تصميم وتحليل التجارب

(الجزء النظري)

وقل رب زدني علما
Damascus University

منشورات جامعة دمشق
كليّة الهندسة الزراعيّة

تصميم وتحليل التجارب
(الجزء النظري)

الدكتور
خالد السلطان
أستاذ مساعد في قسم الاقتصاد الزراعيّ

جامعة دمشق
1445 – 1446 هـ
2023 – 2024 م

وقل رب زدني علما
Damascus University

فهرس المحتويات

الفصل	الموضوع	الصفحة
	المقدّمة	**11**
الفصل الأوّل	**المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية**	**13**
	1-1- **مقدمة**	13
	1-2- التجربة العشوائية (Random Experiment)	13
	1-3 - المتغيرات العشوائية (Random Variables)	15
	1-4- المتغيرات العشوائية المنفصلة	16
	1-5- **التوزيعات الاحتمالية المنفصلة**	18
	1-5-1- **شروط دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي المنفصل**	20
	1-5-2- التمثيل البياني لدالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي المنفصل	21
	1-5-3- دالة التوزيع F(x) للمتغير العشوائي المنفصل (الدالة التراكمية)	22
	1-5-4- الوسط الحسابي والتباين للمتغير العشوائي المنفصل	26
	1-8- التوزيعات الاحتمالية المتصلة	27
	1-8-1- تعريف المتغير العشوائي المتصل	28
	1-8-2- التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المستمر	29
	1-8-3- خصائص دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي المستمر	29
	1-8-4- التمثيل البياني لدالة الكثافة للمتغير العشوائي المستمر	30
	1-8-5- دالة التوزيع F(x) للمتغير العشوائي المستمر	30
	1-8-6- الوسط الحسابي والتباين للمتغير العشوائي المتصل	32
	1-9- التوزيع الطبيعي للمتغير العشوائي المستمر	33
	1-9-1- معالم التوزيع الطبيعي	34
	1-9-2- دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي	34
	1-9-3- خصائص التوزيع الطبيعي	36
	1-9-4- المساحات تحت المنحنى الطبيعي	37
	1-10- التوزيع الطبيعي المعياري	39

	1-10-1- المنحنى الاحتمالي للتوزيع الطبيعي القياسي	39
	1-10-2- القيم الجدولية للتوزيع الطبيعي المعياري	42
	1-10-3- حساب الاحتمالات في حالة التوزيع الطبيعي العادي	44
الفصل الثاني	**اختبارات الفروض الإحصائية**	**47**
	2-1- مقدمة	47
	2-2- تعريف بعض المفاهيم المهمة	49
	2-3- مفهوم اختبارات الفروض الإحصائية المعلمية واللامعلمية	50
	2-4- أنواع الفروض الإحصائية	51
	2-4-1- أنواع الأخطاء	53
	2-4-2- القرارات الإحصائية	54
	2-5- خطوات إجراء اختبار الفروض الإحصائية	57
	2-6- تصنيف اختبارات الفروض الإحصائية	63
	2-7- اختبارات الفروض المتعلقة بالأوساط الحسابية	64
	2-7-1- اختبارات الفروض لمتوسط مجتمع μ (عينة واحدة):	65
	2-7-2- اختبارات الفروض للفرق بين متوسطي مجتمعين	75
	2-8- اختبارات الفروض المتعلقة بالنسب	97
	2-8-1- اختبارات الفروض لنسبة مجتمع	97
	2-8-2- اختبارات الفروض للفرق بين نسبتي مجتمعين	102
الفصل الثالث	**تحليل التباين**	**109**
	3-1- **مقدمة**	109
	3-2- اختبار (F) وتحليل التباين	110
	3-2-1- توزيع (F)	111
	3-2-2- طبيعة التوزيع (F) وخواصه	111
	3-3- **اختبار تحليل التباين**	115
	3-4- تحليل التباين الأحادي (One Way ANOVA)	116
	3-5- خطوات تطبيق اختبار تحليل التباين	118
	3-6- حالات تحليل التباين الأحادي	119
	3-7- تحليل التباين الأحادي في حال عدم تساوي حجوم العينات	119
	3-8- تحليل التباين الأحادي في حال تساوي حجوم العينات	129
الفصل الرابع	**التجارب وتحليل المبادئ الأساسية لتصميم**	**143**
	4-1- تعاريف ومصطلحات أساسية في علم تصميم وتحليل التجارب	143

	4-2- مفهوم التجربة (Concept of Experiment):	147
	4-2-1- التجربة الأولى	147
	4-2-2- التجربة الثانية	150
	4-2-3- التجربة الثالثة	151
	4-3- مفهوم الخطأ التجريبي في التجربة	154
	4-4- المبادئ الأساسية لتصميم التجارب	156
	4-4-1- مبدأ التكرار (Replication)	157
	4-4-2- التوزيع العشوائي أو مبدأ التعشية أو العشوائية	157
	4-4-3- التحكم في الوحدات التجريبية أو التحكم الموقعي	159
	4-5- تصنيف التجارب على أساس العوامل الداخلة فيها	160
	4-6- أنواع التصميمات الإحصائية للتجارب	161
الفصل الخامس	**التصميم العشوائي الكامل (CRD)**	**163**
	5-1- مقدمة	163
	5-2- مزايا التصميم (CRD) وعيوبه	163
	5-2-1- مزايا التصميم (CRD)	163
	5-2-2- عيوب التصميم (CRD)	164
	5-3- التعشية (Randomization)	165
	5-4- استخدام التصميم العشوائي الكامل في حالة تساوي تكرارات المعاملات	165
	5-4- 1- تخطيط التجربة (Layout of the Experiment)	165
	5-4-2- تنظيم البيانات	167
	5-4-3- النموذج الرياضي للتصميم (Mathematical Model)	168
	5-4-4- الأهداف الأساسية من تصميم (CRD):	169
	5-4-5- خطوات تطبيق تصميم (CRD)	170
	5-5- استخدام التصميم العشوائي الكامل في حالة عدم تساوي التكرارات	180
	5-5-1- تخطيط التجربة (Layout of the Experiment)	180
	5-5-2- تنظيم البيانات	181
الفصل السادس	**الاختبارات المقترحة بعد إجراء التجربة**	**187**
	6-1- مقدمة	187
	6-2- الاختبارات المقترحة بعد إجراء التجربة (المقارنات المتعددة)	187
	6-3- اختبار أقل فرق معنوي (LSD)	188
	6-3-1- خطوات تطبيق اختبار (LSD)	189
	6-4- اختبار دنكن متعدد الحدود ((DMRT)	190

	6-4-1- خطوات إجراء اختبار دنكن متعدد الحدود (DMRT)	191
الفصل السابع	**تصميم القطاعات العشوائية الكاملة (CRBD)**	**205**
	7-1- مقدمة	205
	7-2- استخدامات التصميم (CRBD)	206
	7-3- طريقة تقسيم الوحدات التجريبية إلى قطاعات	206
	7-4- مميزات التصميم وعيوبه (CRBD)	209
	7-4-1- مميزات التصميم (CRBD)	209
	7-4-2- عيوب التصميم (CRBD)	210
	7-5- توصيف التصميم (CRBD)	211
	7-6- التوزيع العشوائي للمعاملات على الوحدات التجريبية	211
	7-7- تحليل التباين للقطاعات العشوائية الكاملة (مصادر التباين)	212
	7-8- النموذج الرياضي العام للتصميم (CRBD)	212
	7-9- تخطيط التجربة (Layout of the Experiment)	213
	7-10- تنظيم المشاهدات في جدول مناسب	214
	7-11- الأهداف الأساسية من تصميم (CRBD)	215
	7-12- خطوات تطبيق تصميم القطاعات العشوائية الكاملة (CRBD)	216
	7-13- تقدير البيانات المفقودة في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة	226
	7-14- الكفاءة النسبية لتصميم (CRBD) مقارنة مع التصميم (CRD)	228
الفصل الثامن	**تصميم المربع اللاتيني (LS)**	**237**
	8-1- مقدمة	237
	8-2- تصميم المربع اللاتيني (LS)	238
	8-2-1- استخدامات تصميم المربع اللاتيني (LS)	238
	8-2-2- مميزات تصميم المربع اللاتيني (LS) وعيوبه	239
	8-3- تخطيط التجربة (Layout of the Experiment)	240
	8-4- تنظيم البيانات (المشاهدات)	244
	8-5- النموذج الرياضي العام لتصميم المربع اللاتيني (LS)	244
	8-6- الأهداف الأساسية من تصميم المربع اللاتيني (LS)	245
	8-6-1- اختبار تساوي متوسطات المعالجات	245
	8-6-2- اختبار أهمية أخذ الصفوف في الحسبان في تصميم (LS)	249
	8-6-3- اختبار أهمية أخذ الأعمدة في الحسبان في تصميم (LS)	249
	8-6-4- إجراء المقارنات البعدية باستخدام اختبارات (LSD, DMRT)	250
	8-7-الكفاءة النسبية لتصميم (LS)مقارنةًمع التصميمين(CRD, CRBD)	250

	8-7-1- الكفاءة النسبية لتصميم (LS) مقارنةً مع التصميم (CRD)	250
	8-7-2- الكفاءة النسبية لتصميم (LS) مقارنةً مع التصميم (RCBD)	250
	8-8- تقدير القيم المفقودة في تصميم المربع اللاتيني (LS)	251
الفصل التاسع	**التجارب العاملية**	**269**
	9-1- مقدمة	269
	9-2- مزايا التجارب العاملية وعيوبها	272
	9-2-1- مزايا التجارب العاملية	272
	9-2-2- عيوب التجارب العاملية	273
	9-4- التجارب العاملية ذات عاملين	273
	9-5- تجربة عاملية بعاملين باستخدام التصميم العشوائي الكامل	274
	9-5-1- تخطيط التجربة (Layout of the Experiment)	274
	9-5-2- تنظيم المشاهدات في جدول مناسب	275
	9-5-3- النموذج الرياضي للتصميم	276
	9-6- المقارنات البعدية في التجارب العاملية	278
	9-6-1- اختبار أقل فرق معنوي (LSD):	279
	9-6-2- اختبار دنكن متعدد الحدود(DMRT).	280
	9-7- تجربة عاملية بعاملين بتصميم القطاعات العشوائية الكاملة	288
	9-7-1- تخطيط التجربة (Layout of the Experiment)	288
	9-7-2- تنظيم المشاهدات في جدول مناسب	289
	9-7-3- النموذج الرياضي للتصميم	290
	9-8- تجربة عاملية بعاملين باستخدام تصميم المربع اللاتيني	299
	9-8-1- تخطيط التجربة (Layout of the Experiment)	299
	9-8-2- النموذج الرياضي لتصميم المربع اللاتيني في التجارب العاملية	300
الفصل العاشر	**تصاميم القطع والقطاعات المنشقة**	**311**
	10-1- مقدمة	311
	10-2- أنواع الوحدات التجريبية في تصاميم القطع المنشقة	311
	10-3- أنواع الأخطاء في تجارب القطع المنشقة	313
	10-4- التوزيع العشوائي	314
	10-5- استخدامات تصاميم القطع المنشقة	314
	10-6- مميزات التصاميم المنشقة وعيوبها	316
	10-6-1- مميزات تصاميم القطع المنشقة	316
	10-6-2- عيوب تصاميم القطع المنشقة	316

	10-7- تطبيق القطع المشقة في التصميم العشوائي الكامل	316
	10-7-1- تخطيط التجربة (Layout of the Experiment):	317
	10-8- تطبيق القطع المنشقة في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة	318
	10-8-1- تخطيط التجربة (Layout of the Experiment)	319
	10-9- المقارنات البعدية في تصاميم القطع المنشقة	322
	10-10- تقدير القيمة المفقودة في تصاميم القطع المنشقة	328
الجداول الإحصائية		331
المراجع العلميّة		359

Damascus University

المقدّمــة

يعتبر علم تصميم وتحليل التجارب من أهم فروع علم الإحصاء الذي يهتم بتطبيق الطرق الاحصائية في التجارب العلمية. وهو من أهم أدوات البحث العلمي الحديث حيث يلعب دوراً رئيسياً في مختلف ميادين العلوم التطبيقية.

حاولت في هذا الكتاب أن أشرح المادة العلمية بلغة سليمة و سهلة وأسلوب مبسط وسلس مترابط وشامل ليشد القارئ، و اعتمدت في صياغة هذا الكتاب على المنطق العلمي بأسلوب سهل وممتع حيث تطرقت لأهم الموضوعات الاحصائية في مجال تصميم وتحليل التجارب واستندت في شرحه النظري إلى أدوات ووسائل توضيحية تمثلت بالمعادلات الرياضية والجداول والأشكال البيانية بشكل علمي دقيق وتبع ذلك عدد كبير من الأمثلة التطبيقية المحلولة التي لها علاقة وثيقة بالحياة العلمية والعملية وذلك من أجل تأكيد الفهم واختبار القدرة على التطبيق.

يشتمل هذا الكتاب على عشرة فصول تضمنت أهم المواضيع الاحصائية المتقدمة في مجال تصميم وتحليل التجارب من التعريف بالمبادئ الأساسية لتصميم التجارب لأنواع التصاميم المختلفة وطريقة تنفيذها وتحليل بياناتها وقياس دقة كفاءتها، وذلك من أجل الحصول على قرارات علمية صحيحة بدرجة كافية من الدقة وبأقل كلفة ممكنة.

لقد أقدمت على إعداد هذا الكتاب كمساهمة متواضعة في إثراء المكتبة العربية لندرة الكتب الموجودة في هذا المجال. والكتاب هو عبارة عن تجميع للمحاضرات التي قمت بإلقائها على مدى خمس سنوات لطلبة كلية الهندسة الزراعية بجامعة دمشق.

وأخيراً أسأل الله أن يجعل هذا العمل خالصاً لوجهه الكريم، وأن يثيبني عليه بقدر ما بذلت فيه من جهد، وأن ينفع به الطلاب والدارسين، وما توفيقي إلا بالله عليه توكلت وإليه أنيب.

دمشق نيسان 2024

الدكتور : خالد السلطان

الفصلُ الأوّل

المتغيّراتُ العشوائيّةُ والتّوزيعاتُ الاحتماليّةُ

(Random Variables and Probability Distributions)

1-1- مقدّمة:

يتناولُ هذا الفصلُ بطريقةٍ مُبسّطةٍ بعضَ المفاهيمِ الأساسيّةِ التّي تساعدُ الطّالبَ على فهمِ الموضوعاتِ المتعلّقةِ بالتّوزيعاتِ والاختباراتِ الإحصائيّةِ المختلفةِ من حيثُ خصائصُها وطرائقُ تطبيقها والتّي سوفَ يَتِمُّ دراستها والاستفادةُ منها في أغلبِ تصاميمِ التّجاربِ المختلفةِ.

1-2- التّجربةُ العشوائيّةُ (Random Experiment):

هيَ تلكَ التّجربةُ التّي تكونُ جميعُ نتائجها معلومةً مسبقاً ولكن لا يمكنُ التّنبّؤُ بحدوثِ أيٍّ من هذهِ النّتائجِ بصفةٍ مؤكّدة.

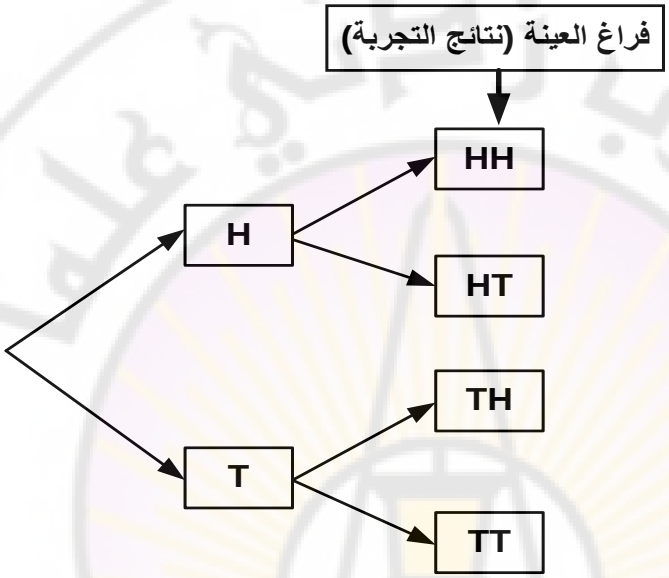
على سبيلِ المثالِ: رميُ حجرِ نردٍ، رميُ قطعةِ نقودٍ، المشاركةُ في سباقِ الخيلِ لحصانٍ معيّنٍ يُعدُّ تجربةً عشوائيّةً فهوَ إمّا أن يفوزَ أو يخسرَ أو يتعادلَ.

فراغُ العيّنةِ (Sample Space): هيَ جميعُ النّتائجِ الممكنةِ للتّجربةِ العشوائيّةِ ويُرمَزُ لهُ بالرّمزِ (Ω)، ويُطلَقُ على n(Ω) لعددِ عناصرِ فراغِ العيّنة.

تجربةُ إلقاءِ قطعةِ النّقودِ مرّةً واحدةً يكونُ فراغُ العيّنةِ Ω={ H, T}، n(Ω)=2

تجربةُ إلقاءِ قطعةِ النّقودِ مرّتينِ يكونُ فراغُ العيّنةِ{ HT, HT, HH, TT}=Ω

$n(\Omega)=4$ ويمكنُ من خلالِ استخدامِ الرّسمِ الشجريِّ معرفةُ فراغِ العيّنةِ (في تجربةِ رمي عملةٍ معدنيّةٍ مرّتينِ) كَمَا يبيّنهُ الشّكل (1−1).



شكل (1−1): الرّسمُ الشّجريُّ لتجربةِ إلقاءِ قطعةِ النّقودِ مرّتين.

تجربةُ إلقاءِ مكعّبِ النّردِ يكونُ فراغُ العيّنةِ $\Omega =\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$n(\Omega)=6$ يوجدُ نوعان لفراغِ العيّنةِ هُما:

- **فراغُ عيّنةٍ منفصل (Discrete Sample Space)**: يمثّلُ مجموعةً منَ القيمِ القابلةِ للعدِّ مثل $\Omega=\{ H, T\}$ أو $\Omega=\{ 1,2,3,4,5,6\}$
- **فراغُ عيّنةٍ متّصل (Continuous Sample Space)**: يمثّلُ مجموعةً منَ القيمِ غيرِ القابلةِ للعدّ؛ أي يمثّلُ مجالاً منَ القيمِ مثلَ أطوالِ الطّلابِ المحصورِ بينَ (150−200) سم.

1-3- المتغيّراتُ العشوائيّةُ (Random Variables):

المتغيّرُ (Variable): المتغيّرُ بشكلٍ عامٍّ يعبّرُ عن شيءٍ يتغيّرُ؛ فهوَ أيُّ ظاهرةٍ تأخذُ قِيَماً مختلفةً بينَ مفرداتها مثلَ الجنسِ، والسّنِ، والطّولِ، والتّحصيلِ العلميّ.

في كثيرٍ منَ الأحيانِ نرغبُ في التّعاملِ معَ قيمٍ عدديّةٍ مرتبطةٍ بنقاطِ العيّنةِ للتّجربةِ العشوائيّةِ بدلاً منَ التّعاملِ معَ نقاطِ العيّنةِ نفسها؛ إذ إنَّ نقاطَ العيّنةِ أوِ النّتائجَ الممكنةَ للتّجربةِ العشوائيّةِ تكونُ في بعضِ الأحيانِ عبارةً عن صفاتٍ أو مسمّياتٍ (صورة / كتابة) يصعبُ التّعاملُ معها رياضيّاً، وفي هذهِ الحالةِ فإنّنا نقومُ بتحويلِ هذهِ القيمِ الوصفيّةِ إلى قيمٍ عدديّةٍ حقيقيّةٍ تُسمّى قيمَ المتغيّرِ العشوائيّ. إنّ الآلةَ المستخدمةَ لتحويلِ عناصرِ فضاءِ العيّنةِ للتّجربةِ العشوائيّةِ إلى قيمٍ عدديّةٍ حقيقيّةٍ هيَ ما يُسمّى بالمتغيّرِ العشوائيّ.

إذاً، فالمتغيّراتُ العشوائيّةُ تُستخدمُ للتّعبيرِ عن نتائجِ التّجربةِ العشوائيّةِ وعنِ الحوادثِ بقيمٍ عدديّةٍ بدلاً من مسمّياتٍ أو صفات. فعلى سبيلِ المثالِ قد نكونُ مهتمّينَ فقط بعددِ الصّورِ عندَ رميِ قطعةِ النّقودِ مرّتينِ متتاليتين. إنَّ عددَ الصّورِ في هذهِ الحالةِ (0, 1, 2) عبارةٌ عن متغيّرٍ عشوائيٍّ تتغيّرُ قيمتهُ بتغيّرِ نتيجةِ التّجربةِ العشوائيّة.

كذلكَ نتيجةُ رميِ حجرِ النّردِ؛ فنتيجةُ الرّميةِ تكونُ متغيّراً عشوائيّاً ونتائجها هيَ:{1: 2: 3: 4: 5: 6} لأنّها تتغيّرُ من محاولةٍ إلى أخرى (فهي ليست شيئاً ثابتاً)، وهذا التّغيّرُ يكونُ عشوائيّاً لأنّهُ يخضعُ في تغيّرِهِ لعواملِ العشوائيّةِ أو المصادفةِ البحتة؛ إذ لا يستطيعُ أحدٌ أن يحدّدَ نتيجةَ الرّميةِ مسبقاً.

كذلك دَخْلُ دولةٍ ما هوَ إلّا متغيّرٌ عشـــوائيّ؛ لأنّهُ يتغيّرُ من ســـنةٍ لأخرى طبقاً لعواملَ كثيرةٍ لا يمكنُ التّحكّمُ بها مثلَ الطّلبِ على الصّـــادراتِ، وقيمةِ العملةِ، وإمكانيّةِ وجودِ بدائلَ لصادراتها، وبالتّالي يمكنُ تعريفُ المتغيّرِ العشوائيّ.

المتغيّرُ العشوائيُّ (Random Variable): هوَ مقدارٌ متغيّرٌ يأخذُ قيماً (عدديّةً) مختلفةً تمثّلُ النّتائجَ العدديّةَ لظاهرةٍ معيّنةٍ أو لتجربةٍ عشـــوائيّة. ويجبُ أن يكونَ المتغيّرُ العشوائيُّ قابلاً للقياس، وهناكَ نوعانِ منَ المتغيّراتِ العشوائيّةِ وهيَ:

1) المتغيّراتُ العشوائيّةُ المنفصلةُ (Discrete Random Variable)
2) المتغيّراتُ العشوائيّةُ المتّصلةُ (Continuous Random Variable)

1-4- المتغيّراتُ العشـــوائيّةُ المنفصـــلةُ (Discrete Random Variables)

يكونُ المتغيّرُ العشوائيُّ (X) متغيّراً عشوائيّاً منفصلاً إذا كانت مجموعةُ القيمِ التّي يأخذها مجموعةً منفصلةً (أو قابلةً للعدّ)، مثلَ عددِ أفرادِ الأسرة، وعددِ السّياراتِ، (نتيجةِ حجرِ النّردِ) نجدُ أنّ المتغيّرَ يأخذُ ستَّ قيمٍ فقط وهيَ: 1, 2 , 3 , 4 , 5 , 6. وفي مثالِ قطعةِ النّقودِ نجدُ أنَّ المتغيّرَ يأخذُ ثلاثَ قيمٍ فقط هيَ 0 , 1 ,2 أي إنّهُ يمكنُ حسابُ احتمالِ أن يأخذَ المتغيّرُ العشوائيُّ المتقطّعُ أيَّ قيمة.

التّوزيعُ الاحتماليُّ (Probability Distribution)

التّوزيعُ الاحتماليُّ: هوَ مجموعةُ كلِّ القيمِ الممكنةِ للمتغيّرِ العشوائيِّ واحتمالاتها المناظرةِ لها.

أي هوَ الشّـــكلُ الذّي تأخذهُ مجموعةُ البياناتِ التّي يمثّلها المتغيّرُ العشـــوائيُّ واحتمالاتُ أن يأخذَ المتغيّرُ العشـــوائيُّ القيمَ المختلفةَ أو يقعَ في مجالاتٍ مختلفةٍ لهذهِ القيم.

ويرتبطُ التّوزيعُ الإحصـــائيُّ عادةً بنوعينِ منَ البياناتِ المتّصـــلةِ والمنفصـــلةِ؛ أي التّوزيعاتُ المنفصـــلةُ تناســـبُ مقاييسَ البياناتِ الاســـميّةِ والرّتبيّةِ. هناكَ بعضُ المقاييسِ المنفصـــلةِ الثّنائيةِ التي يوجدُ لها قيمتان فقط (نجاحٌ أو فشـــل)، وهذهِ لا تُسمّى توزيعاتٍ طبيعيةً وإنّما تُسمّى توزيعاتٍ ثنائيّةً (توزيعُ ذي الحدَّين).

أمّا التّوزيعاتُ الإحصـــائيّةُ المتّصـــلةُ فهيَ ذاتُ أهميّةٍ كبيرةٍ في العلومِ الإحصـــائيّةِ وذلكَ لأنَّ أغلبَ الاختباراتِ الإحصائيّةِ تتعاملُ معَ هذا النّوعِ منَ البيانات.

قد يأخذُ التّوزيعُ الاحتماليُّ شكلَ جدولٍ أو دالّةٍ رياضيّةٍ أو معادلةٍ يبيّنُ كيفَ تتوزّعُ الاحتمالاتُ (والتي مجموعها الواحدُ الصّـــحيح) على قيمِ المتغيّرِ المختلفةِ؛ أي إنَّ التّوزيعَ الاحتماليَّ والذّي يُسمّى أيضـاً دالّةَ الاحتمالِ (Probability Function) هوَ التّوزيعُ أو الدالّةُ التي تعطي احتمالات أن يأخذَ المتغيّرُ العشوائيُّ القيمَ المختلفةَ له.

وهناكَ مجموعتانِ منَ التّوزيعاتِ الاحتماليّةِ:

- **الأولى: التّوزيعاتُ الاحتماليّةُ المنفصـــلةُ (Discrete Probability Distributions)**
- **الثّانية: التّوزيعاتُ الاحتماليّةُ المتّصلةُ (Continuous Probability Distributions)**

سوفَ يَتِمُّ دراسةُ كلِّ نوعٍ منَ المتغيّراتِ وفقاً للنّقاطِ الآتية:

- مفهومُ المتغيّراتِ العشوائيّةِ المنفصلةِ.

- التّوزيعُ الاحتماليُّ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصلِ.
- شروطُ دالّةِ الكثافةِ الاحتماليّةِ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصلِ.
- التّمثيلُ البيانيُّ لدالّةِ الكثافةِ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصلِ.
- دالّةُ التّوزيعِ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصلِ (الدّالةُ التّراكميّة).
- الوسطُ الحسابيُّ والتّباينُ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصلِ.

1-5- التّوزيعاتُ الاحتماليّةُ المنفصلةُ (Discrete Probability Distributions)

التّوزيعُ الاحتماليُّ المنفصلُ هوَ عبارةٌ عن دالّةٍ تبيّنُ احتمالاتِ حدوثِ القيمِ التي يمكنُ أن يأخذها المتغيّرُ العشوائيُّ المنفصل.

هذهِ الدّالةُ يُعبَّرُ عنها بجدول (جدولُ التّوزيعِ الاحتماليِّ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصل) يتكوّنُ من عمودين: الأوّلُ يبيّنُ القيمَ المختلفةَ للمتغيّر، والعمودُ الثّاني يبيّنُ احتمالاتِ أنَّ المتغيّرَ العشوائيَّ يأخذُ هذهِ القيم.

جدولُ التّوزيعِ الاحتماليِّ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصل:

إذا كانَ المتغيّرُ العشوائيُّ المنفصلُ (X) يأخذُ القيمَ، $X:\{x=x_1,x_2,x_3,\dots x_n\}$، وكانَ $P(X=x_1)=f(x_1)$ هوَ احتمالُ أن يأخذَ المتغيّرُ العشوائيُّ القيمةَ (x_i)؛ فإنّه يمكنُ تكوينُ جدولِ التّوزيعِ الاحتماليِّ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصلِ (X)، وهوَ جدولٌ مكوّنٌ من عمودين، العمودُ الأوّلُ يضمُّ القيمَ المختلفةَ للمتغيّرِ $X:\{x=x_1,x_2,x_3,\dots x_n\}$، والعمودُ الثّاني يضمُّ احتمالاتِ أن يأخذَ المتغيّرُ العشوائيُّ هذهِ القيمَ؛ أي القيمُ الاحتماليّةُ لهذا المتغيّرِ $P(X=x_i)=f(x_i)$ كَمَا هوَ موضّحٌ بالجدولِ (1-1).

جدول (1-1): جدولُ التّوزيعِ الاحتماليِّ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصل.

x_i	$P(X = x_i)=f(x_i)$
x_1	$f(x_i)$
x_2	$f(x_i)$
…	…..
x_n	$f(x_i)$
	$\sum f(x_i)=1$

يُسمّى هذا الجدولُ جدولَ التّوزيعِ الاحتماليِّ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصل (X)، وتُسمّى الدّالّةُ $f(x_i)$ دالّةَ الاحتمالِ أو دالّةَ الكثافةِ الاحتماليّةِ (Probability Function) وهيَ الدّالةُ التي تعطي احتمالاتِ أن يأخذَ المتغيّرُ العشوائيُّ القيمَ المختلفةَ لهُ.

و يُرمزُ للمتغيّرِ العشوائيِّ بحرفٍ كبير، وللقيمِ التي يأخذها المتغيّرُ بحرفٍ صغير، و يتمُّ التّعبيرُ عن احتمالِ أن يأخذَ المتغيّرُ العشوائيُّ قيمةً معيّنةً كَمَا يلِي $P(X = x)$ وتُكتبُ $P(X=x)=f(x)$، تُسمّى الدّالةُ $f(x)$ دالّةُ الكثافةِ الاحتماليّة. مثلاً التّوزيعُ الاحتماليُّ لتجربةِ إلقاءِ حجرِ النّردِ يتمثّلُ بالجدولِ (1-2).

جدول (1-2): جدولُ التّوزيعِ الاحتماليِّ لتجربةِ إلقاءِ حجرِ النّرد.

X	**P(X = x)=f(x)**
1	**1/6**
2	**1/6**
3	**1/6**
4	**1/6**
5	**1/6**
6	**1/6**
	$\sum_{x=1}^{6} P(X = x) = 1$

1-5-1- شروطُ دالّةِ الكثافةِ الاحتماليّةِ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصلِ:

دالّةُ الكثافةِ الاحتماليّةِ يجبُ أن تحقّقَ شرطين اثنين:

1- جميعُ الاحتمالاتِ موجبةٌ (فأقلُّ قيمةٍ للاحتمالِ صـــفر وذلكَ عندما يكونُ الحدثُ مستحيلاً).

2- مجموعُ الاحتمالاتِ يساوي الواحدَ الصّحيح.

ويمكنُ صياغةُ الشّرطينِ السّابقينِ رياضيّاً كَمَا يأتي:

- $f(x) \geq 0$
- $\sum_x f(x) = 1$

مثال (1-1): في تجربةِ إلقاءِ حجرِ النّرد، إنَّ قيمةَ الوجهِ الذي يستقرُّ عليهِ المكعّبُ يتمثّلُ بمتغيّرٍ عشوائيٍّ منفصلٍ (X) لأنّهُ يأخذُ قيماً معدودةً، إذ إنَّ القيمَ التي يمكنُ أن يأخذها المتغيّرُ (X) (1، 2، 3، 4، 5، 6)، ولكلِّ قيمةٍ يأخذها احتمالُ تحقّقها وهوَ هُنا (1/6)، وتُكتبُ كَمَا يأتي:

$$P(X = 1) = f(1) = 1/6,\ P(X = 2) = f(2) = 1/6$$

ودالّةُ الكثافةِ الاحتماليّةِ للمتغيّر (X) تحقّقُ الشّرطينِ السّابقينِ وهما:

- الشّرطُ الأوّلُ: كلُّ الاحتمالاتِ موجبةٌ

$$f(1) = f(2) = f(3) = \dots f(6) = 1/6 \geq 0$$

- الشّرطُ الثّاني: مجموعُ الاحتمالاتِ يساوي (1)

$$\Sigma f(x) = 1/6 + 1/6 + \ + 1/6 = 6(1/6) = 1$$

كَمَا هوَ موضّحٌ بالجدولِ (1-3).

جدول (1-3): جدولُ التّوزيعِ الاحتماليِّ لتجربةِ إلقاءِ حجرِ النّرد.

نتائجُ التّجربة X	1	2	3	4	5	6
f(x)=P(X=x)	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

1-5-2- التّمثيلُ البيانيُّ لدالّةِ الكثافةِ الاحتماليّةِ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصلِ:

المتغيّرُ العشوائيُّ المنفصلُ لا يتمثّلُ بوساطةِ منحنى ولكن من خلالِ أعمدةٍ متوازيةٍ على محورِ X.

مثال (1-2): ليكنِ المتغيّرُ العشوائيُّ المنفصلُ (X) يمثّلُ عددَ مرّاتِ الحصولِ على صورةٍ في تجربةِ إلقاءِ قطعةٍ نقديّةٍ مرّتينِ متتاليتين.

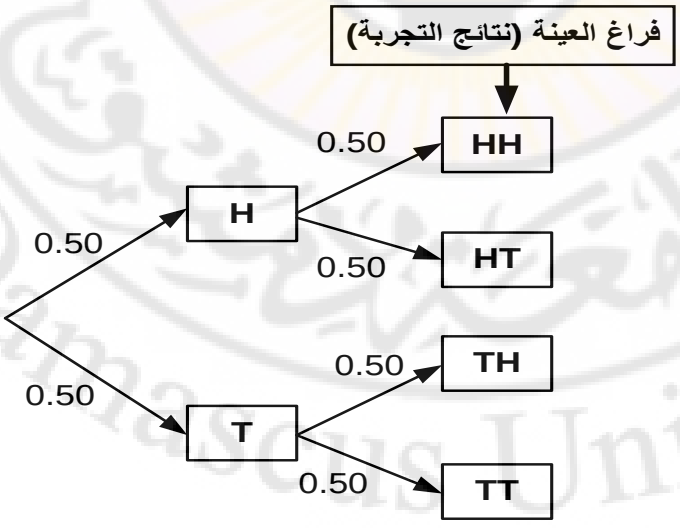
المطلوبُ:

- مثّل فراغَ العيّنةِ وجدولَ التّوزيعِ الاحتماليِّ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصل (X).
- مثّل بيانيّاً دالّةَ الكثافةِ الاحتماليّةِ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصل (X).

الحلُّ:

في هذهِ الحالةِ إنَّ القيمَ الممكنةَ للمتغيّرِ (X) هيَ 0، 1، 2، وفضاءَ العيّنة S=(HH,HT,TH,TT) كَمَا هوَ موضّحٌ بالشّكلِ (1-2).

$$P(0H)=\frac{1}{4} \quad P(1H)=\frac{1}{2} \quad P(2H)=\frac{1}{4}$$



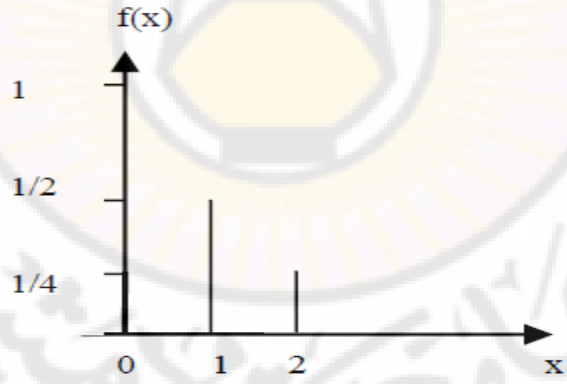
شكل (1-2): الرّسمُ الشّجريُّ وفراغُ العيّنةِ لتجربةِ إلقاءِ قطعةِ النّقودِ مرّتين.

وجدولُ التّوزيعِ الاحتماليِّ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصلِ (X) يتمثّلُ بالجدولِ (1-4).

جدول (1-4): جدولُ التّوزيعِ الاحتماليِّ لتجربةِ إلقاءِ قطعةٍ نقديةٍ مرّتين.

عددُ الصّورِ	X	الاحتمالُ P(X=x)=f(x)
TT	0	0.50×0.50=0.25
TH, HT	1	0.50×0.50+0.50×0.50=0.50
HH	2	0.50×0.50=0.25
		$\sum_{x=0}^{2} P(X=x)=1$

التّمثيلُ البيانيُّ لدالّةِ الكثافةِ الاحتماليّةِ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصل (X) موضّحٌ بالشّكلِ (1-3).



شكل (1-3): التّمثيلُ البيانيُّ لدالّةِ الكثافةِ الاحتماليّةِ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصل.

1-5-3- دالّةُ التّوزيعِ F(x) للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصلِ (الدّالّةُ التّراكميّة):

تُعرّفُ دالّةُ التّوزيعِ أوِ "الدّالّةُ التّجميعيّةُ" كَمَا يأتي: $F(x) = P(X \leq x)$

ويمكنُ استنتاجُ دالّةِ التّوزيعِ من دالّةِ الكثافةِ الاحتماليّةِ f(x) كَمَا يأتي:

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{u \leq x} f(u)$$

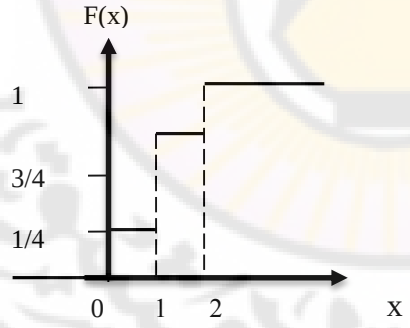
مثال (1-3): أوجدْ قيمَ دالّةِ التّوزيعِ F(x) أوِ الدّالّةِ التّراكميّةِ لمثالِ إلقاءِ قطعةِ النّقودِ مرّتينِ ومثّلها بيانيّاً.

الحلُّ: يعرضُ الجدولُ (1-5) القيمَ التي يأخذها المتغيّرُ العشوائيّ (X) الذي يمثّلُ عددَ الصّورِ و احتمالاتِ أنْ يأخذَ هذا المتغيّرُ تلكَ القيم، وقيمَ الدّالّةِ التّراكميّة F(X).

جدول (1-5): جدولُ قيمِ الدّالّةِ التّراكميّةِ لتجربةِ إلقاءِ قطعةٍ نقديّةٍ مرّتين.

X	f(x)	F(x)=P(X≤ x)
0	**1/4**	**1/4**
1	**1/2**	**3/4**
2	**1/4**	

أمّا التّمثيلُ البيانيُّ للدّالةِ التّراكميّةِ لتجربةِ إلقاءِ قطعةٍ نقديّةٍ مرّتينِ موضّحٌ بالشّكلِ (1-4).



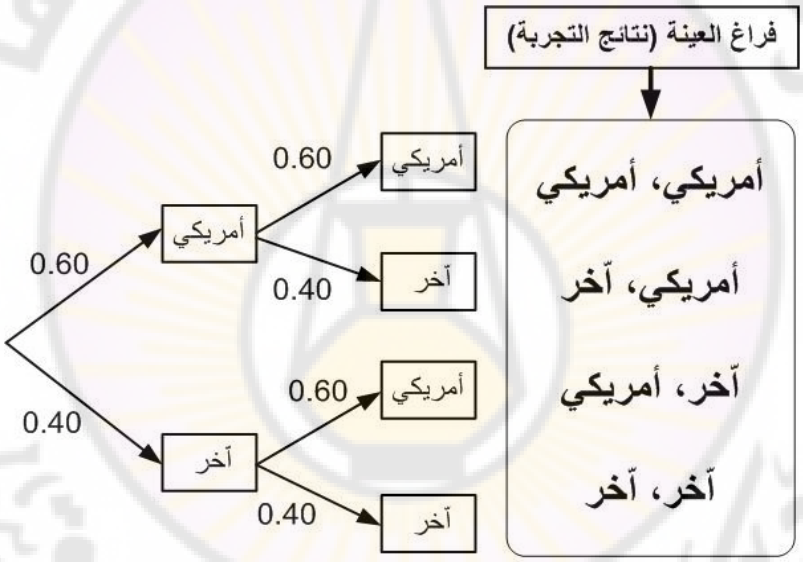
شكل (1-4): التمثيل البياني للدالة التراكمية لتجربة رمي عملة معدنية مرتين.

مثال (1-4): إذا كانتْ نسبةُ مبيعاتِ أحدِ المراكزِ التّجاريّةِ منَ التّفاحِ الأمريكيّ (0.60)، في حين نسبةُ مبيعاتهِ منَ الأنواعِ الأخرى للتّفاح (0.40)، اشترى أحدُ العملاءِ عبوتين. إذا كانَ المتغيّرُ العشوائيُّ المنفصلُ (X) يمثّلُ عددَ العبواتِ المشتراةِ منَ التّفاحِ الأمريكيّ، فأوجدِ الآتِي:

- كوّنْ فراغَ العيّنةِ.
- كوّنْ جدولَ التّوزيعِ الاحتماليِّ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصلِ (X).
- ارسمْ دالّةَ الاحتمالِ لهذا المتغيّرِ.

الحلُّ:

لتكوينِ فراغِ العيّنة: التّجربةُ هنا هيَ شراءُ وحدتينِ من عبواتِ التّفاح، ومن ثمَّ فراغُ العيّنةِ يتكوّنُ من أربعِ نتائجَ كَمَا يوضّحهُ الشّكل (1-5).



شكل (1-5): فراغُ العيّنةِ لتجربةِ شراءِ وحدتينِ من عبواتِ التّفاح.

من أجلِ تكوينِ جدولِ التّوزيعِ الاحتماليِّ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصلِ (X)، يتبيّنُ منَ المثال، أنَّ العميلَ اشترى عبوتين، وأنَّ المتغيّرَ العشوائيَّ المنفصلَ (X) يمثّلُ عددَ العبواتِ المشتراةِ منَ التّفاحِ الأمريكيّ؛ لِذا تكونُ القيمُ الممكنةُ للمتغيّرِ العشوائيِّ ممثّلةً بالجدولِ (1-6):

جدول (1−6): جدولُ التّوزيعِ الاحتماليِّ لتجربةِ شراءِ عبوتينِ تفاح.

(x_i) عددُ عبواتِ الأمريكيّ	$P(X=x_i)= f(x_i)$
2	0.6×0.6 = 0.36
1	0.4×0.6= 0.24
1	0.4×0.6= 0.24
0	0.4×0.4=0.16
المجموعُ	**1**

x=0: إذا كانتِ العبوتان منَ النّوعِ الآخر؛ أي إذا كانت نتيجةُ التّجربةِ(آخر، آخر).

x=1: إذا كانت إحدى العبوتان منَ النّوعِ الأمريكيّ؛ أي كانتِ النّتيجةُ(آخر, أمريكيّ) أو(أمريكيّ, آخر)

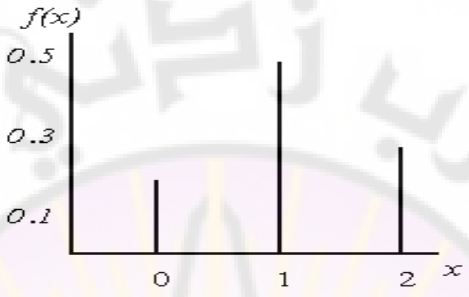
x=2: إذا كانتِ العبوتان منَ النّوعِ الأمريكيّ؛ أي إذا كانت نتيجةُ التّجربةِ (أمريكيّ, أمريكيّ).

ومن ثمَّ يأخذُ المتغيّرُ القيمَ: X:{x=0,1,2}، وترتبطُ احتمالاتُ هذهِ القيمِ باحتمالاتِ نتائجِ التّجربةِ المناظرةِ لها كَمَا هوَ مبيّنٌ أعلاهُ، ومن ثمَّ يكونُ جدولُ التّوزيعِ الاحتماليِّ لعددِ العبواتِ المشتراةِ منَ التّفاحِ الأمريكيِّ موضّحاً بالجدولِ (1−7).

جدول (1−7): جدولُ قيمِ دالّةِ الكثافةِ الاحتماليّةِ لتجربةِ شراءِ وحدتينِ من عبواتِ التّفاحِ.

(x_i) عددُ عبواتِ الأمريكيّ	$P(X=x_i)= f(x_i)$
0	0.4×0.4 = 0.16
1	0.4×0.6+0.6×0.4= 0.48
2	0.6×0.6=0.36
المجموعُ	**1**

التّمثيلُ البيانيُّ لدالّةِ الكثافةِ الاحتماليّة f(x) للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصلِ (X) موضّحٌ بالشّكلِ (1–6).



شكل (1–6): التّمثيلُ البيانيُّ لدالّةِ الكثافةِ الاحتماليّةِ لتجربةِ شراءِ وحدتينِ منَ عبوات التّفاح.

1–5–4– الوسطُ الحسابيُّ والتّباينُ للمتغيّرِ العشوائيِّ المنفصلِ:

يُرمَزُ للوسطِ الحسابيِّ للمتغيّرِ العشوائيِّ بالرّمزِ (μ)، ويُحسَبُ بتطبيقِ المعادلةِ الآتية:

$$\mu = \sum x_i f(x_i)$$

وأمّا التّباينُ فيُرمَزُ لهُ بالرّمزِ (σ^2)، فيُحسَبُ بتطبيقِ المعادلةِ الآتية:

$$\sigma^2 = \sum x_i^2 f(x_i) - \mu^2 = \sum (x_i - \mu)^2 f(x_i)$$

مثال (1–5): في المثالِ السّابقِ رقم (1–4) احسبْ الآتي:

- الوسطُ الحسابيُّ لعددِ العبواتِ المشتراةِ منَ النّوعِ الأمريكيّ.
- احسبِ الانحرافَ المعياريَّ لعددِ العبواتِ المشتراةِ منَ النّوعِ الأمريكيّ.

الحلُّ: الوسطُ الحسابيُّ لعددِ العبواتِ منَ النّوعِ الأمريكيّ:

لحسابِ الوسطِ الحسابيِّ والانحرافِ المعياريِّ يَتِمُّ باستخدامِ المعادلةِ الخاصّةِ بذلكَ وهذا يتطلّبُ تكوينَ جدولٍ يشملُ المجاميعَ الآتية: $\sum x_i f(x_i)$ و $\sum x_i^2 f(x_i)$ كَمَا يبيّنهُ الجدول (1–8):

جدول (1–8): الوسطُ الحسابيُّ والانحرافُ المعياريُّ لتجربةِ شراءِ وحدتينِ من عبواتِ التّفاح.

x_i	$f(x_i)$	$x_i f(x_i)$	$x_i^2 f(x_i)$
0	0.16	0	0
1	0.48	0.48	0.48
2	0.36	0.72	1.44
المجموعُ	**1**	**1.20**	**1.92**

إذاً الوسطُ الحسابيُّ هوَ: $\mu = \sum x_i\, f(x_i) = 1.20$

والتّباينُ يُحسَبُ كَمَا يلِي: $\sigma^2 = \sum x_i^2\, f(x_i) - \mu^2 = 1.92 - (1.20)^2 = 0.48$

إذاً الانحرافُ المعياريُّ قيمتهُ هيَ: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0.48} = 0.693$

أشهرُ التّوزيعاتِ الاحتماليّةِ المتقطّعةِ وأهمُّها:

1- **توزيعُ ذي الحدَّين (Binomial Distribution)**

2- **توزيعُ بواسون (Poisson Distribution)**

1-8- التّوزيعاتُ الاحتماليّةُ المتّصلةُ

(Continuous Probability Distributions):

- تعريفُ المتغيّرِ العشوائيِّ المستمرِّ.
- التّوزيعُ الاحتماليُّ للمتغيّرِ العشوائيِّ المستمرِّ.
- خصائصُ دالّةِ الكثافةِ الاحتماليّةِ للمتغيّرِ العشوائيِّ المستمرِّ.
- التّمثيلُ البيانيُّ لدالّةِ الكثافةِ الاحتماليّةِ للمتغيّرِ العشوائيِّ المستمرِّ.
- دالّةُ التّوزيعِ للمتغيّرِ العشوائيِّ المستمرِّ.
- دالّةُ التّوزيعِ للمتغيّرِ العشوائيِّ المتّصلِ (الدّالةُ التّراكميّة).
- الوسطُ الحسابيُّ والتّباينُ للمتغيّرِ العشوائيِّ المتّصلِ.

1-8-1- تعريفُ المتغيّرِ العشوائيِّ المتّصل

(Continuous Random Variable):

هوَ متغيّرٌ يأخذُ قيماً عدديّةً متّصلةً ولهُ عددٌ لا نهائيٌّ (غير معدود) منَ القيمِ الممكنةِ داخلَ مجالِ تغيّرِه، فإذا كانَ (X) متغيّرٌ عشوائيٌّ مستمرٌّ ويقعُ في المجالِ (a, b) أي إنَّ $\{X = x : a < x < b\}$ فإنَّ للمتغيّرِ X عدداً لا نهائياً منَ القيمِ تقعُ في المجالِ (a, b). وتكونُ وحداتُ قياسِ هذا المتغيّرِ مستمرّةً مثلَ الزّمنِ، الوزنِ، المسافةِ، الحجمِ، ...

أمثلةٌ:

- أطوالُ الطّلابِ بالجامعةِ تتراوحُ بينَ 200 – 150 سنتيمتر

$$\{X = x : 150 < x < 200\}$$

- دخلُ الفردِ السّنويِّ في دولةٍ ما بالدّولار $\{X = x : 2000 < x < 3500\}$
- كميّةُ الألبانِ التي تنتجها البقرةُ في اليومِ باللّتر

$$\{X = x : 10 < x < 40\}$$

- فترةُ صلاحيّةِ حفظِ الدّجاجِ المُبرَّدِ بالأيّام $\{X = x : 1 < x < 5\}$
- وزنُ الجسمِ بالكيلو غرامِ للأعمارِ من 20–30 سنة

$$\{X = x : 55 < x < 80\}$$

وفي المتغيّرِ المتّصلِ لا يمكنُ حسابُ احتمالِ أن يأخذَ المتغيّرُ قيمةً معيّنةً إذ إنَّ هذا الاحتمالَ دائماً **يساوي صفراً**؛ لأنَّ هناكَ عدداً لا نهائياً منَ القيمِ فكيفَ يمكنُ حسابُ احتمالِ أن يأخذَ المتغيّرُ إحدى هذهِ القيم؟ أي إن احتمالَ أن يكونَ طولُ الطّالبِ 162.35 سم هوَ 0 لأنَّ متغيّرَ الطّولِ يأخذُ قيماً لانهائيةً ما بينَ الحدِّ الأدنى والأعلى في المجالِ (150, 200).

والذي يمكنُ حسـابهُ في المتغيّرِ المتّصـلِ هوَ احتمالُ أن تتراوحَ قيمتهُ بينَ قيمتين، أو أن يكونَ أكبرَ من (أو أقلَّ من) قيمةٍ معيّنةٍ. فمثلاً يمكنُ أن نقولَ إنَّ احتمالَ أن يكونَ طولُ الطّالبِ أقلَّ من 180 سم أو يتراوحَ بينَ 170 و 190.

وتُحسَبُ الاحتمالاتُ للمتغيّرِ المتّصلِ باستخدامِ المساحاتِ تحتَ منحنى الدّالّةِ أو المتغيّرِ (مثل المنحى الطبيعي) وهوَ ما سوفَ نبيّنهُ لاحقاً.

1-8-2- التّوزيعُ الاحتماليُّ للمتغيّرِ العشوائيِّ المستمرِّ:

إنَّ التّوزيعاتِ الاحتماليّةَ المتّصلةَ لا يمكنُ أن تُوضعَ في جدولٍ ؛ وذلك لأنَّ المتغيّرَ يأخذُ عدداً لا نهائيّاً منَ القيمِ وبالتّالي لا يمكنُ حصرهُ، وإنّما يُعبَّرُ عنها دائماً بدوالَّ رياضيّةٍ أو برسمِ منحنياتِ هذهِ الدّوالِّ أوِ التّوزيعات.

ويُعبَّرُ عنِ الاحتمالاتِ بدلالّةِ المساحاتِ تحتَ هذهِ المنحنياتِ. وقد تمَّ حسابُ الاحتمالاتِ المختلفةِ لأهمِّ التّوزيعاتِ المتّصلةِ، وتمَّ وضعها في جداولَ إحصائيّةٍ تستخدم في أيِّ وقتٍ وفي أيِّ مكانٍ؛ إذ توفّرُ الوقتَ في حسابِ هذهِ الاحتمالاتِ، ويمكنُ الكشفُ في هذهِ الجداولِ في ثوانٍ معدودةٍ والحصولُ على الاحتمالِ المطلوبِ.

1-8-3- خصائصُ دالّةِ الكثافةِ الاحتماليّةِ للمتغيّرِ العشوائيِّ المستمرِّ:

دالّةُ الكثافةِ الاحتماليّةِ للمتغيّرِ العشوائيِّ المستمرِّ يجبُ أن تحقّقَ شرطانِ اثنان:

1- جميعُ الاحتمالاتِ موجبةٌ؛ أي إنَّ منحنى دالّةِ الكثافةِ لا يمكنُ أن ينزلَ أسفلَ المحورِ الأفقيّ.

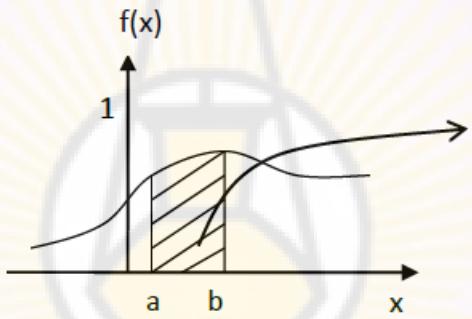
2- المساحةُ الإجماليّةُ بينَ المنحنى والمحورِ الأفقيِّ تساوي الواحد، ويمكنُ صياغةُ الشّرطينِ السّابقينِ رياضيّاً كَمَا يأتي:

- $f(x) \geq 0$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$

هذهِ الخصـائصُ تفيدنا في حسـابِ احتمالاتِ بعضِ المجالاتِ من خلالِ احتمالاتِ مجالاتٍ أخرى.

1-8-4- التّمثيلُ البيانيُّ لدالّةِ الكثافةِ للمتغيّرِ العشوائيِّ المستمرِّ:

بِما أنَّ (X) تأخذُ عدداً لا متناهياً منَ القيمِ داخلَ أيِّ مجالٍ؛ فإنَّ احتمالَ قيمةٍ بعينها يُؤوَّلُ إلى الصـفر($P(X=x)\to 0$)؛ لذلكَ فإنَّ دالّةَ الكثافةِ تُسـتعمَلُ لحسابِ احتمالِ مجال، ويكونُ ذلكَ بحسابِ المساحةِ تحتَ منحنى f(x) بينَ حدودِ المجالِ $P(a<X<b)=\int_a^b f(x)dx$ كَمَا هوَ موضَّحٌ بالشّكلِ (1-7).



التمثيل البياني لدالة الكثافة للمتغيرالعشوائي المستمر

شكل (1-7): التّمثيلُ البيانيُّ لدالّةِ الكثافةِ الاحتماليّةِ للمتغيّرِ العشوائيِّ المستمرِّ.

لاحظ أنَّ إشارةَ التّكاملِ هُنا تقابلُ إشارةَ المجموعِ في حالةِ المتغيّرِ العشوائيِّ المتقطّع.

1-8-5- دالّةُ التّوزيعِ F(x) للمتغيّرِ العشوائيِّ المستمرِّ:

تُعرَّفُ دالّةُ التّوزيعِ أو الدّالّةُ التّراكميّةُ للمتغيّرِ العشوائيِّ المستمرِّ كَمَا يأتي:

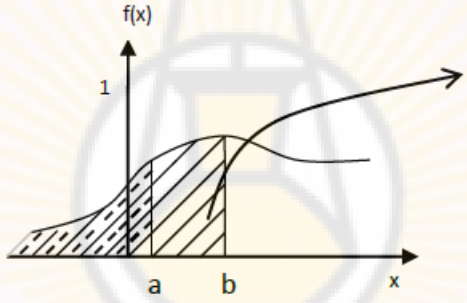
$$F(x)=P(X\le x)=\int_{-\infty}^{x} f(x)dx$$

لدالّةِ التّوزيعِ أهميّةٌ أكبرُ بالنّسبةِ للمتغيّرِ المستمر؛ وذلكَ بسببِ أنّنا نهتمُّ في حالةِ المتغيّرِ المستمر، باحتمالِ مجالٍ وليسَ باحتمالِ نقطة، ولحسابِ احتمالِ مجالٍ فإنّهُ منَ الأيسرِ التّعويضُ في دالّةِ التّوزيعِ بدلاً من حسابِ التّكاملِ في كلِّ مرّة، لذلكَ يمكنُ الاعتمادُ على القاعدةِ الآتيةِ:

بفرضِ a, b نقطتانِ من مجالِ تعريفِ (X)، بحيثُ b > a. لحسابِ احتمالِ أن تكونَ (X) تنتمي إلى المجالِ]a, b[:

$$P(a < X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a) = F(b) - F(a)$$

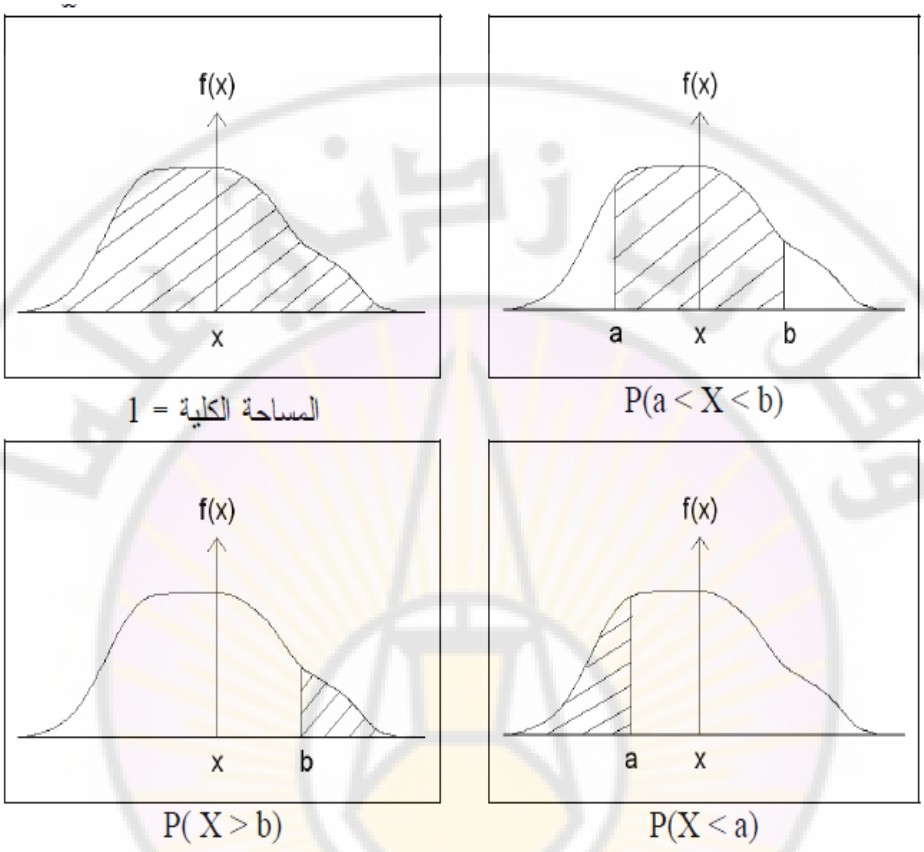
هذهِ العلاقةُ يوضّحها الشّكلُ (1-8).



حساب الاحتمال من خلال دالة التوزيع

شكل (1-8): التّمثيلُ البيانيُّ لاحتمالِ أن يقعَ المتغيّرُ في مجال.

الشّكل (1-9) يبيّنُ طرائقَ حسابِ الاحتمالاتِ التي يأخذها المتغيّرُ العشوائيُّ المتّصل (X).



شكل (1–9): التّمثيلُ البيانيُّ لطرائقِ حسابِ الاحتمالاتِ التي يأخذها المتغيّرُ العشوائيّ.

1–8–6– الوسطُ الحسابيُّ والتّباينُ للمتغيّرِ العشوائيِّ المتّصل:

إذا كانت f(x) تمثّلُ دالّةَ الكثافةِ الاحتماليّةِ للمتغيّرِ العشوائيِّ المتّصلِ (X) الذي يقعُ في المجالِ (a<x<b).

- **الوسطُ الحسابيُّ** لتوزيعِ المتغيّرِ العشوائيِّ المتّصلِ (X) يُحسَبُ بالمعادلةِ:

$$\mu = \int_a^b xf(x)dx$$

⊂ **التّبايُنُ** لتوزيعِ المتغيّرِ العشوائيِّ المتّصلِ X يُحسَبُ بالمعادلةِ:

$$\sigma^2 = \int_a^b x^2 f(x)dx - \mu^2$$

أهمُّ التّوزيعاتِ الاحتماليّةِ المتّصلةِ التي تُستخدَمُ فيها الجداولُ الإحصائيّةُ الجاهزةُ لحسابِ الاحتمالاتِ المختلفةِ هيَ:

- التّوزيعُ الطّبيعيُّ (Normal Distribution)
- التّوزيعُ الطّبيعيُّ المعياريُّ أو توزيعُ Z (Standard Normal Distribution)
- توزيعُ " ت " (t – Distribution)
- توزيعُ " مربع كاي " (X^2 – Distribution)
- توزيعُ فيشر " ف " (F – Distribution)

في هذا الفصلِ سوفَ يتمُّ دراسةُ التّوزيعِ الطّبيعيِّ والطّبيعيِّ المعياريِّ بشيءٍ منَ التّفصيلِ، أمّا توزيعُ t وF و X^2 فسوفَ يُدرسُ في الفصولِ اللّاحقة.

1-9- التّوزيعُ الطّبيعيُّ للمتغيّرِ العشوائيِّ المستمرِّ (Normal Distribution):

يُعدُّ التّوزيعُ الطّبيعيُّ للمتغيّراتِ العشوائيّةِ المستمرّةِ من أهمِّ التّوزيعاتِ الاحتماليّةِ في علمِ الإحصاءِ؛ لأنّهُ يصفُ كثيراً منَ الظّواهرِ التي تقابلنا في الحياةِ العمليّةِ مثلَ الأطوالِ والأوزانِ والأعمارِ ودرجاتِ الحرارةِ والدّخولِ الشّهريّة ... وغيرها منَ الظّواهرِ المتّصلة.

يُعدُّ هذا التّوزيعُ أحدَ الأعمدةِ الأساسيّةِ لعلمِ الإحصاءِ وذلكَ لأسبابٍ عدّة منها:

1- لهُ تطبيقاتٌ كثيرةٌ ومتنوّعةٌ كتوزيعٍ احتماليٍّ لكثيرٍ منَ الظّواهرِ الطّبيعيّةِ مثلَ الذّكاءِ، و أطوالِ الأشخاصِ وأوزانهم، والظّواهرِ الطّبيعيّة (أو غيرِ الطّبيعيّة) الأخرى.

2- يُعدُّ التّوزيعُ الطّبيعيُّ حجرَ الزّاويةِ في الاستدلالِ الإحصائيِّ ولاعتمادِ كثيرٍ منَ الاختباراتِ الإحصائيّةِ والاستدلالِ الإحصائيِّ عليهِ.

3- كثيرٌ منَ التّوزيعاتِ المهمّةِ - مثل توزيعاتِ t، X^2، F تُشتَقُّ منَ التّوزيعِ الطّبيعيّ.

1-9-1- معالمُ التّوزيعِ الطّبيعيّ:

يعتمدُ التّوزيعُ الطّبيعيُّ على مَعلَمتَينِ هُما:

1- **المُتوسّطُ (Mean= μ) :** يحدّدُ موضعَ التّوزيعِ (موضعَ تركُّزِ قيمِ التّوزيعِ على خطِّ الأعداد).

2- **التبايُنُ ($Variance= \sigma^2$):** وهوَ يقيسُ مدى تباعدِ أو تقاربِ (تشتُّت) قيمِ التّوزيعِ حولَ المُتوسّط؛ فكلّما كانت قيمةُ التّباينِ كبيرةً، كانت قيمُ التّوزيعِ متباعدةً عنِ المُتوسّطِ، والعكسُ بالعكس.

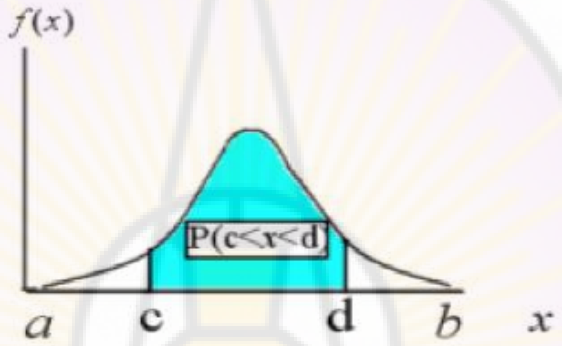
1-9-2- دالّةُ الكثافةِ الاحتماليّةِ للتّوزيعِ الطّبيعيّ (Probability Density Function):

إذا كانَ X متغيّراً عشوائيّاً متّصلاً يتبعُ التّوزيعَ الطّبيعيَّ بمُتوسّط (μ) وانحرافٍ معياريٍّ (σ) فإنَّ دالّةَ كثافةِ الاحتمالِ للمتغيّرِ العشوائيّ (X) تُعطى بالعلاقةِ:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad , \quad -\infty \leq x \leq +\infty$$

عندئذٍ يُقالُ إنَّ المتغيّرَ (X) يتبعُ توزيعاً طبيعيّاً مُتوسّطهُ (μ) وتباينهُ (σ^2). وتُكتَبُ اختصاراً $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

من أجلِ حسابِ احتمالِ أنَّ المتغيّرَ العشوائيَّ (X) يقعُ في المجالِ (c, d) أي إنَّ حسابَ $P(c \leq X \leq d)$ هذا يتطلّبُ حسابَ المساحةِ أسفلَ المنحني من (x=c)حتّى (x=d) كَمَا هوَ مبيّنٌ بالشّكلِ (1−10).



شكل (1−10): التّمثيلُ البيانيُّ لحسابِ احتمالِ المتغيّر يقع $c \leq X \leq d$.

$$p(c \leq X \leq d) = \int_{x-c}^{x=d} f(x)dx$$

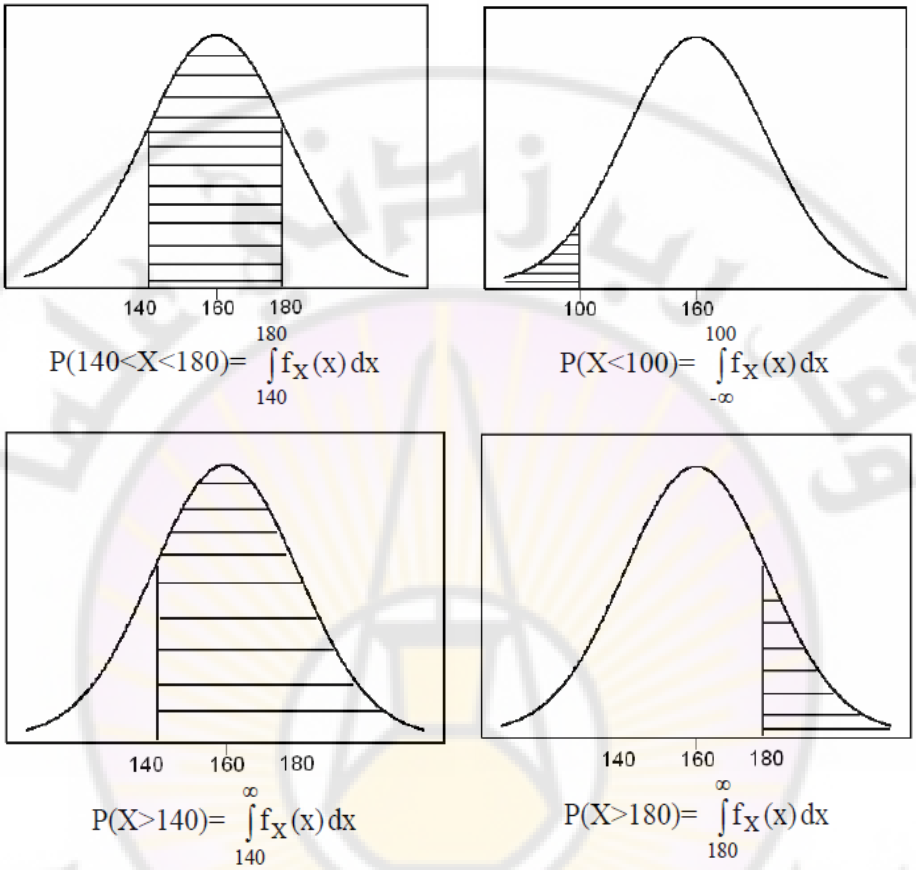
مع العلمِ أنّهُ دائماً في المتغيّراتِ المستمرّةِ يكونُ الاحتمالُ $P(X = value) = 0$ مساوياً أو ينتهي إلى الصّفر دائماً.

مثال (1−6): إذا كانَ (X) متغيراً عشوائيّاً مستمرّاً يمثّلُ طولَ الشّخصِ في مجتمعٍ ما، ويتوزّعُ تقريباً وفقَ التّوزيعِ الطّبيعيِّ بمُتوسّط (μ=160) سم، وانحرافٍ معياريٍّ (σ=5) سم.

المطلوبُ: مثّلِ الاحتمالاتِ التّاليةَ بمساحاتٍ تحتَ منحني التّوزيعِ الطّبيعيّ:

P(X<100), P(140<X<180), P(X>180), P(X>140)

الحلُّ: الشّكلُ (1−11) يمثّلُ الاحتمالاتِ السّابقة.



شكل (1-11): التّمثيلُ البيانيُّ لحسابِ الاحتمالاتِ التي يأخذها المتغيّرُ العشوائيُّ المستمر.

1-9-3- خصائصُ التّوزيعِ الطّبيعيّ:

يتميّزُ التّوزيعُ الطّبيعيُّ بالخصائصِ الآتيةِ:

1- مقاييسُ النّزعةِ المركزيّةِ الثّلاثةِ (الوسطُ الحسابيُّ والوسيطُ والمنوالُ) متساويةٌ وتلتقي في نقطةٍ واحدةٍ (في منتصفِ التّوزيعِ μ).

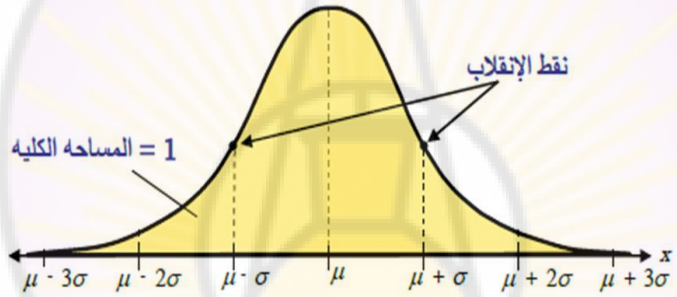
2- المنحنى لهُ نقطتا انقلابٍ عندَ $X=\mu \pm \sigma$

3- منحنى التّوزيعِ الطّبيعيِّ منحنى ناقوسيُّ الشّكل، ومتماثلٌ حولَ المُتوسّط؛ أي حولَ العمودِ الذي يمرُّ بقمّتهِ أي عندَ $(X=\mu)$ لذلكَ فإنَّ هذا العمودَ

يجزّئُ المنحنى الطّبيعيَّ القياســـيَّ إلى قســـمينِ متماثلينِ في الشّـــكلِ والمساحة.

4- طرفا التّوزيعِ تمتدُّ من (∞-) إلى (∞+).

5- المســاحةُ الكلّيّةُ تحتَ منحنى التّوزيعِ الطّبيعيِّ تســاوي الواحدَ الصّــحيح، وهذهِ المســاحةُ تعبّرُ عن مجموعِ الاحتمالاتِ كَمَا هوَ موضّــحٌ بالشّــكلِ (1-12).



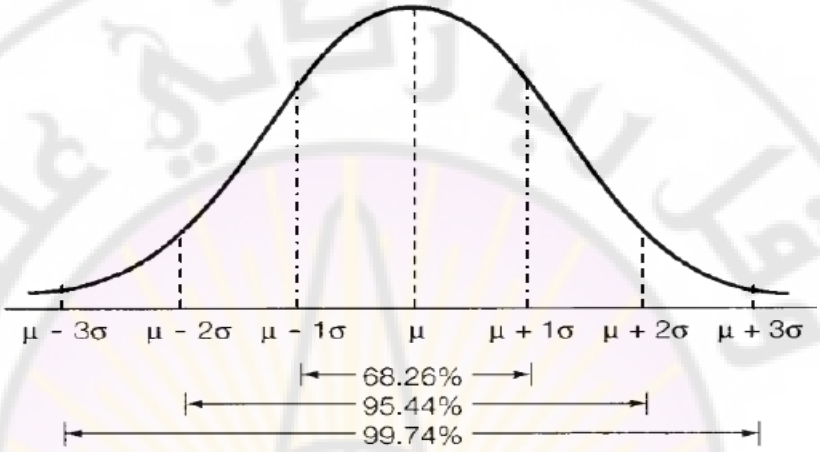
شكل (1-12): التّمثيلُ البيانيُّ للتّوزيعِ الطّبيعيّ.

1-9-4- المساحاتُ تحتَ المنحنى الطّبيعيّ:

بالنّسبةِ للتّوزيعاتِ المتّصلةِ فإنَّ المساحاتِ تحتَ منحنى التّوزيعِ أو الدّالّةِ تُســتخدَمُ للحصــولِ على الاحتمالاتِ المختلفة، وبالنّســبةِ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ فإنَّ المساحاتِ تحتَ المنحنى تكونُ كَمَا يأتي:

- 68.26 % من إجمالي المساحةِ تحتَ المنحنى محصورةً بينَ μ -σ , μ +σ.
- 95.44 % من إجمالي المساحةِ تحتَ المنحنى محصورةً بينَ μ -2σ , μ +2σ.
- 99.72 % من إجمالي المساحةِ تحتَ المنحنى محصورةً بينَ μ -3σ , μ +3σ.

المســاحةُ الكلّيّةُ تحتَ منحنى التّوزيع=1، والشّــكل (1–13) يوضّــحُ توزّعَ البياناتِ السّابقة.



شكل (1–12): شكل (1–13): التّمثيلُ البيانيُّ وتوزيعُ البياناتِ للتّوزيعِ الطّبيعي.

ويمكنُ التّعبيرُ عمّا سبقَ رمزيّاً كالآتي :

$$p (\mu - 1\sigma < x < \mu + 1 \sigma) = 0.6826$$
$$p (\mu - 2\sigma < x < \mu + 2 \sigma) = 0.9544$$
$$p (\mu - 3\sigma < x < \mu + 3 \sigma) = 0.99.74$$

وبِما أنَّ استخدامَ دالّةِ الكثافةِ الاحتماليّةِ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ السّابقةِ لحسابِ الاحتمالاتِ المختلفةِ تكتنفهُ صعوباتٌ رياضيّةٌ كثيرةٌ تعتمدُ على معرفةٍ تامّةٍ بعلمِ التّكاملِ، فإنّهُ لحُسْنِ الحظِّ يمكنُ تحويلُ أيِّ توزيعٍ طبيعيٍّ إلى توزيعٍ طبيعيٍّ معياريٍّ لهُ جداولٌ خاصّةٌ تُعرّفُ باسمِ جداولِ المساحاتِ تحتَ منحنى التّوزيعِ الطّبيعيِّ المعياريِّ أوِ الجداولِ الإحصائيّة.

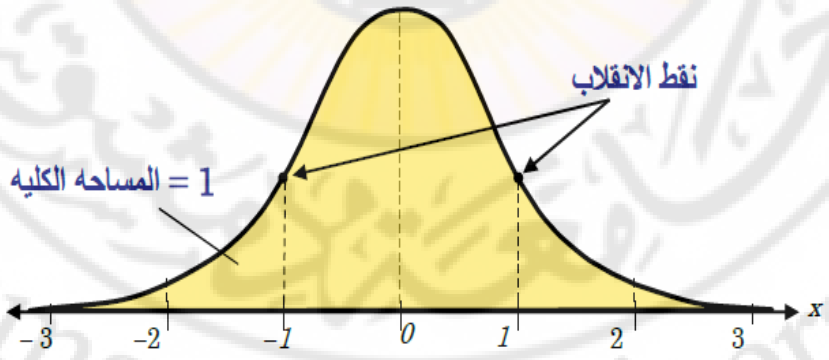
1-10- التّوزيعُ الطّبيعيُّ المعياريّ (Standard Normal Distribution):

- التّوزيعُ الطّبيعيُّ المعياريُّ هوَ توزيعٌ طبيعيٌّ مُتوسّطهُ ($\mu=0$) وتباينهُ ($\sigma^2=1$).
- يُرمَزُ للمتغيّرِ العشوائيِّ الذي يتوزّعُ طبيعيّاً معياريّاً بالرّمز (Z)، ويُكتَبُ $Z \sim N(0,\ 1)$
- أيُّ قيمةٍ من قيمِ المتغيّرِ الطّبيعيِّ (X) يمكنُ تحويلها إلى المتغيّرِ Z الذي يتبعُ التّوزيعَ الطّبيعيَّ القياسيَّ باستخدامِ التّحويلة: $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ ويمكنُ رسمُ المنحنى الاحتماليِّ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ القياسيِّ باستخدامِ المعادلةِ:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}, \quad -\infty \le z \le +\infty$$

1-10-1- المنحنى الاحتماليُّ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ القياسيّ:

الشّكلُ (1-14) يوضّحُ المنحنى الاحتماليَّ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ القياسيّ.



شكل (1-14): التّمثيلُ البيانيُّ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ المعياريّ.

وبالنّسبةِ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ المعياريِّ فإنَّ المساحاتِ تحتَ المنحنى تكونُ كَمَا يأتي:

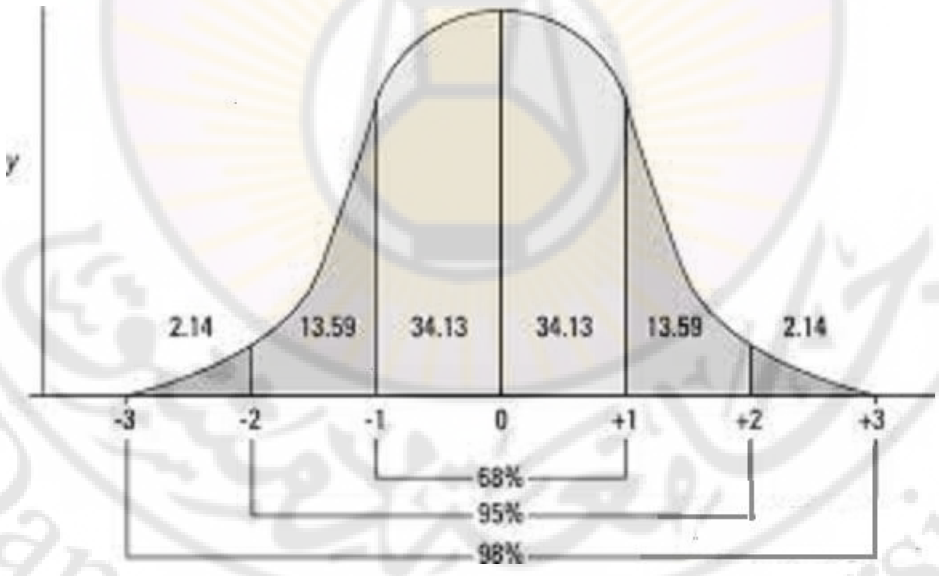
- 68.26 % من إجمالي المساحةِ تحتَ المنحنى محصورةً بينَ 1- ,1+
- 95.44 % من إجمالي المساحةِ تحتَ المنحنى محصورةً بينَ 2- ,2+
- 99.72 % من إجمالي المساحةِ تحتَ المنحنى محصورةً بينَ 3 - , 3 +

هذا ويمكنُ التّعبيرُ عمّا سبقَ بالشّكلِ (1-15) ويمكنُ التّعبيرُ عنهُ رمزيّاً كالآتي:

$$P(-1 < Z < 1) = 0.6826$$

$$P(-2 < Z < 2) = 0.9544$$

$$P((-3 < Z < 3) = 0.9974$$

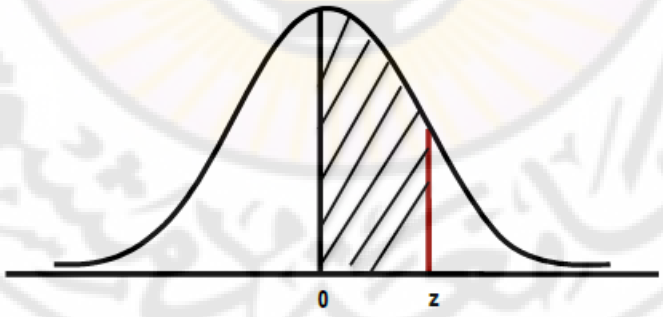


شكل (1-15): التّمثيلُ البيانيُّ وتوزيعُ البياناتِ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ المعياري.

ويمكنُ حسابُ احتمالِ وقوعِ (Z) في أيِّ فترةٍ تريدها؛ وذلكَ بإيجادِ قيمةِ تكاملِ دالّةِ الكثافةِ الاحتماليّةِ في هذهِ الفترةِ؛ أي بإيجادِ المساحةِ المحصورةِ تحتَ منحنى هذهِ الدّالةِ داخلَ هذهِ الفترة.

ولأنَّ متوسّطَ التّوزيعِ الطّبيعيِّ القياسيِّ دائماً يساوي صفراً، وتباينهُ يساوى واحداً، فقد تمكّنَ الإحصائيّونَ من حسابِ المساحاتِ (أو الاحتمالاتِ) تحتَ المنحنى الطّبيعيِّ المعياريِّ والتي تقابلُ (Z) ووضعها في جدولٍ يعطي احتمالاتِ وقوعِ المتغيّرِ (Z) في فترةٍ معيّنةٍ. ونلاحظُ أنَّ الجدولَ يعطي قيمَ (Z) الموجبةَ حيثُ هيَ نفسها إذا كانت (Z) بالسّالبِ وذلك لتماثلِ المنحنى.

فمثلاً يمكنُ بوساطةِ الجدولِ حسابُ الاحتمالِ $P(1\leq Z\leq 2)$. والجدولُ يعطي احتمالَ وقوعِ (Z) بينَ الصّفر وأيِّ قيمةٍ موجبةٍ لـ Z؛ أي يعطي $P(0\leq Z\leq z)$ وهيَ المساحةُ المظلّلةُ في الشّكلِ (1-16):



شكل (1-16): التّمثيلُ البيانيُّ لطريقةِ حسابِ احتمالٍ معيّنٍ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ المعياريّ.

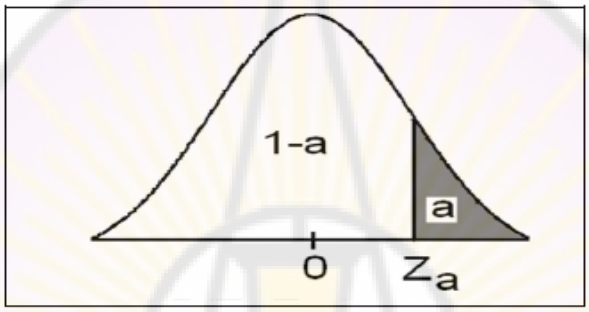
ملاحظاتٌ:

- $P(-\infty\leq Z\leq+\infty)=1$
- $P(Z\leq 0)=P(Z\geq 0)=0.5$

1-10-2- القيمُ الجدوليّةُ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ المعياريّ

(Z - Tabulated Value):

نرمزُ لقيمةِ المتغيّرِ العشوائيِّ (Z) الذي يتوزّعُ وفقَ التّوزيعِ الطّبيعيِّ المعياريِّ والتي يليها (على يمينها) مساحةٌ مقدارها (a) ويسبقها (على يسارها) مساحةٌ مقدارها (1-a) بالرّمزِ (Z_a)، والشّكلِ (1-17) يوضّحُ هذا التّرميز.



شكل (1-17): التّمثيلُ البيانيُّ للقيمِ الجدوليّةِ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ المعياريّ.

بسببِ تماثلِ منحنى التّوزيعِ الطّبيعيِّ المعياريِّ حولَ الصّفر فإنَّ: $Z_a = -Z_{1-a}$

كيفيّةُ استخدامِ جدولِ توزيعِ الاحتمالاتِ المتجمّعةِ للمتغيّرِ العشوائيّ Z

مثال (1-7): أوجدِ احتمالَ أنَّ Z أقلَّ من (Z<1.64)

الحلُّ: الجدولُ (1-11) جزءٌ منَ الجدولِ الإحصائيِّ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ المعياريّ.

جدول (1-9): كيفيّةُ استخراجِ القيمِ الجدوليّةِ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ المعياريّ.

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05
1.6					0.9495	

إنَّ الاحتمالَ المناظرَ للقيمةِ (1.64) يوجدُ أمامَ الصّفِّ (1.6) وتحتَ العمودِ (0.04) (لاحظ أنَّ 1.6 + 0.04 = 1.64) وهيَ قيمةُ Z. المطلوبُ إيجادُ الاحتمالِ المتجمّعِ عندها، وهذا الاحتمالُ هوَ (0.9495)، أي إنَّ P(Z<1.64)=0.9495 وهذا هوَ الاحتمالُ المتجمّعُ للمتغيّرِ Z من (−∞) إلى (1.64).

وتُوجَدُ جداولُ إحصائيّةٌ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ المعياريِّ لقيمِ (Z) الموجبةِ وجداولُ أخرى لقيمِ (Z) السّالبةِ.

الجدولُ (1−10) يعرضُ أهمَّ حالاتِ استخراجِ قيمِ (Z) الجدوليّةِ في حالاتٍ مختلفةٍ معَ أمثلة:

قواعدُ وأمثلةٌ لحسابِ قيمِ (Z) الجدوليّةِ في حالاتٍ مختلفةٍ:

جدول (1−10): قواعدُ وأمثلةٌ لحسابِ احتمالاتِ التّوزيعِ الطّبيعيِّ المعياريّ.

	القاعدةُ	مثال
1−	$P(-\infty \le Z \le +\infty) = 1$	
2−	$P(Z \le 0) = P(Z \ge 0) = 0.5$	
3−	$P(Z < 0) = \Phi(0) = 0.5$	$P(Z > 0) = 1 - \Phi(0) = 1 - 0.5 = 0.5$
4−	$P(Z < a) = \Phi(a)$	$P(Z < 1.5) = \Phi(1.5) = 0.9332$
5−	$P(Z < -a) = \Phi(-a)$	$P(Z < -1.2) = \Phi(-1.2) = 0.1151$
6−	$P(a < Z < b) = \Phi(b) - \Phi(a)$	$P(1 < Z < 2.4) = \Phi(2.4) - \Phi(1) = 0.9918 - 0.8413$
7−	$P(Z > a) = 1 - \Phi(a)$	$P(Z > 0.8) = 1 - \Phi(0.8) = 1 - 0.7881 = 0.2119$
8−	$P(Z > -a) = 1 - \Phi(-a)$	$P(Z > -0.8) = 1 - \Phi(-0.8) = 1 - 0.2119 = 0.788$

مثال (1–8): إذا كانَ Z متغيراً عشوائياً متّصلاً يتبعُ التّوزيعَ الطّبيعيَّ القياسيَّ فأوجد الآتي:

- $P(Z \leq 1.54)$
- $P(-1.8 \leq Z \leq 0)$
- $P1 \leq Z \leq 2)$

الحلُّ:

$$P(Z \leq 1.54) = 0.9382$$

$$P(-1.8 \leq Z \leq 0) = \Phi(0) - \Phi(-1.8) = 0.5 - 0.359 = 0.4641$$

$$P(1 \leq Z \leq 2) = \Phi(2) - \Phi(1) = 0.9772 - 0.8413 = 0.1359$$

1–10–3– حسابُ الاحتمالاتِ في حالةِ التّوزيعِ الطّبيعيِّ العاديّ:

إذا كانَ المتغيّرُ (X) يتبعُ توزيعاً طبيعيّاً مُتوسّطهُ (μ) وتباينهُ (σ^2) وأردنا حسابَ أيِّ احتمالٍ حولَ المتغيّرِ (X)؛ فإنّنا نحوّلهُ أوّلاً إلى متغيّرٍ يتبعُ التّوزيعَ الطّبيعيَّ القياسيَّ بوساطةِ التّحويلة $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$

فيصبحُ توزيعاً طبيعيّاً معياريّاً $Z \sim N(0, 1)$

وهكذا يمكنُ حسابُ الاحتمالِ $P(a < X < b)$ بتحويلهِ للتّوزيعِ المعياريِّ أوّلاً كَمَا يأتي:

$$P(a \leq X \leq b) = P\left(\frac{a-\mu}{\sigma} \leq \frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{b-\mu}{\sigma}\right)$$

$$= P\left(\frac{a-\mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{b-\mu}{\sigma}\right)$$

وهذا الاحتمالُ الأخيرُ يمكنُ الحصولُ عليهِ من جدولِ التّوزيعِ الطّبيعيِّ القياسيّ.

