسند الوسطي B

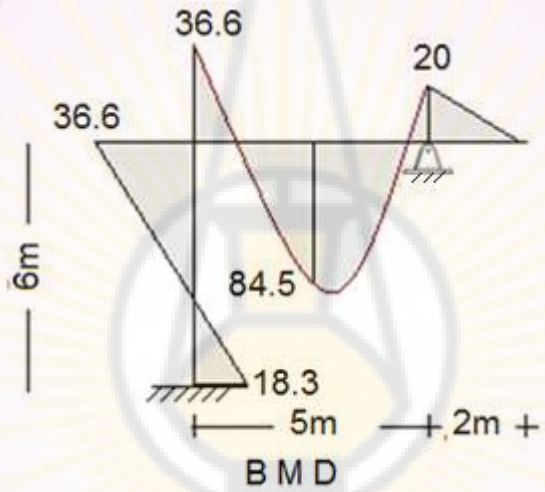
$$A_1 = 0 \qquad A_2 = \frac{2}{3} \times 5 \times 112.5 = 375$$

$$M_A\frac{(6)}{I} + 2M_B\left(\frac{6}{I} + \frac{5}{2I}\right) + M_c\left(\frac{5}{2I}\right) = -6\left(0 + \frac{375 \times 2.5}{5 \times 2I}\right)$$

$$6M_A + 17M_B + (-20) \times 2.5 = -562.5 \quad \rightarrow \quad \mathbf{6M_A + 17M_B = -512.5} \ldots(\mathbf{2})$$

بحل المعادلتين 1,2 نجد أن

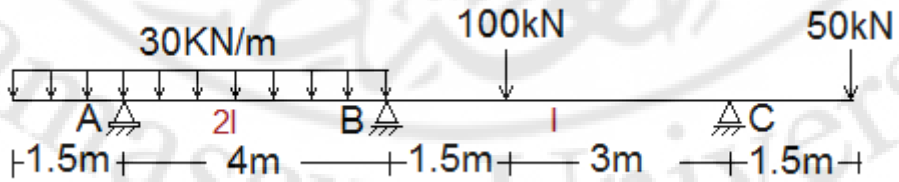
$$\boldsymbol{M_A = 18.3} \quad , \qquad \boldsymbol{M_B = -36.6}$$



مسألة دورة

للجائز المستمر المبين - مع الانتباه لتغير عطالات عناصره - وباستخدام طريقة العزوم الثلاث :

يطلب رسم مخطط عزم الانعطاف النهائي .



الحل:

الجائز غير مقرر من الدرجة الأولى

$$M_A = -30 \times 1.5 \times \frac{1.5}{2} = -33.75\ \text{kN.m} \qquad M_C = -50 \times 1.5 = -75\ kN.m$$

$$\frac{qL^2}{8} = \frac{30 \times 4^2}{8} = 60 \qquad , \qquad \frac{Pab}{L} = 100 \times \frac{1.5 \times 3}{4.5} = 100\ kN.m$$

نطبق معادلة العزوم الثلاثة للمسند الوسطي B

$$M_A\left(\frac{L_1}{I_1}\right) + 2M_B\left(\frac{L_1}{I_1} + \frac{L_2}{I_2}\right) + M_C\left(\frac{L_2}{I_2}\right) = -6\left(\frac{A_1X_1}{L_1I_1} + \frac{A_2X_2}{L_2I_2}\right)$$

$$A_1 = \frac{2}{3} \times 60 \times 4 = 160 \qquad A_2 = \frac{1}{2} \times 4.5 \times 100 = 225$$

$$M_A\frac{(4)}{2I} + 2M_B\left(\frac{4}{2I} + \frac{4.5}{I}\right) + M_c\left(\frac{4.5}{I}\right) = -6\left(\frac{160 \times 2}{4 \times 2I} + \frac{225 \times 2.5}{4.5I}\right)$$