مثال (1–9): إذا كانت أطوالُ مجموعةٍ منَ النّباتاتِ تتبعُ توزيعاً طبيعيّاً مُتوسّطهُ 168 سم، و انحرافهُ المعياريّ 6 سم. أخذنا عشوائيّاً إحدى النّباتات. ما هوَ احتمالُ أن يكونَ طولها:

1) أقلُّ من 159 سم؟

2) أكبرُ من 180 سم؟

3) واقعاً في الفترةِ (174، 165)؟

الحلُّ:

1) **أقلُّ من 159 سم:** إذا جعلنا المتغيّرَ المتّصلَ (X) يرمزُ لأطوالِ النّباتات, فإنَّ (X) يكونُ متغيّراً عشوائيّاً يتبعُ توزيعاً طبيعيّاً مُتوسّطهُ 168 سم، وانحرافهُ المعياريُّ 6 سم.

$$P(X \leq 159) = P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{159-168}{6}\right) = P(Z \leq -1.5) = \Phi(-1.5)$$
$$= 0.0668$$

2) **أكبرُ من 180 سم:**

$$P(X \geq 180) = P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} \geq \frac{180-168}{6}\right) = P(Z \geq 2)$$
$$= 1 - \Phi(2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$$

3) **واقعاً في الفترةِ (174، 165):**

$$P(165 \leq X \leq 174) = P\left(\frac{165-168}{\sigma} \leq \frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{174-168}{\sigma}\right)$$
$$= P(-0.5 \leq Z \leq 1) = \Phi(1) - \Phi(-0.5)$$
$$= 0.841 - 0.308 = 0.532$$

وقل رب زدني علما
Damascus University

الفصلُ الثّاني

اختباراتُ الفروضِ الإحصائيّةِ

Testing Statistical Hypotheses

2-1- مقدّمة:

يُعدُّ موضوعُ اختباراتِ الفروضِ الإحصائيّةِ مِن أهمِّ الموضوعات فِي مجالِ اتّخاذِ القراراتِ، وهوَ مِن أهمِّ التّطبيقاتِ التّي قدّمها علمُ الإحصاءِ كحلٍّ للمشاكلِ العلميّةِ المختلفةِ بشتّى فروعِ العلومِ، فمثلاً نحتاجُ كثيراً فِي الحياةِ العمليّةِ إلى التّحقُّقِ منْ صحّةِ فرضٍ أو ادّعاءٍ ما، وقد يكونُ هذا التّحقُّقُ سهلاً ومؤكّداً مثلَ ادّعاءِ شخصٍ ما أنَّ السّماءَ تمطرُ بالخارجِ، وللتّحقُّقِ من صحّةِ هذا الادّعاءِ يكفي أن نذهبَ إلى الخارجِ المبنى ونتأكّدَ هلِ السّماءُ تمطرُ أم لا؟. وأحياناً يكونُ التّحقُّقُ من صحّةِ الادّعاءِ صعباً مثلَ ادّعاءِ شخصٍ أنّهُ ذهبَ إلى أَحَدِ الأسواقِ التّجاريّةِ في مدينةِ دمشق، وأحياناً أخرى يكونُ التّحقُّقُ منَ الادّعاءِ مستحيلاً مثلَ ادّعاءِ شخصٍ أنّهُ قد أضمرَ شيئاً معيّناً في نفسه.

وفي علمِ الإحصاءِ نسمّي الادّعاءَ بـ (فَرَضِ العَدَمِ) ونسمّي التّحقُّقَ منهُ بـ (اختبارِ فرَضِ العَدَمِ) ونحتاجُ إلى عمليّةِ تطبيقِ اختباراتِ الفروضِ في كثيرٍ منَ الحالاتِ مثلَ اختبارِ الفَرَضِ بأنَّ متوسّطَ دخلِ الفردِ في دمشقَ هوَ 45000 ليرةٍ سوريّة، أوِ اختبارِ ادّعاءِ مديرِ مصنعِ الأقلامِ بأنَّ نسبةَ القِطَعِ التّالفةِ في مصنعهِ لا تتجاوزُ

(3%)، أوِ ادّعاءِ أَحَدِ الأطبّاءِ أنَّ نسبةَ الشّفاءِ في عيادتهِ لا تقلُّ عن (90%) .... وهكذا.

وبالتالي فإنَّ اختباراتِ الفروضِ الإحصائيّةِ هيَ وضعُ قواعدَ تمكّنُ منَ التّوصُّلِ إلى قرارٍ بقبولِ أو رفضِ فرضٍ عن معالمِ مجتمعٍ واحدٍ أو أكثرَ ومن خلالها يمكنُ لأيِّ شخصٍ أن يتّخذَ قراراً برفضِ أو قبولِ فرَضٍ معيّنٍ متعلّقٍ بمشكلةٍ معيّنةٍ موجودةٍ في الحياةِ العامّة.

مثال (2-1): بفرضِ أنَّ إحدى شركاتِ إنتاجِ المعلّباتِ تكتبُ على المنتجِ أن وزنَهُ الصّافي (120) جرام. وللتّأكُّدِ من صحّةِ هذا الادّعاءِ تمَّ أخذُ عيّنةٍ حجمها (100) علبةٍ لاختبارها، ووجدَ أنَّ مُتوسّطَ أوزانِ هذهِ العيّنةِ هوَ (118.9) جرام، فهل يمكنُ الحُكمُ على هذهِ الشّركةِ بأنّها تقومُ بعمليّةِ غشٍّ أو كذبٍ على المستهلكِ بناءً على هذهِ العيّنةِ؟ وأنَّ جميعَ منتجاتِ هذهِ الشّركةِ من هذهِ المعلّباتِ أقلُّ من 120 جرام؟ الإجابةُ بالطبعِ لا؛ لا يمكنُ اتّخاذُ القرارِ إلا بعدَ إجراءِ اختبارٍ إحصائيٍّ للتّحقُّقِ من صحّةِ ما كُتِبَ على المُنتَج، وهذا الإجراءُ هوَ ما يُسمّى باختبارِ الفروضِ الإحصائيّة (Test of Hypothesis) حولَ مُتوسّطِ المجتمع.

مثال (2-2): نفرضُ أنَّ باحثاً اجتماعيّاً ادّعى أنَّه لا يوجد فرق معنوي بين مُتوسّطِ أعمارِ الطلابِ و مُتوسّطِ أعمارِ الطّالبات في جامعة ما. للتّأكُّدِ من هذا الادّعاءِ تمَّ اختيارُ عيّنةٍ عشوائيّةٍ مِن الطّلابِ وعيّنةٍ عشوائيّةٍ مِن الطّالباتِ فإذا كانَ متوسّطُ عمرِ الطّالبِ هو(24) سنة وكانَ مُتوسّطُ عمرِ الطّالبات (22) سنة، فهل يعني ذلكَ أنَّ مُتوسّطَ عمرِ الطّالبِ أكبرُ مِن مُتوسّطِ عمرِ الطّالبةِ؟. هلِ الفرقُ راجعٌ لمجرّدِ

الصّدفةِ؟ متى يكونُ الفرقُ نتيجةً للصّدفةِ؟ متى يكونُ الفرقُ دالاً على وجودِ اختلافٍ حقيقيٍّ أو جوهريٍّ بينَ مُتوسّطي المجتمعينِ الأصليّين.

وقبلَ تناولِ كيفيةِ إجراءِ الاختباراتِ الإحصـــائيّةِ نســـتعرضُ أوّلاً بعضَ المفاهيمِ والتّعريفاتِ الأساسيّةِ اللّازمةِ لهذا الموضوعِ حتّى تكونَ الصّورةُ أكثرَ وضوحاً.

2-2- تعريفُ بعضِ المفاهيمِ المهمّةِ:

هناكَ بعضُ المفاهيمِ المتعلّقةِ باختباراتِ الفروضِ لابدَّ مِن معرفتها:

- **المقياسُ الإحصائيّ:** هو قيمةٌ وحيدةٌ محسوبةٌ مِن بياناتِ العيّنةِ أو المجتمعِ تحتَ شروطٍ معيّنةٍ.
- **الفرضيّةُ (Hypothesis):** هِيَ ادّعاءٌ حولَ صحّةِ شيءٍ ما قد يكونُ صحيحاً أو خطأ.
- **الفرضيّةُ الإحصائيّةُ (Statistical Hypothesis):** هيَ عبارةٌ عن ادّعاءٍ أو تخمينٍ قد يكونُ صحيحاً أو خاطئاً حولَ معلمةٍ أو أكثرَ لمجتمعٍ أو لمجموعةٍ مِنَ المجتمعاتِ، ويكونُ المطلوبُ اختبارَ صحّةِ هذا الادّعاءِ أو التّخمينِ.
- **اختباراتُ الفروضِ الإحصائيّةِ (اختبارُ المعنويّةِ):** هيَ طريقةٌ معياريّةٌ لاختبارِ ادّعاءٍ (فرضٍ) حولَ معلمةٍ لمجتمعٍ أو أكثرَ معتمدةً فِي ذلكَ على بياناتِ عيّنةٍ مسحوبةٍ مِن ذلكَ المجتمع.

إنَّ الغرضَ مِنَ اختباراتِ الفروضِ هوَ وصولُ الباحثِ إلى قرارٍ بخصوصِ فرضٍ معيّنٍ حولَ معلمةِ المجتمع، معَ احتمالِ الوقوعِ في خطأٍ يحدّدهُ الباحثُ؛ وذلكَ بتحديدِ مناطقِ رفضِ وقبولِ فرضِ العدمِ أسفلَ منحنى التّوزيع.

تعتمدُ اختباراتُ الفروضِ على بياناتِ العيّنةِ وفرْضِ قيمةٍ معيّنةٍ لمعلمةٍ من معالمِ المجتمعِ حيثُ يكونُ الاختبار: هل هناكَ فرقٌ معنويٌّ بينَ قيمةِ معلمةِ المجتمعِ

المفروضةِ والقيمةِ المقدَّرةِ لها مِن خلالِ بياناتِ العيّنةِ؟ فإذا كانَ هناكَ فرقٌ فهل يرجعُ هذا الفرقُ إلى خطأِ المعاينة؟ أم هوَ فرقٌ حقيقيٌّ معنويٌّ (Significant). فإذا كانَ الفرقُ معنويّاً فيكونُ القرارُ هوَ عدمُ قبولِ الفرضِ العدميِّ، وعليهِ فإنّنا نقبلُ بالفرضِ البديلِ. أمّا إذا كانَ الفرقُ غيرَ معنويٍّ فإنّنا نقبلُ الفرضَ العدميّ.

2-3- مفهومُ اختباراتِ الفروضِ الإحصائيّةِ المعلميّةِ واللّامعلميّة:

تنقسمُ اختباراتُ الفروضِ الإحصائيّةِ إلى قسمين:

أولاً: اختباراتُ الفروضِ الإحصائيّةِ المعلميّةِ (Parametric Tests): فِي هذا القسمِ يكونُ معلوماً لدينا التّوزيعُ الذّي تتبعهُ البياناتُ وما إذا كانَ توزيعاً متّصلاً أم منفصلاً (متقطّعاً)، ويكونُ المطلوبُ هوَ اختبارُ فروضٍ حولَ معالمِ المجتمعِ مثلَ الفروضِ المتعلّقةِ بالوسطِ الحسابيّ، النّسبة، التّباين، معاملِ الارتباطِ، وهذا النوعُ مِنَ الفروضِ قد لا تتعلّقُ بمعالمِ المجتمعِ ولكن تتعلّقُ بأشياءٍ أخرى قد تكونُ وصفيّةً مثلَ العلاقةِ بينَ التّعليمِ والتّدخين.

ثانياً: اختباراتُ الفروضِ الإحصائيّةِ اللّامعلميّةِ (Non Parametric Test): فِي كثيرٍ مِنَ التّجاربِ والأبحاثِ يكونُ لدينا بياناتٌ واقعيّةٌ يصعبُ مِن خلالها التّعرُّفُ على التّوزيعِ الذّي تتبعهُ هذهِ البياناتِ، ومِن هنا نشأتِ الحاجةُ إلى ما يُعرَفُ باختباراتِ الفروضِ اللّامعلميّة؛ إذ لا تحتاجُ مثلُ هذهِ الاختباراتِ معرفةَ شكلِ التّوزيعِ الذّي تتبعهُ البياناتُ محلَّ الدّراسةِ, كَمَا يُفضَّلُ استخدامها عندما يكونُ حجمُ العيّنةِ المسحوبةِ مِنَ المجتمعِ صغيرًا نسبيّاً. و سوفَ نهتمُّ فِي هذا الفصلِ باختباراتِ الفروضِ الإحصائيّةِ المعلميّةِ فقط.

البياناتُ المعلميّةُ:

تكونُ البياناتُ معلميّةً إذا كانت تحقّقُ الشّرطينِ الآتيين:

1- إذا كانت مقاييسُ البياناتِ كمّيّة (نسبيٌّ أو فئويّ).

2- تتبعُ التّوزيعَ الطّبيعيّ.

2-4- أنواعُ الفروضِ الإحصائيّةِ:

تنقسمُ الفروضُ الإحصائيّةُ إلى قسمينِ هما:

الفرضُ العدميُّ (الصّفريُّ) (Null Hypothesis) (H_0): الفرض العدمي عبارةٌ عن جملةٍ لفظيّةٍ أو رياضيّةٍ تعبّرُ عن معلمةِ المجتمعِ (أو معلمتي مجتمعينِ أو أكثر) ويُرمَزُ للفرضِ العدميّ (H_0)، ويتضمّنُ الفرضُ العدميُّ علامةً منَ العلاماتِ الأتية ($=, \leq, \geq$).

وصياغةُ الفرضِ العدمِ تختلفُ باختلافِ حالةِ الدّراسةِ؛ فمثلاً إذا كانَ الغرضُ مِنَ الدّراسةِ هيَ اختبارُ ادّعاءٍ حولَ مُتوسّطِ مجتمعٍ ما، يكونُ الفرضُ العدميُّ هوَ افتراضُ أنَّ الادّعاءَ صحيحٌ؛ أي إنَّ متوسّطَ المجتمعِ الحقيقيَّ هوَ فعلاً المتوسّطِ المزعوم نفسُه ($H_0: \mu = \mu_0$)

أمّا إذا كانَ الغرضُ هوَ اختبارُ تساوي معلمتي مجتمعينِ فِي مثالِ أعمارِ الطّلابِ وطالباتِ الجامعةِ فإنَّ فرضَ العدمِ هوَ: ($H_0: \mu_1 = \mu_2$) أي يُفترَضُ عدمُ وجودِ اختلافٍ بينَ مُتوسطي أعمارِ الطّلابِ والطّالبات.

الفرضُ البديلُ (H_1) (Alternative Hypothesis):

هوَ عبارةٌ عن جملةٍ لفظيّةٍ أو رياضيّةٍ تعبّرُ عن معلمةِ المجتمعِ (أو معلمتي مجتمعينِ أو أكثر) و هوَ الفرضُ الذّي يضعهُ الباحثُ كبديلٍ عن فرضِ العدمِ ويتمُّ قبولهُ في

حالِ رفضِ الفرضِ الصّفريِّ ويُرمَزُ للفرضِ البديلِ (H_1)، ويتضمّنُ الفرضُ البديلُ علامةً مِنَ العلاماتِ التّاليةِ (≠, >, <).

فمثلاً فِي مثالِ أعمارِ الطّلابِ وطالباتِ الجامعةِ فإنَّ الفرضَ البديلَ هوَ (H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$) أي إنّهُ يوجدُ اختلافٌ حقيقيٌّ بينَ مُتوسّطِ أعمارِ الطّلابِ و مُتوسّطِ أعمارِ الطّالباتِ.

يهدفُ اختبارُ الفرضيّاتِ الإحصائيّةِ إلى اتّخاذِ قرارٍ حولَ ما إذا كانَ الفرضُ الصّفري(H_0) مقبولاً أو مرفوضاً ويتمُّ ذلكَ باستخدامِ دالّةِ اختبارٍ إحصائيّةٍ مناسبة.

إنَّ قبولَ الفرضِ الصّفريِّ لا يعني بالضّرورةِ أنّهُ صحيحٌ وإنّما لا يوجدُ أدلةٌ كافيةٌ مِن بياناتِ العيّنةِ لرفضه، كَمَا أنَّ رفضَهُ لا يعني بالضّرورةِ أنّهُ خاطئٌ؛ بل يعني أنَّ الإحصائيّةَ المحسوبةَ مِنَ العيّنةِ كانت بعيدةً عنِ المعلمةِ المناظرةِ لها فِي المجتمعِ ممّا يدفعنا إلى رفضِ الفرضِ الصّفريّ.

اختيارُ مستوى المعنويّةِ α ودرجةِ الثّقةِ (α – 1):

إنَّ القرارَ الإحصائيَّ الذّي سيُتّخذُ بناءً على الاختبارِ الإحصائيِّ لا يمكنُ عدُّه صحيحاً % 100 فهناكَ مقدارٌ مِنَ الخطأِ لأنَّ المعلوماتِ التّي اتُّخِذَ القرارُ بناءً عليها مأخوذةٌ مِن عيّنةٍ وليسَ مِنَ المجتمعِ الأصليّ.

فِي اختبارِ فرضٍ معيّن، فإنَّ مقدارَ ثقتنا فِي القرارِ الإحصائيِّ المُتَّخذِ بالقبولِ أو الرّفضِ يُسمّى بدرجةِ الثّقةِ ويُرمَزُ لهُ بالرّمز (α – 1)، كَمَا أنَّ مقدارَ عدمِ الثّقةِ يُسمّى بمستوى المعنويّةِ (أو احتمالِ الخطأِ)، (Significance Level) ويُرمَزُ لهُ بالرّمز (α). أي إذا كانت درجةُ الثّقةِ 95% فإنَّ مستوى المعنويّةِ يساوي (α=0.05) وهيَ تمثّلُ مساحةَ منطقةِ الرّفضِ تحتَ منحنى التّوزيعِ وتكونُ إما على شكل ذيلٍ

واحدٍ جهةَ اليمينِ أوِ اليسارِ أو ذيلينِ متساويينِ فِي المساحةِ واحدٍ جهةَ اليمينِ والثّاني جهةَ اليسارِ.

مستوى المعنويّة (احتمالُ الخطأِ): اعتادَ الباحثونَ على مستوى معنويّة (α=0.05) أو (α=0.01)، حسبِ نوعِ التّجربةِ وهذهِ النّسبةُ مرتبطةٌ ومكمّلةٌ بمعاملِ الثّقة.

درجةُ (معاملُ) الثّقةِ: هي درجةُ الثّقةِ فِي النّتائجِ. اعتادَ الباحثونَ على درجة ثقة 95% وأغلبُ درجاتِ الثّقةِ المستخدمةِ هي (90% أو 95% أو 99%).

درجةُ الحرّيّةِ: عددُ مفرداتِ العيّنةِ –1 أي (n-1).

وعادةً يحدّدُ الباحثُ مستوى المعنويّةِ أو درجةَ الثّقةِ قبلَ البدءِ فِي عمليّةِ الاختبارِ. ومفهومُ مستوى المعنويّةِ مرتبطٌ بمفهومِ الخطأِ مِنَ النّوعِ الأوّلِ والخطأِ مِنَ النّوعِ الثّاني كَمَا يأتي:

2-4-1- أنواعُ الأخطاءِ:

الخطأُ مِنَ النّوعِ الأوّلِ (α) والخطأُ مِنَ النّوعِ الثّاني (β):

إنَّ أيَّ قرارٍ إحصائيٍّ يمكنُ أن ينتجَ عنهُ نوعانِ مِنَ الأخطاء وذلكَ وفقاً لقيمةِ مستوى المعنويّةِ (the level of significance) (α) المحدَّدةِ مسبقاً.

1- الخطأُ مِنَ النوعِ الأوّلِ (a type I error) :

يحدثُ هذا النّوعُ مِنَ الخطأِ عندَ رفضِ الفرضِ العدميِّ وهوَ فِي الحقيقةِ صحيحٌ باحتمالٍ مقدارهُ (α). والخطأُ مِنَ النّوعِ الأوّلِ يمكنُ التّحكمُ فيهِ، والذّي يحدّدهُ الباحثُ قبلَ الاختبارِ والذّي يمثّلُ مستوى المعنويّةِ.

2- الخطأُ مِنَ النّوعِ الثّاني (a type II error):

يحدثُ هذا النّوعُ منَ الخطأِ عندَ قبولِ الفرضِ العدميِّ وهوَ فِي الحقيقةِ خاطئٌ وذلكَ باحتمالٍ مقدارهُ (β). الجدولُ (2-1) يوضّحُ أنواعَ الأخطاءِ.

جدول (2-1): الخطأُ منَ النّوعِ الأوّلِ (α) والخطأُ منَ النّوعِ الثّاني (β).

القرارُ		في الواقعِ (الحقيقة) Population	
		الفرضُ الصّفريُّ صحيح (H_0 صحيح)	الفرضُ الصّفريُّ خاطئ (H_0 خطأ)
في العيّنة Sample	رفض H_0	خطأ منَ النّوعِ الأوّلِ=(α)	القرار صائب (power of test probability = 1- β)
	قبول H_0	القرار صائب (1-α = درجة الثقة)	خطأ منَ النّوعِ الثّاني= (β)

هنا عندما نقولُ إنَّ الفرضَ الصّفريَّ بالحقيقةِ صحيح (H_0 صحيح) نقصدُ أنّهُ بناءً على بياناتِ المجتمعِ الحقيقيّةِ للظّاهرةِ كانَ صحيحاً، في حين القرارُ الإحصائيُّ بقبولِ أو رفضِ الفرضِ العدميِّ يَتِمُّ بناءً على المقاييسِ التّي تُحسَبُ مِن بياناتِ العيّنةِ المسحوبةِ مِن ذلكَ المجتمعِ، وبالتّالي يمكنُ لهذا القرارِ أن يكونَ صائباً أو خاطئاً بنسبٍ مختلفةٍ.

2-4-2- القراراتُ الإحصائيّةُ:

إنَّ القرارَ الإحصائيَّ بقبولِ الفرضِ العدميِّ أو رفضه يتمُّ بناءً على المقاييسِ التّي تُحسّبُ مِن بياناتِ العيّنةِ المسحوبةِ مِن ذلكَ المجتمعِ، وبالتّالي يمكنُ لهذا القرارِ أن يكونَ صائباً أو خاطئاً بنسبٍ مختلفة.

عندَ اختبارِ فرضِ العدم (H_0) ضدَّ الفرضِ البديل (H_1) عندها يمكنُ تقسيمُ القراراتِ الإحصائيّةِ إلى أربعِ فئاتٍ كَمَا يأتي:

1- أن يكونَ القرارُ الإحصائيُّ هوَ قبولُ فرضِ العدمِ وهوَ فِي الحقيقةِ صحيح، وهذا قرارٌ صائب. ويكونُ احتمالُ قبولِ الفرضِ العدمِ وهوَ فِي الحقيقةِ صحيح.

$$P(\text{accept Ho}|\ \text{Ho is correct}) = (1-\alpha)$$

2- أن يكونَ القرارُ الإحصائيُّ هوَ رفضُ فرضِ العدمِ وهوَ في الحقيقةِ صحيح، وهذا قرارٌ خاطئ. (هذا الخطأُ منَ النوعِ الأوّل): فيكونُ احتمالُ رفضِ الفرضِ العدمِ وهوَ فِي الحقيقةِ صحيح (احتمالُ وقوعِ خطأٍ منَ النّوعِ الأوّل).

$$P(\text{reject Ho}|\ \text{Ho is correct}) = \alpha$$

3- أن يكونَ القرارُ الإحصائيُّ رفضُ فرضِ العدمِ وهوَ فِي الحقيقةِ خطأ، وهذا قرارٌ صائبٌ. فيكونُ احتمالُ رفضِ الفرضِ العدمِ وهوَ فِي الحقيقةِ خاطئ.

$$P(\text{reject Ho}\ |\text{Ho is uncorrected}) = (1-\beta\ )$$

4- أن يكونَ القرارُ الإحصائيُّ هوَ قبولُ فرضِ العدمِ وهوَ فِي الحقيقةِ خطأ، وهذا قرارٌ خاطئ (الخطأُ منَ النّوعِ الثّاني: قبولُ (H_0) عندما يكون (H_0) خاطئاً ويُرمَزُ لحجمِ هذا الخطأِ بالرّمز (β). (احتمالُ وقوعِ خطأٍ منَ النّوعِ الثّاني).

$$P(\text{accept Ho}|\ \text{Ho is uncorrected}) = \beta$$

و الخطأُ منَ النّوعِ الأوّلِ ألفا (α) يمكنُ أن يُقلَّلَ بتقليلِ مستوى المعنوية (α). أمّا الخطأُ منَ النّوعِ الثّاني بيتا (B) فيمكنُ أن يُقلَّلَ بزيادةِ حجمِ العيّنة، والخطأُ مِنَ النّوعِ الأوّلِ أكثرُ خطورةً مِنَ النّوعِ الثّاني، إذ إنَّ الخطأَ مِنَ النّوعِ الثّاني لا يحدّدهُ الباحثُ بل يتمُّ حسابهُ ويعتمدُ على خمسةِ عواملَ وهيَ:

1) القيمةُ الحقيقيّةُ لمعلمةِ المجتمعِ.
2) قيمةُ (α) المختارةِ

3) نوعُ الاختبارِ (ذاتُ ذيلينِ أو ذيلٍ واحدٍ).

4) الانحرافُ المعياريُّ للعيّنةِ.

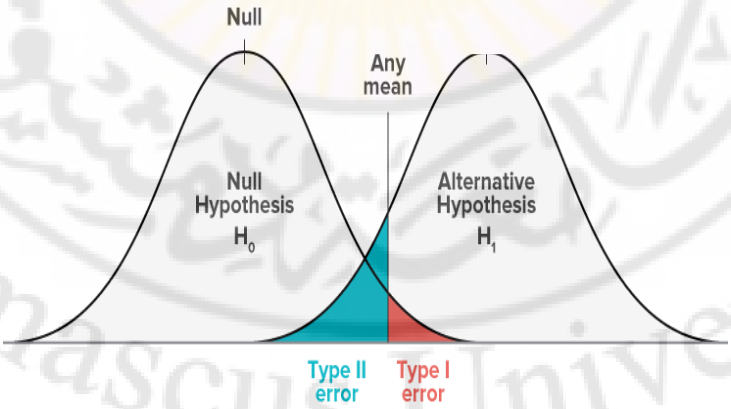
5) حجمُ العيّنةِ.

قوّةُ الاختبارِ Power of the Test:

- قوةُ الاختبارِ هيَ عبارةٌ عن قدرةِ الاختبارِ على رفضِ الفرضِ الصّفريِّ عندما يكونُ فِي الحقيقةِ خاطئاً وتساوي: $(power\ of\ test = 1 - \beta)$(وهذهِ هيَ القوّةُ فِي الاختبارِ).
- وهناكَ علاقةُ ارتباطٍ عكسيّةٍ بينَ قوّةِ الاختبارِ والخطأِ منَ النّوعِ الثّاني (β)؛ أي إذا زادَ الأوّلُ ينقصُ الثّاني والعكسُ صحيحٌ؛ أي إن $(\beta = 1 - power\ of\ test)$

العلاقةُ بينَ الخطأِ مِنَ النّوعِ الأوّلِ و الخطأِ مِنَ النّوعِ الثّاني

العلاقةُ بينَ الخطأِ مِنَ النّوعِ الأوّلِ والخطأِ مِنَ النّوعِ الثّاني علاقةٌ عكسيّةٌ؛ أي كلّما زادَ الخطأُ مِنَ النّوعِ الأوّلِ ينقصُ الخطأُ مِنَ النّوعِ الثّاني (β) والعكسُ صحيحٌ كَمَا بالشّكلِ (2-1):



شكل (2-1): العلاقةُ بينَ الخطأِ مِنَ النّوعِ الأوّلِ والخطأِ مِنَ النّوعِ الثّاني.

2-5- خطواتُ إجراءِ اختبارِ الفروضِ الإحصائيّةِ:

الاختبارُ الإحصائيُّ قد يكونُ متعلّقاً بعيّنةٍ واحدةٍ أو عينتينِ أو أكثر؛ ولذلكَ يجبُ أن يمرَّ الاختبارُ بخطواتٍ عدّةٍ يمكنُ إيجازها فِي الآتي:

1- صياغةُ الفروضِ الإحصائيّةِ حولَ معالمِ مجتمعٍ أو أكثر وتحديدِ مستوى المعنويّةِ.

2- حسابُ قيمةِ إحصائيةِ الاختبارِ بالاعتمادِ على عيّنةٍ أو عينات مسحوبةٍ مِن مجتمعِات الدّراسةِ.

3- تحديدُ منطقتي القبولِ والرّفضِ اعتماداً على القيمةِ الجدوليّةِ لتوزيعِ بياناتِ المجتمعِ (Z أو t او F).

4- المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ بقبولِ الفرضِ العدميِّ أو رفضِه بناءً على موقعِ قيمةِ إحصائيةِ الاختبارِ بالنّسبةِ لمناطقِ الرّفضِ.

أوّلاً: صياغةُ الفرضيّاتِ الإحصائيّةِ:

الفكرةُ الأساسيّةُ فِي اختبارِ الفروضِ هيَ تقسيمُ المساحةِ تحتَ المنحنى إلى منطقتينِ: إحداهما تُسمَّى منطقةُ القبولِ؛ أي منطقةُ قبولِ الفرضِ العدميّ. والأخرى تُسمَّى منطقةُ الرّفضِ؛ أي منطقةُ رفضِ الفرضِ العدميِّ التّي تُسمَّى أحياناً بالمنطقةِ الحرجةِ (Critical region)، والنّقطةُ الجديرةُ بالملاحظةِ هنا هيَ أنَّ منطقةَ القبولِ تمثّلُ مساحةً قدرها يساوي درجةَ الثّقة (1-α)، في حين تمثّلُ منطقةُ الرّفضِ مساحةً تساوي مستوى المعنويّةِ (α).

بفرضِ أنَّ (θ) معلمةُ المجتمعِ المجهولةِ وكانت (θ_0) تمثّلُ قيمةَ معلمةِ المجتمعِ المفترضةِ (المزعومةِ)؛ فإنّهُ يمكنُ صياغةُ الفرضيّاتِ على إحدى الحالاتِ الثّلاثِ الموضّحةِ بالجدولِ (2-2):

جدول (2-2): حالاتُ صياغةِ الفروضِ.

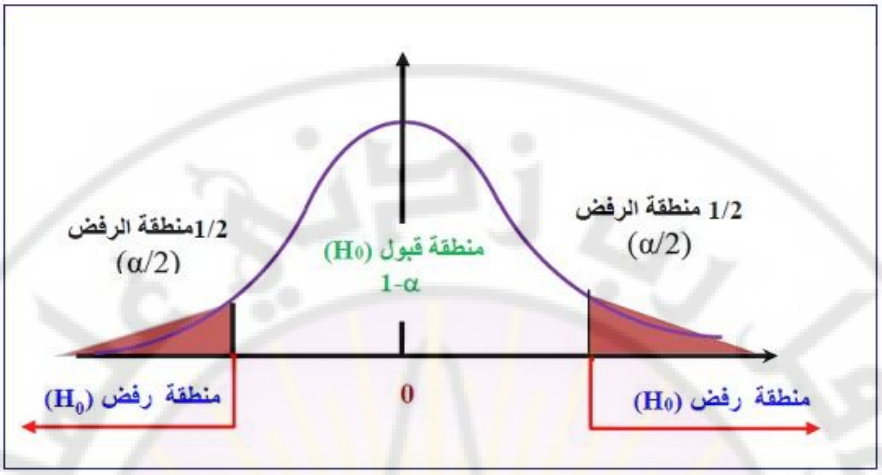
الحالةُ الأولى	الحالةُ الثّانية	الحالةُ الثّالثة
$\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta \neq \theta_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta > \theta_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta < \theta_0 \end{cases}$
اختبارُ الفرضيّاتِ ذو الطّرفين	اختبارُ الفرضيّاتِ ذو طرفٍ واحدٍ نحوَ اليمينِ	اختبارُ الفرضيّاتِ ذو طرفٍ واحدٍ نحوَ اليسارِ

إذا كانَ الفرضُ البديلُ يأخذُ شكلَ "لا يساوي" فإنَّ منطقةَ الرّفضِ تكونُ موزّعةً على طرفيِّ المنحنى بالتّساوي، ويُسمَّى الاختبارُ فِي هذهِ الحالةِ "اختبارُ الطّرفينِ"

الحالةُ الأولى: اختبارُ الفرضيّاتِ ذو الطّرفينِ (ذيلينِ):

تكونُ صياغةُ الفرضيّاتِ فِي هذهِ الحالةِ على الشّكلِ: $\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta \neq \theta_0 \end{cases}$

فِي هذهِ الحالةِ يأخذُ الفرضُ البديلُ شكلَ "لا يساوي"؛ أي إنَّ معلمةَ المجتمعِ لا تساوي القيمةَ المُدّعاة. وهنا تكونُ منطقةُ الرّفضِ موزّعةً على طرفيِّ المنحنى بالتّساوي ومساحةُ كلِّ طرفٍ ($\alpha/2$)؛أي إنَّ مساحةَ منطقةِ الرّفضِ (α)، في حين تكونُ منطقةُ القبولِ فِي المنتصفِ ومساحتها ($1-\alpha$)، ويُسمَى الاختبارُ فِي هذهِ الحالةِ "اختبارُ الطّرفينِ" كَمَا هوَ مبيَّنٌ بالشّكلِ (2-2):



شكل (2-2): التّمثيلُ البيانيُّ لاختبارِ الفرضيّاتِ ذي الطرفين.

مثلاً إذا زعمَتْ شركةُ إنتاجِ المصابيحِ الكهربائيّةِ أنَّ متوسّطَ عمرِ المصباحِ هوَ (1000) ساعةِ عملٍ، ومِن أجلِ التّأكُّدِ مِن هذا الادّعاءِ أُخذت عيّنةٍ مِن هذهِ المصابيحِ وقيس عمرها الافتراضيِّ، ومِن ثمَّ يمكنُ صياغةُ الفرضيّاتِ حولَ علاقةِ متوسّطِ العيّنةِ بمتوسّطِ المجتمعِ (μ) كَمَا يأتي:

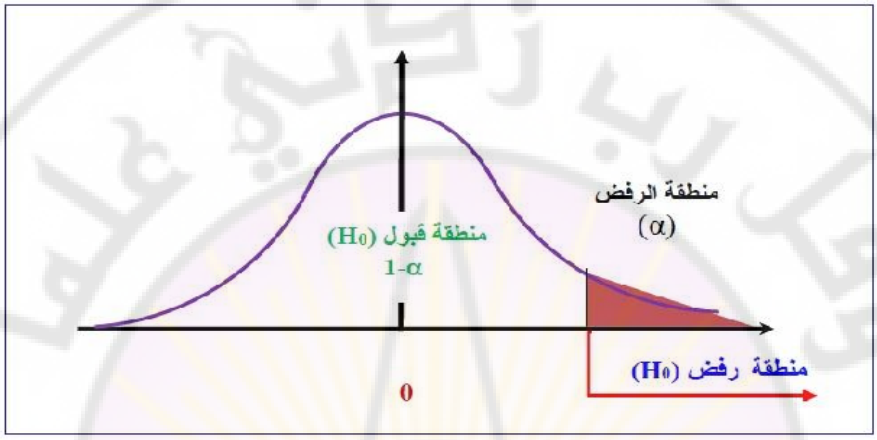
- الفرضُ العدميُّ: (H_0: μ= 1000) يعني أنَّ متوسّطَ عمرِ المصباحِ فعلاً يساوي 1000 ساعةَ.
- الفرضُ البديلُ :(H_1: μ ≠ 1000) يعني أنَّ متوسّطَ عمرِ المصباحِ لا يساوي 1000 ساعةَ.

الحالةُ الثّانيةُ: اختبارُ الفرضيّاتِ ذو طرفٍ واحدٍ نحوَ اليمينِ:

تكونُ صياغةُ الفرضيّاتِ فِي هذهِ الحالةِ على الشّكلِ: $\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta > \theta_0 \end{cases}$

فِي هذهِ الحالةِ الفرضُ البديلُ يأخذُ شكلَ "أكبر من"؛ أي إنَّ معلمةَ المجتمعِ أكبرُ مِنَ القيمةِ المدّعاةِ، هنا تكونُ منطقةُ الرّفضِ مركّزةً بالكاملِ فِي الطّرفِ الأيمنِ

للمنحنى ومساحتها تساوي (α)، ويُسمَّى الاختبارُ فِي هذهِ الحالةِ اختباراً ذا طرفٍ واحدٍ نحوَ اليمينِ، والذّي يمثّلهُ الشّكل (2-3):



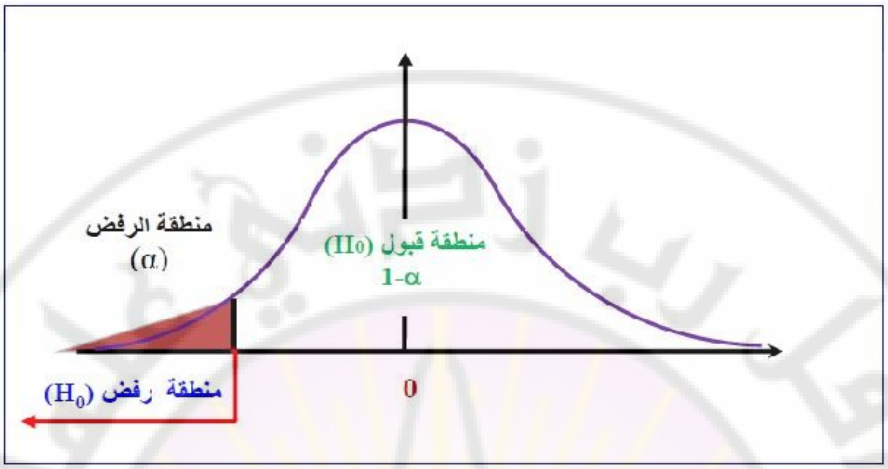
شكل (2-3): التّمثيلُ البيانيُّ لاختبارِ الفرضيّاتِ ذي طرفٍ واحدٍ نحوَ اليمين.

وبالطّريقةِ نفسها لمثالِ المصابيحِ السّابقِ تُصاغُ الفروض؛ أي يكونُ الفرضُ العدميُّ نفسه، في حين الفرضُ البديلُ هو (H_1: μ > 1000) بمعنى إنَّ عمرَ المصباحِ أكبرُ من (1000) ساعةً، وبالتّالي فإنَّ مستوى المعنويةِ والذي يساوي (α=0.05) يكون موجوداً في الطّرفِ الأيمنِ منَ المنحنى.

الحالةُ الثّالثة: اختبارُ الفرضيّاتِ ذو طرفٍ واحدٍ نحوَ اليسار:

تكونُ صياغةُ الفرضيّاتِ في هذهِ الحالةِ على الشّكل: $\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta < \theta_0 \end{cases}$

في هذهِ الحالةِ الفرضُ البديلُ يأخذُ شكل "أصغر من"؛ أي إنَّ معلمةَ المجتمعِ أصغرُ منَ القيمةِ المدّعاة، هنا تكونُ منطقةُ الرّفضِ موجودة بالكاملِ في الطّرفِ الأيسرِ للمنحنى ومساحتها تساوي (α). ويُسمّى الاختبارُ في هذهِ الحالةِ اختباراً ذا طرفٍ واحدٍ نحوَ اليسار، والذي يمثّلهُ الشّكل (2-4) :



شكل (2-4): التمثيل البياني لاختبار الفرضيات ذي طرف واحد نحو اليسار.

كذلكَ بالطّريقةِ نفسها لمثالِ المصابيحِ السّابقِ تُصاغُ الفروضُ؛ أي يكونُ الفرضُ العدميُّ نفسه، في حين الفرضُ البديلُ هوَ (H_1: μ < 1000)؛ بمعنى إنَّ عمرَ المصباحِ أقلُّ مِن (1000) ساعةٍ. وبالتّالي فإنَّ مستوى المعنويّةِ والذّي يساوي مثلاً (α=0.05) يكون موجوداً فِي الطّرفِ الأيسرِ مِنَ المنحنى.

ثانياً: حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:

إحصائيةُ الاختبارِ (Test Statistic): هيَ القيمةُ المحسوبةُ مِن بياناتِ العيّنةِ باستخدامِ ما يُعرَفُ بدالّةِ الاختبارِ.

ويتوقّفُ شكلُ إحصائيّةِ الاختبارِ على العواملِ الآتية:

- توزيعُ المجتمعِ، وهل هوَ طبيعيٌّ أم لا، وهل تباينهُ معروفٌ أم لا.
- حجمُ العيّنةِ، وهل هوَ كبيرٌ أم صغير.
- الفرضُ العدميُّ المرادُ اختبارهُ وهل هوَ عَنِ الوسطِ أو النّسبةِ أوِ التّباينِ أو الارتباطِ... الخ.

ثالثاً: تحدُيد منطقتي القبولِ والرّفضِ:

تتحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ اعتماداً على قيمٍ جدوليّةٍ مِنَ الجداولِ الإحصائيّةِ والتّي تعتمدُ على:

أ- توزيعِ المعاينةِ (هل هوَ طبيعيٌّ أو t أو F...)

ب- نوعِ الاختبارِ (ذي طرفٍ واحدٍ One Tail Test أو ذي طرفين Two Tail Test)

ج- ومستوى المعنويّةِ (وهل هو 1% أو 5% أو غير ذلك).

حيثُ إنَّ مساحةَ منطقةِ القبولِ تساوي قيمةَ درجةِ الثّقة (1-α) ، في حين مساحةُ منطقةِ الرّفضِ تساوي قيمةَ مستوى المعنويّة (α).

القيم الحرجةُ: هيَ النقاط (القيم) التي تفصلُ بينَ منطقتي القبولِ والرّفضِ، وهيَ تمثّلُ القيمَ الجدوليّةَ مِنَ الجداولِ الإحصائيّةِ التّي تُمثّلُ توزيعَ المجتمع أو العيّنةِ (توزيع t أو Z أو F ....الخ).

رابعاً: المقارنةُ و اتّخاذُ القرارِ:

عمليّةُ المقارنةِ تتمُّ بمقارنةِ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ المحسوبةِ بحدودِ منطقتي القبولِ والرّفضِ، فإذا وقعَتْ قيمةُ الإحصائيّةِ داخلَ منطقةِ القبولِ فإنَّ القرارَ الإحصائيَّ هوَ قبولُ الفرضِ الصّفريّ، أمّا إذا وقعَتْ قيمةُ الإحصائيّةِ فِي منطقةِ الرّفضِ فإنَّ القرارَ هوَ رفضُ الفرضِ الصّفريِّ وقبولُ الفرضِ البديلِ. معَ ملاحظةِ أنَّ القرارَ مرتبطٌ بمستوى المعنويّةِ المُحدَّدِ؛ بمعنى إنَّ القرارَ الإحصائيَّ قد يتغيّرُ إذا تغيَّرَ مستوى المعنويّةِ المستخدمِ (وفِي بعضِ الحالاتِ قد لا يتغيّرُ القرارُ بتغيّرِ مستوى المعنويّةِ).

وعادةً تُوجَدُ طريقتيان لاتّخاذِ القرارِ فِي الاختباراتِ الإحصائيّةِ وهيَ:

الطريقة الأولى: حسابُ إحصائِية الاختبارِ ومقارنتها بمنطقتي القبولِ والرّفضِ بناءً على نوعِ الاختبارِ ذي طرفٍ واحدٍ أو ذي طرفينِ ومِن ثمَّ اتّخاذُ القرارِ الإحصائيِّ بقبولِ الفرضِ العدميّ أو رفضِه.

الطريقة الثانية: حسابُ القيمةِ الاحتماليّةِ (P-value) ويُرمَزُ لها فِي بعضِ البرامجِ الإحصائيّةِ بالرّمزِ (Sig.) فإذا كانَ الاختبارُ ذا طرفِ واحدٍ تُقارَنُ قيمةُ (Sig. one-tail) بالقيمةِ (α)، أمّا إذا كانَ الاختبارُ ذا طرفينِ تُقارن قيمةُ (Sig. 2-tailed) بالقيمةِ (α/2).

وفِي كلتا الحالتينِ إذا كانت قيمةُ (Sig.) أصغرَ مِن مستوى المعنويّةِ نرفضُ الفرضَ العدميّ، أمّا إذا كانت أكبرَ أو تساوي مستوى المعنوية نقبلُ الفرضَ العدميّ.

2-6- تصنيفُ اختباراتِ الفروضِ الإحصائيّةِ:

يمكنُ تقسيمُ اختباراتِ الفروضِ وفقاً للمقاييسِ أو المعالمِ الإحصائيّةِ إلى ثلاثِ مجموعاتٍ مِنَ الاختبارات هيَ:

- اختباراتُ الفروضِ المتعلّقةِ بالأوساطِ الحسابيّةِ.
- اختباراتُ الفروضِ المتعلّقةِ بالنّسبِ.
- اختباراتُ الفروضِ المتعلّقةِ بالتّباينات.

ويمكنُ تصنيفها بشكلٍ أكثرَ تفصيلاً كَمَا يأتي:

اختباراتُ الفروضِ المتعلّقةِ بالأوساطِ الحسابيّةِ

أولاً: اختباراتُ الفروضِ لمتوسّطِ مجتمع μ (عيّنةٌ واحدة)

- تباينُ المجتمعِ معلومٌ.
- تباينُ المجتمعِ مجهولٌ وحجمُ العيّنةِ كبيرٌ.
- تباينُ المجتمعِ مجهولٌ وحجمُ العيّنةِ صغيرٌ.

ثانياً: اختباراتُ الفروضِ للفرقِ بينَ متوسطي مجتمَعَين

- اختبارُ الفرضيّاتِ للفرقِ بينَ متوسّطي مجتمعَينِ مستقلّينِ.
  - تباينُ المجتمعَينِ معلومٌ (العيّناتُ صغيرةٌ أو كبيرةٌ).
  - تباينُ المجتمعَينِ مجهولٌ وحجمُ العيّنتينِ كبيرٌ.
  - تباينُ المجتمعَينِ مجهولٌ ولكنّهما متساويينِ وحجمُ إحدى العيّنتينِ على الأقلِّ صغيرٌ.
  - تباينُ المجتمعَينِ مجهولٌ ولكنّهما غيرُ متساويينِ وحجمُ إحدى العيّنتينِ على الأقلِّ صغيرٌ.
- اختبارُ الفرضيّاتِ للفرقِ بينَ متوسّطَي مجتمعَينِ غيرِ مستقلّينِ (مرتبطينِ)

اختباراتُ الفروضِ المتعلّقةِ بالنّسبِ

أوّلاً: اختباراتُ الفروضِ لنسبةِ مجتمعٍ

ثانياً: اختباراتُ الفروضِ للفرقِ بينَ نسبتَي مجتمعَينِ:

2-7- اختباراتُ الفروضِ المتعلّقةِ بالأوساطِ الحسابيّةِ:

فِي هذا القسمِ سوفَ تُدرسُ اختباراتُ الفروضِ المتعلّقةِ بالأوساطِ الحسابيّةِ للمجتمعاتِ الإحصائيّةِ طبقاً لمعلوميّةِ تباينِ هذهِ المجتمعاتِ وأحجامِ العيّناتِ

المسحوبةِ منها. وفيما يأتي نوردُ أهمَّ الحالاتِ التّي يمكنُ تطبيقُ اختباراتِ الفروضِ فيها، وهنا يمكنُ التّمييزُ بينَ حالتينِ هما:

أوّلاً: اختباراتُ الفروضِ لمتوسّطِ مجتمعٍ μ (عيّنةٌ واحدةٌ).

ثانياً: اختباراتُ الفروضِ للفرقِ بينَ متوسّطي مجتمعَينِ.

2-7-1 اختباراتُ الفروضِ لمتوسّطِ مجتمع μ (عيّنةٌ واحدةٌ):

1- صياغةُ الفروضِ:

يمكنُ صياغةُ الفرضيّاتِ حولَ متوسّطِ مجتمعٍ على إحدى الحالاتِ الثّلاثةِ الموضّحة بالجدولِ (2-3).

جدول (2-3): حالاتُ صياغةِ الفروضِ لمتوسّطِ مجتمع.

الحالةُ الأولى	الحالةُ الثّانية	الحالةُ الثّالثة
$\begin{Bmatrix} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_1: \mu \neq \mu_0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_1: \mu > \mu_0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_1: \mu < \mu_0 \end{Bmatrix}$
اختبارُ الفرضيّاتِ ذو الطّرفين	اختبارُ الفرضيّاتِ ذو طرفٍ واحدٍ نحوَ اليمينِ	اختبارُ الفرضيّاتِ ذو طرفٍ واحدٍ نحوَ اليسارِ

2- حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:

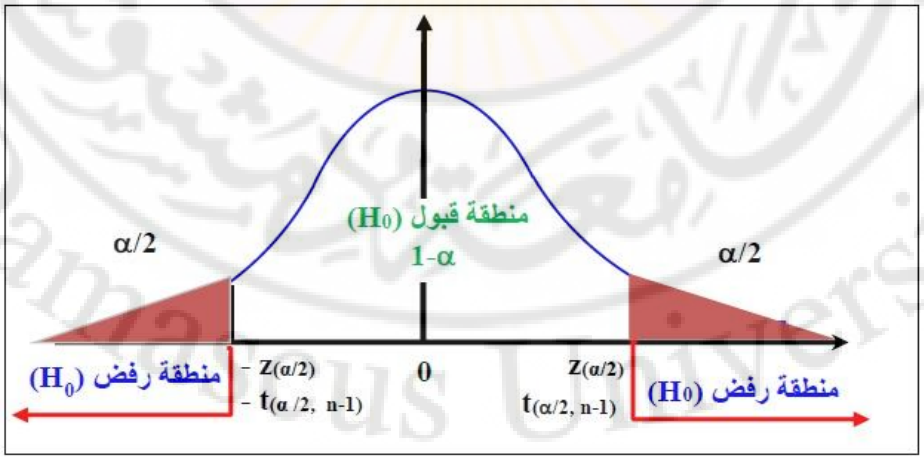
تُحسبُ إحصائيّةُ الاختبارِ التّي تتحدّدُ وفقاً لحجمِ العيّنةِ ولمعلوميّةِ تباينِ المجتمعِ أو عدمِ معلوميّتهِ باستخدامِ المتوسّطِ الحسابيِّ للعيّنةِ $(\bar{x})$ ومتوسّطِ المجتمعِ عندَ صحّةِ الفرضِ العدمِ (μ_0) كَمَا هوَ مبيّنٌ بالجدولِ (2-4):

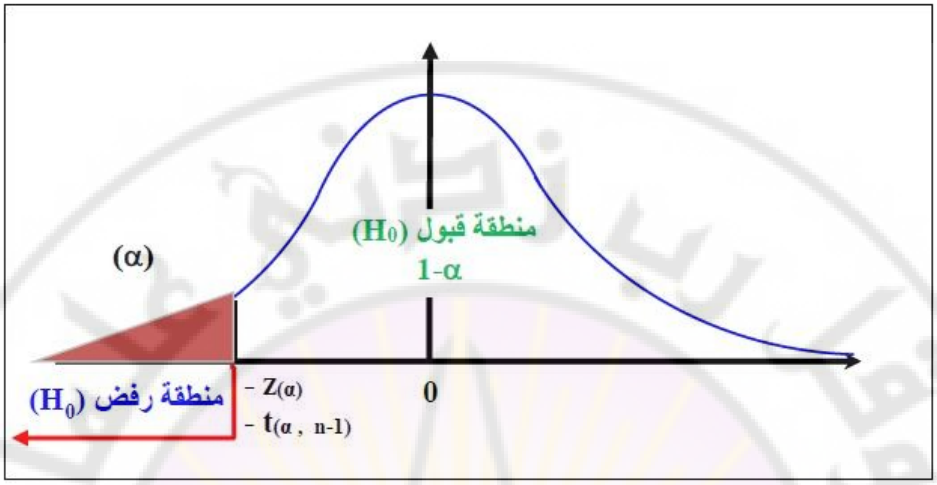
جدول (2–4): طرائقُ حسابِ إحصائية الاختبارِ لمُتوسّطِ مجتمعٍ.

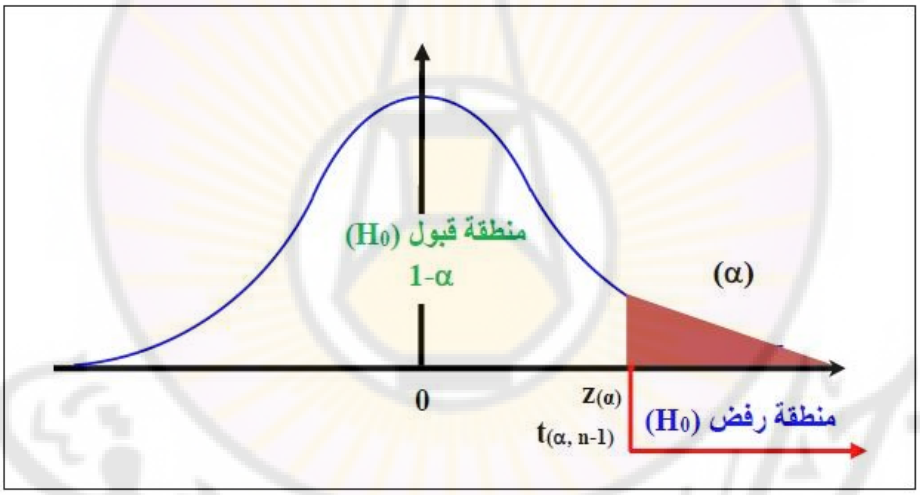
حجمُ العيّنةِ	إحصائيّةُ الاختبارِ (القيمة المحسوبة)	تباينُ المجتمعِ (σ^2)
لا يُشترطُ حجمُ العيّنة (غيرُ مهم)	$Z = \frac{(\bar{x} - \mu_0)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$	معلوم
$n \geq 30$	$Z = \frac{(\bar{x} - \mu_0)}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$	غير معلوم
$n < 30$	$t = \frac{(\bar{x} - \mu_0)}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$	

3- تحديدُ منطقتي القبولِ والرّفضِ:

تُحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ بالقيمِ الجدوليّةِ التّي تُستخرَجُ مِنَ الجداولِ الإحصائيّةِ بناءً على مستوى المعنويّةِ (α) وتوزيعِ المعاينةِ، إمّا التّوزيعُ الطّبيعيُّ المعياريّ (Z) أو توزيعُ (t) بدرجاتِ حريّةٍ (n-1) كَمَا هوَ مبيّنٌ بالشّكلِ (2–5):







شكل (2-5): التّمثيلُ البيانيُّ لحالاتِ اختباراتِ الفروضِ لمُتوسّطِ مجتمعٍ.

4- المقارنةُ و اتّخاذُ القرارِ:

إذا وقعَتْ قيمةُ إحصائيّةِ الاختبارِ (القيمةُ المحسوبة) فِي منطقةِ القبولِ نقبلُ الفرضَ العدم، أمّا إذا وقعَتْ فِي منطقةِ الرّفضِ نرفضُ الفرضَ العدمَ ونقبلُ الفرضَ البديلَ.

مثال (2-3): تدّعي هولندا أنّ متوسّطَ الدّخلِ الأسبوعيِّ لمواطنيها يساوي (76) دولار أي (μ_0=76) بانحرافٍ معياريٍّ (σ=14) دولار. مِن أجلِ اختبارِ هذا الفرضِ (الادّعاءِ) اختيرتْ عيّنةٌ عشوائيّةٌ حجمها (n=49) شخصاً، فتبيّنَ أنَّ متوسّطَ الدخل لأفرادِ العيّنةِ هوَ ($\bar{x}$ = 72) دولاراً.

المطلوبُ: طبّقْ اختباراتِ الفروضِ للتّحقُّقِ مِن صحّةِ الفرضِ العدمِ بأنَّ متوسّطَ الدّخلِ الأسبوعيِّ لمواطني هولندا يساوي (76) دولاراً بمستوى معنويّةٍ (α=0.05).

الحلُّ:

1- صياغةُ الفروضِ:

- الفرضُ العدميُّ: (H_0: μ=76) متوسّطَ دخلِ الفردِ فِي هولندا هوَ فعلاً (76) دولاراً أسبوعيّاً. أي إنّهُ لا يوجدُ فرقٌ معنويٌّ بينَ متوسّطِ الدّخلِ الحقيقيّ (μ) ومتوسّطِ الدّخلِ المزعومِ (μ_o) للمجتمعِ.
- الفرضُ البديلُ: (H_1: $\mu \neq 76$) متوسّطَ دخلِ الفردِ فِي هولندا لا يساوي (76) دولاراً أسبوعيّاً.

2- حسابُ إحصائيّةِ الاختبارِ: بِما أنَّ تباينَ المجتمعِ معلومٌ فإنَّ إحصائيّةَ الاختبار تأخذُ الشّكلَ الآتي:

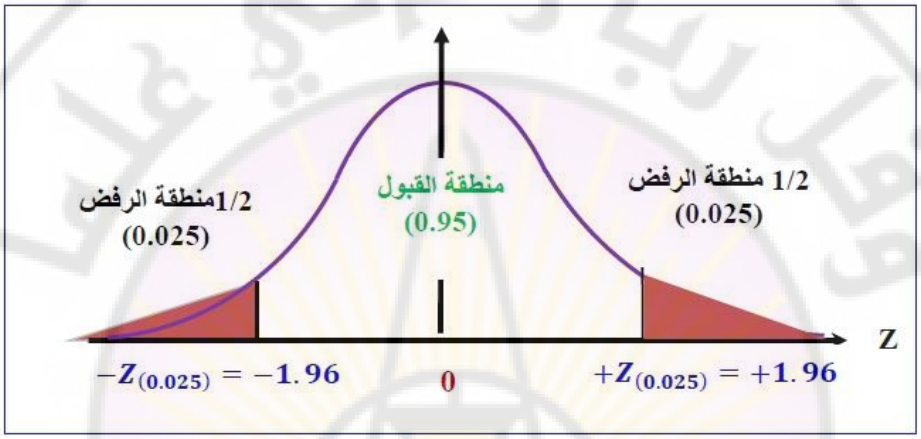
(σ=14) ($\bar{x}$ = 72) (μ_0=76) (n=49)

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{72 - 76}{\frac{14}{\sqrt{49}}} = \frac{-4}{2} = -2$$

3- تحديدُ منطقتي القبولِ والرّفضِ: تُحدّدُ منطقتا القبول والرفض يَتِمُّ تحديدُ منطقتي القبولِ والرّفضِ مِنَ القيمِ الجدوليّةِ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ المعياريِّ

بمستوى معنويّةٍ (α=0.05)، فتكون قيمُ Z الجدوليّةِ تكونُ كالآتي:

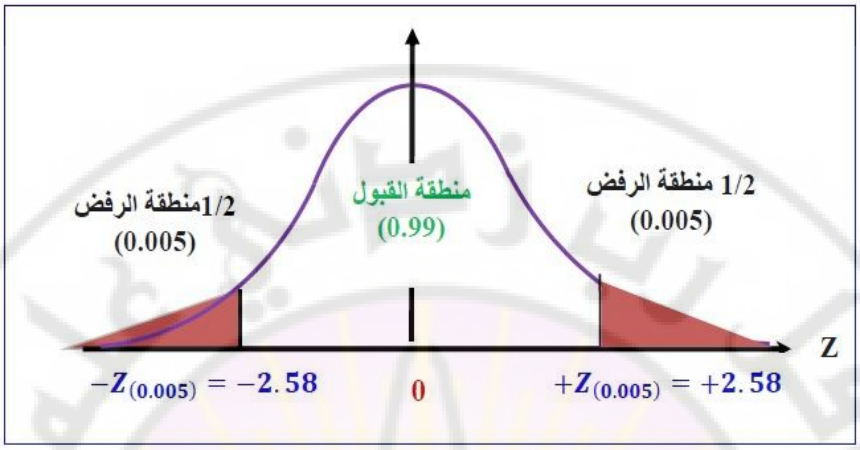
$Z_{\alpha/2} = Z_{0.025} = 1.96$ وتكونُ منطقةُ القبولِ هي $(-1.96, +1.96)$ كَمَا فِي الشّكلِ (2-6).



شكل (2-6): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (2-3).

4- المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ: بمقارنةِ قيمةِ الإحصائيةِ المحسوبةِ والتّي تساوي (2-) بحدودِ منطقتي القبولِ والرّفضِ نجدُ أنّها تقعُ فِي منطقةِ الرفض، لذلكَ فإنَّ القرارَ هوَ رفضُ الفرضِ العدميِّ وقبولُ الفرضِ البديلِ بأنَّ متوسطَ دخلِ الفرد لا يساوي (76) دولار وذلكَ بمستوى معنويّةٍ (α=0.05).

ملاحظةٌ: لوِ استخدمنا مستوى معنويّة 1% بدلاً مِن 5% فإنَّ حدودَ منطقتي القبولِ والرّفضِ تصبحُ كَمَا هيَ موضّحةٌ بالشّكلِ (2-7).



شكل (2-7): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (2-3) بمعنويّة (0.01).

وبمقارنةِ قيمةِ الإحصـــائيّةِ (2-) بحدودِ منطقتي القبولِ والرّفضِ نجدُ أنّها تقعُ فِي منطقـةِ القبولِ أي إنَّ القرارَ هوَ قبولُ الفرضِ العدميِّ بـأن متوســـطَ دخلِ الفردِ يســـاوي (76). وهذا يؤكد أن القرار الاحصـــائي يمكن أن يتغير بتغير مســـتوى معنويّة (α=0.01).

مثال (2-4): ادعى صاحب مصنع للأجبان أن متوسط وزن علبة الجبنة التي ينتجها (500)غ، من أجل اختبار هذا الفرض سُحبت عينة عشوائية من خط انتاج المصنع حجمها (25) علبة وتم وزنها وتسجيل النتائج بالجدول (2-5):

المطلوب: هل إدعاء صاحب المصنع صحيح أم خاطئ بمستوى معنوية (0.05)؟

الحل: $\mu_0 = 500$ n=25

1- صياغة الفروض:

الفرض العدمي: $H_0 : \mu = 500$

الفرض البديل: $H_1 : \mu \neq 500$

جدول (2–5): أوزان علب الجبنة للمثال (2–4).

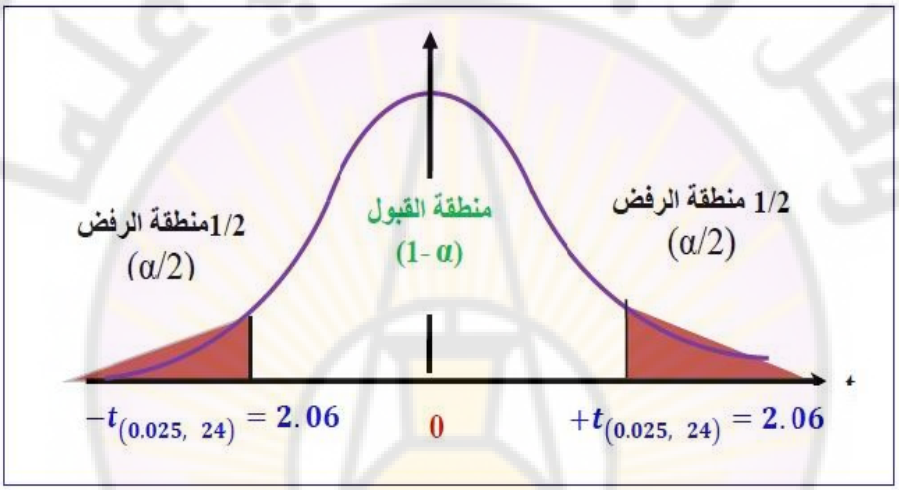
العينة	أوزان علب الجبنة	
(أوزان علب الجبنة)	494	495
	496	486
	498	484
	504	504
	499	487
	490	503
	500	496
	494	487
	492	495
	503	500
	492	488
	494	498
		496
حجم العينة (n)	25	
متوسط العينة $(\bar{x})$	495	
تباين العينة (S^2)	33.4	
الانحراف المعياري للعينة (S)	5.78	

2- حساب إحصائية الاختبار

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{495 - 500}{\frac{5.78}{\sqrt{25}}} = -4.32$$

3- تحديد منطقتي القبول والرفض:

تُحدّدُ منطقتا القبول اعتماداً على قيمة الجدولية (t=2.09) و على نوع الاختبار (ذي طرفين) وعلى مستوى المعنوية (α=0.05) وبالتالي تكون منطقة القبول ممثلة بالشكل (2-8).



شكل (2-8): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (2-4).

4- المقارنة واتخاذ القرار:

بمقارنة قيمة t المحسوبة (t=-4.32) بقيمة t الجدولية (t=2.06) نجد أن قيمة t المحسوبة تقع في منطقة الرفض، فإن القرار هو رفض الفرض الصفري، أي إن إدعاء صاحب مصنع الأجبان أن متوسط وزن علبة الجبنة (500)غ ادعاء خاطئ.

مثال (2-5): إذا كانَ متوسّطُ ضغطِ الدّمِ للأشخاصِ الطّبيعيّين (75)، ادّعى أحدُ الأطّباءِ أنّهُ مِنَ الآثارِ الجانبيّةِ لاستخدامِ عقارٍ معيّنٍ هوَ انخفاضُ ضغطِ الدّمِ إلى أقلّ مِنَ الطّبيعيّ (75).

ومِن أجلِ التّحقّقِ مِن هذا الادّعاءِ سُحبَتْ عيّنةٌ عشوائيّةٌ حجمها (25) مريضاً ممّن تناولوا العقارَ فكان متوسط ضغط الدم لديهم ($\bar{x} = 73$) بانحراف معياريّ (S=5) عندَ مستوى معنويّةٍ (α=0.05).

المطلوبُ: قمْ بتطبيقِ اختباراتِ الفروضِ لتأكيدِ أو نفيِ ادّعاءِ الطّبيبِ بأنَّ العقارَ يؤدّي إلى خفضِ الضّغطِ.

الحلُّ: مِن أجلِ حلِّ هذا التّمرينِ يجبُ أن نجيبَ على السّؤالِ الآتي:

هل يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ بينَ متوسّطِ الضّغطِ قبلَ العقارِ (75) ومتوسّطَ الضّغطِ بعدَ العقارِ (65)؟

($\bar{x} = 73$) (n=25) (μ_0=75) (S=5) (α=0.05)

1- صياغةُ الفروضِ:

- الفرضُ العدميُّ: (H_0: μ= 75) استخدامُ العقارِ لا يؤدّي إلى انخفاضِ ضغطِ الدّمِ.
- الفرضُ البديلُ: (H_1: μ < 75) استخدامُ العقارِ يؤدّي إلى انخفاضِ ضغطِ الدّمِ.

فِي هذهِ الحالةِ اختبارُ الفرضيّاتِ ذو طرفٍ واحدٍ نحوَ اليسارِ:

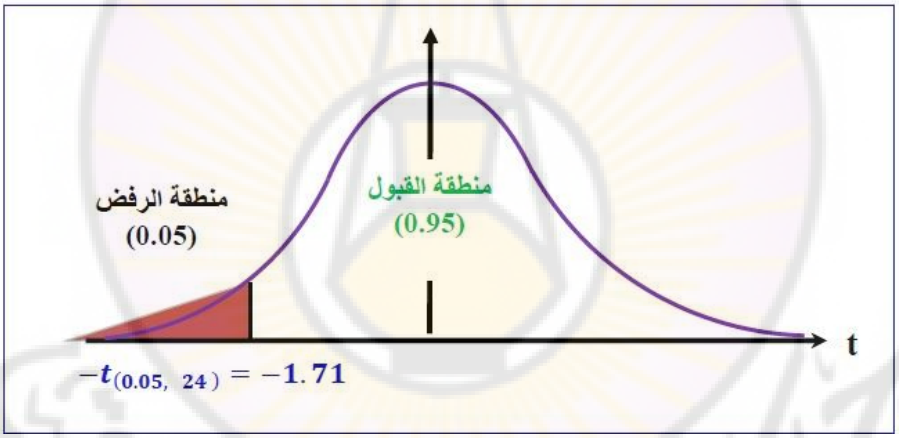
2- حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:

بِما أنَّ تباينَ المجتمعِ (σ) مجهولٌ وحجمَ العيّنةِ صغيرٌ ($n < 30$)، فيتم استخدام اختبار t و تحسب إحصائيّةُ الاختبارِ كَمَا يأتي:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{73 - 75}{\frac{5}{\sqrt{25}}} = -2$$

3- تحديدُ منطقتي القبولِ والرّفضِ:

تُحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ مِن توزيعِ (t) عندَ مستوى معنويّة (α=0.05) ودرجاتِ حرّيّة (n-1=24) وبِما أنَّ الفرضَ البديلَ هوَ "أصغر من"، أي هوَ اختبارُ الفروضِ ذو الطّرفِ الأيسرِ؛ إذاً قيمةُ (t) الجدوليّةِ تساوي $t_{(\alpha, n-1)} = t_{(0.05, 24)} = 1.71$ كَمَا بالشّكلِ (2-9).



شكل (2-9): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (2-5).

4- المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ:

بِما أنَّ القيمةَ المحسوبةَ (t= -2) أصغرُ مِنَ القيمةِ الجدوليّةِ (t= -1.71) وهيَ تقعُ فِي منطقةِ الرّفضِ، إذاً نرفضُ الفرضَ العدميَّ القائلَ إنَّ استخدامَ العقارِ لا يؤدّي إلى انخفاضِ ضغطِ الدّمِ، ونقبلُ الفرضَ البديلَ إنَّ استخدامَ العقارِ يؤدّي إلى انخفاضِ ضغطِ الدّمِ، وهذا يؤكّدُ ادّعاءَ الطّبيبِ.

2-7-2- اختباراتُ الفروضِ للفرقِ بينَ متوسّطيِّ مجتمعينِ.

قد يرغبُ الباحثُ فِي إجراءِ اختبارٍ فيما إذا كانَ متوسّطُ الدّخلِ فِي سوريّةَ يساوي متوسّطَ الدّخلِ فِي لبنانَ، أو إجراءِ اختبارٍ عمّا إذا كانَ متوسّطُ عمرِ الفردِ فِي سوريةَ يساوي متوسّطَ عمرِ الفردِ فِي مصرَ وهكذا... بمعنىً آخر قد يرغبُ الباحثُ فِي إجراءِ اختبارٍ عمّا إذا كانَ متوسّطُ المجتمعِ الأوّلِ يساوي متوسّطَ المجتمعِ الثّاني، ومِن أجلِ اختبارِ الفروضِ الإحصائيّةِ بينَ متوسّطيِّ مجتمعينِ؛ يلجأُ الباحثُ إلى سحبِ عيّنتينِ مِنَ المجتمعينِ وعندها يكونُ هدفُ الباحثِ هوَ تطبيقُ اختباراتِ الفروضِ للفرقِ بينَ متوسّطي عيّنتينِ تمثّلانِ مجتمعينِ، وهنا يمكنُ التّمييزُ بينَ نوعينِ مِنَ الاختباراتِ وفقاً لاستقلالِ أو ارتباطِ العيّناتِ أو ارتباطها:

- أوّلاً: اختبارُ الفرضيّاتِ للفرقِ بينَ مُتوسّطيِّ مجتمعينِ مستقلّينِ.
- ثانياً: اختبارُ الفرضيّاتِ للفرقِ بينَ مُتوسّطيِّ مجتمعينِ غير مستقلّينِ (مرتبطينِ).

أولاً: اختبارُ الفرضيّاتِ للفرقِ بينَ متوسطيِّ مجتمعينِ مستقلّينِ.

تُوجَدُ أربعُ حالاتٍ مختلفةٍ فِي حالةِ اختبارِ الفرضيّاتِ المتعلّقةِ بالفرقِ بينَ متوسّطيِّ مجتمعَينِ مستقلَّينِ هيَ:

الحالةُ الأولى: تباينُ المجتمعَينِ معلومٌ (العيّناتُ صغيرةٌ أو كبيرةٌ).

الحالةُ الثّانيةُ: تباينُ المجتمعَينِ مجهولٌ وحجمُ العيّنتينِ كبيرٌ.

الحالةُ الثّالثةُ: تباينُ المجتمعَينِ مجهولٌ ولكنّهما متساويان ($\sigma 1= \sigma 2$)، وحجمُ إحدى العيّنتينِ على الأقلِّ صغيرٌ.

الحالةُ الرّابعةُ: تباينُ المجتمعَينِ مجهولٌ ولكنّهما غيرُ متساويينِ ($\sigma 1\neq \sigma 2$)، وحجمُ إحدى العيّنتينِ على الأقلِّ صغيرٌ.

الحالةُ الأولى: تباينُ المجتمعَينِ معلومٌ (العيّناتُ صغيرةٌ أو كبيرةٌ)

بافتراضِ أنَّ المجتمعَينِ يتوزعان وفقاً للتوزيع الطبيعيٌّ وتباييني المجتمعين (σ_1^2, σ_2^2) معلومين مهما كان حجم العينتين.

1- صياغةُ الفروضِ :

- الفرضُ العدميُّ: ($H_0: \mu_1 = \mu_2$) متوسّطُ المجتمعِ الأوّلِ يساوي متوسّطَ المجتمعِ الثّاني.
- الفرضُ البديلُ: ($H_1: \mu_1 \neq \mu_2$) إنَّ المتوسّطينِ غيرُ متساويينِ:

ويمكنُ للباحثِ استخدامُ "أكبرِ مِن" أو "أقلِّ من" بدلاً مِن "لا يساوي" إذا كانَ لديهِ معلوماتٌ تشيرُ إلى ضرورةِ ذلكَ.

$$or:\ H_1: \mu_1 < \mu_2$$
$$or:\ H_1: \mu_1 > \mu_2$$

2- حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:

إذا كانَ متوسّطُ العيّنةِ الأولى ($\bar{x}_1$) مسحوبةٌ مِنَ المجتمعِ الأوّلِ الذّي مُتوسّطهُ (μ_1) وتباينهُ (σ_1^2). ومتوسّطُ العيّنةِ الثّانيةِ ($\bar{x}_1$) مسحوبةٌ مِنَ المجتمعِ الثّاني الذّي مُتوسّطه (μ_2) وتباينهُ (σ_2^2) على التّرتيبِ، فإنَّ إحصائيّةَ الاختبارِ تُحسَبُ كَمَا يأتي:

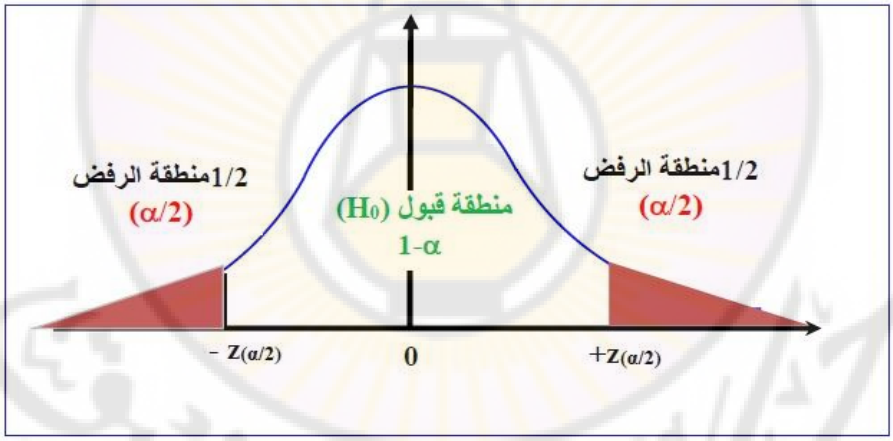
$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

وبِما أنّنا نفترضُ أنَّ ($H_0: \mu_1 = \mu_2$) فِي الفرضِ العدمِ فتصبحُ معادلةُ حسابِ إحصائية الاختبارِ كَمَا يأتي:

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

3- تحديدُ منطقتي القبولِ والرّفضِ:

بِما أنَّ إحصائيةَ الاختبارِ تتوزّعُ وفقاً للتّوزيعِ الطّبيعيِّ المعياريّ (Z) فإنّهُ يَتِمُّ تحديدُ منطقتي القبولِ والرّفضِ بوساطةِ القيمِ الجدوليّةِ لتوزيعِ (Z) عندَ مستوى معنويّة (α) وكذلكَ بحسبِ صياغةِ الفرضِ البديلِ هل هوَ اختبارٌ مِن طرفينِ أم مِن طرفٍ واحدٍ نحوَ اليمينِ أم مِن طرفٍ واحدٍ نحوَ اليسارِ، مثلاً إذا كانَ الاختبارُ مِن طرفينِ تكونُ منطقتا القبولِ والرّفضِ موضّحةً بالشّكلِ (2-10).



شكل (2-10): التّمثيلُ البيانيُّ لاختبارِ الفروضِ للفرقِ بينَ متوسّطي مجتمعينِ تباينهما معلومٌ.

4- المقارنةُ و اتّخاذُ القرارِ:

نقارنُ قيمةَ الإحصـــائيّةِ بحدودِ منطقتي القبولِ والرّفضِ؛ فإذا وقعَتْ فِي منطقةِ القبولِ نقبلُ الفرضَ العدميّ، وإذا وقعت فِي منطقةِ الرّفضِ نرفضُ الفرضَ العدميّ، ونقبلُ الفرضَ البديل.

مثال (2-6): فِي دراسةٍ لإحدى المنظّماتِ ادّعَتْ أنَّ متوسّطَ دخلِ الفردِ فِي سوريةَ يساوي مُتوسّطَ دخلِ الفردِ بالأردنِ، معَ العلمِ أنَّ تباينَ الدّخلِ فِي سوريةَ يساوي $(\sigma_1^2=60)$ ، وتباينَ الدّخلِ فِي الأردنِ يساوي $(\sigma_2^2=32)$. ومِن أجلِ التّأكُّدِ مِن صحّةِ هذا الادّعاءِ جرى سحبُ عيّنةٍ مِن سوريةَ حجمها $(n_1=100)$ شخصٍ فكانَ متوسّطُ الدّخلِ فِي هذهِ العيّنةِ هوَ $(\bar{x}_1 = 35)$ دولار، كذلكَ سُحبت عيّنةٌ مِنَ الأردنِ حجمها $(n_2=80)$ فكانَ متوسّطُ الدّخلِ فيها $(\bar{x}_2 = 33)$ دولاراً.

المطلوبُ: طبّقْ اختباراتِ الفروضِ لاختبارِ هل متوسّطُ الدّخلِ فِي سوريةَ يساوي مُتوسّطَ الدّخلِ بالأردنِ بمستوى معنويّة 5% مقابلَ الفرضِ البديلِ أنّهما غيرُ متساويين.

الحلُّ:

المجتمع الأول (سوريا): $(\sigma_1^2=60)$ $(n_1=100)$ $(\bar{x}_1 = 35)$

المجتمع الثاني (الأردن): $(\sigma_2^2=32)$ $(n_2=80)$ $(\bar{x}_2 = 33)$

صياغةُ الفروضِ :

- الفرضُ العدميُّ: $(H_0: \mu_1= \mu_2)$ متوسّطُ الدّخلِ فِي سوريةَ يساوي متوسّطَ الدّخلِ بالأردن.
- الفرضُ البديلُ: $(H_1: \mu_1\neq \mu_2)$ متوسّطُ الدّخلِ فِي سوريةَ لا يساوي متوسّطَ الدّخلِ بالأردن.

2-حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:

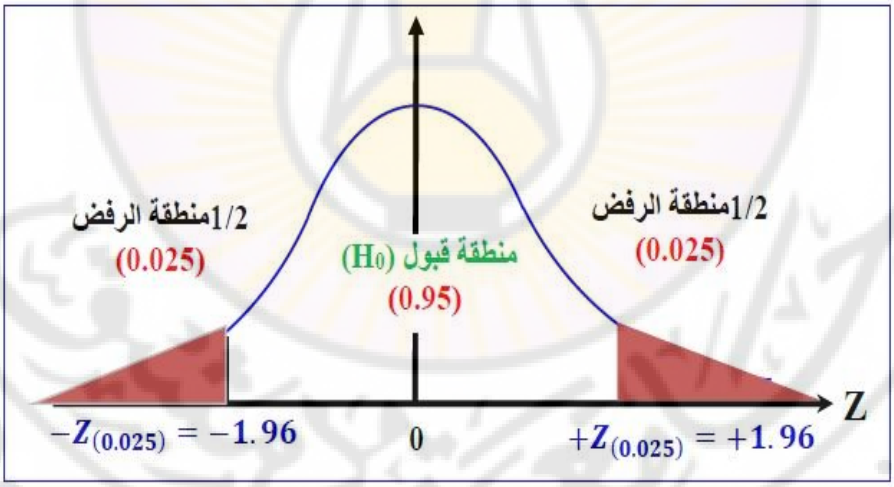
بِما أنَّ تباينَ المجتمعينِ معلومان، يَتمُّ حسابُ إحصائيّةِ الاختبارِ بالمعادلةِ الآتيةِ:

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{35 - 33}{\sqrt{\frac{60}{100} + \frac{32}{80}}} = 2$$

3- تحديدُ منطقتي القبولِ والرّفضِ:

تُحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ بوساطةِ القيمِ الجدوليّةِ التّي نحصلُ عليها مِن جدولِ التّوزيعِ الطّبيعيّ Z لأنَّ العيّناتِ كبيرة، وبِما أنَّ الفرضَ البديلَ هوَ "لا يساوي" أي هوَ اختبارٌ ذو طرفينِ؛ إذاً قيمُ Z الجدوليّةِ تكونُ كالتّالي: $Z_{\alpha/2} = Z_{0.025} = 1.96$ عندَ مستوى معنويّة (α=0.05).

وتكونُ منطقةُ القبولِ ضمنَ المجالِ $\left(-Z_{\frac{\alpha}{2}}, +Z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = (-1.96, +1.96)$ كَمَا فِي الشّكلِ (2-11).



شكل (2-11): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (2-6).

أي إنَّ منطقةَ القبولِ تبدأُ مِن 1.96- إلى 1.96+ ومنطقة الرّفضِ هيَ القيمُ التّي تكونُ أصغرَ مِن (1.96-) وأكبرَ مِن (1.96+).

4- المقارنةُ و اتّخاذُ القرارِ:

بِما أنَّ قيمةَ الإحصـــائيّةِ (والتّي تســـاوي 2) تقعُ فِي منطقةِ الرّفضِ فإنَّ القرارَ هوَ رفضُ الفرضِ العـدميِّ وقبولِ الفرضِ البـديـلِ؛ أي إنّنـا نرفضُ الفرضَ القائلَ إنَّ متوسّطَ دخلِ الفردِ فِي سوريةَ يساوي متوسّطَ دخلِ الفردِ فِي الأردنِ وذلكَ بمستوى معنويّة (α=0.05).

الحالةُ الثّانيةُ: تباينُ المجتمعَينِ مجهولٌ وحجمُ العينتينِ كبيرٌ

إذا كانَ تباينُ المجتمعَينِ (σ^2_1, σ^2_2) مجهولينِ وحجما العيّنتينِ كبيرينِ فإنَّ إحصائيةَ الاختبارِ تُحسَبُ بالطّريقةِ نفسها فِي الحالةِ الأولى بعدَ التّعويضِ عن تباينِ المجتمعَين (σ^2_1, σ^2_2) بتباينِ العيّنتينِ (S^2_1, S^2_2) وتصبحُ الإحصائية كَمَا يأتي:

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)_0}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

وبما أنّنا نفترضُ أنَّ (H_0: $\mu_1 = \mu_2$) فتصبحُ معادلةُ حسابِ إحصاءئية الاختبارِ كَمَا يأتي:

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

مثال (2-7): ادّعى باحثٌ اجتماعيٌّ أنَّ مُتوسّطَ أوزانِ طلابِ جامعةِ حلب أقلُّ مِن مُتوسّطِ أوزانِ طلابِ جامعةِ دمشقَ. مِن أجلِ اختبارِ صحّةِ هذا الفرضِ (الادّعاءِ)، اختيرَتْ عيّنةٌ عشوائيّةٌ مِن (n_1=60) طالبٍ مِنَ جامعةِ حلب، فوُجِدَ أنَّ مُتوسّطَ أوزانهم ($\bar{x}_1 = 69$) كغ بتباينٍ قدرهُ (S_1^2=230)، كذلكَ اختيرت عيّنةٌ عشوائيّةٌ

أخرى مِن (n_2=85) طالبٍ مِن جامعةِ دمشقَ فوُجِدَ أنَّ مُتوسّطَ أوزانهم ($\bar{x}_2 = 74$) كغ بتباينٍ قدرهُ (S_2^2=220).

المطلوبُ: طبّقْ طريقةَ اختباراتِ الفروضِ لاختبارِ الفرضِ القائلِ إنَّ مُتوسّطَ أوزان طلابِ جامعةِ حلب أقلُّ مِن مُتوسّطِ أوزانِ طلابِ جامعةِ دمشقَ وذلكَ بمستوى معنويّة (α =0.05).

الحلُّ:

المجتمعُ الأوّلُ(جامعةُ حلب): (S_1^2=230) (n_1=60) ($\bar{x}_1 = 69$)

المجتمعُ الثّاني (جامعةُ دمشقَ): (S_2^2=220) (n_2=85) ($\bar{x}_2 = 74$)

1- صياغةُ الفروضِ:

- الفرضُ العدميُّ: (H_0:μ_1= μ_2) مُتوسّطُ أوزانِ طلابِ جامعةِ حلبَ يساوي مُتوسّطَ أوزانِ جامعةِ دمشقَ.
- الفرضُ البديلُ:(H_1: μ_1< μ_2) مُتوسّطُ أوزان طلابِ جامعةِ حلب **أقلُّ** من مُتوسّطِ أوزان جامعةِ دمشقَ.

1- حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:

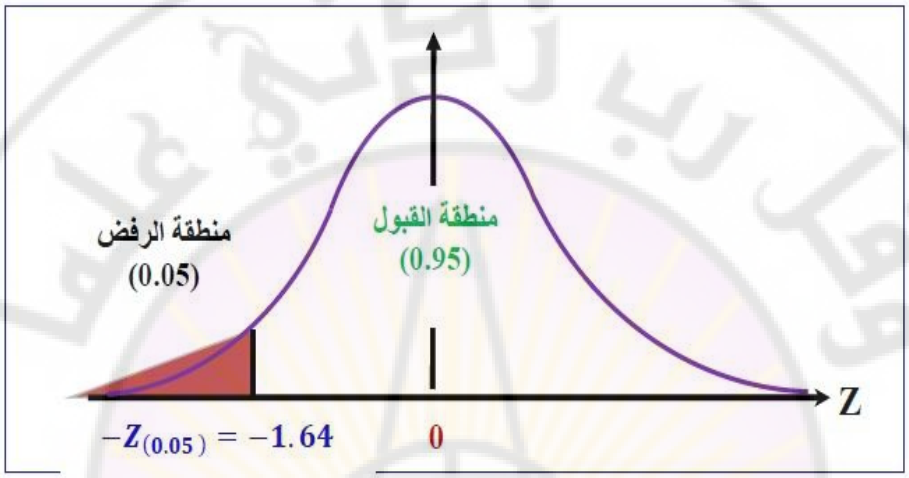
نحسبُ إحصائية الاختبارِ مِنَ العلاقةِ:

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{69 - 74}{\sqrt{\frac{230}{60} + \frac{220}{85}}} = \frac{-5}{\sqrt{6.48}} = -2$$

2- تحديدُ منطقتي القبولِ والرّفضِ:

هنا اختبارُ الفرضيّاتِ ذو طرفٍ واحدٍ نحوَ اليسارِ، لذلكَ نحدّدُ القيمةَ الحرجةَ التّي تُحدّدُ منطقةَ القبولِ والرّفضِ وذلكَ بإيجادِ قيمةِ ($-Z_\alpha$) مِن جداولِ

التّوزيعِ الطّبيعيِّ عندَ مستوى معنويّة (α=0.05)؛ أي إيجادُ قيمةِ ($-Z_\alpha$=−1.65) وبالتّالي الشّكل (2−12) يوضّحُ حدودَ منطقتي القبولِ والرّفضِ.



شكل (2−12): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (2−7).

3− المقارنةُ و اتّخاذُ القرارِ:

بِما أنَّ قيمةَ Z المحسوبةِ (Z=−2) أصغرُ مِن قيمةِ Z الجدوليّةِ ($-Z_\alpha$=− 1.65) أي إنَّ قيمةَ إحصائيةِ الاختبارِ تقعُ فِي منطقةِ الرّفضِ. وبذلكَ نرفضُ فرضَ العدمِ ونقبلُ الفرضَ البديلَ القائلَ إنَّ مُتوسّطَ أوزان طلابِ جامعةِ حلب أقلُّ مِن مُتوسّطِ أوزان طلابِ جامعةِ دمشقَ.

الحالةُ الثّالثةُ: تباينُ المجتمعَينِ مجهولٌ ولكنّهما متســاويان(σ_1^2= σ_2^2) وحجمُ إحدى العيّنتينِ على الأقلِّ صغيرٌ.

بفرضِ أنَّ البياناتِ فِي المجتمعِ الأوّلِ والثّاني تخضـعُ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ و أنَّ تباينَ المجتمعَينِ (σ_1^2, σ_2^2) غيرُ معلومٍ ولكنّهما متجانســان أي (σ_1^2=σ_2^2)، وحجمُ العيّنتينِ صــغيرٌ؛ فإنَّ إحصــائيّةَ الاختبارِ تتبعُ توزيعَ (t) بدرجاتِ حرّيّةٍ تســاوي ($n_1 + n_2 - 2$).

ويمكنُ تطبيقُ اختبارِ الفروضِ مِن أجلِ الحكمِ على معنويّةِ الفرقِ بينَ مُتوسّـــطَي عيّنتينِ صغيرتينِ وفقاً للشّروطِ السّابقةِ باتّباعِ الخطواتِ الآتيةِ:

1- صياغةُ الفروضِ :

- الفرضُ العدميُّ: (H_0: $\mu_1 = \mu_2$) مُتوسّطُ المجتمعِ الأوّلِ يساوي مُتوسّطَ المجتمعِ الثّاني.
- الفرضُ البديلُ: (H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$) مُتوسّطَا المجتمعَينِ غيرُ متساويينِ.

2- حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:

إحصائيّةُ الاختبارِ تتبعُ توزيعَ (t) بدرجاتِ حرّيّةٍ تساوي ($n_1 + n_2 - 2$) وبفرضِ أنَّ تباينَ المجتمعِ الأوّلِ يساوي تباينَ المجتمعِ الثّاني فإنَّ الإحصائيةَ تُحسَبُ مِنَ المعادلةِ الآتيةِ:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

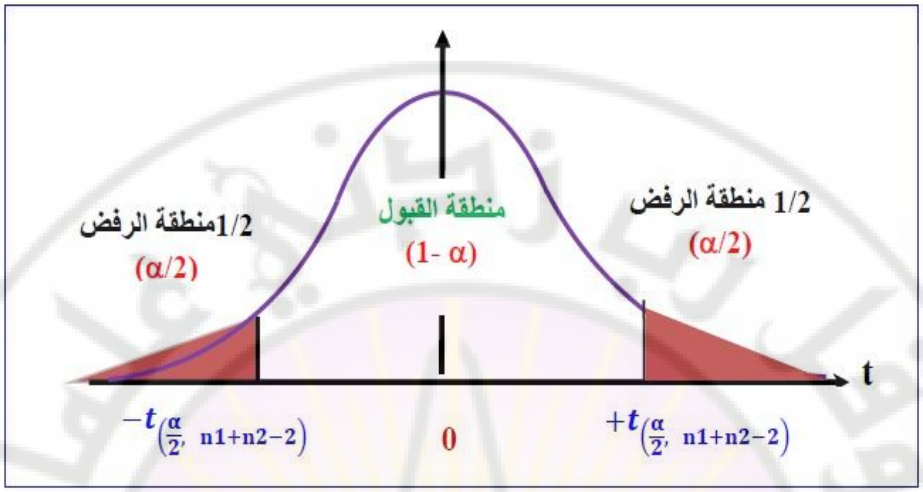
حيثُ (S_p^2) يمثّلُ التّباينُ المشتركُ (المرجح) للعيّنتينِ ويُحسَبُ بإحدى المعادلتين الآتيتين:

$$S_P^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$S_P^2 = \frac{\sum(x_1 - \bar{x}_1)^2 + \sum(x_2 - \bar{x}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

3- تحديدُ منطقتي القبولِ والرّفضِ:

تُحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ بالقيمِ الحرجةِ التّي نســـتخرجها مِن جداولِ التّوزيعِ (t) عندَ درجاتِ حرّيّةٍ تســـاوي ($n_1 + n_2 - 2$) وعندَ مســـتوى معنويّةٍ يساوي ($\alpha/2$) فِي هذهِ الحالةِ لأنَّ الاختبارَ مِن طرفينِ كَمَا فِي الشّكلِ (2-13).



شكل (2-13): شكلُ اختبارِ الفروضِ للفرقِ بينَ متوسّطَي مجتمعَينِ تباينهما مجهولٌ ومتساويانِ والعيّنتانِ صغيرتانِ.

4- المقارنةُ و اتّخاذُ القرارِ:

نقارنُ قيمةَ الإحصـــائيّةِ المحســـوبةِ بحدودِ منطقتَي القبولِ والرّفضِ، فإذا وقعَتْ فِي منطقةِ القبولِ نقبلُ الفرضَ العدميّ، وإذا وقعَتْ فِي منطقةِ الرّفضِ نرفضُ الفرضَ العدميّ، ونقبلُ الفرضَ البديلَ.

مثال(2-8): ادّعى باحثٌ زراعيٌّ أنَّ متوسّط إنتاجِ شجرةِ الزّيتونِ فِي محافظةِ حماة يساوي متوسّطَ إنتاجِ شجرةِ الزّيتونِ فِي محافظةِ حمص.

مِن أجلِ اختبارِ صحّةِ هذا الفرضِ اختيرتْ عيّنةٌ عشوائية حجمها (9) أشجار زيتونٍ مِن حماة، كذلك اختيرت عيّنةٌ عشوائيّةٌ أخرى مِن (14) شجرة زيتونٍ مِن حمصَ فوُجِدَ وتم تسجيل الانتاج بالجدول (2-5).

جدول (2–5): انتاج اشجار الزيتون في عينتي الدراسة للمثال (2–8).

العينة	عينة من محافظة حماة	عينة من محافظة حمص
المشاهدات (الانتاج)	10	24
	18	20
	15	17
	6	16
	22	18
	9	14
	10	12
	13	10
	14	21
		14
		10
		14
		18
حجم العينة (n_i)	$n_1=9$	$n_2=13$
متوسط العينة $(\bar{x}_i)$	$(\bar{x}_i = 13)$	$(\bar{x}_2 = 16)$
تباين العينة (S_i^2)	$(S_i^2 = 24.25)$	$(S_2^2 = 17.833)$

المطلوب:

هل يوجد فروق معنوية بين متوسط إنتاج شجرة الزيتون في محافظة حماه ومتوسط إنتاج شجرة الزيتون في محافظة حمص بمستوى معنوية ($\alpha=0.05$) مع العلم أن تباين المجتمعين متساويان ($\sigma_1^2=\sigma_2^2$).

الحل:

1- صياغة الفروض:

الفرض العدمي: ($H_0 : \mu_1 = \mu_2$) متوسط إنتاج شجرة الزيتون في حماة يساوي متوسط إنتاجها في حمص.

الفرض البديل:($H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$) متوسط إنتاج شجرة الزيتون في حماة لا يساوي متوسط إنتاجها في حمص.

2- حساب احصائية الاختبار:

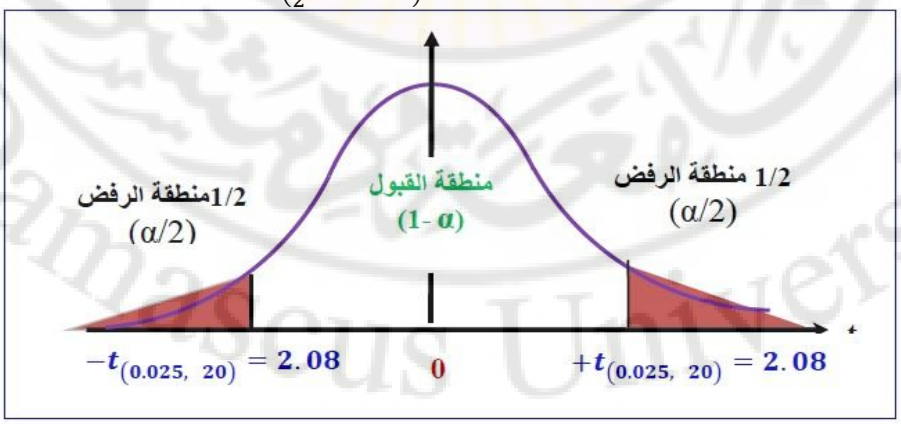
$$S_P^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{8 \times 24.25 + 12 \times 17.833}{9 + 13 - 2} = 20.4$$

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{(13 - 16)}{\sqrt{20.4\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{13}\right)}} = \frac{-3}{1.958} = -1.53$$

3- تحديد منطقتي القبول والرفض:

بما أن الاختبار من طرفين تحسب (t) الجدولية كما يأتي:

$$t_{\left(\frac{\alpha}{2}, n1+n2-2\right)} = t_{(0.025,20)=2.086}$$



شكل (2-14): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (2-8).

4- المقارنة واتخاذ القرار: بمقارنة قيمة t المحسوبة (t=−1.53) بقيمة t الجدولية (t=2.086) نجد أن (t) المحسوبة تقع في منطقة القبول، لذلك نقبل الفرض الصفري بأنه لا يوجد فرق معنوي بين متوسط إنتاج شجرة الزيتون في محافظة حماه ومتوسط إنتاجها في محافظة حمص بمستوى دلالة (α=0.05)

الحالةُ الرّابعةُ: تباينُ المجتمعينِ مجهولٌ ولكنّهما غير متساويينِ ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$) **وحجمُ إحدى العينتينِ على الأقلِّ صغيرٌ.**

بفرضِ أنَّ البياناتِ فِي المجتمعِ الأوّلِ والثّاني تخضعُ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ وأنَّ تباينَ المجتمعَين (σ_1^2, σ_2^2) مجهولٌ (غيرُ معلومٍ) ولكنّهما غيرُ متجانسَينِ أي ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$)، وحجمُ العيّنتَينِ صغيرٌ فإنَّ إحصائيّةَ الاختبارِ تتبعُ توزيعَ (t) وتُحسَب كَمَا يأتي:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)_0}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

وبِما أنّنا نفترضُ أنَّ ($H_0: \mu_1 = \mu_2$) فتصبحُ معادلةُ حسابِ إحصائية الاختبارِ كَمَا يأتي:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

إذ إنَّ إحصائيّةَ الاختبارِ تتبعُ توزيعَ (t) بدرجاتِ حرّيّةٍ تساوي

$$df = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

- إذا كانت قيمةُ درجاتِ الحرّيّة (df) المحسوبةِ بالمعادلةِ السّابقةِ تمثّلُ عدداً حقيقيّاً، فإنّه مِنَ الضّروريِّ التّقريبُ لأقربِ عددٍ صحيحٍ.
- وأخيراً يمكنُ تطبيقُ خطواتِ اختبارِ الفروضِ على هذهِ الحالةِ بالطّريقةِ نفسها التّي طُبّقتْ على الحالاتِ السّابقةِ.

مثال (2-9): يرغب باحث زراعي في اختبار وجود فروق معنوية بين إنتاجية صنفين من التفاح، لذلك اختيرت عينة من (12) شجرة من الصنف الأول و كذلك اختيرت عينة من (10) شجرات من الصنف الثاني عشوائياً وتم حساب إنتاجية كل شجرة وتدوينها بالجدول (2-6):

Damascus University

جدول (2-6): إنتاج التفاح لعينتي الدراسة للمثال (2-9).

العينة	الصنف الثاني	الصنف الأول
المشاهدات (كميات التفاح)	30	25
	28	4
	22	42
	35	24
	48	32
	36	12
	32	58
	48	12
	35	42
	26	70
		35
		4
حجم العينة (n)	10	12
متوسط العينة $(\bar{x})$	34	30
تباين العينة (S_i^2)	73.55	432.9
الانحراف المعياري للعينة (S_i)	8.58	20.8

المطلوب: هل يوجد فروق معنوية بين متوسطي إنتاج الصنفين عند مستوى معنوية $(\alpha=0.05)$ مع العلم أن تباين مجتمعي الصنفين غير متجانسين $(\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2)$.

الحل:

1- صياغة الفروض:

الفرض العدمي: $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

الفرض البديل: $(H_1 : \mu_1 \neq \mu_2)$

2- حساب احصاء الاختبار:

معادلة حساب احصائية الاختبار كما يأتي:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{30 - 34}{\sqrt{\frac{432.9}{12} + \frac{73.55}{10}}} = \frac{-4}{6.59} = -0.60$$

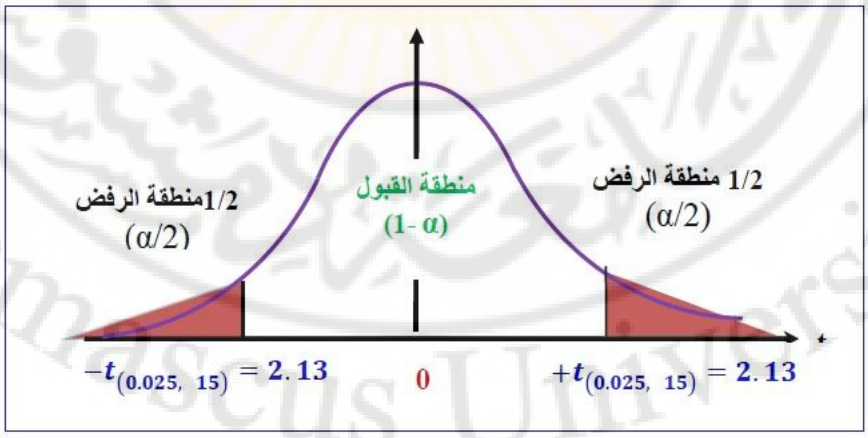
حيث إن احصائية الاختبار تتبع توزيع (t) بدرجات حرية تساوي:

$$df = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_{21}}\right)^2}{n_2 - 1}} = \frac{\left(\frac{432.9}{12} + \frac{73.55}{10}\right)^2}{\frac{\left(\frac{432.9}{12}\right)^2}{11} + \frac{\left(\frac{73.55}{10}\right)^2}{9}} = \frac{1885.7}{124.28} = 15.17$$

هذا يعني درجات الحرية (df=15).

3- تحديد منطقتي القبول والرفض: تحسب (t) الجدولية كما يأتي:

$$t_{(0.025,\ 15)} = 2.13$$



شكل (2-15): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتَي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (2-9).

4- المقارنة واتخاذ القرار

بمقارنة قيمة t المحسوبة (t=-0.61) بقيمة t الجدولية (t=2.13) نجد أن قيمة t المحسوبة تقع في منطقة القبول، لذلك نقبل الفرض الصفري بأنه لا يوجد فرق معنوي بين متوسطي صنفي التفاح.

ثانياً: اختبارُ الفرضيّاتِ للفرقِ بينَ متوسطَي مجتمعَينِ غيرِ مستقلّينِ (مرتبطينِ).

هذا الاختبارُ يُسمّى اختبارُ الفرضيّاتِ للفرقِ بينَ متوسطي عيّنتينِ غيرِ مستقلّتينِ (مرتبطتينِ) أو اختبارِ الفروضِ للفرقِ بينَ الأزواجِ المتقابلةِ (Testing Hypotheses for the Difference Between Matched Pairs)، إذ يُستخدَمُ هذا النّوعُ مِنَ الاختباراتِ للحُكمِ على دلالةِ الفروقِ بينَ متوسطَي عيّنتينِ مرتبطتينِ (Correlated Data)، مثلَ اختبارِ دلالةِ الفروقِ بينَ متوسّطِ أداءِ الموظّفينَ قبلَ التّدريبِ وبعدَ التّدريبِ. ولتوضيحِ هذا النّوعِ مِنَ الاختباراتِ نوردُ المثالَ الآتي:

يرغبُ باحثٌ فِي معرفةِ فيما إذا كانَ إعطاءُ دوراتٍ تدريبيّةٍ للموظّفينَ الذّينَ يعملونَ فِي قسمِ المبيعاتِ حولَ أساليبِ التّعاملِ معَ الزّبائنِ لهُ دورٌ فعّالٌ فِي زيادةِ عددِ الوَحداتِ المُباعَةِ مِن سلعةٍ معيّنةٍ. فِي هذهِ الحالةِ نأخذُ بياناتٍ حولَ عددِ الوَحداتِ المُباعَةِ مِن تلكَ السّلعةِ قبلَ اتّباعِ الدّورةِ التّدريبيّةِ وبعدَ اتّباعِ الدّورةِ، ثمَّ نقومُ بمقارنةِ متوسطَي عددِ الوَحداتِ المُباعَةِ قبلَ اتّباعِ الدّورةِ التّدريبيّةِ وبعدها.

أيضـــاً على ســـبيلِ المثالِ يرغبُ باحثٌ فِي معرفةِ ما إذا كانَ هناك نظامٌ غذائيٌّ معيّنٌ لتخفيفِ الوزنِ لمجموعةٍ مِنَ الأشـخاصِ الذّينَ يعانونَ مِنَ السُّـمنة، فِي هذهِ الحالةِ نأخذُ أوزانهم قبلَ اتّباعِ النّظامِ الغذائيّ وبعده.

كذلكَ مِنَ التّطبيقاتِ العمليّةِ لهذا الاختبارِ، الحالةُ الصّـحيّةُ لمجموعةِ مرضـى قبلَ تناولِ دواءٍ معيّنٍ وبعده.

يُطبَّقُ هذا الاختبارُ لمقارنةِ نتائج إجاباتِ أو علاماتِ عيّنةٍ مِنَ الأشخاصِ قبلَ التّجربةِ وبعدها، لذلكَ تُسمَّى القيمُ الأولى بالقيمِ أو الدّرجاتِ القبليّةِ (X)، وتُسمَّى القيمُ الثّانيةُ بالقيمِ البعديّةِ (Y)، ويمكنُ وضعُ النّتائجِ فِي جدولٍ خاصٍّ على شكلِ أزواجٍ متقابلةٍ، فنحصلُ على عيّنتينِ مرتبطتينِ مِنَ القيمِ (لأنَّ كلَّ زوجٍ يعودُ لشخصٍ واحدٍ) كَمَا هيَ مبيّنةٌ بالجدولِ (2-7).

جدول (2-7): البياناتُ القبليّةُ والبعديّةُ لاختبارِ الفرقِ بينَ متوسّطي مجتمعَينِ غيرِ مستقلّين.

رقمُ الشّخصِ	1	2	3	4	.....	I	.....	n	المُتوسّطُ	
الدّرجاتُ القبليّةُ (X)	x_1	x_2	x_3	x_4	.....	x_i	.....	x_n	$\bar{x}$	
الدّرجاتُ البعديّةُ (Y)	y_1	y_2	y_3	y_4	.....	y_i	.....	y_n	$\bar{y}$	
عيّنةُ الفروقاتِ d_i	d_1	d_2	d_3	d_4	.....	d_i	.....	d_n	$\bar{d}$	S_d

ثمَّ تُحسَبُ الفروقاتُ بينَ قيمتي كلِّ زوجٍ مِنَ العلاقةِ: $d_i=x_i-y_i$

$$(d_i = x_i - y_i)$$

ويُحسَبُ المتوسّطُ والتّباينُ والانحرافُ المعياريُّ لهذهِ الفروقاتِ مِنَ العلاقتينِ:

$$\bar{d} = \frac{1}{n}\sum d_i$$

$$S_d^2 = \frac{\sum(d_i-\bar{d})^2}{n-1}$$

ولإجراءِ الاختبارِ حولَ الفرقِ بينَ العيّنتينِ تُوضع الفرضيتان كَمَا يأتي:

1- صياغةُ الفروضِ :

- الفرضُ الصّفريُّ: $H_0: \mu_1 = \mu_2$ أو $H_0: \bar{D}_0 = 0$ حيثُ $\bar{D}_0 = \mu_1 - \mu_2$
- الفرضُ البديلُ: $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ أو $\bar{D}_0 \neq 0$

يمكنُ للفرضِ البديلِ أن يأخذَ إحدى الحالتينِ الآتيتين أيضاً:

$$H_1: \bar{D}_0 < 0 \quad \text{أو} \quad H_1: \mu_1 < \mu_2$$

$$H_1: \bar{D}_0 > 0 \quad \text{أو} \quad H_1: \mu_1 > \mu_2$$

حيثُ:

$\bar{d}$: هيَ متوسّطُ الفرقِ بينَ أزواجِ المشاهداتِ.

S_d: هوَ الانحرافُ المعياريُّ للفرقِ بينَ أزواجِ المشاهداتِ.

n: تمثّلُ حجمَ العيّنةِ المسحوبةِ مِنَ المجتمعِ (عددُ أزواجِ المشاهداتِ).

$\bar{D}_0$: هوَ الفرقُ بينَ متوسطَي المجتمعَينِ الأوّلُ والثّاني.

2- حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:

إنَّ إحصائيةَ الاختبارِ تتوزّعُ وفقاً لتوزيعِ (t) بدرجاتِ حرّيّة (df=n−1) وتُحسَبُ بالعلاقةِ الآتية:

$$t = \frac{\bar{d} - \bar{D}_0}{S_d/\sqrt{n}}$$

حيثُ: $\bar{D}_0$ هيَ قيمةُ مُتوسّطِ الفروقاتِ المفترضةِ فِي المجتمعِ، وتُؤخَذُ قيمتها الصّفريّةُ مِن فرضيّةِ العدمِ H_0 وهيَ $\bar{D}_0 = 0$ فتصبحُ معادلةُ حسابِ إحصائية الاختبارِ على الشّكلِ الآتي:

$$t = \frac{\bar{d}}{S_d/\sqrt{n}}$$

3- تحديدُ منطقتَي القبولِ والرّفضِ :

تتحدّدُ منطقتَا القبولِ والرّفضِ باســـتخراجِ قيمةِ (t) الجدوليّةِ مِن جدولِ (t) عندَ درجاتِ حرّيّةٍ تساوي (n – 1) عندَ مستوى معنويّةٍ يساوي (α).

4- المقارنةُ و اتّخاذُ القرارِ:

تَتِمُّ مقارنةُ قيمةِ إحصـــائيةِ الاختبارِ المحســـوبةِ بحدودِ منطقتَي القبولِ والرّفضِ، فإذا وقعَتْ فِي منطقةِ القبولِ يُقبل الفرضُ العدميُ (H_0) ونقولُ إنّـهُ لا يوجدُ فرقٌ معنويٌّ بينَ الدّرجاتِ القبليّةِ والبعديّةِ، أمّا إذا كانت قيمةُ إحصـــائيّةِ الاختبارِ أكبرُ مِن (t) الجدوليّةِ أي تقعُ فِي منطقةِ الرّفضِ وبالتّالي نرفضُ الفرضَ العدميَّ ونقبلُ الفرضَ البديلَ القائلَ إنَّ هناكَ فرقاً معنويّاً بينَ القيمِ القبليّةِ والبعديّةِ.

مثال (2-10): البياناتُ الآتية تمثّلُ نتائجَ تجربةٍ أُجريَت على عشـــرةِ أشـــخاصٍ لاختبارِ مدى فاعلية نظامٍ خاصٍّ مِنَ الغذاءِ لتخفيفِ الوزنِ، حيثُ تمَّ قياسُ أوزانِ الأشـخاصِ قبلَ البدءِ فِي تطبيقِ النّظامِ الغذائيِّ وبعدَ تطبيقهِ بثلاثةِ شـهورٍ والنّتائجُ موضّحةٌ بالجدولِ (2-8).

جدول (2-8): أوزانُ الأشخاصِ قبلَ تطبيقِ النّظامِ الغذائيّ وبعدَه.

رقمُ الشّخصِ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الأوزانُ قبلَ (X)	95	109	89	93	106	92	88	119	102	92
الأوزانُ بعدَ(Y)	90	96	85	87	104	85	76	103	95	84

المطلوبُ: اختبارُ ما إذا كانَ نظامُ الغذاءِ فعّالاً فِي تخفيفِ الوزنِ مستخدماً مستوى دلالة (α=0.05)

الحلُّ:

1- صياغةُ الفروضِ :

بفرضِ أنَّ $y_i=d_i=x_i$ تمثّلُ عيّنةَ الفرقِ بينَ أزواجِ البياناتِ للعيّنتينِ و $\overline{D_0}$ هوَ الفرقُ بينَ متوسّطَي المجتمعَينِ الأوّلُ والثّاني، ويمكنُ صياغةُ الفروضِ كَمَا يأتي:

- الفرضُ الصّفريُّ: $H_0: \mu_x = \mu_y$ أو $H_0: \overline{D}_0 = 0$ لا يوجدُ فرقٌ معنويٌّ بينَ القيمِ القبليّةِ والبعديّة.
- الفرضُ البديلُ: $H_1: \mu_x > \mu_y$ أي إنّهُ يوجدُ فرقٌ معنويٌّ بينَ الدّرجاتِ القبليّةِ والبعديّةِ.

2- حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:

تُحسَبُ إحصائية الاختبارِ مِنَ العلاقةِ $t = \frac{\bar{d}-\overline{D_0}}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}}$ وهذا يتطلّبُ حسابَ مُتوسّطِ الفروقِ ($\bar{d}$) والانحرافِ المعياريّ (S_d) لأزواجِ المشاهداتِ كَمَا هيَ مبيّنةٌ بالجدولِ (2-9).

جدول (2-9): حسابُ الانحرافِ المعياريِّ لأوزانِ الأشخاصِ قبلَ تطبيقِ النّظامِ الغذائيّ وبعدَه.

رقمُ الشّخصِ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	المجموع
الأوزانُ قبلَ (X)	95	109	89	93	106	92	88	119	102	92	
الأوزانُ بعدَ (Y)	90	96	85	87	104	85	76	103	95	84	
الفروقُ (d=x-y)	5	13	4	6	2	7	12	16	7	8	80
$(d_i - \bar{d})$	-3	5	-4	-2	-6	-1	4	8	-1	0	0
$(d_i - \bar{d})^2$	9	25	16	4	36	1	16	64	1	0	172

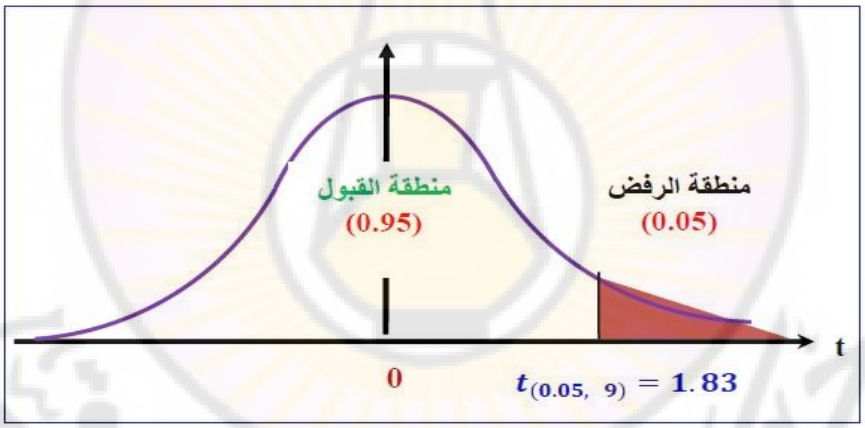
$$\bar{d} = \frac{80}{10} = 8$$

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum(d_i - \bar{d})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{172}{9}} = 4.37$$

$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}} = \frac{8}{4.37/\sqrt{10}} = 5.79$$

3- تحديدُ منطقتَي القبولِ والرّفضِ :

تتحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ باستخراجِ قيمةِ (t) الجدوليّةِ مِن جدولِ (t) عندَ درجاتِ حرّيّةٍ تساوي (n−1=9)، عندَ مستوى معنويّةٍ يساوي (α=0.05)، أي إنَّ $t_{(0.05,9)} = 1.83$ ، وبِما أنَّ الفرضَ البديلَ "أكبر مِن" هذا يعني أنّهُ مِن طرفٍ واحدٍ نحوَ اليمينِ؛ أي القيمةُ الجدوليّةُ تكونُ $t_{(0.05,\ 9)} = 1.83$ ، وبالتّالي تتحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ بالشّكلِ (2−61).



شكل (2−16): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتَي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (2−10).

4- المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ:

بِما أنَّ قيمةَ الإحصائيّةِ تساوي (5.79) فإنّها تقعُ فِي منطقةِ الرّفضِ وبالتّالي فإنَّ القرارَ هوَ رفضُ الفرضِ العدميِّ وقبولُ الفرضِ البديلِ بأنّهُ يوجدُ فرقٌ معنويٌّ بينَ أوزانِ الأشخاصِ قبلَ النّظامِ الغذائيّ وبعدَه ، وهذا يقودنا إلى النّتيجةِ بأنَّ النّظامَ الغذائيَّ المتّبعَ فعّالٌ فِي إنقاصِ الوزنِ.

2-8- اختباراتُ الفروضِ المتعلّقةِ بالنِّسَبِ.

اختباراتُ الفروضِ حولَ النِّسبِ يمكنُ تصنيفها إلى نوعينِ هما:

- **اختباراتُ الفروضِ لنسبةِ مجتمعٍ.**
- **اختباراتُ الفروضِ للفرقِ بينَ نسبتَي مجتمعَينِ.**

2-8-1- اختباراتُ الفروضِ لنسبةِ مجتمعٍ.

إذا كانَ المجتمعُ الذّي نقومُ بدراستهِ يتبعُ التّوزيعَ الطّبيعيَّ، وإذا كانت نسبةُ ظاهرةٍ معيّنةٍ فِي المجتمعِ هيَ (p) وكانت (r) هيَ نسبةُ الظّاهرةِ فِي العيّنةِ العشوائيّةِ التّي تمَّ سحبها مِنَ المجتمعِ، فإنَّ المطلوبَ هوَ اختبارُ وجودِ فرقٍ معنويٍّ بينَ نسبةِ الظّاهرةِ فِي كُلٍّ مِنَ العيّنةِ والمجتمعِ.

1- صياغةُ الفروضِ :

- الفرضُ العدميُّ: $(H_0: P=P_0)$ لا يوجدُ فرقٌ معنويٌّ بينَ النّسبةِ الحقيقيّةِ (p) والنّسبةِ المدّعاةِ (p_o) للمجتمعِ.
- الفرضُ البديلُ: $(H_1: P\neq P_0)$ يوجدُ فرقٌ معنويٌّ بينَ النّسبةِ الحقيقيّةِ والنّسبةِ المدّعاةِ للمجتمعِ.

ويمكنُ للفرضِ البديلِ أن يأخذَ إحدى الحالاتِ الآتيةِ:

جدول (2-10): طرائقُ صياغةِ الفروضِ لنسبةِ مجتمعٍ.

اختبارٌ مِن طرفينِ	مِن طرفٍ واحدٍ أيمنٍ	مِن طرفٍ واحدٍ أيسرٍ
$H_1: P \neq P_0$	$H_1: P > P_0$	$H_1: P < P_0$

2- حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:

تُحسَبُ إحصائية الاختبارِ $(Z_C$ المحسوبةِ) التّي تتبعُ التّوزيعَ الطّبيعيَّ القياسيَّ مِنَ العلاقةِ:

$$Z_c = \frac{r - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}}$$

حيثُ تُحسَبُ قيمةُ (r) مِنَ العلاقةِ: $r = \frac{\text{عدد الذين يمتلكون الصفة}}{\text{حجم العينة الكلي n}}$

3- تحديدُ منطقتَي القبولِ والرّفضِ:

تُحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ باستخراجِ قيمِ (Z) الجدوليّةِ مِنَ الجداولِ الإحصائيّةِ للتّوزيعِ المعياريِّ وبحسبِ مستوى المعنويّةِ (α)، وبحسبِ الفرضِ البديلِ هل هوَ مِن طرفينِ أم مِن طرفٍ واحدٍ.

4- المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ:

نقارنُ قيمةَ إحصائية الاختبارِ (Z_C) المحسوبةِ بحدودِ منطقتي القبولِ والرّفضِ، فإذا وقعَتْ فِي منطقةِ القبولِ فإنّنا نقبلُ الفرضَ العدميّ، وإذا وقعَتْ فِي منطقةِ الرّفضِ فإنّنا نرفضُ الفرضَ العدميّ، ونقبلُ الفرضَ البديلَ.

مثال (2-11): فِي دراسةٍ إحصائيّةٍ ادّعت فِي تقريرها أنّ 15% فقط مِن خريجي الجامعاتِ يجدونَ عملاً فِي مجالِ تخصّصهم الرّئيس. مِن أجلِ اختبارِ هذا الادّعاءِ (الفرضِ) اختيرتْ عيّنةٌ عشوائيّةٌ حجمها 400 خريجٍ فوُجِدَ مِن بينهم 100 فقط يعملونَ فِي مجالِ تخصّصهم .

المطلوبُ: هل تدلُّ نتائجُ العيّنةِ أنَّ النّسبةَ التّي ذُكرت فِي الدّراسةِ الإحصائيّةِ (الادّعاءِ) صحيحةٌ أم تختلفُ عنِ الواقعِ؟ استخدم مستوى المعنويّة (α=0.01).

الحلُّ:

هل يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ بينَ النّسبةِ المدّعاةِ بالتّقريرِ (p_0=0.15) ونسبةِ العيّنةِ (0.25)؟

1- صياغةُ الفروضِ :

- الفرضُ العدميُّ: (H_0: P= 0.15) نسبةُ المجتمعِ تساوي (0.15)
- الفرضُ البديلُ: (H_1: P≠ 0.15) نسبةُ المجتمعِ لا تساوي (0.15).

2- حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:

حسابُ إحصائيّةِ الاختبارِ Z_C المحسوبةِ:

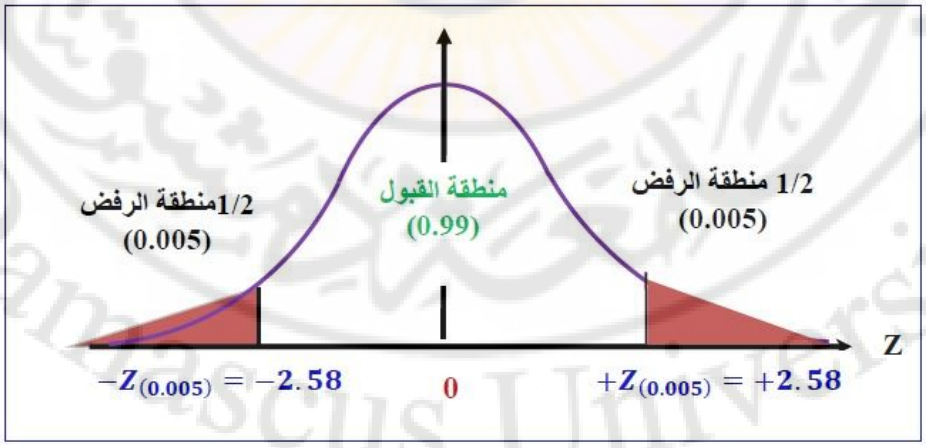
$$r = \frac{100}{400} = 0.25$$

$$Z_c = \frac{r - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} = \frac{0.25 - 0.15}{\sqrt{\frac{0.15(1-0.15)}{400}}} = \frac{0.1}{\sqrt{\frac{0.18}{400}}} = 5.61$$

3- تحديدُ منطقتَي القبولِ والرّفضِ:

لتحديدِ منطقتَي القبولِ والرّفضِ نستخرجُ قيمةَ ($Z_{\alpha/2}$) الجدوليّةِ مِن جدولِ التّوزيعِ (Z) وعندَ مستوى معنويّة (α=0.01) فتكونُ $\pm Z_{\frac{\alpha}{2}} = \pm 2.58$

منطقـةَ القبولِ تبـدأُ مِن 2.58- إلى 2.58+ ومنطقـةُ الرّفضِ القيمُ التّي تكونُ أصغرَ مِن (2.58-) وأكبرَ مِن (2.58+) وهيَ موضّحةٌ بالشّكلِ (2-17).



شكل (2-17): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتَي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (2-11).

المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ:

بِما أنَّ إحصائية الاختبارِ (Z_C=5.6) وقعَتْ فِي منطقةِ الرّفضِ فإنّنا نرفضُ فرضَ العدمِ وبالتّالي نقبلُ البديلَ (H_1) أي إنَّ نسبةَ الخريجينَ الذّينَ لا يجدونَ عملاً فِي مجالِ تخصّصهم لا يساوي 15% وهذا يخالفُ ما ادّعاهُ التّقريرُ بدرجةِ ثقة 99% .

مثال (2-12): إذا كانت نسبةُ المدخنينَ فِي مدينةِ دمشقَ عام 2000 (28.8%)، وفِي عامِ 2020 اختيرتْ عيّنةٌ عشوائيّةٌ مِن مدينةِ دمشقَ حجمها 1283 شخصاً فكانَ مِن بينهم 320 شخصاً مِنَ المدخنين.

هل تدلُّ هذهِ النّتائجُ على انخفاضِ نسبةِ المدخنينَ بينَ عامي 2000, 2020؟ بمستوى معنوية (α=0.05)

الحلُّ:

1- صياغةُ الفروضِ :

- الفرضُ العدميُّ: (H_0: P= 0.288) نسبةُ المدخنينَ فِي 2020 هيَ نفسها فِي عامِ 2000
- الفرضُ البديلُ: (H_1: P< 0.288) نسـبةُ المدخنين فِي 2020 أقلُّ مِنَ النّسبةِ فِي عامِ 2000.

2- حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:

حسابُ إحصائية الاختبارِ Z_C المحسوبةِ:

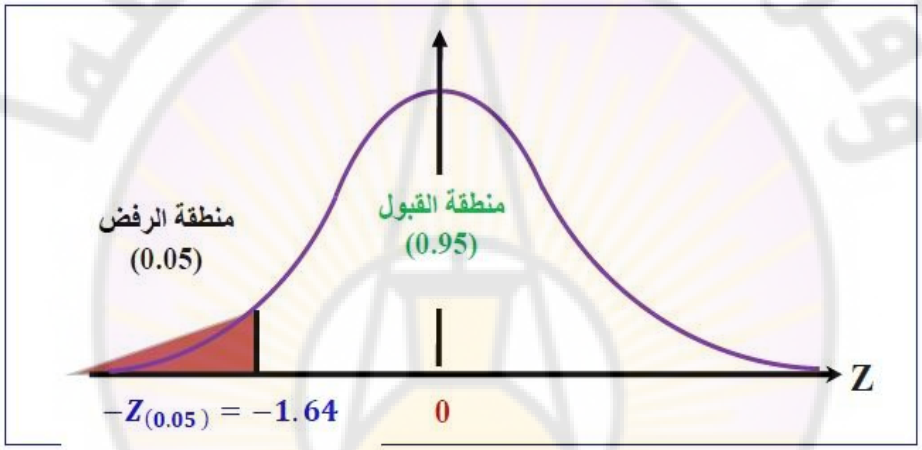
$$r = \frac{320}{1283} = 0.249$$

$$Z_c = \frac{r - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} = \frac{0.249 - 0.288}{\sqrt{\frac{0.288(1-0.288)}{1283}}} = \frac{-0.039}{0.01} = -3.9$$

3- تحديدُ منطقتَي القبولِ والرّفضِ:

لتحديدِ منطقتَي القبولِ والرّفضِ نستخرجُ قيمةَ (Z_α) الجدوليّة مِن جدولِ التّوزيعِ (Z) بمستوى معنويّة (α=0.05) وبما أنَّ الفرضَ البديلَ "أصغر من" فيَتِمُّ استخراجُ قيمةِ (Z) الجدوليّةِ $-Z_\alpha = -1.64$

أي إنَّ منطقةَ القبولِ تبدأُ مِن (1.64-) إلى اللانهايةِ كَمَا يبينه الشّكلِ (2-18).



شكل (2-18): التمثيلُ البيانيُّ لمنطقتَي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (2-12).

4-المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ:

بِما أنَّ إحصائية الاختبارِ (Z_C=-3.9) وقعَتْ فِي منطقةِ الرّفضِ، فالقرارُ يكونُ برفضِ الفرضِ العدمِ وبالتّالي نقبلُ البديلَ (H_1) أي إنَّ نسبةَ المدخنينَ فِي العامِ 2020 أقلُّ مِن 28.8% بمعنى أنَّ نسبةَ المدخنينَ انخفضت بينَ العامينِ 2000 و2020 بدرجةِ ثقة 95% .

2-8-2- اختباراتُ الفروضِ للفرقِ بينَ نسبتَي مجتمعَينِ.

قد يرغبُ الباحثُ في اختبارِ ما إذا كانت نسبةُ المدخنينَ أو نسبةُ البطالةِ في مجتمعٍ معيّنٍ تساوي نسبةَ المدخنينَ أو نسبةَ البطالةِ في مجتمعٍ آخر، في مثلِ هذهِ الحالاتِ فإنَّ المطلوبَ هوَ اختبارُ ما إذا كانتِ النّسبةُ في المجتمعِ الأوّلِ تساوي النّسبةَ في المجتمعِ الثّاني أو لا يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ بينَ نسبتَي المجتمعَين.

1- صياغة الفروض :

- الفرضُ العدميُّ: $(H_0: P_1 = P_2)$ نسبةُ المجتمعِ الأوّلِ تساوي نسبةَ المجتمعِ الثّاني.
- الفرضُ البديلُ: $(H_1: P_1 \neq P_2)$ نسبةُ المجتمعِ الأوّل لا تساوي نسبةَ المجتمعِ الثّاني.

ويمكنُ اختيارُ شكلٍ آخرَ للفرضِ البديلِ مثل: "أكبر من" أو "أقلّ من" إذا دعتِ الحاجةُ لذلكَ.

2- حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:

بافتراضِ أنَّ العينتينِ كبيرتان بدرجةٍ كافيةٍ تُحسَبُ إحصائيّةُ الاختبارِ كَمَا يأتي:

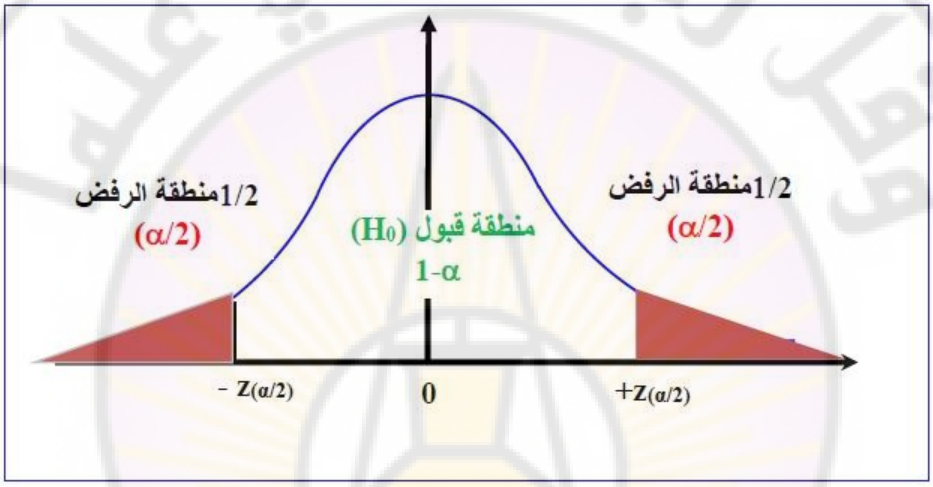
$$Z_{(P_1-P_2)} = \frac{r_1 - r_2}{\sqrt{\bar{r}(1-\bar{r})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}$$

إذ يَتِمُّ أوّلاً حسابُ $(\bar{r})$ (والتّي تمثّلُ المُتوسّطَ المرجّحَ مِن نسبتي العيّنتَينِ) قبلَ التّعويضِ فِي الإحصائيّةِ والتّي لها توزيعٌ طبيعيٌّ معياريّ.

$$\bar{r} = \frac{n_1 r_1 + n_2 r_2}{n_1 + n_2}$$

3- تحديدُ منطقتَي القبولِ والرّفضِ:

تُحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ بقيمِ ($Z_{\alpha/2}$) الجدوليّةِ، والاختبارُ هنا هوَ اختبارُ الطّرفينِ (لأنَّ الفرضَ البديلَ لا يساوي) وتُحدَّدُ المنطقتانِ بناءً على مستوى المعنويّةِ المطلوبِ، وذلكَ كَمَا فِي الشّكلِ (2-19).



شكل (2-19): التُمثيل البيانيُّ لاختبارِ الفروضِ للفرقِ بينَ نسبتَي مجتمعَين.

المقارنةُ و اتّخاذُ القرارِ:

نقارنُ قيمةَ إحصائية الاختبارِ المحسوبةِ بحدودِ منطقتَي القبولِ والرّفض، فإذا وقعَتْ فِي منطقةِ القبولِ نقبلُ الفرضَ العدميّ، وإذا وقعَتْ فِي منطقةِ الرّفضِ نرفضُ الفرضَ العدميَّ، ونقبلُ الفرضَ البديلَ.

مثال (2-13): أشارَتْ دراسةٌ إحصائيّةٌ إلى أنَّ نسبةَ المدخنينَ فِي مدينةِ دمشقَ تساوي نسبةَ المدخنينَ فِي مدينةِ حلب. ومِن أجلِ اختبارِ صحّةِ هذا الفرضِ (الادّعاءِ)، اختيرت عيّنةٌ مِن (n_1=100) شخصٍ مِن دمشقَ، فوُجِدَ أنَّ نسبةَ المدخنين (r_1=70)، كذلكَ تمَّ اختيارُ عيّنةٍ عشوائيّةٍ أخرى مِن (n_2=100) شخصٍ مِن حلبَ فوجدَ أنَّ نسبةَ المدخنين (r_2=50).

المطلوبُ: اختبرِ الفرضَ العدميَّ أنَّ النّسبَ فِي المدينتينِ متساويةٌ مقابلَ الفرضِ البديلِ أنّها غيرُ متساويةٍ وذلكَ بمستوى معنويّة (α =0.01).

الحلُّ:

المجتمعُ الأوّلُ: مدينةُ دمشقَ: (p_1) (r_1=70) (n_1=100)

المجتمعُ الثّاني: مدينةُ حلبَ: (p_2) (r_2=50) (n_2=100)

1- صياغةُ الفروضِ :

- الفرضُ العدميُّ: (H_0: P_1= P_2) نسبةُ المدخنينَ فِي دمشقَ تساوي نسبةَ المدخنينَ فِي حلبَ.
- الفرضُ البديلُ: (H_1: $P_1 \neq P_2$) نسبةُ المدخنينَ فِي دمشقَ لا تساوي نسبةَ المدخنينَ فِي حلبَ.

2- حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:

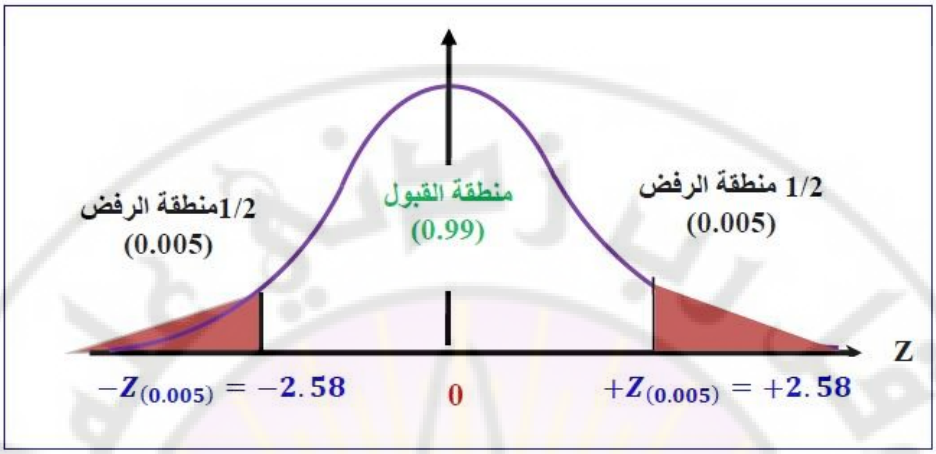
$$\bar{r} = \frac{n_1 r_1 + n_2 r_2}{n_1 + n_2} = \frac{100 \times 0.70 + 100 \times 0.5}{200} = 0.6$$

$$Z_{(P_1 - P_2)} = \frac{r_1 - r_2}{\sqrt{\bar{r}(1-\bar{r})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{0.70 - 0.50}{\sqrt{0.6(1-0.6)\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100}\right)}}$$

$$= \frac{0.2}{0.069} = 2.89$$

3- تحديدُ منطقتَي القبولِ والرّفضِ:

تُحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ من قيم (Z) الجدوليّةِ وفقاً لمستوى المعنويّة (α=0.01)، واختبارُ الطرفين ($Z_{\alpha/2}$= $Z_{0.005}$=2.58) كما هوَ مبيّنٌ بالشّكل (2-20).



شكل (2-20): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتَي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (2-13).

4- المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ:

بِما أنَّ قيمةَ الإحصائيّةِ تساوي (2.899) فهيَ تقعُ فِي منطقةِ الرّفضِ، وبالتّالي فإنَّ القرارَ هوَ رفضُ الفرضِ العدميِّ القائل إنَّ نسبةَ المدخنينَ فِي دمشقَ تساوي نسبةَ المدخنينَ فِي حلبَ، ونلجأُ إلى الفرضِ البديلِ وهو إنَّ نسبةَ المدخنينَ فِي دمشقَ لا تساوي نسبةَ المدخنينَ فِي حلبَ وذلكَ بمستوى معنويّة (α=0.01).

و يمكنُ تلخيصُ الإحصاءاتِ المستخدمةِ فِي الاختباراتِ فِي الجدولِ (2-11).

جدول (2–11): تلخيصُ الإحصاءاتِ المستخدمةِ فِي اختباراتِ الفروضِ الإحصائيّةِ.

نوعُ الاختبارِ	تباينُ المجتمعِ	العيّناتُ	إحصاءُ الاختبارِ	توزيعُ الإحصاءِ
اختبارُ الفروضِ لمُتوسّطِ مجتمعٍ	معلومٌ	لا يُشترَطُ حجمُ العيّنةِ	$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	N(0,1)
	غيرُ معلومٍ	n>30	$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$	N(0,1)
		n≤ 30	$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$	$t_\upsilon = \mathrm{n} - 1$
اختباراتُ الفروضِ حولَ الفرقِ بينَ مُتوسّطي مجتمعينِ	تباينُ المجتمعَينِ معلومٌ	صغيرةٌ أو كبيرةٌ	$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n1} + \frac{\sigma_2^2}{n2}}}$	**N(0,1)**
	تباينُ المجتمعَينِ غيرُ معلومٍ	العيّناتُ كبيرةٌ	$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n1} + \frac{S_2^2}{n2}}}$	**N(0,1)**
	تباينُ المجتمعَينِ مجهولٌ ولكنّهما متساويين	العيّناتُ صغيرةٌ مستقلّةٌ	$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n1} + \frac{1}{n2}\right)}}$ $S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$	$\boldsymbol{t_v = n_1 + n_2 - 2}$

$df = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}$	$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n1}+\frac{S_2^2}{n2}}}$	العيّناتُ صغيرةٌ مستقلّةٌ	تباينُ المجتمعَينِ مجهولٌ ولكنّهما غيرُ متساويين	
$t_v = n-1$	$t = \frac{\bar{\bar{d}} - \bar{\bar{D}}_0}{S_d/\sqrt{n}}$	العيّناتُ مرتبطةٌ		
N(0,1)	$Z_C = \frac{r - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}}$	اختبارُ الفروضِ لنسبةٍ في مجتمع		
N(0,1)	$Z_{P_1-P_2} = \frac{r_1 - r_2}{\sqrt{\bar{r}(1-\bar{r})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1)}{n_2}\right)}}$ $\bar{r} = \frac{n_1 r_1 + n_2 r_2}{n_1 + n_2}$	اختبارُ الفروضِ حولَ الفرقِ بينَ نسبتي مجتمعَينِ		

Damascus University

وقل رب زدني علما
Damascus University

الفصلُ الثّالث

(تحليلُ التّبايُنِ)

(Analysis of Variance)

3-1- مقدّمة:

ذكرنا عندَ الحديثِ عنِ اختبارِ الفروضِ الإحصائيّةِ حولَ الفرقِ بينَ وسطينِ حسابيّينِ لمجتمعينِ أنَّ الباحثَ قد يرغبُ فِي اختبارِ ما إذا كانَ مُتوسّطُ الدّخلِ فِي إحدى الدّولِ يساوي مُتوسّطَ الدّخلِ فِي دولةٍ أخرى. ولكن فِي كثيرٍ منَ الحالاتِ قد يرغبُ الباحثُ فِي إجراءِ اختبارٍ عن تساوي ثلاثةِ مُتوسّطاتٍ أو أكثر، فقد يرغبُ فِي اختبارِ ما إذا كانت مُتوسّطاتُ الدّخولِ فِي أربعِ دولٍ متساوية أم لا، فتكونُ صياغةُ الفرضيّاتِ بأنَّ الفرضَ العدميَّ يفترضُ أنَّ المُتوسّطاتِ جميعها متساوية و الفرضَ البديلَ الذّي يقتضي بعدمِ تساوي بعض هذهِ المُتوسّطاتِ (أو يوجدُ على الأقلِّ متوسطانِ غيرَ متساويانِ) كَمَا يأتي:

- **الفرضُ العدميُّ** (H_0: $\mu_1= \mu_2=\mu_3.....= \mu_t$): مُتوسّطاتُ المجتمعاتِ متساويةٌ.
- **الفرضُ البديلُ** (H_1): المُتوسّطاتُ غيرُ متساويةٍ (أو يوجدُ متوسّطانِ على الأقلِّ غيرَ متساويينِ).

مثلاً إذا أرادَ باحثٌ زراعيٌّ مقارنةَ مُتوسّطاتِ كميّةِ محصولِ القمحِ النّاتجِ من تطبيقِ أربعةِ أصنافٍ منَ الأسمدةِ (A, B, C, D) ويرغبُ فِي معرفةِ هل هذهِ

الأصـنافُ الأربعةُ منَ السّـمادِ تعطي كميّةِ القمحِ نفسَـها أم أنَّ هناك فروقاً معنويّةً بينها، فِي هذهِ الحالةِ تكونُ صياغةُ فرضِ العدمِ والفرضِ البديلِ كَمَا يأتي:

- الفرضُ العدميُّ: (H_0: $\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu_4$) مُتوسّـطاتُ كميّةِ المحصـولِ للأصنافِ الأربعةِ متساويةٌ.
- الفرضُ البديلُ :(H_1) مُتوسّطاتُ كميّةِ المحصولِ للأصنافِ الأربعةِ غيرُ متساويةٍ (أو يوجدُ على الأقلِّ متوسطانِ غيرَ متساويينِ).

هنا بالإمكانِ تطبيقُ اختبارِ تي (t-test) من أجلِ اختبارِ تساوي المُتوسّطاتِ الأربعةِ وذلكَ على مراحلَ بأن يُطبّقَ على كلِّ اثنينِ منَ المُتوسّطاتِ، أي إنَّه سوفَ يَتِمُّ تطبيقُ اختبارِ(t-test) ستَّ مرّاتٍ. هذا يعني أنَّ هذا التّحليلَ سوفَ يستغرقُ وقتاً أطولَ ومجهوداً أكبرَ، والأهمُّ من ذلكَ أنَّ احتمالَ أخذِ قرارٍ صحيحٍ سوفَ ينخفضُ، و بالتّالي سوفَ يزيدُ كثيراً احتمالُ الخطأِ أوِ احتمالُ اتّخاذِ قرارٍ غير سليم.

لذلكَ كانَ لابدَّ منَ التّفكيرِ فِي أسلوبٍ آخرَ بديلٍ يوفّرُ الوقتَ والمجهودَ، هذا الأسلوبُ هوَ الذّي يُسمّى "تحليلَ التّبايُنِ - Analysis of Variance" و يُسمّى اختصاراً بـ "ANOVA" و هوَ اختبارٌ إحصائيٌّ يُستخدمُ لاختبارِ معنويّةِ الفرقِ بينَ مُتوسّطاتِ ثلاث عيّناتٍ أو أكثر بمقارنةٍ واحدةٍ دونَ أخذهم اثنينِ اثنينِ.

3-2- اختبارُ (F) وتحليلُ التّبايُنِ

:(F-Test and the Analysis of Variance)

اختبارُ (t) يُستخدمُ لاختبارِ معنويّةِ الفروقِ بينَ مُتوسّطيِّ عيّنيتينِ، أمّا عندَ دراسةِ أكثرَ من عيّنتينِ أو مجتمعينِ فِي آنٍ واحدٍ كَمَا هيَ الحالُ فِي التّجاربِ الزّراعيّةِ فالباحثُ فِي هذهِ الحالةِ لا يستطيعُ الاعتمادَ على اختبارِ (t)، ولابدَّ لهُ منَ الاعتمادِ على اختبارٍ آخرَ أكثر شمولاً هوَ اختبارُ (F) والذّي يعتمدُ على النّسبةِ بينَ التّباينينِ.

3-2-1 توزيعُ (F):

يُعدُّ توزيعُ (F) من أهمِّ التّوزيعاتِ المستخدمةِ فِي الإحصاءِ التّطبيقيِّ، وأوّلُ من وضعَ هذا التّوزيع هوَ العالمُ البريطانيُّ (R.A. Fisher1890−1962) وسمّاهُ توزيعَ (Z) ولا يقصدُ بهِ (التّوزيعَ الطّبيعيَّ المعياريَّ) ثمَّ بعدَ ذلكَ قامَ العالمُ (Snedecor) بتسميتهِ توزيعَ (F) تكريماً لـ Fisher حيثُ قامَ بحسابِ جداولَ إحصائيّةٍ خاصّةٍ لتوزيعِ F وفيها درجات الحرّيّة التّي فِي أعلى الجدولِ تخصُّ البسطَ، أمّا درجاتُ الحرّيّةِ على العمودِ الجانبيِّ فتخصُّ المقامَ.

و توزيعُ (F) هوَ توزيعُ معاينةِ (Sampling Distribution) المشتقِّ من نسبةِ تباينات عيّناتٍ مسحوبةٍ من مجتمعينِ طبيعيينِ لهما التّبايُنِ نفسُه.

وكَمَا فِي توزيعِ (t) وتوزيعِ مُربّعِ كاي (Chi-Square Distribution) فإنَّ شكلَ توزيعِ (F) يعتمدُ على درجاتِ الحرّيّةِ (df).

3-2-2- طبيعةُ التّوزيعِ (F) وخواصُّه:

يُعرّفُ توزيعُ (F) بأنّهُ النّسبةَ بينَ توزيعينِ مُستقلّينِ من توزيعاتِ مُربّعِ كاي بعدَ قسمةِ كلٍّ منهما على درجاتِ الحرّيّةِ، إذا كانت (f) هيَ قيمةٌ من قيمِ المتغيّرِ العشوائيِّ (F). (S_1^2)

نظرية: إذا كانَ (S_1^2) هوَ تبايُنُ عيّنةٍ عشوائيّةٍ حجمها (n_1) مسحوبةٌ من مجتمعٍ طبيعيٍّ $N(\mu_1, \sigma_1^2)$.

و كانَ (S_2^2) هوَ تبايُنُ عيّنةٍ عشوائيّةٍ حجمها (n_2) مسحوبةٌ من مجتمعٍ طبيعيٍّ $N(\mu_2, \sigma_2^2)$.

وكانتِ العيّنتانِ مستقلّتينِ فإنَّ المتغيّرَ (f): $f=\frac{\frac{S_1^2}{\sigma_1^2}}{\frac{S_2^2}{\sigma_2^2}} \sim F(n_1-1,n_2-2)$

أي إنَّ المتغيّرَ (f) يتوزّعُ وفقاً لتوزيعِ F(n_1-1, n_2-1) بدرجتيِّ حرّيّةٍ (n_1-1) للبسطِ وَ (n_2-1) للمقامِ.

ويمكنُ تعريفُ توزيعِ (F): بأنّهُ نسبةٌ بينَ توزيعينِ مستقلّينِ يتبعانِ توزيعَ كاي مُربّع وكلٌّ منهما لهُ درجاتُ حرّيّةٍ مختلفةٍ.

دالّةُ الكثافةِ الاحتماليّةِ لتوزيعِ (F):

دالّةُ الكثافةِ الاحتماليّةِ لتوزيعِ (F) بدرجاتِ حرّيّة (v_1,v_2) تُحسبُ بالمعادلةِ الآتية: $f(F)=KF^{\left(\frac{v_2}{2}-1\right)}\left(1-\frac{v_1F}{v_2}\right)^{-\left(\frac{v_1+v_2}{2}\right)}$

حيثُ إنَّ قيمة (F) دائماً أكبر منَ الصّفر(موجبة).

و توزيعَ (F) لهُ معلمتانِ هُما (v_1) و(v_2) وعندَ معرفتهما يتعيّنُ توزيعُ F.

حيثُ: $v_1=n_1-1$, $v_2=n_2-1$

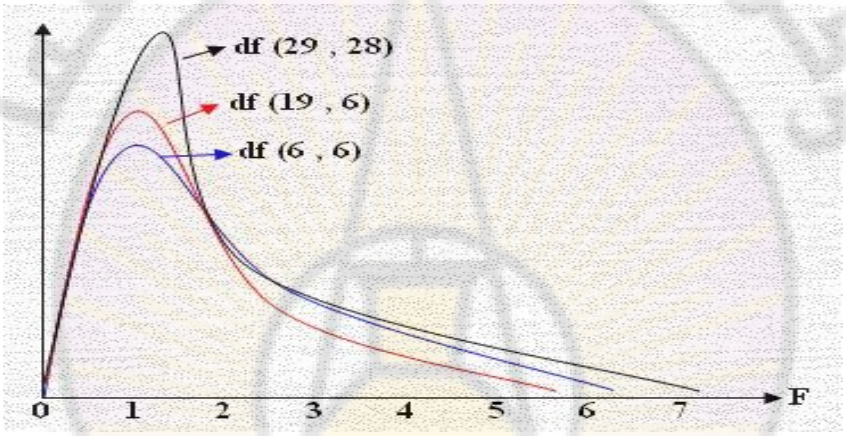
K: ثابتٌ يعتمدُ على (v_1, v_2).

المُتوسّطُ الحسابيُّ والتّبايُنُ لتوزيعِ (F):

- **المُتوسّطُ الحسابيُّ:** أوِ التّوقّعُ للمتغيّرِ العشوائيِّ (F) يساوي: $E(F)=\frac{v_1}{v_2-2}$ بشرطِ (v_2>2)
- **التّبايُنُ**: للمتغيّرِ العشوائيِّ (F) يساوي: $Var(F)=\frac{2v_2(v_1+v_2-2)}{v_1(v_2-2)^2(v_2-4)}$

الشّكلُ البيانيُّ لتوزيعِ (F):

إنَّ توزيعَ (F) هوَ عبارةٌ عن مجموعةٍ منَ المنحنياتِ الملتويةِ نحوَ جهةِ اليمينِ كَمَا بالشّكلِ (3–1) يتميّزُ كلٌّ منها عنِ الآخرِ برقمينِ (معلمتينِ) تتمثّلانِ بدرجتيِّ حرّيّة (البسط و المقام) وهُما (t – 1) للبسطِ، و (N – t) للمقامِ، حيثُ (N) مجموعُ أحجامِ العيّناتِ و(t) هيَ عددُ المجموعاتِ (العيّناتِ) موضعَ الدّراسةِ.



شكل (3–1): الشّكلُ البيانيُّ لتوزيعِ (F).

خصائصُ توزيعِ (F):

- إنَّ توزيع (F) هوَ توزيعٌ احتماليٌّ متّصلٌ، أي يمكنُ حسابُ الاحتمالاتِ بإيجادِ المساحاتِ تحتَ منحني التّوزيعِ.
- إنَّ منحني توزيع (F) يقعُ بالكاملِ بالنّصفِ الموجبِ لمحورِ (X) أي إنَّ قيمَ (F) موجبةٌ دائماً وهيَ تقعُ فِي $(0\leq F < +\infty)$.
- إنَّ شكلَ منحني توزيع (F) يتحدّدُ بدرجاتِ الحرّيّةِ (v_1, v_2)، أي كلّما تغيّرت درجاتُ الحرّيّةِ يتغيّرُ شكلُ منحني التّوزيع.

- منحني توزيع (F) غيرُ متماثلٍ وملتوي نحوَ اليمينِ ولكن يقتربُ منَ التّماثلِ (حولَ قيمةٍ معيّنةٍ وليسَ حولَ الصّفرِ) كلّما ازدادت درجاتُ الحرّيّةِ (v_1, v_2).
- معاملاتُ توزيعِ (F) هُما درجاتُ الحرّيّةِ (v_1, v_2)، معَ العلمِ (v_1) هيَ درجاتُ الحرّيّةِ بينَ العيّناتِ (v_1=t-1) ودرجةُ الحرّيّةِ (v_2) تُمثّلُ درجاتِ الحرّيّةِ داخلَ العيّناتِ (v_2=N-t).
- فِي اختبارِ (F) دائماً منطقةُ الرّفضِ (α) تكونُ جهةُ اليمينِ ولا يَتِمُّ تقسيمها إلى منطقتينِ كَمَا فِي اختبارِ (Z) واختبارِ (t) وذلكَ بسببِ أنَّ التّوزيعَ غيرُ متماثلٍ و يقعُ بالكاملِ فِي الجزءِ الموجبِ، لذلكَ ليسَ لهُ اختبارٌ من طرفينِ.

3-2-3- طريقةُ استخراجِ قيمةِ توزيعِ (F) من جداول التّوزيعِ الاحتماليِّ:

إنَّ قيمَ (F) الجدوليّةِ تمَّ إيجادها بعد حسابِ درجاتِ الحرّيّةِ (v_1, v_2) للتّوزيعِ (F) ثمَّ يَتِمُّ استخراجُ قيمِ (F) الجدوليّةِ منَ الجداولِ الإحصائيّةِ وفقاً للصّيغةِ $F_\alpha(v_1,v_2)$، حيثُ (v_1) درجاتُ حرّيّةِ البسطِ وتمثّلها القيم الأفقيّة (السّطرية) والـ (v_2) درجاتُ حرّيّةِ المقامِ وتمثّلها القيم العموديّة فِي الجداولِ الإحصائيّةِ لتوزيعِ (F).

مثال (3-1): إيجادُ القيمِ الجدوليّةِ لتوزيعِ (F) بدرجاتِ حرّيّةٍ (v_1=1) للبسطِ وَ (v_2=4) للمقامِ عندَ مستوى معنويّةٍ (α=0.05) وتُكتبُ على الشّكلِ: $F_{0.05}(1, 4)=7.71$

أهمُّ استخداماتِ اختبارِ (F) :

يُستخدمُ اختبارُ (F) فِي الحالاتِ الآتيةِ:

- تقديرُ فترةِ الثّقةِ لـ$(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2})$
- اختبارُ فرضيّاتٍ حولَ تساوي تباينيِّ مجتمعينِ أي : $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
- اختبارُ فرضيّاتٍ حولَ تساوي أكثرَ من مُتوسّطينِ (تحليلِ التّبايُنِ).

3-3- اختبارُ تحليلِ التّبايُنِ(ANOVA):

تعريفُ اختبارِ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA): هوَ اختبارٌ إحصائيٌّ يُستخدمُ لاختبارِ معنويّةِ الفرقِ بينَ مُتوسّطاتِ ثلاث عيّناتٍ أو أكثرَ بمقارنةٍ واحدةٍ.

يعتمدُ هذا الاختبارُ على تقسيمِ التّبايُناتِ الكلّيّةِ لمشاهداتِ العيّناتِ لأجزاءٍ عدّةٍ للتّعرّفِ إلى مصادر الاختلافِ بينها، ثمَّ استخدامُ (توزيعِ F) كإحصائية اختبارٍ والتّي تساوي ناتجَ قسمةِ التّبايُنِ بينَ العيّناتِ على التّبايُنِ داخلَ العيّناتِ، وذلكَ من أجلِ التّحقّقِ من وجودِ فروقٍ معنويّةٍ بينَ مُتوسّطاتِ العيّناتِ من عدمهِ.

3-3-1- أنواعُ تحليلِ التّبايُنِ:

هناكَ أنواعٌ عدّةٌ من تحليلِ التّبايُنِ تعتمدُ على المتغيّراتِ المستقلّةِ والتّابعةِ.

1- تحليلُ التّبايُنِ فِي اتّجاهٍ واحدٍ **(One-Way Analysis of Variance)**

هنا يكونُ الاهتمامُ بدراسةِ تأثيرِ متغيّرٍ مستقلٍّ واحدٍ على متغيّرٍ تابعٍ، والمتغيّرُ المستقلُّ هنا يمكنُ أن يكونَ لهُ مُستوياتٌ عدّة. مثلُ دراسةِ تأثيرِ 3 أصنافٍ (مُستوياتٍ) منَ السّمادِ (A, B, C) على إنتاجِ القمحِ.

2- تحليلُ التّبايُنِ فِي اتّجاهينِ**(Two-Way Analysis of Variance)**

(دراسةُ تأثيرِ متغيرينِ مستقلّينِ على متغيّرٍ تابعٍ)، وكذلكَ هُنا كلُّ متغيّرٍ مستقلٍّ يكونُ لهُ مُستوياتٌ عدّة. مثلُ دراسةِ تأثيرِ السّمادِ بثلاثةِ أصنافٍ (مُستوياتٍ) منَ السّمادِ (يوريا، نترات، فوسفات) وعمقِ الحراثةِ بثلاثةِ مُستوياتٍ (سطحي- مُتوسّط - عميق) في إنتاجِ القمحِ.

3- تحليلُ التّبايُنِ المتعدّدِ **(Multi- Analysis of Variance)**

فِي هذهِ الحالةِ يكونُ المطلوبُ دراسةَ تأثيرِ ثلاثةِ أو أربعةِ متغيّراتٍ مستقلّةٍ أو أكثرَ على متغيّرٍ تابعٍ، و كلُّ متغيّرٍ مستقلٍّ يكونُ لهُ مُستوياتٌ عدّة. مثلُ دراسةِ تأثيرِ السّمادِ بثلاثةِ أصنافٍ (مُستوياتٍ) منَ السّمادِ (يوريا، نترات، فوسفات) وعمقِ الحراثةِ بثلاثةِ مُستوياتٍ (سطحي، مُتوسّط، عميق) وطريقةِ الرّيِّ بمستويينِ (رزاز أو تنقيط) في إنتاجِ القمحِ.

3-4- تحليلُ التّبايُنِ الأحاديِّ (One Way ANOVA):

تحليلُ التّبايُنِ الأحاديِّ هوَ أن يكونَ عاملٌ مستقلٌّ واحدٌ لهُ مُستوياتٌ عدّة ، ويكونُ تحليلُ التّبايُنِ هدفهُ تحليلُ بياناتِ متغيّرِ التّابعِ (الاستجابةِ) فِي التّحقّقِ من وجودِ اختلافٍ بينَ تأثيراتِ هذهِ المستوياتِ في المتغيّرِ التّابعِ (تحليلُ بياناتِ كميّاتِ القمحِ النّاتجةِ من تطبيقِ 3 أصنافٍ منَ السّمادِ لمعرفةِ هل مُتوسّطاتُ إنتاجِ الأصنافِ الثّلاثةِ متساويةٌ أم لا عندَ مستوى معنويّةٍ معيّنٍ).

شروطُ تطبيقِ اختبارِ تحليلِ التّبايُنِ:

قبلَ استخدامِ اختبارِ تحليلِ التّبايُنِ لابدَّ من تحقيقِ شروطٍ عدّة هيَ:

1- **مستوى القياسِ:** يُشترطُ لاستخدامِ هذا الاختبارِ أن تكونَ البياناتُ فتريّةً (فئويّةً) أو نسبيّةً.

2- **حجمُ العيّنةِ:** يقتضي هذا الافتراضُ أن يكونَ حجمُ العيّنةِ كبيراً.

3- **العشوائيّةُ:** أي يجبُ أن يَتِمَّ اختيارُ العيّناتِ منَ المجتمعاتِ بطريقةٍ عشوائيّةٍ.

4- **الاستقلاليّةُ:** أي يجبُ أن تكونَ العيّناتُ المختارةُ مستقلّة، أي يُفترضُ استقلالُ مشاهداتِ كلِّ عيّنةٍ عن مشاهداتِ العيّناتِ الأخرى.

5- أن تكونَ المجتمعاتُ التّي سُحبت منها العيّناتُ تتبعُ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ، ولكن يرى الإحصائيّونَ أنَّ اختبارَ (F) لا يتأثّرُ بعدمِ توفّرِ هذا الشّرطِ عندما يكونُ حجمُ العيّنةِ كبيراً والتّوزيعُ ليسَ طبيعيّاً.

6- (تجانسُ تباينِ المجتمعاتِ): أي تساوي تباينُ المجتمعاتِ التّي أُخذت منها العيّناتُ العشوائيّةُ المستقلّةُ.

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_2^2 = \cdots\cdots \sigma_n^2$$

بعضُ المفاهيمِ الأساسيّةِ فِي تحليلِ التّبايُنِ:

1- انحرافُ القيمِ عنِ الوسطِ الحسابيِّ:

نعلمُ أنَّ انحرافَ كلِّ قيمةٍ منَ القيمِ عن مُتوسّطها الحسابيِّ إمّا أن يكونَ سالباً أو موجباً، وأنَّ مجموعَ الانحرافاتِ دائماً يساوي صفراً $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = 0$، ومن أجلِ التّغلّبِ على المجموعِ الصّفريِّ لانحرافاتِ القيمِ، لجأَ الإحصائيونَ إلى التّعاملِ معَ مُربّعِ هذهِ الانحرافاتِ لغرضِ التّخلّصِ منَ الإشارةِ السّالبة، ولهذا فإنَّ مجموعَ مُربّعاتِ انحرافاتِ القيمِ (Sum of Squares of deviation -SS) عن مُتوسّطها الحسابيِّ سيكونُ خالياً منَ الإشارةِ السّالبةِ.

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

2- التّبايُنُ (Variance): هوَ مقياسٌ إحصائيٌّ يقيسُ تشتّتَ قيمِ مشاهداتِ ظاهرةٍ معيّنةٍ عن مُتوسّطها، أو بتعريفٍ أكثرَ تفصيلاً يُعرّفُ على أنّهُ مُتوسّطُ مُربّعاتِ انحرافاتِ القيمِ عن وسطها الحسابيِّ. $\sigma^2 = \frac{\sum(x_i-\mu)^2}{N}$

3- تحليلُ التّبايُنِ (ANalysis Of VAriance-ANOVA):

يعتمدُ اختبارُ تحليلِ التّبايُنِ على مبدأِ أنَّ التّبايُنَ الكلّيَّ لكلِّ مشاهداتِ العيّناتِ سببهُ مصدرانِ، أو بمعنى آخرَ هناكَ مصدرانِ لحدوثِ التّبايُنِ الكلّيِّ لقيمِ مشاهداتِ العيّناتِ.

وبالتّالي من أجلِ تحليلِ التّبايُنِ بحسبِ مصادرِه، يُحسب التّبايُنُ الكلّيُّ لكلِّ مشاهداتِ العيّناتِ ثمَّ يقسمُ (يحلّلُ) هذا التّبايُنُ إلى قسمينِ هُما:

القسمُ الأوّلُ:

الاختلافاتُ أوِ التّباينَاتُ بينَ العيّناتِ والمسمّى (Between Groups).

القسمُ الثّاني:

الاختلافاتُ أوِ التّباينَاتُ التّي تحدثُ داخلَ العيّناتِ والمسمّى (Within Groups) والتّي تُعرفُ بالأخطاءِ التّجريبيّةِ (Experimental Error) أوِ التّباينَاتِ بسببِ الأخطاءِ التّجريبيّةِ، ويمكنُ التّعبيرُ عنهُ رياضيّاً كَمَا يأتي:

$$(y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet}) = (\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet}) \quad i = 1,2 \dots . t, \quad j = 1,2 \dots \dots r$$

أي إنَّ اختبارَ تحليلِ التّبايُنِ يعتمدُ فِي صورتِهِ النّهائيّةِ على قياسِ مدى اقترابِ أوِ ابتعادِ التّبايُنِ الدّاخليِّ منَ التّبايُنِ الخارجيِّ للعيّناتِ، وذلكَ عن طريقِ ما يسمى بالنسبة الفائية المبينة بالمعادلةِ الآتيةِ:

$$\text{النّسبة الفائيّةُ} = \frac{\text{التّبايُن الخارجيّ}}{\text{التّبايُنُ الدّاخليّ}}$$

3-5- خطواتُ تطبيقِ اختبارِ التّبايُنِ

يُطّبقُ اختبارُ تحليلِ التّبايُنِ وفقاً للخطواتِ الآتية:

خطوة (1): حسابُ التّبايُنِ بينَ مُتوسّطاتِ العيّناتِ (MSB), والذّي يُسمّى التّبايُنَ الخارجيَّ، وذلكَ بحسابِ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ بينَ العيّناتِ.

خطوة (2): حسابُ التّبايُنِ داخلَ العيّناتِ (MSE), والذّي يُسمّى التّبايُنَ الدّاخليَّ، وذلكَ بحسابِ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ داخلَ العيّناتِ.

خطوة (3): حســـابُ درجاتِ الحرّيّةِ لكلِّ مصـــدرٍ وذلكَ من أجلِ تحويلِ تلكَ المُربّعاتِ إلى التّباينات المقابلةِ لها.

خطوة (4): حسابُ النّسبةِ الفائيّةِ أو (F_c) أو المحسوبةِ بالمعادلةِ الآتية:

$$\text{النّسبةُ الفائيّة} = \frac{\text{التّبايُنُ الخارجيُّ}}{\text{التّبايُن الدّاخليُّ}} = \frac{\text{التّبايُن بينَ العيّناتِ}}{\text{التّبايُن داخلَ العيناتِ}} = \frac{MSB}{MSE}$$

خطوة (5): الكشـفُ عنِ الدّلالةِ الإحصـائيّةِ للنّسـبةِ الفائيّةِ أو (F_c) المحسـوبةِ، وذلكَ بمقارنتها معَ (F_t) الجدوليّةِ عندَ مســتوى معنويّةٍ ودرجاتِ حرّيّةٍ معيّنةٍ، فإذا كانت (F_c) المحســـوبةِ أكبرَ من قيمةِ (F_t) الجدوليّةِ يُرفضُ الفرضُ العدميُّ H0 عن تساوي مُتوسّطاتِ المجتمعاتِ، ويُقبلُ الفرضُ البديلُ H1 بأنَّ هناكَ مُتوسّطين مختلفين.

3-6- حالاتُ تحليلِ التّبايُنِ الأحاديِّ:

ينقسمُ تحليلُ التّبايُنِ الأحاديِّ إلى حالتينِ وفقاً لحجومِ العيّناتِ هُما:

الحالةُ الأولى: تحليلُ التّبايُنِ الأحاديِّ فِي حالةِ عدمِ تساوي حجومِ العيّناتِ.

الحالةُ الثّانيةُ: تحليلُ التّبايُنِ الأحاديِّ فِي حالةِ تساوي حجومِ العيّناتِ.

3-7- الحالةُ الأولى: تحليلُ التّبايُنِ الأحاديِّ فِي حالةِ عدمِ تساوي حجومِ العيّناتِ.

3-7-1- التّوصيفُ الرّياضيّ لتحليلِ التّبايُنِ:

يفرضُ أنَّ لدينا (t) منَ المجتمعاتِ المستقلّةِ والمتجانسةِ $(\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots \sigma_t^2)$ والتّي تخضعُ للتّوزيعِ الطّبيعيِّ بمُتوسّطاتٍ تساوي($\mu_1, \mu_2 \ldots\ldots\ldots, \mu_t$)،

ولنفرضَ أنّنا أخذنا من كلِّ مجتمعٍ عيّنةً عشوائيّةً مستقلّةً واحدةً حجمها (r_i)،

ونرغبُ فِي اختبارِ الفرضيّاتِ الآتية:

- الفرضُ العدميُّ: (H_0: $\mu_1=\mu_2\ldots\ldots\mu_t$) مُتوسّطاتُ العيّناتِ متساويةٌ.
- الفرضُ البديلُ: (H_1) مُتوسّطاتُ العيّناتِ غيرُ متساويةٍ (أو يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطانِ غيرُ متساويين).

من أجلِ سهولةِ حسابِ التّبايناتِ أو مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ للعيّناتِ يَتِمُّ تنظيمُ البياناتِ بطريقةٍ منظّمةٍ لتسهيلِ عمليّاتِ الحسابِ كَمَا هوَ بالجدولِ (3-1).

جدول (3-1): تنظيمُ مشاهداتِ العيّناتِ.

العيّناتُ Samples	المشاهداتُ أوِ التّكراراتُ (Observations- y_{ij})				مجموعُ عناصرِ العيّنةِ ($y_{i\bullet}$)	مُتوسّطاتُ العيّناتِ ($\bar{y}_{i\bullet}$)
Sample 1	y_{11}	y_{12}	.....	y_{1r}	$y_{1\bullet}$	$\bar{y}_{1\bullet}$
Sample 2	y_{21}	y_{22}	.....	y_{2r}	$y_{2\bullet}$	$\bar{y}_{2\bullet}$
...	.....	.....	.....	.....		
Sample t	y_{t1}	y_{t2}	.....	y_{tr}	$y_{t\bullet}$	$\bar{y}_{t\bullet}$
	عدد المشاهداتِ الكلّيِّ $N=r_1+r_2+\ldots.r_t$				المجموعُ العامُّ $y_{\bullet\bullet}$	المُتوسّطُ العامُّ $\bar{y}_{\bullet\bullet}$

(y_{ij}): تُمثّلُ قيمة المشاهدة رقم(j) في العينة (المعالجة) رقم (i).

($y_{i\bullet}$): تُمثّلُ مجموعَ عناصرِ العيّنةِ رقم (i).

($\bar{y}_{i\bullet}$): تُمثّلُ مُتوسّطَ عناصرِ العيّنةِ رقم (i).

($y_{\bullet\bullet}$): تُمثّلُ مجموعَ عناصرِ كلِّ العيّناتِ (المجموعُ الكلّيُّ العامُّ)

(t): عددُ العيّناتِ.

r_i: عددُ عناصرِ العيّنةِ (i)، أي إنَّ (r_1) عددُ مفرداتِ (تكراراتِ) العيّنةِ الأولى، و (r_2) عددُ مفرداتِ العيّنةِ الثّانيةِ ، و (r_t) عددُ مفرداتِ العيّنةِ (t).

(N) : يُمثّلُ العددُ الكلّيّ لعناصرِ العيّناتِ ويساوي ($N= r_1+ r_2+\dots r_t$)، وعندما تكونُ العيّناتُ متساوية بالحجمِ يكونُ ($N=r\times t$).

يُظهرُ الجدولُ السّابقُ ثلاثةَ أنواعٍ منَ الانحرافاتِ وهيَ:

- $(y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet})$: انحرافُ مشاهداتِ العيّناتِ عنِ المُتوسّطِ العامِّ ($\bar{y}_{\bullet\bullet}$).
- $(y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet})$: انحرافُ مشاهداتِ كلِّ عيّنةٍ عنِ الوسطِ الحسابيِّ لتلكَ العيّنةِ.
- $(\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet})$: انحرافُ الأوساطِ الحسابيّةِ للعيّناتِ عنِ الوسطِ الحسابيِّ العامِّ ($\bar{y}_{\bullet\bullet}$).

ملاحظةٌ: بملاحظةِ الانحرافاتِ السّابقةِ نلاحظُ أنَّ انحرافَ مشاهداتِ العيّناتِ عنِ المُتوسّطِ العامِّ يساوي انحرافَ الأوساطِ الحسابيّةِ للعيّناتِ عنِ الوسطِ الحسابيِّ العامِّ مضافاً إليهِ انحراف مشاهداتِ كلِّ عيّنةٍ عنِ الوسطِ الحسابيِّ لتلكَ العيّنةِ، ويمكنُ التّعبيرُ عنها رياضيّاً كَمَا يلِي:

$$(y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet}) = (y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet}) + (\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet})$$

وبتربيعِ طرفيِّ المساواةِ وإدخالِ إشارةِ المجموعِ نحصلُ على العلاقةِ الآتية:

$$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2 = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet})^2 + \sum_{i=1}^{t} r_i(\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$$

حيثُ يُعرّفُ كلُّ مقدارٍ منَ المقاديرِ الثّلاثةِ الواردةِ فِي المساواةِ أعلاهُ على النّحوِ التّالي:

- $\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$: يُمثّلُ مجموعَ مُربّعاتِ انحرافاتِ المشاهداتِ الكلّيّةِ عنِ المُتوسّطِ العامِّ، وهوَ يقيسُ تشتّتَ مشاهداتِ التّجربةِ عنِ الوسطِ الإجماليِّ لهذهِ التّجربةِ، ويُسمّى بمجموعِ المُربّعاتِ الكلّيِّ (Sum Squares of Total) ويُعبّرُ عنهُ بالاختصارِ (SSTO).

- $\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij}-\bar{y}_{i\bullet})^2$: يُمثّلُ مجموعَ مُربّعاتِ انحرافاتِ المشاهداتِ عن مُتوسّطاتها المرافقةِ لكلِّ عيّنةٍ، وهوَ يقيسُ تشتّتَ المشاهداتِ ضمنَ كلِّ عيّنةٍ حولَ مُتوسّطِ تلكَ العيّنةِ، ويُسمّى (Sum of Squares Within Groups) ويُعبّرُ عنهُ بالاختصارِ (SSE)، وهوَ يُمثّلُ التّغيّراتِ بينَ مشاهداتِ العيّنةِ الواحدةِ والتّي طُبّقت عليها معاملةً واحدةً، أي يُعبّرُ عنِ الخطأِ التّجريبيِّ.
- $\sum_{i=1}^{t} r_i(\bar{y}_{i\bullet}-\bar{y}_{\bullet\bullet})^2$: يُمثّلُ مجموعَ مُربّعاتِ انحرافاتِ مُتوسّطاتِ العيّناتِ عنِ المُتوسّطِ العامِّ، أي يُمثّلُ مجموعَ مُربّعاتِ الانحرافاتِ بينَ المجموعاتِ (Sum of Squares Between Groups) ويُعبّرُ عنهُ بالاختصارِ (SSB).

ويمكنُ التّعبيرُ رياضيّاً بأنَّ مجموعَ مُربّعاتِ الانحرافاتِ الكليّةِ لمشاهداتِ العيّناتِ (SSTO) يساوي مجموعَ المُربّعاتِ بينَ العيّناتِ (SSB) مضافاً إليهِ مجموع المُربّعاتِ داخلَ العيّناتِ الذّي يُعزى إلى الأخطاءِ التّجريبيّةِ (SSE) كَمَا يلِي:

مجموعُ المُربّعاتِ الكلّيّ	=	مجموعُ المُربّعاتِ بينَ العيّناتِ	+	مجموعُ المُربّعاتِ داخلَ العيّناتِ
Sum Squares of Total	=	Sum Squares Between Groups	+	Sum Squares of Error
SSTO	=	SSB	+	SSE
$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij}-\bar{y}_{\bullet\bullet})^2$	=	$\sum_{i=1}^{t} r_i(\bar{y}_{i\bullet}-\bar{y}_{\bullet\bullet})^2$	+	$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij}-\bar{y}_{i\bullet})^2$

يمكنُ حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ (SS) لكلِّ مصدرٍ من مصادرِ التّبايُنِ إمّا باستخدامِ المُتوسّطاتِ(Means) أو باستخدامِ المجاميعِ (Summations) كَمَا هوَ مبيّنٌ بالجدولِ (3-2).