$$2(-33.75) + 13M_B + 4.5(-75) = -990$$

$$13M_B = \mathbf{-585} \ \rightarrow \boldsymbol{M_B = -45\ kN.m}$$

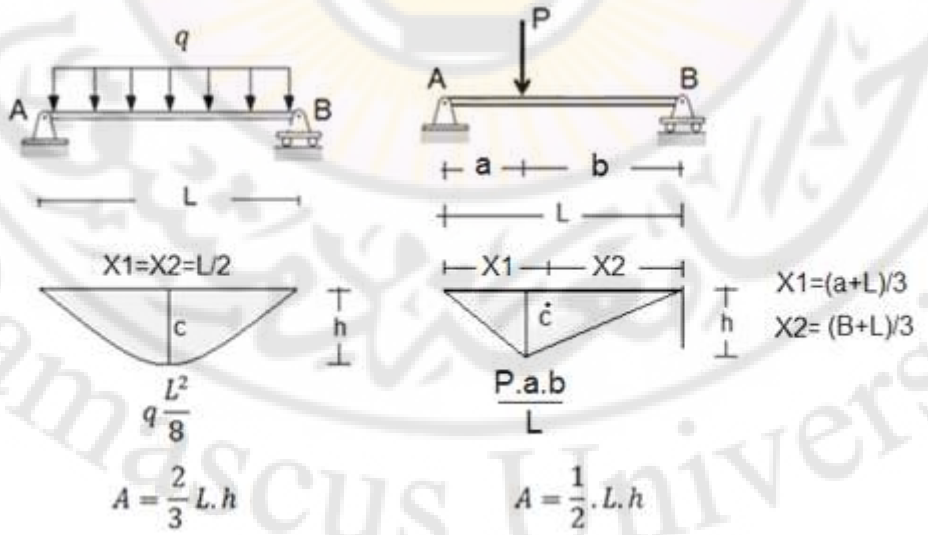
بعد حساب المجاهيل نرسم مخطط عزوم المساند ونجمعه مع مخطط عزوم الفتحات فنحصل على مخطط العزم النهائي