جدول (3–2): طرائقُ حسابِ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ.

مصادرُ التّباينِ S.O.V	مجموعُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ SS	
	باستخدامِ المجاميع (*Summations*)	باستخدامِ المُتوسّطاتِ (*Means*)
بينَ المجموعاتِ Between) (Groups	$SSB = \sum_{i=1}^{t} \frac{(y_{i\bullet})^2}{r_i} - CF$	$SSB = \sum_{i=1}^{t} r_i(\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$
داخلَ المجموعاتِ Within Groups (Error)	$SSE = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - \frac{\sum_1^t (y_{i\bullet})^2}{r_i}$ SSE=SSTO - SSB	$SSE = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} (y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet})^2$ SSE=SSTO- SSB
المجموعُ *Total*	$SSTO = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - CF$	$SSTO = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} (y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$

يتبيّنُ منَ الجدولِ (3–2) أنَّ حسابَ مُربّعاتِ المجاميعِ باستخدامِ المجاميع أكثرَ سهولةً من طريقةِ المُتوسّطاتِ، لذلكَ سوفَ يُعتمدُ عليها فِي كلِّ الأمثلةِ الواردةِ فِي هذا الكتابِ نظراً لأنَّها توفّرُ كثيراً منَ الوقتِ والجهدِ عندَ تطبيقِ تحليلِ التّبايُنِ.

3–2–7– مكوّناتُ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table):

إنَّ جدولَ تحليلِ التّبايُنِ أنوفا (ANOVA) موضّحٌ بالجدولِ (3–3) و هوَ يحتوي على البياناتِ الآتية:

1– **مصادرُ التّبايُنِ (Source s of Variance- SOV)**: يُرمزُ لهُ اختصاراً بـ (S.O.V)وهوَ يُمثّلُ العمودَ الأوّلَ من جدولِ تحليلِ التّبايُنِ الذّي يحتوي على مُسبّباتِ التّبايُنِ أو مصادرِ التّبايُنِ، ثمَّ التّبايُن الكلّيّ.

2– **درجاتُ الحرّيّةِ (Degrees of Freedom-df)**: ويُرمزُ لدرجاتِ الحرّيّةِ بـ (d.f.) ويُقصدُ بها عدد مرّاتِ إمكانيّةِ مقارنةِ كلِّ قيمةٍ معَ بقيّةِ القيمِ والتّي تساوي (عددُ

القيمِ- 1) لكلِّ مصدرٍ من مصادرِ التّبايُنِ. أي تقسمُ درجاتُ الحرّيّةِ الكلّيّةِ طبقاً لمصادرِ التّبايُنِ كَمَا يأتي: (t – 1) للتّبايُنِ بينَ العيّناتِ و (N-t) للتّبايُنِ داخلَ العيّناتِ وتوضعُ قيمُ درجاتِ الحرّيّةِ فِي العمودِ الثّاني من جدولِ تحليلِ التّبايُنِ.

3- مجموعُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ (Sum Squares of deviation-SS): والذّي يعني مجموعَ مُربّعاتِ الانحرافاتِ لكلِّ مصدرٍ من مصادرِ التّبايُنِ.

4- التّبايناتُ أو مُتوسّطُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ

Mean Squares of Deviations-MS

يُحسبُ مُتوسّطُ المُربّعاتِ بقسمةِ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ لكلِّ مصدرٍ من مصادرِ التّبايُنِ على درجاتِ الحرّيّةِ التّابعةِ لذلكَ المصدرِ.

5- حسابُ إحصائيّةِ الاختبارِ F_c (وتُسمّى F المحسوبة) $F_c = \frac{MSB}{MSE}$ والتّي تُحسبُ بقسمةِ التّبايُنِ بينَ العيّناتِ على التّبايُنِ داخلَ العيّناتِ.

جدول (3-3): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA).

مصادرُ التّبايُنِ Source of Variance (S.O.V)	مجموعُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ Sum of squares (SS)	درجاتُ الحرّيّةِ df	(التّبايُنات) Mean squares (MS)	(المحسوبة) F Calculated
بينَ المجموعاتِ (Between Groups)	SSB	t – 1	$MSB = \frac{SSB}{t-1}$	$F_c = \frac{MSB}{MSE}$
داخلَ المجموعاتِ Within Groups (Error)	SSE	N – t	$MSE = \frac{SSE}{N-t}$	
المجموعُ	SSTO = SSB+ SSE	N – 1		

3-7-3- خطواتُ تنظيمِ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ:

تتلخّصُ عمليّاتُ تنظيمِ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ فِي الخطواتِ الآتية:

1- الخطوةُ (1): حسابُ معاملِ التّصحيحِ (Correction Factor - CF):

والذّي يساوي مُربّعَ مجموعِ القيمِ مقسوماً على عددها $CF = \frac{(y_{\bullet\bullet})^2}{N}$

2- الخطوةُ (2): حسابُ مجموعِ المُربّعاتِ الكلّيّةِ (Sum Square of Total - SSTO) والذّي يساوي المجموعَ الكلّيّ لمُربّعاتِ انحرافاتِ كلِّ المفرداتِ فِي التّجربةِ عنِ المُتوسّطِ العامِّ.

$$SSTO = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - CF$$

3- الخطوةُ (3): حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ بينَ المجموعاتِ أوِ العيّناتِ (Sum Squares Between Groups -SSB)

$$SSB = \sum_{i=1}^{t} \frac{(y_{i\bullet})^2}{r_i} - CF$$

4- الخطوةُ (4): تقسيمُ المجموعِ الكلّيِّ (SSTO) إلى مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ بينَ المجموعاتِ (SSB) و إلى مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ داخلَ المجموعاتِ (SSE).

أي SSTO = SSB + SSE

5- الخطوةُ (5): حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ داخلَ المجموعاتِ أو مجموعِ مُربّعاتِ الخطأِ التّجريبيِّ (Sum Square of Error-SSE) منَ العلاقةِ SSE=SSTO-SSB

6- الخطوةُ (6): حسابُ التّبايُنِ بينَ المجموعاتِ (بينَ مُتوسّطاتِ العيّناتِ) (Mean Square Between Groups -MSB)

$$MSB = \frac{SSB}{t-1}$$

7- الخطوةُ (7): حسابُ التّبايُنِ داخلَ المجموعاتِ (MSE): (Mean Square of Error-MSE)

$$MSE = \frac{SSE}{N - t}$$

8- الخطوةُ (8): حسابُ إحصائيّةِ الاختبارِ (F_c) وهيَ ناتجُ قسمةِ التّبايُنِ بينَ المجموعاتِ على التّبايُنِ داخلَ المجموعاتِ. $F_c = \frac{MSB}{MSE}$

9- الخطوةُ (9): مقارنةُ قيمةِ (F_c) المحسوبةِ بالقيمةِ (F_t) الجدوليّةِ، فإذا كانت قيمةُ (F_c) المحسوبة أقلَّ من قيمةِ (F_t) الجدوليّةِ ($F_C < F_T$) عندَ مستوى المعنويّةِ ودرجاتِ الحرّيّةِ المعيّنةِ نقبلُ الفرضَ العدميَّ بتساوي المُتوسّطاتِ والعكسُ صحيحٌ.

3-7-4- مراحلُ تطبيقِ اختبارِ تحليلِ التّبايُنِ:

إنَّ تطبيقَ اختبارِ تحليلِ التّبايُنِ يَتِمُّ وفقاً للخطواتِ الآتيةِ:

1) صياغةُ الفروضِ الإحصائيّةِ.
2) تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE).
3) حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ (F_c).
4) استخراجُ قيمةِ (F_t) الجدوليّةِ وتحديدُ منطقتيِّ القبولِ والرّفضِ.
5) المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ.

1- صياغةُ الفروضِ الإحصائيّةِ:

- الفرضُ العدميُّ: (H_0: $\mu_1=\mu_2\ldots\ldots=\mu_t$) مُتوسّطاتُ المجتمعاتِ متساويةٌ.
- الفرضُ البديلُ: (H_1) المُتوسّطاتُ غيرُ متساويةٍ (أو يوجدُ على الأقلِّ متوسطانِ غيرُ متساويينِ).

2- تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE)

يَتِمُّ تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE) كَمَا هوَ بالجدولِ (3-4).

جدول (3-4): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table).

مصادرُ التّبايُنِ Source of Variance (S.O.V)	مجموعُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ Sum of squares (SS)	درجاتُ الحرّيّة df	(التّبايُنات) Mean squares (MS)	F (المحسوبة)	F (الجدوليّة)
بين المجموعاتِ (Between Groups)	SSB	t – 1	$MSB = \frac{SSB}{t-1}$	$F_c = \frac{MSB}{MSE}$	$F_t = F_\alpha(t-1, N-t)$
داخلَ المجموعاتِ Within Groups (Error)	SSE	N – t	$MSE = \frac{SSE}{N-t}$		
المجموعُ *Total*	SSTO = SSB + SSE	N – 1			

و طريقةُ حسابِ المقاديرِ الثّلاثةِ التّاليةِ (SSB, SSE, SSTO) مبيّنةٌ بالجدولِ (3-5).

جدول (3-5): طرائقُ حسابِ مجاميعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ.

مصادرُ التّبايُن S.O.V	مجموع مربعات الانحرافات S.S	درجات الحرية d.f	متوسط الانحرافات S.M
بين المجموعاتِ Between) (Groups	$SSB = \sum_{i=1}^{t} \frac{(y_{i\bullet})^2}{r_i} - CF$	t-1	$MSB = \frac{SSB}{t-1}$
داخل المجموعاتِ Within Groups (Error)	$SSE = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - \frac{\sum_1^t (y_{i\bullet})^2}{r_i}$ SSE=SSTO- SSB	N-t	$MSE = \frac{SSE}{N-t}$
المجموعُ Total	$SSTO = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - CF$	N-1	

حيثُ إنَّ (N=t×r) فِي حالِ العيّناتِ المتساويةِ بالحجمِ.

و معاملُ التّصحيحِ يساوي: $CF = \frac{(y_{\bullet\bullet})^2}{N}$

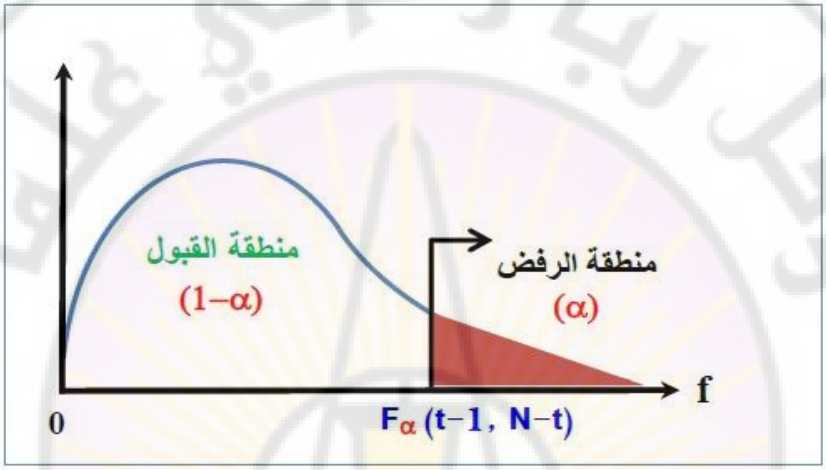
3- حسابُ إحصائيّةِ الاختبارِ (F_c):

حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ (F_c المحسوبة) منَ العلاقةِ التّاليةِ:

$$F_c = \frac{MSB}{MSE}$$

4- تحديدُ منطقتيِّ القبولِ والرّفضِ: تُحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ بالحصولِ على قيمةِ (F_t) الجدوليّةِ من جدولِ توزيعِ (F) بدرجاتِ حرّيّة(t-1) للبسطِ و(N-t) للمقامِ وبمستوى معنويّة (α)، أي استخراجُ قيمةِ

$F_t = F_\alpha(t-1, N-t)$، وفِي اختبارِ تحليلِ التّبايُنِ يكونُ نوعُ الاختبارِ منَ الطّرفِ الأيمنِ دائماً، أي إنَّ منطقةَ الرّفضِ تقعُ بالكاملِ على الطّرفِ الأيمنِ، كَمَا هوَ موضّحٌ بالشّكلِ (3-2).



شكل (3-2): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتيِّ القبولِ والرّفضِ لاختبارِ تحليلِ التّبايُنِ.

5- **المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ:** إذا كانت قيمةُ (F_C) المحسوبةُ من تحليلِ التّبايُنِ أقلَّ من قيمةِ (F_t) الجدوليّةِ عندَ مستوى المعنويّةِ ودرجاتِ الحرّيّةِ المعيّنةِ نقبلُ الفرضَ العدميَّ بتساوي المُتوسّطاتِ والعكسُ صحيحٌ.

3-8- الحالةُ الثّانيةُ: تحليلُ التّبايُنِ الأحاديِّ فِي حالةِ تساوي حجومِ العيّناتِ.

فِي هذهِ الحالةِ يَتمُّ اتّباعُ الأسلوبِ السّابقِ نفسِه فِي حالةِ عدمِ تساوي حجومِ العيّناتِ معَ إجراءِ بعضِ التّعديلاتِ البسيطةِ. إذ يُفترضُ أنَّ حجومَ العيّناتِ متساويةٌ ويساوي (r) بدلاً من (r_i)، ويكونُ مجموعُ عناصرَ العيّناتِ الكلّيِّ يساوي ($N=t\times r$) بدلاً من

($N= r_1+ r_2+\dots. r_t$)، كذلكَ يَتِمُّ استبدالُ حجمِ العيّنةِ الثّابتِ (r) بالقيمةِ (r_i) التّي تُمثّلُ حجمَ العيّنةِ المتغيّرِ فِي المعادلاتِ والعلاقاتِ السّابقةِ لتُصبحَ كَمَا هيَ موضّحةٌ بالجدولِ (3-6).

جدول (3-6): حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ فِي حالةِ اختلافِ حجومِ العيّناتِ.

مصادرُ التّبايُنِ S.O.V	مجموعُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ S.S	
	حالةُ تساوي حجومِ العيّناتِ	حالةُعدمِ تساوي حجومِ العيّناتِ
بينَ المجموعاتِ (Between Groups)	$SSB = \frac{\sum_{i=1}^{t}(y_{i\bullet})^2}{r} - CF$ $SSB = r\sum_{i=1}^{t}(\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$	$SSB = \sum_{i=1}^{t}\frac{(y_{i\bullet})^2}{r_i} - CF$ $SSB = \sum_{i=1}^{t} r_i(\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$

مثال (3-2): تاجر لديه مطعم وجبات سريعة وله ثلاثة فروع في مدينة دمشق، ويرغب في مقارنة الأرباح اليومية لفروع المطعم الثلاثة، لذلك اختار عينات عشوائية من أيام العمل للفروع وسجل قيمة الأرباح بالجدولِ (3-7).

جدول (3-7): الأرباح اليومية لفروع المطعم الثلاثة.

العيّناتُ	الأرباح اليومية (مئة ألف ليرة)					حجم العيّنةِ (عدد الأيام)
الفرع الأول	8	6	6	8	7	5
الفرع الثاني	5	6	4	.....	.....	3
الفرع الثالث	12	10	7	11	.....	4

المطلوبُ: اختبر فيما إذا كانَت مُتوسّطاتُ أرباح الفروع الثلاثة متساويةً أم لا بمستوى معنويّة ($\alpha = 0.05$).

الحلُّ:

1- صياغةُ الفروضِ الإحصائيّةِ:

- الفرضُ العدميُّ: (H_0: $\mu_1=\mu_2=\mu_3$) مُتوسّطاتُ أرباح الفروع الثلاثة متساويةٌ.
- الفرضُ البديلُ: (H_1) مُتوسّطاتُ أرباح الفروع الثلاثة غيرُ متساويةٍ (أو يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطانِ غيرُ متساويين).

يَتِمُّ تنظيمُ البياناتِ بالجدولِ (3-8).

جدول (3-8): تنظيمُ البياناتِ للأرباح للفروع الثلاثةِ.

العيّناتُ	المشاهداتُ (y_{ij})					مجاميعُ العيّناتِ ($y_{i\bullet}$)	حجم العينة	مُتوسّطُ العيّناتِ ($\bar{y}_{i\bullet}$)
Y_1	8	6	6	8	7	$y_{1\bullet}=35$	5	$\bar{y}_{1\bullet}=7$
Y_2	5	6	4	.....	.....	$y_{2\bullet}=15$	3	$\bar{y}_{2\bullet}=5$
Y_3	12	10	7	11	.....	$y_{3\bullet}=40$	4	$\bar{y}_{3\bullet}=10$
عددُ المشاهداتِ الكلّيّ $N = \sum r_i = r_1 + r_2 + r_3 = 12$						المجموعُ الكلّيُّ ($y_{\bullet\bullet} = 90$)		المُتوسّطُ العامُّ ($\bar{y}_{\bullet\bullet} = 7.5$)

حيثُ $t=3$ $N = 12$

$(y_{1\bullet})$: مجموعُ عناصرِ العيّنةِ الأولى.

$(y_{2\bullet})$: مجموعُ عناصرِ العيّنةِ الثّانيةِ.

$(y_{3\bullet})$: مجموعُ عناصرِ العيّنةِ الثّالثةِ.

1- حسابُ معاملِ التّصحيحِ (Correction Factor-CF):

$$CF = \frac{(y..)^2}{N} = \frac{(90)^2}{12} = 675$$

2- حسابُ مجموعِ المُربّعاتِ الكلّيّةِ (Sum Square of Total - SSTO):

$$SSTO = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij})^2 - CF = ((8)^2 + (6)^2 + \dots\dots (11)^2) - 675$$

$$= 740 - 375 = 65$$

3- حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ بينَ المجموعاتِ

(Sum Square Between Groups -SSB):

$$SSB = \sum_{i=1}^{t}\frac{(y_i.)^2}{r_i} - CF = \frac{(35)^2}{5} + \frac{(15)^2}{3} + \frac{(40)^2}{4} - 675$$

$$= 720 - 675 = 45$$

4- حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ انحرافاتِ الخطأِ التّجريبيِّ (Sum Square

of Error-SSE)

$$SSE = SSTO - SSB = 65 - 45 = 20$$

5- حسابُ التّبايُنِ بينَ المجموعاتِ (MSB) وداخلَ المجموعاتِ

(MSE):

$$MSB = \frac{SSB}{t-1} = \frac{45}{2} = 22.5$$

$$MSE = \frac{SSE}{N-t} = \frac{20}{9} = 2.22$$

2- تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE):

بعدَ حسابِ القيمِ السّابقةِ يَتِمُّ تكوينُ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ فِي الجدولِ (3-9).

جدول (3–9): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) لعلاماتِ الفئاتِ الثّلاثِ.

مصادرُ التّبايُنِ (S.O.V)	مجموعُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ Sum of squares (SS)	درجاتُ الحرّيّةِ Df	(التّباينات) Mean squares (MS)	F (المحسوبة)	F (الجدوليّة)
بينَ المجموعاتِ (Between Groups)	SSB = 45	t – 1 = 2	MSB=22.5	$F_c = \frac{MSB}{MSE}$ = 10.14	$F_{0.05}(2,9)$ = 4.26
داخلَ المجموعاتِ Within Groups (Error)	SSE = 20	N – t = 12 – 3 = 9	MSE=2.22		
المجموعُ Total	SSTO = 65	N – 1 = 11			

3– حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:

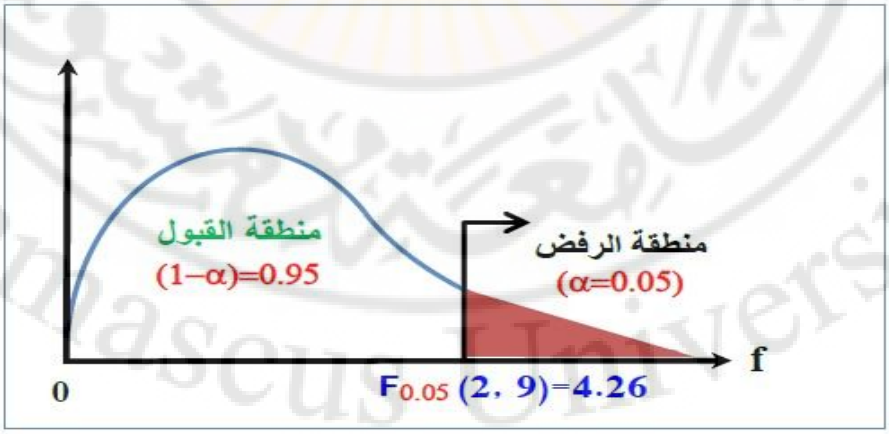
فِي هذهِ الحالةِ قيمةُ الإحصائيّةِ (تُمثّلُ قيمةَ F المحسوبةِ منَ العلاقةِ)

$$F_c = \frac{MSB}{MSE} = \frac{22.5}{2.22} = 10.14$$

4– تحديدُ منطقتيِّ القبولِ والرّفضِ:

تُحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ من قيمِ (F_t) الجدوليّةِ بمستوى معنويّة ($\alpha = 0.05$) وبدرجاتِ حرّيّة (t-1=2) للبسطِ، و (N-t=9) للمقامِ نجدُ (F_t) الجدوليّة:

$F_t = F_\alpha(t-1, N-t) = F_{0.05}(2,9) = 4.26$ ويمكنُ توضيحُ ذلكَ بالرّسمِ:



شكل (3–3): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتيِّ القبولِ والرّفضِ للمثالِ (3–2).

5- المقارنةُ و اتّخاذُ القرارِ:

بِما أنَّ (F_c= 10.14.) المحسـوبة أكبرُ من قيمةِ (F_t=4.26) الجدوليّةِ فإنّها تقعُ فِي منطقةِ الرفض، وبالتّالي فإنَّ القرارَ هوَ رفضُ الفرضِ العدميِّ وقبولُ الفرضِ البديلِ بوجودِ اختلافٍ معنويٍّ بينَ مُتوسّطاتِ مبيعات الفروع الثلاثة.

مثال (3-3): شخص يملك أربع مزارع ، يريد اختبار فيما إذا كان هناك فروق معنويّةٍ بينَ مُتوسّطات أعمارِ العمال فِي هذهِ المزارعِ، تمَّ سحبُ (4) عيّناتٍ عشوائيّةٍ (عيّنة من كلِّ مزرعةٍ) وتمَّ تنظيمُ أعمار العمال بالجدولِ (3-10). وبفرضِ أنَّ أعمارَ العمالِ تتوزعُ وفقاً للتوزيع الطبيعي بمُتوسّطاتٍ :($\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$) وتبايُنٍ مشتركٍ يساوي (σ^2).

جدول (3-10): بياناتُ أعمارِ العمال فِي أربعِ مزارع.

المزارعُ	أعمارُ العمال						المجموعُ
الأولى 1	20	21	25	28	30	26	150
الثانية 2	23	22	27	20	26	20	138
الثالثة 3	19	20	21	28	20	18	126
الرابعة 4	24	29	30	28	27	24	162

المطلوبُ:هل يوجد فروق معنوية بين مُتوسّطاتِ أعمارِ العمال فِي المزارعِ الأربعة.

الحلُّ:

1- صياغةُ الفروضِ الإحصائيّةِ:

- الفرضُ العدميُّ: (H_0: $\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu_4$) مُتوسّـطاتُ الأعمارِ للمزارعِ الأربعِ متساويةٌ.

الفرضُ البديلُ :(H_1) مُتوسّطاتُ الأعمارِ للمزارعِ الأربعِ غيرُ متساويةٍ (أو يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطانِ غيرُ متساويينِ).

يَتِمُّ تنظيمُ البياناتِ بالجدولِ (3-11) لتسهيلِ العمليّاتِ الحسابيّةِ.

جدول (3-11): تنظيمُ بياناتِ أعمارِ المزارعينَ فِي أربعِ مزارع.

المعاملاتُ	المشاهداتُ (y_{ij})						مجاميعُ العيّناتِ ($y_{i\bullet}$)	مُتوسّطُ العيّناتِ ($\bar{y}_{i\bullet}$)
Y_1	20	21	25	28	30	26	$y_{1\bullet} = 150$	$\bar{y}_{1\bullet}$=25
Y_2	23	22	27	20	26	20	$y_{2\bullet} = 138$	$\bar{y}_{2\bullet}$=23
Y_3	19	20	21	28	20	18	$y_{3\bullet} = 126$	$\bar{y}_{3\bullet}$=21
Y_4	24	29	30	28	27	24	$y_{4\bullet} = 162$	$\bar{y}_{4\bullet} = 27$
							$y_{\bullet\bullet} = 576$	

2- تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE):

$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 6$, $t=4$ $N = tr = 24$

1- حسابُ معاملِ التّصحيحِ (Correction Factor-CF):

$$CF = \frac{(y_{\bullet\bullet})^2}{N} = \frac{(576)^2}{24} = \frac{331776}{24} = 13824$$

2- حسابُ مجموعِ المُربّعاتِ الكلّيّةِ (Sum Square of Total - SSTO):

$$SSTO = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij})^2 - CF$$

$$= ((20)^2 + (21)^2 + \dots\dots (24)^2) - 13824 = 336$$

3- مجموعُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ بينَ العيّناتِ (Sum Square Between Groups -SSB)

$$SSB = \sum_{i=1}^{t}\frac{(y_{i\bullet})^2}{r} - CF = \frac{(150)^2 + (138)^2 + (126)^2 + (162)^2}{6} - 13824$$

$$= 120$$

4- حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ انحرافاتِ الخطأِ التّجريبيِّ
(Sum Square of Error-SSE)

$$SSE = SSTO - SSB = 336 - 120 = 216$$

5- حسابُ التّبايُنِ بينَ العيّناتِ (MSB) وداخلَ المجموعاتِ (MSE):

$$MSB = \frac{SSB}{t-1} = \frac{120}{3} = 40$$

$$MSE = \frac{SSE}{N-t} = \frac{216}{20} = 10.8$$

بعدَ حسابِ القيمِ السّابقةِ يَتِمُّ تكوينُ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ فِي الجدول (3-12).

جدول (3-12): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) لأعمارِ المزارعين.

مصادرُ التّبايُنِ (S.O.V)	مجموعُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ Sum of squares (SS)	درجاتُ الحرّيّة df	(التّبايُنات) Mean squares (MS)	F (المحسوبة)	F (الجدوليّة)
بين المجموعات (Between Groups)	SSB = 120	t – 1 = 4 – 1 = 3	MSB=40	$F_C = \frac{40}{10.8} = 3.7$	$F_{\alpha\,(3\,,\,20)}$=3.1
داخل المجموعات Within Groups (Error)	SSE = 216	N – t = 24 – 4 = 20	MSE=10.8		
المجموعُ *Total*	SSTO = SSB+ SSE = 336	N – 1 = 24 – 1 = 23			

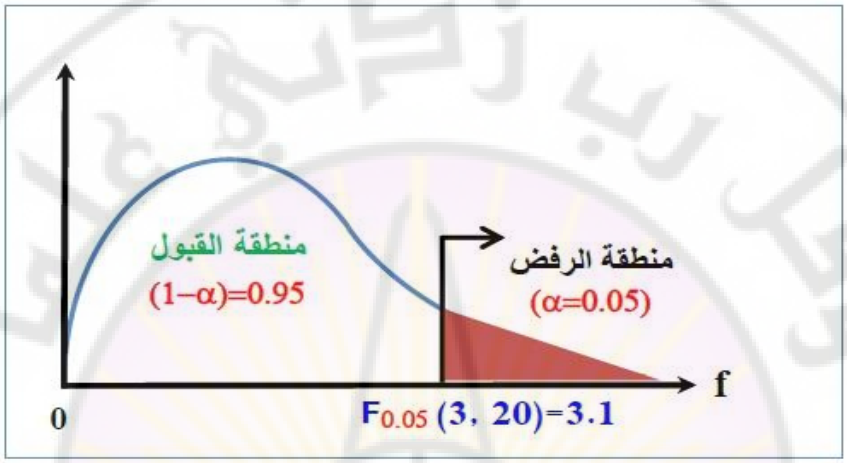
3- حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:

تُحسبُ إحصائيّةُ الاختبارِ منَ المعادلةِ: $F_C = \frac{MSB}{MSE} = \frac{40}{10.8} = 3.7$

4- تحديدُ منطقتيِّ القبولِ والرّفضِ:

تُحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ من قيمِ (F_t) الجدوليّةِ وعندَ مستوى معنويّة ($\alpha = 0.05$) وبدرجاتِ حرّيّة (t-1=4-1=3) للبسطِ، و (N-t=24 - 4=20) للمقامِ نجدُ أنَّ F_t الجدوليّة تساوي:

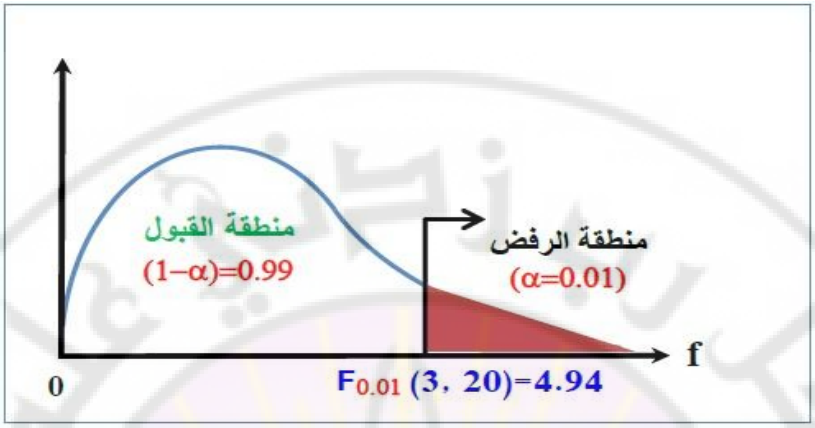
$F_t = F_\alpha(t-1, N-t) = F_{0.05}(3, 20) = 3.10$ ويمكنُ توضيحُ ذلكَ بالشّكلِ (3–4).



شكل (3–4): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتيِّ القبولِ والرّفضِ للمثالِ (3–3).

5– **المقارنةُ و اتّخاذُ القرارِ:** بِما أنَّ قيمةَ الإحصـائيّةِ المحسـوبةِ والتّي تسـاوي (F_c=3.7)أكبرُ منَ القيمـةِ الجدوليّـةِ (F_t=3.10) فإنّها تقعُ فِي منطقـةِ الرّفضِ، وبالتّالي فإنَّ القرارَ هوَ رفضُ الفرضِ العدميِّ بتسـاوي مُتوسّـطاتِ أعمارِ المزارعينَ في المزارعِ الأربع وذلكَ بمستوى معنويّة ($\alpha = 0.05$) .

أمّا إذا اسـتخدمنا مسـتوى معنويّة 1% فإنَّ القيمةَ الجدوليّة تصـبحُ (F_t=4.94)، أي تصبحُ حدودُ منطقتيِّ القبولِ والرّفضِ موضّحة بالشّكل (3–5).



شكل (3−5): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتيِّ القبولِ والرّفضِ للمثالِ (3−3) بمعنويّة 0.01.

في هذهِ الحالةِ فإنَّ قيمةَ الإحصـــائيّةِ والتّي تســـاوي (F_c=3.7) تقعُ في منطقةِ القبولِ، وبـالتّالي فـإنَّ القرارَ يكونُ قبولُ الفرضِ العدميِّ أنَّ مُتوسّـــطاتِ أعمـارِ المزارعينَ في المزارعِ الأربع متساويةٌ بمستوى معنويّة ($\alpha = 0.01$).

مثال (3−4): للمقارنةِ بينَ ثلاثةِ أنواعٍ منَ العلائقِ العلفيّةِ (A ، B ، C) بغرضِ تعميمِ أفضـــلها على حظائر تربيةِ العجولِ. قامَ الباحثُ بتطبيق كل عليقة على حظيرة، وبعد فترةٍ زمنيّةٍ قام باختيار ثلاثِ عيّناتٍ عشـوائيّةٍ منَ العجولِ (عينة من كل حظيرة) حجمُ كلِّ عيّنـةٍ (6 عجول)، و قامُ بقياسِ الزّيادةِ بالوزنِ (بالكيلو غرام) فكانتِ النّتائجُ مسجّلةً بالجدولِ (3−13).

جدول (3−13): أوزانُ العجولِ لأصنافِ العلائقِ العلفيّةِ الثّلاث.

العلائقُ العلفيّة	أوزانُ العجولِ					
A	14	15	16	14	16	15
B	20	22	21	27	23	19
C	9	14	21	8	7	19

المطلوبُ: هل يوجد فروقٌ معنويةٌ بين متوسطاتِ أوزانِ العيناتِ الثلاثِ لأنواعِ العلائقِ عندَ مستوى معنويّة (α=0.05).

الحلُّ: تكونُ خطواتُ الحلِّ كَمَا يأتي:

1- صياغةُ الفروضِ:

- الفرضُ العدميُّ: (H_0: $\mu_1=\mu_2=\mu_3$) مُتوسّطاتُ العلائقِ الثّلاثِ متساويةٌ.
- الفرضُ البديلُ :(H_1) مُتوسّطاتُ العلائقِ الثّلاثِ غيرُ متساويةٍ (أو يوجدُ على الأقلِّ مُتوسطانِ غيرُ متساويين).

ننشئ الجدولَ (3-14) التّالي لتسهيلِ العمليّاتِ الحسابيّةِ اللّازمةِ في جدولِ تحليلِ التّبايُنِ.

جدول (3-14): تنظيمُ البياناتِ لأوزانِ العجولِ وفقاً لأنواعِ العلائقِ.

العيّناتُ	المشاهداتُ (y_{ij})						مجاميعُ العيّناتِ ($y_{i\bullet}$)	مُتوسّطُ العيّناتِ ($\bar{y}_{i\bullet}$)
Y_1	14	15	16	14	16	15	$y_{1\bullet}=90$	$\bar{y}_{1\bullet}$=15.2
Y_2	20	22	21	27	23	19	$y_{2\bullet}=132$	$\bar{y}_{2\bullet}$=22.4
Y_3	9	14	21	8	7	19	$y_{3\bullet}=78$	$\bar{y}_{3\bullet}$=13.4
عددُ المشاهداتِ الكلّيِّ $N=\sum r_i=r_1+r_2+r_3=18$							المجموعُ الكلّيُّ $y_{\bullet\bullet}=300$	المُتوسّطُ العامُّ $\bar{y}_{\bullet\bullet}=16.66$

$r_1 = r_2 = r_3 = 6$, $t=3$ $N = 18$

1- حسابُ معاملِ التّصحيحِ (Correction Factor-CF):

$$CF=\frac{(y_{\bullet\bullet})^2}{N}=\frac{(300)^2}{18}=\frac{90000}{18}=5000$$

2- حسابُ مجموعِ المُربّعاتِ الكلّيّةِ (Sum Square of Total - SSTO):

$$SSTO = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij})^2 - CF = ((14)^2 + (15)^2 + \dots\dots(19)^2) - 5000 = 490$$

3- مجموعُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ بينَ المجموعاتِ

(Sum Square Between Groups -SSB)

$$SSB = \sum_{i=1}^{t}\frac{(y_{i\bullet})^2}{r} - CF = \frac{(90)^2 + (132)^2 + (78)^2}{6} - 5000 = 268$$

4- حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ انحرافاتِ الخطأِ التّجريبيِّ

(Sum Square of Error-SSE)

$$SSE = SSTO - SSB = 490 - 268 = 222$$

5- حسابُ التّبايُنِ بينَ المجموعاتِ (MSB) وداخلَ المجموعاتِ

$$MSB = \frac{SSB}{t-1} = \frac{268}{2} = 134$$

$$MSE = \frac{SSE}{N-t} = \frac{222}{15} = 14.8$$

2- تنظيمُ الحساباتِ في جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE):

جدول (3-15): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) لأنواعِ العلائقِ العلفيّةِ الثّلاث.

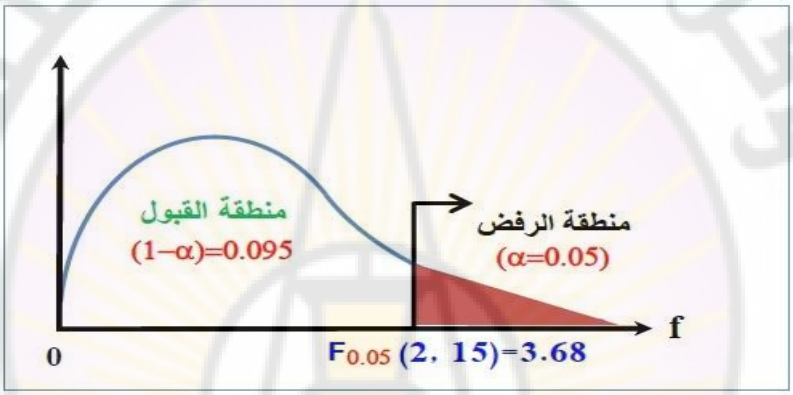
مصادرُ التّبايُنِ (S.O.V)	مجموعُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ Sum of squares (SS)	درجاتُ الحرّيّةِ df	(التّباينات) Mean squares (MS)	F (المحسوبة)	F (الجدوليّة)
بين المجموعاتِ Between) (Groups	SSB = 268	t – 1 = 2	$MSB = \frac{SSB}{t-1} = 134$	$F_C = 9.05$	$F_{(2,15)}=3.68$
داخلَ المجموعاتِ Within Groups (Error)	SSE = 222	N – t = 15	$MSE = \frac{SSE}{N-t} = 14.8$		
المجموعُ *Total*	SSTO = SSB + SSE = 490	N – 1 = 17			

3- حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:

تُحسبُ إحصائيّةُ الاختبارِ منَ المعادلةِ: $F_C = \frac{MSB}{MSE} = \frac{134}{14.8} = 9.05$

4- تحديدُ منطقتيِّ القبولِ والرّفضِ:

تُحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ من قيمِ (F_t) الجدوليّةِ بمستوى معنويّة (α=0.05) وبدرجاتِ حرّيّة (t-1=3-1=2) للبسطِ، و (N-t=18-3=15) للمقامِ ويمكنُ توضيحُ ذلكَ بالرّسمِ $F_t = F_\alpha(t-1, N-t) = F_{0.05}(2, 15) = 3.68$ كَمَا بالشّكلِ (3-5).



شكل (3-5): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتيِّ القبولِ والرّفضِ للمثالِ (3-4).

5- المقارنةُ و اتّخاذُ القرارِ: بما أنَّ قيمةَ إحصائيّةِ الاختبارِ المحسوبةِ والتّي تساوي (F_c=9.05) أكبرُ منَ القيمةِ الجدوليّة (F_t=3.68) فإنَّها تقعُ في منطقةِ الرّفضِ، وبالتّالي فإنَّ القرارَ هوَ رفضُ الفرضِ العدمِ بتساوي مُتوسّطاتِ العيّناتِ الثّلاث وقبولُ الفرضِ البديلِ، أي إنَّه يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطانِ مختلفانِ أي إنَّ هناكَ فروقاً معنويّةً بينَ مُتوسّطاتِ الزّيادةِ بالوزنِ لأنواعِ العلائقِ الثّلاث.

وقل رب زدني علما
Damascus University

الفصلُ الرّابع

المبادئُ الأساسيّةُ لتصميمِ وتحليلِ التّجاربِ

(Basic Principles of Design and Analysis of Experiments)

4-1- تعاريفٌ ومصطلحاتٌ أساسيّةٌ فِي علمِ تصميمِ التّجاربِ وتحليلها:

علمُ تصميمِ التّجاربِ وتحليلِها: هوَ أحدُ فروعِ علمِ الإحصاءِ التّطبيقيّ الذّي يهتمُّ بتطبيقِ الأساليبِ والطّرائقِ الإحصائيّةِ فِي التّجاربِ البحثيّةِ والعمليّةِ.

إنَّ الغرضَ مِنَ التّصميمِ الحديثِ السّعيُ إلى تقديرِ الخطأِ التّجريبيِّ و تقليلِه، ويتحقّقُ ذلكَ بتحديدِ التّصميمِ المناسبِ مِن خلالِ دراسةِ خصائص الوَحداتِ التّجريبيّةِ مِن ناحية وزيادةِ عددِ التّكراراتِ أو التّحكّمِ فِي عددِ الوَحداتِ التّجريبيّةِ مِن ناحيةٍ أخرى.

التّجربةُ (Experiment): هِيَ عبارةٌ عَن سلسلةٍ مِنَ الإجراءاتِ المخطّطةِ والمنظّمةِ التّي تهدفُ إلى دراسةِ العواملِ التّي تؤثّرُ في ظاهرةٍ معيّنةٍ (أو لتفسيرِ ظاهرةٍ معيّنةٍ) للحصولِ على نتائجَ جديدةٍ أو إثباتِ أو نفي نتائجَ قديمةٍ حُصلَ عليها مِن تجاربَ سابقةٍ. وأيضاً تستخدمُ التّجربةُ لاختبارِ الفرضيّاتِ واستكشافِ العلاقاتِ بينَ المتغيّراتِ.

التّصميمُ (Design): التّصميمُ هوَ تخطيطُ التّجربةِ المرادُ دراستها.

التّحليلُ(Analysis): التّحليلُ هو عبارةٌ عنِ المرحلةِ الأخيرةِ ويشملُ طريقةَ جمعِ البياناتِ وترتيبها واختزالها ثمَّ إجراءَ اختباراتٍ إحصائيّةٍ معيّنةٍ يُستعانُ بها لاتّخاذِ قراراتٍ بخصوصِ الأهدافِ التّي صُمّمتِ التّجربةُ لدراستها.

المادّةُ التّجريبيّةُ (Experimental Material): هيَ العناصرُ أوِ الموادُّ التّي تُطبّقُ عليها (أو على جزءٍ منها) المعالجاتُ. مثلُ(العجولِ– قطعُ الأرضِ).

الوحدةُ التّجريبيّةُ (Experimental Unit): هيَ أصغرُ جزءٍ منَ المادّةِ التّجريبيّةِ التّي يُطبّقُ عليها المعالجةُ. وقد تكونُ الوحدةُ التّجريبيّةُ عبارةً عنْ عنصرٍ واحدٍ (قطعةُ أرضٍ زراعيّةٍ – حيوانٌ – شخصٌ –شجرةٌ – نباتٌ) أو عناصرَ عدّة معاً (عدّةُ قِطَعٍ زراعيّةٍ – عدّةُ حيواناتٍ "حظيرة").

إنَّ دراسةَ خصائصِ الوَحداتِ التّجريبيّةِ من حيث التّجانسِ هيَ أحدُ أساسيّاتِ التّصميمِ المحدّدةِ لنوعِ التّصميمِ والذّي يترتّبُ عليه مدى تقليلِ الخطأِ التّجريبيّ.

وحدةُ المعاينةِ (Sampling Unit): هيَ الجزءُ منَ الوحدةِ التّجريبيّةِ الذّي يُؤخَذُ عليه قياسُ تأثيرِ المعالجةِ. وقد تكونُ وحدةُ المعاينةِ هي نفسُها الوحدةُ التّجريبيّةُ.

مثلاً: إذا كانتِ الوحدةُ التّجريبيّةُ تُمثّلُ قطعةَ أرضٍ لقياسِ تأثيرِ نوعٍ منَ السّمادِ على القمحِ، يَتِمُّ أخذُ عيّنةٍ من سنابلِ القمحِ تُمثّلُ وحدةَ المعاينةِ.

العواملُ (Factors): هيَ عبارة عنْ مُتغيّراتٍ مؤثّرةٍ يهدفُ الباحثُ إلى قياسِ تأثيرها (السّمادُ، طريقةُ الرّيِّ، المبيدُ). والعاملُ (Factor) يتكوّنُ مِن مُستوياتٍ مختلفةٍ تُسمّى معاملاتٍ أو معالجاتٍ (Treatments).

المعاملاتُ أوِ المعالجاتُ (Treatments): هيَ أصنافُ أو مُستوياتُ العاملِ التّي يقومُ الباحثُ بتوزيعها عشوائيّاً على الوَحداتِ التّجريبيّةِ وفقاً لنموذجِ التّصميمِ

المستخدمِ، السّمادُ هوَ عاملٌ وأصنافُ السّمادِ (سمادٌ عضويٌّ، نتروجيني، و فوسفاتي) تُعدّ معاملات.

المعالجةُ أوِ المعاملةُ (Treatment): المعالجةُ هيَ الطّريقةُ أوِ الإجراءُ المطلوب قياسُ تأثيرها في المادّةِ التّجريبيّةِ.

إذا كانتِ التّجربةُ (بسيطةً) لدراسةِ تأثيرِ عاملٍ واحدٍ بمُستوياتٍ عدّةٍ فهذهِ المستوياتُ تمثّلُ المعاملاتِ، أمّا إذا كانتِ التّجربةُ لدراسةِ تأثيرِ أكثرَ مِن عاملٍ واحدٍ (تجاربُ عامليّةٌ) ولكلِّ عاملٍ عدّةُ مستوياتٍ فالمعاملاتُ هنا تُمثّلُ التّوافيقَ (التّوليفاتَ) المختلفةَ بينَ مُستوياتِ تلكَ العواملِ والتّي تُسمّى المعاملاتِ التّوافقيّة.

أي إنَّ المعاملاتِ أوِ المعالجاتِ قد تُمثّلُ مُستوياتِ العاملِ (Factor) (فِي التّجاربِ البسيطةِ)، أو توليفاتٍ مِن مستوياتِ عواملَ مختلفةٍ(فِي التّجاربِ العامليّةِ).

ومفهومُ العواملِ أوسعُ من المعاملاتِ مِن حيثِ المعنى ويكونُ لكلِّ عاملٍ من هذهِ العواملِ مستوياتٌ، مثلاً السّمادُ عاملٌ وليسَ معاملة في حين مستوياتُ السّمادِ (سماد عضوي، نتروجيني، فوسفاتي) تمثّلُ معاملاتٍ.

- المعالجاتُ قد تكونُ اسميّةً (مثل أصنافِ السّمادِ/ طرقِ الرّيِّ) أو ترتيبيّةَ (المستوى التّعليميُّ/ مستوياتٌ من تركيزِ مبيدٍ/عمقُ الحراثةِ)

مثال (4-1):

إذا كانَ العاملُ هوَ السّماد فإنَّ مستوياتِ السّمادِ (عضوي، نتروجيني، فوسفاتي) هيَ معالجاتٌ(اسميّة).

أمّا إذا كانَ العاملُ هوَ عمق البذارِ فإنَّ مستوياته (سطحي، 2سم، 4سم، 6سم) هيَ معالجاتٌ أو معاملاتٌ (ترتيبيّة).

و إذا كانَ العاملُ هوَ نوع الحيوانِ فإنَّ مستوياته (ماعز شامي، ماعز بلدي ، ماعز قلموني) هيَ معالجاتٌ أو معاملاتٌ (اسميّة).

الخطأُ التّجريبيُّ (Experimental Error): يُقصدُ بالخطأِ التّجريبيِّ الاختلافاتُ الموجودةُ بينَ المشاهداتِ المسجّلةِ منَ الوَحداتِ التّجريبيّةِ والتّي طُبّقت عليها المعاملةِ نفسها.

و هوَ الخطأُ الذّي يحصلُ نتيجةَ إجراءِ التّجربةِ ويعودُ لأسبابٍ فنيّةٍ أوِ الجهازُ المستعملُ فِي القياسِ أوِ الخبرةُ فِي العملِ فضلاً عنِ الظّروفِ المحيطةِ بالتّجربةِ.

والخطأُ التّجريبيُّ ينشأُ مِن مصدرينِ هُمَا:

1- عدمُ تجانسِ الوَحداتِ التّجريبيّةِ: أي الاختلافاتُ التّي توجدُ بينَ الوَحداتِ التّجريبيّةِ والتّي يمكنُ إرجاعها إلى الاختلافاتِ الوراثيّةِ والظّروفِ البيئيّةِ التّي لا يمكنُ التّحكّمُ بها.

2- طريقةُ تنفيذِ التّجربةِ: أي طريقةُ تطبيقِ المعاملاتِ على الوَحداتِ التّجريبيّةِ.

وهيَ تُمثّلُ مجموعةً منَ العواملِ غير المتحكّمِ بها والكامنةِ داخلَ الموادِّ التّجريبيّةِ ذاتها أوِ الظّروفِ المحيطةِ بها. لذلكَ فإنَّ الخطأَ التجريبيَّ ليسَ خطأً فِي إجراءِ التّجربةِ.

أي إنَّ الخطأَ الذّي يكونُ خارجَ سيطرةِ الباحثِ و الذّي لا يمكنُ تلافيهِ مهما كانتِ الدّقّةُ فِي إجراءِ التّجربةِ، أي لا يمكنُ السّيطرةُ عليهِ. ومنَ الممكنِ تقليلُ هذا الخطأِ عن طريقِ زيادةِ عددِ المشاهداتِ أوِ التّكراراتِ واستعمالِ أحدثِ الطّرائقِ فِي القياسِ وأدقِّ الأجهزةِ والسّيطرةِ قدرَ الإمكانِ على الظّروفِ المحيطةِ فِي التّجربةِ.

4-2- مفهومُ التّجربةِ (Concept of Experiment):

يمكنُ تلخيصُ مفهومِ التّجربةِ بالمثالِ الآتي:

لنفرض أنَّ هدفَ التّجربةِ هوَ مقارنةُ صنفينِ منَ السّمادِ (A , B) منْ حيثِ كميّةِ محصولِ نوعٍ معيّنٍ منَ القمحِ. نريدُ الإجابةَ على التّساؤلاتِ الآتية:

- هل يوجدُ اختلافٌ بينَ صنفيِّ السّمادِ على كميّةِ القمحِ؟
- أو بمعنى آخر هل نوعُ السّمادِ يؤثّرُ على كميّةِ القمحِ؟
- إذا كانَ هناكَ اختلافٌ، فما هيَ القيمةُ التّقديريّةُ للفرقِ بينهما؟
- إذا كانَ هناكَ اختلافٌ، فما هوَ صنفُ السّمادِ الذّي يُنتجُ محصولاً أكثر؟

- **العاملُ (Factor) فِي هذهِ التّجربةِ هوَ السّماد (المتغيّرُ المراد دراسةَ تأثيره).**
  - مستوياتُ العاملِ هما اثنان (الصّنفُ الأوّلُ A، والصّنفُ الثّاني B).
  - تُسمّى مستوياتُ العاملِ بالمعالجاتِ أوِ المعاملاتِ (Treatments).
- **متغيّرُ الاستجابةِ (Response Variable)** و هوَ يُمثّلُ (الظّاهرةَ المراد دراستها) ويساوي كميّةَ محصولِ القمحِ (Y).

ومن أجلِ توضيحِ مفهوم التّجربةِ سنوردُ ثلاثةَ أمثلةٍ للتّجاربِ كَمَا يأتي:

4-2-1- التّجربةُ الأولى:

لنفرض أنّنا اخترنا (10) قطعٍ زراعيّةٍ (Plots) تُمثّلُ وحداتٍ تجريبيّةً متجانسةً أي متشابهةً فِي المساحةِ والخصوبةِ والتّربةِ والرّطوبةِ والرّيِّ وزرعناها بالقمحِ منْ نوعِ القمحِ نفسِه و بكميّةِ البذار نفسِها.

- قسّمنا القِطَعَ الزّراعيّةَ بشكلٍ عشوائيٍّ إلى مجموعتينِ، كلٌّ مجموعةٍ تضمُّ (5) قطعٍ زراعيّةٍ.

❖ تمَّ توزيعُ السّمادِ منَ النّوعِ الأوّلِ (A) الذّي يمثّلُ المعالجةَ الأولى بشكلٍ عشوائيٍّ على قِطَعِ إحدى المجموعتينِ، واستخدمنا السّمادَ منَ النّوعِ الثّاني (B) فِي قِطَعِ المجموعةِ الأخرى. الجدولُ الآتي يوضّحُ توزيعَ المعالجاتِ (أصنافُ السّمادِ A و B) بشكلٍ عشوائيٍّ على القِطَعِ الزّراعيّةِ (الوحداتِ التّجريبيّةِ).

رقمُ القطعةِ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
نوعُ السّمادِ	B	A	A	B	A	A	B	B	A	B

☒ **المادّةُ التّجريبيّةُ:** هيَ مجموعةُ جميعِ القِطَعِ الزّراعيّةِ المزروعةِ بالقمحِ.

☒ **الوحدةُ التّجريبيّةُ:** هيَ القطعةُ الزّراعيّةُ الواحدةُ.

☒ **المعالجاتُ:** هيَ أصنافُ السّمادِ المختلفةِ (الصّنفُ الأوّلُ (A) والصّنفُ الثّاني (B))

- لاحظ أنَّ كلَّ قطعةٍ زراعيّةٍ يُطبّقُ عليها صنفُ سمادٍ واحدٍ (معالجةٍ واحدةٍ فقط)
- لاحظ أنَّ كلَّ صنفٍ من أصنافِ السّمادِ (معالجة) تكرّرُ بشكلٍ عشوائيٍّ خمس مرّاتٍ (n=5)

☒ فِي نهايةِ الموسمِ تمَّ حصادُ القمحِ بالطّريقةِ نفسِها، والجدولُ (4-1) يحتوي على نتائجِ التّجربةِ (محصولُ القمحِ بالطّنِ / هكتار).

جدول (4–1): مشاهداتُ صنفيِّ السّمادِ (A, B) للتّجربةِ الأولى.

رقمُ المشاهدةِ	مشاهداتُ صنفِ السّمادِ الأوّلِ (A) (العيّنةُ الأولى)	مشاهداتُ صنفِ السّمادِ الثّاني (B) (العيّنةُ الثّانيةُ)
1	3.27	2.55
2	3.68	2.36
3	3.52	2.92
4	3.72	2.15
5	2.89	3.06
مُتوسّطُ العيّنةِ	$\bar{X}_1$=3.416	$\bar{X}_2$=2.608
تبايُنُ العيّنةِ	S^2_1= 0.118	S^2_2= 0.144

❖ نعدُّ العيّنةَ الأولى عيّنةً عشوائيّةً مأخوذةً من مجتمعٍ مُتوسّطهُ = μ_1، أي مُتوسّطُ محصولِ القمحِ لصنفِ السّمادِ الأوّلِ (A) وتباينهُ = σ_1^2

❖ نعدُّ العيّنةَ الثّانية عيّنةً عشوائيّةً مأخوذةً من مجتمعٍ مُتوسّطهُ = μ_2، أي مُتوسّطُ محصولِ القمحِ لصنفِ السّمادِ الثّاني (B) وتباينهُ = σ_2^2

μ_1= مُتوسّطُ محصولِ القمحِ لصنفِ السّمادِ الأوّل (A) **(مُتوسّطُ المجتمعِ الأوّلِ)**

μ_2= مُتوسّطُ محصولِ القمحِ لصنفِ السّمادِ الثّاني (B) **(مُتوسّطُ المجتمعِ الثّاني)**

فتكونُ أهدافُ التّجربةِ هدفينِ رئيسيّينِ:

أوّلاً: معرفةُ هل هناكَ تأثيرٌ لصنفِ السّمادِ في كميّةِ محصولِ القمحِ، أي هل هناكَ فرقٌ فِي كميّةِ القمحِ بينَ صنفيِّ السّمادِ. وبعبارةٍ أخرى، هلِ الفرقُ بالمحصولِ هوَ فرقٌ معنويٌّ (جوهريٌّ / مهمٌّ /إحصائيٌّ)، أم إنَّه ناشئٌ بمحضِ الصّدفةِ (بسببِ الخطأِ فِي المعاينةِ).

وللإجابةِ عن هذا التّساؤلِ، نقومُ بتطبيقِ اختبارِ الفرضيّاتِ.

1) فرضيّةُ العدمِ ($H_0:\mu_1=\mu_2$) تعني عدمَ وجودِ فرقٍ معنويٍّ بينَ مُتوسّطيِّ محصول صنفيِّ السّمادِ، أي إنَّ صنفَ السّمادِ ليسَ لهُ تأثيرٌ في كميّةِ القمحِ.

2) الفرضيّةُ البديلةُ ($H_1:\mu_1\neq\mu_2$) تعني وجودَ فرقٍ معنويٍّ بينَ مُتوسّطيِّ محصول صنفيِّ السّمادِ، أي إنَّ صنفَ السّمادِ لهُ تأثيرٌ في كميّةِ القمحِ النّاتجِ.

ثانياً: الهدفُ الثّاني هوَ تقديرُ قيمةِ الفرقِ بينَ المُتوسطينِ ($\mu_1-\mu_2$) إن وجدَ. وتعتمدُ هذهِ الخطوةُ على الخطوةِ السّابقةِ فإذا كانَ هناكَ فرقٌ معنويٌ بينَ المُتوسّطينِ، فيصبحُ من بابِ الاستدلالِ تقديرُ قيمةِ ذلكَ الفرقِ.

وبشكلٍ عامٍّ، تُجرى معظمُ التّجارب لتحقيقِ هدفينِ هُمَا:

(1): اختبارُ الفروضِ الإحصائيّةِ حولَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ.

(Testing of Hypotheses about the Means)

(2): تقديرُ الفروقِ بينَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ

(Estimating the Differences between the Means)

4-2-2- التّجربةُ الثّانيةُ:

لنفرض أنَّ هدفَ التّجربةِ هوَ مقارنةُ نوعينِ منَ الأعلافِ (A وB) لتسمينِ العجولِ.

وتمَّ اختيارُ (20) عجلاً متشابهاً (في الوزنِ و الجنسِ و العمرِ) ووُضع كلُّ عجلٍ من هذهِ العجولِ فِي حظيرةٍ منفصلةٍ بحيث إنَّ هذهِ الحظائرُ متشابهةً فِي الخصائصِ كَمَا هوَ موضّحٌ بالشّكلِ (4-1).

وجرى تقسيمُ الحظائرِ إلى مجموعتينِ بشكلٍ عشوائيٍّ كلُّ مجموعةٍ تحوي (10) حظائر، ثمَّ تمَّ تغذيةُ العجولِ فِي إحدى المجموعاتِ بالنّوعِ الأوّلِ (A) وتغذيةُ العجولِ فِي المجموعةِ الأخرى بالنّوعِ الثّاني (B) وفِي نهايةِ برنامجِ التّغذيةِ وُزنت جميعِ العجولِ بالطّريقةِ نفسِها.

- **المادّةُ التّجريبيّةُ:** هيَ مجموعةُ جميعِ العجولِ.
- **الوحدةُ التّجريبيّةُ:** هيَ العجلُ الواحدُ.
- **المعالجاتُ:** هيَ أنواعُ الأعلافِ (الصّنفُ الأوّلُ (A) والصّنفُ الثّاني (B))

- لاحظ أنَّ كلَّ عجلٍ يُطبّقُ عليهِ نوعٌ واحدٌ منَ الأعلافِ (معالجة واحدة فقط)
- لاحظ أنَّ كلَّ معالجةٍ تكرّرت عشر مرّاتٍ (n=10) فِي التّجربةِ (أي ظهرتْ 10 مرّاتٍ فِي التّجربةِ)

B ●	B ●	A ●	A ●	B ●	A ●	A ●	B ●	B ●	A ●
B ●	A ●	B ●	B ●	A ●	A ●	B ●	A ●	A ●	B ●

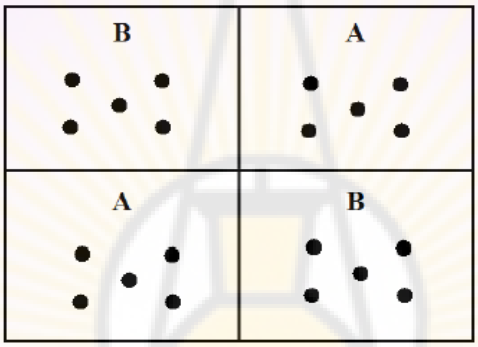
شكل (4-1): مخطّطُ التّجربةِ الثّانيةِ.

4-2-3- التّجربةُ الثّالثةُ:

لنفرض أنَّ هدفَ التّجربةِ هوَ مقارنةُ نوعينِ منَ الأعلافِ (A و B) لتسمينِ العجولِ.

وتمَّ اختيارُ (20) عجلاً متشابهاً (فِي الوزنِ / الجنسِ /العمرِ). وتمَّ تقسيمُ هذهِ العجولِ إلى أربعِ مجموعاتٍ بشكلٍ عشوائيٍّ، كلُّ مجموعةٍ تحتوي على (5) عجول.

وتمَّ وضعُ كلِّ مجموعةٍ فِي حظيرةٍ منفصلةٍ بحيث تكون هذهِ الحظائرُ متشابهةً فِي الخصائصِ. وتمَّ تقسيمُ الحظائرِ الأربعِ إلى مجموعتينِ بشكلٍ عشوائيٍّ كلٌّ مجموعةٍ تحوي (حظيرتينِ)، ثمَّ تمَّ تغذيةُ العجولِ فِي إحدى المجموعاتِ بالنّوعِ الأوّلِ (A) وتغذيةُ العجولِ فِي المجموعةِ الأخرى بالنّوعِ الثّاني (B). وفِي نهايةِ برنامجِ التّغذيةِ جرى وزنُ جميعِ العجولِ فِي كلِّ حظيرةٍ بالطّريقةِ نفسها كَمَا هوَ موضّحٌ بالشّكلِ (4-2).



شكل (4-2): مخطّطُ التّجربةِ الثّالثةِ.

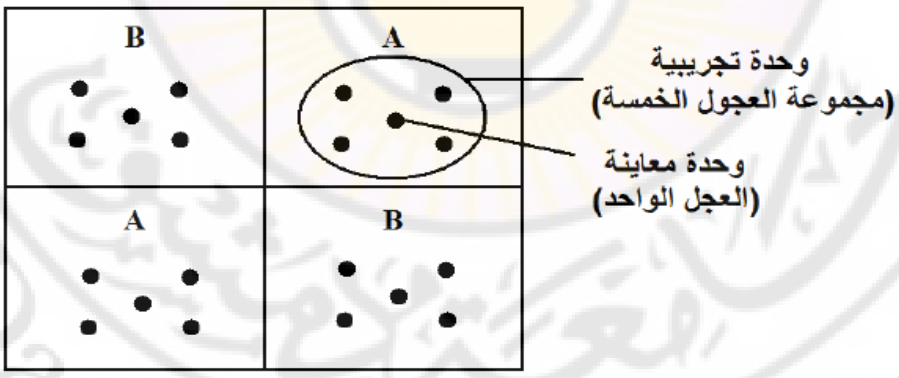
- **المادّةُ التّجريبيّةُ:** هيَ مجموعةُ جميعِ العجولِ.
- **الوحدةُ التّجريبيّةُ:** هيَ كلُّ (5) عجولٍ فِي أيِّ حظيرةٍ (كلُّ مجموعةٍ من مجموعاتِ العجولِ الأربعِ (وليستِ العجلَ الواحدَ) تُعدُّ وحدةً تجريبيّةً)، ويمكنُ القولُ إنَّ الوحدةَ التّجريبيّةَ هيَ **الحظيرةُ.**
- **المعالجاتُ:** هيَ أنواعُ الأعلافِ (الصّنفُ الأوّلُ (A) والصّنفُ الثّاني (B)
  - لاحظ أنَّ كلَّ مجموعةٍ منَ العجولِ (أي كلُّ حظيرةٍ) يُطبّقُ عليها نوعٌ واحدٌ منَ الأعلافِ (معالجة واحدة فقط).
  - لاحظ أنَّ كلَّ معالجةٍ تكرّرت مرّتينِ فقط (n=2) فِي التّجربةِ.

وحدةُ المعاينةِ (Sampling Unit): هيَ الجزءُ منَ الوحدةِ التّجريبيّةِ الذّي يُؤخذُ عليهِ قياسُ تأثيرِ المعالجةِ. وقد تكونُ وحدةُ المعاينةِ هيَ نفسها الوحدةُ التّجريبيّةُ. ففي التّجربةِ الثّانيةِ، وحدةُ المعاينةِ هيَ نفسها الوحدةُ التّجريبيّةُ (العجلُ) كَمَا هوَ مبيّنٌ بالجدولِ (4–3).

B ●	B ●	A ●	A ●	B ●	A ●	A ●	B ●	B ●	A ●
B ●	A ●	B ●	B ●	A ●	A ●	B ●	A ●	A ●	B ●

شكل (4–3): الفرقُ بينَ وحدةِ المعاينةِ والوحدةِ التّجريبيّةِ فِي التّجربةِ الثّانيةِ.

أمّا فِي التّجربةِ الثّالثةِ، فإنَّ الوحدةَ التّجريبيّةَ هيَ كلُّ مجموعةٍ مكوّنةٍ من (5) عجولٍ فِي الحظيرةِ الواحدةِ، في حين وحدةُ المعاينةِ هيَ العجلُ الواحدُ داخلَ الحظيرةِ، الشّكلُ (4–4).



شكل (4–4): الفرقُ بينَ وحدةِ المعاينةِ والوحدةِ التّجريبيّةِ فِي التّجربةِ الثّالثةِ.

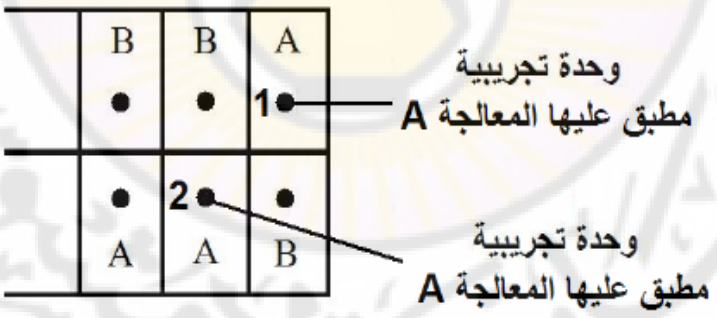
4-3- مفهومُ الخطأِ التّجريبيِّ فِي التّجربةِ (Experimental Error):

يُقصدُ بالخطأِ التّجريبيِّ الاختلافاتُ الموجودةُ بينَ المشاهداتِ المسجّلةِ منَ الوحداتِ التّجريبيّةِ والتّي عُومِلَتْ بالمعاملةِ نفسها. فعلى سبيلِ المثالِ:

فِي التّجربةِ الثّانيةِ: إنَّ الاختلافَ بينَ نتيجةِ العجلِ رقم (1) والعجلِ رقم (2) ليسَ بسببِ المعالجةِ (لأنَّه تمَّ تطبيقُ عليها المعالجةِ A نفسها)، وإنّما هناكَ سببانِ للاختلافِ هُمَا:

- اختلافُ العجلِ (اختلافاتٌ حيويّةٌ وراثيّةٌ بينَ العجلينِ)
- اختلافُ الحظيرةِ (الظّروفُ المحيطةُ بتطبيقِ المعالجةِ على العجلِ).

لاحظ هُنا أنَّ وحدةَ المعاينةِ هيَ نفسها الوحدةُ التّجريبيّةُ (العجلُ) كَمَا هوَ مبيّنٌ بالجدولِ (4-5).

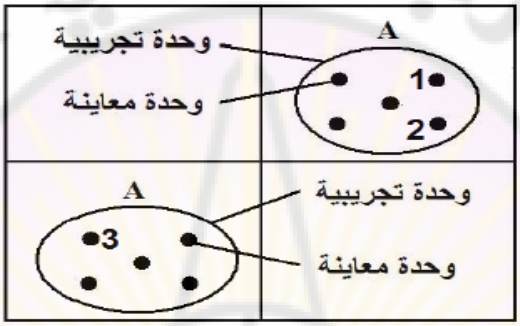


شكل (4-5): مفهومُ الخطأِ التّجريبيِّ فِي التّجربةِ الثّانيةِ.

فِي التّجربةِ الثّالثةِ: إنَّ الاختلافَ بينَ نتيجةِ العجلِ رقم (1) والعجلِ رقم (3) ليسَ بسببِ المعالجةِ (لأنَّه تمَّ تطبيقُ عليهما المعالجةِ A نفسها)، وإنّما هناكَ سببانِ للاختلافِ هُمَا:

- اختلافُ العجلِ (اختلافاتٌ حيويّةٌ وراثيّةٌ بينَ العجلينِ).
- اختلافُ الحظيرةِ (الظّروفُ المحيطةُ بتطبيقِ المعالجةِ على العجلِ).

لاحظ هُنا أنَّ وحدةَ المعاينةِ (العجلَ الواحدَ) ليستِ الوحدةَ التّجريبيّةَ (خمسة العجولِ فِي الحظيرةِ) إنّما جزءٌ منها، و الشّكلُ (4-6) يوضّحُ ذلكَ.



شكل (4-6): مفهومُ الخطأِ التّجريبيِّ فِي التّجربةِ الثّالثةِ.

وأمّا الاختلافُ بينَ نتيجةِ العجلِ رقم (1) والعجلِ رقم (2) فليسَ بسببِ المعالجةِ ولا بسببِ الحظيرةِ (الظّروفِ المحيطةِ بتطبيقِ المعالجةِ) لأنّه تمَّ تطبيقُ عليهما المعالجةِ A نفسها، وهُما فِي الحظيرةِ نفسها، وإنّما سببُ الاختلافِ يكمنُ فقط فِي اختلافِ العجلِ (اختلافاتٍ وراثيّةٍ حيويّةٍ بينَ العجلينِ).

أي أنَّ خطأَ المعاينةِ يكونُ ناتجاً فقط عن مجموعةٍ منَ العواملِ غيرِ المتحكّمِ بها والكامنة داخلَ وحداتِ المعاينةِ نفسها. ولذلكَ فإنَّ خطأَ المعاينةِ ليسَ خطأً فِي إجراءِ التّجربةِ وإنّما ذلكَ ناتجٌ عنِ الاختلافاتِ فِي طبيعةِ وحداتِ المعاينةِ.

لِذا، فإنَّ ما يُسمّى بخطأِ المعاينةِ (Sampling Error) مكوّنٌ من مركّبةٍ واحدةٍ فقط هيَ اختلافُ العجلِ.

خطأُ المعاينةِ (Sampling Error): هوَ التّبايُنُ (أوِ الاختلافُ) بينَ وحداتِ المعاينةِ التّي طُبّقت عليها المعالجةِ نفسها وتحتَ الظّروفِ المحيطةِ نفسها.

وينتجُ خطأُ المعاينةِ فِي الحالةِ التّي تكونُ فيها وحداتُ المعاينةِ جزءاً منَ الوحدةِ التّجريبيّةِ وليست كاملَ الوحدةِ التّجريبيّةِ.

وعندَ تصميمِ التّجربةِ وإجرائها فإنَّ منَ الضّروريِّ العملُ على تصغيرِ خطأِ المعاينةِ وذلكَ بجعلِ وحداتِ المعاينةِ داخلَ الوَحداتِ التّجريبيّةِ متجانسة بقدرِ الإمكانِ.

معامل الاختلاف للتجربة:

لحساب معامل الاختلاف لأي تجربة نستخدم القانون الآتي:

$$C.V = \frac{\sqrt{mse}}{\bar{y}_{\bullet\bullet}} \times 100$$

حيث أن ($\bar{y}_{\bullet\bullet}$) يمثل المتوسط العام لمشاهدات التجربة ويساوي

$$\bar{y}_{\bullet\bullet} = \frac{y_{\bullet\bullet}}{n}$$

ومعامل الاختلاف لأي تجربة يدل على دقتها فإذا كانت قيمته تقل عن (15%) فإن هذا يدل على دقة التجربة وكفائتها والأخذ بها، أما إذا كانت قيمة معامل الاختلاف أكبر من (15%) فذلك يدل على عدم دقة التجربة.

حساب الخطأ القياسي للتجربة:

يمكن حساب الخطأ القياسي لأي تجربة وفقاً للمعادلة الأتية

$$\overline{SY} = \sqrt{\frac{mse}{r}}$$

4-4- المبادئُ الأساسيّةُ لتصميمِ التّجاربِ

(Basic Principles of Design of Experiments)

هناكَ ثلاثُ قواعدَ رئيسيّةٍ لابدَّ من توفّرها فِي أيِّ تصميمٍ والتّي تؤدّي إلى تقليلِ الخطأِ التّجريبيِّ وبالتّالي زيادةُ دقّةِ التّجربةِ وكفائتها وهيَ تُمثّلُ ثلاثَ مبادئَ أساسيّة لتصميمِ التّجاربِ هيَ:

1- مبدأُ التّكرارِ (Replication)

2- مبدأُ التّعشيةِ أوِ العشوائيّةِ (Randomization)

3- مبدأُ القطّاعاتِ (أوِ التّحكّم فِي الوَحداتِ التّجريبيّةِ) (Blocking)

4-4-1 مبدأُ التّكرارِ (Replication):

يُقصدُ بهِ تطبيقُ المعالجةِ أكثرَ من مرّةٍ وبالتّالي كلُّ معالجةٍ يَتِمُّ تطبيقها بشكلٍ مستقلٍّ على وحداتٍ تجريبيّةٍ عدّة. ويمكننا أن نلخّصَ أهدافَ التّكرارِ كَمَا يأتي:

- **يوفّرُ إمكانيّةَ تقديرِ الخطأِ التّجريبيِّ:** والذّي يُمثّلُ انحرافَ كلِّ قياسٍ عن مُتوسّطِ المعالجةِ.
- **تقليلُ الخطأِ التّجريبيِّ:** زيادةُ التّكراراتِ يؤدّي إلى تقليلِ الخطأِ المعياريِّ (Standard Error) أي الجذرُ التّربيعيّ لتبايُنِ المُتوسّطِ ومن ثمَّ زيادةُ دقّةِ التّقديرِ.

4-4-2-التّوزيعُ العشوائيُّ أو مبدأُ التّعشيةِ أوِ العشوائيّة (Randomization):

المقصودُ بالتّعشيةِ هيَ عمليةُ توزيعِ (تطبيقِ) المعالجاتِ على الوَحداتِ التّجريبيّةِ بطريقةٍ عشوائيّةٍ تخلو من أيِّ تأثيرٍ للعاملِ الشّخصيِّ وذلكَ لتجنّبِ خطأِ التّحيّزِ، وهذا يعني أنَّ كلَّ وحدةٍ تجريبيّةٍ لها الفرصةُ نفسها أو متساويةُ الاحتمالِ لاستقبالِ المعالجةِ.

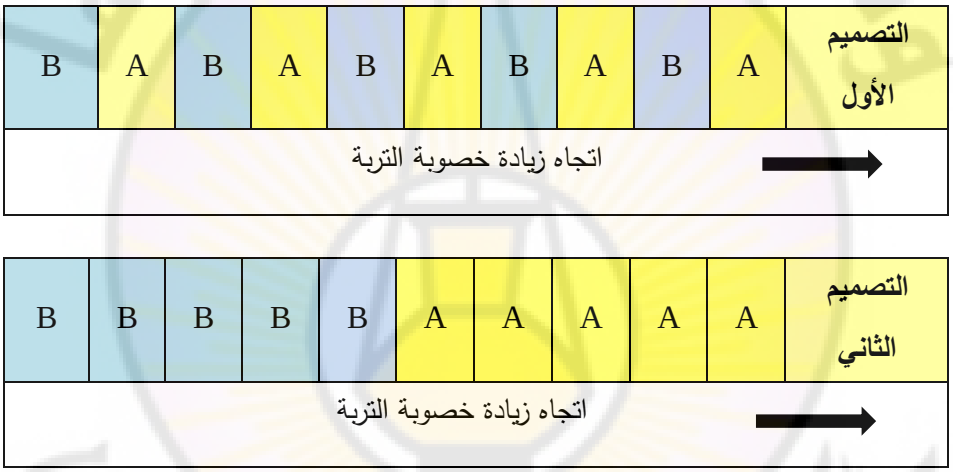
وتكمنُ أهميّةُ التّعشيةِ فيما يأتي:

1- ضمانُ استقلاليّةِ المشاهداتِ(Independence)، إذ إنَّ كثيراً منَ الأساليبِ الإحصائيّةِ المستخدمةِ فِي تحليلِ التّجاربِ تشترطُ استقلاليّةَ المشاهداتِ.

2- إزالةُ التّحيّزِ: ويَتِمُّ بتوزيعِ المعالجاتِ على الوَحداتِ التّجريبيّةِ.

3- إزالةُ تأثيرِ بعضِ العواملِ غير المرغوبِ فيها (غير معروفةٍ) والتّي قد تؤثّرُ في متغيّرِ الاستجابةِ.

لتوضيحِ أهميّةِ التّعشيةِ لنفترض أنَّه تمَّ تطبيقُ صنفيِّ السّمادِ (A و B) على القِطَعِ الزّراعيّةِ بحسبِ أحدِ التّصميمينِ فِي الشّكلينِ أدناهُ. ولنفترض أنَّ هناكَ تدرّجاً فِي خصوبةِ التّربةِ (لم يعلمْ عنهُ الباحثُ)، بحيث الخصوبةَ تزدادُ كلّما اتّجهنا منَ اليسارِ إلى اليمينِ كَمَا هوَ موضّحٌ فِي الشّكلِ (4-7).



شكل (4-7): تأثيرُ بعضِ العواملِ غير المرغوبِ فيها على التّجربةِ.

نلاحظُ فِي هذينِ التّصميمينِ أنَّ تطبيقَ المعالجاتِ على الوَحداتِ التّجريبيّةِ لم يكنْ عشوائياً.

إذ إنَّ المعالجةَ الأولى (صنفُ السّمادِ A) كانت دائماً تُطبّقُ فِي قطعٍ زراعيّةٍ أكثرَ خصوبةٍ منَ القِطَعِ الزّراعيّةِ التّي تُطبّقُ فيها المعالجةُ الثّانيةُ (صنفُ السّمادِ B).

ففِي التّصميمِ الأوّلِ نجدُ أنّه فِي كلِّ قطعتينِ متجاورتينِ تُطبَّقُ المعالجةُ الأولى A فِي القطعةِ ذات الخصوبةِ الأعلى.

وأمّا فِي التّصميمِ الثّاني فقد طُبّقت المعالجةُ الأولى A فِي القِطَعِ ذاتِ الخصوبةِ الأعلى. وفِي كلا التّصميمينِ هناكَ تحيّزٌ منتظمٌ لصالحِ الصّنفِ الأوّلِ A. ولذلكَ فإنَّ الفرقَ بينَ كميّةِ محصولِ الصّنفينِ (إن وجدَ) لا يكونُ بسببِ اختلافِ الصّنفينِ فقط وإنّما قد يكونُ أيضاً بسببِ الاختلافِ فِي درجةِ الخصوبةِ. وبذلكَ يكونُ هناكَ مصدرانِ للاختلافِ هُما:

- الفرقُ النّاتجُ عنِ الاختلافِ فِي درجةِ الخصوبةِ (إن وجدَ) (لاحظ أنَّه ليسَ من أهدافِ هذهِ التّجربةِ معرفةُ تأثيرِ الخصوبةِ).
- الفرقُ النّاتجُ عنِ الاختلافِ بينَ صنفيِّ السّمادِ (إن وجدَ)، (لاحظ أنَّ هدفَ هذهِ التّجربةِ هوَ معرفةُ تأثيرِ صنفِ السّمادِ).

ولذلكَ فإنّنا لا نستطيعُ فِي هذينِ التّصميمينِ الفصلُ بينَ تأثيرِ صنفِ السّمادِ وتأثيرِ خصوبةِ التّربةِ على كميّةِ إنتاجِ القمحِ. علماً أنَّ الهدفَ الأساسيَّ منَ التّجربةِ هوَ معرفةُ هل هناكَ فرقٌ بينَ أصنافِ السّمادِ (أي معرفةُ تأثيرِ أصنافِ السّمادِ على كميّةِ الإنتاجِ). وأمّا تأثيرُ خصوبةِ التّربةِ فليسَ من أهدافِ التّجربةِ.

إنَّ استعمالَ مبدأِ التّعشيةِ هوَ بمثابةِ عمليّةِ التّأمينِ ضدَّ التّحيّزِ أو معَ بعضِ المعالجاتِ دونَ الأخرى بحيث تُمنحُ كلُّ وحدةٍ تجريبيّةٍ الفرصةِ نفسها للظّهورِ معَ أيِّ معالجةٍ فِي التّجربةِ.

4-4-3- التّحكّمُ فِي الوَحداتِ التّجريبيّةِ أوِ التّحكّمُ الموقعيُّ (Blocking - Local Control):

أو تُسمّى السّيطرةُ على الأخطاءِ التّجريبيّةِ.

وتعني السّيطرةَ على غالبيةِ العواملِ والظّروفِ التّي تحيطُ بالتّجربةِ، أي بمعنى آخر تقليلُ أو إزالةٌ تأثيرِ العواملِ الخارجيّةِ المحيطةِ بالتّجربةِ (والتّي قد تؤثّرُ في متغيّرِ الاستجابةِ) غير العواملِ التّي يُرادُ دراسةُ تأثيرها. مثلُ إزالةِ تأثيرِ خصوبةِ الأرضِ كعاملٍ مؤثّرٍ في إنتاجِ القمحِ والتّركيزِ على تأثيرِ أصنافِ السّمادِ، وذلكَ من خلالِ تقسيمِ الوحداتِ التّجريبيّةِ إلى مجموعاتٍ متجانسةٍ تُسمّى قطّاعات (Blocks)، ثمَّ يَتِمُّ توزيعُ (أو تطبيقُ) المعالجاتِ بشكلٍ عشوائيٍّ داخلَ كلِّ قطّاعٍ، وينتجُ عن هذهِ الطّريقةِ فصلُ تبايُنِ القطّاعاتِ (الاختلافِ بينَ القطّاعاتِ) عنِ الخطأِ التّجريبيِّ، وبذلكَ يَتِمُّ تقليلُ الخطأِ التّجريبيِّ وزيادةُ دقّةِ التّجربةِ، أي بمعنى عزلُ العوامل قيدَ الدّراسةِ عنِ العوامل المؤثّرةِ الأخرى.

تُعدُّ عمليّةُ استخدامِ القطّاعاتِ (Blocks) منَ الأسسِ الرّئيسيّةِ للتّصميمِ النّاجحِ للتّجربةِ.

وتكونُ عمليّةُ القطّاعاتِ ناجحةً إذا استطاعَ الباحثُ تقسيمَ الوَحداتِ التّجريبيّةِ إلى مجموعاتٍ (قطّاعاتٍ) بحيث تكونُ الوَحداتُ التّجريبيّةُ داخلَ أيِّ قطّاعٍ أكثرَ تجانساً فيما بينها وأكثرَ اختلافاً عنِ الوحداتِ التّجريبيّةِ فِي القطّاعاتِ الأخرى.

4-5- تصنيفُ التّجاربِ على أساسِ العوامل الدّاخلة فيها:

يمكنُ تصنيفُ التّجاربِ بصورةٍ عامّةٍ إلى مجموعتينِ على أساسِ العوامل الدّاخلة فيها:

أوّلاً: التّجاربُ البسيطةُ (Simple Experiments):

فِي هذا النّوعِ منَ التّجاربِ يُدرسُ متغيّرٌ واحدٌ فقط، ويجبُ أن يكونَ جميعُ العواملِ الأخرى ثابتةَ ماعدا العاملُ المرادُ دراسته. أي إنّها تجاربُ ذاتُ عاملٍ واحدٍ

فقط مثلُ دراسةِ تأثيرِ خمسةِ مستوياتٍ (أصنافٍ) منَ الأسمدةِ على إنتاجِ محصولِ القمحِ، أو دراسةِ تأثيرِ خمسةِ تركيزاتٍ من مبيدٍ لمكافحةِ مرضٍ معيّنٍ لشجرةِ الزّيتونِ. الخ.

ثانياً: التّجاربُ العامليّةُ (Factorial Experiments):

فِي هذهِ التّجاربِ يُدرسُ تأثيرُ عاملينِ أو أكثر فِي وقتٍ واحدٍ. ويكونُ الهدفُ من إجراءِ هذهِ التّجارب هوَ دراسةُ تأثيرِ كلٍّ من هذهِ العوامل بالإضافةِ إلى تأثيرِ التّداخلِ (Combinations) بينَ هذهِ العوامل. مثلُ دراسةِ تأثيرِ السّمادِ بأصنافهِ المختلفةِ (3 أصنافٍ مثلاً) معَ عاملِ كميّةِ الرّيّ (نوعينِ) على إنتاجِ القمحِ. و أخيراً يمكنُ تصنيفُ تصاميمِ التّجاربِ كَمَا يأتي:

4-6- أنواعُ التّصميماتِ الإحصائيّةِ للتّجاربِ (Experimental Designs):

أوّلاً: التّجاربُ البسيطةُ (Simple Experiments):

1- التّجاربُ العشوائيّةُ الكاملةُ (Completely Randomized Design- CRD)

2- تجاربُ القطّاعاتِ الكاملةِ

(Randomized Completely Block Design-RCBD)

3- تصميمُ المُربّعِ اللّاتينيِّ (Latin Square)

ثانياً: التّجاربُ العامليّةُ (Factorial Experiments):

التّجاربُ العامليّةُ ذات عاملينِ تُصمّمُ بأحدِ التّصاميمِ الآتيةِ:

- تجربةٌ عامليّةٌ بعاملينِ تُطبّقُ فِي تصميمٍ عشوائيٍّ كاملٍ (CRD)

- تجربةٌ عامليّةٌ بعاملينِ تُطبّقُ فِي تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (RCBD)
- تجربةٌ عامليّةٌ بعاملينِ تُطبّقُ فِي تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيِّ

التّجاربُ العامليّةُ ذات ثلاثةِ عوامل تُصمّمُ بأحدِ التّصاميمِ التّاليةِ:

- تجربةٌ عامليّةٌ بثلاثةِ عواملَ تُطبّقُ بتصميمٍ عشوائيٍّ كاملٍ (CRD)
- تجربةٌ عامليّةٌ بثلاثةِ عواملَ باستخدامِ تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (RCBD)

ثالثاً: تجاربُ القِطَعِ والقطّاعاتِ المُنشقّةِ(Split-Plot & Split-Block Designs)

الفصلُ الخامس

التّصميمُ العشوائيُّ الكاملُ

Completely Randomized Design (CRD)

5-1- مقدّمة:

يُعدُّ التّصميمُ العشوائيُّ الكاملُ من أبسطِ وأسهلِ التّصاميمِ التّجريبيّةِ تخطيطاً وتحليلاً، ويُعدّ من أكثرِ التّصاميمِ استعمالاً فِي مجالِ الإنتاجِ الحيوانيِّ والنّباتيِّ، ويكثرُ استخدامُ هذا النّوعِ فِي التّجاربِ المعمليّةِ والزّراعيّةِ أي فِي التّجاربِ التّي تَتِمُّ فِي الظّروفِ المسيطرِ عليها (تربة + مناخ) كالمختبرِ والبيوتِ الزّجاجيّةِ وغيرها. ويُستعملُ هذا التّصميمُ غالباً عندما تكونُ الوَحداتُ التّجريبيّةُ متجانسةً أي إنَّ الاختلافاتِ بينها ضئيلةٌ جدّاً.

التّصميمُ العشوائيُّ الكاملُ (CRD): هوَ التّصميمُ الذّي يَتِمُّ فيهِ توزيعُ المعاملاتِ (أو مستوياتِ المتغيّرِ المستقلِّ) المراد دراسة تأثيرِهِ على الوَحداتِ التّجريبيّةِ المتجانسةِ بطريقةٍ عشوائيّةٍ كاملةٍ أي من دونِ نظامٍ محدّدٍ.

5-2- مزايا التّصميمِ (CRD) وعيوبُه:

5-2-1- مزايا التّصميمِ (CRD):

- يتميّزُ هذا التّصميمُ بالمرونةِ، فهوَ لا يضعُ حدوداً لأعدادِ المعاملاتِ أوِ تكراراتِ كلٍّ منها طالما توافرتْ أعدادٌ كافيةٌ منَ الوَحداتِ التّجريبيّةِ المتجانسةِ.
- سهولةُ تنفيذِ التّصميمِ والتّحليلِ الإحصائيِّ، حتى ولو فُقدَت بعضُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ في أثناءَ التّجربةِ.
- ليسَ منَ الضّروري تساوي عددِ التّكراراتِ لجميعِ المعاملاتِ.
- لهذا التّصميمِ دقّةٌ عاليةٌ لأنّه يسمحُ باستخدامِ أعلى ما يمكنُ من درجاتِ الحرّيّةِ للخطأِ التّجريبيِّ (dfe) لتجربةٍ معيّنةٍ بالمقارنةِ بأنواعِ التّصاميمِ الأخرى ممّا يؤدّي إلى خفضِ القيمةِ المقدّرةِ لـ تباينِ الخطأِ التّجريبيِّ (MSE)، وبالتّالي تقليلُ الخطأِ التّجريبيِّ و زيادةُ دقّةِ التّجربةِ.

5-2-2- عيوبُ التّصميمِ (CRD):

- لا يصلحُ استخدامُ هذا التّصميمِ إلّا إذا كانتِ الوَحداتُ التّجريبيّةُ على درجةٍ عاليةٍ منَ التّجانسِ.
- إذا لم يتوفّرِ التّجانسُ التّامُّ بينَ الوَحداتِ التّجريبيّةِ، أي فِي حالةِ وجودِ اختلافاتٍ ضئيلةٍ بينَ هذهِ الوَحدات يؤدّي إلى تراكمِ تباينات كبيرةٍ للخطأِ التّجريبيِّ (SSE) وبذلكَ تزدادُ قيمةُ الخطأِ التّجريبيِّ (MSE) ممّا يؤدّي إلى عدمِ دقّةِ وكفاءةِ هذا التّصميمِ، لأنَّ الدّقّةَ تساوي:

$$Precision = \frac{1}{MSE}$$

5-3- التّعشيةُ (Randomization):

إنَّ التّعشيةَ هيَ الأساسُ التّي يعتمدُ عليها هذا التّصميمُ، ويُقصدُ بالتّعشيةِ توزيعُ المعالجاتِ على الوَحداتِ التّجريبيّةِ بطريقةٍ عشوائيّةٍ كاملةٍ دونَ تحيّزٍ. فِي هذهِ الحالةِ يمكنُ توليدُ أرقامٍ عشوائيّةٍ باستخدامِ برامجَ إحصائيّةٍ لتحديدِ الوَحداتِ التّجريبيّةِ المخصّصةِ لكلِّ معالجةٍ.

يمكنُ تنفيذُ هذا التّصميمِ فِي حالةِ تساوي أو عدمِ تساوي التّكراراتِ لكلِّ معاملةٍ.

5-4- استخدامُ التّصميمِ العشوائيِّ الكاملِ فِي حالةِ تساوي التّكراراتِ

نبيّنُ فيما يأتي مخطّطُ التّجربةِ والنّموذجُ الرّياضيّ وطريقةُ تنظيمِ البياناتِ.

5-4-1- تخطيطُ التّجربةِ (Layout of the Experiment):

كمثالٍ لتصميمِ التّجاربِ باستخدامِ التّصميمِ العشوائيِّ الكاملِ (CRD) فِي حالةِ تساوي التّكراراتِ لكلِّ معاملةٍ، بفرضِ أنَّه يوجدُ أربعُ معالجات (t=4) ويرمزُ لأسمائها بالرّموزِ (A, B, C, D) ويُرادُ تطبيقها على الوَحداتِ التّجريبيّةِ التّي عددها (24) وحدةٍ مرقّمةٍ من (1-24) كَمَا هوَ مبيّنٌ بالمخطّطِ الموضّحِ بالشّكلِ (5-1).

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24

شكل (5–1): تخطيطُ تجربةٍ من (24) وحدةٍ تجريبيّةٍ متجانسةٍ باستخدامِ التّصميمِ العشوائيِّ الكاملِ (CRD).

بِما أنَّ كلَّ المعاملاتِ لها التّكرارِ نفسُه، هذا يعني أنَّ كلَّ معاملةٍ سوفَ تُطبّقُ على العددِ نفسهِ منَ الوَحداتِ التّجريبيّةِ أي إنَّ كلَّ معاملةٍ سوفَ تُطبّقُ على (6) وحداتٍ تجريبيّةٍ وبشكلٍ عشوائيٍّ تامٍّ.

ولكي يُطبّقُ مبدأُ العشوائيّةِ يَتِمُّ توليدُ (6) أرقامٍ عشوائيّةٍ من(1-24) تمثّلُ أرقامَ الوَحداتِ التّجريبيّةِ المخصّصةِ للمعالجةِ (A) وكذلكَ توليدُ (6) أرقامٍ عشوائيّةٍ أخرى من(1-24) معَ تجنّبِ تكرارِ الأرقامِ السّابقةِ لتمثّلَ أرقامَ الوَحداتِ التّجريبيّةِ المخصّصةِ للمعالجةِ (B) وهكذا من أجلِ كلِّ المعالجاتِ، ومن ثمَّ يكونُ توزيعُ المعالجاتِ على الوَحداتِ التّجريبيّةِ كَمَا هوَ مبيّنٌ بالشّكلِ (5–2).

1 C	2 A	3 B	4 A	5 A	6 B
7 B	8 D	9 C	10 D	11 C	12 B
13 B	14 D	15 A	16 B	17 C	18 D
19 C	20 A	21 D	22 D	23 C	24 A

شكل (5–2): تخطيطُ تجربةٍ بـ أربعِ معاملاتٍ و6 مكرّراتٍ باستخدامِ التّصميمِ العشوائيِّ الكاملِ (CRD).

5-4-2- تنظيمُ البياناتِ:

بعدَ تصميمِ التّجربةِ، وتنفيذها والانتهاءِ منها يكونُ لدينا عددٌ منَ المشاهداتِ (y_{ij}).

وبشكلٍ عامٍّ، نفترضُ أنَّ التّجربةَ تحتوي على معاملاتٍ عددها (t) معاملة، وكلُّ معاملةٍ طُبّقت على العددِ نفسِه منَ الوحداتِ التّجريبيّةِ، أي كلُّ معاملةٍ تكرّرت فِي التّجربةِ بالتّكرارِ نفسِه وبعددٍ قدرهُ (r) وحدةٍ تجريبيّةٍ لكلِّ معاملةٍ، فيكونُ العددُ الكلّيُّ لمشاهداتِ التّجربةِ ($N=t \times r$).

وعلى أساسِ هذهِ الرّموزِ تنظيمُ المشاهداتِ أو البياناتِ التّي تقاسُ فِي التّجربةِ للصّفاتِ المدروسةِ ولكي نستطيعَ تحليلها إحصائيّاً يَتِمُّ تنظيمُ البياناتِ بالجدولِ (5-1).

جدول (5-1): تنظيمُ البياناتِ لتصميمِ (CRD).

المعاملاتُ Treatments (T)	المشاهداتُ أوِ التّكرارات (Observations- y_{ij})				مجاميعُ المعاملاتِ ($y_{i\bullet}$)	مُتوسّطُ المعاملاتِ ($\bar{y}_{i\bullet}$)
t_1	y_{11}	y_{12}	…..	y_{1r}	$y_{1\bullet}$	$\bar{y}_{1\bullet}$
t_2	y_{21}	y_{22}	…..	y_{2r}	$y_{2\bullet}$	$\bar{y}_{2\bullet}$
…	…..	…..	…..	…..		
t_t	y_{t1}	y_{t2}	…..	y_{tr}	$y_{t\bullet}$	$\bar{y}_{t\bullet}$
					المجموعُ العامُّ $y_{\bullet\bullet}$	المتوسطُ العامُّ $\bar{y}_{\bullet\bullet}$

i= 1,2 …t يمثّلُ عددَ المعاملاتِ

j= 1,2 …r يمثّلُ عددَ التّكراراتِ فِي كلِّ معاملةٍ

(y_{ij}): تمثّلُ قيمةَ المشاهدةِ المأخوذةِ من تطبيقِ المعالجةِ (i) على الوحدةِ التّجريبيّةِ رقم (j)، فعلى سبيلِ المثالِ المشاهدةُ الثّالثةُ منَ المعاملةِ الرّابعةِ تُكتبُ هكذا (y_{43}).

($y_{i\bullet}$): تمثّلُ مجموعَ قيمِ المشاهداتِ التّي طُبّقت عليها المعالجةُ رقمُ (i).

$$y_{i\bullet} = \sum_{j=1}^{r} y_{ij} = y_{i1} + y_{i2} + y_{i2} + \cdots\cdots + y_{ir}$$

وعليهِ مجموعُ قيمِ المعاملةِ الثّانيةِ: $y_{2\bullet} = y_{21} + y_{22} + \cdots\cdots + y_{2r}$

($\bar{y}_{i\bullet}$): يمثّلُ مُتوسّطَ مشاهداتِ المعالجةِ رقم (i)

5-4-3- النّموذجُ الرّياضيُّ للتّصميمِ (Mathematical Model):

النّموذجُ الرّياضيُّ لهذا التّصميمِ يمثّلُ نموذجاً خطيّاً يتمثّلُ بالمعادلةِ الرّياضيّةِ التّي تصفُ مكوّناتِ التّجربةِ أي التّي توضّحُ مكوّناتِ أيِّ مشاهدةٍ فِي التّجربةِ. وقيمةُ كلِّ مشاهدةٍ فِي التّجربةِ تتكوّنُ من ثلاثةِ مكوّناتٍ مستقلّةٍ وهيَ المُتوسّطُ العامُّ وتأثيرُ المعاملةِ التّي أخذتها الوحدةُ التّجريبيّةُ والتّي سُجّلت منها المشاهدةُ وقيمةُ الخطأِ العشوائيِّ بتلكَ المشاهدةِ أوِ الوحدةِ التّجريبيّةِ، وعليهِ فمعادلةُ النّموذجِ الرّياضيِّ لهذا التّصميمِ هيَ:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + e_{ij}$$

y_{ij} : قيمةُ المشاهدةِ رقم (j) العائدة للمعالجةِ (i).

μ: المُتوسّطُ العامُّ للتّجربةِ (لمجتمعِ المشاهداتِ) وتقديرهِ هوَ: $\hat{\mu} = \bar{y}_{\bullet\bullet}$

t_i: تأثيرُ المعاملةِ (i) الخاصّةِ بهذهِ المشاهدةِ، وتقديرها هوَ مقدارُ انحرافِ مُتوسّطِ هذهِ المعاملةِ (i) عنِ المُتوسّطِ العامِّ للتّجربةِ $\hat{t}_i = \bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet}$

e_{ij}: مقدارُ الخطأِ العشوائيِّ (التّجريبيِّ) الخاصِّ بالمشاهدةِ (y_{ij}) ويقدّرُ بمقدارِ انحرافِ قيمةِ هذهِ المشاهدةِ عن مُتوسّطِ المشاهداتِ التّي طُبّقت عليها المعالجةُ نفسُها: $e_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet}$

5-4-4- الأهدافُ الأساسيّةُ من تصميمِ (CRD):

1- إنَّ الهدفَ الأساسيَّ منَ التّصميمِ تامِّ العشوائيّةِ هوَ التّحقّقُ من وجودِ (أو عدمِ وجودِ) فروقٍ معنويّةٍ بينَ مُتوسّطاتِ المعاملاتِ($\mu_1, \mu_2 \ldots\ldots\ldots, \mu_t$)، وبمعنى آخر تطبيقُ اختباراتِ الفروضِ الإحصائيّةِ لاختبارِ فيما إذا كانَ هناكَ فروقٌ معنويّةٌ بينَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ كَمَا يأتي:

- **الفرضُ العدميُّ:** ($H_0: \mu_1=\mu_2\ldots\ldots=\mu_t$) مُتوسّطاتُ المعالجاتِ متساويةٌ، أي عدمُ وجودِ فروقٍ معنويّةٍ بينَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ، ممّا يعني عدم وجودِ اختلافٍ بينَ تأثيراتِ المعالجاتِ على متغيّرِ الاستجابةِ (التّابعِ).
- **الفرضُ البديل** :(H_1) مُتوسّطاتُ المعالجاتِ غيرُ متساويةٍ (أو يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطانِ غيرَ متساويينِ).

2- فِي حالةِ وجودِ فروقٍ معنويّةٍ بينَ مُتوسّطاتِ المعاملاتِ، يكونُ الهدفُ الثّاني من تصميمِ تامِّ العشوائيّةِ هوَ التّعرّفُ إلى مكامنِ الاختلافاتِ وتقديرها بينَ مُتوسّطاتِ المعاملاتِ، من خلالِ إجراءِ مقارناتٍ متعدّدةٍ بينَ المُتوسّطاتِ (المقارنات البعديّة).

5-4-5- خطواتُ تطبيقِ تصميمِ (CRD):

من أجلِ تحقيقِ الهدفِ الأوّلِ من تصميمِ (CRD)، يَتِمُّ تطبيقُ اختباراتِ الفروضِ الإحصائيّةِ لاختبارِ فيما إذا كانَ هناكَ فروقٌ معنويّةٌ بينَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ وفقاً للخطواتِ الآتية:

1) صياغةُ الفروضِ الإحصائيّةِ

2) تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA Table)

3) حسابُ قيمةِ إحصائية الاختبارِ (F_c)

4) استخراجُ قيمةِ (F_t) الجدوليّةِ وتحديدُ منطقتيّ القبولِ والرّفضِ:

5) المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ:

1- صياغةُ الفروضِ الإحصائيّةِ:

- **الفرضُ العدميُّ:** (H_0: $\mu_1=\mu_2\ldots\ldots=\mu_t$) مُتوسّطاتُ المعالجاتِ متساويةٌ (لا يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ بينَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ).
- **الفرضُ البديلُ** :(H_1) مُتوسّطاتُ المعالجاتِ غيرُ متساويةٍ (أو يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطانِ غيرُ متساويينِ).

2- تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE)

إنَّ الطّريقةَ الإحصائيّةَ لتطبيقِ هذا النوّعِ من اختباراتِ الفروضِ الإحصائيّةِ تعتمدُ على طريقةِ اختبارِ تحليلِ التّبايُنِ، أي إنَّ هناكَ مصدرينِ لحدوثِ التّبايُنِ الكلّيِّ لقيمِ مشاهداتِ التّجربةِ.

وبالتّالي من أجلِ تحليلِ التّبايُنِ بحسبِ مصادرِهِ، يَتِمُّ حسابُ التّبايُنِ الكلّيِّ لكلِّ مشاهداتِ التّجربةِ ثمَّ يقسمُ (يحلّلُ) هذا التّباينُ إلى قسمينِ هُما:

القسمُ الأوّلُ: الاختلافاتُ أوِ التّباينَاتُ بينَ المعالجاتِ.

القسمُ الثّاني: الاختلافاتُ **أوِ التّباينَاتُ** التّي تحدثُ داخلَ المعالجاتِ والتّي تعرفُ بالأخطاءِ التّجريبيّةِ (Experimental Error) أوِ التّباينَاتُ بسببِ الأخطاءِ التّجريبيّةِ، ويمكنُ التّعبيرُ عنهُ رياضيّاً كَمَا يأتي:

$$(y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet}) = (\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet}) \quad i = 1,2 \dots . t, \quad j = 1,2 \dots \dots r$$

- $(y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet})$: انحرافُ مشاهداتِ التّجربةِ عنِ المُتوسّطِ العامِّ $(\bar{y}_{\bullet\bullet})$.
- $(y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet})$: انحرافُ مشاهداتِ كلِّ معالجةٍ عنِ الوسطِ الحسابيِّ لتلكَ المعالجةِ.
- $(\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet})$: انحرافُ الأوساطِ الحسابيّةِ للمعالجاتِ عنِ الوسطِ الحسابيِّ العامِّ $(\bar{y}_{\bullet\bullet})$.

وبتربيعِ طرفيِّ المساواةِ السّابقةِ وإدخالِ إشارةِ المجموعِ نحصلُ على العلاقةِ التّاليةِ:

$$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2 = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet})^2 + \sum_{i=1}^{t} r(\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$$

حيثُ يعرفُ كلُّ مقدارٍ منَ المقاديرِ الثّلاثةِ الواردةِ فِي المساواةِ أعلاهُ على النّحوِ التّالي:

- $\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet})^2$: يمثّلُ مجموعَ مُربّعاتِ انحرافاتِ المشاهداتِ عن مُتوسّطاتها المرافقة لكلِّ معالجةٍ، أي يُمثّلُ التّغيّراتِ بينَ مشاهداتِ المعاملةِ الواحدةِ، وهوَ يقيسُ تشتّتَ المشاهداتِ أو تبايُنَها ضمنَ المعالجةِ الواحدةِ، أي يُعبّرُ عنِ الخطأِ التّجريبيِّ ويُسمّى (**Sum Squares of Error**) ويرمزُ لهُ بالاختصارِ (SSE).
- $\sum_{i=1}^{t} r(\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$: يُمثّلُ مجموعَ مُربّعاتِ انحرافاتِ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ عنِ المُتوسّطِ العامِّ، أي يُمثّلُ مجموعَ مُربّعاتِ الانحرافاتِ بينَ المعالجاتِ، ويُسمّى (**Sum Squares of Treatments**)، ويُعبّرُ عنهُ بالاختصارِ (SSTr).

- $\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij}-\bar{y}_{..})^2$: يُمثّلُ مجموعَ مُربّعاتِ انحرافاتِ مشاهداتِ التّجربةِ عنِ المُتوسّطِ العامِّ ، وهوَ يقيسُ تشتّتَ مشاهداتِ التّجربةِ عنِ الوسطِ الإجماليِّ لهذهِ التّجربةِ، ويُسمّى مجموعِ المُربّعاتِ الكلّيِّ (Total Sum of Squares) ويُعبّرُ عنهُ بالاختصارِ (SSTO).

ويمكنُ التّعبيرُ رياضيّاً بأنَّ مجموعَ مُربّعاتِ الانحرافاتِ الكلّيّةِ لمشاهداتِ التّجربةِ (SSTO) يساوي مجموع المُربّعاتِ الذّي يُعزى إلى المعالجاتِ (SSTr) مضافاً إليهِ مجموعُ المُربّعاتِ الذّي يُعزى إلى الأخطاءِ التّجريبيّةِ (SSE) كَمَا يأتي:

مجموعُ مُربّعاتِ الكلّيّ	=	مجموعُ مُربّعاتِ المعالجاتِ	+	مجموعُ مُربّعاتِ الأخطاءِ
Sum Squares of Total	=	Sum Squares of Treatments	+	Sum Squares of Error
SSTO	=	SSTr	+	SSE
$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij}-\bar{y}_{..})^2$	=	$\sum_{i=1}^{t} r(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^2$	+	$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij}-\bar{y}_{i.})^2$

حيثُ يمكنُ حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ (SS) لكلِّ مصدرٍ من مصادرِ التّبايُنِ إمّا باستخدامِ المُتوسّطاتِ(Means) أو باستخدامِ المجاميعِ (Summations) كَمَا هوَ مبيّنٌ بالجدولِ (5-2).

جدول (5–2): طرائقُ حسابِ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ لتصميمِ (CRD) فِي حالةِ تساوي التّكراراتِ.

مصادرُ التّبايُنِ S.O.V	مجموعُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ SS	
	باستخدامِ المُتوسّطاتِ (Means)	باستخدامِ المجاميعِ (Summations)
المعاملاتُ Treatments	$SSTr = \sum_{i=1}^{t} r(\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$	$SSTr = \frac{\sum_{i=1}^{t}(y_{i\bullet})^2}{r} - CF$
الخطأ التّجريبيُ Experimental Error	$SSE = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet})^2$ SSE=SSTO- SSTr	$SSE = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - \frac{\sum_{1}^{t}(y_{i\bullet})^2}{r}$ SSE=SSTO - SSTr
المجموعُ Total	$SSTO = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$	$SSTO = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - CF$

حيثُ إنَّ التّكراراتِ لكلِّ المعاملاتِ متساوية أي ($r_1=r_2=r_3=\ldots.r_i=r_t$).

وبعدَ حسابِ مجموعِ المُربّعاتِ يَتِمُّ تكوينُ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) فِي الجدولِ (5–3).

جدول (5–3): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ لتصميمِ (CRD) فِي حالةِ تساوي تكراراتِ المعاملاتِ.

مصادرُ التّبايُنِ Source of Variance (S.O.V)	مجموعُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ Sum of squares (SS)	درجاتُ الحرّيّةِ df	مُتوسّطُ المُربّعاتِ (التّبايُن) Mean squares (MS)	F (المحسوبة) Calculated	F (الجدوليّة) Tabulated
بينَ المعالجاتِ Treatments	SSTr	t-1	$MSTr = \frac{SSTr}{t-1}$	$F_c = \frac{MSTr}{MSE}$	$F_{\alpha\,(t-1),\,(tr-t)}$
الأخطاءُ التّجريبيّةُ (Experimental Error)	SSE	t(r-1)	$MSE = \frac{SSE}{t(r-1)}$		
المجموعُ Total	SSTO = SSTr + SSE	tr-1			

علماً أنَّ:

r: عددُ المشاهداتِ أوِ المكرّراتِ فِي كلِّ معاملةٍ.

t: عددُ المعاملاتِ فِي التّجربةِ.

CF: يُمثّلُ معامل التّصحيحِ ويساوي مُربّعَ مجموعِ القيمِ مقسوماً على عددهَا والعددُ ناتجٌ من ضربِ عددِ المعاملاتِ (t) فِي عددِ المكرّراتِ لكلِّ معاملةٍ (r)، أي إنَّ .

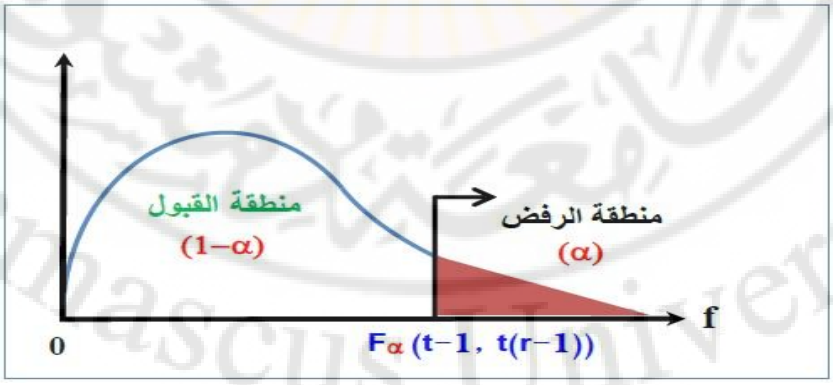
$$CF = \frac{(y..)^2}{tr}$$

3-حسابُ إحصائيّةِ الاختبارِ (F_c):

يَتِمُّ حسابُ واستخلاصُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ (F_c المحسوبة) من جدولِ أنوفا السّابقِ وتُحسبُ منَ العلاقةِ التّاليةِ:

$$F_C = \frac{MSTr}{MSE}$$

4-تحديدُ منطقتيِّ القبولِ والرّفضِ: يَتِمُّ تحديدُ منطقتيِّ القبولِ والرّفضِ بالحصولِ على قيمةِ F_T (الجدوليّة) من جدولِ توزيعِ F بدرجاتِ حرّيّةٍ(t-1) للبسطِ و t(r-1) للمقامِ وبمستوى معنويّةٍ (α)، أي استخراجُ قيمةِ $F_t = F_\alpha(t-1, tr-t)$. وفِي اختبارِ تحليلِ التّبايُنِ يكونُ نوعُ الاختبارِ منَ الطّرفِ الأيمنِ، أي إنَّ منطقةَ الرّفضِ تقعُ بالكاملِ على الطّرفِ الأيمنِ كَمَا بالشّكلِ (5-3).



شكل (5-3): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتيِّ القبولِ والرّفضِ لاختبارِ F بتصميمِ (CRD).

5- المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ: إذا كانت قيمةُ (F_C) المحسوبةِ من إحصائية الاختبارِ أقلَّ من قيمةِ (F_t) الجدوليّةِ عندَ مستوى المعنويّةِ ودرجاتِ الحرّيّةِ المعيّنةِ نقبلُ الفرضَ العدميَّ بتساوي مُتوسّطاتِ المعالجاتِ، أمّا إذا كانت قيمةُ (F_C) المحسوبةِ من إحصائية الاختبارِ أكبرَ من قيمةِ (F_t) الجدوليّةِ نرفضُ الفرضَ العدميَّ أي هناكَ فرقٌ معنويٌّ بينَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ، أو يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطانِ غيرُ متساويينِ.

مثال (5-1):

أُجريَت تجربةٌ حقليّةٌ بالتصميمِ العشوائي الكامل(CRD) لدراسةِ تأثيرِ (5) أصنافٍ منَ السّمادِ على إنتاجِ القمحِ، و استخدمَ الباحثُ لكلِّ صنفٍ 4 قِطَعٍ زراعيّةٍ وتمَّ قياسُ إنتاجِ كلِّ قطعةٍ و تدوينها بالجدولِ (5-4).

المطلوبُ:

1- هل يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ بينَ مُتوسّطاتِ أصنافِ السّمادِ الخمسةِ؟

2- أنشئ جدولاً بالأخطاءِ التّجريبيّةِ لكلِّ وحدةٍ تجريبيّةٍ.

الحلُّ:

أوّلاً: لاختبارِ معنويّةِ الفروقِ بينَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ، نُطبّقُ خطواتِ اختباراتِ الفروضِ الإحصائيّةِ.

يَتِمُّ تنظيمُ جدولٍ بالبياناتِ التّي سُجّلت عن مُتوسّطاتِ كميّاتِ القمحِ فِي كلِّ وحدةٍ تجريبيّةٍ على الشّكلِ الآتي:

جدول (5-4): كميّاتُ القمحِ النّاتجةِ من تطبيقِ خمسةِ أصنافٍ منَ السّمادِ بتصميمِ (CRD).

الأصنافُ	المشاهداتُ (yij)				مجاميعُ المعاملاتِ ($y_{i\bullet}$)	مُتوسّطُ المعاملاتِ ($\bar{y}_{i\bullet}$)
t_1	y_{11} 46	y_{12} 40	y_{13} 42	y_{14} 40	$y_{1\bullet} = 168$	$\bar{y}_{1\bullet}$=42
t_2	Y_{21} 51	Y_{22} 48	Y_{23} 47	Y_{24} 42	$y_{2\bullet} = 188$	$\bar{y}_{2\bullet}$=47
t_3	Y_{31} 36	Y_{32} 42	Y_{33} 44	Y_{34} 46	$y_{3\bullet} = 168$	$\bar{y}_{3\bullet}$=42
t_4	Y_{41} 42	Y_{42} 42	Y_{43} 45	Y_{44} 43	$y_{4\bullet} = 172$	$\bar{y}_{4\bullet} = 43$
t_5	Y_{51} 35	Y_{52} 36	Y_{53} 37	Y_{54} 36	$y_{5\bullet} = 144$	$\bar{y}_{5\bullet} = 36$
عددُ المشاهداتِ الكلّيِّ $N = \sum r_i = 20$					$y_{\bullet\bullet} = 840$	$\bar{y}_{\bullet\bullet} = 42$

1- صياغةُ الفروضِ الإحصائيّةِ:

- **الفرضُ العدميُّ**: (H_0: $\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu_4=\mu_5$) مُتوسّطاتُ أصنافِ السّمادِ الخمسةِ متساويةٌ (لا يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ بينَ مُتوسّطاتِ أصنافِ السّمادِ).
- **الفرضُ البديل**: (H_1) مُتوسّطاتُ أصنافِ السّمادِ الخمسةِ غيرُ متساويةٍ (أو يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطانِ غيرُ متساويينِ).

2- تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE):

يَتِمُّ حسابُ القيمِ التّفصيليّةِ لتحليلِ التّبايُنِ كَمَا يأتي:

1- حسابُ معاملِ التّصحيحِ (Correction Factor-CF):

$$CF = \frac{(y_{\bullet\bullet})^2}{tr} = \frac{(\sum y_{ij})^2}{tr} = \frac{(840)^2}{5 \times 4} = 35280$$

2- حسابُ مجموعِ المُربّعاتِ الكلّيّةِ (Sum Square of Total - SSTO):

$$SSTO = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - CF = ((46)^2 + (40)^2 + \dots\dots (36)^2) - 35280$$
$$= 35658 - 35280 = 378$$

3- حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ المعاملاتِ (Sum Square of Treatments-SSTr):

$$SSTr = \frac{\sum_{i=1}^{t}(y_{i\bullet})^2}{r} - CF$$
$$= \frac{(168)^2 + (188)^2 + \cdots . + (144)^2}{4} - 35280 = 248$$

4- حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الخطأِ التّجريبيِّ (Sum Square of Error -SSE):

$$SSE = SSTO - SSTr = 378 - 248 = 130$$

5- حسابُ درجاتِ الحرّيّةِ (Degree of Freedom-df) لكلِّ مصدرٍ من مصادرِ التّبايُنِ هوَ مبيّنٌ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (5-6).

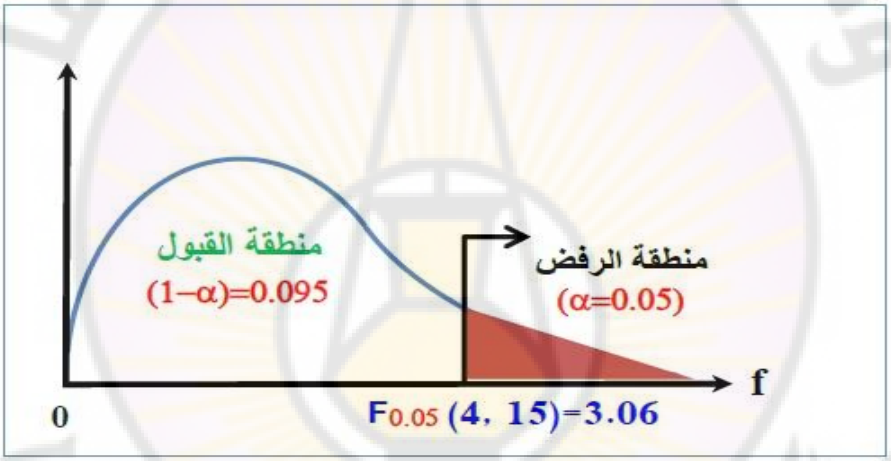
جدول (5-6): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) لأصنافِ السّمادِ الخمسةِ بتصميمِ (CRD).

مصادرُ التّبايُن Source of Variance (S.O.V)	مجموعُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ Sum of squares (SS)	درجاتُ الحرّيّة df	مُتوسّطُ المُربّعات (التّباين) Mean squares (MS)	F (المحسوبة) Calculated	F (الجدوليّة) Tabulated
بينَ المعالجات Treatments	SSTr=248	t-1=4	$MSTr = \frac{248}{4} = 62$	$F_C = \frac{62}{8.67} = 7.15$	$F_{0.05\,(4,\,5)}=3.06$
الأخطاءُ التّجريبيّةُ (Experimental Error)	SSE=130	t(r-1)=15	$MSE = \frac{130}{15} = 8.67$		
المجموعُ Total	SSTO = 378	tr-1=19			

2- حسابُ قيمةِ إحصائيةِ الاختبارِ: يَتِمُّ حسابُ إحصائيةِ الاختبارِ (أو F المحسوبةِ) من المعادلةِ: $F_C = \frac{MSTr}{MSE} = \frac{62}{8.67} = 7.15$

4- تحديدُ منطقتيِّ القبولِ والرّفضِ:

تُحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ بالحصولِ على قيمةِ (F_t) الجدوليّةِ بمستوى معنويّةٍ (α=0.05) $F_t = F_\alpha(t-1, tr-t) = F_{0.05}(4,15) = 3.06$ ويمكنُ توضيحُ ذلكَ بالشّكلِ (5-3).



شكل (5-3): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتيِّ القبولِ والرّفضِ للمثالِ (5-1).

5- المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ: بما أنَّ قيمةَ (F_c=7.15) المحسوبةَ من إحصائية الاختبارِ أكبرَ من قيمةِ (F_t=3.06) الجدوليّةِ فإنَّ القرارَ برفضِ الفرضِ العدميِّ أي يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطانِ غير متساويين.

ثانياً: جدولٌ بالأخطاءِ التّجريبيّةِ لكلِّ وحدةٍ تجريبيّةٍ.

يَتِمُّ حسابُ الأخطاءِ بالمعادلة الآتية $(e_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet})$ وتدوينها بالجدولِ (5-7).

جدول (5-7): جدولٌ بالأخطاءِ التّجريبيّةِ للوحداتِ التّجريبيةِ لأصنافِ السّمادِ الخمسةِ بتصميمِ (CRD).

الأصنافُ	المشاهداتُ (yij)				مجاميعُ المعاملاتِ ($y_{i\bullet}$)	مُتوسّطُ المعاملاتِ ($\bar{y}_{i\bullet}$)
t_1	y_{11} 46 4	y_{12} 40 -2	y_{13} 42 0	y_{14} 40 -2	$y_{1\bullet} = 168$	$\bar{y}_{1\bullet}$=42
t_2	Y_{21} 51 4	Y_{22} 48 1	Y_{23} 47 0	Y_{24} 42 -5	$y_{2\bullet} = 188$	$\bar{y}_{2\bullet}$=47
t_3	Y_{31} 36 -6	Y_{32} 42 0	Y_{33} 44 2	Y_{34} 46 4	$y_{3\bullet} = 168$	$\bar{y}_{3\bullet}$=42
t_4	Y_{41} 42 -1	Y_{42} 42 -1	Y_{43} 45 2	Y_{44} 43 0	$y_{4\bullet} = 172$	$\bar{y}_{4\bullet} = 43$
t_5	Y_{51} 35 -1	Y_{52} 36 0	Y_{53} 37 1	Y_{54} 36 0	$y_{5\bullet} = 144$	$\bar{y}_{5\bullet} = 36$
عددُ المشاهداتِ الكلّي $N = \sum r_i = 20$					المجموعُ الكلّي $y_{\bullet\bullet} = 840$	المُتوسّطُ العام $\bar{y}_{\bullet\bullet} = 42$

SSE = مجموعُ مُربّعاتِ انحرافاتِ الأخطاءِ التّجريبيّةِ لكلِّ وحدةٍ تجريبيّةٍ.

$$SSE = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet})^2 = (16 + 4 + 0 + 4) + (16 + 1 + 0 + 25) + \cdots + (1 + 0 + 1 + 0) = 130$$

وهوَ مجموعِ مُربّعاتِ الخطأِ التّجريبيِّ نفسُه الذّي حُسبَ سابقاً.

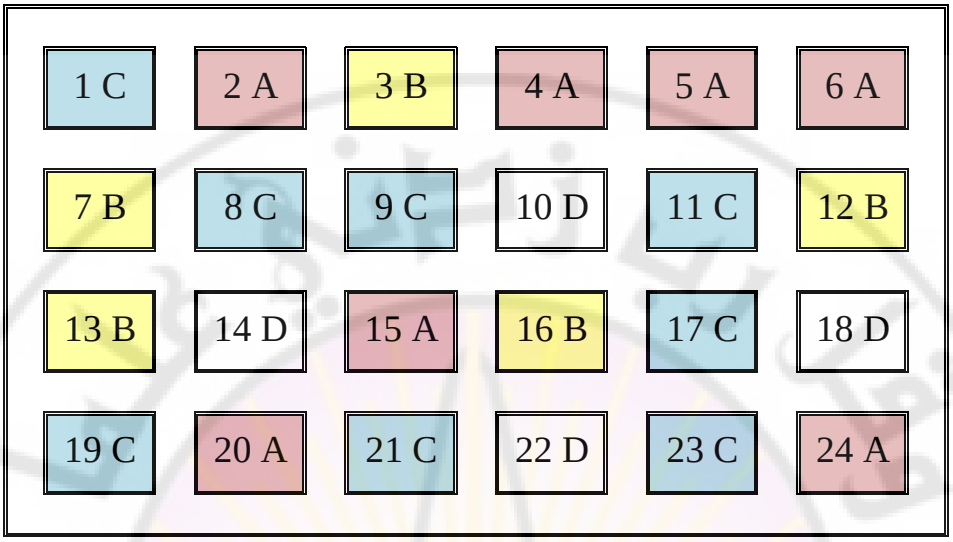
5-5- استخدامُ التّصميمِ العشوائيِّ الكاملِ فِي حالةِ عدمِ تساوي تكراراتِ المعاملاتِ

فِي بعضِ الحالاتِ يكونُ منَ الصّعبِ أو من غيرِ الممكنِ إجراءُ التّصميمِ تامِّ العشوائيّةِ بعددٍ متساوٍ منَ التّكراراتِ لجميعِ المعاملاتِ، وقد يعودُ السّببُ فِي ذلكَ إلى محدوديّةِ الوحداتِ التّجريبيّةِ، أو تلفِ بعضِ الوحداتِ التّجريبيّةِ خلالَ تنفيذِ التّجربةِ. ويمتازُ التّصميمُ تامُّ العشوائيّةِ بإمكانيّةِ تطبيقهِ فِي حالةِ عدمِ تساوي تكراراتِ المعاملاتِ.

5-5-1- تخطيطُ التّجربةِ (Layout of the Experiment):

كمثالٍ لتصميمِ التّجاربِ باستخدامِ التّصميمِ العشوائيِّ الكاملِ (CRD) فِي حالةِ عدمِ تساوي التّكرارات، بفرضِ أنّه يوجدُ أربعُ معالجاتٍ (t=4) ويرمزُ لأسمائها بالرّموزِ (A, B, C, D) ويُرادُ تطبيقها على الوحداتِ التّجريبيّةِ التّي عددها (24) وحدة مرقّمة من (1-24).

وإذا كانَ المطلوبُ تخصيص (7 وحداتٍ تجريبيّةٍ) للمعالجةِ الأولى (A)، و(5 وحداتٍ تجريبيّةٍ) للمعالجةِ الثّانيةِ (B)، و (8 وحداتٍ تجريبيّةٍ) للمعالجةِ الثّالثةِ (C)، و (4 وحداتٍ تجريبيّةٍ) للمعالجةِ الرّابعةِ (D)، بشرطِ أن يَتِمَّ توزيعُ المعالجاتِ على الوحداتِ التّجريبيّةِ بشكلٍ عشوائيٍّ تامٍّ فيكونُ تخطيطُ التّجربةِ كَمَا بالشّكلِ (5-4).



شكل (5-4): تخطيطُ تجربةٍ بـ أربعِ معاملاتٍ وعدمُ تساوي تكراراتِ المعاملاتِ بتصميمِ (CRD).

5-5-2- تنظيمُ البياناتِ:

بعدَ تصميمِ التّجربةِ وتنفيذها والانتهاءِ منها يكونُ لدينا عددٌ ($r = \sum_{i=1}^{t} r_i$) منَ المشاهداتِ (y_{ij}) تُنظّمُ فِي جدولٍ مثلَ الجدولِ فِي حالةِ تساوي المكرّراتِ، ثمَّ يَتِمُّ حسابُ المقاديرِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ بالطّريقةِ نفسها فِي حالةِ تساوي تكراراتِ المعاملاتِ معَ وجودِ بعضِ التّعديلاتِ. فمثلاً عندَ حسابِ درجاتِ حرّيّةِ الخطأِ التّجريبيِّ يَتِمُّ حسابها وفقَ المعادلةِ التّاليةِ: ($dfE = \sum r_i - t$) أمّا فِي حالةِ تساوي المكرّراتِ فكانت تُحسبُ ((t(r-1)).

كذلكَ يمكنُ حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ (SS) لكلِّ مصدرٍ من مصادرِ التّبايُنِ إمّا باستخدامِ المُتوسّطاتِ(Means) أو باستخدامِ المجاميعِ (Summations) كَمَا هوَ مبيّنٌ بالجدولِ (5-8).

جدول (5–8): طرائقُ حسابِ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ لتصميمِ (CRD) فِي حالةِ عدمِ تساوي التّكراراتِ.

مصادرُ التّبايُنِ S.O.V	مجموعُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ SS	
	باستخدامِ المُتوسّطاتِ (Means)	باستخدامِ المجاميعِ (Summations)
المعاملاتُ Treatments	$SSTr = \sum_{i=1}^{t} r_i(\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$	$SSTr = \sum_{i=1}^{t} \frac{(y_{i\bullet})^2}{r_i} - CF$
الخطأُ التّجريبيُّ Experimental Error	$SSE = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet})^2$ SSE=SSTO- SSTr	$SSE = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - \sum_{i=1}^{t} \frac{(y_{i\bullet})^2}{r_i}$ SSE=SSTO - SSTr
المجموعُ Total	$SSTO = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$	$SSTO = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - CF$

وبعدَ حسابِ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ يَتِمُّ تنظيمُ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ بالجدولِ رقم (5–9).

جدول (5–9): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) لتصميمِ (CRD) فِي حالةِ عدمِ تساوي التكراراتِ

مصادرُ التّبايُنِ Source of Variance (S.O.V)	مجموعُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ Sum of squares (SS)	درجاتُ الحرّيّةِ df	مُتوسّطُ المُربّعاتِ (التّبايُن) Mean squares (MS)	F(المحسوبة) Calculated	F(الجدوليّة) Tabulated
بين المعالجات Treatments	$SSTr = \sum_{i=1}^{t} \frac{(y_{i\bullet})^2}{r_i} - CF$	t-1	$MSTr = \frac{SSTr}{t-1}$	$F_c = \frac{MSTr}{MSE}$	$F_{\alpha\,(t-1,\,dfE)}$
الأخطاءُ التّجريبيّةُ (Experimental Error)	SSE= SSTO - SSTr	$\sum r_i - t$	$MSE = \frac{SSE}{\sum r_i - t}$		
المجموعُ Total	$SSTO = \sum\sum Y_{ij}^2 - CF$	$\sum r_i - 1$			

مثال (5-2):

نُفّذت تجربةٌ لتقييمِ خمسةِ أنواعٍ منَ العلائقِ العلفيّةِ (t_1, t_2, t_3, t_4, t_5) على الزّيادةِ بالوزنِ لقطيع من العجولِ متجانسةٍ بالسّلالةِ والوزنِ والعمرِ (وحدات تجريبيّة متجانسة)، و تم تطبيق كل عليقة علفية على حظيرة مستقلة، وبعد فترة زمنية اختيرت عينات عشوائية من العجول من الحظائر الخمس وتم قياس الزيادة بالوزن وتنظيمها بالجدولِ (5-10).

جدول (5-10): أوزانُ العجولِ النّاتجةِ من تطبيقِ خمسِ علائقَ علفيّةٍ بتصميمِ (CRD).

العيّناتُ أوِ الأصنافُ	المشاهداتُ (y_{ij})				مجاميعُ المعاملاتِ ($y_{i\bullet}$)	عددُ التّكراراتِ (r_i)
t_1	2	4	3	⋯	$y_{1\bullet} = 9$	3
t_2	7	7	6	4	$y_{2\bullet} = 24$	4
t_3	2	3	4	⋯	$y_{3\bullet} = 9$	3
t_4	10	11	9	12	$y_{4\bullet} = 42$	4
t_5	7	5	6	⋯	$y_{5\bullet} = 18$	3
عددُ المشاهداتِ الكلّي $N = \sum r_i = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 = 17$					المجموعُ الكلّي $y_{\bullet\bullet} = 102$	$\sum r_i = 17$

المطلوبُ:

1- تنظيمُ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ و هل يوجد فروق معنويّةٍ بينَ أنواعِ العلائقِ الخمسِ عندَ مستوى (α=0.05).

الحلُّ:

1- صياغةُ الفروضِ الإحصائيّةِ:

- **الفرضُ العدميُّ:** (H_0: $\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu_4=\mu_5$) مُتوسّطاتُ العلائقِ الخمسِ متساويةٌ (لا يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ بينَ مُتوسّطاتِ العلائقِ).
- **الفرضُ البديلُ:** (H_1) مُتوسّطاتُ العلائقِ غيرُ متساويةٍ (أو يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطانِ غيرُ متساويينِ).

2- تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE):

التّحليلُ الإحصائيُّ لبياناتِ التّجربةِ تتِمُّ وفقَ الخطواتِ الآتيةِ:

1- حسابُ معاملِ التّصحيحِ (Correction Factor-CF):

$$CF = \frac{(y..)^2}{\sum r_i} = \frac{(102)^2}{17} = 612$$

2- حسابُ مجموعِ المُربّعاتِ الكليّةِ (Sum Square of Total - SSTO):

$$SSTO = \sum\sum y_{ij}^2 - CF = ((2)^2 + (4)^2 + (3)^2 \dots\dots (6)^2) - 612$$
$$= 764 - 612 = 152$$

3- حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ المعاملاتِ(SSTr):

$$SSTr = \sum_{i=1}^{t} \frac{(y_{i\bullet})^2}{r_i} - CF$$
$$= \frac{(9)^2}{3} + \frac{(24)^2}{4} + \frac{(9)^2}{3} + \frac{(42)^2}{4} + \frac{(18)^2}{3} - 612 = 135$$

4- حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الخطأِ التّجريبيِّ (Sum Square of Error -SSE):

$$SSE = SSTO - SSTr = 152 - 135 = 17$$

5- حسابُ درجاتِ الحرّيّةِ (df) لكلِّ مصدرٍ من مصادرِ التّبايُنِ كَمَا هوَ مبيّنٌ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ رقم (5-11).

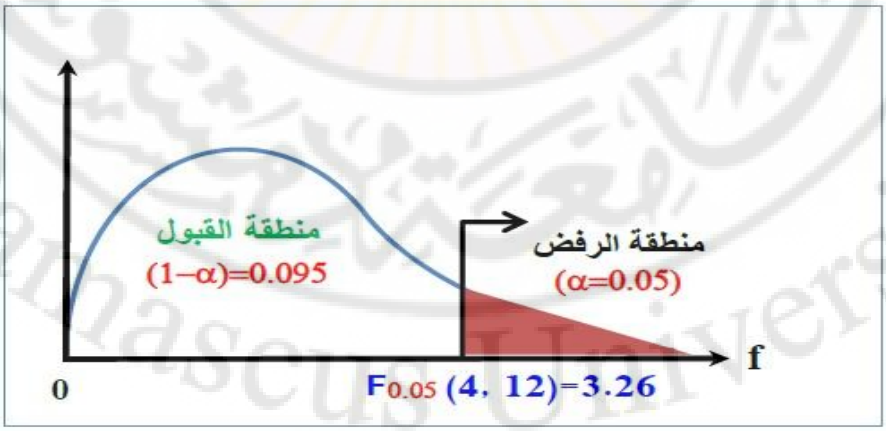
جدول (5-11): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) بتصميمِ (CRD)

مصادرُ التّبايُنِ Source of Variance (S.O.V)	مجموعُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ Sum of squares (SS)	درجاتُ الحرّيّةِ df	مُتوسّطُ المُربّعاتِ (التّبايُن) Mean squares (MS)	F (المحسوبة) Calculated	F (الجدوليّة) Tabulated
بينَ المعالجاتِ Treatments	SSTr=135	t-1=4	$MSTr = \frac{135}{4} = 33.75$	$F_C = \frac{33.75}{1.42} = 23.77$	$F_{\alpha\,(4,\,12)}=3.26$
الأخطاءُ التّجريبيّةُ (Experimental Error)	SSE=17	$\sum r_i - t = 17 - 5 = 12$	$MSE = \frac{17}{12} = 1.42$		
المجموعُ Total	SSTO =152	$\sum r_i - 1 = 17 - 1 = 16$			

3- **حسابُ قيمةِ إحصائيةِ الاختبارِ:** يَتِمُّ حسابُ إحصائية الاختبار منَ المعادلةِ: $F_C = \frac{MSTr}{MSE} = 23.77$

4- تحديدُ منطقتيِّ القبولِ والرّفضِ:

تُحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ بالحصولِ على قيمةِ (F_t) الجدوليّةِ من جدولِ توزيعِ F بدرجاتِ حرّيّةٍ(t-1=4) للبسطِ وللمقامِ $\sum r_i - t = 17 - 5 = 12$ و بمستوى معنويّةٍ (α=0.05) أي استخراجُ قيمةِ $F_t = F_{0.05}(4, 12) = 3.26$ ويمكنُ توضيحُ ذلكَ بالشّكلِ (5-5).



شكل (5-5): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتيِّ القبولِ والرّفضِ للمثالِ (5-2).

5- **المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ:** بِما أنَّ قيمةَ (F_C=23.77) المحسوبةِ من إحصائية الاختبارِ أكبرُ من قيمةِ (F_t=3.03) الجدوليّةِ فإنَّ القرارَ برفضِ الفرضِ العدميِّ أي يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطانِ للعلائقِ الخمسِ غيرُ متساويين.

الفصلُ السّادسُ

الاختباراتُ المقترحةُ بعدَ إجراءِ التّجربةِ

(المقارناتُ المُتعدّدةُ Multiple Comparisons)

6-1- مُقدّمة:

بعدَ تحليلِ التّبايُنِ وإجراءِ اختبارِ (F) إذا تبيّنَ وجودُ اختلافاتٍ معنويّةٍ بينَ المعاملاتِ أي بينَ مُتوسّطاتِ المعاملاتِ، فإنّهُ مِنَ الطّبيعيِّ أنْ تبرُزَ بعضُ الأسئلةِ، مثلاً، بينَ أيٍّ مِنَ المُتوسّطاتِ توجدُ هذهِ الاختلافاتُ؟

هل مُتوسّطُ المعاملةِ الأولى يختلفُ عَن مُتوسّطِ المعاملةِ الثّانيةِ؟ وعَن مُتوسّطاتِ المعاملاتِ الأخرى؟

ومِن أجلِ الإجابةِ عن مثلِ هذهِ الأسئلةِ توجدُ هناكَ اختباراتٌ تُسمّى بالاختباراتِ المقترحةِ بعدَ إجراءِ التّجربةِ (Tests Suggested after Experimentation)

6-2- الاختباراتُ المقترحةُ بعدَ إجراءِ التّجربةِ (المقارناتُ المُتعدّدةُ):

تُسمّى أيضاً اختبارات معرفةِ الفروقِ المعنويّةِ بينَ المعالجاتِ (Test of Significant)، وهيَ الاختباراتُ التّي تُطبّقُ بعدَ إجراءِ التّجربةِ لمعرفةِ معنويّةِ الاختلافاتِ بينَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ وذلكَ عندَ إجراءِ اختبارِ تحليلِ التّبايُنِ واختبارِ (F) ومعرفةِ هلِ المعالجات المستخدمة بينها فروقٌ معنويّةٌ أم لا؟ ويَتِمُّ ذلكَ باتّباعِ الآتِي:

1- إذا كانتْ نتيجةُ اختبارِ تحليلِ التّبايُنِ بقبولِ الفرضِ العدمِ، أي إنّهُ لا يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ بينَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ فهنا ينتهي التّحليلُ وتُثبّتُ نتائجهُ، علماً أنَّ

بعضَ الآراءِ توصي بإجراءِ اختباراتِ معرفةِ الفروقِ المعنويّةِ بينَ المعالجاتِ بغضِ النّظرِ عَن معنويّةِ أو عدمِ معنويّةِ اختبارِ (F).

2- أمّا إذا كانتْ نتيجةُ اختبارِ تحليلِ التّبايُنِ رفضَ الفرضِ العدمِ وقبولَ الفرضِ البديلِ، أي إنَّ هناكَ فروقاً معنويّةً بينَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ بحسبِ اختبارِ (F) فيكونُ الهدفُ معرفةَ الفروقِ المعنويّةِ الموجودةِ بينَ أيِّ معاملةٍ وأخرى، ويَتِمُّ ذلكَ عادةً بمقارنةِ المُتوسّطاتِ الحسابيّةِ للمعاملاتِ ويحدّدُ بينَ أيِّ مُتوسّطٍ حسابيٍّ وآخر كانَ هذا الفرقُ، وفِي هذهِ الحالةِ يَتِمُّ إجراءُ مقارناتٍ تُسمّى بالمقارناتِ المُتعدّدةِ (Multiple Comparisons) أو المقارناتِ الثّنائيّةِ وهناكَ كثيرٌ مِنَ الطّرائقِ الإحصائيّةِ لإجراءِ مثلِ هذهِ المقارناتِ والتّي تُجرى بعدَ إجراءِ التّجربةِ و مِن أشهرِ طرائقِ المقارناتِ المُتعدّدةِ للمعاملاتِ هيَ:

- اختبارُ أقلِّ فرقٍ معنويٍّ (*Least Significant Difference – LSD*):
- اختبارُ دنكن مُتعدّد الحدودِ(*Duncan's Multiple Range Test*).
- اختبارُ توكي (*Tukey's* Test)
- اختبارُ شيفي (*Scheffe's Test*)

6-3- طريقةُ أقلِّ فرقٍ معنويٍّ

(Least Significant Difference – LSD):

تُعدُّ طريقةُ (LSD) الأكثرَ استخداماً لأنّها أفضلُ طريقةٍ لإجراءِ المقارناتِ المُتعدّدةِ البعديّةِ أو الثّنائيّةِ (Comparisons Pairwise) وذلكَ لسهولةِ إجرائها ثمَّ لدقتها فِي الوصولِ إلى النّتائجِ الصّحيحةِ، وهيَ تعتمدُ بشكلٍ رئيسيٍّ على اختبارِ (t) لمقارنةِ مُتوسطي عينتينِ مستقلتينِ.

6-3-1- خطواتُ تطبيقِ اختبارِ (LSD):

بعدَ إنشاءِ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) وحسابِ إحصائيّةِ الاختبارِ $F_c = \frac{MStr}{MSE}$، إذا كانتْ (F_c)غيرَ معنويّةٍ (قبولُ فرضِ العدمِ بأنَّ مُتوسّطاتِ المعاملاتِ متساويةٌ) نتوقّفُ عندَ هذا الحدِّ أمّا إذا كانتْ (F_c) معنويّةً (رفضُ فرضِ العدمِ أي المُتوسّطاتُ غير متساويةٍ) فسوفَ نقارنُ بينَ مُتوسّطاتِ المعاملاتِ.

← فِي حالةِ عدمِ تساوي عدد التّكراراتِ لكُلِّ المعاملاتِ:

فِي حالةِ عدمِ تساوي التّكراراتِ لكُلِّ المعاملاتِ فسوفَ تختلفُ قيمةُ (LSD) بحسبِ تكراريِّ المعاملتينِ المرادُ مقارنة مُتوسّطاتهما، حيثُ يَتِمُّ حسابُ قيمةِ أقلِّ فرقٍ معنويٍّ (LSD) لكُلِّ زوجٍ مِن مُتوسّطاتِ المعاملاتِ بالمعادلةِ الآتيةِ:

$$LSD_{ij} = t_{\left(\frac{\alpha}{2},\ dfe\right)}\sqrt{MSE\left(\frac{1}{r_i}+\frac{1}{r_j}\right)} \qquad if\ \ r_i \neq r_j$$

- حيثُ إنَّ الحدَّ $S_{(\bar{Y}_i-\bar{Y}_j)} = \sqrt{MSE\left(\frac{1}{r_i}+\frac{1}{r_j}\right)}$ يمثّلُ الخطأ المعياريَّ (أو الانحرافَ المعياريَّ) للفرقِ بينَ مُتوسّطيِّ المعاملتينِ $(\bar{Y}_i,\ \bar{Y}_j)$.
- والحدُّ $t_{\left(\frac{\alpha}{2},\ dfe\right)}$ يمثّلُ القيمةَ الجدوليّةَ لتوزيعِ (t) وفقاً لمستوى المعنويّةِ (α/2) و درجاتِ حرّيّةِ الخطأ التّجريبيّ (df_e).

خطواتُ تطبيقِ المقارناتِ باستخدامِ (LSD):

- ❖ يَتِمُّ ترتيبُ مُتوسّطاتِ المعاملاتِ $(\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \ldots . \bar{Y}_t)$ تصاعديّاً.
- ❖ نوجدُ أقلَّ فرقٍ معنويٍّ (LSD_{ij}) لكُلِّ زوجينِ مِنَ المُتوسّطاتِ.
- ❖ ثمَّ نحسبُ القيمةَ المطلقةَ للفرقِ بينَ كُلِّ مُتوسّطين $|\bar{Y}_i - \bar{Y}_j|$
- ❖ نقارنُ كُلَّ قيمةٍ مطلقةٍ للفرقِ بينَ مُتوسّطينِ $|\bar{Y}_i - \bar{Y}_j|$ معَ القيمةِ (LSD_{ij}) المقابلةِ لها.
- ❖ إذا كانَ $|\bar{Y}_i - \bar{Y}_j| \leq LSD_{ij}$ هذا يعني عدم وجودِ فرقٍ معنويٍّ بينَ المُتوسّطينِ $(\bar{Y}_i,\ \bar{Y}_j)$.

❖ أمَا إذا كانَ $|\bar{Y}_i - \bar{Y}_j| > LSD_{ij}$ فهذا يعني وجود فرقٍ معنويٍّ بينَ مُتوسّطيِّ المعاملتينِ $(\bar{Y}_i, \bar{Y}_j)$ وبالتّالي يَتِمُّ رفضُ الفرضِ العدمِ بأنَّ مُتوسّطاتِ المعاملاتِ متساويةٌ وقبولُ الفرضِ البديلِ بأنّهُ يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطانِ غير متساويين.

← فِي حالةِ تساوي عدد التّكراراتِ لكُلِّ المعاملاتِ:

فِي حالةِ تساوي عدد التّكراراتِ لكُلِّ المعاملاتِ $(r_1 = r_2 = \cdots\cdots r_t = r)$ تكونُ هناكَ قيمةٌ واحدةٌ لـ (LSD) فقط نقارنُ بها كُلَّ الفروقِ بينَ مُتوسّطاتِ المعاملاتِ وتحسبُ بالمعادلةِ الآتيةِ:

$$LSD = t_{\left(\frac{\alpha}{2},\ dfe\right)}\sqrt{\frac{2MSE}{r}} \qquad if\ \ r_i = r_j \ldots = r_t = r$$

ثمَّ يَتِمُّ اتّباعُ الخطواتِ السّابقةِ نفسِها لإجراءِ المقارناتِ بينَ مُتوسّطاتِ المعاملاتِ.

6-4- اختبارُ دنكن مُتعدّدُ الحدودِ
(Duncan's Multiple Range Test -DMRT).

وُجدَ هذا الاختبارُ عامَ 1955 مِن قبلِ الباحثِ Duncan ويتميّزُ عَن باقي الاختباراتِ بِالآتي:

1) يختبرُ الفروقَ المعنويّةَ بينَ المُتوسّطاتِ مهما كانَ عددها مرّةً واحدةً.
2) اختبارُ الفرقِ بينَ كُلِّ مُتوسّطينِ بالمقارنةِ معَ قيمةٍ معياريّةٍ خاصّةٍ بهما.
3) يمكنُ إجراؤه بصرفِ النّظرِ عَن معنويّةِ أو عدمِ معنويّةِ اختبارِ تحليلِ التّبايُنِ F.

فِي هذا الاختبارِ وضعَ العالمُ Duncan جداولَ إحصائيّةٍ سمّاها جداولَ دنكن أو جداولَ (Student zed Significant Range-SSR) لإيجاد قيمةِ هذا الاختبارِ الذّي يُسمى أقلِّ مدىً معنويٍّ (Least Significant Rang - LSR).

6-4-1- خطواتُ إجراءِ اختبارِ دنكن مُتعدّدُ الحدودِ(DMRT):

1) حسابُ الخطأِ المعياريِّ (أو الانحرافِ المعياريِّ) لأيِّ مُتوسّطِ معاملةٍ كَمَا يأتِي:

- فِي حالةِ تساوي كُلِّ المكرّراتِ لكُلِّ المعاملاتِ $(r_1 = r_2 = \cdots r_t = r)$

$$S_{\bar{Y}_i} = \sqrt{\frac{MSE}{r}}$$

- أمّا فِي حالةِ عدمِ تساوي كُلِّ المكرّراتِ لكُلِّ المعاملاتِ فيَتِمُّ حسابُ المُتوسّطِ التّوافقيِّ لتكراراتِ المعاملاتِ مِنَ المعادلةِ التّاليةِ:

$$r = \frac{t}{\sum_{i=1}^{t}\left(\frac{1}{r_i}\right)}$$

2) استخراجُ قيمِ SSR مِن جداول دنكن ذلكَ بحسبِ مستوى المعنويّةِ و عددِ المُتوسّطاتِ الدّاخلةِ فِي المقارنةِ ودرجاتِ حرّيّةِ الخطأِ التّجريبيّ SSR(α,p, df_E). حيثُ (P) يمثّلُ عددَ المُتوسّطاتِ الدّاخلةِ بالمقارنةِ، و (df_E)درجاتِ حرّيّةِ الخطأِ التّجريبيّ فِي جدولِ أنوفا.

3) حسابُ قيمِ LSR وهيَ تمثّلُ أقلَّ مدىً معنويٍّ وتنتجُ مِن حاصلِ ضربِ SSR فِي الخطأِ القياسيِّ كَمَا يلِي: $LSR = \sqrt{\frac{MSE}{r}} \times SSR$

4) يَتِمُّ ترتيبُ المُتوسّطاتِ وقيمِ LSR تنازليّاً وبشكلٍ عموديٍّ وكذلكَ ترتيبُ المُتوسّطاتِ تصاعديّاً وبشكلٍ أفقيٍّ. بعدَ ذلكَ نأخذُ الفرقَ بينَ كُلِّ مُتوسّطينِ ونقارنهُ بقيمةِ LSR المقابلة لهما، فإذا كانتْ قيمةُ الفرقِ بينَ المُتوسّطينِ أعلى مِن قيمةِ LSR يكونُ الفرقُ بينَ المُتوسّطينِ معنوياً، أمّا إذا كانَ الفرقُ أقلَّ مِن الـ LSR فهوَ غيرُ معنويٍّ.

مثال (6-1): نُفذت تجربةٌ حقليّةٌ باستخدام التصميم العشوائي الكامل(CRD) لدراسةِ تأثيرِ (4) أصنافٍ منَ السّمادِ العضوي (t_1, t_2, t_3, t_4,) في إنتاجِ البندورةِ، وتمَّ تسجيلُ كميات البندورة الناتجة من تطبيق أصناف السماد وتنظيمها بالجدولِ(6-1).

جدول (6-1): كميات إنتاج البندورة بتصميمِ (CRD).

أصناف السماد	المشاهداتُ كميات إنتاج البندورة (y_{ij})					مجاميع المعاملاتِ	مُتوسّطُ المعاملاتِ
treat	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	$(y_{i\bullet})$	$(\bar{y}_{i\bullet})$
t_1	7	7	6	5	5	$y_{1\bullet} = 30$	$\bar{y}_{1\bullet} = 6$
t_2	12	9	8	10	11	$y_{2\bullet} = 50$	$\bar{y}_{2\bullet} = 10$
t_3	4	6	12	8	5	$y_{3\bullet} = 35$	$\bar{y}_{3\bullet} = 7$
t_4	7	3	5	4	6	$y_{4\bullet} = 25$	$\bar{y}_{4\bullet} = 5$
						المجموعُ العامُّ $y_{\bullet\bullet} = 140$	

المطلوبُ:

- هل يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ بين متوسطات أصناف السماد على إنتاج البندورةِ ؟
- طبّقِ اختبارَ (LSD) واختبار دانكن (DMRT) لمعرفة الفروقِ المعنويّةِ بينَ مُتوسّطاتِ انتاج أصنافِ السماد عندَ مستوى معنوية (0.05).

الحـل:

1- صياغةُ الفروضِ الإحصائيّةِ:

- **الفرضُ العدميُّ**: (H_0: $\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu_4$) مُتوسّـطاتُ المعاملات الأربعِ متساويةٌ (لا يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ بينَ مُتوسّطاتِ المعاملات).
- **الفرضُ البديلُ**: (H_1): مُتوسّـطاتُ المعاملات الأربعِ غيرُ متسـاويةٍ (أو يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطان غيرُ متساويين).

2- تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE):

1- حسابُ معاملِ التّصحيحِ (Correction Factor -CF):

$$CF = \frac{y_{\bullet\bullet})^2}{tr} = \frac{(\sum y_{ij})^2}{tr} = \frac{(140)^2}{5 \times 4} = 980$$

2- حسابُ مجموعِ المُربّعاتِ الكلّيّةِ (Sum Square of Total-SSTO):

$$SSTO = \sum\sum y_{ij}^2 - CF = ((7)^2 + (7)^2 + \dots\dots (6)^2) - 980$$
$$= 1114 - 980 = 134$$

3- حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ المعاملاتِ (Sum Square of treatments -SSTr):

$$SSTr = \sum_{i=1}^{t} \frac{(y_{i\bullet})^2}{r_i} - CF = \frac{(30)^2 + (50)^2 + (35)^2 + (25)^2}{5} - 980 = 70$$

4- حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الخطأِ التّجريبيّ (Sum Square of Error -SSE):

$$SSE = SSTO - SSTr = 134 - 70 = 64$$

5- حسابُ درجاتِ الحرّيّةِ (Degree of Freedom-df) لكُلِّ مصدرٍ مِن مصادرِ التّبايُنِ.

$df_t = t - 1 = 4-1 = 3$

$df_T = (t \times r)-1 = (4 \times 5) - 1 = 19$

$df_e = df_T - df_t = 19 - 3 = 16$

6- حسابُ التّباينَاتِ (Mean Square–MS) للمعاملاتِ والخطأِ التّجريبيّ.

$$MSTr = \frac{SSTr}{t-1} = \frac{70}{3} = 23.33$$

$$MSE = \frac{SSE}{t(r-1)} = \frac{64}{16} = 4$$

7- يُعدُّ جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (Analysis of Variance (ANOVA Table بعدَ حسابِ القيمِ السّابقةِ يَتِمُّ تنظيمُ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ بالجدولِ (6-8).

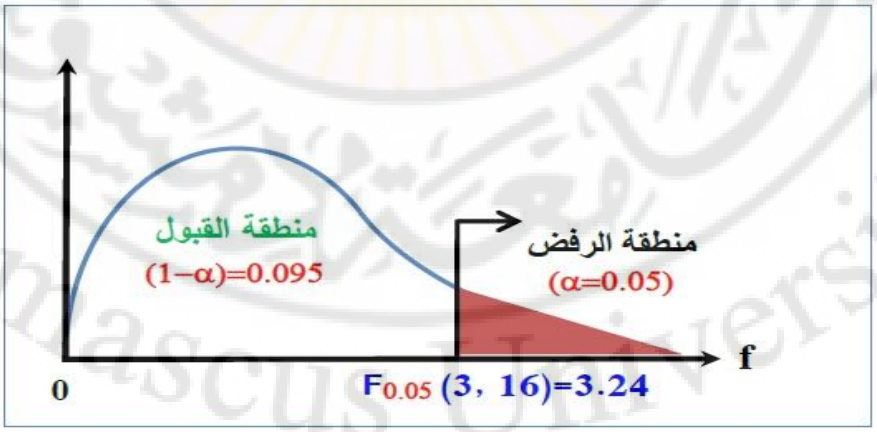
جدول (6–2): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) لكميات البندورة بتصميمِ (CRD).

مصادرُ التّبايُنِ (S.O.V)	SS	df	التباينات (MS)	F (المحسوبةُ)	F (الجدوليّةُ)
بينَ المعاملاتِ Treatments	SSTr=70	t-1=3	$MSTr = \frac{70}{3} = 23.33$	$F_C = \frac{MSTr}{MSE} = \frac{23.33}{4} = 5.83$	$F_{\alpha\,(3,\,6)}$=3.24
الأخطاءُ التّجريبيّةُ (Error)	SSE=64	t(r-1)=16	$MSE = \frac{64}{16} = 4$		
المجموعُ Total	SSTO = 134	tr-1=19			

3- **حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:** قيمةُ إحصائيّةِ الاختبارِ (أو F المحسوبةِ) هيَ: $F_C = \frac{MSTr}{MSE} = \frac{23.33}{4} = 5.83$

4- **تحديدُ منطقتي القبولِ والرّفضِ:**

تُحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ بالحصـــولِ على قيمةِ F_t F الجدوليّةِ مِن جدولِ توزيعِ F بدرجاتِ حرّيّة(t-1) للبســـطِ وللمقامِ t(r-1) وبمســـتوى معنويّة (α=0.05) أي استخراجُ قيمةِ $F_t = F_\alpha(t-1, tr-t) = F_{0.05}(3, 16) = 3.24$ كَمَا هوَ موضّحٌ بالشّكلِ (6–1).



شكل (6–1): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (6–1).

5- المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ: بما أنَّ قيمةَ (F_c=5.83) المحسوبةِ مِن إحصائيّةِ الاختبارِ أكبرُ مِن قيمةِ (F_t=3.24) الجدوليّةِ فإنَّ القرارَ برفضِ الفرضِ العدميِّ أي يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطانِ غير متساويين، أي يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ لتأثيرِ السماد في إنتاج البندورة.

ثانياً: للإجابةِ على المطلبِ الثّاني للسّؤالِ يجبُ المقارنةُ بينَ مُتوسّطاتِ أصناف السماد لمعرفةِ أيّها أكثر فاعلية ولذلكَ نجري أحدَ المقارناتِ المُتعدّدةِ Multiple Comparisons وأهمّها:

أوّلاً: اختبارُ أقلِّ فرقٍ معنويٍّ Least Significant Difference (LSD)

يَتِمُّ حسابُ قيمةِ L.S.D. عندَ تساوي عدد تكراراتِ جميعِ المعاملاتِ كَمَا يلِي: $LSD = \sqrt{\frac{2\times MSE}{r}} \times t$

يَتِمُّ استخراجُ قيمةِ t مِن جدولِ (t) بدلالةِ قيمةِ df_e فِي المحورِ العموديِّ ومستوى المعنويّةِ فِي المحورِ الأفقيِّ كَمَا يلِي:

$$t_{\left(\frac{\alpha}{2},\ dfe\right)} = t_{(0.025,\ 16)} = 2.12$$

$$LSD = \sqrt{\frac{2\times MSE}{r}} \times t = \sqrt{\frac{2\times 4}{5}} \times 2.12 = 2.68$$

ثمَّ يُعدُّ جدولٌ للمقارنةِ بينَ المُتوسّطاتِ وتُرتّبُ أسماءُ المعاملاتِ وفقَ مُتوسّطاتها تنازليّاً (مِنَ الأكبرِ إلى الأقلِّ قيمة) فِي المحورِ العموديِّ للجدولِ، وتصاعديّاً (مِنَ الأقلِّ إلى الأكبرِ قيمة) فِي المحورِ الأفقيِّ، ثمَّ يُطرحُ كُلُّ مُتوسّطٍ فِي المحورِ العموديِّ مِنَ المُتوسّطاتِ فِي المحورِ الأفقيِّ لاستخراجِ الفرقِ بينهما، فإذا كانتْ قيمةُ الفرقِ أكبرَ مِن قيمةِ (LSD) فيوضَعُ نجمةٌ عليه (الفرقُ معنويٌّ) وهكذا باقي المعاملاتِ، كَمَا هوَ مبيّنٌ بالجدولِ (6-3).

جدول (6–3): مقارنةُ مُتوسّطاتِ المعاملات الأربعِ باستخدامِ (LSD).

LSD = 2.68		مُتوسّطاتُ المعالجاتِ تصاعديّاً			
		t_4= 5	t_1=6	t_3=7	t_2=10
مُتوسّطاتُ المعالجاتِ تنازليّاً	t_2=10	5*	4*	3*	00
	t_3=7	2	1	00	
	t_1=6	1	00		
	t_4= 5	00			
		t4 = ***	t3 = *	t2 = *	

إذاً تفوّقتْ معنويّاً المعاملة t_2 على باقي المعاملاتِ وأعطتْ أعلى مُتوسّطٍ فِي الإنتاج بلغَ (10) كغ بالمقارنةِ معَ أقلِّ مُتوسّطٍ لمعاملةِ المقارنةِ التّي أعطتْ (5) كغ.

ثانياً: اختبارُ دنكن مُتعدّدُ الحدودِ Duncan Multiple Range (DMRT)

لتطبيقِ هذا الاختبارِ يجبُ حسابُ قيمِ أقلِّ مدىً معنويٍّ Least Significant Range (LSR) كَمَا يأتي:

$$LSR = S_{\bar{x}} \times SSR$$

الانحرافُ القياسيُّ لأيِّ مُتوسّطٍ (أو الخطأُ القياسيُّ) هوَ:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{MSE}{r}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = 0.89$$

يَتِمُّ استخراجُ قيمةِ Studentized Significant Range (SSR) مِن جدولِ Duncanبدلالةِ قيمةِ df_e ومستوى الاحتماليّةِ فِي المحورِ العموديِّ وعدد المُتوسّطاتِ فِي المحورِ الأفقيِّ وتُدوّنُ فِي الجدولِ (6–4).

جدول (6–4): حسابُ قيمِ LSR لمُتوسّطاتِ العلائقِ الأربعِ.

تسلسلُ المقارناتِ	2	3	4
SSR	3.00	3.15	3.23
$S_{\bar{x}}$	0.89		
LSR	2.67	2.8	2.87

ثمَّ يُعدُّ الجدولُ (6-5) للمقارنةِ بينَ المُتوسّطاتِ وتُرتّبُ أسماءُ المعاملاتِ وفقَ مُتوسّطاتها تنازليّاً (مِنَ الأكبرِ إلى الأقلِّ قيمة) فِي المحورِ العموديِّ للجدولِ وتصاعديّاً (مِنَ الأقلِّ إلى الأكبرِ قيمة) فِي المحورِ الأفقيِّ معَ قيمِ LSR ثمَّ يُطرحُ كُلُّ مُتوسّطٍ فِي المحورِ العموديِّ مِنَ المُتوسّطِ فِي المحورِ الأفقيِّ لاستخراجِ الفرقِ بينهما، فإذا كانتْ قيمةُ الفرقِ أكبرَ مِن قيمةِ LSR فهذا يعني أنّه يوجدُ فرقٌ معنويٌّ بينَ المُتوسّطين وهكذا باقي المعاملاتِ.

جدول (6-5): مقارنةُ مُتوسّطاتِ العلائق الخمس باستخدامِ (DMRT).

مُتوسّطُ المعاملاتِ تنازليّاً	قيمُ LSR تنازليّاً	t_4= 5	t_1=6	t_3=7
t_2=10	2.87	4*	5*	*3
t_3=7	2.8	2	1	
t_1=6	2.67	1		

مثالٌ عَن تطبيقِ اختبارِ LSD و Duncan فِي حالةِ عدمِ تساوي تكراراتِ المعاملاتِ.

مثال (6-2): أُجريَت تجربةٌ حقليّةٌ باستخدام التصميم العشوائي الكامل(CRD) لدراسةِ تأثيرِ (5) أصنافٍ منَ السّمادِ (t_1, t_2, t_3, t_4, t_5) على إنتاجِ القمحِ، وتمَّ تسجيلُ كميات القمح الناتجة من تطبيق أصناف السماد وتنظيمها بالجدولِ(6-6).

جدول (6-6): كميات القمح بتصميمِ (CRD) فِي حالةِ عدمِ تساوي تكراراتِ المعاملاتِ.

الأصنافُ	المشاهداتُ (y_{ij})				مجاميعُ المعاملاتِ ($y_{i\bullet}$)	مُتوسّطات المعاملاتِ ($\bar{y}_{i\bullet}$)	التّكراراتِ (r_i)
t_1	37	39	41	⋯	$y_{1\bullet} = 117$	$\bar{y}_{1\bullet}$=39	3
t_2	51	48	47	42	$y_{2\bullet} = 188$	$\bar{y}_{2\bullet}$=47	4
t_3	46	44	42	⋯	$y_{3\bullet} = 132$	$\bar{y}_{3\bullet}$=44	3
t_4	42	42	45	43	$y_{4\bullet} = 172$	$\bar{y}_{4\bullet} = 43$	4
t_5	35	36	34	⋯	$y_{5\bullet} = 105$	$\bar{y}_{5\bullet} = 35$	3
					$y_{\bullet\bullet} = 714$		

المطلوبُ:

1- تنظيمُ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ وبيانُ اختبارِ المعنويّةِ بينَ أصناف السمادِ عندَ مستوى (α=0.05).

2- طبق اختبارَ (LSD) و دنكن بين متوسطات المعاملات، مع العلم أنَّ ($\sum\sum y_{ij}^2 = 30344$)

الحلُّ:

1- صياغةُ الفروضِ الإحصائيّةِ:

- **الفرضُ العدميُّ**: (H_0: $\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu_4=\mu_5$) مُتوسّطاتُ أصناف السماد الخمسة متساويةٌ (لا يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ بينَ مُتوسّطاتِ العلائقِ).
- **الفرضُ البديلُ**: (H_1) مُتوسّطاتُ أصناف السماد غيرُ متساويةٍ (أو يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطانِ غيرُ متساويينِ).

2- تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE):

التّحليلُ الإحصائيُّ لبياناتِ التّجربةِ تَتِمُّ وفقَ الخطواتِ التّاليةِ:

1- حسابُ معاملِ التّصحيحِ (Correction Factor-CF):

$$CF = \frac{(y..)^2}{\sum r_i} = \frac{(714)^2}{17} = 29988$$

2- حسابُ مجموعِ المُربّعاتِ الكلّيّةِ (Sum Square of Total - SSTO):

$$SSTO = \sum\sum y_{ij}^2 - CF = ((37)^2 + (39)^2 + \dots\dots (34)^2) - 29988$$
$$= 30344 - 29988 = 356$$

3- حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ المعاملاتِ (SSTr):

$$SSTr = \sum_{i=1}^{t} \frac{(y_{i\bullet})^2}{r_i} - CF$$
$$= \frac{(117)^2}{3} + \frac{(188)^2}{4} + \frac{(132)^2}{3} + \frac{(172)^2}{4} + \frac{(105)^2}{3}$$
$$- 29988 = 30278 - 29988 = 290$$

4- حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الخطأِ التّجريبيّ (Sum Square of Error-SSE):

$$SSE = SSTO - SSTr = 356 - 290 = 60$$

5- حسابُ درجاتِ الحرّيّةِ (Degree of Freedom-df) لكُلِّ مصدرٍ مِن مصادرِ التّبايُنِ كَمَا هوَ مبيّنٌ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ رقم (6-7).

جدول (6-7): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ لأوزانِ العجولِ (CRD) فِي حالةِ عدمِ تساوي تكراراتِ المعاملاتِ.

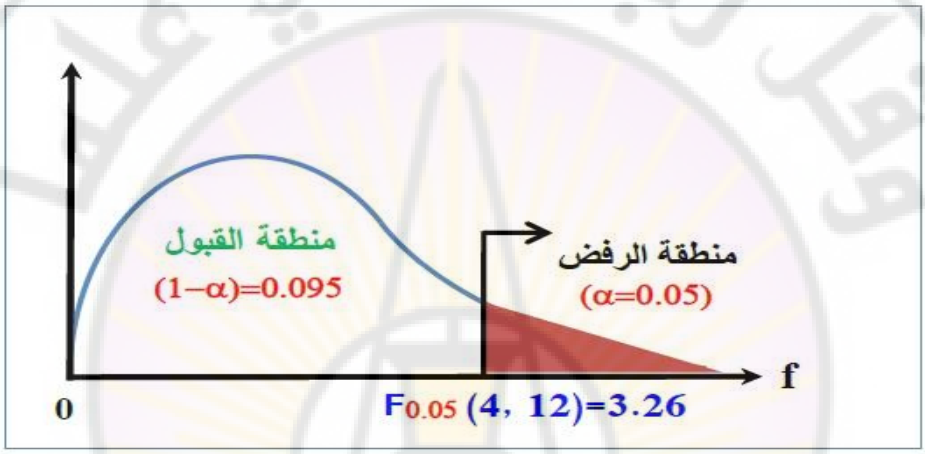
مصادرُ التّبايُنِ (S.O.V)	(SS)	df	التباينات (MS)	F (المحسوبة)	F (الجدوليّة)
بينَ المعالجاتِ	SSTr=290	t-1=4	$MSTr = \frac{290}{4} = 72.5$	$F_c = \frac{72.5}{5.5} = 13.18$	$F_{\alpha\,(4,12)=3.26}$
الأخطاءُ التّجريبيّةُ (Error)	SSE=66	$\sum r_i - t = 17 - 5 = 12$	$MSE = \frac{66}{12} = 5.5$		
المجموعُ Total	SSTO = 356	$\sum r_i - 1 = 17 - 1 = 16$			

3- حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ: يَتِمُّ حسابُ قيمةِ الإحصائيّةِ (أو F المحسوبةِ) مِنَ المعادلةِ:

$$F_c = \frac{MSTr}{MSE} = \frac{74}{5.5} = 13.18$$

6- تحديدُ منطقتي القبولِ والرّفضِ:

تُحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ بقيمةِ (F_t) الجدوليّةِ بدرجاتِ حرّيّة(t-1=4) للبســطِ وللمقامِ $\sum r_i - t = 17 - 5 = 12$ و بمســتوى معنويّة $(\alpha=0.05)$ أي $F_t = F_{0.05}(4, 12) = 3.26$ ويمكنُ توضيحُ ذلكَ بالشّكلِ (6-2).



شكل (6-2): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (6-2).

5- **المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ:** بِما أنَّ قيمةَ $(F_c=13.18)$ المحسوبةِ أكبرُ مِن قيمةِ $(F_t=3.26)$الجدوليّةِ فإنَّ القرارَ برفضِ الفرضِ العدميِّ أي يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطانِ لأصنافِ السماد الخمسة غير متساويين.

أوّلاً: اختبارُ أقلِّ فرقٍ معنويٍّ Least Significant Difference (LSD)

بِما أنَّ تكراراتِ المعاملاتِ غيرُ متساويةٍ نوجدُ قيمةَ أقلِّ فرقٍ معنويٍّ (LSD_{ij}) لكُلِ زوجينِ مِنَ المُتوسّطاتِ عندَ مستوى معنويّة $(\alpha=0.05)$ باستخدامِ الصّيغةِ الآتية:

$$LSD_{ij} = t_{\left(\frac{\alpha}{2},\ dfe\right)}\sqrt{MSE\left(\frac{1}{r_i}+\frac{1}{r_j}\right)}$$

$$t_{(0.025,\ 12)} = 2.18$$

ثمَّ يَتِمُّ تنظيمُ القيمِ المحسوبةِ (LSD_{ij}) لكُلِّ مُتوسّطينِ والقيمِ المطلقةِ للفرقِ بينها بالجدولِ (6–8).

جدول (6–8): جدولُ حسابِ قيمِ (LSD_{ij}) وفقاً لتكراراتِ المعاملاتِ.

	$\lvert\bar{Y}_i - \bar{Y}_j\rvert$	LSD_{ij}
1	$\lvert\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2\rvert = \lvert 39 - 47\rvert = 8^*$	$LSD_{12} = t_{(0.025,\ 12)}\sqrt{5.5\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)} = 3.90$
2	$\lvert\bar{Y}_1 - \bar{Y}_3\rvert = \lvert 39 - 44\rvert = 5^*$	$LSD_{13} = t_{(0.025,\ 12)}\sqrt{5.5\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)} = 4.17$
3	$\lvert\bar{Y}_1 - \bar{Y}_4\rvert = \lvert 39 - 43\rvert = 4^*$	$LSD_{14} = t_{(0.025,\ 12)}\sqrt{5.5\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)} = 3.9$
4	$\lvert\bar{Y}_1 - \bar{Y}_5\rvert = \lvert 39 - 35\rvert = 4$	$LSD_{15} = t_{(0.025,\ 12)}\sqrt{5.5\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)} = 4.17$
5	$\lvert\bar{Y}_2 - \bar{Y}_3\rvert = \lvert 47 - 44\rvert = 3$	$LSD_{23} = t_{(0.025,\ 12)}\sqrt{5.5\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)} = 3.9$
6	$\lvert\bar{Y}_2 - \bar{Y}_4\rvert = \lvert 47 - 43\rvert = 4^*$	$LSD_{24} = t_{(0.025,\ 12)}\sqrt{5.5\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)} = 3.62$
7	$\lvert\bar{Y}_2 - \bar{Y}_5\rvert = \lvert 47 - 35\rvert = 12^*$	$LSD_{25} = t_{(0.025,\ 12)}\sqrt{5.5\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)} = 3.9$
8	$\lvert\bar{Y}_3 - \bar{Y}_4\rvert = \lvert 44 - 43\rvert = 1$	$LSD_{34} = t_{(0.025,\ 12)}\sqrt{5.5\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)} = 4.39$
9	$\lvert\bar{Y}_3 - \bar{Y}_5\rvert = \lvert 44 - 35\rvert = 11^*$	$LSD_{35} = t_{(0.025,\ 11)}\sqrt{5.45\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)} = 4.17$
10	$\lvert\bar{Y}_4 - \bar{Y}_5\rvert = \lvert 43 - 35\rvert = 8^*$	$LSD_{35} = t_{(0.025,\ 11)}\sqrt{5.45\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)} = 3.9$

إنَّ إشارةَ (*) تدلُّ أنّه يوجدُ فرقٌ معنويٌّ بينَ مُتوسّطيِّ العينتينِ المقابلتينِ.

الجديرُ بالملاحظةِ أنَّ قيمَ (LSD_{ij}) تعتمدُ بشكلٍ كبيرٍ على تكراراتِ المعاملاتِ (حجم العيّناتِ المقابلةِ).

ويتبيّنُ مِنَ الجدولِ (6-8) أنَّ المُتوسّطاتِ مختلفةٌ معنويّاً ماعدا مُتوسّطيِّ المعاملتينِ $(\bar{Y}_2, \bar{Y}_3)$ و مُتوسّطيِّ المعاملتينِ$(\bar{Y}_1, \bar{Y}_5)$ كذلكَ مُتوسّطيِّ المعاملتينِ $(\bar{Y}_3, \bar{Y}_4)$.

ولتوضيحِ أماكن الاختلافِ بينَ المُتوسّطاتِ، نقومُ بتنظيمِ القيمِ المطلقةِ للفروقاتِ بينَ المُتوسّطاتِ ونتائج المقارناتِ فِي الجدولِ (6-9).

جدول (6-9): مقارنةُ متوسّطاتِ أصناف السماد الخمسة باستخدامِ (LSD) فِي حالةِ عدمِ تساوي تكراراتِ المعاملاتِ.

المُتوسّطاتُ	t_5= 35	t_1=39	t_4=43	t_3=44
t_2=47	12*	8*	4*	2
t_3=44	9*	*5	1	
t_4=43	8*	4*		
t_1=39	4			

ويلاحظُ مِنَ الجدولِ (6-9) أنَّ الفرقَ بينَ مُتوسّطيِّ المعاملتينِ $|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_4| = 4^*$ وهوَ فرقٌ معنويٌّ في حين الفرقُ بينَ مُتوسّطيّ المعاملتينِ $|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_5| = 4$ هوَ قيمةِ الفرقِ نفسه (4) بينما هوَ غير معنوي، وهذا منطقيٌّ ومتوقّعٌ لأنَّ قيمةَ $(LSD_{14} = 3.92)$ تختلفُ عَن قيمةِ $(LSD_{15} = 4.19)$ وهذا يفسّرُ بأنَّ الفرقَ بالأولى معنويٌّ وبالثّانيةِ غيرُ معنويٍّ.

و أخيراً، تفوّقتْ معنويّاً معاملةُ الصنف t_2 على باقي المعاملاتِ وأعطتْ أعلى مُتوسّطٍ فِي إنتاج القمح بلغَ 47 بالمقارنةِ معَ أقلِّ مُتوسّطٍ لمعاملةِ المقارنةِ التّي أعطتْ 35.

ثانياً: اختبـــــارُ دنكن مُتعدّدُ الحدودِ (DMRT)

لتطبيقِ هذا الاختبارِ يجبُ حسابُ قيمِ أقلِّ مدىً معنويٍّ Least Significant Range (LSR)

$$LSR = \sqrt{\frac{MSE}{r}} \times SSR$$

ولابدَّ أن نحسبَ قيمةَ الانحرافِ المعياريِّ أوّلاً:

$$S_{\bar{Y}_i} = \sqrt{\frac{MSE}{r}}$$

وبِما أنَّ مكرّراتِ المعاملاتِ غيرُ متساويةٍ يَتِمُّ حسابُ المُتوسّطِ التّوافقيِّ لتكراراتِ المعاملاتِ مِنَ المعادلةِ التّاليةِ:

$$r = \frac{t}{\sum_{i=1}^{t}\left(\frac{1}{r_i}\right)} = \frac{5}{\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)} = 3.33$$

يَتِمُّ حسابهُ فِي حالةِ عدمِ تساوي المكرّراتِ لكُلِّ المعالجاتِ.

$$S_{\bar{Y}_i} = \sqrt{\frac{MSE}{r}} = \sqrt{\frac{5.5}{3.33}} = 1.29$$

$$LSR = SSR * S_{\bar{Y}_i} = SSR * 1.29$$

يَتِمُّ استخراجُ قيمةِ Studentized Significant Range (SSR) مِن جدولِ Duncanبدلالةِ قيمةِ df_e ومستوى الاحتماليّةِ فِي المحورِ العموديِّ وعدد المُتوسّطاتِ فِي المحورِ الأفقيِّ وتدوينها بالجدولِ (6–10).