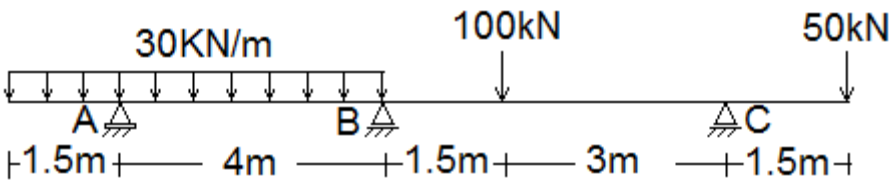
العزم في منتصف الفتحة الأولى

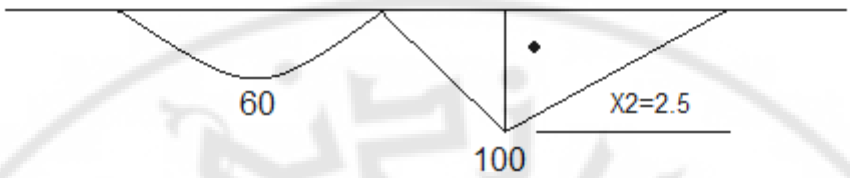
$$M = 60 - 39.375 = 20.625:$$

العزم عند الحمولة المركزة في الفتحة الثانية

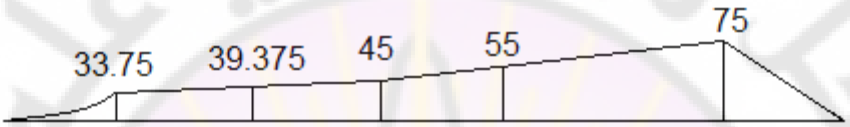
$$M = 100 - 55 = 45$$



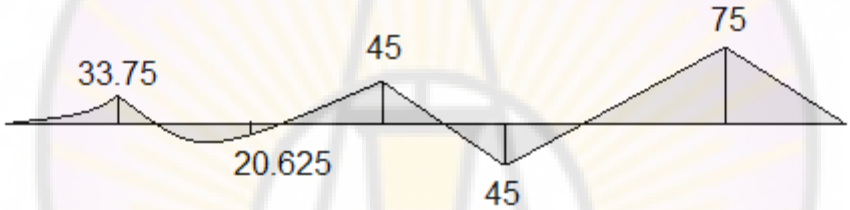




مخطط عزوم الفتحات



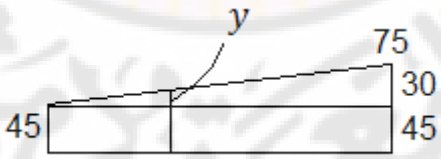
مخطط عزوم الاستمرار



مخطط العزم النهائي

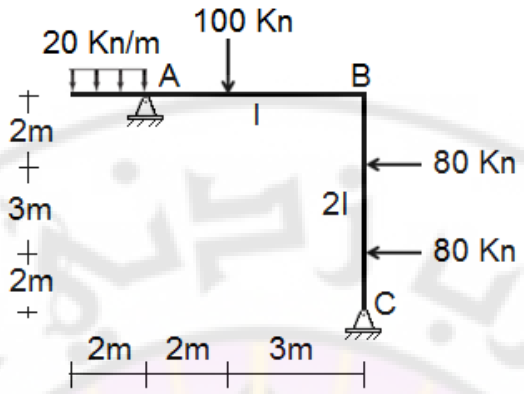
كيفية حساب العزم السالب في مخطط عزوم الاستمرار عند القوة المركزة

$$M = 45 + y \quad , \quad \frac{y}{1.5} = \frac{30}{4.5} \rightarrow y = 10 \rightarrow M = 45 + 10 = 55$$



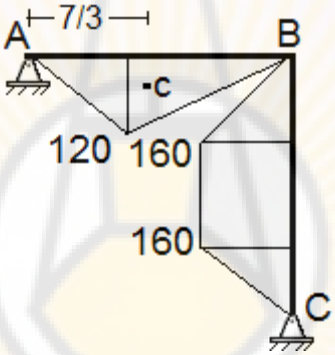
مسألة

يطلب رسم مخطط عزم الانعطاف للإطار المبين في الشكل:



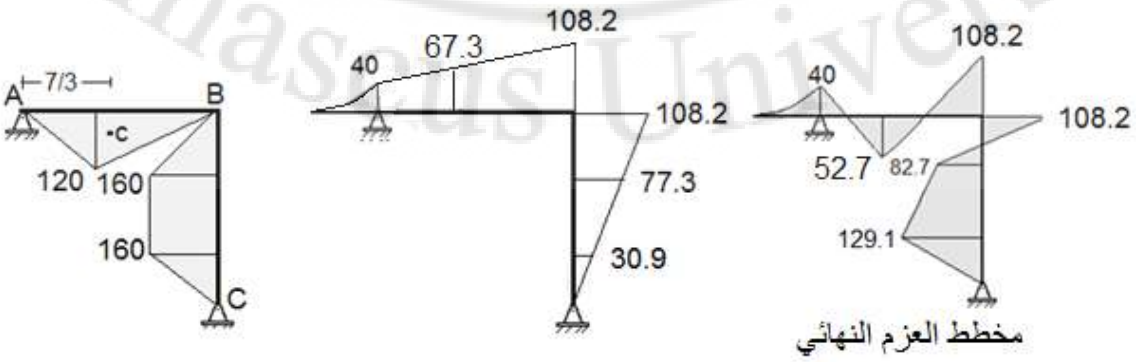
الحل :

بما أن العقدة B غير قابلة للانزياح فيمكن حل الإطار بطريقة العزوم الثلاثة وبشكل مشابه تماما لحل الجائز



$$A_1 = 5 \times \frac{120}{2} = 300 \qquad A_2 = \frac{7+3}{2} \times 160 = 800$$

نطبق معادلة العزوم الثلاثة للمسند الوسطي B

$$M_A\left(\frac{5}{I}\right) + 2M_B\left(\frac{5}{I} + \frac{7}{2I}\right) + 0 = -6\left(\frac{300 \times 7/3}{5 \times I} + \frac{800 \times 3.5}{7 \times 2I}\right)$$

$$-200 + 17M_B = -2040 \quad \rightarrow \boldsymbol{M_B = -108.2\ \ Kn.m}$$