جدول (6–10): حسابُ قيمِ LSR لمُتوسّطاتِ أصناف السماد الخمسة .

تسلسلُ المقارناتِ	2	3	4	5
SSR	3.11	3.25	3.34	3.39
$S_{\bar{x}}$	1.29			
LSR	4.01	4.19	4.3	4.37

ثمَّ يُعدُّ جدولٌ للمقارنةِ بينَ المُتوسّطاتِ وتُرتّبُ المعاملاتُ وفقَ مُتوسّطاتها تنازليّاً (مِنَ الأكبرِ إلى الأقلِّ قيمة) فِي المحورِ العموديِّ للجدولِ وتصاعديّاً (مِنَ الأقلِّ إلى الأكبرِ قيمة) فِي المحورِ الأفقيِّ معَ قيمِ LSR ثمَّ يُطرحُ كُلُّ مُتوسّطٍ فِي المحورِ العموديِّ مِنَ المُتوسّطِ فِي المحورِ الأفقيِّ لاستخراجِ الفرقِ بينهما، فإذا كانتْ قيمةُ الفرقِ أكبرَ مِن قيمةِ LSR فيوضعُ نجمةٌ عليهِ وهكذا باقي المعاملاتِ، كَمَا فِي الجدولِ (6-11).

جدول (6-11): مقارنةُ مُتوسّطاتِ أصناف السماد باستخدامِ (DMRT) فِي حالةِ عدمِ تساوي تكراراتِ المعاملاتِ.

مُتوسّطُ المعاملاتِ تنازليّاً	قيمُ LSR تنازليّاً	t_5=35	t_1=39	t_4=43	t_3=44
t_2= 47	4.37	12*	8*	4	3
t_3= 44	4.3	5*	5*	2	
t_4= 43	4.19	8*	4		
t_1= 39	4.01	4			

ويلاحظُ مِنَ الجدولِ (6-11) أنَّ الفرقَ بينَ مُتوسّطيِّ المعاملتينِ $|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_4| = 4$ وهوَ فرقٌ غيرُ معنويٍّ لأنّه أصغرُ مِن قيمةِ (LSR=4.37) الموافقةِ للمعاملتينِ، في حين رأينا أنَّ الفرقَ بينَ مُتوسّطيِّ المعاملتينِ $|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_4| = 4^*$ معنويٌّ فِي الجدولِ رقم (6-15) الخاصّ بتطبيقِ اختبارِ (LSD)

والخلاصةُ: أنّه فِي بعضِ الحالاتِ قد يكونُ الفرقُ بينَ مُتوسّطيِّ معاملتينِ معيّنتينِ معنويّاً بتطبيقِ اختبارِ (LDS) مثلاً وغير معنويٍّ نتيجة تطبيقِ اختبارِ دنكن (DMRT)

الفصلُ السّابِع

تصميمُ القطاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ
Completely Randomized Block Design (CRBD)

7-1- مُقدّمة:

يُعدُّ تصميمُ القطّاعاتِ المُنشقّةِ (CRBD) مِن أكثرِ أنواعِ التّصميماتِ استعمالاً فِي ميادينِ البحثِ العلميِّ وخاصّةً التّجاربَ الزّراعيّةَ الحقليّةَ سيما وأنّه يُستعملُ عندما تكونُ الوَحداتُ التّجريبيّةُ غيرَ متجانسةٍ باتّجاهٍ واحدٍ مثلَ وجودِ عاملٍ بيئيٍّ متدرّجٍ باتّجاهٍ واحدٍ غير مسيطرٍ عليه (مثل تدرّجِ خصوبةِ التّربةِ أو الملوحةِ) وهيَ حالةٌ شائعةٌ فِي التّجاربِ الحقليّةِ الزّراعيّةِ.

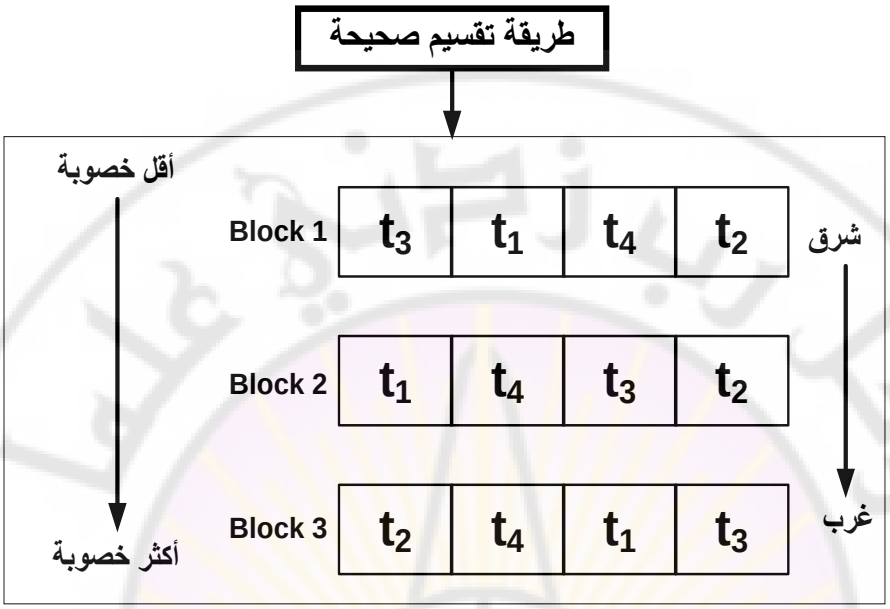
تعريفُ التّصميمِ: هوَ التّصميمُ الذّي يَتِمُّ فيه تجميعُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ فِي قطّاعاتٍ بحيث تكونُ الوَحداتُ التّجريبيّةُ الموجودةُ داخلَ كُلِّ قطّاعٍ متجانسةً "نسبيّاً قدرَ المستطاعِ، وأن يكونَ عددُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ داخلَ كُلِّ قطّاعٍ مساوياً لعددِ المعاملاتِ المطلوبِ دراستها، بشرطِ أن تُطبّقَ جميعُ المعاملاتِ فِي كُلِّ قطّاعٍ مرّةً واحدةً فقط، وتتوزّعُ المعاملاتُ على الوَحداتِ التّجريبيّةِ داخلَ كُلِّ قطّاعٍ توزيعاً عشوائيّاً ومستقلاً عَن بقيّةِ القطّاعاتِ.

7-2- استخداماتُ التّصميمِ (CRBD):

- يُستخدمُ هذا التّصميمُ إذا كانَ هناكَ عاملٌ ثانٍ(خصوبةُ التّربةِ مثلاً) يؤثّرُ في متغيّرِ الاستجابةِ (إنتاجُ القمحِ) مِن وجهةِ نظرِ الباحثِ ويجبُ أخذه بالحسبانِ.
- أي يُستخدمُ هذا التّصميمُ إذا كانتْ الوَحداتُ التّجريبيّةُ غيرَ متجانسةٍ باتّجاهٍ واحدٍ أي وجودُ عاملٍ بيئيٍّ متدرّجٍ باتّجاهٍ واحدٍ غير مسيطرٍ عليهِ (مثلُ تدرّجِ خصوبةِ أو ملوحةِ التّربةِ)، إذ يمكنُ تجميعُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ فِي قطّاعاتٍ غيرِ متجانسةٍ(Blocks) تصمّمُ عموديّاً على اتّجاهِ عدمِ التّجانسِ، بحيث تكونُ الوَحداتُ التّجريبيّةُ داخلَ كُلِّ قطّاعٍ متجانسة.

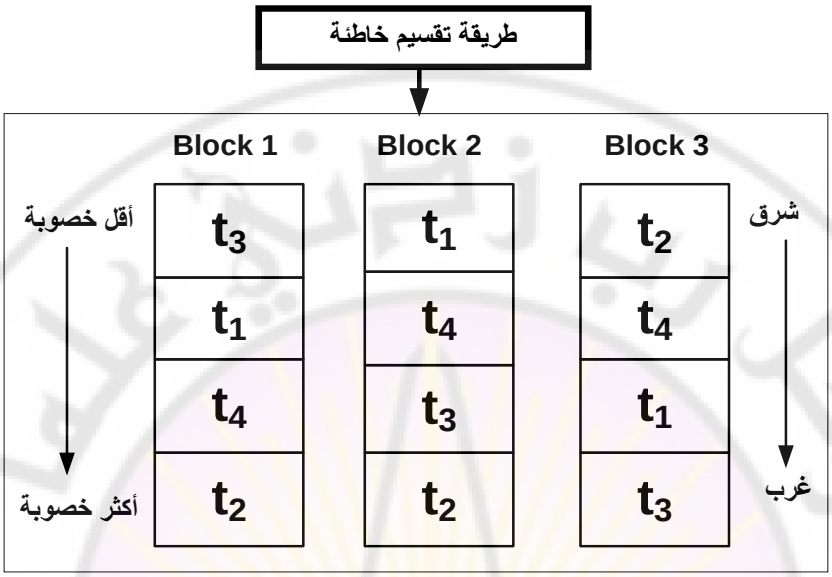
7-3- طريقةُ تقسيمِ الوَحداتِ التّجريبيّةِ إلى قطّاعاتٍ:

يَتِمُّ تقسيمُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ إلى قطّاعاتٍ فِي حالةِ وجودِ اختلافاتٍ (عدم تجانس) بينَ الوَحداتِ التّجريبيّةِ باتّجاهٍ واحدٍ. أي إنّه فِي التّجاربِ الحقليّةِ إذا كانَ هناكَ عاملٌ بيئيٌّ متدرّجٌ باتّجاهٍ واحدٍ غير مسيطرٍ عليهِ (مثلُ تدرّجِ خصوبةِ أو ملوحةِ التّربةِ) فيمكنُ تقليلُ الخطأِ التّجريبيِّ بتقسيمِ أرضِ التّجربةِ إلى قطّاعاتٍ تصمّمُ عموديّاً على اتّجاهِ عدمِ التّجانسِ (اتّجاهِ التّدرّجِ فِي الخصوبةِ) كَمَا بالشّكلِ (7-1).



شكل (7–1): طريقةٌ صحيحةٌ لتقسيمِ الوَحداتِ التّجريبيّةِ إلى قطاعاتٍ.

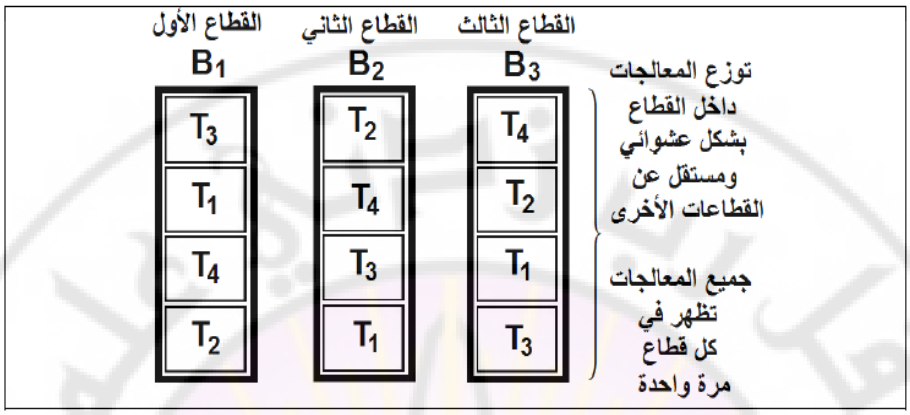
أمّا إذا تمَّ تقسيمُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ إلى قطّاعاتٍ تصمّمُ باتّجاهِ عدمِ التّجانسِ نفسِه(اتّجاهِ التّدرّجِ فِي الخصوبةِ) يكونُ هذا التّقسيمُ خاطئاً كَمَا هوَ مبيّنٌ بالشّكلِ (7–2) وذلكَ لأنَّ الوَحداتِ التّجريبيّةَ داخلَ القطّاعِ لن تكونَ مجانسةً وبالتّالي لم يتحقّقِ الهدفُ الأساسيُّ مِن تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ وهوَ تقسيمُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ إلى قطّاعاتٍ تكونُ الوَحداتُ التّجريبيّةُ متجانسةٌ داخلَ القطّاعِ.



شكل (7–2): طريقةٌ خاطئةٌ لتقسيمِ الوَحداتِ التّجريبيّةِ إلى قطّاعاتٍ.

مثال (7–1): إذا كانَ لدينا أرضٌ زراعيّةٌ تتدرّجُ خصوبتها مِنَ الشّمالِ إلى الجنوبِ ونريدُ دراسةَ تأثيرِ (4) أنواعٍ مِنَ الأسمدةِ (t_1, t_2, t_3, t_4) على إنتاجِ القمحِ.

يمكنُ تقسيمُ المادّةِ التّجريبيّةِ (الأرضِ) إلى (12) وحدةً تجريبيّةً (قطَعِ أرضٍ) غير متجانسةٍ، ثمَّ تمَّ تقسيمُ الأرضِ إلى (3) قطّاعاتٍ متّجهةٍ مِنَ الغربِ إلى الشّرقِ (متعامدةٍ على تدرّجِ خصوبةِ التّربةِ)، وكُلُّ قطّاعٍ يتألّفُ مِن (4) وحداتٍ تجريبيّةٍ، وتمَّ توزيعُ المعالجاتِ الأربعِ (مستوياتِ السّمادِt_1, t_2, t_3, t_4) على الوَحداتِ التّجريبيّةِ داخلَ كُلِّ قطّاعٍ توزيعاً عشوائيّاً مستقلاً عَن بقيّةِ القطّاعاتِ، ثمَّ تمَّ قياسُ مُتوسّطِ إنتاجِ القمحِ (كغ/القطعة) فِي كُلِّ وحدةٍ تجريبيّةٍ كَمَا بالشّكلِ (7–3).



شكل (7-3): طريقةُ تقسيمِ الوَحداتِ التّجريبيّةِ إلى 3 قطّاعاتٍ.

7-4- مميّزاتُ التّصميمِ (CRBD) وعيوبُه:

7-4-1- مميّزاتُ التّصميمِ (CRBD):

يمكنُ تلخيصُ المميّزاتِ الرّئيسيّةِ لتصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ بِما يأتي:

1) سهولةُ تنفيذِ التّجربةِ وسهولةُ التّحليلِ الإحصائيِّ للتّجربةِ.
2) الدّقّةُ: الدّقّةُ فِي هذا التّصميمِ تَتِمُّ بفصلِ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ بينَ القطّاعاتِ عَن مجموعِ مُربّعاتِ الخطأِ التّجريبيِّ (بعدَ أن كانا سويّةً فِي تصميمِ CRD) وبالتّالي سيكونُ تباينُ الخطأِ التّجريبيِّ أقلَّ وبالتّالي زيادةُ دقّةِ هذا التّصميمِ و كفاءته.
3) المرونةُ: ليست هناكَ قيودٌ على عددِ المعاملاتِ أو (القطّاعاتِ) وذلكَ باستعمالِ أيِّ عددٍ مِنَ القطّاعاتِ والمعاملاتِ إذا توفّرتْ الوَحداتُ التّجريبيّةُ المتجانسةُ.
4) عندَ فقدِ أو استبعادِ مشاهدةٍ (وفاةُ حيوانٍ أو تلفُ نباتٍ) فإنَّ ذلكَ لا يؤثّرُ في التّحليلِ الإحصائيِّ للتّجربةِ لأنّه يمكنُ تقديرُ قيمِ المشاهداتِ المفقودةِ بسهولةٍ.

7-4-2- عيوبُ التّصميمِ (CRBD):

1- توجدُ صعوبةٌ فِي بعضِ الأحيانِ فِي الحصولِ على تجانسٍ كاملٍ بينَ الوَحداتِ التّجريبيّةِ داخلَ القطّاعِ الواحدِ ممّا يؤدّي إلى زيادةِ الخطأِ التّجريبيِّ للتّجربةِ.

2- تتناقصُ كفاءةُ هذا التّصميمِ وتقلُّ دقّةُ التّجربةِ فِي حالةِ زيادةِ عددِ المعاملاتِ عَن 8 معاملاتٍ لأنّه يزدادُ حجمُ القطّاعِ نتيجةَ زيادةِ عددِ الوَحداتِ التّجريبيّةِ الدّاخلةِ بالقطّاعِ، وبالتّالي يؤدّي إلى زيادةِ التّبايُنِ بينَ الوَحداتِ التّجريبيّةِ (تنخفضُ درجةُ التّجانسِ) داخلَ القطّاعاتِ وبناءً عليهِ تزدادُ قيمةُ الخطأِ التّجريبيّ وتقلُّ دقّةُ التّجربةِ.

أمثلةٌ مختلفةٌ على تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ:

- تجربةٌ لدراسةِ تأثيرِ عاملِ التّسميدِ بثلاثةِ أصنافٍ على إنتاجيّةِ القمحِ القاسي فِي أرضٍ مائلةٍ.

هذهِ التّجربةُ تنفّذُ بطريقةِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ لوجودِ مصدرينِ للتّبايُنِ همَا:

- ✓ التّسميدُ.
- ✓ ميولُ الأرضِ.

- تجربةٌ لدراسةِ عقارٍ معيّنٍ بثلاثةِ تراكيزَ (10ملم، 20 ملم، 30ملم) على طولِ فترةِ الشّفاءِ لدى المرضى مِنَ الرّجالِ والنّساءِ والأطفالِ.

هذهِ التّجربةُ يجبُ أن تنفّذَ بطريقةِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ لوجودِ مصدرينِ للتّبايُنِ همَا:

- ➢ تركيزُ العقارِ (10ملم، 20 ملم، 30ملم).
- ➢ فئةُ المرضى (الرجال، النساء، الأطفال).

ملاحظةٌ: عددُ القطّاعاتِ يمثّلُ عددَ المكرّراتِ للمعاملاتِ.

7-5- توصيفُ التّصميمِ (CRBD):

أهمُّ ما يميّزُ هذا التّصميم الخواصّ الآتية:

1- عددُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ داخلَ كُلِّ قطّاعٍ مساوياً لعددِ المعاملاتِ المطلوبُ دراستها فِي التّجربةِ.

2- جميعُ المعاملاتِ تظهرُ فِي كُلِّ قطّاعٍ مرّةً واحدةً فقط، أي إنَّ كُلَّ قطّاعٍ يحتوي على جميعِ المعاملاتِ.

3- توزّعُ المعاملاتُ على الوَحداتِ التّجريبيّةِ داخلَ كُلِّ قطّاعٍ توزيعاً عشوائيّاً مستقلاً عَن بقيّةِ القطّاعاتِ.

4- عددُ القطّاعاتِ يجبُ أن تكونَ ثلاثةً فأكثرَ لكي تكونَ درجاتُ الحرّيّةِ 2 فأكثر لكي تأخذَ دورها الفعّال فِي خفضِ قيمةِ الخطأِ التّجريبيّ.

7-6- التّوزيعُ العشوائيُّ للمعاملاتِ على الوَحداتِ التّجريبيّةِ:

العشوائيّةُ هنا تعني أن يَتِمَّ توزيعُ المعاملاتِ على الوَحداتِ التّجريبيّةِ داخلَ كُلِّ قطّاعٍ توزيعاً عشوائيّاً مستقلاً عَن بقيّةِ القطّاعاتِ الأخرى، أي لا يتأثّرُ بِما حدثَ فِي القطّاعاتِ الأخرى، و الجدولُ (7-1) يبيّنُ مخطّطاً لتجربةٍ تتضمّنُ (6) معاملاتٍ (A, B, C, D, E, F) تتوزّعُ على خمسةِ قطّاعاتٍ.

جدول (7-1): التّوزيعُ العشوائيُّ للمعاملاتِ بتصميمِ (CRBD).

القطّاعُ الأوّل B1	القطّاعُ الثّاني B2	القطّاعُ الثّالث B3	القطّاعُ الرّابع B4	القطّاعُ الخامس B5
E	A	F	E	C
D	B	D	C	D
B	D	E	F	A
A	E	C	B	F
C	F	A	D	B
F	C	B	A	E

7-7- تحليلُ التّبايُنِ للقطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (مصادرُ التّبايُنِ):

تعودُ التّباينَاتُ الكلّيّةُ بينَ الوَحداتِ التّجريبيّةِ فِي هذا النّوعِ مِنَ التّجارب إلى ثلاثةِ مصادر هيَ:

- التّباينَاتُ بينَ القطّاعاتِ.
- التّباينَاتُ بينَ المعاملاتِ.
- التّباينَاتُ الرّاجعةُ إلى الخطأِ التّجريبيِّ.

7-8- النّموذجُ الرّياضيُّ العامُّ للتّصميمِ (CRBD):

النّموذجُ الرّياضيُّ لهذا التّصميمِ يمثّلُ نموذجاً خطيّاً يتمثّلُ بالمعادلةِ الرّياضيّةِ التّي تصفُ مكوّناتِ التّجربةِ، أي التّي توضّحُ مكوّناتِ أيِّ مشاهدةٍ فِي التّجربةِ. وقيمةُ كُلِّ مشاهدةٍ فِي التّجربةِ تتكوّنُ مِن أربعةِ مكوّناتٍ مستقلّةٍ وهيَ المُتوسّطُ العامُّ (μ) وتأثيرُ المعاملةِ التّي أخذتها الوَحدةُ التّجريبيّةُ (t_i) و تأثيرُ القطّاعِ على المشاهدةِ الموجودةِ بالقطّاعِ (R_j) و قيمةُ الخطأِ العشوائيِّ (E_{ij}) بتلكَ المشاهدةِ أو الوَحدةِ التّجريبيّةِ وعليهِ فمعادلةُ النّموذجِ الرّياضيِّ لهذا التّصميمِ هيَ:

$$\mathbf{Y_{ij} = \mu + t_i + B_j + E_{ij}}$$

y_{ij}: قيمةُ المشاهدةِ الخاصّةِ بالوَحدةِ التّجريبيّةِ التّي أخذتِ المعاملةُ (i) والموجودةُ فِي القطّاعِ (j).

μ: المُتوسّطُ العامُّ للتّجربةِ (لمجتمعِ المشاهداتِ) يمكنُ تقديرهُ بالمُتوسّطِ العامِّ لجميعِ المشاهداتِ $\hat{\mu} = \bar{y}_{\bullet\bullet}$

t_i: تأثيرُ المعاملةِ (i) الخاصّةِ بهذهِ المشاهدةِ، وتقديرها هوَ مقدارُ انحرافِ مُتوسّطِ هذهِ المعاملةِ (i) عَنِ المُتوسّطِ العامِّ للتّجربةِ $\hat{t}_i = \bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet}$

B_j: (تأثيرُ القطّاعِ j) الخاصّةِ بهذهِ المشاهدةِ، ويمكنُ تقديرها بمقدارِ انحرافِ مُتوسّطِ المشاهداتِ الموجودةِ فِي القطّاعِ (j) عَنِ المُتوسّطِ العامِّ لجميعِ المشاهداتِ.

E_{ij}: (الخطأُ التّجريبيُّ) تمثّلُ قيمةَ التّأثيرِ الحقيقيِّ للخطأِ التّجريبيِّ الخاصِّ بتلكَ المشاهدةِ التّي أخذتِ المعاملةَ (i) وكانتْ ضمنَ القطّاعِ (j) وتقدّرُ هذهِ القيمةُ بمقدارِ انحرافِ قيمةِ تلكَ المشاهدةِ عَنِ القيمةِ التّي تحدّدها المقاديرُ الثّلاثةُ السّابقةُ (μ , t_i , B_j).

حيثُ الرّموزُ التّاليةُ تمثّلُ:

t: يمثّلُ عددَ المعاملاتِ فِي التّجربةِ. i=1,2,3……t

r: يمثّلُ عددَ المكرّراتِ (القطّاعاتِ) فِي التّجربةِ. J=1,2,3 …..r

7-9- تخطيطُ التّجربةِ (Layout of the Experiment):

كمثالٍ لتخطيطِ تجربةٍ باستخدامِ تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ، بفرضِ أنَّ عددَ المعاملاتِ المرادُ تطبيقها خمسِ معاملاتٍ (t=5) وهيَ $(t_1, t_2, t_3, t_4, t_5)$ سوفَ تتوزّعُ على أربعةِ قطّاعاتٍ وكُلّ قطّاعٍ يتألّفُ مِن خمسُ وحداتٍ تجريبيّةٍ (عددِ المعاملاتِ نفسه) فيكونُ تخطيطُ التّجربةِ و توزيعُ المعاملاتِ على الوَحداتِ التّجريبيّةِ موضّح بالجدولِ (7- 2).

جدول (7-2): تخطيطُ تجربةٍ لخمسِ معاملاتٍ بتصميمِ (CRBD).

القطاعُ الأوّل B1	القطاعُ الثاني B2	القطاعُ الثالث B3	القطاعُ الرّابع B4
t_5	t_3	t_5	t_3
t_2	t_1	t_4	t_5
t_1	t_4	t_3	t_4
t_4	t_5	t_2	t_1
t_3	t_2	t_1	t_2

7-10- تنظيمُ المشاهداتِ فِي جدولٍ مناسبٍ:

من أجل توضيح وتنظيم الشكلِ العامِّ لمشاهداتِ هذا التصميمِ، لنفترض أنَّ عددَ المعاملاتِ هو (t)، و المعاملات هي ($t_1,t_2,\ldots\ldots t_t$).

ولنفترض أنَّ عدد القطاعاتِ هو (r) والقطاعاتِ هي ($B_1, B_2,,\ldots\ldots B_r$).

وبذلك يكون العدد الكلي للوحدات التجريبية هو (N=t*r) والجدول (3-7) يمثل طريقة تنظيم بيانات هذا التصميم:

جدول (3-7): تنظيمُ المشاهداتِ لتجربةٍ بتصميمِ (CRBD).

المعاملات	القطاعات (Blocks)				مجاميع المعاملات ($y_{i\bullet}$)	متوسطات المعاملات ($\bar{y}_{i\bullet}$)
	B_1	B_2	.....	B_r		
t_1	y_{11}	y_{12}	.....	y_{1r}	$y_{1\bullet}$	$\bar{y}_{1\bullet}$
t_2	Y_{21}	Y_{22}	.....	Y_{2r}	$y_{2\bullet}$	$\bar{y}_{2\bullet}$
⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮
t_t	y_{t1}	y_{t2}	.....	y_{tr}	$y_{t\bullet}$	$\bar{y}_{t\bullet}$
مجاميع القطاعات	$y_{\bullet 1}$	$y_{\bullet 2}$	.....	$y_{\bullet r}$	$y_{\bullet\bullet} =$	المتوسط العام $\bar{y}_{\bullet\bullet} =$

مِن أجلِ تسهيلِ عمليّةِ حسابِ القيمِ الإحصائيّةِ يمكنُ تصنيفُ المشاهداتِ بالجدولِ (3 -7) بحيث تدرجُ المعاملاتُ فِي عناوين الأســـطرِ و القطّاعاتِ فِي عناوين الأعمدةِ الذّي يمثّلُ شكل التصميمِ (CRBD).

جدول (7-3): تنظيمُ المشاهداتِ لتجربةٍ بتصميمِ (CRBD).

المعاملاتُ t_i	القطّاعاتُ				مجاميعُ المعاملاتِ $Y_{i.}$	مُتوسّطاتُ المعاملاتِ $\bar{Y}_{i.}$
	القطاعُ الأوّل B1	القطاعُ الثّاني B2	القطاعُ الثّالث B3	القطاعُ الرّابع B4		
t_1	y_{11}	y_{12}	y_{13}	y_{14}	$y_{1\bullet}$	$\bar{y}_{1\bullet}$
t_2	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	Y_{24}	$y_{2\bullet}$	$\bar{y}_{2\bullet}$
t_3	Y_{31}	Y_{32}	Y_{33}	Y_{34}	$y_{3\bullet}$	$\bar{y}_{3\bullet}$
t_4	Y_{41}	Y_{42}	Y_{43}	Y_{44}	$y_{4\bullet}$	$\bar{y}_{4\bullet}$
t_5	Y_{51}	Y_{52}	Y_{53}	Y_{54}	$y_{5\bullet}$	$\bar{y}_{5\bullet}$
مجاميع القطاعات $(y_{\bullet j})$	$y_{\bullet 1}$	$y_{\bullet 2}$	$y_{\bullet 3}$	$y_{\bullet 4}$	المجموع العام $y_{\bullet\bullet} =$	المتوسط العام $\bar{y}_{\bullet\bullet} =$

7-11- الأهدافُ الأساسيّةُ مِن تصميمِ (CRBD):

إنَّ لتصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ هدفينِ رئيسيينِ همَا:

1- اختبارُ تساوي مُتوسّطاتِ المعالجاتِ.

إنَّ الهدفَ الأساسيّ مِن تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ هوَ التّحققُ مِن وجودِ (أو عدمِ وجودِ) فروقٍ معنويّةٍ بينَ مُتوسّطاتِ المعاملاتِ $\mu_1, \mu_2 \ldots\ldots\ldots, (\mu_t)$، وبمعنى آخر تطبيقُ اختباراتِ الفروضِ الإحصائيّةِ لاختبارِ فيما إذا كانَ هناكَ فروقٌ معنويّةٌ بينَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ.

2- اختبارُ أهميّةِ أخذ القطّاعاتِبالحسبان عندَ التّصميمِ.

الهدفُ الثّاني مِن هذا التّصميمِ هوَ اختبارُ هل أخذُ القطّاعاتِ بالحسبان عندَ تنفيذِ التّجربةِ لهُ أثرٌ معنويٌّ، أي هل استخدامُ القطّاعاتِ فِي التّجربةِ كانَ فعّالاً ومفيداً، أم أنَّ استخدامَ القطّاعاتِ فِي التّجربةِ لم يكن مفيداً ويوصى بعدمِ استخدامهِ عندَ إجراءِ هذا النّوعِ مِنَ التّجارب مستقبلاً.

أوّلاً: اختبارُ تساوي مُتوسّطات المعالجاتِ.

7-12- خطواتُ تطبيقِ تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (CRBD):

مِن أجلِ تحقيقِ الهدفِ الأوّلِ مِن تصميمِ (CRBD)، يَتِمُّ تطبيقُ اختباراتِ الفروضِ الإحصائيّةِ لاختبارِ فيما إذا كانَ هناكَ فروقٌ معنويّةٌ بينَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ وفقاً للخطواتِ الآتية

1) صياغةُ الفروضِ الإحصائيّةِ
2) تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE)
3) حسابُ قيمةِ إحصائية الاختبارِ (F_c)
4) استخراجُ قيمةِ (F_t) الجدوليّةِ وتحديدُ منطقتي القبولِ والرّفضِ
5) المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ

1- صياغةُ الفروضِ الإحصائيّةِ:

- **الفرضُ العدميُّ:** (H_0: $\mu_1=\mu_2\ldots\ldots=\mu_t$) مُتوسّطاتُ المعالجاتِ متساويةٌ (لا يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ بينَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ).
- **الفرضُ البديلُ** :(H_1) مُتوسّطاتُ المعالجاتِ غيرُ متساويةٍ (أو يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطان غير متساويين).

2- تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE)

فِي هذا التّصميمِ يَتِمُّ تقسيمُ المجموعِ الكلّيِّ لمُربّعاتِ انحرافاتِ المشاهداتِ عَنِ المُتوسّطِ العامِّ $\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij}-\bar{y}_{\bullet\bullet})^2$ ودرجات الحرّيّةِ وفقاً لمصادر الاختلافِ إلى (3) مكوّناتٍ (مصادر) وهيَ:

- مجموعُ مُربّعاتِ المعالجاتِ (SSTr) بدرجاتِ حرّيّة (df_{SSTr}=t-1).
- مجموعُ مُربّعاتِ القطّاعاتِ (SSBk) بدرجاتِ حرّيّة (df_{SSBk}=r-1).
- مجموعُ مُربّعاتِ الخطأِ التّجريبيِّ (SSE) بدرجاتِ حرّيّة (df_{SSE}=(t-1)(r-1)).

$$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij}-\bar{y}_{\bullet\bullet})^2 = r\sum_{i=1}^{t}(\bar{y}_{i\bullet}-\bar{y}_{\bullet\bullet})^2 + t\sum_{j=1}^{r}(\bar{y}_{j}-\bar{y}_{\bullet\bullet})^2 + \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij}-\bar{y}_{i\bullet}-\bar{y}_{\bullet j}+\bar{y}_{\bullet\bullet})^2$$

$$SSTO = SSTr + SSBk + SSE$$

ويمكنُ حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ (SS) لكُلِّ مصدرٍ مِن مصادرِ التّبايُنِ إمّا باستخدامِ المُتوسّطاتِ(Means) أو باستخدامِ المجاميعِ (Summations) كَمَا هوَ مُبيّنٌ بالجدولِ (7-4).

جدول (7–4): جدولُ حسابِ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ لتصميمِ (CRBD).

مصادرُ التّباينِ S.O.V	مجموع مربعات الانحرافات (SS)	
	باستخدام المتوسطات $(Means)$	باستخدام المجاميع $(Summations)$
القطاعاتُ Blocks	$SSBk = t\sum_{j=1}^{r}(\bar{y}_{\bullet j} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$	$SSBk = \frac{\sum_1^r (y_{\bullet j})^2}{t} - \mathrm{CF}$
المعاملاتُ Treatments	$SSTr = r\sum_{i=1}^{t}(\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$	$SSTr = \frac{\sum_1^t (y_{i\bullet})^2}{r} - \mathrm{CF}$
الخطأ التجريبي Error	$SSE = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet j} + \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$ SSE=SSTO- SSt-SSr	SSE=SSTO – SSTr- SSBk
التّباينُ الكلّي Total	$SSTO = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$	$SSTO = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - CF$

حيثُ إنَّ:

r: عددُ القطّاعاتِ.

t: عددُ المعاملاتِ فِي التّجربةِ.

C.F: يمثّلُ معامل التَصحيحِ ويساوي $CF = \frac{(Y_{\bullet\bullet})^2}{tr}$

ثمَّ يَتِمُّ تكوينُ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) بالجدولِ (7-5).

جدول (7–5): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) لتصميمِ (CRBD).

مصادرُ التّبايُنِ S.O.V	$S.S$	$d.f$	التباينات $M.S$	F (المحسوبة) F_{cal}	F (الجدوليّة) F_{tab}
القطاعاتُ Blocks	SSBk	r-1	$MSBk = \frac{SSBk}{r-1}$	$F_{BC} = \frac{MSBk}{MSE}$	F_{BT}
المعاملاتُ Treatments	SSTr	t-1	$MSTr = \frac{SSTr}{t-1}$	$F_C = \frac{MSTr}{MSE}$	F_T
الخطأ التجريبي Error	SSE	(t-1) (r-1)	$MSE = \frac{SSE}{(t-1)(r-1)}$		
التّباينُ الكلّي Total	SSTO	tr-1			

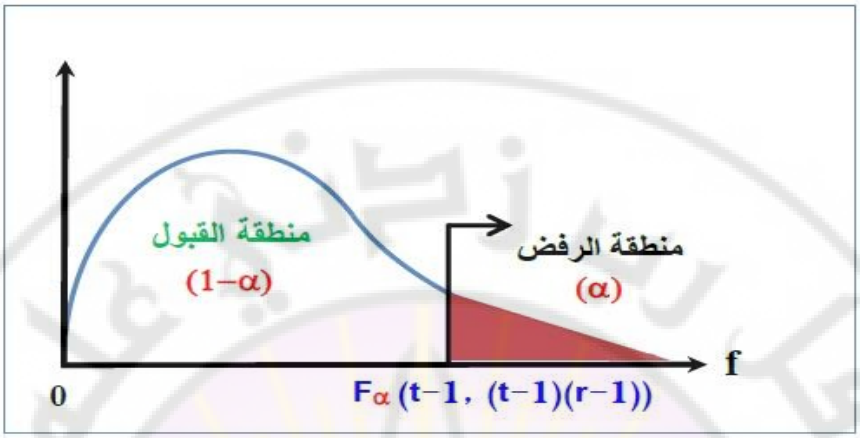
حيث يتم استخراج قيم (F_{BT}, F_T) الجدولية كالآتي:

$$F_t = F_\alpha(t-1, (t-1)(r-1))$$
$$F_{BT} = F_\alpha(r-1, (t-1)(r-1))$$

3–حسابُ إحصائيّةِ الاختبارِ (F_c):

يَتِمُّ حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ (F_c المحسوبة) مِن جدولِ أنوفا السّابقِ وتحسبُ مِنَ العلاقةِ $F_C = \frac{MSTr}{MSE}$

4– تحديدُ منطقتي القبولِ والرّفضِ: يَتِمُّ تحديدُ منطقتي القبولِ والرّفضِ بالحصولِ على قيمةِ F_T الجدوليّةِ ($F_t = F_\alpha(t-1, (t-1)(r-1))$) وفي اختبارِ تحليلِ التّبايُنِ يكونُ نوعُ الاختبارِ مِنَ الطّرفِ الأيمنِ، أي إنَّ منطقةَ الرّفضِ تقعُ بالكاملِ على الطّرفِ الأيمنِ كَمَا في الشكل الآتي:



شكل (7−4): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتي القبولِ والرّفضِ لاختبارِ F بتصميمِ (CRBD).

5- المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ: تَتِمُّ مقارنةُ (F_C) المحسوبة مِن إحصائية الاختبارِ معَ (F_T) الجدوليّةِ، فإذا كانتْ (F_C) أقلّ مِن قيمةِ (F_T) الجدوليّةِ عندَ مستوى المعنويّةِ ودرجاتِ الحرّيّةِ المعيّنةِ نقبلُ الفرضَ العدميَّ بتساوي مُتوسّطات المعاملاتِ ، أما إذا كانتْ قيمةُ (F_C) المحسوبةِ أكبرَ مِن قيمةِ (F_T) الجدوليّةِ نرفضُ الفرضَ العدميَّ ونقبلُ الفرضَ البديلَ بأنَّ هناكَ فرقاً معنوياً بينَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ، أو يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطانِ غير متساويين.

ثانياً: اختبارُ أهميّةِ أخذ القطّاعاتِ بالحسبان عندَ التّصميمِ.

يمكنُ اختبارُ أهميّةِ أخذِ القطّاعاتِ بالحسبانِ فِي تصميمِ التّجربةِ باستخدامِ النّسبةِ $F_{BC} = \frac{MSBk}{MSE}$ كمؤشّرٍ أو مقياسٍ عدديٍّ (وليسَ كاختبارٍ إحصائيٍّ) للدلالةِ على مدى أهميّةِ استخدامِ القطّاعاتِ فِي هذا التّصميمِ.

ثمَّ استخراجُ القيمةِ الجدوليّةِ $F_{BT} = F_\alpha(r-1,(t-1)(r-1))$ التّي تمثّلُ القيمةَ الجدوليّة لتوزيعِ (F) بدرجاتِ حرّيّة القطّاعاتِ و تساوي (r-1) للبسطِ، ودرجاتِ حرّيّة الخطأِ التّجريبيِّ للمقامِ والتّي تساوي (r-1)(t-1) وبمستوى معنويّة (α=0.05)

- فإذا كانَ $F_{BC} > F_{BT}$

فإنّنا نستنتجُ أنَّ استخدامَ القطّاعاتِ فِي هذهِ التّجربةِ كانَ فعّالاً ومفيداً.

- وأمّا إذا كانَ $F_{BC} \leq F_{BT}$

فإنّنا نستنتجُ أنَّ استخدامَ القطّاعاتِ فِي هذهِ التّجربةِ لم يكن مفيداً ونوصي بعدمِ استخدامهِ عندَ إجراءِ هذا النّوعِ مِنَ التّجارب مستقبلاً.

مثال (7−2):

أجريَتْ تجربةٌ لدراسةِ تأثيرِ (5) أصنافٍ مِنَ السّمادِ (t_1, t_2, t_3, t_4, t_5) في كميّةِ محصولِ القمحِ، علماً أنَّ أرضَ التّجربةِ فيها اختلافٌ فِي ملوحةِ التّربةِ، لذلكَ قُسّمت الأرضُ إلى (4) قطّاعاتٍ متعامدةٍ على تدرّجِ ملوحةِ التّربةِ، وكُلُّ قطّاعٍ يتألّفُ مِن 5 وحداتٍ تجريبيّةٍ وتمَّ توزيعُ المعالجاتِ (أصناف السّمادِ) بشكلٍ عشوائيٍّ على القطّاعاتِ (أي استُخدم تصميمُ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ) ثمَّ قيسَ إنتاجُ القمحِ (كغ/القطعة) فِي كُلِّ وحدةٍ تجريبيّةٍ ولُخصتِ البياناتُ فِي الجدولِ (7− 6).

جدول (7−6): كميّاتُ القمحِ لخمسةِ أصنافِ السّمادِ بتصميمِ (CRBD).

المعاملاتُ t_i	القطاعاتُ				مجاميعُ المعاملاتِ Yi.	متوسطاتُ المعاملاتِ
	القطاعُ الاوّل B1	القطاعُ الثّاني B2	القطاعُ الثّالث B3	القطاعُ الرّابع B4		
t_1	8	10	10	12	$y_{1\bullet} = 40$	$\bar{y}_{1\bullet} = 10$
t_2	11	15	15	16	$y_{2\bullet} = 57$	$\bar{y}_{2\bullet} = 14.25$
t_3	17	14	16	13	$y_{3\bullet} = 60$	$\bar{y}_{3\bullet} = 15$
t_4	15	14	16	15	$y_{4\bullet} = 60$	$\bar{y}_{4\bullet} = 15$
t_5	17	14	15	17	$y_{5\bullet} = 63$	$\bar{y}_{5\bullet} = 15.75$
مجاميع القطاعات	68	67	72	73	$y_{\bullet\bullet} = 280$	

المطلوبُ:

1- هل هناكَ فروقٌ معنويّةٌ بينَ مُتوسّطاتِ إنتاجِ أَصنافِ السّمادِ الخمسةِ عندَ مستوى معنويّة (0.05)؟

2- هلِ القطّاعاتُ كانتْ مهمّةً للتّصميمِ؟

الحلُّ: فِي هذا التّصميمِ سوفَ يَتِمُّ تطبيقُ اختبارِ الفروضِ على المعالجاتِ وعلى القطّاعاتِ:

1- اختبارُ تساوي مُتوسّطاتِ المعالجاتِ(مستوياتُ السّمادِ)

2- اختبارُ أهميّةِ أخذِ القطّاعاتِ (تقسيمُ الوَحداتِ إلى قطّاعاتٍ) بالحسبان عندَ التّصميمِ:

أوّلاً: اختبارُ تساوي مُتوسّطاتِ المعالجاتِ(مستوياتِ السّمادِ)

التّحليلُ الإحصائيُّ لبياناتِ التّجربةِ تَتِمُّ وفقَ الخطواتِ الآتية:

عددُ المعالجاتِ (t=5) وعددُ القطّاعاتِ (r=4)

1- صِياغةُ الفروضِ الإحصائيّةِ:

- **الفرضُ العدميُّ:** (H_0: $\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu_4=\mu_5$) مُتوسّطاتُ أصنافِ السّمادِ الخمسةِ متساويةٌ (لا يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ بينَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ).
- **الفرضُ البديلُ** :(H_1) مُتوسّطاتُ أصنافِ السّمادِ الخمسةِ غيرُ متساويةٍ (أو يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطان غيرُ متساويين).

2- تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE):

1- نحسبُ معاملَ التّصحيحِ (C.F) كَمَا يلِي:

$$CF=\frac{(Y..)^2}{tr}=\frac{(\sum y_{ij})^2}{tr}=\frac{(280)^2}{5\times 4}=3920$$

2- مجموعُ المُربّعاتِ الكلّيّةِ (SSTO):

$$SSTO=\sum y_{ij}^2-CF=((8)^2+(10)^2+\dots\dots(17)^2)-3920=126$$

3- مجموعُ مُربّعاتِ المعاملاتِ (SSTr):

$$SSTr = \frac{\sum_1^t (y_{i\bullet})^2}{r} - CF = \frac{(40)^2 + (57)^2 + (60)^2 + (60)^2 + (63)^2}{5} - 3920$$
$$= 48.5$$

4- مجموعُ مُربّعاتِ القطّاعاتِ (SSBk):

$$SSBk = \frac{\sum_1^r (y_{\bullet j})^2}{t} - CF = \frac{(68)^2 + (67)^2 + (72)^2 + (73)^2}{5} - 3920$$
$$= 5.2$$

5- مجموعُ مُربّعاتِ الخطأِ التّجريبيِّ(SSE):

$$SSE = SSTO - SSTr - SSBk = 126 - 84.5 - 5.2 = 36.3$$

درجاتُ الحرّيّة (d.f) لكُلِّ مصدرٍ مِن مصادر التّبايُنِ تحسبُ كَمَا هوَ مبيّنٌ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ.

6- قيمةُ F_t الجدوليّة= تُستخرجُ مِن جدولِ F بالاعتمادِ على درجاتِ حرّيّةِ المعاملاتِ ودرجاتِ الخطأِ التّجريبيِّ.

أي$F_t = F_\alpha(t-1, (t-1)(r-1) = F_{0.05}(4, 12) = 3.26$

يَتِمُّ تنظيمُ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) بالجدول (7- 7).

جدول (7-7): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) لأصنافِ السّمادِ بتصميمِ (CRBD).

مصادرُ الاختلافِ S.O.V	S.S	d.f	التباينات M.S	F (المحسوبة) F_{tab}	F (الجدوليّة) F_{cal}
القطاعاتُ Blocks	SSBk=5.2	r-1=3	$MSBk = \frac{5.2}{3} = 1.73$	$F_{BC} = \frac{1.73}{3.02} = 0.57$	F_{Bt}=3.45
المعاملاتُ Treatments	SSTr=84.5	t-1=4	$MSTr = \frac{84.5}{4} = 21.1$	$F_C = \frac{21.1}{3.02} = 6.98$	F_t=3.26
الخطأُ التجريبيُّ Error	SSE=36.3	(t-1) (r-1)=12	$MSE = \frac{36.3}{12} = 3.025$		
المجموعُ Total	SSTO=126	tr-1=19			

-3

4- حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ:

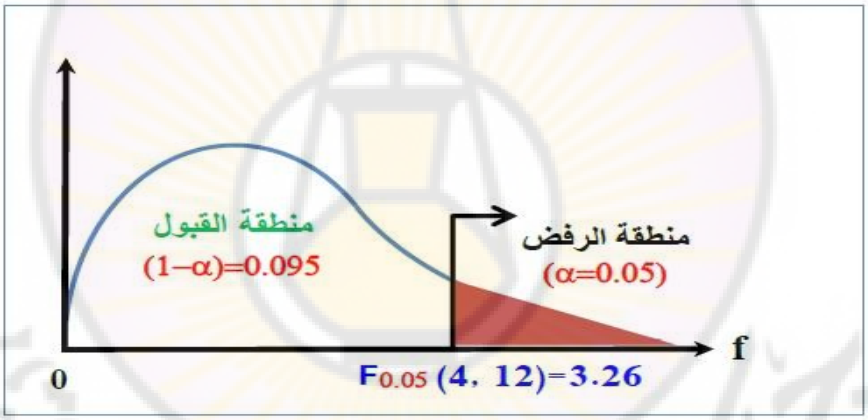
إنَّ قيمةَ الإحصائيّةِ (أو F المحسوبةِ) هيَ $F_C = \frac{MSTr}{MSE} = 6.98$

5- تحديدُ منطقتي القبولِ والرّفضِ:

تُحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ بالحصـولِ على قيمةِ F_T (F الجدوليّةِ) مِن جدولِ توزيعِ F بدرجاتِ حرّيّة(t-1=4) للبســـطِ و ((t-1)(r-1)=12) للمقام بمستوى معنويّة (α=0.05) أي استخراجُ قيمة

$$F_t = F_\alpha(t-1,(t-1)(r-1) = F_{0.05}(4,12) = 3.26$$

ويمكنُ توضيحُ ذلكَ بالشّكلِ رقم (7- 5).



شكل (7-5): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (7-2).

المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ: بما أنَّ قيمةَ (F_C=6.98) المحسوبةِ مِن إحصائية الاختبارِ أكبرُ مِن قيمةِ (F_t=3.26) الجدوليّةِ فإنَّ القرارَ هوَ رفضُ الفرضِ العدميِّ وقبولُ الفرضِ البديلِ بأنّه يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطينِ غيرُ متساويين مِن مُتوسّطاتِ أصنافِ السّمادِ الخمسةِ.

اختبارُ أقلِّ فرقٍ معنويٍّ (Least Significant Difference – LSD):

تُحسبُ قيمةُ (LCD) مِنَ المعادلةِ الآتيةِ: $LSD = t_{\left(\frac{\alpha}{2},\ dfe\right)}\sqrt{\frac{2MSE}{r}}$

ويَتِمُّ استخراجُ القيمةِ الجدوليّةِ (t) وفقاً لما يلِي:

$$t_{\left(\frac{\alpha}{2},\ dfe\right)} = t_{(0.025,\ 12)} = 2.179$$

$$LSD = t_{\left(\frac{\alpha}{2},\ dfe\right)}\sqrt{\frac{2MSE}{r}} = 2.179 \times \sqrt{\frac{2\times 3.025}{4}} = 2.68$$

ثمَّ يُعدُّ الجدولُ (7-8) للمقارنةِ بينَ المُتوسّطاتِ كَمَا يأتِي:

جدول (7-8): مقارنةُ مُتوسّطاتِ أصنافِ السّمادِ الخمسةِ باستخدامِ (LSD).

LSD = 2.68		t_1=10	t_2=14.25	t_3=15	t_4=15
treats	Mean				
t_5	15.75	5.75*	1.5	0.75	0.75
t_4	15	5*	0.75	0	0
t_3	15	5*	0.75	0	
t_2	14.25	*4.25	0		

يُبيّنُ اختبارُ LSD تفوّقاً معنويّاً لمعاملةِ السّمادِ t_5 على باقي المعاملاتِ حيثُ أعطَتْ أعلى المُتوسّطات فِي كميّةِ إنتاجِ القمحِ الذّي بلغَ 15.75 كغ .

ثانياً: اختبارُ أهميّةِ أخذِ القطّاعاتِ (أنواعِ التُّربِ) بالحسبان عندَ التّصميمِ

مِن أجلِ اختبارِ أهميّةِ أخذِ القطّاعاتِ بالحسبانِ فِي تصميمِ التّجربةِ نحسبُ القيمتينِ (F_{BC}, F_{BT}) كَمَا يلِي:

$$F_{BC} = \frac{MSBk}{MSE} = \frac{1.73}{3.02} = 0.57$$

ثمَّ استخراجُ القيمةِ الجدوليّة(F_{BT}).

$$F_{Bt} = F_{\alpha}(r-1,(t-1)(r-1) = F_{0.05}(3,12) = 3.45$$

التّي تمثّلُ القيمةَ الجدوليّةَ لتوزيعِ (F) بدرجاتِ حرّيّةِ القطّاعاتِ والتّي تساوي (r-1) للبسطِ، و درجاتِ حرّيّةِ الخطأِ التّجريبيِّ للمقامِ والتّي تساوي {(t-1)(r-1)} وبمستوى معنويّة (α=0.05).

- بِما أنَّ $(F_{BC} = 0.57) < (F_{BT} = 3.45)$

فإنّنا نستنتجُ أنَّ استخدامَ القطّاعاتِ فِي هذهِ التّجربةِ كانَ غير فعّالاً.

أي إنَّ أخذَ القطّاعاتِ (ملوحةُ التّربةِ) بالحسبان عندَ تنفيذِ التّجربةِ ليس له أثرٌ معنويٌّ على الإنتاجيّةِ.

7-13- تقديرُ البياناتِ المفقودةِ فِي تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (Missing Value):

فِي تصميمِ (CRBD) قد يَتِمُّ فقدانُ مشاهدةٍ أو أكثر لأيِّ سببٍ منَ الأسبابِ، مثل تعرّضِ نباتاتِ وحدةٍ تجريبيّةٍ للتّلفِ، أو موتِ حيوانٍ أو سرقةِ محصولِ قطعةِ أرضٍ، بشرطِ أنَّ فقدانَ المشاهدةِ لا يكونُ مِن جرّاءِ تأثيرِ المعاملةِ المستخدمةِ فِي التّجربةِ وعليهِ نلجأُ إلى تقديرِ القيمةِ المفقودةِ وفقَ المعادلةِ التّاليةِ:

$$Y_{ij} = \frac{r(\sum BK)+t(\sum t)-Y..}{(r-1)(t-1)} \qquad Y_{ij} = \frac{r(\mathbf{y_{\bullet j}})+t(y_{i\bullet})-\mathbf{y_{\bullet\bullet}}}{(r-1)(t-1)}$$

حيثُ إنَّ

$(\mathbf{y_{ij}})$: تمثّل قيمةَ المشاهدةِ المفقودةِ.

r: عددُ التّكراراتِ (القطّاعاتِ) المستخدمةِ بالتّجربةِ

$(\sum BK)$ أو $(\mathrm{y}_{\bullet \mathrm{j}})$: مجموعُ قيمِ القطّاعِ الفاقدِ للمشاهدةِ (من دون القيمةِ المفقودةِ).

t : عددُ المعاملاتِ المستخدمةِ فِي التّجربةِ

$(\sum t)$ أو $(\mathrm{y}_{i\bullet})$: مجموعُ قيمِ المعاملةِ الفاقدةِ للمشاهدةِ.

$(\mathrm{y}_{\bullet\bullet})$: المجموعُ العامُّ الكلّيُّ للمشاهداتِ الموجودةِ (من دون القيمةِ المفقودةِ).

بعدَ حسابِ القيمةِ التّقديريّةِ (y_{ij}) نُدخلُ هذهِ القيمةَ فِي مكانها المحدّدِ ضمنَ جدولِ البياناتِ ثمَّ نصحّحُ مجموعَ القطّاعِ و مجموعَ المعاملةِ الفاقدينِ لها وكذلكَ المجموعُ العامُّ ثمَّ نحلّلُ إحصائيّاً التّجربةَ بصورةٍ اعتياديّةٍ باستثناءِ ما يأتِي:

- تقليلُ درجاتِ الحرّيّةِ للخطأِ التّجريبيِّ قيمةً واحدةً عَن كُلِّ قيمةٍ مفقودةٍ و درجات الحرّيّة الكلّيّةِ درجةً واحدةً وذلكَ لأنَّ هذهِ القيمةَ التّي تمَّ تقديرها لا يمكنُ عدّهاحرّةً.
- أمّا فِي حالةِ غيابِ أو فقدانِ مشاهدتينِ مِنَ التّجربةِ فإنّنا نستطيعُ أنْ نعوّضَ عَنِ المشاهدةِ الأولى بقيمةِ مُتوسّطِ المعاملةِ المقابلةِ للمشاهدةِ المفقودةِ $(\bar{Y}_{i.})$ ومُتوسّطُ القطّاعِ الذّي تنتمي إليهِ القيمةُ المفقودةُ $(\bar{Y}_{.j})$ وبحسبِ المعادلةِ الآتيةِ:

$$Y_{ij} = \frac{\bar{y}_{i\bullet} + \bar{y}_{\bullet j}}{2}$$

ثمَّ يَتِمُّ حسابُ قيمةِ المشاهدةِ المفقودةِ الثّانيةِ باستخدامِ المعادلةِ السّابقةِ.

بعدَ ذلكَ يَتِمُّ حذفُ قيمةِ المشاهدةِ الأولى التّي تمَّ تقديرها تقريبيّاً بالاعتمادِ على مُتوسّطِ المعاملةِ والقطّاعِ الفاقدِ لها ومِن ثمَّ إعادة الحساباتِ مرّةً ثانيةً وتقدير قيمةِ المشاهدةِ الأولى باستخدامِ قيمةِ المشاهدةِ المقدّرةِ الثّانية وفقَ المعادلةِ الأولى السّابقة، وهكذا يَتِمُّ الحصولُ على القيمتينِ للمشاهدتينِ المفقودتينِ.

وهكذا كُلَّ مرّةٍ نصحّحُ مجموعَ القطّاعِ والمعاملةَ الفاقدة َوكذلكَ المجموع العامّ ،وفِي هذهِ الحال عندَ التّحليلِ فِي حالةِ المشاهدتينِ تُحذفُ درجتان مِن درجاتِ حرّيّةِ الخطأِ و تُحذفُ درجتان مِن درجاتِ حرّيّةِ المجموعِ العامِّ.

أمّا فِي حالةِ حصولِ فقدانِ كاملِ القطّاعِ فأنَّ ذلكَ لا يؤثّرُ فِي تحليلِ البياناتِ إذ يمكنُ الاستمرارُ فِي التّحليلِ كالمعتادِ وذلكَ لأنَّ عددَ القطّاعاتِ هوَ $(r-1)$.

14-7- الكفاءةُ النّسبيّةُ لتصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (CRBD) مقارنةً معَ التّصميمِ العشوائيِّ الكاملِ (CRD).

Relative Efficiency between RCBD & CRD

لقياسِ كفاءةِ تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (CRBD) مقارنةً معَ التّصميمِ تامِّ العشوائيّةِ (CRD) يمكننا استخدامُ المقياسِ الآتِي:

$$RE(CRBD:CRD)\% = \frac{(r-1)MSBk + r(t-1)MSE}{(rt-1)MSE} \times 100$$

فإذا كانتْ القطّاعاتُ فعّالةً فِي تقليلِ الخطأِ التّجريبيِّ فإنَّ قيمةَ هذا المقياسِ تكونُ أكبرَ مِن (100).

ويمكنُ تفسيرُ قيمةِ هذا المقياسِ كَمَا يأتِي:

إذا فرضنا أنَّ عددَ تكراراتِ المعالجاتِ فِي التّصميمِ تامِّ العشوائيّةِ هوَ (r_c)، وعددَ تكراراتِ المعالجاتِ فِي تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (RCBD) هوَ (r_b)، فلكي تكونَ كفاءةُ التّصميمِ تامِّ العشوائيّةِ مساويةً لتصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ فلا بدَّ أن يكونَ $r_c=RE*r_b$

فعلى سبيلِ المثالِ، لو كانَ (RE=1.6) وكانتْ عددُ تكراراتِ المعالجاتِ (عددُ القطّاعاتِ) فِي تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ هوَ (r_b=r=5) فلا بدَّ أن يكونَ عددُ التّكراراتِ فِي التّصميمِ تامِّ العشوائيّةِ للوصولِ إلى الكفاءةِ نفسها لتصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ مساوياً للقيمةِ ($R_c=RE*r_b=1.6*5=8$).

مثال (7–3):

نفّذتْ تجربةٌ باستخدامِ تصميمِ (CRBD) لدراسةِ تأثيرِ أربعةِ أصنافٍ مِن أدويةِ ارتفاعِ الضّغطِ الشّرياني على مجموعةٍ مِنَ المرضى، وتمَّ تقسيمُ المرضى بحسبِ أعمارهم إلى (5) قطّاعاتٍ، وكانتِ النّتائجُ بعدَ التّحليلِ مدوّنةً بجدولِ تحليلِ التّبايُنِ رقم (7–9).

جدول (7–9): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) بتصميمِ (CRBD).

مصادر التباين S.O.V	درجاتُ الحريةِ d.f	*S.S*	التباينات *M.S*	*F* المحسوبة *F cal.*
القطاعات Blocks	r-1=4	SSBk=21.46	MSBk=5.36	
المعاملاتُ Treatments	t-1=4-1=3	SSTr=134.45	MSTr=44.83	20.46
الخطأ التجريبي Error	(t-1)* (r-1)=12	SSE=26.26	MSE=2.19	
التباينُ الكلّي Total	tr-1=19	SSTO=182.17		

المطلوبُ: مِن أجلِ التّأكّدِ مِن ملاءمةِ التّصميمِ المستعملِ فِي التّجربةِ قمْ بقياسِ كفاءةِ تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (RCBD) مقارنةً معَ التّصميمِ تامِّ العشوائيّةِ (CRD)

الحلُّ:

لقياسِ كفاءةِ تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (CRBD) مقارنةً معَ التّصميمِ تامِّ العشوائيّةِ (CRD) يمكننا استخدامُ المقياسِ الآتِي:

$$RE(CRBD:CRD)\% = \frac{(r-1)MSBk + r(t-1)MSE}{(rt-1)MSE} \times 100$$

$$= \frac{4 \times 5.36 + 15 \times 2.19}{19 \times 2.19} \times 100 = 131\%$$

وهذهِ النّتيجةُ تعني أنَّ تصميمَ (CRBD) أكبرُ كفاءةً مِن تصميمِ (CRD) بمقدارِ (30%)، أي إنَّ استعمالَ 130 تكراراً (مريضاً) باستعمالِ تصميمِ (CRD) تعطي النتيجةِ نفسها لاستعمالِ (100)مكرّرٍ (مريضٍ) باستعمالِ تصميمِ (CRBD) لذلكَ فإنَّ التّكلفةَ الاقتصاديّةَ فِي حالِ تطبيقِ تصميمِ (CRD) تكونُ أعلى وإنَّ استعمالَ تصميمِ (CRBD) أفضلُ.

فِي هذا المثالِ بِما إنَّ الكفاءةَ النّسبية تساوي(RE=1.3) وعددُ تكراراتِ المعالجاتِ (القطّاعاتِ) فِي تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ هوَ (r_b=r=5) فلا بدَّ أنْ يكونَ عددُ التّكراراتِ فِي التّصميمِ تامِّ العشوائيّةِ للوصولِ إلى الكفاءةِ نفسها لتصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ مساوياً للقيمةِ(R_c=RE*r_b=1.3*5=6.5=7).

مثال (7-4):

الشكل التالي يمثل مخطط تجربة على أرض زراعية بتصميم القطاعات العشوائية الكاملة (CRBD) لتقييم (3) أصناف من السماد (t_1, t_2, t_3) في إنتاج القمح. وقبل جني المحصول تعرضت قطعة أرض واحدة للتلف بسبب عوامل خارجية.

القطاعات	المشاهدات (كميات القمح) كغ		
القطّاعُ الأوّل (B1)	t_3=3	t_1=6	t_2=5
القطّاعُ الثّاني (B2)	t_2=6	t_1=10	t_3=2
القطّاعُ الثّالث (B3)	t_1=9	t_3=4	.....
القطّاعُ الرّابع (B4)	t_2=2	t_3=4	t_1=10

شكل (7-6): مخطط التجربة للمثال (7-4).

المطلوب:

1- نظم البيانات و قدر قيمة محصول قطعة الأرض المفقودة (....)

2- نظم جدول تحليل التباين للتجربة و هل هناك فروق معنوية بين المعاملات ؟

3- هل تقسيم الوحدات التجريبية إلى قطاعات كان ذا أهمية في التصميم ؟

4- طبق اختبار (LSD) لمقارنة متوسطات أصناف السماد بمستوى معنوية (α=0.05)؟

5- احسب كفاءة تصميم القطاعات العشوائية الكاملة (CRBD) مقارنة مع التصميم (CRD).

الحل: يتم تنظيم البيانات بالجدول الآتي لتسهيل عملية إجراء العمليات الإحصائية:

جدول (7-10): تنظيم البيانات التي تمثل كميات القمح للمثال (7-4).

	المشاهدات				مجموع المعاملات
اصناف السماد	**B1**	**B2**	**B3**	**B4**	
t_1	6	10	9	10	$Y_{1.}$=35
t_2	5	6	….	2	$Y_{2.}$=13
t_3	3	2	4	4	$Y_{3.}$=13
	14	**18**	**13**	**16**	$Y_{..}$=61

يتم تقدير القيمة المفقودة بالعلاقة الآتية:

$$Y_{ij} = \frac{r(\sum BK) + t(\sum t) - Y_{..}}{(r-1)(t-1)} = \frac{4(\mathbf{13}) + 3(13) - \mathbf{61}}{(3)(2)} = 5$$

4- صياغة الفروض الإحصائية:

- **الفرض العدمي:** (H_0: $\mu_1=\mu_2=\mu_3$) متوسطات الإنتاج لأصناف السماد الثلاثة متساوية.
- **الفرض البديل** :(H_1) متوسطات الانتاج لأصناف السماد الثلاثة غير متساوية (أو يوجد على الأقل متوسطان غير متساويين).

5- تنظيم الحسابات في جدول تحليل التباين (AVOVA TABLE):

تستبدل القيمة المفقودة وتوضع المقدرة مكانها ويصبح الجدول كما يأتي:

جدول (7-11): تنظيم البيانات بعد تقدير القيمة المفقودة.

المعاملات	المشاهدات				مجموع المعاملات	متوسطات المعاملات
	B1	B2	B3	B4		
t_1	6	10	9	10	$Y_{1.}=35$	8.75
t_2	5	6	5	2	$Y_{2.}=18$	4.5
t_3	3	2	4	4	$Y_{3.}=13$	3.25
	14	18	18	16	$Y_{..}=66$	

حساب معامل التصحيح (Correction Factor -CF):

$$CF = \frac{(Y_{..})^2}{tr} = \frac{(\sum y_{ij})^2}{tr} = \frac{(66)^2}{4 \times 3} = 363$$

1- حساب مجموع المربعات الكلية (Sum Square of Total-SSTO):

$$SSTO = \sum y_{ij}^2 - CF = ((7)^2 + (12)^2 + \dots\dots (3)^2) - 363$$
$$= 452 - 363 = 89$$

2- حساب مجموع مربعات المعاملات (Sum Square of treatments -SSTr):

$$SSTr = \frac{\sum_1^t (y_{i\bullet})^2}{r} - CF = \frac{(35)^2 + (18)^2 + (13)^2}{4} - 363$$
$$= 429.5 - 363 = 66.5$$

3- مجموع مربعات القطاعات (SSBK):

$$SSBk = \frac{\sum_1^r (y_{\bullet j})^2}{t} - CF = \frac{(14)^2+(18)^2+(18)^2+(16)^2}{3} - 363 = 3.66$$

4- حساب مجموع مربعات الخطأ التجريبي (Sum Square of Error -SSE):

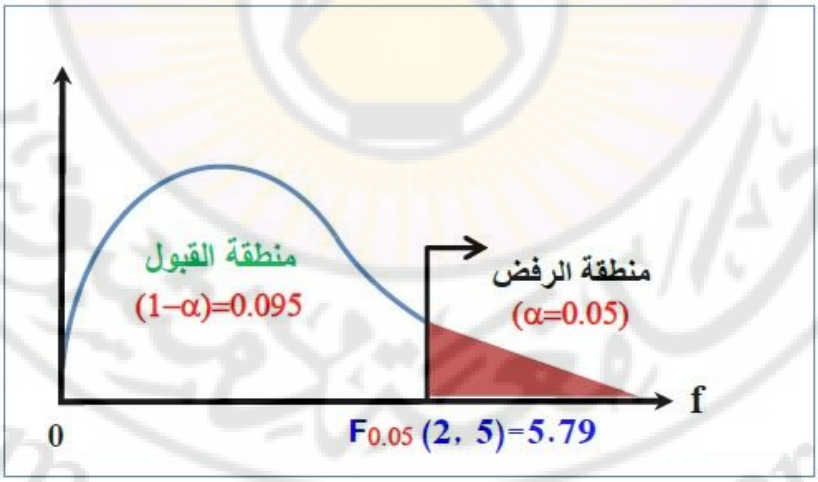
$$SSE = SSTO - SSTr - SSBK = 89 - 66.5 - 3.66 = 18.84$$

جدول (7–12): جدول أنوفا للمثال (7–4).

مصادر التباين (S.O.V)	(SS)	df	(التباينات) (MS)	F (المحسوبة)	F (الجدولية)
بين المعاملات Treatments	SSTr=66.5	t-1=2	MSTr= 33.25	$F_t = \frac{33.25}{3.77} = 8.82$	$F_{0.05}(2,5)=5.79$
القطاعات Blocks	SSBK=3.66	r-1=3	MSBK= 1.22	$F_{Bt} = \frac{1.22}{3.77} = 0.32$	$F_{0.05}(3,5)=5.41$
الأخطاء التجريبية (Error)	SSE=18.84	(t-1)(r-1)-1=5	MSE=3.77		
المجموع Total	SSTO = 89	tr-1-1=10			

5- تحديد منطقتي القبول والرفض:

تُحدّدُ منطقتا القبول والرفض بالحصول على قيمة F_T (F الجدولية) بمستوى معنوية (α=0.05) أي استخراج قيمة $F_{0.05}(2, 5)=5.79$



شكل (7–7): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (7–4).

5- المقارنة واتخاذ القرار: بما أن قيمة (F_t=8.82) المحسوبة أكبر من قيمة(F_T=5.79) الجدولية فإن القرار برفض الفرض العدمي أي يوجد على الأقل متوسطان غير متساويين.

ثانياً: اختبارُ أهميّةِ أخذِ القطّاعاتِ بالحسبانِ عندَ التّصميمِ:

- بِما أنّ (F) المحسوبة للقطاعات أصغر من الجدولية

$(F_{BT} = 5.41) > (F_{BC} = 0.32)$ فإنّنا نستنتجُ أنَّ استخدامَ القطّاعاتِ فِي هذهِ التّجربةِ لم يكن مفيداً.

تطبيق اختبار (LSD):

تحسب قيمة (LCD) من المعادلة الآتية: $LSD = t_{\left(\frac{\alpha}{2},\ dfe\right)}\sqrt{\frac{2MSE}{r}}$

ويتم استخراج القيمة الجدولية (t) وفقاً للآتي:

$$t_{\left(\frac{\alpha}{2},\ dfe\right)} = t_{(0.025,\ 5)} = 2.57$$

$$LSD = t_{\left(\frac{\alpha}{2},\ dfe\right)}\sqrt{\frac{2MSE}{r}} = 2.57 \times \sqrt{\frac{2\times 3.77}{4}} = 3.53$$

ثم يتم تنظيم الجدول (7-13) لتنظيم مقارنة المتوسطات.

جدول (7-13): تطبيق اختبار LSD.

LSD 3.53	t_3=3.25	t_2=4.5	t_1=8.75
Mean			
t_1=8.75	5.5*	4.25*	0
t_2=4.5	1.25	0	0
t_3=3.25	0		

لقياس كفاءة تصميم القطاعات العشوائية الكاملة (CRBD) مقارنة مع التصميم تام العشوائية (CRD)

كفاءة تصميم القطاعات العشوائية الكاملة (CRBD) مقارنة مع التصميم تام العشوائية (CRD)

$$RE(CRBD:CRD)\% = \frac{(r-1)MSBK + r(t-1)MSE}{(rt-1)MSE} \times 100$$

$$= \frac{(3)1.22 + 4(2)3.77}{(11)3.77} \times 100 = 81.5\%$$

Damascus University

وقل رب زدني علما
جامعة دمشق
Damascus University

الفصلُ الثّامنْ

تصميمُ المُربّعِ اللاتينيّ

Latin Square Design (L.S)

8-1- مُقدّمة:

رأينا سابقاً فِي تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (CRBD) يَتِمُّ تجميعُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ المتجانسةِ فِي قطّاعٍ واحدٍ بحيث تكونُ الوَحداتُ التّجريبيّةُ داخلَ القطّاعِ متجانسةً بالنّسبةِ لمصدرِ اختلافٍ معيّنٍ (درجةُ الخصوبةِ)، ولكنْ تَختلِفُ مِنْ قطّاعٍ إلى آخرَ. حيثُ كانَ الهدفُ الأساسيُّ مِنْ هذا التّجميعِ هوَ إزالةُ (أو فصلُ) مصدرٍ جديدٍ مِن مصادرِ الاختلافِ (بينَ القطّاعاتِ) عَنِ الخطأِ التّجريبيِّ ممّا يزيدُ مِنْ دقّةِ التّجربةِ.

وفِي بعضِ التّجارب يَرغَبُ الباحثُ فِي التّحكّمِ فِي مصدرين للاختلافِ (خصوبةُ التّربةِ وملوحةُ التّربةِ) عوضاً عن مصدرٍ واحدٍ، وهذا يَصْعُبُ تحقيقهُ فِي تصميمِ (CBRD).

أمّا تصميمُ المُربّعِ اللّاتينيّ فيُتيحُ للباحثِ التّحكّمَ فِي مصدرينِ للاختلافِ فِي آنٍ واحدٍ، وذلكَ بتقسيمِ الوَحداتِ التّجريبيّةِ غيرِ المتجانسةِ إلى مجموعاتٍ فِي اتجاهينِ متعامدينِ، و ذلكَ على أساسِ صفتينِ متعامدتينِ، أي استعمالُ نوعينِ مِنَ القطّاعاتِ، النّوعُ الأوّلُ و يُرمزُ لهُ بالصّفوفِ (Rows) و الثّاني يُرمزُ لهُ بالأعمدةِ (Columns) وبالتّالي يَتِمُّ فصلُ مصدرينِ للاختلافِ عَنِ الخطأِ التّجريبيّ ممّا يُؤدّي إلى زيادةِ دقّةِ التّجربةِ.

8-2- تصميمُ المُربّعِ اللّاتينيّ (LS):

تصــميمُ المُربّعِ اللّاتينيّ هوَ ذلكَ التّصــميمُ الذّي يَتِمُّ فيهِ تجميعُ (تقســيمُ) الوَحداتِ التّجريبيّة غيرِ المتجانسـةِ إلى مجموعاتٍ تضـمُّ كُلٌّ منها وَحداتٍ تجريبيّةً متجانســةً بعددِ المعاملاتِ نفســها الدّاخلةِ فِي التّجربةِ، ويَتِمُّ التّجميعُ فِي اتجاهينِ متعامدينِ همَا صــفوفٌ (Rows) وأعمدةٌ (Columns) بشــرطِ أنَّ كُلَّ معاملةٍ تظهرُ مرّةً واحدةً فقط فِي كُلِّ صـفٍّ و مّرةً واحدةً فقط فِي كُلِّ عمودٍ، ومعنى ذلكَ أنَّ كُلَّ صفٍّ وكُلَّ عمودٍ هوَ بمثابةِ قطّاعٍ.

ويكونُ عددُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ المطلوبةِ لتطبيقِ تجربةٍ ما باسـتخدامِ هذا التّصـميمِ مُساوياً لمُربّعِ عددِ المعاملاتِ المطلوبِ دراستها فِي تلكَ التّجربةِ، ويُرمزُ للمعاملاتِ بالحروفِ اللاتينيّةِ ومِن هنا جاءَت تسـميةُ هذا التّصـميمِ باسـم المُربّعِ اللّاتينيّ .

8-2-1- استخداماتُ تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ (LS):

فيما يأتي الحالاتُ التّي يُستخدمُ فيها تصميمُ المُربّعِ اللّاتينيّ:

- يُســتخدمُ هذا التّصــميمُ فِي حالةِ عدمِ التّجانسِ (الاختلافِ) فِي اتجاهينِ متعـامـدينِ، يكوّنـانِ مصـــــدرينِ للاختلافِ (التّبـايُنِ) مثلاً اختلافٌ فِي خصـوبةِ التّربةِ يتّجهُ مِنَ الشّـمالِ إلى الجنوبِ واختلافٌ آخرَ فِي ملوحةِ التّربةِ يتّجهُ مِنَ الشّرقِ إلى الغربِ.
- يُستخدمُ فِي حالةِ عددِ المعاملاتِ من 4-8 معاملاتٍ بشرطِ عدمِ تكرارِ أيِّ معاملةٍ داخلَ أيِّ صفٍّ أو عمودٍ.

8-2-2 مُميّزاتُ تصميمِ المُربّعِ اللاّتينيّ (LS) وعيوبُه:

مُميّزاتُ التّصميمِ (LS):

1- فِي تصـميمِ المُربّعِ اللاّتينيّ يكونُ عددُ المعاملاتِ يسـاوي عددَ الصّـفوفِ ويسـاوي عددَ الأعمدةِ(t=r=c)، و يكونُ عددُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ فِي هذا التّصميمِ مساوياً لمُربّعِ عددِ المعاملاتِ المطلوبِ دراسة تأثيرها.

2- إنَّ شرطَ المُربّعِ اللاّتينيّ هوَ أنَّ كُلَّ معاملةٍ تظهرُ مرّةً واحدةً فقط فِي كُلِّ صفٍّ و مرّةً واحدةً فقط فِي كُلِّ عمودٍ.

3- يَتِمُّ توزيعُ المعاملاتِ على الصّـفوفِ والأعمدةِ بطريقةٍ عشـوائيّةٍ بشـرطِ أنَّ كُلَّ معاملةٍ تظهرُ مرّةً واحدةً فقط فِي كُلِّ صفٍّ و مرّةً واحدةً فقط فِي كُلِّ عمودٍ.

4- تصـــميمُ المُربّعِ اللاّتينيّ يُعدُّ أدقَّ (أكفأ) مِنَ التّصـــميمينِ (RCBD) و (CDR).

5- يُمكنُ تقديرُ القيمِ المفقودةِ بســـهولةٍ بمعادلةٍ خاصّـــةٍ فِي حالةِ فقدِ بعضِ الوَحداتِ التّجريبيّةِ.

6- التّحكّمُ فِي الاختلافاتِ الموجودةِ أصـــلاً بينَ الوَحداتِ التّجريبيّةِ بدرجةٍ أكبر مِنَ التّصـميمينِ السّـابقينِ وبالتّالي يكونُ تباينُ الخطأِ أصـغرَ ممّا يُؤدّي إلى زيادةِ كفاءةِ التّجربةِ ودقّتها.

عيوبُ التّصميمِ (LS):

إنَّ مِنْ أكبرِ عيوبِ هذا التّصـــميمِ زيادةَ نســـبةِ الخطأ التّجريبيّ فِي حالةِ استعمالِ أقلّ مِنْ ثلاثِ معاملاتٍ وكذلكَ يُصـبحُ التّحليلُ مُعقّداً فِي حالةِ زيادةِ عددِ المعاملاتِ عن ثمانٍ.

1- لا يُنصـحُ باسـتخدامِ هذا التّصـميمِ إذا كانَ عددُ المعاملاتِ أقلَّ مِنْ (3) معاملاتٍ، لأنَّ درجاتِ حرّيّةِ الخطأ التّجريبيّ تسـاوي ((dfe=(t-1)(t-2)

تكونُ قليلةً وبالتّالي ترتفعُ قيمةُ تبايُنِ الخطأ التّجريبيّ ($MSE = \frac{SSE}{dfe}$) ممّا يُؤدّي إلى اتّخاذِ قراراتٍ خاطئةٍ Kمثلاً فِي حالةِ مُرّبعٍ لاتينيّ (2×2) لا يبقى درجات الحرّيّة للخطأ (dfe=0)، وفِي حالةِ (3×3) يكونُ هناكَ درجتا حرّيّة للخطأ التّجريبيّ (dfe=2) فقط، لذلكَ لا يُنصحُ باستخدامِ هذا التّصميمِ فِي حالةِ قلّةِ المعاملاتِ عَن ثلاثٍ.

2- لا يُنصحُ باستخدامِ هذا التّصميمِ إذا كانَ عددُ المعاملاتِ أكثَر مِن (8) معاملاتٍ، لأنَّ عددَ الوَحداتِ التّجريبيّة يساوي مُربّع عددِ المعاملاتِ، وبالتّالي زيادةُ عددِ المعاملاتِ يُؤدّي إلى ارتفاعِ عددِ الوَحداتِ التّجريبيّة وعليهِ فإنّهُ كلّما زادَتْ عددُ الوَحداتِ التّجريبيّة زادَ الخطأُ التّجريبيّ.

3-

3-8- تخطيطُ التّجربةِ (Layout of the Experiment):

يَتمثّلُ تصميمُ المُربّعِ اللّاتينيّ الذّي يحتوي على (5) معاملاتٍ هيَ (A, B, C, D, E) فِي مُربّعٍ مكوّنٍ مِن (5) صفوفٍ و (5) أعمدةٍ، ومخطط هذا التّصميمِ موضّحُ بالشّكلِ (8-1) الذّي يُسمَّى المُربّعُ اللّاتينيّ القياسيّ، و المُربّعُ القياسيّ هوَ المُربّعُ الذّي تترتّبُ فيهِ المعاملاتُ فِي العمودِ الأوّلِ أو الصّفِ الأوّلِ ترتيباً تنازليّاً أو تصاعديّاً. وفِي كُلِّ الأحوالِ تظهرُ المعاملةُ مرّةً واحدةً فقط فِي كُلِّ صفٍّ و مرّةً واحدةً فقط فِي كُلِّ عمودٍ.

	1	2	3	4	5
1	A	B	C	D	E
2	B	C	D	E	A
3	C	D	E	A	B
4	D	E	A	B	C
5	E	A	B	C	D

شكل (8-1): المُربّعُ اللّاتينيّ القياسيّ.

ومِن أجلِ تنفيذِ تجربةٍ بتصـــميمِ المُربّعِ اللاّتينيّ نقومُ أوّلاً باختيارِ مُربّعٍ لاتينيٍّ قياســـيٍّ ثمَّ نُطبّقُ عمليّةَ التّعشـــيةِ على هذا المُربّعِ ليُصـــبِحَ مخطّطٌ معتمدٌ للتّجربةِ وذلكَ عَن طريقِ تبديلِ الصّـفوفِ معَ بعضِـها وتبديلِ الأعمدةِ معَ بعضِـها بطريقةٍ عشـــوائيّةٍ، مع ملاحظةِ أنّه بعدَ عمليّةِ التّعشـــيةِ يَحتفِظُ المُربّعُ اللاّتينيّ بالخاصـيّةِ الأسـاسـيّةِ وهيَ أنَّ كُلَّ معاملةٍ تظهرُ مرّةً واحدةً فِي كُلِّ عمودٍ وفِي كُلِّ سطرٍ كَمَا بالشّكلِ (8-2).

	2	4	5	3	1
3	B	C	A	D	E
5	C	E	B	A	D
1	A	B	D	E	C
4	D	A	E	C	B
2	E	D	C	B	A

شكل (8-2): المربع اللاتيني العشوائي.

مثال (8-1):

كمثالٍ لتخطيطِ تجربةٍ باسـتخدامِ تصـميمِ المُربّعِ اللاّتينيّ، نفرضُ أنَّ عددَ المعاملاتِ المُراد تطبيقها (t=5) معاملاً وهيَ (A, B, C, D, E)، لذلكَ يجبُ أنْ يكونَ عددُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ ($t^2=25$)، مقسّـمةً إلى خمسـةِ صـفوفٍ و خمسـةِ أعمدةٍ، ويَتِمُّ توزيعُ المعاملاتِ على الوَحداتِ التّجريبيّةِ بشكلٍ عشوائيٍّ و بشرطِ أنَّ كُلَّ معاملةٍ تظهرُ مرّةً واحدةً فقط فِي كُلِّ صفٍّ و مرّةً واحدةً فقط فِي كُلِّ عمودٍ كَمَا هوَ مُبيّنٌ بالجدولِ (8-1).

جدول (8-1): تخطيطُ تجربةٍ بتصميمِ (LS).

		مستوياتُ عاملِ قطّاعاتِ الأعمدةِ				
		C1	C2	C3	C4	C5
مستوياتُ عاملِ قطّاعاتِ الصّفوفِ	R1	E	B	A	D	C
	R2	D	E	B	C	A
	R3	A	C	D	B	E
	R4	B	A	C	E	D
	R5	C	D	E	A	B

مثال (8-2):

يُمكنُ استعمالُ تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ فِي تجارب الإنتاجِ الحيوانيِّ بمردودٍ عالٍ، و ذلكَ بتجميعِ الوَحداتِ التّجريبيّةِ إلى مجاميعَ متجانسةٍ بالنّسبةِ للعمرِ و الوزنِ مثلاً، معَ اختبارِ أنواعٍ عدّةٍ مِنَ العلائِقِ و الجدول (8-2) يوضّحُ مخطّطَ التّجربةِ لدراسةَ تأثيرِ (5) أنواعٍ مِنَ العلائِقِ العلفيّةِ (معاملات) هي(A, B, C, D, E) المختلفة على تسمينِ الخرافِ (25 خروفاً).

الوَحداتُ التّجريبيّةُ هنَا تُمثّلُ (25 خروفاً) حيثُ قُسّـــمتْ إلى خمسِ مجموعاتٍ (أعمدةٍ) بحسبِ الوزنِ وكُلّ عمودٍ يتألّفُ مِن (5) خرافٍ، كذلكَ تمَّ تقسيمُ الخرافِ إلى خمسِ مجموعاتٍ (صـفوفٍ) بحسـبِ العائلةِ (السُّـلالةِ) كَمَا هوَ مُبيّنٌ بالجدولِ (8-2)، فتصميمُ المُربّعِ اللّاتينّي المستعملِ يُعطي كُلَّ رأسٍ ضمنَ العائلةِ الواحدةِ إحدى العلائِقِ الخمسِ، كَمَا و يُعطي كُلَّ رأسٍ ضمنَ المجموعةِ التّي تؤلّفُ وزناً معيّناً عليقةً مختلفةً.

جدول (8–2): تخطيطُ تجربةٍ لخمسِ علائِقَ علفيّةٍ بتصميمِ (LS).

		الأعمدةُ				
		وزن 1	وزن 2	وزن 3	وزن 4	وزن 5
الصّفوفُ	العائلة 1	D	A	B	C	E
	العائلة 2	A	B	E	D	C
	العائلة 3	B	C	D	E	A
	العائلة 4	E	D	C	A	B
	العائلة 5	C	E	A	B	D

مثال (8–3):

نُفِّذَتْ تجربةٌ لاختبارِ (4) أصنافٍ مِن دواءِ الضّغطِ وهيَ (A, B, C, D) على (16) مريضاً باستخدامِ تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ (L.S) وتمَّ تصنيفُ المرضى بحسبِ مؤشّرِ العمرِ بالسّنواتِ إلى (4) فئاتٍ مثّلتِ الصّفوفَ، ووفقَ مؤشّرِ الوزنِ بالكلغ إلى (4) فئاتٍ مثّلتِ الأعمدةَ، الجدولُ (8–3) يُمثّلُ هذا التّصميمَ.

جدول (8–3): تخطيطُ تجربةٍ لأربعةِ أصنافِ دواءٍ بتصميمِ (LS).

		الأعمدةِ الوزن (كغ)			
		C1 0-30	**C2 30-60**	**C3 60-90**	**C4 90-120**
الصّفوفِ العمر (السّنة)	**R1 0-20**	**D**	**B**	**A**	**C**
	R2 20-40	**B**	**A**	**C**	**D**
	R3 40-60	**C**	**D**	**B**	**A**
	R4 60-80	**A**	**C**	**D**	**B**

لاحِظ: أنَّ كُلَّ وحدةٍ تجريبيّةٍ تُمثّلُ مريضاً واحداً وكُلَّ معاملةٍ (صنف دواء) تظهرُ مرّةً واحدةً فقط فِي كُلِّ صفٍّ و مرّةً واحدةً فقط فِي كُلِّ عمودٍ.

8-4- تنظيمُ البياناتِ (المُشاهداتِ):

بعدَ تسـجيلِ المُشـاهداتِ للوَحداتِ التّجريبيّةِ، يَتِمُّ تنظيمها بالجدولِ (8-4) تمهيداً لحسابِ المجاميع الخاصّةِ بتحليلِ التّبايُنِ وتنظيمها فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ.

جدول (8-4): تنظيمُ المُشاهداتِ لتجربةٍ بتصميمِ (LS).

		الأعمدة				مجاميعُ الصّفوفِ	مجاميعُ المعاملاتِ	مُتوسّط المعاملاتِ
		C1	C2	C3	C4			
الصفوف	R1	y_{11}(D)	y_{12}(B)	y_{13}(A)	y_{14}(C)	$\sum R_1$	$\sum A$	$\bar{A}$
	R2	y_{21}(B)	y_{22}(A)	y_{23}(C)	y_{24}(D)	$\sum R_2$	$\sum B$	$\bar{B}$
	R3	y_{31}(C)	y_{32}(D)	y_{33}(B)	y_{34}(A)	$\sum R_3$	$\sum C$	$\bar{C}$
	R4	y_{41}(A)	y_{42}(C)	y_{43}(D)	y_{44}(B)	$\sum R_4$	$\sum D$	$\bar{D}$
مجاميعُ الأعمدةِ		$\sum C_1$	$\sum C_2$	$\sum C_3$	$\sum C_4$	المجموع الكلي $y_{..}$		

8-5- النّموذجُ الرّياضيُّ العامُّ لتصميمِ المُربّعِ اللّاتينيِّ (LS):

معادلةُ النّموذجِ الرّياضيّ لتصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ كَمَا يلِي:

$$Y_{ij(k)} = \mu + r_i + c_j + t_k + e_{ij(k)}$$

$Y_{ij(k)}$: قيمةُ المُشـاهدةِ الخاصّـةِ بالوحدةِ التّجريبيّةِ التّي طُبّقتْ عليها المعاملةُ (k) والتّي تقعُ فِي الصّفِّ (i) والعمودِ (j).

μ : المتوسّطُ العامُّ للصّفةِ المدروسةِ (المجتمعِ) ويُقدَّرُ بقيمةِ المتوسّطِ العامِّ لمُشاهداتِ التّجربةِ.

r_i: قيمةُ التّأثيرِ الحقيقيّ للصّفِّ i.

c_i: قيمةُ التّأثيرِ الحقيقيّ للعمودِ j.

t_k: قيمةُ التّأثيرِ الحقيقيّ للمعاملةِ k.

$e_{ij(k)}$: القيمةُ الحقيقيّةُ للخطأِ التّجريبيّ الخاصِّ بالمُشاهدةِ التّي طُبّقتْ عليها المعاملةُ (k) والتّي تقعُ فِي الصّفِّ (i) والعمودِ (j).

8-6- الأهدافُ الأساسيّةُ مِنْ تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ (LS):

إنَّ لتصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ الأهدافَ الآتيةَ:

1- اختبارُ تَساوي مُتوسّطاتِ المعالجاتِ.

2- اختبارُ أهميّةِ أخذ الصّفوفِ بالحسبان عندَ التّصميمِ.

3- اختبارُ أهميّةِ أخذ الأعمدةِ بالحسبان عندَ التّصميمِ.

4- إجراءُ المقارناتِ الثّنائيّةِ أو البعديّةِ بينَ مُتوسّطاتِ المعاملاتِ باستخدامِ اختباراتِ (LSD, DMRT).

8-6-1- اختبارُ تساوي مُتوسّطاتِ المعالجاتِ:

خطواتُ تطبيقِ تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ (LS)

مِن أجلِ تحقيقِ الهدفِ الأوّل مِن تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ (LS)، يَتِمُّ تطبيقُ اختباراتِ الفروضِ الإحصائيّةِ لاختبارِ فيما إذا كانَ هناكَ فروقٌ معنويّةٌ بينَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ وفقاً للخطواتِ الآتيةِ:

1) صِياغةُ الفروضِ الإحصائيّةِ

2) تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE).

3) حسابُ قيمةِ إحصائية الاختبارِ (F_c).

4) استخراجُ قيمةِ (F_t) الجدوليّةِ وتحديدُ منطقتي القبولِ والرّفضِ.

5) المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ.

1- صِياغةُ الفروضِ الإحصائيّةِ:

- **الفرضُ العدميُّ:** ($H_0: \mu_1=\mu_2.....=\mu_t$) مُتوسّطاتُ المعالجاتِ متساويةٌ (لا يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ بينَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ).
- **الفرضُ البديلُ** :(H_1) مُتوسّطاتُ المعالجاتِ غيرُ متساويةٍ (أو يوجدُ على الأقلِّ متوسّطينِ غيرَ متساويينِ).

2- تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE)

فِي هذا التّصميمِ يَتِمُّ تقسيمُ المجموعِ الكلّي لمُربّعاتِ انحرافاتِ المُشاهداتِ عَنِ المُتوسّطِ العامِّ ($SSTO=\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}(y_{ij}-\bar{Y}..)$ ودرجاتِ الحرّيّةِ الكلّيّةِ ($df_{TO}=N-1=t^2-1$) وفقاً لمصادر الاختلافِ إلى (4) مكوّناتٍ (مصادرٍ) وهيَ:

1) مجموعُ مُربّعاتِ المعالجاتِ (SSTr) بدرجاتِ حرّيّة ($df_{SSTr}=t-1$).

2) مجموعُ مُربّعاتِ الصّفوفِ (SSr) بدرجاتِ حرّيّة ($df_{SSr}=t-1$).

3) مجموعُ مُربّعاتِ الأعمدةِ (SSc) بدرجاتِ حرّيّة ($df_{SSc}=t-1$).

4) مجموعُ مُربّعاتِ الخطأ التّجريبيّ (SSE) بدرجاتِ حرّيّة ($df_{SSE}=(t-1)(t-2)$).

$$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij}-\bar{y}..)^2=t\sum_{k=1}^{t}(\bar{T}_k-\bar{y}..)^2+t\sum_{i=1}^{t}(\bar{R}_i.-\bar{y}..)^2+t\sum_{j=1}^{t}(\bar{C}_j-\bar{y}..)^2+\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}(y_{ijk}-\bar{R}_i.-\bar{C}_j-\bar{T}_k+2\bar{y}..)^2$$

$$SSTO = SSTr + SSr + SSc + SSE$$

يمكنُ حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ (SS) لكُلِّ مصدرٍ مِن مصادرِ التّبايُنِ إمّا باستخدامِ المُتوسّطاتِ(Means) أو باستخدامِ المجاميعِ (Summations) كَمَا هوَ مُبيّنٌ بالجدولِ (5-8).

جدول (8–5): جدولُ حسابِ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ لتصميمِ (LS).

مصادرُ التّبايُن S.O.V	مجموع مربعات الانحرافات SS	
	باستخدام المتوسطات (*Means*)	باستخدام المجاميع (*Summations*)
الصّفوفُ Rows	$SSr = t\sum_{i=1}^{t}(\bar{R}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$	$SSr = \frac{\sum_1^t(\sum R_i)^2}{t} - \text{CF}$
الأعمدةُ Columns	$SSc = t\sum_{j=1}^{t}(\bar{C}_j - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$	$SSc = \frac{\sum_1^t(\sum C_i)^2}{t} - \text{CF}$
المعاملاتُ Treatments	$SSTr = t\sum_{k=1}^{t}(\bar{T}_k - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$	$SSTr = \frac{\sum_1^t(\sum T_i)^2}{t} - CF$
الخطأ التجريبي Error	$SSE = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}(y_{ijk} - \bar{R}_{i\bullet} - \bar{C}_j - \bar{T}_k + 2\bar{y}_{\bullet\bullet})^2$ SSE=SSTO – SSTr- SSr -SSC	SSE=SSTO – SSTr- SSr -SSC
التّباينُ الكلّي Total	$SSTO = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}(y_{ijk} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2$	$SSTO = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - CF$

تكوينُ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) لتصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ

يَتِمُّ تنظيمُ القيمِ المحسوبةِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ رقم (8–6).

جدول (8–6): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) لتصميمِ (LS).

مصادرُ التّبايُن S.O.V	*S.S*	*d.f*	(التّبايُنات) *M.S*	F (المحسوبة)	F (الجدوليّة)
الصّفوفُ Rows	SSr	t-1	$MSr = \frac{SSr}{t-1}$	$F_r = \frac{MSr}{MSE}$	$F_\alpha(t\text{-}1,(t\text{-}1)(t\text{-}2))$
الأعمدةُ Columns	SSc	t-1	$MSc = \frac{SSc}{t-1}$	$F_c = \frac{MSc}{MSE}$	
المعاملاتُ Treatments	SSTr	t-1	$MSTr = \frac{SSTr}{t-1}$	$F_{tr} = \frac{MSTr}{MSE}$	
الخطأ التّجريبيّ Error	SSE	(t-1)(t-2)	$MSE = \frac{SSE}{(t-1)(t-2)}$		
المجموعُ Total	SSTO	t^2-1			

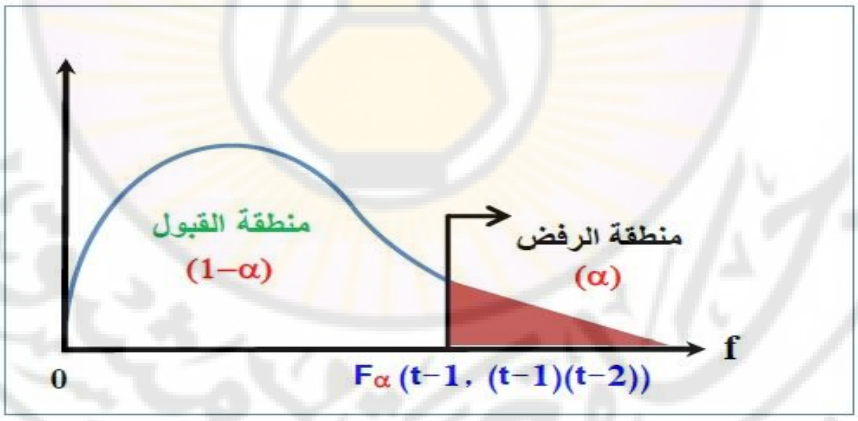
C.F: يُمثّلُ مُعامل التّصحيحِ ويساوي: $CF = \frac{(Y_{\bullet\bullet})^2}{t^2}$

3- حسابُ إحصائيّةِ الاختبارِ (F_c):

يَتِمُّ حسابُ قيمةِ إحصائيّةِ الاختبارِ (F_c المحسوبةِ) مِن جدولِ أنوفا السّابقِ وتُحسَبُ مِنَ العلاقةِ:

$$F_C = \frac{MSTr}{MSE}$$

4-تحديدُ منطقتي القبولِ والرّفضِ: تُحدّدُ منطقتا القبولِ والرّفضِ بالحصولِ على قيمةِ (F_T) الجدوليّةِ مِن جدولِ (F) بدرجاتِ حرّيّة(t-1) للبسطِ و (t-2) (t-1) للمقامِ بمُستوى معنويّة (α) أي استخراجُ قيمةِ $F_t = F_\alpha(t-1,(t-1)(t-2))$ وفِي اختبارِ تحليلِ التّبايُنِ يكونُ نوعُ الاختبارِ مِنَ الطّرفِ الأيمنِ، أي إنَّ منطقةَ الرّفضِ تقعُ بالكاملِ على الطّرفِ الأيمنِ كَمَا بالشّكل (8-3).



شكل (8-3): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتي القبولِ والرّفضِ لاختبارِ F بتصميمِ (LS).

5- **المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ:** إذا كانت قيمةُ(F_C) المحسوبةِ مِن إحصائية الاختبارِ أقلّ مِن قيمةِ (F_T) الجدوليّةِ عندَ مستوى المعنويّةِ ودرجاتِ الحرّيّةِ المعيّنة نقبلُ الفرضَ العدميّ بتساوي مُتوسّطاتِ المعالجاتِ، أمّا إذا كانت قيمةُ (F_C)

المحســـوبة مِن إحصـــائية الاختبارِ أكبر مِن قيمةِ (F_T) الجدوليّةِ نرفضُ الفرضَ العدميّ أي هناكَ فرقٌ معنويٌّ بينَ مُتوسّـطاتِ المعالجاتِ، أو يُوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطان غير متساويين.

8-6-2- اختبارُ أهميّةِ أخذِ الصّفوفِ بالحسبان فِي تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ:

يُمكنُ اختبارُ أهميّةِ أخذِ الصّفوفِ بالحسبان باستخدامِ النّسبةِ $F_r = \frac{MSr}{MSE}$ كمؤشّرٍ للدّلالةِ على مدى أهميّةِ استخدامِ الصّفوفِ فِي هذا التّصميمِ، ثمَّ مقارنتها مع القيمةِ الجدوليّةِ

$$F_{tab} = F_\alpha(t-1,(t-1)(t-2))$$

- فإذا كانَ $F_r > F_{tab}$ فيكون استخدامَ الصّفوفِ فِي هذهِ التّجربةِ فعالاً ومفيداً.
- وأمّا إذا كانَ $F_r \leq F_{tab}$ فإنَّ استخدامَ الصّفوفِ فِي هذهِ التّجربةِ لمْ يكنْ مفيداً.

8-6-3- اختبارُ أهميّةِ أخذِ الأعمدةِ بالحسبان فِي تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ (LS):

بالطّريقةِ نفسها يمكنُ اختبارُ أهميّةِ أخذِ الأعمدةِ بالحسبانِ فِي تصميمِ التّجربةِ باستخدامِ النّسبةِ $F_c = \frac{MSc}{MSE}$ كمؤشّرٍ للدّلالةِ على مدى أهميّةِ استخدامِ الأعمدةِ فِي هذا التّصميمِ.

ثمَّ مقارنتها مع القيمةِ الجدوليّةِ $F_{tab} = F_\alpha(t-1,(t-1)(t-2))$

- فإذا كانَ $F_c > F_{tab}$ فيكون استخدامُ الأعمدةِ فِي هذهِ التّجربةِ كانَ فعالاً ومفيداً.
- وأمّا إذا كانَ $F_c \leq F_{tab}$ فإنَّ استخدامَ الأعمدةِ فِي هذهِ التّجربةِ لمْ يكنْ مفيداً.

8-6-4- إجراءُ المقارناتِ البعديّةِ بينَ مُتوسّطاتِ المعاملاتِ باستخدامِ اختباراتِ (LSD, DMRT):

بعدَ الانتهاءِ مِن تنظيمِ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA) واختبارِ تساوي المُتوسّطاتِ، بعدها يكونُ اهتمامُ الباحثِ بتطبيقِ الاختباراتِ الثّنائيّةِ بينَ المعاملاتِ مِن أجلِ تبيانِ الفروقِ بينَ المُتوسّطاتِ ويَتِمُّ ذلكَ بتطبيقِ اختباريٍّ (LSD) ودنكن المُتعدّد (DMRT) بالطّريقةِ نفسها التّي طُبّقتْ بِالتّصاميم السّابقةِ.

8-7- الكفاءةُ النّسبيّةُ لتصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ بالمقارنةِ معَ التّصميمينِ (CRD و RCBD)

Relative Efficiency between LS & CRD & RCBD

8-7-1- الكفاءةُ النّسبيّةُ لتصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ (LS) مقارنةً معَ التّصميمِ العشوائيِّ الكاملِ (CRD):

الكفاءةُ النّسبيّةُ لتصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ (LS) مقارنةً بِما كانَ متوقّعاً لو استُخدِمَ التّصميمُ العشوائيُّ الكاملُ (CRD) يَتِمُّ حسابه بالمعادلةِ الآتية:

$$RE(LS:CRD)\% = \frac{MSr + MSc + (t-1)MSE}{(t+1)MSE} \times 100$$

8-7-2- الكفاءةُ النّسبيّةُ لتصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ (LS) مقارنةً معَ تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (RCBD):

الكفاءةُ النّسبيّةُ لتصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ (LS) مقارنةً بِما كانَ متوقّعاً لو استُخدِمَ تصميمُ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (RCBD) تُحسبُ كَمَا يأتِي:

أ- **كفاءةُ الصّفوفِ:** بافتراضِ أنَّ الصّفوفَ كانت تُستخدَمُ كقطّاعاتٍ فتُحسبُ الكفاءةُ النّسبيّة للصّفوفِ فِي تصميمِ (LS) بالمعادلةِ الآتيةِ:

$$RE_r(LS:RCBD)\% = \frac{MSr + (t-1)MSE}{t \times MSE} \times 100$$

ب- **كفاءةُ الأعمدةِ:** بافتراضِ أنَّ الأعمدةَ كانت تُستخدَمُ كقطّاعاتٍ فتُحسبُ الكفاءةُ النّسبيّة للأعمدةِ فِي تصميمِ (LS) بالمعادلةِ الآتيةِ:

$$RE_c(LS:RCBD)\% = \frac{MSc + (t-1)MSE}{t \times MSE} \times 100$$

8-8- تقديرُ القيمِ المفقودةِ فِي تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ:

فِي تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ (LS) قد يَتِمُّ فقدانُ مشاهدةٍ أو أكثرَ لأيِّ سببٍ مِنَ الأسبابِ، مثل تعرّضِ نباتاتِ وحدةٍ تجريبيّةٍ للتّلفِ، أو موتِ حيوانٍ، ويتم تقديرِ القيمةِ المفقودةِ وفقَ المعادلةِ الآتية:

$$\hat{Y}_{ijk} = \frac{t(\sum C_i + \sum R_i + \sum T_i) - 2(Y_{..})}{(t-1)(t-2)}$$

حيثُ إنَّ:

$\hat{Y}_{ijk}$: القيمةُ التّقديريّةُ للقيمةِ المفقودةِ.

$\sum R_i$: مجموعُ قيمِ المُشاهداتِ الموجودةِ فِي الصّفِ نفسِه الذّي فُقدتْ منهُ المُشاهدةُ (بدونِ القيمةِ المفقودة).

$\sum C_i$: مجموعُ قيمِ المُشاهداتِ الموجودةِ فِي العمودِ نفسِه الذّي فُقدتْ منهُ المُشاهدةُ (بدونِ القيمةِ المفقودة).

$\sum T_i$: مجموعُ قيمِ المُشاهداتِ الخاصّةِ بالمعاملةِ نفسِها التّي فُقدتْ منها المُشاهدةُ.

$Y_{..}$: المجموعُ الكلّي لكُلِّ مشاهداتِ التّجربةِ بعدَ فقدانِ المشاهدةِ (من دون القيمةِ المفقودةِ).

وبعدَ حسابِ القيمةِ التّقديريّةِ للقيمةِ المفقودةِ نُدخلُ هذهِ القيمةَ فِي مكانِها المُحدّد ضمنَ جدولِ البياناتِ ثمَّ نحسبُ المجاميعَ ثمَّ نُحلّلُ إحصائيّاً التّجربةَ بصورةٍ اعتياديّةٍ باستثناءِ:

- تقليلِ درجاتِ الحرّيّة للخطأ التّجريبيّ قيمة واحدة عن كُلِّ قيمةٍ مفقودةٍ ليُصبحَ $\{(t-1)(t-2)-1\}$ و درجاتِ الحرّيّة الكلّيّة درجة واحدة ليُصبحَ (t^2-2)وذلكَ لأنَّ هذه القيمةَ التّي تمَّ تقديرها لا يمكنُ عدّها حرّةً.

مثال (8-4): نُفذت تجربة بتصـــميم المربع اللاتيني لاختبار أربع معاملات (A, B, C, D) وتم تسجيل المشاهدات بالجدول الآتي:

	C1	C2	C3	C4
R1	A=6	C=4	B=3	D=1
R2	D=6	B=6	A=10	C=4
R3	C=6	A=8	…….	B=5
R4	B=5	D=3	C=2	A=7

المطلوب:

1- قدر القيمة المفقودة (….)

2- نظم جدول تحليل التباين للتجربة وهل يوجد فروق معنوية بين متوسطات المعاملات عند مستوى معنوية $(\alpha = 0.05)$؟

الحل:

يتم تقديرالقيمة المفقودة بالمعادلة الآتية:

$$\hat{Y}_{ijk} = \frac{t(\sum C_i + \sum R_i + \sum T_i) - 2(Y_{..})}{(t-1)(t-2)} = \frac{4(19+15+10) - 2(76)}{6} = 4$$

وبعد تقدير القيمة المفقودة يتم إدخالها بالجدول الرئيســي للمســألة ونعيد حســاب مجامع الأسطر والأعمدة والمعاملات.

جدول (8–7): تنظيمُ المُشاهداتِ بتصميمِ (LS) للمثال (8-4).

	C1	C2	C3	C4	مجاميع الصفوف	مجاميع المعاملات
R1	A=6	C=4	B=3	D=1	14	A=31
R2	D=6	B=6	A=10	C=4	26	B=19
R3	C=6	A=8	D=4..	B=5	23	C=16
R4	B=5	D=3	C=2	A=7	17	D=14
مجاميعُ الأعمدةِ	23	21	19	17	80	

1) حسابُ معاملِ التّصحيحِ (Correction Factor–CF):

$$CF = \frac{(Y..)^2}{t^2} = \frac{(80)^2}{16} = 400$$

2) حسابُ مجموعِ المُربّعاتِ الكلّيّةِ (Sum Square of Total – SSTO):

$$SSTO = \sum y_{ij}^2 - CF = ((6)^2 + (4)^2 \dots \dots + (7)^2) - 400 = 478 - 400 = 78$$

3) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ المعاملاتِ (SSTr):

$$SSTr = \frac{\sum_1^t (\sum T_i)^2}{t} - CF = \frac{(31)^2 + (19)^2 + (16)^2 + (14)^2}{4} - 400 = 43.5$$

4) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الأعمدةِ (Sum Square of Columns–SSc):

$$SSc = \frac{\sum_1^t (\sum C_i)^2}{t} - CF = \frac{(23)^2 + (21)^2 + (19)^2 + (17)^2}{4} - 400 = 5$$

5) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الصّفوفِ (Sum Square of Rows–SSr):

$$SSr = \frac{\sum_1^t (\sum R_i)^2}{t} - CF = \frac{(14)^2 + (26)^2 + (23)^2 + (17)^2}{4} - 400 = 22.5$$

حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الخطأ التّجريبيّ (Sum Square of Error-SSE):

$$SSE = SSTO - SSTr - SSr - SSc = 78 - 43.5 - 5 - 22.5 = 7$$

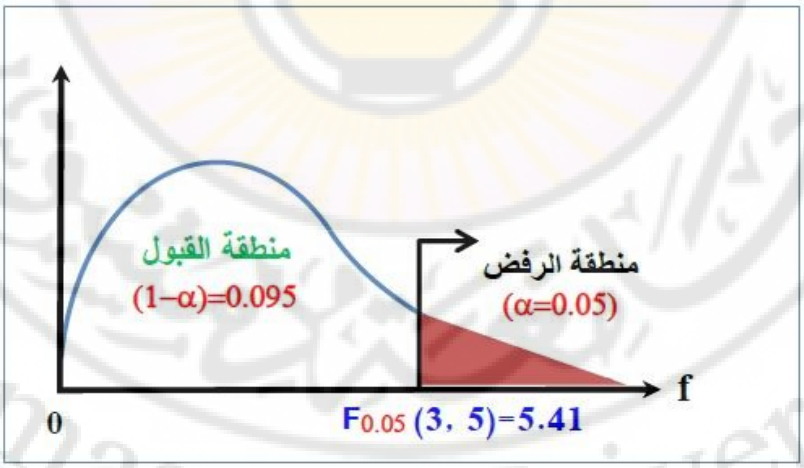
6) جدولُ تحليلِ التّبايُنِ Analysis of Variance (ANOVA Table)

يَتِمُّ تنظيمُ القيمِ المحسوبةِ وتنظيمها فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ رقم (8–8).

جدول (8–8): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) بتصميمِ (LS) للمثال (8-4).

مصادر الاختلاف S.O.V	*S.S*	*d.f*	التباينات *M.S*	F (المحسوبة) $F_{cal.}$	F (الجدوليّة) $F_{Tabl.}$
الصّفوفُ Rows	SSr=22.5	t-1=3	MSr=7.5		F(3, 5)=5.41
الأعمدةُ Columns	SSc=5	t-1=3	MSc=1.66		
المعاملاتُ Treatments	SSTr=43.5	t-1=3	MSTr=14.5	$F_{tr} = \frac{14.5}{1.4} = 10.36$	
الخطأ التّجريبيّ Error	SSE=7	(t-1)(t-2)-1=5	MSE=1.4		
التّباينُ الكلّيّ Total	SST=78	t^2-1-1=14			

المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ: بِما أنَّ قيمةَ (F_{tr}) المحسوبةِ (F_{tr}=10.36) أكبر مِن قيمةِ (F_{tab}) الجدوليّة التي تساوي (5.41) يكون القرار برفضِ الفرضِ العدمِ وقبولِ الفرضِ البديلِ بأنَّه يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطان غير متساويين كما بالشكل (8–4).



شكل (8–4): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (8–4).

مثال (8-5):

نُفِّذَتْ تجربةٌ لاختبارِ (4) أصنافٍ مِن دواءِ الضّغطِ وهيَ (A, B, C, D) على (16) مريضاً باستخدامِ تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ (L.S) تمَّ تصنيفُ المرضى بحسبِ مؤشّرِ العمرِ بالسّنواتِ إلى (4) فئاتٍ مثّلتِ الصّفوفَ، ووفقَ مؤشّرِ الوزنِ بالكغ إلى (4) فئاتٍ مثّلتِ الأعمدةَ، وقد سُجّلت نتائجُ قياسِ الضّغط لكُلِّ مريضٍ كَمَا هوَ مُبيّنٌ بالجدولِ (8-9).

جدول (8-9): تنظيمُ المُشاهداتِ لأربعةِ أصنافٍ مِن دواءِ الضّغطِ بتصميمِ (LS).

الأعمدةُ الصّفوفُ		فئاتُ الوزنِ				مجاميعُ الصّفوفِ	مجاميعُ المعاملاتِ	مُتوسّطاتُ المعاملاتِ
		الفئة الأولى C1	الفئة الثّانية C2	الفئة الثّالثة C3	الفئة الرّابعة C4			
فئاتُ العمرِ	R1	B=10	A =16	C=6	D=10	42	A=58	$\bar{A}$ = 14.5
	R2	A=8	B =10	D=9	C=8	35	B=41	$\bar{B}$ = 10.25
	R3	C=11	D=12	B=11	A=18	52	C=32	$\bar{C}$ = 8
	R4	D=10	C=7	A=16	B=10	43	D=41	$\bar{D}$ = 10.25
	مجاميعُ الأعمدةِ	39	45	42	46	$y_{..}$ = 172		

المطلوبُ:

1- إجراءُ اختبارِ تحليلِ التّبايُنِ لهذهِ التّجربةِ واختبارُ معنويّةِ الفرقِ بينَ أصنافِ الأدويةِ (المعاملاتِ).

2- طبّقِ اختبارَ LSD و دنكن (DMRT) للمقارناتِ المتعدّدةِ بينَ مُتوسّطاتِ أصنافِ الأدويةِ.

الحلُّ: t=r=c=4

1) حسابُ معاملِ التّصحيحِ (Correction Factor-CF):

$$CF = \frac{(Y..)^2}{t^2} = \frac{(172)^2}{16} = 1849$$

2) حسابُ مجموعِ المُربّعاتِ الكلّيّةِ (Sum Square of Total − SSTO):

$$SSTO = \sum y_{ij}^2 - CF = ((10)^2 + \dots\dots (15)^2) - 1849$$
$$= 2016 - 1849 = 167$$

3) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ المعاملاتِ (SSTr):

$$SSTr = \frac{\sum_1^t (\sum T_i)^2}{t} - CF = \frac{(58)^2 + (41)^2 + (32)^2 + (41)^2}{4} - 1849$$
$$= 88.5$$

4) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الأعمدةِ (Sum Square of Columns−SSc):

$$SSc = \frac{\sum_1^t (\sum C_i)^2}{t} - CF = \frac{(39)^2 + (45)^2 + (42)^2 + (46)^2}{4} - 1849 = 7.5$$

5) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الصّفوفِ (Sum Square of Rows−SSr):

$$SSr = \frac{\sum_1^t (\sum R_i)^2}{t} - CF = \frac{(42)^2 + (35)^2 + (52)^2 + (43)^2}{4} - 1849$$
$$= 36.5$$

6) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الخطأ التّجريبيّ (Sum Square of Error-SSE):

$$SSE = SSTO - SSTr - SSr - SSc = 167 - 88.5 - 7.5 - 36.5 = 34.5$$

7) حسابُ مُتوسّطاتِ المُربّعاتِ (Mean Square-MS) للمعاملاتِ والصّفوفِ والأعمدةِ والخطأ التّجريبيّ:

$$MSTr = \frac{SSTr}{t-1} = \frac{88.5}{3} = 29.5$$
$$MSc = \frac{SSc}{t-1} = \frac{7.5}{3} = 2.5$$
$$MSr = \frac{SSr}{t-1} = \frac{36.5}{3} = 12.17$$
$$MSE = \frac{SSE}{(t-1)(t-2)} = \frac{34.5}{6} = 5.75$$

8) جدولُ تحليلِ التّبايُنِ Analysis of Variance (ANOVA Table)

يَتِمُّ تنظيمُ القيمِ المحسوبةِ وتنظيمها فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ رقم (8-10).

جدول (8-10): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) (LS) للمثال (8-5).

مصادر الاختلاف S.O.V	*S.S*	*d.f*	التباينات *M.S*	F (المحسوبة)	F (الجدوليّة)
الصّفوفُ Rows	SSr=36.5	t-1=3	MSr=12.17	$F_r = \frac{MSr}{MSE} = 2.12$	F(3, 6)=4.76
الأعمدةُ Columns	SSc=7.5	t-1=3	MSc=2.5	$F_c = \frac{MSc}{MSE} = 0.43$	
المعاملاتُ Treatments	SSTr=88.5	t-1=3	MSTr=29.5	$F_{tr} = \frac{MSTr}{MSE} = 5.13$	
الخطأ التّجريبيّ Error	SSE=34.5	(t-1)(t-2)=6	MSE=5.75		
التّباينُ الكلّيّ Total	SST=167	t^2-1=15			

جدول (8-11): نتائج تنفيذ المثال في برنامج SPSS.

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	132.50[a]	9	14.722	2.560	.132
Intercept	1849.0	1	1849.0	321.565	.000
الدواء_اصناف	88.50	3	29.5	5.130	.043
الوزن_الاعمدة	7.50	3	2.500	.435	.736
العمر_الصفوف	36.5	3	12.167	2.116	.200
Error	34.5	6	5.750		
Total	2016.0	16			
Corrected Total	167.0	15			

- **اختبارُ تساوي مُتوسّطاتِ المعالجاتِ (أنواع الدّواء)**

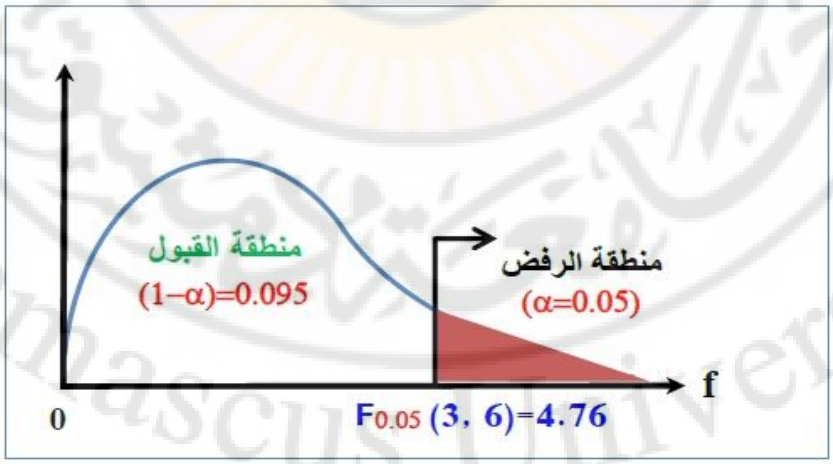
1- صِياغةُ الفروضِ الإحصائيّةِ:

- **الفرضُ العدميُّ:** (H_0: $\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu_4$) مُتوسّطاتُ أصنافِ الدّواءِ الأربعةِ مُتساوية (لا يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ بينَ مُتوسّطاتِ المعالجاتِ).
- **الفرضُ البديلُ:** (H_1) مُتوسّطاتُ أصنافِ الدّواءِ الأربعةِ غيرُ مُتساويةٍ (أو يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطان غير مُتساويين).

4- إحصائيّةُ الاختبارِ: يَتِمُّ حسابُ قيمةِ إحصائية الاختبارِ (أو F_{tr} المحسوبة) مِنَ المعادلةِ:

$$F_{tr} = \frac{MSTr}{MSE} = 5.13$$

المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ: بِما أنَّ قيمةَ (F_{tr}) المحسوبةِ (F_{tr}=5.13) أكبر مِن قيمةِ (F_{tab})الجدوليّةِ $F_{0.05}(3, 6)=4.76$ كَمَا بالشّكلِ (8-5)، لذلكَ نرفضُ الفرضَ العدمَ ونقبلُ البديلَ بأنَّه يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطانِ مختلفان، ومِن ثمَّ يمكنُ تطبيقُ المقارناتِ المتعدّدةِ لمعرفةِ الفروقِ المعنويّةِ بينَ المُتوسّطاتِ.



شكل (8-5): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (8-5).

- **اختبارُ أهميّةِ أخذِ الصّفوفِ (عمر المريض) بالحسبان عندَ التّصميمِ:**

الفرضُ العدمُ: عمرُ المريضِ ليسَ لهُ أهميّة فِي التّأثيرِ في الشّفاءِ.

الفرضُ البديلُ: عمرُ المريضِ يؤثّرُ معنويّاً في الشّفاءِ.

إحصائيّةُ الاختبارِ:

$$F_r = \frac{MSr}{MSE} = 2.12$$

المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ: بِما أنَّ قيمةَ (F_r) المحسوبةِ (F_r=2.12) أصغرُ مِن (F_{tab}) الجدوليّةِ (F_{tab}=4.76) لذلكَ نقبلُ الفرضَ العدمَ القائل إنَّ أخذَ عمرِ المريض بالحسبان عندَ التّصميمِ ليسَ لهُ أهميّة فِي التّأثيرِ في الشّفاءِ، لِذا يجبُ إهمالُ عمرِ المريضِ لأنَّه (لا يؤثّرُ معنويّاً) أي لا يقلّل مِن تبايُنِ الخطأ التّجريبيّ.

- **اختبارُ أهميّةِ أخذِ الأعمدةِ (وزن المريض) بالحسبان عندَ التّصميمِ:**

الفرضُ العدمُ: وزنُ المريضِ ليسَ لهُ أهميّة فِي التّأثيرِ في الشّفاءِ.

الفرضُ البديلُ: وزنُ المريضِ يؤثّرُ معنوياً في الشّفاءِ.

إحصائيّةُ الاختبارِ:

$$F_c = \frac{MSc}{MSE} = 0.43$$

المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ: بِما أنَّ قيمةَ F_c المحسوبةِ (F_c=0.43) أصغرُ مِن (F_{tab}) الجدوليّةِ (F_{tab}=4.76) لذلكَ نقبلُ الفرضَ العدمَ القائل إنَّ أخذَ وزن المريضِ بالحسبان عندَ التّصميمِ ليسَ لهُ أهميّة فِي التّأثيرِ في الشّفاءِ.

تطبيقُ اختبارِ(LSD):

بِما أنَّ $r = 4$, $MSE = 5.75$

لحسابِ قيمةِ LCD يَتِمُّ استخراجُ قيمةِ t الجدوليّةِ بدلالةِ قيمةِ درجاتِ حرّيّةِ الخطأ التّجريبيّ (df_e=6)

$$t_{\left(\frac{\alpha}{2},\ dfe\right)} = t_{(0.025,\ 6)} = 2.45$$

$$LSD = t_{\left(\frac{\alpha}{2},\ dfe\right)}\sqrt{\frac{2MSE}{r}} = 2.45\sqrt{\frac{2 \times 5.75}{4}} = 4.15$$

الآن نأخذُ الفرقَ بينَ مُتوسّطي كُلِّ معاملتينِ ونقارنهُ معَ قيمةِ LSD فإذا كانَ الفرقُ بينَ المُتوسّطينِ معنوياً نضعُ جنبها إشارة (*)، وإذا كانَ الفرقُ غيرَ معنويٍّ لا نضعُ أيَّ إشارةٍ.

نُنشئ الجدولَ (8-12) الذّي يعكسُ الفروقَ بينَ المُتوسّطاتِ وإشارةِ (*) تدلُّ على الفرقِ المعنويِّ.

جدول (8-12): مقارنةُ مُتوسّطاتِ أصنافِ الدّواءِ الأربعةِ باستخدامِ (LSD).

	LSD=4.15	مُتوسّطاتُ المعالجاتِ تصاعديّاً		
		$\bar{C} = 8$	$\bar{B} = 10.25$	$\bar{D} = 10.25$
مُتوسّطاتُ المعالجاتِ تنازليّاً	$\bar{A} = 14.5$	6.5*	4.25*	4.25*
	$\bar{B} = 10.25$	2.25	0	0
	$\bar{D} = 10.25$	2.25	0	

بِما أنَّ الفرقَ بينَ مُتوسّطِ المعاملتينِ A و C يكونُ (6.5) وهوَ أكبرُ مِن (4.15) لذلكَ فإنَّ الفرقَ معنويٌّ بينَ مُتوسّطي المعاملتينِ (A و C) لذلكَ نضعُ إشارةَ (*).

كذلكَ بِما أنَّ الفرقَ بينَ مُتوسّطِ المعاملتينِ A و B يكونُ (4.25) وهوَ أكبرُ مِن (4.15)لذلكَ فإنَّ الفرقَ معنويٌّ بينَ مُتوسّطي المعاملتينِ (A و B) لذلكَ نضعُ إشارةَ (*) وهكذا.

إجراءُ اختبارِ دنكن متعدّدِ الحدودِ (DMRT).

لإجراءِ اختبارِ دنكن متعدّدِ الحدودِ DMR يَتِمُّ استخراجُ قيمةِ SSR مِن جدولِ SSR–Duncan بدلالةِ قيمةِ (df_e=6) ومستوى الاحتماليّةِ 0.05 وعدد المعاملاتِ (p=4) وفقاً لِلآتي:

$$SSR(\alpha, p, df_E)=SSR(0.05,4,6)$$

ثمَّ حسابُ الخطأِ المعياريِّ للمُتوسّطاتِ مِن جدولِ (ANOVA) الذّي يساوي

$$S_{\bar{Y}_i} = \sqrt{\frac{MSE}{r}} = \sqrt{\frac{5.75}{4}} = 1.19$$

ثمَّ يَتِمُّ حسابُ قيمِ LSR مِنَ المعادلةِ التّاليةِ وتنظيمها فِي الجدولِ (8–13).

$$LSR = \sqrt{\frac{MSE}{r}} \times SSR$$

جدول (8–13): حسابُ قيمِ LSR لمُتوسّطاتِ أصنافِ الدّواءِ الأربعةِ.

	α=0.05		
عدد المُتوسّطاتِ	2	3	4
SSR	3.926	4.013	4.033
$S_{\bar{Y}_i} = \sqrt{\frac{MSE}{r}}$	1.19		
LSR	4.7	4.8	4.83

نلاحظُ أنَّ قيمَ LSR فِي الجدولِ ناتجةٌ مِن ضربِ قيمِ (SSR) فِي (2.076)

- ومِن أجلِ إجراءِ المقارنةِ نكوّنُ الجدولَ (8–14).

جدول (8–14): مقارنةُ مُتوسّطاتِ أصنافِ الدّواءِ الأربعةِ باستخدامِ (DMRT).

مُتوسّط المعاملاتِ تنازليّاً	قيمُ LSR تنازليّاً	$\bar{C} = 8$	$\bar{B} = 10.25$	$\bar{D} = 10.25$
$\bar{A} = 14.5$	4.83	6.5*	4.25	4.25
$\bar{B} = 10.25$	4.8	2.25	3.5	
$\bar{D} = 10.25$	4.7	2.25		

فمثلاً الفرقُ بينَ مُتوسّطِ المعاملةِ A والمعاملةِ C هوَ (6.5) كَمَا موضّح فِي الجدولِ وهذهِ القيمةُ أعلى مِن قيمةِ LSR المقابلةِ لها (4.83) لذلكَ الفرقُ بينَ مُتوسّطي المعاملتينِ (A وC) معنويّ لِذا وُضِعَت الإشارةُ (*) وهكذا.

مثال (8-6):

نُفّذَتْ تجربةٌ باستخدامِ تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ (L.S) لاختبارِ (4) أصنافٍ مِن القمح (A, B, C, D) في أرض زراعية يوجد فيها اختلاف في خصوبة التربة من الشـــرق إلى الغرب، وكذلك يوجد اختلاف في درجة الملوحة من الشـــمال إلى الجنوب، فتم تقسيم الأرض إلى أسطر وأعمدة و وزُعت أصنافُ القمح، وفي نهاية الموسم قيس الإنتاج بالكجم/ الوحدة التجريبية كما هو مبين بالجدول (8-15).

جدول (8-15): تنظيمُ البيانات لأربعةِ أصنافٍ مِن القمح بتصميمِ (LS).

	الأعمدة				مجاميعُ الصّفوفِ	مجاميعُ المعاملاتِ	مُتوسّطاتُ المعاملاتِ
	C1	C2	C3	C4			
R1	B 72	A 62	C 87	D 94	315	A=276	$\bar{A} = 69$
R2	A 71	B 70	D 90	C 89	320	B=315	$\bar{B} = 78.75$
R3	C 76	D 71	B 83	A 75	305	C=329	$\bar{C} = 82.25$
R4	D 85	C 77	A 68	B 90	320	D=340	$\bar{D} = 85$
مجاميعُ الأعمدةِ	304	280	328	348	$y.. = 1260$		

المطلوبُ:

1- إجراءُ اختبارِ تحليلِ التّبايُنِ لهذهِ التّجربةِ واختبارُ معنويّةِ الفرقِ بينَ أصنافِ الأدويةِ (المعاملاتِ).

2- أوجدِ الكفاءةَ النّسبيّةَ لتصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ مقارنةً معَ التّصميمينِ (CRD, CRBD).

الحلُّ: t=r=c=4

1) حسابُ معاملِ التّصحيحِ (Correction Factor−CF):

$$CF = \frac{(Y..)^2}{t^2} = \frac{(1260)^2}{16} = 99225$$

2) حسابُ مجموعِ المُربّعاتِ الكلّيّةِ (Sum Square of Total − SSTO):

$$SSTO = \sum y_{ij}^2 - CF = ((72)^2 + \dots\dots (90)^2) - 99225$$
$$= 100604 - 99225 = 1379$$

3) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ المعاملاتِ (SSTr):

$$SSTr = \frac{\sum_1^t (\sum T_i)^2}{t} - CF$$
$$= \frac{(276)^2 + (315)^2 + (329)^2 + (340)^2}{4} - 99225$$
$$= 585.5$$

4) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الأعمدةِ (Sum Square of Columns−SSc):

$$SSc = \frac{\sum_1^t (\sum C_i)^2}{t} - CF = \frac{(304)^2 + (280)^2 + (328)^2 + (348)^2}{4} - 99225$$
$$= 651$$

5) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الصّفوفِ (Sum Square of Rows−SSr):

$$SSr = \frac{\sum_1^t (\sum R_i)^2}{t} - CF = \frac{(315)^2 + (320)^2 + (305)^2 + (320)^2}{4} - 99225$$
$$= 37.5$$

6) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الخطأ التّجريبيّ (Sum Square of Error-SSE):

$$SSE = SSTO - SSTr - SSr - SSc = 1379 - 585.5 - 651 - 37.5 = 105$$

7) حسابُ مُتوسّطاتِ المُربّعاتِ (Mean Square-MS) للمعاملاتِ والصّفوفِ والأعمدةِ والخطأ التّجريبيّ:

$$MSTr = \frac{SSTr}{t-1} = \frac{585.5}{3} = 195.16$$

$$MSc = \frac{SSc}{t-1} = \frac{651}{3} = 217$$

$$MSr = \frac{SSr}{t-1} = \frac{37.5}{3} = 12.5$$
$$MSE = \frac{SSE}{(t-1)(t-2)} = \frac{105}{6} = 17.5$$

8) جدولُ تحليلِ التّبايُنِ Analysis of Variance (ANOVA Table)

يَتِمُّ تنظيمُ القيمِ المحسوبةِ وتنظيمها فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ رقم (8-16).

جدول (8-16): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) لأصنافِ القمح بتصميمِ (LS).

مصادر الاختلاف S.O.V	*S.S*	*d.f*	التباينات *M.S*	F (المحسوبة) $F_{cal.}$	F (الجدوليّة) $F_{Tabl.}$
الصّفوفُ Rows	SSr=37.5	t-1=3	MSr=12.5	$F_r = \frac{MSr}{MSE} = 0.71$	F(3, 6)=4.76
الأعمدةُ Columns	SSc=651	t-1=3	MSc=217	$F_c = \frac{MSc}{MSE} = 12.4$	
المعاملاتُ Treatments	SSTr=585.5	t-1=3	MSTr=195.16	$F_{tr} = \frac{MSTr}{MSE} = 11.15$	
الخطأ التّجريبيّ Error	SSE=105	(t-1)(t-2)=6	MSE=17.5		
التّباينُ الكلّيّ Total	SST=1379	t^2-1=15			

- **اختبارُ تساوي مُتوسّطاتِ المعالجاتِ (أنواع الدّواء)**

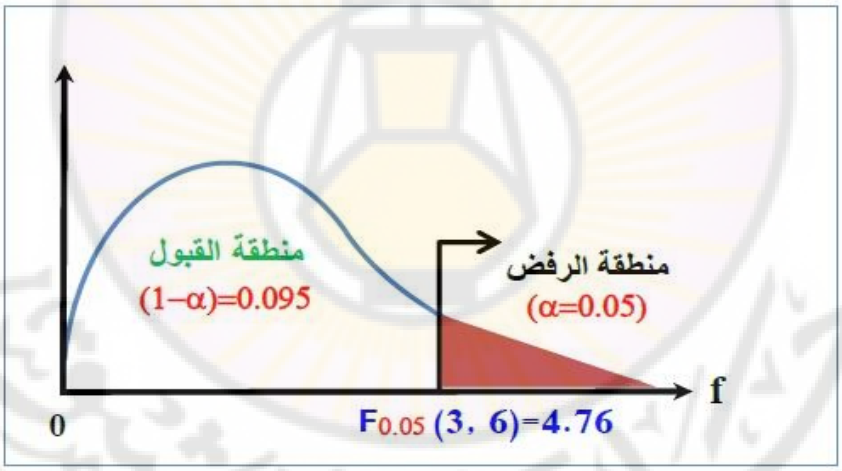
1- صِياغةُ الفروضِ الإحصائيّةِ:

- **الفرضُ العدميُّ**: (H_0: $\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu_4$) مُتوسّطاتُ أصنافِ القمح الأربعةِ مُتساوية
- **الفرضُ البديلُ**: (H_1): مُتوسّطاتُ أصنافِ القمح الأربعةِ غيرُ مُتساويةٍ (أو يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطانِ غيرُ مُتساويينِ).

2- **إحصائيّةُ الاختبارِ:** يَتِمُّ حسابُ قيمةِ إحصائية الاختبارِ (F_{tr} المحسوبة) مِنَ المعادلةِ:

$$F_{tr} = \frac{MSTr}{MSE} = 11.15$$

3- **المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ:** بِما أنَّ قيمةَ (F_{tr}) المحسوبةِ (F_{tr}=11.15) أكبر مِن قيمةِ (F_{tab}) الجدوليّةِ $F_{0.05}(3, 6)$=4.76 كَمَا بالشّكلِ (8-6)، لذلكَ نرفضُ الفرضَ العدمَ ونقبلُ الفرضَ البديلَ بأنَّ مُتوسّطاتِ الأصناف الأربعةِ غير مُتساويةٍ أي يوجدُ على الأقلِّ مُتوسّطان مختلفان، ومِن ثَمَّ يمكنُ تطبيقُ المقارناتِ المتعدّدةِ لمعرفةِ الفروقِ المعنويّةِ بينَ كُلِّ المُتوسّطاتِ.



شكل (8-6): التّمثيلُ البيانيُّ لمنطقتي القبولِ والرّفضِ للمثالِ (8-6).

- **اختبارُ أهميّةِ أخذِ الصّفوفِ (عمر المريض) بالحسبان عندَ التّصميمِ:**

الفرضُ العدمُ: تقسيم الأرض إلى صفوف ليسَ لهُ أهميّة فِي التّأثيرِ في الإنتاجِ.

الفرضُ البديلُ: تقسيم الأرض إلى صفوف له أثر معنوي في الانتاجِ.

إحصائيّةُ الاختبارِ:

$$F_r = \frac{MSr}{MSE} = 0.71$$

المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ: بِما أنَّ قيمةَ (F_r) المحسوبةِ (F_r=0.71) أصغر مِن قيمةِ (F_{tab}) الجدوليّةِ (F_{tab}=4.76) لذلكَ نقبل الفرض الصفري بأن تقسيم الارض إلى صفوف ليسَ لهُ أهميّة فِي التّأثيرِ في الإنتاجِ.

اختبارُ أهميّةِ أخذِ الأعمدةِ بالحسبان عندَ التّصميمِ:

الفرضُ العدمُ: تقسيم الأرض إلى أعمدة ليسَ لهُ أهميّة فِي التّأثيرِ على الإنتاجِ.

الفرضُ البديلُ: تقسيم الأرض إلى أعمدة له أثر معنوي في الانتاجِ.

إحصائيّةُ الاختبارِ:

$$F_c = \frac{MSc}{MSE} = 12.4$$

المقارنةُ واتّخاذُ القرارِ: بِما أنَّ قيمةَ F_c المحسوبةِ (F_c=12.4) أكبرُ مِن قيمةِ (F_{tab}) الجدوليّةِ (F_{tab}=4.76) لذلكَ نرفضُ الفرضَ العدمَ ونقبلُ الفرضَ البديلَ بأن تقسيم الأرض إلى أعمدة له أثر معنوي في الإنتاجِ.

الكفاءةُ النّسبيّةُ لتصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ بالمقارنةِ معَ التّصميمينِ (CRD, CBRD)

1) الكفاءةُ النّسبيّةُ لتصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ (LS) مقارنةً معَ التّصميمِ العشوائيِّ الكاملِ (CRD):

الكفاءةُ النّسبيّةُ لتصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ (LS) مقارنةً بِما كانَ متوقّعاً لو استُخدِمَ التّصميمُ العشوائيُّ الكاملُ (CRD) يَتِمُّ حسابها بالمعادلةِ الآتية:

$$RE(LS:CRD)\% = \frac{MSr + MSc + (t-1)MSE}{(t+1)MSE} \times 100 =$$

$$= \frac{12.5 + 217 + 3 \times (17.5)}{5 \times (17.5)} \times 100 = 322.28\%$$

وقيمةُ هذا المقياسِ يدلُّ على أنَّ تصميمَ المُربّعِ اللّاتينّي الذّي استُخدِمَ فِي هذهِ التّجربةِ قد زادَ مِن كفاءةِ التّجربةِ عمّا لو استُخدِمَ التّصميمُ تامُّ العشوائيّةِ بمقدارِ (222%)أي إنَّه كانَ مِنَ المتطلّبِ زيادةُ عددِ التّكراراتِ بنسبةِ (222%) للحصولِ على الكفاءةِ نفسِها فِي حالِ تمَّ استخدامُ التّصميمِ تامِّ العشوائيّةِ وهذهِ النّسبة عالية جدّاً وكفاءتُها ممتازة.

2- الكفاءةُ النّسبيّةُ لتصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ (LS) مقارنةً معَ التّصميمِ (RCBD):

- **كفاءةُ الصّفوفِ:** بافتراضِ أنَّ الصّفوفَ كانت تُستخدَمُ كقطّاعاتٍ فتُحسَبُ الكفاءةُ النّسبيّةُ للصّفوفِ فِي تصميمِ (LS) بالمعادلةِ الآتيةِ:

$$RE_r(LS: RCRD)\% = \frac{MSr + (t-1)MSE}{t \times MSE} \times 100$$

$$= \frac{12.5 + 3 \times (17.5)}{4 \times (17.5)} \times 100 = 93\%$$

أي إنَّ كفاءةَ التّجربةِ قد قلّت (7%) نتيجةَ استخدامِ تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ فيما لو استُخدِمَ تصميمُ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ وكانتِ القطّاعاتُ هيَ الصّفوف.

وهذا يعني أنَّ تقسيمَ المرضى (على أساسِ عمرِ المريضِ) غيرُ مفيدٍ وغيرُ ناجحٍ.

- **كفاءةُ الأعمدةِ:** بافتراضِ أنَّ الأعمدةَ كانت تُستخدمُ كقطّاعاتٍ فتُحسبُ الكفاءةُ النّسبيّةُ للأعمدةِ فِي تصميمِ (LS) بالمعادلةِ الآتيةِ:

$$RE_c(LS:CRD)\% = \frac{MSc + (t-1)MSE}{t \times MSE} \times 100$$
$$= \frac{217 + 3 \times (17.5)}{4 \times (17.5)} \times 100 = 385\%$$

أي إنَّ كفاءةَ التّجربةِ قد زادَت بمقدارِ (285%) نتيجةَ استخدامِ تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ فيما لو استُخدِمَ تصميمُ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ وكانتِ القطّاعاتُ هيَ الأعمدة، أي إنَّ تقسيمَ المرضى على أساسِ وزنِ المريضِ كان فعّالاً ومفيداً ومعنوياً.

الفصلُ التّاسعْ

التّجاربُ العامليّةً
(Factorial Experiments)

9-1- مُقدّمة:

التّجاربُ العامليّةُ (Factorial Experiments): هيَ التّجاربُ التّي تُطبّقُ عندَ دراسةِ تأثيرِ عاملينِ أو أكثر فِي وقتٍ واحدٍ على صفةٍ معيّنةٍ، ويكونُ لهذهِ العواملِ أهميّةٌ مُتساويةٌ بالنّسبةِ للباحثِ ويكونُ لكُلِّ عاملٍ مُستوياتٌ عدّة، وأغلبُ هذهِ التّجاربِ تُطبّقُ بالتّصاميمِ السّابقةِ (CRD, CRBD, LS).

وفِي هذهِ التّجارب يَتِمُّ دراسةُ تأثيرِ كُلِّ عاملٍ مِن هذهِ العواملِ في الصّفةِ المدروسةِ ومِن ثمَّ دراسةُ تأثيرِ التّداخُلِ بينَ العواملِ (Interactions)، إنَّ التّداخُلَ بينَ العواملِ يُعدُّ مهماً جدّاً، إذ إنَّه يُعطي أفضلَ توليفةٍ بينَ مستوياتِ العواملِ المدروسةِ، فمثلاً عندَ دراسةِ تأثيرِ سلالةِ الأغنامِ (عواس، حمداني، عرابي) و دراسةِ تأثيرِ الموسمِ (الشّتاء، الرّبيع، الصّيف، الخريف) على إنتاجِ الحليبِ، فإنَّ العاملَ الأوّلَ لهُ (3 مستوياتٍ) والعاملَ الثّاني لهُ (4 مستوياتٍ) لذلكَ يُطلقُ على هذهِ التّجربةِ (3×4)، و هذهِ التّجاربُ تحتاجُ إلى دقّةٍ فِي التّطبيقِ، كَمَا أنَّ زيادةَ عددِ مستوياتِ العواملِ المدروسةِ يزيدُ مِن صعوبةِ تحليلِ التّجربةِ.

ولتوضيحِ الميزةِ الأساسيّة للتّجارب العامليّةِ نستخدمُ المثالَ الآتي: أرادَ باحثٌ إدخالَ صنفٍ جديدٍ مِنَ القمحِ فِي منطقةٍ معيّنةٍ لم يَسبق لهُ أن زرعَ فيها هذا الصّنفَو ستكونُ هناكَ العديدُ مِنَ الأسئلةِ المطروحةِ للبحثِ منها:

- ما هوَ أفضلُ وقتٍ للزّراعةِ؟
- ما هيَ كميّةُ البذورِ المناسبةِ للدّونمِ؟
- ما هيَ الأسمدةُ الضّروريّةُ لها و ما هيَ مستوياتها (أصنافها)؟
- ما هيَ كميّةُ المياهِ المطلوبةِ؟
- ما هيَ نوعيّةُ التّربةِ المفضّلةِ؟

ولدراسةِ تأثيرِ كُلِّ هذهِ العوامل في إنتاجِ القمحِ قد يقومُ الباحثُ بتجربةِ كُلِّ عاملٍ على حدة فيُجري تجربةً بمستوياتِ عاملٍ واحدٍ مع تثبيتِ باقي العوامل و أخرى بعاملٍ آخرَ ... الخ. و تُسمّى مثلُ هذهِ التّجارب بالتّجارب البسيطةِ أو ذاتِ العاملِ الواحدِ (One Factor Experiment)، إلاّ أنَّ هذهِ التّجاربَ لا تُعطي أيَّ معلوماتٍ عَنِ ارتباطِ كميّةِ الرّي بنوعيّةِ التّربةِ بوقتِ الزّراعةِ أو كميّةِ السّمادِ بكميّةِ البذورِ بوقتِ الزّراعةِ وغيره، و يُعبّرُ عَن هذهِ التّأثيراتِ المشتركةِ بالتّفاعلاتِ أو التّداخُلاتِ (Interactions) والتّي قد تكونُ ذاتَ أهميّةٍ كبيرةٍ فِي التّجربةِ بحيث لا يمكنُ تجاهلها، لذلكَ مِنَ الأفضلِ إدخالُ كُلِّ هذهِ العوامل فِي التّجربةِ وفِي هذهِ الحالةِ يُطلقُ على هذا النوّعِ مِنَ التّجارب بالتّجارب العامليّةِ والتّي تُتيحُ للباحثِ التّعرّفَ إلى تأثيرِ كُلٍّ مِن هذهِ العوامل منفردةً بالإضافةِ إلى التّأثيرِ المُشتركِ للتّداخُلِ (Interactions) بينها.

- التّجاربُ العامليّةُ هيَ توليفةٌ مِنَ المعاملاتِ (Treatments) تُنفّذُ وفقَ شروطِ أحدِ التّصاميم، وهذهِ المعاملاتُ تتضمّنُ التّداخُلاتِ كافّةَ أو التّوافيقِ أو التّوليفاتِ أو التّداخُلاتِ(Interactions or Combinations) بينَ مستوياتِ عوامل التّجربةِ (Factors).
- يُحسبُ ويُحدّدُ عددُ المعاملاتِ الكلّيّةِ للتّجربةِ العامليّةِ بأنَّهُ حاصلُ ضربِ مستوياتِ كُلِّ العوامل الدّاخلةِ بالتّجربةِ، وتُمثّلُ عادةً العواملُ المدروسةُ

بأحرفٍ كبيرةٍ A,B,C وتُمثّلُ مستوياتُ كُلِّ عاملٍ بحروفٍ صغيرةٍ (a_1,a_2,a_3) وهكذا لبقيّةِ العوامل الأخرى.

مثال (9-1):

عندَ دراسةِ تأثيرِ عاملينِ (A, B) وكُلّ منهما لهُ ثلاثةُ مستوياتٍ (a_1,a_2,a_3) و (b_1,b_2,b_3) سيكونُ عددُ المعاملاتِ التّوافقيّةِ الكاملةِ للتّجربةِ هيَ ($3\times3=9$) معاملة كَمَا هيَ موضّحةٌ بالجدولِ (9-1).

جدول (9-1): المعاملاتُ التّوافقيّةُ لتجربةٍ عامليّةٍ بعاملينِ (3×3).

		العامل (A)		
		a_1	a_2	a_3
العامل (B)	b_1	a_1b_1	a_2b_1	a_3b_1
	b_2	a_1b_2	a_2b_2	a_3b_2
	b_3	a_1b_3	a_2b_3	a_3b_3

مثال (9-2):

كمثالٍ على التّجارب العامليّةِ المكوّنةِ مِن (3) عوامل (متغيّراتٍ مستقلّةٍ وصفيّةٍ) فِي حالةِ زراعةِ نوعٍ جديدٍ مِنَ الذّرةِ وهذهِ العوامل هيَ:

A: كميّةُ السّمادِ وتتكوّنُ مِن ثلاثةِ أصنافٍ ($a=3$) و هي ($A: a_1, a_2, a_3$).

B: طريقةُ الرّيِّ وتتكوّنُ مِن نوعين تنقيط وتقليديّ ($b=2$) هي ($B: b_1, b_2$).

C: عمقُ الحراثةِ وتتكوّنُ مِن مستويينِ 20 سم و 30 سم ($c=2$) هي ($C: c_1, c_2$).

فيكونُ عددُ المعاملاتِ التّوافقيّةِ أو التّوليفاتِ (Combinations) هيَ ($abc=3\times2\times2=12$) تَتمثّلُ بالجدولِ (9-2).

جدول (9–2): المعاملاتُ التّوافقيّةُ لتجربةٍ عامليّةٍ بثلاثِ عوامل (3×2×2).

		العاملُ (A)					
		a_1		a_2		a_3	
	العاملُ (B)	b_1	b_2	b_1	b_2	b_1	b_2
العاملُ (C)	c_1	$a_1b_1c_1$	$a_1b_2c_1$	$a_2b_1c_1$	$a_2b_2c_1$	$a_3b_1c_1$	$a_3b_2c_1$
	c_2	$a_1b_1c_2$	$a_1b_2c_2$	$a_2b_1c_2$	$a_2b_2c_2$	$a_3b_1c_2$	$a_3b_2c_2$

وبعدَ تكوينِ المعاملاتِ يَتِمُّ تنفيذُ التّجربةِ إمّا باستخدامِ التّصميمِ العشوائيِّ الكاملِ (CRD) أو في تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (CRBD) أو المُربّعِ اللّاتينيِّ (LS) أو بتصميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ (Split-Plot) على هذهِ المعاملاتِ، ويَتِمُّ تحديدُ عددِ التّكراراتِ لكُلِّ معالجةٍ وتحديدُ عددِ الوَحداتِ التّجريبيّةِ، وخصائصها، والتّعشيةِ، والنّموذجِ الرّياضيِّ المستخدمِ.

9–2– مَزايا التّجارب العامليّةِ وعيوبُها:

9–2–1– مَزايا التّجارب العامليّةِ :

فِي التّجارب العامليّةِ يَتِمُّ تقليلُ التّكلفةِ والوقتِ والجهدِ، فإذا استخدمنا تجربةً بسيطةً لكُلِّ عاملٍ على حده، سنحتاجُ ضعفَ عددِ الوَحداتِ التّجريبيّةِ التّي تُستخدمُ فِي التّجارب العامليّةِ للحصولِ على الدّقّةِ المطلوبةِ نفسِها.

- تُتيحُ التّجاربُ العامليّةُ للباحثِ فرصةَ دراسةِ وتقييمِ التّأثيراتِ المشتركةِ أو التّداخُلاتِ (Interaction Effects) بينَ العوامل الدّاخلةِ فِي التّجربةِ على الظّاهرةِ المدروسةِ فِي التّجربةِ نفسِها والذّي يفوقُ التّأثيرَ النّاتجَ عَن تلكَ العوامل إذا أُخِذَتْ بمفردها (التّجاربُ البسيطةُ).

9-2-2- عيوبُ التّجارب العامليّةِ:

- عيبُ التّجارب العامليّةِ هوَ عندما يزدادُ عددُ العوامل المدروسةِ ومستوياتها(زيادةُ عددِ التّوافيقِ)، يُؤدّي إلى تضخّمِ التّجربةِ وزيادةُ عددِ الوَحداتِ التّجريبيّةِ وبالتّالي يُؤدّي إلى التّكلفةِ الباهظةِ للتّجربةِ و إلى زيادةِ الخطأ التّجريبيّ و يزيدُ مِن صعوبةِ تحليلِ التّجربةِ إحصائيّاً.

9-3- تصنيفُ التّجارب العامليّةِ:

تُصنّفُ التّجاربُ العامليّةُ إلى فئتينِ كَمَا يأتي:

- التّجاربُ العامليّةُ ذات عاملينِ

(Two – Factor Factorial Experiments)

- التّجاربُ العامليّةُ ذات ثلاثةِ عوامل

(Three – Factors Factorial Experiments)

9-4- التّجاربُ العامليّةُ ذات عاملينِ

(Two – Factor Factorial Experiments):

هيَ تلكَ التّجاربُ التّي تُنفّذُ لدراسةِ تأثيرِ اثنينِ مِنَ العوامل فِي وقتٍ واحدٍ بهدفِ الحصولِ على معلوماتٍ عَن تأثيرِ كُلٍّ مِنَ العاملينِ إضافةً إلى التّعرُّفِ إلى العلاقةِ بينَ العاملينِ (أي التّداخُلُ بينَ مستوياتِ العاملينِ (Interactions) وتُجرى التّجاربُ ذات العاملينِ بسببِ كونِ التّجارب ذات العاملِ الواحدِ تتّصفُ بمحدوديّتها فِي عاملٍ واحدٍ.

التّصميماتُ المستخدمةُ فِي التّجارب ذات العاملينِ

يَتِمُّ تنفيذُ التّجارب ذات العاملينِ بأحدِ التّصاميم الأتيةِ:

أوّلاً: تجربةٌ عامليّةٌ بعاملينِ باستخدامِ التّصميمِ العشوائيِّ الكاملِ

(Two-Factors Experiment in a CRD)

ثانياً: تجربةٌ عامليّةٌ بعاملينِ بتصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ

(Two-Factors Experiment in a RCBD)

ثالثاً: تجربةٌ عامليّةٌ بعاملينِ باستخدامِ تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ

(Two-Factors Experiment in a L.S)

ويَتِمُّ اختيارُ التّصميمِ المناسبِ بحسبِ الظّروفِ الخاصّةِ بكُلِّ تجربةٍ وبحسبِ تجانسِ الوَحداتِ التّجريبيّةِ وطبيعةِ التّجربةِ.

9-5- تجربةٌ عامليّةٌ بعاملينِ باستخدامِ التّصميمِ العشوائيِّ الكاملِ (Two-Factors Experiment in a CRD)

9-5-1- تخطيطُ التّجربةِ (Layout of the Experiment):

كمثالٍ لتخطيطِ تجربةٍ عامليّةٍ ذات عاملينِ (2×3)، العاملُ الأوّلُ (A: a_1, a_2) والعاملُ الثّاني (B: b_1, b_2, b_3) تُطبّقُ باستخدامِ التّصميمِ العشوائيِّ الكاملِ (CRD)، وإنَّ كُلَّ معاملةٍ (توافقيّةٍ) سوفَ تتكرّرُ (4 مرّاتٍ)، فَمِنَ الممكنِ أنْ يكونَ توزيعُ المعاملاتِ التّوافقيّةِ كَمَا يأتي:

عددُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ المتجانسةِ ($r \times a \times b=4\times3\times2=24$) وحدةً.

والمعاملاتُ التّوافقيّةُ هيَ (a_1b_1, a_1b_2, a_1b_3, a_2b_1, a_2b_2, a_2b_3) وكُلٌّ منها يجبُ أنْ يتكرّرَ 4 مراتٍ كَمَا هوَ موضّحٌ بالجدولِ (9-3).

جدول (9–3): تخطيطُ تجربةٍ عامليّةٍ بعاملينِ بتصميمِ (CRD).

a_1b_1	a_2b_2	a_2b_3	a_1b_2	a_2b_1	a_1b_1
a_1b_3	a_1b_2	a_2b_1	a_2b_2	a_2b_3	a_1b_3
a_2b_1	a_2b_3	a_1b_1	a_1b_3	a_1b_2	a_2b_2
a_2b_2	a_1b_3	a_1b_2	a_2b_1	a_1b_1	a_2b_3

9–5–2– تنظيمُ المشاهداتِ فِي جدولٍ مناسبٍ:

مِن أجلِ تسهيلِ عمليّةِ حسابِ القيمِ الإحصائيّةِ يمكنُ تصنيفُ القيمِ (المشاهداتِ) بجدولٍ ثنائيٍّ بحيث تُدرجُ المعاملاتُ المختلفةُ فِي عناوينَ الأسطرِ، كمثالٍ لتجربةٍ عامليّةٍ ذات عاملينِ (2×3) تُطبّقُ باستخدامِ التّصميمِ العشوائيِّ الكاملِ (CRD)، وإنَّ كُلَّ معاملةٍ (توافقيّةٍ) سوفَ تتكرّرُ (4 مرّاتٍ)، فيكونُ عددُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ (r×a×b=4×2×3=24) وحدةً كَمَا هوَ موضّح بالجدولِ (9–4).

جدول (9–4): تنظيمُ البياناتِ لتجربةٍ عامليّةٍ بعاملينِ بتصميمِ (CRD).

المعاملاتُ			التّكراراتُ (المشاهداتُ) yijk				مجاميعُ المعاملات	ممتوسطات المعاملات
العاملُ (A)	العاملُ (B)	المعاملاتُ التّوافقيّةُ	r_1	r_2	r_3	r_4		
a1	b1	a1b1	5	6	6	7	24	**6**
	b2	a1b2	6	5	7	8	26	**6.5**
	b3	a1b3	8	9	8	9	34	**8.5**
a2	b1	a2b1	4	3	4	6	17	**4.25**
	b2	A2b2	5	4	6	5	20	**5**
	b3	a2b3	6	7	6	6	25	**6.25**
							المجموعُ الكلّيّ 146	

9-5-3- النّموذجُ الرّياضيُّ للتّصميمِ:

$$Y_{ijk} = \mu + A_i + B_j + AB_{(ij)} + E_{ijk}$$

A_i: تأثيرُ العاملِ الأوّلِ.

B_j: تأثيرُ العاملِ الثّاني.

AB_{ij}: تأثيرُ التّداخُلِ بينَ العاملينِ.

أمّا باقي الرّموز فتمَّ تفسيرها سابقاً وفقَ النّماذج ، ويتضمّنُ جدولُ تحليلِ التّبايُنِ ممثّلاً بالجدولِ (9-5).

جدول (9-5): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ لتجربةٍ عامليّةٍ بعاملينِ بتصميمِ (CRD).

مصادرُ التّبايُن S.O.V	$S.S$	df	(التّبايُنات) $M.S$	F (المحسوبة)	F (الجدوليّة)
العاملُ الأوّل A	SSA	a - 1	$MSA = \frac{SSA}{a-1}$	$F_{Cal(A)} = \frac{MSA}{MSE}$	$F_{Tab(A)}$
العاملُ الثّاني B	SSB	b - 1	$MSB = \frac{SSB}{b-1}$	$F_{Cal(B)} = \frac{MSB}{MSE}$	$F_{Tab(B)}$
التّداخُلُ بينَ AB	SSAB	(a -1)(b - 1)	$MSAB = \frac{SSAB}{(a-1)(b-1)}$	$F_{Cal(AB)} = \frac{MSAB}{MSE}$	$F_{Tab(AB)}$
الخطأ التّجريبيّ Error	SSE	ab(r - 1)	$MSE = \frac{SSE}{ab(r-1)}$		
المجموع Total	SSTO	abr – 1			

$$F_{Tab(A)} = F_{\alpha}(df_A, df_E)$$
$$F_{Tab(B)} = F_{\alpha}(df_B, df_E)$$
$$F_{Tab(AB)} = F_{\alpha}(df_{AB}, df_E)$$

علماً أنَّ (a) يُمثّلُ عددَ مستوياتِ العاملِ (A).

و (b) يُمثّلُ عددَ مستوياتِ العاملِ (B).

و (r) يُمثّلُ عددَ المكرّراتِ، وأنَّ هناكَ ثلاث قيم لـ (F).

أمّا القوانينُ المتعلّقةُ بالحساباتِ فيَتِمُّ حسابها كَمَا هوَ موضّح بالجدولِ (9-6).

جدول (9-6): حسابِ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ لتجربةٍ عامليّةٍ بعاملينِ بتصميمِ (CRD).

مصادرُ التّباين S.O.V	مجموعُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ $S.S$	درجاتُ الحرّيّةِ $d.f$	مُتوسّط المُربّعاتِ (التّبايُن) $M.S$
العاملُ الأوّل A	$SSA = \frac{\sum(\sum A_i)^2}{br} - CF$	a - 1	$MSA = \frac{SSA}{a-1}$
العاملُ الثّاني B	$SSB = \frac{\sum(\sum B_i)^2}{ar} - CF$	b - 1	$MSB = \frac{SSB}{b-1}$
التّداخُلُ بينَ AB	$SSB = \frac{\sum {y_i}^2}{r} - CF - SSA - SSB$	(a -1)(b - 1)	$MSAB = \frac{SSAB}{(a-1)(b-1)}$
الخطأ التّجريبيّ Error	$SSE = SSTO - SSA - SSB - SSAB$	ab(r - 1)	$MSE = \frac{SSE}{ab(r-1)}$
المجموع Total	$SSTO = \sum_{1}^{abr} y_{ijk}^2 - CF$	abr – 1	

معاملُ التّصحيحِ:

$$CF = \frac{(y...)^2}{abr}$$

ملاحظة: في هذا التصميم يجب ملاحظة الأمور الآتية:

- عدد الوحدات التجريبية (المشاهدات) لكل مستوى من مستويات العامل الأول(A) هو= br.
- عدد الوحدات التجريبية (المشاهدات) لكل مستوى من مستويات العامل الثاني (B) هو= ar.
- العدد الكلي للوحدات التجريبية (المشاهدات) =N=abr.

لذلك عند حساب متوسطات العامل (A) يتم التقسيم على (br) $\bar{a}_i = \frac{\sum a_i}{br}$

وعند حساب متوسطات العامل (B) يتم التقسيم على (ar) $\bar{b}_i = \frac{\sum b_i}{ar}$

ولحساب متوسطات المعاملات التوافقية (AB) يتم تقسيم مجموع كل معاملة توافقية (aibj) على (r).

- إذا كانَ $F_{Cal(A)} \geq F_{Tab(A)}$ فهذا يعني وجود فروقٍ معنويّةٍ بينَ مستوياتِ العاملِ (A).
- إذا كانَ $F_{Cal(B)} \geq F_{Tab(B)}$ فهذا يعني وجود فروقٍ معنويّةٍ بينَ مستوياتِ العاملِ (B).
- إذا كانَ $F_{Cal(AB)} \geq F_{Tab(AB)}$ فهذا يعني وجود فروقٍ معنويّةٍ بينَ التّداخُلِ بينَ مستوياتِ العاملِ (A) ومستوياتِ العاملِ (B).

9-6- المقارناتُ البعديّةُ فِي التّجارب العامليّةِ (Comparisons in Factorial Experiments):

بعدَ تحليلِ التّبايُنِ وإجراءِ اختبارِ (F) إذا تبيّنَ وجودُ اختلافاتٍ معنويّةٍ بينَ مُتوسّطاتِ المعاملاتِ أو بينَ مُتوسّطاتِ المعاملاتِ التّوافقيّةِ، فإنَّه مِنَ الطّبيعي أنْ تَبرُزَ بعضُ الأسئلةِ، مثلاً: بينَ أيٍّ مِنَ المُتوسّطاتِ تُوجدُ هذهِ الاختلافاتُ؟ هل مُتوسّطُ المعاملةِ الأولى يختلفُ عَن مُتوسّطِ المعاملةِ الثّانيةِ؟ وعَن مُتوسّطاتِ المعاملاتِ الأخرى؟

وللإجابةِ عن مثلِ هذهِ الأسئلةِ يَتِمُّ إجراءُ مجموعةٍ مِنَ الاختباراتِ البعديّةِ و أهمُّ هذهِ الاختباراتِ هيَ:

- اختبارُ أقلِّ فرقٍ معنويٍّ (Least Significant Difference – LSD):
- اختبارُ دنكن مُتعدّدُ الحدودِ (Duncan's Multiple Range –DMRT).

9-6-1- اختبارُ أقلّ فرقٍ معنويٍّ (LSD):

يُعدُّ اختبارُ (LSD) مِن أسهلِ الاختباراتِ وأكثرها وتعتمدُ هذهِ الطّريقةُ على اختبارِ (t) لاختبارِ معنويّةِ الفرقِ بينَ كُلِّ مُتوسّطينِ ويَتِمُّ حسابه للعاملينِ (A، B) وللتّداخُلِ بينهما (AB) كَمَا يأتي:

1- حسابُ اختبارِ (LSD) للعاملِ (A):

إذا ثَبُتتْ معنويّةُ قيمةِ (F المحسوبة $F_{Cal(A)}$) الخاصّةِ بالعاملِ (A) عندها يَتِمُّ حسابُ أقلّ فرقٍ معنويٍّ للعاملِ (A) مِنَ العلاقةِ :

$$LSD_{(A)} = t(\frac{\alpha}{2}, dfE) \times \sqrt{\frac{2MSE}{br}}$$

حيثُ $t(\frac{\alpha}{2}, dfE)$ تُمثّلُ القيمةَ الجدوليّةَ لتوزيعِ (t) بدرجاتِ حرّيّةِ الخطأ التّجريبيّ (df_E) وعندَ مستوى معنويّة ($\alpha/2$).

ويكونُ عددُ المقارناتِ: $No.of\ Comparisons = \frac{a(a-1)}{2}$

2- حسابُ اختبارِ (LSD) للعاملِ (B):

إذا ثَبُتتْ معنويّةُ قيمةِ (F المحسوبة $F_{Cal(B)}$) الخاصّةِ بالعاملِ (B) عندها يَتِمُّ حسابُ أقلّ فرقٍ معنويٍّ للعاملِ (B) مِنَ العلاقةِ :

$$LSD_{(B)} = t(\frac{\alpha}{2}, dfE) \times \sqrt{\frac{2MSE}{ar}}$$

حيثُ $t(\frac{\alpha}{2}, dfE)$ تُمثّلُ القيمةَ الجدوليّةَ لتوزيعِ (t) بدرجاتِ حرّيّةِ الخطأ التّجريبيّ (dfE) وعندَ مستوى معنويّة ($\alpha/2$).

ويكونُ عددُ المقارناتِ: $No.of\ Comparisons = \frac{b(b-1)}{2}$

3- حسابُ اختبارِ (LSD) للتّداخُلِ بينَ العاملينِ (AB):

إذا ثَبُتتْ معنويّةُ قيمةِ (F المحسوبة $F_{Cal(AB)}$) الخاصّةِ بتداخُلِ العاملينِ (AB) عندها يَتِمُّ حسابُ أقلّ فرقٍ معنويٍّ لتداخُلِ العاملينِ (AB) مِنَ العلاقةِ : $LSD_{(AB)} = t(\frac{\alpha}{2}, dfE) \times \sqrt{\frac{2MSE}{r}}$

حيثُ $t(\frac{\alpha}{2}, dfE)$ تُمثّلُ القيمةَ الجدوليّةَ لتوزيعِ (t) بدرجاتِ حرّيّةِ الخطأ التّجريبيّ (dfE) وعندَ مستوى معنويّة (α/2).

ويكونُ عددُ المقارناتِ: $No.of\ Comparisons = \frac{ab(ab-1)}{2}$

9-6-2- اختبارُ دنكن مُتعدّدُ الحدودِ (DMRT).

1- حسابُ اختبارِ دانكن (*Duncan*) للعاملِ (A):

إذا ثَبُتتْ معنويّةُ قيمةِ (F المحسوبة $F_{Cal(A)}$) الخاصّةِ بالعاملِ (A) عندها يَتِمُّ حسابُ قيمةِ ($LSR_{(A)}$) للعاملِ (A) مِنَ العلاقةِ :

$$LSR_{(A)} = SSR \times \sqrt{\frac{MSE}{br}}$$

حيثُ (SSR) تُمثّلُ القيمةَ الجدوليّةَ لتوزيعِ (Duncan) بدرجاتِ حرّيّةِ الخطأ التّجريبيّ (dfE) وعندَ مستوى معنويّة (α) وعددُ مُتوسّطاتِ مستوياتِ العاملِ (A) التّي تساوي (a) أي $SSR(\alpha,p,df_E)$ حيثُ p=a.

2- حسابُ اختبارِ دانكن (*Duncan*) للعاملِ (B):

إذا ثَبُتتْ معنويّةُ قيمةِ (F المحسوبة $F_{Cal(B)}$) الخاصّةِ بالعاملِ (B) عندها يَتِمُّ حسابُ قيمةِ ($LSR_{(B)}$) للعاملِ (B) مِنَ العلاقةِ : $LSR_{(B)} = SSR \times \sqrt{\frac{MSE}{ar}}$

حيثُ (SSR) تُمثّلُ القيمةَ الجدوليّةَ لتوزيعِ (Duncan) بدرجاتِ حرّيّةِ الخطأ التّجريبيّ (dfE) وعندَ مستوى معنويّة (α) وعددُ مُتوسّطاتِ مستوياتِ العاملِ (B) التّي تساوي (b) أي $SSR(\alpha,p,df_E)$ حيثُ p=b.

3- حسابُ اختبارِ دانكن (*Duncan*) للتّداخُلِ بينَ العاملينِ (AB):

إذا ثَبُتتْ معنويّةُ قيمةِ (F المحسوبة $F_{Cal(AB)}$) الخاصّةِ بتداخُلِ العاملينِ (AB) عندها يَتِمُّ حسابُ قيمةِ ($LSR_{(AB)}$) للتّداخُلِ بينَ العاملينِ (AB) مِنَ العلاقةِ :

$$LSR_{(AB)} = SSR \times \sqrt{\frac{MSE}{r}}$$

حيثُ (SSR) تُمثّلُ القيمةَ الجدوليّةَ لتوزيعِ (Duncan) بدرجاتِ حرّيّةِ الخطأ التّجريبيّ (dfE) وعندَ مستوى معنويّة (α) وعددُ المعاملاتِ التّوافقيّةِ للتّداخُلِ بينَ العاملينِ (AB) التّي تساوي (ab) أي $SSR(\alpha,p, df_E)$ حيثُ p=ab.

مثال (9-3):

نُفّذتْ تجربةٌ عاملية لدراسةِ تأثيرِ كل من طريقة الري (A: a_1, a_2) بصنفيها تقليدي وحديث، والعامل الثاني معدل التسميد النتروجيني (B: b_1, b_2, b_3) الذي يمثل (10، 20، 30 كغ/دونم) في كميّةِ إنتاج الخيارِ، وقد توفرت للباحث (24) قطعة تجريبية متجانسة فقرر الباحث استخدام التصميم العشوائي الكامل وحصل على إنتاج قطع الارض منظّمةٌ بالجدولِ (9-7).

جدول (9–7): تنظيمُ البياناتِ لتجربةٍ عامليّةٍ بعاملين (طرق الري ومعدل التسميدِ) بتصميمِ (CRD).

المعاملاتُ			التّكراراتُ (المشاهداتُ) y_{ijk}				مجاميعُ المعاملات $\circ$	مُتوسّطاتُ المعاملاتِ
العاملُ (A)	العاملُ (B)	المعاملاتُ التّوافقيّةُ	R_1	R_2	R_3	R_4		
a1	b1	a1b1	4	6	3	5	18	4.5
	b2	a1b2	8	6	12	10	36	9
	b3	a1b3	8	6	8	9	31	7.75
a2	b1	a2b1	6	2	8	7	23	5.75
	b2	A2b2	5	4	6	5	20	5
	b3	a2b3	14	16	12	10	52	13
							180	

المطلوبُ:

إجراءُ التحليل الاحصائي لهذهِ التّجربةِ وتكوين جدول تحليل التباين لاختبارُ معنويّةِ الفرقِ بينَ معاملاتِ العوامل والتّداخُلِ بينهما.

الحلُّ:

هنا تجربةٌ عامليّةٌ، العاملُ الأوّلُ هوَ طريقة الري ولهُ مستويانِ هما (a1, a2) والعاملُ الثّاني هوَ السماد ولهُ ثلاثةُ مستوياتٍ هي (b_1, b_2, b_3) وبالتّالي تكونُ التّداخُلاتُ بينَ المستوياتِ (2*3=6). وكُلُّ معاملةٍ نُفّذتْ (4 مكرّراتٍ r=4) وبالتّالي يكونُ عددُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ المتجانسةِ (المشاهداتِ) هيَ (24) وحدة تجريبيّة.

لتنظيمِ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ نَتّبِعُ الآتِي:

1- لحسابِ مجاميع المُربّعاتِ لمصادرِ التّبايُنِ نعملُ على تنظيمِ الجدولِ (9-8) نُبيّنُ فيهِ مجاميع المعاملاتِ العامليّةِ وذو اتّجاهينِ بينَ A و B للمكرّراتِ الأربعةِ فِي كُلِّ توليفةٍ.

جدول (9-8): مجاميعُ المعاملاتِ لتجربةِ أصنافِ الطّماطِمِ ومسافاتِ الزّراعةِ.

	y_i			
B / A	b1	b2	b3	∑ai
a1	18	36	31	85
a2	23	20	52	95
∑bi	41	56	83	Y… =180

تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE):

a=2 b=3 r=4

1) حسابُ معاملِ التّصحيحِ (Correction Factor-CF):

$$CF = \frac{(Y...)^2}{abr} = \frac{(180)^2}{2 \times 3 \times 4} = 1350$$

2) حسابُ مجموعِ المُربّعاتِ الكلّيّةِ (Sum Square of Total - SSTO):

$$\text{SSTO} = \sum_{1}^{abr} y_{ijk}^2 - \text{CF} = (4)^2 + \cdots + (10)^2 - 1350 = 276$$

3) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ العاملِ الأوّلِ (أصنافُ الطّماطِمِ) (Sum Square of Factor A -SSA):

$$SSA = \frac{\sum(\sum A_i)^2}{br} - \text{CF} = \frac{(85)^2 + (95)^2}{3 \times 4} - 1350 = 4.16$$

4) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ العاملِ الثّاني (المسافةُ بينَ النّباتِ) (Sum Square of Factor B -SSB):

$$SSB = \frac{\sum(\sum B_i)^2}{ar} - \text{CF} = \frac{(41)^2 + (56)^2 + (83)^2}{2 \times 4} - 1350 = 113.25$$

5) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ التّداخُلِ بينَ العاملينِ (Sum Square of Interaction AB - SSAB):

$$SSAB = \frac{\sum {y_i}^2}{r} - \text{CF} - \text{SSA} - \text{SSB}$$

$$= \frac{(18)^2 + \ \dots \ + \ (52)^2}{4} - 1350 - 4.16 - 113.25$$

$$= 86.09$$

6) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الخطأ التّجريبيّ (Sum Square of Error-SSE):

$$SSE = SSTO - SSA - SSB - SSAB = 276 - 4.16 - 113.25 - 86.09 = 72.5$$

7) حسابُ مُتوسّطاتِ المُربّعاتِ (Mean Square- MS) للمعاملاتِ المنفصلةِ والتّداخُلِ والخطأ التّجريبيّ.

$$MSA = \frac{SSA}{a-1} = \frac{4.16}{1} = 4.16$$

$$MSB = \frac{SSB}{b-1} = \frac{113.25}{2} = 56.63$$

$$MSAB = \frac{SSAB}{(a-1)(b-1)} = \frac{86.09}{2} = 43.04$$

$$MSE = \frac{SSE}{ab(r-1)} = \frac{72.5}{18} = 4.03$$

8) تكوينُ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table)

يَتِمُّ تنظيمُ القيمِ المحسوبةِ سابقاً وتنظيمها فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ رقم (9-9).

جدول (9-9): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ لتجربةِ طرق الري مع معدلات التسميد بتصميمِ (CRD).

S.O.V	SS	Df	MS	F cal.	F tab.
A	SSA= 4.16	a-1=1	MSA=4.16	$F_{Cal(A)}$=1.03	4.41
B	SSB =113.25	b-1=2	MSB=56.63	$F_{Cal(B)}$=14.06	3.55
AB	SSAB = 86.09	(a -1)(b - 1)=2	MSAB=43.04	$F_{Cal(AB)}$=10.69	3.55
Error	SSE = 72.5	ab(r - 1) =18	MSE=4.03		
Total	SSTO=276	abr – 1 =23			

والجدول رقم (9–10) يمثل نتيجة تنفيذ المثال السابق باستخدام برنامج (SPSS).

جدول (9–10): نتائج تنفيذ المثال باستخدام برنام (SPSS).

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	203.50[a]	5	40.70	10.10	.000
Intercept	1350.0	1	1350.00	335.17	.000
a	4.167	1	4.16	1.03	.323
b	113.25	2	56.62	14.05	.000
a * b	86.08	2	43.04	10.68	.001
Error	72.50	18	4.02		
Total	1626.00	24			
Corrected Total	276.00	23			

- بِما أنَّ $(F_{Cal(A)} = 1.03) < (F_{Tab(A)} = 4.41)$ فهذا يعني لا يوجد فروقٍ معنويّةٍ بينَ مستوياتِ العاملِ (A).
- وبِما أنَّ $(F_{Cal(B)} = 14.06) \geq (F_{Tab(B)} = 3.55)$ فهذا يعني وجود فروقٍ معنويّةٍ بينَ مستوياتِ العاملِ (B) أي إنَّ معدلات التسميد لها تأثيرٌ معنويٌّ في انتاج الخيارِ.
- وبِما أنَّ $(F_{Cal(AB)} = 10.69) \geq (F_{Tab(AB)} = 3.55)$ هذا يعني أننا نرفض الفرض العدم بعدم وجود تفاعل بيني بن العاملين (طريقة الري ومعدل التسميد) ونستنتج أنه يوجدُ أثر معنوي للتداخل بين العاملين، أي أن علاقة أحد العاملين بمتغير الاستجابة (انتاج الخيار) تتأثر بمستويات العامل الآخر، وبالتالي يوجد فروقٌ معنويّةٌ للتّداخُلِ بينَ مستوياتِ العاملِ (A) ومستوياتِ العاملِ (B).

تطبيقُ اختبارِ (LSD)

لإجراءِ اختبارِ LSD يَتِمُّ استخراجُ قيمةِ (t) الجدوليّةِ وفقاً لدرجاتِ حرّيّةِ الخطأ التّجريبيّ ومستوى معنويّة:$t\left(\frac{\alpha}{2},dfE\right)=t\left(\frac{0.05}{2},18\right)=2.1$

عندها يَتِمُّ حسابُ أقلِّ فرقٍ معنويٍّ للعاملِ (A) والعاملِ (B) والتّداخُلِ (AB) كَمَايأتي:

$$LSD_{(A)}=t\left(\frac{\alpha}{2},dfE\right)\times\sqrt{\frac{2MSE}{br}}=2.1\times\sqrt{\frac{2\times4.03}{3\times4}}=1.72$$

$$LSD_{(B)}=t\left(\frac{\alpha}{2},dfE\right)\times\sqrt{\frac{2MSE}{ar}}=2.1\times\sqrt{\frac{2\times4.03}{2\times4}}=2.10$$

$$LSD_{(AB)}=t\left(\frac{\alpha}{2},dfE\right)\times\sqrt{\frac{2MSE}{r}}=2.1\times\sqrt{\frac{2\times4.03}{4}}=2.98$$

- يَتِمُّ تنظيمُ الجدولِ (9–11) لحساب متوسطات العوامل (A, B) وللتداخل (AB).

جدول (9–11): حساب متوسطات العوامل (A, B) وللتداخل (AB).

	y_i				
B / A	b1	b2	b3	المجموعُ ∑ai	المُتوسّطاتُ Mean A
a1	18	36	31	85	**7.08**
a2	23	20	52	95	**7.92**
المجموعُ ∑bi	41	56	83	Y…=180	
المُتوسّطاتُ Mean B	**5.13**	**7**	**10.38**		

- إعدادُ الجدولِ (9–12) للمقارنةِ بينَ مُتوسّطاتِ العاملِ B (معدلات التسميد).

جدول (9–12): مقارنةُ مُتوسّطاتِ معدل التسميد الثّلاثةِ فِي تجربةٍ عامليّةٍ باستخدامِ (LSD).

LSD_B = 2.10		b_1 5.13	b_2 7	b_3 10.38
treats	Mean			
b_3	10.38	5.25*	3.38*	0
b_2	7	1.87	0	0
b_1	5.13	0	0	

تفوّقُ معنويّاً المعاملة (b3=10.38) على بقيّةِ المعاملات إذ أعطى أعلى مُتوسّطٍ لإنتاجِ الخيار بلغ (10.38) كغ بالمقارنةِ معَ أقلِّ مُتوسّطٍ (b1=5.13) الذّي بلغَ 5.13 كغ.

- إعدادُ الجدولِ (9–13) للمقارنةِ بينَ مُتوسّطاتِ التّداخُلِ AB (طريقة الريِ × معدل التسميد) .

جدول (9–13): مقارنةُ مُتوسّطاتِ المعاملاتِ التّوافقيّةِ لطريقة الري ومعدلات التسميد الثّلاثةِ باستخدامِ (LSD).

LSD_{AB} =2.98		a1b1 4.5	a2b2 5	a2b1 5.75	a1b3 7.75	a1b2 9	a2b3 13
Treat AB	Mean AB						
a2b3	13	8.5*	8*	7.25*	5.25*	4*	0
a1b2	9	4.5*	4*	3.25*	1.25	0	
a1b3	7.75	3.25*	2.75	2	0		
a2b1	5.75	1.25	0.75	0			
a2b2	5	0.5	0				
a1b1	4.5	0					

تفوّقُ معنوياً معاملةِ التّداخُلِ طريقة الري(a_2) معَ معدل التسميد(b_3) أي المعاملةُ(a2b3) على بقيّةِ المعاملاتِ إذ أعطى أعلى إنتاجِ قمحٍ بلغَ (13) كغ بالمقارنةِ معَ أقلِّ مُتوسّطٍ لمعاملاتِ تداخُلِ طريقة الري مع معدلات التسميد (a1b1) التّي أعطت (4.5) كغ.

9-7- تجربةٌ عامليّةٌ بعاملينِ بتصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ(Two-Factors Experiment in a RCBD)

يُستعملُ هذا النّوعُ مِنَ التّجارب فِي حالةِ عدمِ تجانسِ الوَحداتِ التّجريبيّةِ للعوامل المؤثّرةِ فِي الصّدفةِ المدروسةِ وإمكانيّةِ مُجانستها بتجميعها فِي قطّاعاتٍ متجانسةٍ كَمَا تمَّت الإشارةُ إليها فِي تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (CBRD) باتّجاهٍ واحدٍ.

9-7-1- تخطيطُ التّجربةِ (Layout of the Experiment):

كمثالٍ لتخطيطِ تجربةٍ عامليّةٍ ذات عاملينِ (2×3)، العاملُ الأوّلُ (A: a_1, a_2) والعاملُ الثّاني (B: b_1, b_2, b_3) تُطبّقُ باستخدامِ تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (CRBD)، و بأربعةِ قطّاعاتٍ (أي كُلُّ معاملةٍ توافقيّةٍ سوفَ تتكرّرُ 4 مرّات)، فيكونُ تشكيلُ المعاملاتِ التّوافقيّةِ كَمَا يأتي:

(a_1b_1, a_1b_2, a_1b_3, a_2b_1, a_2b_2, a_2b_3). ويكونُ مخططُ التّجربةِ موضّح بالجدولِ (9-14).

جدول (9-14): تخطيطُ تجربةٍ عامليّةٍ بعاملينِ (3×2) بتصميمِ (CRBD).

القطّاعُ الأوّلُ B1	القطّاعُ الثّاني B2	القطّاعُ الثّالثُ B3	القطّاعُ الرّابعُ B4
a_1b_1	a_2b_2	a_2b_1	a_2b_3
a_2b_2	a_1b_2	a_2b_3	a_1b_3
a_2b_3	a_2b_1	a_1b_1	a_1b_2
a_1b_2	a_1b_1	a_1b_3	a_1b_1
a_2b_1	a_2b_3	a_1b_2	a_2b_1
a_1b_3	a_1b_3	a_2b_2	a_2b_2

بشرطِ أن تظهرَ جميعُ المعاملاتِ التّوافقيّةِ فِي كُلِّ قطّاعٍ ولمرّةٍ واحدةٍ فقط، أي إنَّ كُلَّ قطّاعٍ يحتوي على جميعِ المعاملاتِ التّوافقيّةِ، و أن يَتِمَّ توزيعُ المعاملاتِ على الوَحداتِ التّجريبيّةِ داخلَ كُلِّ قطّاعٍ توزيعاً عشوائيّاً مستقلّاً عَن بقيّةِ القطّاعاتِ.

9-7-2- تنظيمُ المشاهداتِ فِي جدولٍ مناسبٍ:

مِن أجلِ تسهيلِ عمليّةِ حسابِ القيمِ الإحصائيّةِ يمكنُ تصنيفُ القيمِ (المشاهداتِ) بجدولٍ ثنائيٍّ بحيث تُدرجُ المعاملاتُ المختلفةُ فِي عناوين الأسطرِ، كمثالٍ لتجربةٍ عامليّةٍ ذات عاملينِ (3×2) تُطبّقُ باستخدامِ تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (CRBD)، وقد قُسّمت الوَحداتِ التّجريبيّةِ إلى (4 قطّاعاتٍ) فيكونُ عددُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ المتجانسةِ (r×a×b=4×2×3=24) وحدة كَمَا بالجدولِ (9-15).

جدول (9–15): تنظيمُ البياناتِ لتجربةٍ عامليّةٍ بعاملينِ (3×2) بتصميمِ (CRBD).

المعاملاتُ			القطّاعاتُ				مجاميعُ المعاملاتِ	مُتوسّطاتُ المعاملاتِ
العاملُ (A)	العاملُ (B)	المعاملاتُ التّوافقيّة	B1	B2	B3	B4		
a1	b1	a1b1	5	6	6	7	24	4
	b2	a1b2	6	5	7	8	26	4.3
	b3	a1b3	8	9	8	9	34	5.7
a2	b1	a2b1	4	3	4	6	17	2.8
	b2	a2b2	5	4	6	5	20	3.3
	b3	a2b3	6	7	6	6	25	4.1
مجاميعُ القطّاعاتِ							المجموع الكلي 146	

9–7–3– النّموذجُ الرّياضيُّ للتّصميمِ:

$$Y_{ijk} = \mu + A_i + B_j + AB_{(ij)} + PK + E_{ijk}$$

Y_{ijk}: قيمةُ المشاهدةِ الخاصّةِ بالوحدةِ التّجريبيّةِ (k) والتّي طُبّقَ عليها المستوى (i) مِنَ العاملِ (A) والمستوى (j) مِنَ العاملِ (B).

μ: المُتوسّطُ العامُّ للتّجربةِ (لمجتمعِ المشاهداتِ).

A_i: قيمةُ تأثيرِ المستوى (i) مِنَ العاملِ (A).

B_j: قيمةُ تأثيرِ المستوى (j) مِنَ العاملِ (B).

AB_{ij}: قيمةُ التّأثيرِ المشتركِ بينَ المستوى (i) مِنَ العاملِ (A) والمستوى (j) مِنَ العاملِ (B) أي تأثيرُ التّداخُلِ بينَ العاملينِ.

BK: قيمةُ تأثيرِ القطّاعِ (k) الخاصّةِ بهذهِ المشاهدةِ.

E_{ijk}: قيمةُ الخطأ التّجريبيّ الخاصِّ بتلكَ الوحدةِ التّجريبيّةِ (Y_{ijk}).

تكوينُ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ: يتم تنظيم جدول انوفا لهذه التجربة بالجدولِ (9–16).

جدول (9–16): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ لتجربةٍ عامليّةٍ بعاملينِ بتصميمِ (CRBD).

مصادرُ التّبايُنِ S.O.V	$S.S$	df	$M.S$	F (المحسوبة) $F_{cal.}$	F (الجدوليّة) $F_{Tab.}$
القطّاعات Blocks	SSBk	r-1	$MSBk = \frac{SSBk}{r-1}$	$F_{(Bk)} = \frac{MSBK}{MSE}$	$F_{Tab(R)}$
العاملُ الأوّل A	SSA	a - 1	$MSA = \frac{SSA}{a-1}$	$F_{(A)} = \frac{MSA}{MSE}$	$F_{Tab(A)}$
العاملُ الثّاني B	SSB	b - 1	$MSB = \frac{SSB}{b-1}$	$F_{(B)} = \frac{MSB}{MSE}$	$F_{Tab(B)}$
التّداخُلُ بينَ AB	SSAB	(a -1)(b - 1)	$MSAB = \frac{SSAB}{(a-1)(b-1)}$	$F_{(AB)} = \frac{MSAB}{MSE}$	$F_{Tab(AB)}$
Error الخطأ التّجريبيّ	SSE	(ab – 1)(r - 1)	$MSE = \frac{SSE}{(ab-1)(r-1)}$		
Total	SSTO	abr – 1			

والجدول (9–17) يعرض القوانين المتعلقة بطرائق حساب القيم السابقة.

جدول (9–17): حساب مجموع مربعات الانحرافات لتجربة عاملية بعاملين بصميم (CRD)

مصادرُ التّباين S.O.V	مجموعُ مُربّعاتِ الانحرافاتِ $S.S$	درجاتُ الحرّيّةِ $d.f$	مُتوسّط المُربّعاتِ (التّبايُن) $M.S$
القطّاعاتُ Blocks	$SSBK = \frac{\sum(\sum R_i)^2}{ab} - CF$	r-1	$MSBk = \frac{SSBk}{r-1}$
العاملُ الأوّل A	$SSA = \frac{\sum(\sum A_i)^2}{br} - CF$	a - 1	$MSA = \frac{SSA}{a-1}$
العاملُ الثّاني B	$SSB = \frac{\sum(\sum B_i)^2}{ar} - CF$	b - 1	$MSB = \frac{SSB}{b-1}$
التّداخُلُ بينَ AB	$SSAB = \frac{\sum y_i^2}{r} - CF - SSA - SSB$	(a -1)(b - 1)	$MSAB = \frac{SSAB}{(a-1)(b-1)}$
الخطأ التّجريبيّ Error	$SSE = SSTO - SSBK - SSA - SSB - SSAB$	(ab-1)(r - 1)	$MSE = \frac{SSE}{(ab-1)(r-1)}$
المجموع Total	$SSTO = \sum_{1}^{abr} y_{ijk}^2 - CF$	abr – 1	

معاملُ التّصحيحِ:

$$CF = \frac{(y\dots)^2}{abr}$$

ملاحظة: في هذا التصميم يجب ملاحظة الأمور الآتية:

- عدد الوحدات التجريبية (المشاهدات) لكل مستوى من مستويات العامل الأول(A) هو= br.
- عدد الوحدات التجريبية (المشاهدات) لكل مستوى من مستويات العامل الثاني (B) هو= ar.
- عدد الوحدات التجريبية (المشاهدات) لكل قطاع من القطاعات هو= ab.
- العدد الكلي للوحدات التجريبية (المشاهدات) =N=abr.

لذلك عند حساب متوسطات العامل (A) يتم التقسيم على (br) $\bar{a}_i = \frac{\sum a_i}{br}$

وعند حساب متوسطات العامل (B) يتم التقسيم على (ar) $\bar{b}_i = \frac{\sum b_i}{ar}$،

ولحساب متوسطات المعاملات التوافقية (AB) يتم تقسيم مجموع كل معاملة توافقية (aibj) على (r).

حيثُ يَتِمُّ استخراجُ القيمِ الجدوليّةِ لقيمِ (F) كَمَا يأتي:

$$F_{Tab(Bk)} = F(df_R, df_E)$$
$$F_{Tab(A)} = F(df_A, df_E)$$
$$F_{Tab(B)} = F(df_B, df_E)$$
$$F_{Tab(AB)} = F(df_{AB}, df_E)$$

مثال (9-4):

أجريَتْ تجربةٌ حقليّةٌ لدراسةِ تأثيرِ السّمادِ بثلاثةِ أصنافٍ (A: a_1, a_2, a_3) و كذلكَ تأثيرُ طرائق الرّيِّ بثلاثةِ أنواعٍ (تقليدي، رزاز، تنقيط) (B: b_1, b_2, b_3) على كميّةِ الباذنجانِ، وبِما أنَّ أرضَ التّجربةِ مائلةٌ فقد قُسِّمت قطعِ الأرضِ إلى (3 ثلاثةِ)

قطّاعاتٍ عموديّةٍ على ميولِ الأرضِ، أي طُبّقتِ التّجربةُ العامليّةُ باستخدامِ تصميمِ القطاعات العشوائية الكاملة (CRBD)، فكانتْ نتائجُ حصادِ الوَحداتِ التّجريبيّةِ /كغ منظّمةً بالجدولِ (9-18).

جدول (9-18): تنظيمُ البياناتِ لتجربةِ أصنافِ السّمادِ معَ طرائقِ الرّيّ بتصميمِ (CRBD).

	مُتوسّطاتُ لمعاملات	مجاميعُ المعاملاتِ	القطّاعاتُ			المعاملاتُ		
			B3	B2	B1	المعاملاتُ التّوافقيّةُ	طرائقُ الرّيّ (B)	السّمادُ (A)
64	10	30	10	12	8	a1b1	b_1	a_1
	5.66	17	2	9	6	a1b2	b_2	
	5.66	17	6	7	4	a1b3	b_3	
64	12	36	14	12	10	a2b1	b_1	a_2
	4.66	14	5	5	4	a2b2	b_2	
	4.66	14	4	4	6	a2b3	b_3	
61	4	12	4	6	2	a3b1	b_1	a_3
	5	15	6	5	4	a3b2	b_2	
	11.33	34	14	8	12	a3b3	b_3	
		189	65	68	56	مجاميع القطاعات		

المطلوبُ:

1. أوجدْ تأثيرَ صنفِ السّمادِ وطريقةِ الرّيّ وتداخلهما في إنتاجِ الباذنجانِ بتطبيقِ اختبارِ تحليلِ التّباينِ.
2. أوجدِ الفروقَ المعنويّةَ بينَ المعاملاتِ باستخدامِ اختبارِ (LSD).
3. حدّدْ أفضلَ نوعٍ للسّمادِ وأفضلَ طريقةٍ للرّيّ وأفضلَ توليفةٍ (تداخلٍ) بينَ السّمادِ وطريقةِ الرّيّ التّي تُعطي أفضلَ إنتاجيّةٍ مِنَ الباذنجانِ بمستوى معنوية (α =0.05)؟

الحـلُّ:

أوّلاً: لتسهيلِ العمليّاتِ الحسابيّةِ لقيمِ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ نُنظّمُ الجدولَ (9–19) وهوَ جدولٌ مزدوجٌ بينَ العاملينِ (A وB) وذلكَ لإيجادِ قيمِ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ للعاملِ (A) وللعاملِ (B) وللتّداخُلِ بينهما أي حسابُ (SSA, SSB, SSAB).

جدول (9–19): مجاميعُ المعاملاتِ لتجربةِ أصنافِ السّمادِ معَ طرائقِ الرّيّ بتصميمِ (CRBD).

	$y_{i.}$				
B / A	b1	b2	b3	∑ai	Mean A
a1	30	17	17	64	7.11
a2	36	14	14	64	7.11
a3	12	15	34	61	6.77
∑bi	78	46	65	$\sum y_{ijk}$ =189	
Mean B	8.66	5.11	7.22		

تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE):

a=3 b=3 r=3

1) حسابُ معاملِ التّصحيحِ (Correction Factor-CF):

$$C.F = \frac{(Y\ldots)^2}{abr} = \frac{(189)^2}{3\times 3\times 3} = 1323$$

2) حسابُ مجموعِ المُربّعاتِ الكلّيّةِ (Sum Square of Total - SSTO):

$$SSTO = \sum y_{ijk}{}^2 - CF = (8)^2 + (12)^2 \ldots + (14)^2 - 1323 = 318$$

3) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ القطّاعاتِ (Sum Square of Block-SSBk):

$$SSBK = \frac{\sum(\sum R_i)^2}{ab} - \text{CF} = \frac{(56)^2 + (68)^2 + (65)^2}{3 \times 3} - 1323 = 8.67$$

4) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ العاملِ الأوّلِ (أصنافُ السّمادِ) (Sum Square of Factor A -SSA):

$$SSA = \frac{\sum(\sum A_i)^2}{br} - \text{CF} = \frac{(64)^2 + (64)^2 + (61)^2}{3 \times 3} - 1323 = 0.67$$

5) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ العاملِ الثّاني (طرائقُ الرّيّ) (Sum Square of Factor B -SSB):

$$SSB = \frac{\sum(\sum B_i)^2}{ar} - \text{CF} = \frac{(78)^2 + (46)^2 + (65)^2}{3 \times 3} - 1323 = 57.56$$

6) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ التّداخُلِ بينَ العاملينِ (Sum Square of Interaction AB - SSAB):

$$SSAB = \frac{\sum {y_i}^2}{r} - \text{CF} - \text{SSA} - \text{SSB}$$
$$= \frac{(30)^2 + \ldots + (34)^2}{3} - 1323 - 0.67 - 57.56 = 182.44$$

7) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الخطأ التّجريبيّ (Sum Square of Error-SSE):

SSE=SSTO-SSA-SSB-SSAB-SSBK=318-0.67-57.56-182.44-8.67=68.67

8) حسابُ مُتوسّطاتِ المُربّعاتِ (Mean Square- MS) للمعاملاتِ المنفصلةِ والتّداخُلِ والخطأ التّجريبيّ.

$$MSA = \frac{SSA}{df_A} = \frac{0.67}{2} = 0.34 \quad MSB = \frac{SSB}{df_B} = \frac{57.56}{2} = 28.78$$
$$MSAB = \frac{SSAB}{df_{AB}} = \frac{182.44}{4} = 45.61 \quad MSE = \frac{SSE}{df_E} = \frac{68.67}{16} = 4.29$$
$$MSBk = \frac{SSBk}{df_{Bk}} = \frac{8.67}{2} = 4.33$$

9) يُعدُّ جدولُ تحليلِ التّبايُنِ Analysis of Variance (ANOVA Table)

يَتِمُّ تنظيمُ القيمِ المحسوبةِ سابقاً وتنظيمها فِي جدولِ تحليلِ التّباينِ رقم (9–20).

جدول (9–20): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) لتجربةِ أصنافِ السّمادِ معَ طرائقِ الرّيّ بتصميمِ (CRBD).

S.O.V	df	SS	MS	F cal.	F tab.
Blocks	r-1=2	SSBk=8.67	MSBk=4.33	$F_{Cal(Bk)}$=1.01	3.36
A	a-1=2	SSA = 0.67	MSA=0.34	$F_{Cal(A)}$=0.08	3.36
B	b-1=2	SSB = 57.56	MSB=28.78	$F_{Cal(B)}$=6.7	3.36
AB	(a -1)(b - 1)= 4	SSAB =99.22	MSAB=45.61	$F_{Cal(AB)}$=10.63	3.01
Error	(ab – 1)(r - 1)=16	SSE = 68.67	MSE=4.29		
Total	abr – 1 =26	SSTO = 318			

والجدول رقم (9-21) يمثل نتيجة تنفيذ المثال السابق باستخدام برنامج (SPSS).

جدول (9–21): نتائج تنفيذ المثال باستخدام برنام (SPSS).

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	249.33[a]	10	24.93	5.81	.001
Intercept	1323.00	1	1323.0	308.27	.000
A_سماد_اصناف	.67	2	.33	.07	.926
B_الري_طرق	57.56	2	28.78	6.70	.008
القطاعات	8.67	2	4.33	1.01	.386
B_الري_طرق * A_سماد_اصناف	182.44	4	45.61	10.62	.000
Error	68.67	16	4.29		
Total	1641.00	27			
Corrected Total	318.00	26			

10) حسابُ قيمةِ (F) المحسوبةِ:

$$F_{Cal(A)} = \frac{MSA}{MSE} = \frac{0.34}{4.29} = 0.08$$

$$F_{Cal(B)} = \frac{MSB}{MSE} = \frac{28.78}{4.29} = 6.7$$
$$F_{Cal(AB)} = \frac{MSAB}{MSE} = \frac{45.61}{4.29} = 10.63$$
$$F_{Cal(Bk)} = \frac{MSBk}{MSE} = \frac{0.008}{0.0083} = 0.96$$

11) استخراجُ القيم الجدولية (df_A, df_B, df_{AB}, df_e) وفقَ مستوى معنوية (α =0.05).

- بِما أنَّ $(F_{Cal(A)} = 0.08) \leq (F_{Tab(A)} = 3.36)$ فهذا يعني أنه لا يوجد فروقٍ معنويّةٍ بينَ مستوياتِ العاملِ (A) أي بينَ أصنافِ السّمادِ.
- بِما أنَّ $(F_{Cal(B)} = 6.7) \geq (F_{Tab(B)} = 3.36)$ فهذا يعني وجود فروقٍ معنويّةٍ بينَ مستوياتِ العاملِ (B) أي بينَ طرقِ الرّيّ على الإنتاجِ.
- وبِما أنَّ $(F_{Cal(AB)} = 10.63) \geq (F_{Tab(AB)} = 3.01)$ فهذا يعني أنَّه يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ بينَ التّداخُلِ بينَ مستوياتِ العاملِ (A) و مستوياتِ العاملِ (B) يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ بينَ التّداخُلِ بينَ مستوياتِ السّمادِ (A السّماد)، و طرقِ الرّيّ (B طرق الرّيّ).

تطبيقُ اختبارِ (LSD)

لإجراءِ اختبارِ LSD يَتِمُّ استخراجُ قيمةِ (t) الجدوليّةِ وفقاً لدرجاتِ حرّيّةِ الخطأ التّجريبيّ ومستوى معنويّة $\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ $t\left(\frac{0.05}{2}, 16\right) = 2.12$

عندها يَتِمُّ حسابُ أقلِّ فرقٍ معنويٍّ للعاملِ (B) والتّداخُلِ (AB) كَمَا يلِي:

$$LSD_{(B)} = t\left(\frac{\alpha}{2}, dfE\right) \times \sqrt{\frac{2MSE}{ar}} = 2.12 \times \sqrt{\frac{2\times4.29}{3\times3}} = 2.06$$
$$LSD_{(AB)} = t\left(\frac{\alpha}{2}, dfE\right) \times \sqrt{\frac{2MSE}{r}} = 2.12 \times \sqrt{\frac{2\times4.29}{3}} = 3.59$$

جدول (9–22): مقارنةُ مُتوسّطاتِ طرائق الري الثّلاث فِي تجربةٍ عامليّةٍ باستخدامِ (LSD).

$LSD_B = 2.06$		**b_2**	**b_3**
treats	Mean	**5.11**	**7.22**
b_1	8.66	3.55*	1.44
b_3	7.22	2.11*	0.0

تفوّقُ معنويّاً طريقة الري (b_1) على بقيّةِ طرائق الري إذ أعطى أعلى مُتوسّطٍ بلغ (8.66) كغ بالمقارنةِ معَ أقلِّ مُتوسّطٍ (b_2) الذّي بلغَ (5.11) كغ.

- إعدادُ الجدولِ (9–23) للمقارنةِ بينَ مُتوسّطاتِ التّداخُلِ AB (صنفُ السّمادِ × طريقة الري).

جدول (9–23): مقارنةُ مُتوسّطاتِ المعاملاتِ التّوافقيّةِ لأصنافِ السّماد وطرائق الري باستخدامِ (LSD).

LSD_{AB}=3.59		a3b1	a2b2	a2b3	a3b2	a1b2	a1b3	a1b1	a3b3
Treat AB	Mean AB	4	4.66	4.66	5	5.66	5.66	10	11.33
a2b1	12	8*	7.34*	7.34*	7*	6.34*	6.34*	2	0.67
a3b3	11.33	7.33*	6.67*	6.67*	6.33*	5.67*	5.67*	1.33	0.0
a1b1	10	6*	5.44*	5.44*	5*	4.34*	4.34*	0	
a1b3	5.66	1.66	1	1	0.66	0	0		
a1b2	5.66	1.66	1	1	0.66	0			
a3b2	5	1	0.34	0.34	0				
a2b3	4.66	0.34	0	0					
a2b2	4.66	0	0						

تفوّقُ معنويّاً معاملةِ التّداخُلِ صنف السّمادِ (a_2) معَ طريقة الري (b_1) أي المعاملةُ (a2b1) على بقيّةِ المعاملاتِ إذ أعطى أعلى إنتاجِ باذنجان بلغَ (12) كغ بالمقارنةِ معَ أقلِّ مُتوسّطٍ لمعاملاتِ تداخُلِ أصنافِ السماد مع طرق الري وهي المعاملةُ (a3b1) التّي أعطت (4) كغ.

9-8- تجربةٌ عامليّةٌ بعاملينِ باستخدامِ تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيِّ (Two-Factors Experiment in a L.S)

يمكنُ تطبيقُ تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيِّ (LS) فِي التّجاربَ العامليّةِ صغيرة الحجمِ أي يجبُ أنْ يكونَ عددُ العواملَ الدّاخلةِ فِي الدّراسةِ ومستوياتها قليلاً، ويكونُ حجمُ المُربّعِ اللّاتينيِّ فِي هذهِ الحالةِ هوَ مُربّع عددِ المعاملاتِ التّوافقيّةِ $(ab)^2$ معَ تطبيقِ طريقةِ التّعشيةِ بتوزيعِ المعاملاتِ التّوافقيّةِ على الوَحداتِ التّجريبيّةِ بالطّريقةِ نفسها التّي تمَّ شرحها فِي الفصلِ الثّامِنِ. لذلكَ فِي هذا الفصلِ سوفَ ندرسُ التّجاربَ العامليّة التّي تستخدمُ تصميمَ المُربّعِ اللّاتينيِّ بعاملينِ فقط.

9-8-1- تخطيطُ التّجربةِ (Layout of the Experiment):

كمثالٍ لتخطيطِ تجربةٍ عامليّةٍ بعاملينِ (2×3)، العاملُ الأوّلُ (A: a_1, a_2) والعاملُ الثّاني (B: b_1, b_2, b_3) تُطبّقُ باستخدامِ تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيِّ (LS)، لذلكَ يجبُ أنْ يكونَ لدينا مُربّعٌ لاتينيٌّ يتألّفُ مِن (6) صـــفوفٍ و (6) أعمدةٍ ويكونُ عددُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ $(36=(2\times3)^2=((a\times b))^2$، و تكونُ المعاملاتُ التّوافقيّةُ هيَ: (a_1b_1, a_1b_2, a_1b_3, a_2b_1, a_2b_2, a_2b_3).

لسهولةِ تنظيمِ التّجربةِ يمكنُ ترميزُ المعاملاتِ التّوافقيّةِ بالشّكلِ الآتي:

$t_1=a_1b_1$ $t_2=a_1b_2$ $t_3=a_1b_3$ $t_4=a_2b_1$ $t_5=a_2b_2$ $t_6=a_2b_3$

حيثُ يَتِمُّ توزيعُ المعاملاتِ على الوَحداتِ التّجريبيّة عشوائياً و بشرطِ أنَّ كُلَّ معاملةٍ تظهرُ مرّةً واحدةً فقط فِي كُلِّ صـفٍّ و مرّةً واحدةً فقط فِي كُلِّ عمودٍ كَمَا هوَ مُبيّنٌ بالجدولِ (9-24).

جدول (9-24): تخطيطُ تجربةٍ عامليّةٍ بعاملينِ (2×3) بتصميمِ (LS).

		مستوياتُ عاملِ قطاعاتِ الأعمدةِ					
		C1	C2	C3	C4	C5	C6
مستوياتُ عاملِ قطّاعاتِ الصّفوفِ	R1	t_2	t_1	t_3	t_4	t_5	t_6
	R2	t_4	t_3	t_5	t_6	t_1	t_2
	R3	t_5	t_4	t_6	t_1	t_2	t_3
	R4	t_3	t_2	t_4	t_5	t_6	t_1
	R5	t_6	t_5	t_1	t_2	t_3	t_4
	R6	t_1	t_6	t_2	t_3	t_4	t_5

9-8-2- النّموذجُ الرّياضيُّ العامُّ لتصميمِ المُربّعِ اللّاتينيِّ فِي التّجارب العامليّةِ:

النّموذجِ الرّياضيِّ لتصميمِ المُربّعِ اللّاتينيِّ لتجربةٍ عامليّةٍ بعاملينِ كما يأتي:

$$Y_{ijjk} = \mu + r_i + c_j + A_k + B_l + AB_{(kl)} + e_{ij(k)} \qquad \begin{Bmatrix} i = 1,2,3.\ldots.ab \\ j = 1,2,3.\ldots.ab \\ k = 1,2,3.\ldots.a \\ l = 1,2,3.\ldots.b \end{Bmatrix}$$

Y_{ijkl}: قيمةُ المشاهدةِ الخاصّةِ بالوحدةِ التّجريبيّةِ الموجودةِ بالصّفِّ رقم (i) والعمودِ (j) والتّي استلمت المستوى (k) مِنَ العاملِ (A) والمستوى (l) مِنَ العاملِ (B).

μ : المُتوسّـطُ العامُّ للصّـفةِ المدروسـةِ ويُقدّرُ بالمُتوسّـطِ العامِّ لمشـاهداتِ التّجربةِ.

r_i: قيمةُ تأثيرِ الصّفِّ (i) الموجود فيه الوحدة التّجريبيّة.

c_j: قيمةُ تأثيرِ العمودِ (j) الموجود فيه الوحدة التّجريبيّة.

A_k: قيمةُ تأثيرِ المستوى (k) مِنَ العاملِ (A).

B_l: قيمةُ تأثيرِ المستوى (l) مِنَ العاملِ (B).

AB_{kl}: قيمةُ التّأثيرِ المشتركِ بينَ المستوى (k) مِنَ العاملِ (A) والمستوى (l) مِنَ العاملِ (B).

$e_{ij(k)}$: القيمةُ الحقيقيّةُ للخطأ التّجريبيِّ الخاصِّ بالمشاهدةِ (Y_{ijkl}).

تكوينُ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ

يَتِمُّ تكوينُ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ لهذا النّوعِ بالجدولِ رقم (9–25).

جدول (9–25): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ لتجربةٍ عامليّةٍ بعاملينِ بتصميمِ (LS).

مصادرُ التّبايُنِ S.O.V	df	S.S	(التّبايُنات) M.S	F (المحسوبة)	F (الجدوليّة)
الصّفوف Rows	ab - 1	SSr	$MSr = \frac{SSr}{ab-1}$		
الأعمدة Columns	ab - 1	SSc	$MSc = \frac{SSc}{ab-1}$		
العاملُ الأوّلُ A	a - 1	SSA	$MSA = \frac{SSA}{a-1}$	$F_{(A)} = \frac{MSA}{MSE}$	$F_{Tab(A)}$
العاملُ الثّاني B	b - 1	SSB	$MSB = \frac{SSB}{b-1}$	$F_{(B)} = \frac{MSB}{MSE}$	$F_{Tab(B)}$
التّداخُلُ بينَ AB	(a -1)(b - 1)	SSAB	$MSAB = \frac{SSAB}{(a-1)(b-1)}$	$F_{(AB)} = \frac{MSAB}{MSE}$	$F_{Tab(AB)}$
الخطأ التّجريبيّ Error	(ab -1)(ab - 2)	SSE	$MSE = \frac{SSE}{(ab-1)(ab-2)}$		
Total	$(ab)^2 - 1$	SSTO			

أمّا القوانينُ المتعلّقةُ بالحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ فموضّحةٌ بالجدولِ (9–26).

جدول (9–26): حسابِ مجموعِ مُربّعاتِ الانحرافاتِ لتجربةٍ عامليّةٍ بعاملينِ بتصميمِ (LS).

S.O.V	*S.S*	*d.f*	*M.S*
الصّفوفُ Rows	$SSr = \frac{\sum_1^{ab}(\sum R_i)^2}{ab} - CF$	ab - 1	$MSr = \frac{SSr}{ab-1}$
الأعمدةُ Columns	$SSc = \frac{\sum_1^{ab}(\sum C_i)^2}{ab} - CF$	ab - 1	$MSc = \frac{SSc}{ab-1}$
العاملُ الأوّلُ A	$SSA = \frac{\sum(\sum A_i)^2}{a \times b^2} - \text{CF}$	a – 1	$MSA = \frac{SSA}{a-1}$
العاملُ الثّاني B	$SSB = \frac{\sum(\sum B_i)^2}{a^2 \times b} - \text{CF}$	b – 1	$MSB = \frac{SSB}{b-1}$
التّداخُلُ بينَ AB	$SSAB = \frac{\sum {y_i}^2}{a \times b} - \text{CF} - \text{SSA} - \text{SSB}$	(a -1)(b - 1)	$MSAB = \frac{SSAB}{(a-1)(b-1)}$
الخطأ التّجريبيّ Error	SSE=SSTO-SSR-SSC-SSA-SSB-SSAB	(ab -1)(ab - 2)	$MSE = \frac{SSE}{(ab-1)(ab-2)}$
المجموع Total	$SSTO = \sum_1^{(ab)^2} y_{ij}^2 - CF$	$(ab)^2 - 1$	

معاملُ التّصحيحِ: $CF = \frac{(Y\ldots)^2}{(ab)^2}$

ملاحظة: في هذا التصميم يجب ملاحظة الأمور الآتية:

- عدد الوحدات التجريبية (المشاهدات) لكل مستوى من مستويات العامل الأول(A) هو= $a \times b^2$.
- عدد الوحدات التجريبية (المشاهدات) لكل مستوى من مستويات العامل الثاني (B) هو= $a^2 \times b$.
- العدد الكلي للوحدات التجريبية (المشاهدات) = $N=(ab)^2$.

لذلك عند حساب متوسطات العامل (A) يتم التقسيم على (br) $\bar{a}_i = \frac{\sum a_i}{a \times b^2}$ وعند حساب متوسطات العامل (B) يتم التقسيم على (ar) $\bar{b}_i = \frac{\sum b_i}{a^2 \times b}$، ولحساب متوسطات المعاملات التوافقية (AB) يتم تقسيم مجموع كل معاملة توافقية (aibj) على $(a \times b)$.

حيثُ يَتِمُّ استخراجُ القيمِ الجدوليّةِ لقيمِ (F) كَمَا يأتي:

$$F_{Tab(A)} = F_{\alpha}(df_A, df_E)$$
$$F_{Tab(B)} = F_{\alpha}(df_B, df_E)$$
$$F_{Tab(AB)} = F_{\alpha}(df_{AB}, df_E)$$

مثال (9-5):

أجريَتْ تجربةٌ عامليّةٌ باستخدامِ تصميمِ المُربّعِ اللّاتينيّ (LS) لدراسةِ تأثيرِ طريقتيِّ الرّيِّ (تقليديّ، تنقيط) (A: a_1, a_2) و ثلاثة أصناف مِنَ السّمادِ (B: b_1, b_2, b_3) على كميّة إنتاجِ الفاصولياءِ، فيكونُ المُربّعُ اللّاتينيُّ مكوّناً مِن (6) صفوفٍ و (6) أعمدةٍ ويكونُ عددُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ $(2\times3)^2=36$ قطعةِ أرضٍ وتكونُ المعاملاتُ التّوافقيّةُ هيَ:

$(a_1b_1,\ a_1b_2,\ a_1b_3,\ a_2b_1,\ a_2b_2,\ a_2b_3)$.

لسهولةِ تنظيمِ التّجربةِ يمكنُ ترميزُ المعاملاتِ التّوافقيّةِ بالشّكلِ التّالي:

$t_1=a_1b_1$ $t_2=a_1b_2$ $t_3=a_1b_3$ $t_4=a_2b_1$ $t_5=a_2b_2$ $t_6=a_2b_3$

حيثُ يَتِمُّ توزيعُ المعاملاتِ على الوَحداتِ التّجريبيّة بشكلٍ عشوائيٍّ و بشرطِ أنَّ كُلَّ معاملةٍ تظهرُ مرّةً واحدةً فقط فِي كُلِّ صفٍّ و مرّةً واحدةً فقط فِي كُلِّ عمودٍ كَمَا هوَ مُبيّنٌ بالجدولِ (9-27).

جدول (9-27): تنظيمُ البياناتِ لتجربةِ صنفيّ السّمادِ معَ طريقتيّ الرّيّ بتصميمِ (LS).

	الأعمدة						مجاميعُ الصّفوفِ	مجاميعُ المعاملاتِ	مُتوسّط المعاملاتِ
	C1	C2	C3	C4	C5	C6			
R1	t_6=6	t_1=2	t_4=6	t_2=6	t_3=16	t_5=16	52	t_1=12	2
R2	t_5=18	t_6=9	t_3=18	t_1=1	t_2=8	t_4=5	59	t_2=42	7
R3	t_4=7	t_5=12	t_2=4	t_6=5	t_1=1	t_3=14	43	t_3=90	15
R4	t_3=18	t_4=6	t_1=4	t_5=14	t_6=4	t_2=10	56	t_4=39	6.5
R5	t_2=6	t_3=14	t_6=8	t_4=9	t_5=15	t_1=3	55	t_5=85	14.16
R6	t_1=1	t_2=8	t_5=10	t_3=10	t_4=6	t_6=6	41	t_6=38	6.33
	56	51	50	45	50	54	Y..=306		

المطلوبُ: إجراءُ اختبارِ تحليلِ التّبايُنِ لهذهِ التّجربةِ بمستوى معنويّةٍ (0.05).

الحلُّ:

1- لحسابِ مجاميع المُربّعاتِ لمصادرِ التّبايُنِ ننظيمِ الجدولِ (9-27) الذّي يبيّنُ فيه مجاميعُ المعاملاتِ العامليّةِ وذو اتّجاهينِ بينَ A و B للمكرّراتِ الستة.

جدول (9-28): مجاميعُ المعاملاتِ لصنفيّ السّمادِ معَ طريقتيّ الرّيّ بتصميمِ (LS).

العاملُ A	العاملُ B				
	b1	b2	b3	المجموعُ ∑ai	Mean A
a1	(t_1)12	(t_2)42	(t_3)90	144	8
a2	(t_4)39	(t_5)85	(t_6)38	162	9
المجموعُ ∑bi	51	127	128	306	
Mean B	4.25	10.58	10.67		

تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE):

a=2 b=3 c=6 r=6 t= 6

1) حسابُ معاملِ التّصحيحِ (C.F):

$$C.F. = \frac{(Y\ldots)^2}{(ab)^2} = \frac{(306)^2}{(2\times 3)^2} = 2601$$

2) حسابُ مجموعِ المُربّعاتِ الكلّيّةِ (Sum Square of Total - SSTO):

$$SSTO = \sum_1^{(ab)^2} y_{ij}^2 - CF = (13)^2 + (2)^2 \ldots + (9)^2 - 2601 = 3510 - 2601 = 909$$

3) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الأعمدةِ (Sum Square of Columns-SSc)

$$SSc = \frac{\sum_1^{ab}(\sum C_i)^2}{ab} - CF$$

$$= \frac{(56)^2 + (51)^2 + (50)^2 + (45)^2 + (50)^2 + (54)^2}{6}$$

$$- 2601 = 12$$

4) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الصّفوفِ (Sum Square of Rows-SSr)

$$SSr = \frac{\sum_1^{ab}(\sum R_i)^2}{ab} - CF$$

$$= \frac{(52)^2 + (59)^2 + (43)^2 + (56)^2 + (55)^2 + (41)^2}{6}$$

$$- 2601 = 45$$

5) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ العاملِ الأوّلِ (طرائق الري) (SSA):

$$SSA = \frac{\sum(\sum A_i)^2}{a\times b^2} - \mathrm{CF} = \frac{(144)^2 + (162)^2}{18} - 2601 = 9$$

6) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ العاملِ الثّاني (أصناف السماد) (SSB):

$$SSB = \frac{\sum(\sum B_i)^2}{a^2\times b} - \mathrm{CF} = \frac{(51)^2 + (127)^2 + (128)^2}{12} - 2601$$

$$= 325.16$$

7) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ التّداخُلِ بينَ العاملينِ (SSAB):

$$SSAB = \frac{\sum {y_i}^2}{a \times b} - \text{CF} - \text{SSA} - \text{SSB}$$

$$= \frac{(12)^2 + \ldots + (38)^2}{6} - 2601 - 9 - 325.16 = 431.16$$

8) حسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الخطأ التّجريبيّ (Sum Square of Error-SSE):

SSE=SSTO-SSA-SSB-SSAB-SSr-SSc=909-9-325.16- 431.16-45-12=86.68

9) حسابُ مُتوسّطاتِ المُربّعاتِ (Mean Square- MS) للمعاملاتِ المنفصلةِ والتّداخُلِ والخطأ التّجريبيّ.

10) تكوينُ جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table)

يَتِمُّ تنظيمُ القيمِ المحسوبةِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ رقم (9–29).

جدول (9–29): جدولُ (ANOVA Table) لطرائق الري مع أصناف السماد بتصميمِ(LS)

S.O.V	df	*S.S*	*M.S*	*F* (المحسوبة)	*F* (الجدوليّة)
الصّفوفُ Rows	5	SSr=45	MSr=9		
الأعمدةُ Columns	5	SSc=12	MSc=2.4		
العاملُ الأوّلُ A	1	SSA = 9	MSA=9	$F_{(A)} = \frac{MSA}{MSE} = 2.07$	$F_{(A)} = 4.35$
العاملُ الثّاني B	2	SSB = 325.16	MSB=162.58	$F_{(B)} = \frac{MSB}{MSE} = 37.55$	$F_{(B)} = 3.49$
التّداخُلُ بينَ AB	2	SSAB =431.16	MSAB=215.58	$F_{(AB)} = \frac{MSAB}{MSE} = 49.79$	$F_{(AB)} = 3.49$
الخطأ التّجريبيّ Error	20	SSE= 86.68	MSE=4.33		
Total	35	SSTO =909			

يَتِمُّ استخراجُ القيمِ الجدوليّةِ لقيمِ (F) كَمَا يأتي:

$$F_{Tab(A)} = F_{\alpha}(df_A,\ df_E) = F_{0.05}(1, 20) = 4.35$$
$$F_{Tab(B)} = F_{\alpha}(df_B,\ df_E) = F_{0.05}(2, 20) = 3.49$$
$$F_{Tab(AB)} = F_{\alpha}(df_{AB},\ df_E) = F_{0.05}(2, 20) = 3.49$$

والجدول رقم (9-30) يمثل نتيجة تنفيذ المثال السابق باستخدام برنامج (SPSS).

جدول (9–30): نتائج تنفيذ المثال باستخدام برنام (SPSS).

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	822.33[a]	15	54.82	12.65	.00
Intercept	2601.00	1	2601.0	600.23	.00
الصفوف	45.00	5	9.00	2.07	.11
الاعمدة	12.00	5	2.40	.55	.73
A_الري_طرق	9.00	1	9.00	2.07	.16
B_السماد_أصناق	325.16	2	162.58	37.51	.00
B_السماد_أصناق * A_الري_طرق	431.16	2	215.58	49.75	.00
Error	86.66	20	4.33		
Total	3510.00	36			
Corrected Total	909.00	35			

نستنتجُ مِن هذا الجدولِ عدم معنويّةِ العاملِ (A) عندَ مستوى معنويّة (α=0.05) ومعنويّةِ العاملِ (B) والتّداخُلِ (AB).

- بِما أنَّ $(F_{Cal(A)} = 2.07) \leq (F_{Tab(A)} = 4.35)$ فهذا يعني عدم وجود فروقٍ معنويّةٍ بينَ مستوياتِ العاملِ (A).
- وبِما أنَّ $(F_{Cal(B)} = 37.55) \geq (F_{Tab(B)} = 3.49)$ فهذا يعني وجودِ فروقٍ معنويّةٍ بينَ مستوياتِ العاملِ (B).
- وبِما أنَّ $(F_{Cal(AB)} = 49.79) \geq (F_{Tab(AB)} = 3.49)$ فهذا يعني أنَّهُ يوجدُ فروقٌ معنويّةٌ بينَ التّداخُلِ بينَ مستوياتِ العاملِ (A) و مستوياتِ العاملِ (B).

تطبيقُ اختبارِ (LSD)

لإجراءِ اختبارِ LSD يَتِمُّ استخراجُ قيمةِ (t) الجدوليّةِ وفقاً لدرجاتِ حرّيّةِ الخطأ التّجريبيّ ومستوى معنويّة:

$$t\left(\frac{\alpha}{2}, dfE\right) = t\left(\frac{0.05}{2}, 20\right) = 2.086$$

عندها يَتِمُّ حسابُ أقلِّ فرقٍ معنويٍّ للعاملِ (B) والتّداخُلِ (AB) كَمَا يلِي:

$$LSD_{(B)} = t\left(\frac{\alpha}{2}, dfE\right) \times \sqrt{\frac{2MSE}{a^2 \times b}} = 2.086 \times \sqrt{\frac{2\times4.33}{4\times3}} = 1.77$$

$$LSD_{(AB)} = t\left(\frac{\alpha}{2}, dfE\right) \times \sqrt{\frac{2MSE}{a \times b}} = 2.086 \times \sqrt{\frac{2\times4.33}{6}} = 3.44$$

جدول (9–31): مقارنةُ مُتوسّطاتِ طرق الري الثّلاثةِ فِي تجربةٍ عامليّةٍ باستخدامِ (LSD).

$LSD_B = 1.77$		**b_1** **4.25**	**b_2** **10.58**
treats	Mean		
b_3	10.67	6.42*	0.09
b_2	10.58	6.33*	0.0

تفوّقُ معنوياً صنف السماد (b_3) على بقيّةِ الأصناف إذ أعطى أعلى مُتوسّطٍ لإنتاجِ الفاصولياءِ حيث بلغ (10.67) كغ بالمقارنةِ معَ أقلِّ مُتوسّطٍ لصنف السماد (b_1) الذّي بلغَ (4.25) كغ.

- إعدادُ الجدولِ (9–32) للمقارنةِ بينَ مُتوسّطاتِ التّداخُلِ AB (طريقة الري × صنفُ السّمادِ).

جدول (9–32): مقارنةُ مُتوسّطاتِ المعاملاتِ التّوافقيّةِ لطرائق الريِ مع أصنافِ السّماد الثّلاثةِ باستخدامِ (LSD).

LSD_{AB} 3.44=		a1b1 2	a2b3 6.33	a2b1 6.5	a1b2 7	a2b2 14.16
Treat AB	Mean AB					
a1b3	15	13*	8.67*	8.5*	8*	0.84
a2b2	14.16	12.16*	7.83*	7.66*	4.16*	0
a1b2	7	5*	0.67	0.5	0	
a2b1	6.5	4.5*	0.17	0		
a2b3	6.33	4.33*	0			

تفوّقُ معنويّاً معاملةِ التّداخُلِ طريقة الري (a_1) معَ صنف السماد (b_3) أي المعاملةُ ($t_3=a_1b_3$) على بقيّةِ المعاملاتِ إذ أعطى أعلى إنتاجٍ للفاصولياءِ بلغَ (15) كغ بالمقارنةِ معَ أقلِّ مُتوسّطٍ لمعاملاتِ تداخُلِ أصنافِ السماد مع طرق الري وهي المعاملةُ ($t_1=a_1b_1$) التّي أعطت (2) كغ.

Damascus University

وقل رب زدني علما
Damascus University

الفصلُ العاشرْ

تصاميمُ القِطَعِ والقطّاعاتِ المُنشقّةِ

(Split-Plot & Split-Block Designs)

10-1- مُقدّمة:

تُعدُّ تصاميمُ القِطَعِ المُنشقّةِ (أو القِطَعِ المُنشطرةِ أو الوحداتِ المُنشطرةِ) مِنَ التّصاميمِ المهمّةِ التّي تستخدمُ فِي التّجاربِ العامليّةِ، وفِي هذهِ التّجاربِ يكونُ الاهتمامُ بعاملينِ على الأقلِّ معَ التّركيزِ وطلبِ مزيدٍ مِنَ الدّقّةِ على عاملٍ واحدٍ دونَ الآخرِ، أي إنّهُ فِي هذا النّوعِ مِنَ التّصميمِ يكونُ العاملانِ المرادُ دراسةُ تأثيرهما يكونانِ على مستويينِ مختلفينِ مِنَ الأهميّةِ بالنّسبةِ للباحثِ فأحدهما يكونُ مهمّاً والآخرُ يكونُ أكثرَ أهميّةٍ

وتجاربُ القِطَعِ المُنشقّةِ قد يَتِمُّ تنظيمها على أساسِ أيٍّ منَ التّصاميمِ الأساسيّةِ الثّلاثةِ وهيَ (CRD) و (CRBD) و (L.S).

10-2- أنواعُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ فِي تصاميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ:

يُوجَدُ نوعانِ مِنَ الوَحداتِ التّجريبيّةِ فِي تصميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ ذاتِ العاملينِ هُما:

- **النّوعُ الأوّلُ**: هِي الوَحداتُ التّجريبيّةُ الرّئيسيّةُ، وتُسمّى بِالقِطَعِ الكاملةِ (Whole Plots) أو (Main Plots) ويُطبّقُ عليها العاملُ الأوّلُ ويُسمّى بعاملِ القِطَعِ الكاملةِ (Whole Plots Factor) وفِي الغالبِ تتطلّبُ عمليّةُ

تطبيقِ مُستوياتِ العاملِ الأوّلِ(عاملُ القِطَعِ الكاملةِ) وَحداتٍ تجريبيّةٍ كبيرةٍ بسببِ الصّعوبةِ فِي تَطبيقها على وَحداتٍ صغيرةٍ.

- **النّوعُ الثّانيْ:**

هِي الوَحداتُ التّجريبيّةُ الجُزئيّةُ، وتُسمّى بالقِطَعِ المُنشقّةِ أو الثّانويّةِ أو الفرعيّةِ (Sub or Split Plots) و يُطبّقُ عليها العاملُ الثّاني ويُسمّى عاملُ القِطَعِ المُنشقّةِ (Split Plots Factor) فِي الغالبِ يكونُ مِنَ السّهلِ تَطبيقُ مُستوياتِ العاملِ الثّاني (عاملُ القِطَعِ المُنشقّةِ)على وحداتٍ تجريبيّةٍ صغيرةٍ، وتَحظىْ قياساتُ هذا العاملِ بدقّةٍ أكثرَ منَ العاملِ الأوّلِ(عاملُ القطعِ الرّئيسيّةِ).

وفِي تَصميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ، يَتِمُّ تَطبيقُ مُستوياتِ العاملِ الأوّلِ على القِطَعِ الكاملةِ أو الرّئيسيّةِ (Main Plots) بشكلٍ عشوائيٍّ، ثمَّ يَتِمُّ تجزيئ (شقٍّ أو شطرٍ) كلِّ قطعةٍ رئيسيّةٍ كاملةٍ(الوحداتُ التّجريبيّةُ الرّئيسيّةُ)إلى أجزاءٍ تُمثّلُ القِطَعَ المُنشقّةِ (الوَحداتُ التّجريبيّةُ الجزئيّةُ) ومِنْ ثمَّ يَتِمُّ تطبيقُ مُستوياتِ العاملِ الثّاني بشكلٍ عشوائيٍّ على القِطَعِ المُنشقّةِ داخلَ كُلِّ قطعةٍ كاملةٍ. لِذا، فإنَّ القِطَعَ الكاملةَ (Whole Plots) تَعملُ عملَ القطّاعاتِ (Blocks) لعاملِ القِطَعِ المُنشقّةِ. ولِذلكَ، فَإنَّ هذا التّصميمَ يُعدُّ حالةً خاصّةً مِن تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ؛ و يكونُ هُناكَ تقييدٌ على العمليّةِ العشوائيّةِ فِي التّصميمِ.

- إنَّ تصميمَ القِطَعِ المُنشقّةِ يَتِمُّ تَنفيذهُ على مرحلتينِ هُما:

المرحلةُ الأولى: فِي هَذه المرحلةِ تُوزّعُ مُستوياتُ العاملِ الأوّلِ على القِطَعِ الكاملةِ (الوَحداتُ التّجريبيّةُ الرّئيسيّةُ) وِفقَ أيٍّ مِنَ التّصاميمِ الأساسيّةِ التّي درسناهَا

(التّصميمُ تامُّ العشوائيّةِ، أو تصميمُ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ، أو تصميمُ المُربّعِ اللاتينيِّ)

المرحلةُ الثّانيةُ: وفِي هَذه المرحلةِ تُوزّعُ مُستوياتُ العاملِ الثّاني على القِطَعِ المُنشقّةِ (الوحداتُ التّجريبيّةُ الجُزئيّةُ) بشكلٍ عشوائيٍّ داخلَ كُلِ قطعةٍ كاملةٍ.

ويتّضحُ مِن هَذهِ الطّريقةِ أنّهُ يُوجدُ نوعانِ مِنَ الوحداتِ التّجريبيّةِ وبالتّالي يَنتُجُ عنهما نوعانِ مِنَ الأخطاءِ التّجريبيّةِ؛ هُمَا:

10-3- أنواعُ الأخطاءِ فِي تجاربِ القِطَعِ المُنشقّةِ:

الخطأُ التّجريبيُّ الأوّلُ: هذا الخطأُ يُسمّى Error(a) وهو يُمثّلُ الخطأ التّجريبي للقِطَعِ الكاملةِ(الوحداتُ التّجريبيّةُ الرّئيسيّةُ) و يختبرُ تبايُنَ المُكرّراتِ وتبايُنَ مُستوياتِ العاملِ الرّئيسي (A).

الخطأُ التّجريبيُّ الثّاني: و هذا الخطأُ يُسمّى Error(b) وهو يُمثّلُ الخطأ التّجريبي للقِطَعِ المُنشقّةِ(الوحداتُ التّجريبيّةُ الثّانويّةُ) وهوَ يَختبرُ تباينَاتِ العاملِ الثّانويّ (B) إضافةً إلى تبايُنِ التّداخُلِ بينَ العاملينِ (AB).

وفِي الغالبِ يكونُ الخطأُ التّجريبيَّ الثّاني للقِطَعِ المُنشقّةِ أقلَّ مِنَ الخطأِ التّجريبي الأوّلِ للقِطَعِ الكاملةِ؛ لِسببينِ هُما:

- ← تَجانسُ(تشابهُ)القِطَعِ المُنشقّةِ يكونُ فِي الغالبِ أكثرَ مِن تجانسِ القِطَعِ الكاملةِ.
- ← عددُ تِكراراتِ القِطَعِ المُنشقّةِ أكبرُ مِن عددِ تكراراتِ القِطَعِ الكاملةِ.

فمثلاً لو كانَ لدينا العاملُ (A) ولهُ (a) مُستوى، والعاملُ (B) ولهُ (b) مُستوى ونريدُ دقّةً أكبرَ للعاملِ (B)، فنقومُ أوّلاً بتوزيعِ مُستوياتِ العاملِ (A) على الوَحداتِ

التّجريبيّةِ الكاملةِ، ثُمَّ نُقسّمُ الوَحداتِ الكاملةَ إلى وَحداتٍ ثانويّةٍ ليَتِمَّ تطبيقُ مُستوياتِ العاملِ (B).

10-4- التّوزيعُ العشوائيُّ:

تُوزّعُ المُعاملاتُ التّي خُصِصَتْ للوَحداتِ التّجريبيّةِ الرّئيسيّةِ توزيعاً عشوائياً بحسبِ نوعِ التّصميمِ المُختارِ للوَحداتِ التّجريبيّةِ الرّئيسيّةِ (أي بحسبِ التّصميمِ العشوائيِّ الكاملِ أو القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ أو المُربّعِ اللاتينيِّ).

أمّا المعاملاتُ المخصّصةُ للوَحداتِ التّجريبيّةِ الثّانويّةِ فتتوزّعُ توزيعاً عشوائيّاً على القِطَعِ (الوحدات) الثّانويّةِ داخلَ كُلِّ (وحدة) قطعةٍ رئيسيّةٍ وبصورةٍ مستقلّةٍ عَنِ الوَحداتِ الرّئيسيّةِ الأُخرى.

10-5- استخداماتُ تصاميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ

(Applications of Split- Plot Designs):

يَكثُرُ استخدامُ هَذهِ التّصاميم فِي الحالاتِ الآتيةِ:

1- يُستخدمُ هذا التّصميمُ فِي الحالاتِ التّي يكونُ فيها أحدُ العاملينِ ذا أهميّةٍ أكبرَ لدىْ الباحث، فتُوزّعُ مُستوياتهُ على القِطَعِ التّجريبيّةِ المُنشقّةِ. فِي حينْ يَتِمُّ توزيعُ مُستوياتِ العاملِ الأقلِّ أهميّة بالنّسبةِ فِي القِطَعِ الكبيرةِ الكاملةِ ورُبّما قدْ يكونُ الخطأُ التّجريبيَّ فِي القِطَعِ الثّانويّةِ أقلَّ مِنَ الخطأِ التّجريبيِّ فِي القِطَعِ الرّئيسيّةِ.

2- يُستخدمُ فِي التّجاربِ التّي يتطلّبُ فِيها أحدُ العواملِ وَحداتٍ تجريبيّةً كبيرةً (عاملٌ يَصعُبُ تغييرُ مُستوياتِهِ بسهولةٍ عندَ تنفيذِ التّجربةِ) مثلُ طريقةِ الرّي، عُمقُ الحراثةِ. إذ إنَّ هذهِ المعاملاتِ تحتاجُ الى وَحداتٍ تجريبيّةٍ أكبرَ لِتلافِي التّأثيراتِ الجانبيّةِ لِهذهِ العواملِ على الوَحداتِ التّجريبيّةِ المُجاورةِ.

في حين يُمكنُ تطبيقُ العاملِ الآخرِ على وَحداتٍ تجريبيّةٍ صغيرةٍ (عاملٌ يَسهلُ تغييرُ مُستوياتِهِ عندَ تنفيذِ التّجربةِ)،مثلُ الأصنافِ أو مواعيدُ الزّراعةِ. وعليهِ فالمعاملاتُ التّي تحتاجُ إلى حجمٍ أكبرَ تُوضعُ فِي القِطَعِ الكاملةِ أو الرّئيسيّةِ والتّي لا تحتاجُ إلى وَحداتٍ كبيرةٍ تُوضعُ فِي القِطَعِ الثّانويّةِ.

3- يُستخدمُ فِي التّجاربِ التّي يَتِمُّ فيها إدخالُ عاملٍ ثانٍ والتّجربة قائمة بمُستوياتِ العاملِ الأوّلِ (يستخدمُ مواعيدُ رشِّ المبيدِ بفتراتٍ مختلفةٍ على تجربةِ أصنافِ القمحِ فِي طرائقِ ريٍّ مختلفةٍ)

4- يُستخدمُ فِي التّجاربِ التّي يصعبُ فيها تطبيقُ العواملِ معًا في الوقتِ نفسِه.

5- يُستخدمُ فِي التّجاربِ المرتبطةِ بمُتابعةِ مراحلِ النّمو، أو التّجاربِ التّي تتطلّبُ أخذَ عيّناتٍ على فتراتٍ زمنيّةٍ لدراسةِ تأثيرِ الزّمنِ على الظّاهرةِ محلَ الدّراسةِ.

أمثلةٌ على تجاربِ القِطَعِ المُنشقّةِ:

1- فِي التّجاربِ الحقليّةِ قدْ يكونُ العاملُ الأوّلُ هو طريقةُ حرثِ الأرضِ والعاملُ الثّاني هوَ نوعُ البذورِ .فمِنَ الأفضلِ عمليّاً تطبيقُ مُستوياتِ العاملِ الأوّلِ فِي وَحداتٍ تجريبيّةٍ كبيرةٍ (حرْثُ حقولٍ زراعيّةٍ كبيرةٍ باستخدامِ الجراراتِ)، وتطبيقُ مُستوياتِ العاملِ الثّاني(نَوعُ البذورِ) فِي وَحداتٍ تجريبيّةٍ أصغرَ (قِطَعٌ زراعيّةٌ داخلَ الحقولِ).

2- فِي تّجاربِ الصّناعاتِ الغذائيّةِ، قد يكونُ العاملُ الأوّلُ هوَ طريقةُ تحضيرِ الآيسكريم والعاملُ الثّاني هوَ درجةُ حرارةِ التّخزين .فمنَ الأفضلِ عمليّاً تجهيزُ خلطاتٍ كبيرةٍ من الآيسكريم(قِطَعٌ كاملةٌ) باستخدامِ طرائقِ التّحضيرِ المختلفةِ (العاملُ الأوّلُ)، ثُمَّ تُقسم كُلِّ خلطةٍ(القطعةُ الكاملةُ) إلى أجزاءٍ(قِطَعٌ مُنشقّةٌ) ويُخزّنُ كُلُّ جزءٍ تحتَ حرارةٍ مختلفةٍ بشكلٍ عشوائيٍّ.

10-6- مُميّزاتُ تصاميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ وعُيوبُها:

10-6-1- مُميّزاتُ تصاميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ:

1) المعاملاتُ التّي تطبّقُ على الوَحداتِ التّجريبيّةِ الرّئيسيّةِ تُقاسُ بدرجةِ دقّةٍ أقلَّ مِنَ المعاملاتِ التّي تُنفّذُ فِي الوَحداتِ الثّانويّةِ.

2) تُعدُّ هذهِ التّصـــاميمُ ملائمةً لطبيعةِ بعضِ العواملِ التّجريبيّةِ وطريقةِ تطبيقها على المادّةِ التّجريبيّةِ سيما فِي ميدانِ العلومِ الزّراعيّةِ.

10-6-2- عُيوبُ تصاميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ:

1) تزدادُ درجةُ تعقيدِ تحليلِ بياناتِ هذهِ التّصاميمِ عندَ فقدانِ قيمِ بعضِ المُشاهداتِ.

2) فِي هذا التّصميمِ، المعاملاتُ التّي تُطبّقُ على الوَحداتِ التّجريبيّةِ الرّئيسيّةِ تُقاسُ بدرجةِ دقّةٍ أقلَّ منَ المعاملاتِ التّي تُنفّذُ فِي الوَحداتِ الثّانويّةِ، و هذا المُؤشّرُ يُعدُّ ميزةً وعيباً فِي الوقتِ نفسهِ وذلكَ بحسبِ طبيعةِ التّجربةِ.

10-7- تطبيقُ القِطَعِ المُنشقّةِ فِي التّصميمِ العشوائيِّ الكاملِ (Split Plots Design Using CRD):

عندَ تنفيذِ تجربةٍ فِي ظروفٍ مُسيطرٍ عليها (الوَحداتُ التّجريبيّة متجانسة) تُوزّعُ المعاملاتُ التّي خُصّصَتْ للوَحداتِ التّجريبيّةِ الرّئيسيّةِ توزيعاً عشوائيّاً كاملاً على الوَحداتِ التّجريبيّةِ الرّئيسيّةِ وبعددِ تكراراتٍ معيّنٍ.

أمّا المعاملاتُ المُخصّصةُ للوَحداتِ التّجريبيّةِ الثّانويّةِ فتتوزّعُ توزيعاً عشوائيّاً على القِطَعِ (الوحدات) الثّانويّةِ داخلَ كُلِّ (وحدة) قطعةٍ رئيسيّةٍ وبصورةٍ مُستقلّةٍ عَنِ الوَحداتِ الرّئيسيّةِ الأُخرى.

10-7-1 تخطيطُ التّجرُبةِ (Layout of the Experiment):

كمثالٍ لتخطيطِ تجرُبةِ قِطَعٍ مُنشقّةٍ على أساسِ التّصميمِ العشوائيّ الكاملِ، نَفرِضُ أنَّ التّجرُبةَ عامليّةٌ ذاتَ عاملينِ (4×3)، العاملُ الأوّلُ (A) ولهُ أربعةُ مُستوياتٍ (A: a1, a2, a3, a4) ، والعاملُ الثّاني (B) ولهُ ثلاثةُ مُستوياتٍ (B: b1, b2, b3) وإنَّ كُلَّ معاملةٍ توافقيّةٍ سوفَ تتكرّرُ ثلاثَ مرّاتٍ (r=3) وكانَتِ الوَحداتُ التّجريبيّةُ متجانسةً فيكونُ تخطيطُ التّجرُبةِ موضّحاً فِي الشّكل (10-1).

b_1 b_3 b_2 **a_1**	b_2 b_1 b_3 **a_2**	b_1 b_2 b_3 **a_3**	b_1 b_3 b_2 **a_3**
b_3 b_2 b_1 **a_4**	b_3 b_1 b_2 **a_3**	b_3 b_2 b_1 **a_1**	b_3 b_1 b_2 **a_2**
b_2 b_1 b_3 **a_1**	b_1 b_3 b_2 **a_2**	b_1 b_3 b_2 **a_4**	b_2 b_1 b_3 **a_4**

شكل (10-1): تخطيطُ تجربةِ قطعٍ مُنشقّةٍ بالتّصميمِ العشوائيّ الكاملِ.

ويكونُ جدولُ تحليلِ التّبايُنِ لتَجرُبةِ ذاتِ عاملينِ بتصميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ باستخدامِ CRD موضّحاً بالجدولِ (10-1).

جدول (10–1): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) لتجربةٍ بعاملينِ بتصميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ باستخدامِ (CRD).

S.O.V	Df	SS	MS	F cal.
A	a-1	SSA= A-CF $A = \frac{\sum ai^2}{br}$	MSA= $\frac{SSA}{df_a}$	$= \frac{SSA}{SSE_{(a)}}$
Error(a)	a (r-1)	$SSE_{(a)}$= RA-A $RA = \frac{\sum ra^2}{b}$	$MSE_{(a)} = \frac{SSE_{(a)}}{df_{e(a)}}$	
B	b-1	SSB= B-CF $B = \frac{\sum bi^2}{ar}$	$MSB = \frac{SSB}{df_b}$	$= \frac{MSB}{MSE_{(b)}}$
AB	(a-1)(b-1)	SSAB=AB-B-A+CF $AB = \frac{\sum y^2}{r}$	$MSAB = \frac{SSAB}{df_{ab}}$	$= \frac{MSAB}{MSE_{(b)}}$
Error(b)	a (b-1)(r-1)	$SSE_{(b)}$= RAB-AB-RA+A	$MSE_{(b)} = \frac{SSE_{(b)}}{df_{e(b)}}$	
Total	rab-1	SSTO= RAB-CF RAB= $\sum y^2$		

عِندَ حِسابِ قيمِ LSD ودنكن Duncan لاختبارِ المقارناتِ يُعتَمَدُ على قيمةِ MSE (a)عندَ المقارنةِ لقيمِ العاملِ(A)، أمّا فِي حالةِ العاملِ (B) والتّداخُلِ (AB)، يُعتَمَدُ عندَ المقارنةِ على قيمةِ الخطأِ التّجريبيّ الثّاني MSE (b) .

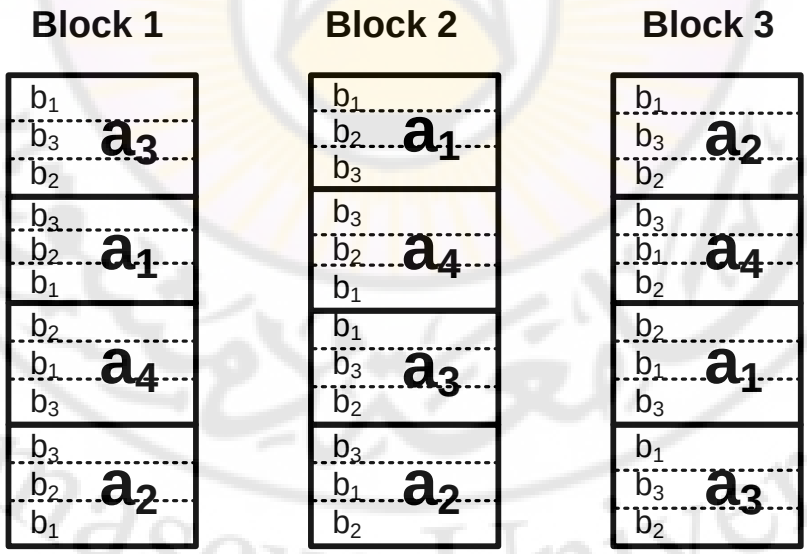
10–8– تطبيقُ القِطَعِ المُنشقّةِ فِي تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (Split Plots Design Using CRBD)

عِندَ تنفيذِ تَجربةٍ فِي ظُروفٍ غيرِ مُسيطرٍ عليها (الوَحداتُ التّجريبيّةُ غيرُ متجانســـةٍ) يَتِمُّ تجميعُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ فِي قطّاعاتٍ مُتعامدةٍ على عاملِ التّدرُجِ (عَدمُ التّجانسِ):

10-8-1- تخطيطُ التّجرُبةِ (Layout of the Experiment):

كمثالٍ لتخطيطِ تَجرُبةٍ عامليّةٍ فِي تصميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ معَ تطبيقِ تصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (CRBD) على القِطَعِ الكاملةِ أو الرّئيسيّةِ (Main Split) باستخدامِ (3) قطّاعاتٍ.

نَفترِضُ أنَّ التّجرُبةَ عامليّةٌ ذاتُ عاملينِ (3×4)، العاملُ الأوّلُ (A) ولهُ أربعةُ مُستوياتٍ (A: a1, a2, a3, a4)، والعاملُ الثّاني (B) ولهُ ثلاثةِ مُستوياتٍ (B: b1, b2, b3) وكانَتِ الوَحداتُ التّجريبيّةُ غيرَ متجانسةٍ (أي يُوجدُ اختلافٌ بينَ الوَحداتِ التّجريبيّةA فِي أحدِ الاتجاهاتِ) ثُمَّ تمَّ تقسيمُ الوَحداتِ التّجريبيّةِ إلى (3) قطّاعاتٍ عموديّةٍ على عاملِ عدمِ التّجانسِ، إنَّ كُلَّ معاملةٍ توافقيّةٍ سوفَ تَظهرُ مرّةً واحدةً فِي كُلِّ قطّاعٍ فيكونُ تخطيطُ التّجرُبةِ كَمَا هوَ موضّحٌ بالشّكلِ (10-2).



شكل (10-2): تخطيط تجربة قطع منشقة تصميم القطاعات العشوائية الكاملة (CRBD).

ويَتِمُّ تَوزيعُ مُستوياتِ العاملِ A على الوَحداتِ التّجريبيّةِ الكبيرةِ داخلَ القطّاعاتِ، ثمَّ تقسيمُ كُلِّ وحدةٍ تجريبيّةٍ كبيرةٍ إلى وَحداتٍ صغيرةٍ عددهَا يُساوي مُستوياتِ العاملِ الثّاني B كَمَا هوَ بالشّكلِ السّابقِ.

وبشكلٍ مُفصّلٍ، يَتِمُّ تقسيمُ كُلِّ قطّاعٍ إلى (4) أجزاءٍ بعددِ مُستوياتِ العاملِ الأوّلِA (هذهِ الأجزاءُ هِيَ الوَحداتُ التّجريبيّةُ الرّئيسيّةُ) ، ثُمَّ يَتِمُّ تطبيقُ جميعِ مُستوياتِ العاملِ الأوّلِ (A) عشوائيّاً داخلَ كُلِّ قطّاعٍ. بعدَ ذلكَ، تُقسّمُ كُلُّ قطعةٍ كاملةٍ إلى (3) أجزاءٍ بعددِ مُستوياتِ العاملِ الثّاني B (هذهِ الأجزاءُ هِيَ الوحداتُ التّجريبيّةُ الثّانويّةُ /القطعُ المُنشطرةُ)، ثُمَّ يَتِمُّ تطبيقُ جميعِ مُستوياتِ العاملِ الثّاني Bعشوائيّاً على القِطَعِ المُنشطرةِ داخلَ كُلِّ قطعةٍ رئيسيّةٍ.

مُلاحظاتٌ:

مِنَ الشّكلِ أعلاهُ يُلاحظُ مَا يأتِي:

- يُوجدُ ثلاثةُ قطّاعاتٍ.
- كُلُّ قطّاعٍ مُقسّمٌ إلى (4) قطعٍ رئيسيّةٍ (وحداتٌ تجريبيّةٌ رئيسيّةٌ) بعددِ مُستوياتِ العاملِ الأوّلِ (A).
- مُستوياتُ العاملِ الأوّلِ (A: a1, a2, a3, a4) موزعةٌ عشوائيّاً بداخلِ كُلِّ قطّاعٍ (Block) على الوَحداتِ التّجريبيّةِ الرّئيسيّةِ(القِطَعُ الكاملةُ Whole Splits).
- كُلُّ وحدةٍ تجريبيّةٍ رئيسيّةٍ (قطعةٌ كاملةٌ Whole Plot) تَمَّ شقّها إلى ثلاثِ وَحداتٍ تجريبيّةٍ جُزئيّةٍ(قطعٌ مُنشقّةٌ) (Sub Plot /Split Plot) بعددِ مُستوياتِ العاملِ الثّاني (B). ثُمَّ تَمَّ توزيعُ مُستوياتِ العاملِ الثّاني(B) عشوائيّاً على القِطَعِ المُنشطرةِ بداخلِ كُلِّ قطعةٍ كاملةٍ .ومِنْ هُنا يُلاحَظُ أنَّ القِطَعَ الكاملةَ بمثابةِ قطّاعاتٍ Blocks لمُستوياتِ العاملِ الثّاني.

➢ العاملُ الأوّلُ (A) هوَ عاملُ القِطَعِ الرّئيسيّةِ (الكاملة)، والعاملُ الثّاني (B) هوَ عاملُ القِطَعِ المُنشقّةِ (الثّانوية). وسوفَ يُقاسُ العاملُ الثّاني (B) بدقّةٍ أكبرَ مِنْ قياسِ العاملِ الأوّلِ (A).

يكونُ جدولُ تحليلِ التّبايُنِ لتجربةِ ذاتِ عاملينِ بتصميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ بتصميمِ (CRBD) موضّحاً بالجدول (10−2).

جدول (10−2): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) لتجربةٍ بعاملينِ بتصميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ باستخدامِ (CRBD).

S.O.V	Df	SS	MS	F cal.
Blocks	r-1	SSBk=R-CF $R = \frac{\sum ri^2}{ab}$	$MSBk = \frac{SSBk}{r-1}$	
A	a-1	SSA= A-CF $A = \frac{\sum ai^2}{br}$	$MSA = \frac{SSA}{df_a}$	$= \frac{SSA_a}{SSE_{(a)}}$
Error(a)	(a-1) (r-1)	$SSE_{(a)}$= RA-A-R+CF $RA = \frac{\sum r^2}{b}$	$MSE_{(a)} = \frac{SSE_{(a)}}{df_{e(a)}}$	
B	b-1	SSB= B-CF $B = \frac{\sum bi^2}{ar}$	$SSB = \frac{SSB}{df_b}$	$= \frac{MSB}{MSE_{(b)}}$
AB	(a-1)(b-1)	SSAB=AB-B-A+CF $AB = \frac{\sum y^2}{r}$	$SSAB = \frac{SSAB}{df_{ab}}$	$= \frac{MSAB}{MS_{e(b)}}$
Error(b)	a (b-1)(r-1)	$SSE_{(b)}$= RAB-AB-RA+A	$MSE_{(b)} = \frac{SSE_{(b)}}{df_{e(b)}}$	
Total	rab-1	SSTO= RAB-CF $RAB = \sum y^2$		

يُلاحَظُ ممّا تقدّم أنَّ جدولَ تحليلُ التّبايُنِ لتصـميمِ القِطَعِ المُنشـقّةِ بالحالتينِ لا يختلِفُ فِي شَـيءٍ باستثناءِ كيفيّةِ حسابِ درجاتِ الحرّيّةِ ومجموعِ مُربّعاتِ الخطأِ التّجريبيّ الأوّلِ.

10-9- المُقارناتُ البعديّةُ فِي تصاميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ:

يَتِمُّ تطبيقُ الاختباراتِ البعديّةِ فِي هذهِ التّصاميمِ مثل التّصاميمِ العامليّةِ.

- يَتِمُّ حِسابُ قيمةِ (LSD) للعاملِ المُرادِ اختبارهُ كَمَا يأتِي:

$$LSD_{(A)} = t_{\left(\frac{\alpha}{2}, df_{e(a)}\right)}\sqrt{\frac{2MSE_{(a)}}{br}}$$

$$LSD_{(B)} = t_{\left(\frac{\alpha}{2}, df_{e(b)}\right)}\sqrt{\frac{2MSE_{(b)}}{ar}}$$

$$LSD_{(AB)} = t_{\left(\frac{\alpha}{2}, df_{e(b)}\right)}\sqrt{\frac{2MSE_{(b)}}{r}}$$

يَتِمُّ الحصولُ على قيمةِ (t) مِنَ الجداولِ الإحصائيّةِ لتوزيعِ (t) بالاعتمادِ على درجاتِ الحرّيّةِ للخطأِ التّجريبيّ لكُلِّ عاملٍ أي عندَ مقارنةِ مُستوياتِ العاملِ A نستخدمُ درجاتِ حرّيّةِ الخطأِ التّجريبيّ للعاملِ A ($dfe_{(a)}$) في حين فِي حالةِ العاملِ B و AB نستخدمُ درجاتِ الحرّيّةِ للخطأِ التّجريبيّ للعاملِ B ($dfe_{(b)}$).

مِثال (10-1):

نُفّذتْ تجربةٌ عامليّةٌ باستعمالِ تصميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ وكانَتِ القِطَعُ الرّئيسيّةُ ثلاثةَ أصنافٍ مِنَ القمحِ (A: a1, a2, a3,) وكانَتِ القطعُ الثّانويّةَ ثلاثةَ مُستوياتٍ مِنَ السّمادِ المُركّبِ هِيَ (B: b1, b2, b3) وكُرّرتْ كُلُّ مُعاملةٍ ثلاثَ مرّاتٍ، ثُمَّ تَمَّ جمعُ المحصولِ و نُظّمت النّتائجُ بالجدولِ (10-3).

المطلوبُ: أنشأ جدولَ تحليلِ التّبايُنِ ومعنويّة بينَ مُستوياتِ العواملِ (A, B, AB) عندَ مُستوى معنويّة (α=0.05)

جدول (10–3): تنظيمُ البياناتِ لتجربةِ أصنافِ القمحِ مع أصنافِ السّمادِ بتصميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ باستخدامِ (CRD).

الصنف A	مستويات السماد B	r_1	r_2	r_3	∑abi	متوسطات المعاملات (Means) AB
(a1)	(b1)	11.0	10.5	10.4	31.9	10.6
	(b2)	12.0	11.5	11.4	34.9	11.6
	(b3)	13.5	13.2	12.9	39.6	13.2
(a2)	(b1)	12.6	12.7	13	38.3	12.8
	(b2)	13.8	13.5	13.7	41.0	13.7
	(b3)	15.3	16.1	15.7	47.1	15.7
(a3)	(b1)	11.1	10.3	10.2	31.6	10.5
	(b2)	11.3	11	11.1	33.4	11.1
	(b3)	11.3	11.4	11.1	33.8	11.3
					331.6	

الحَـل: فِي البدايةِ يَتِمُّ تنظيمُ الجدولِ (10–4) لحسابِ مجاميعِ المُعاملاتِ للتّداخُلِ (AB)، والجدول (10–5) لحسابِ مجاميعِ المُعاملاتِ للتّداخُلِ (RA).

جدول (10–4): مجاميعُ المُعاملاتِ للتّداخُلِ بينَ أصنافِ القمحِ مع أصنافِ السّمادِ (AB)بتصميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ.

AB	b1	b2	b3	∑ai	متوسطات Mean A
a1	31.9	34.9	39.6	106.4	11.8
a2	38.3	41.0	47.1	126.4	14.0
a3	31.6	33.4	33.8	98.8	11.0
∑bi	101.8	109.3	120.5	331.6	
متوسطات Mean B	11.3	12.1	13.4		

جدول (10–5): مجاميعُ المُعاملاتِ للتّداخُلِ بينَ أصنافِ القمحِ معَ القطّاعاتِ(RA) بتصميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ.

RA	r1	r2	r3	∑ai	Mean A
a1	36.5	35.2	34.7	106.4	11.8
a2	41.7	42.3	42.4	126.4	14.0
a3	33.7	32.7	32.4	98.8	11.0
∑ri	111.9	110.2	109.5	331.6	

تنظيمُ الحساباتِ فِي جدولِ تحليلِ التّبايُنِ (AVOVA TABLE):

1) حِسابُ مُعاملِ التّصحيحِ (Correction Factor-CF):

$$CF = \frac{(\sum yi)^2}{n} = \frac{(331.6)^2}{3 \times 3 \times 3} = 4072.5$$

$$n = a \times b \times r$$

2) حِسابُ مجموعِ مُربّعاتِ العاملِ الأوّلِ (أصنافُ القمحِ) (SSA):

$$SSA = A - CF \qquad A = \frac{\sum ai^2}{br} = \frac{(106.4)^2 + \ldots + (98.8)^2}{3 \times 3} = 4117.7$$

$$SSA = 4117.7 - 4072.5 = 45.5$$

3) حِسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الخطأِ التّجريبيّ الأوّل ($SSE_{(a)}$):

$$SSE_{(a)} = RAB - A$$

$$RAB = \frac{\sum ra^2}{b} = \frac{(36.5)^2 + \ldots + (32.4)^2}{3} = 4118.9$$

$$SSE_{(a)} = 4118.9 - 4117.7 = 1.2$$

4) حِسابُ مجموعِ مُربّعاتِ العاملِ الثّاني (مُستوياتُ السّمادِ) (SSB):

$$SSB = B - CF$$

$$B = \frac{\sum bi^2}{ar} = \frac{(101.8)^2 + \ldots + (120.5)^2}{3 \times 3} = 4092.2$$

$$SSB = 4092.2 - 4072.5 = 19.7$$

5) حِسابُ مجموعِ مُربّعاتِ التّداخُلِ بينَ العاملينِ (SSAB):

$$SSAB = AB - B - A + CF$$

$$AB = \frac{\sum y^2}{r} = \frac{(31.9)^2 + \ldots + (33.8)^2}{3} = 4142.4$$

$$SSAB = 4142.4 - 4092.2 - 4117.7 + 4072.5 = 5.0$$

6) حِسابُ مجموعِ المُربّعاتِ الكُليّة (Sum Square of Total - SSTO):

$$SSTO = RAB - CF$$

$$RAB = \sum y^2 = (11.01)2 + \ldots + (11.1)2 = 4144.06$$

$$SSTO = 4144.06 - 4072.5 = 71.56$$

7) حِسابُ مجموعِ مربّعاتِ الخطأِ التّجريبيّ الثّاني ($SSE_{(b)}$):

$$SSE_{(b)} = RAB - AB - RA + A = (8$$

$$4144.06 - 4142.4 - 4118.9 + 4117.7 = 0.46$$

8) حِسابُ درجاتِ الحريّةِ (Degree of Freedom-df) للمُعاملاتِ والأخطاءِ التّجريبيّةِ والتّداخُلِ والتّبايُنِ الكُلّي.

$df_a = a - 1 = 3 - 1 = 2$ $df_{e(a)} = a(r-1) = 3 \times 2 = 6$

$df_b = b - 1 = 3 - 1 = 2$ $df_{ab} = (a-1)(b-1) = 2 \times 2 = 4$

$df_T = abr - 1 = 27 - 1 = 26$ $f_{e(b)} = a(b-1)(r-1) = 3 \times 2 \times 2 = 18$

9) حِسابُ مُتوسّطاتِ المُربّعاتِ (Mean Square-MS) للمُعاملاتِ المنفصلةِ والتّداخُلِ والأخطاءِ التّجريبيّةِ.

$$MSA = \frac{SSA}{df_a} = \frac{45.5}{2} = 22.7 \qquad MSE_{(a)} = \frac{SSE_{(b)}}{df_{e(b)}} = \frac{1.2}{6} = 0.2$$

$$MSB = \frac{SSB}{df_b} = \frac{19.7}{2} = 9.7 \qquad MSAB = \frac{SSAB}{df_{ab}} = \frac{0.5}{4} = 1.25$$

$$MSE_{(b)} = \frac{SSE_{(b)}}{df_e(b)} = \frac{0.46}{12} = 0.038$$

10) يُعدُّ جدولُ تحليلَ التّبايُنِ (ANOVA Table)

يَتِمُّ تنظيمُ القيمِ المحسوبةِ أعلاهُ بجدولِ تحليلِ التّبايُنِ رقم (10-6).

جدول (10-6): جدولُ تحليلِ التّباينِ (ANOVA Table) لتجربةِ القمحِ معَ السّمادِ بتصميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ باستخدامِ (CRD).

S.O.V	df	SS	MS	F cal.	F tab.
A	2	45.5	22.7	113.5	$F_{Tab(A)} = 5.14$
Error(a)	6	1.2	0.2		
B	2	19.7	9.8	257.8	$F_{Tab(B)} = 3.89$
AB	4	5.0	1.25	32.8	$F_{Tab(AB)} = 3.26$
Error(b)	12	0.46	0.038		
Total	26	71.56			

11) حِسابُ قيمِ (F_{cal}) المحسوبةِ للمُعاملاتِ (A, B, AB) كَمَا يأتِي:

$$F_{cal(A)} = \frac{MSA}{MSE_{(a)}} = \frac{22.7}{0.2} = 113.5$$

$$F_{cal(B)} = \frac{MS_b}{MS_{e(b)}} = \frac{9.8}{0.038} = 257.8$$

$$F_{cal(AB)} = \frac{MSAB}{MSE_{(b)}} = \frac{1.25}{0.038} = 32.8$$

12) استخراجُ القيمِ الجدوليّةِ (F_{Tab}) للمُعاملاتِ (A, B, AB) كَمَا يأتِي:

$$F_{Tab(A)} = F_\alpha(df_A, df_{e(a)}) = F_\alpha(2, \quad 6) = 5.14$$

$$F_{Tab(B)} = F_\alpha(df_B, df_{e(b)}) = F_\alpha(2, 12) = 3.89$$

$$F_{Tab(AB)} = F_\alpha(df_{AB}, df_{e(b)}) = F_\alpha(4, \quad 12) = 3.26$$

المُقارنات:

- بِما أنَّ $(F_{Cal(A)} = 113.5) \geq (F_{Tab(A)} = 5.14)$ فهذا يَعني وجودَ فُروقٍ معنويّةٍ بينَ مُستوياتِ العاملِ (A) أي بينَ أصنافِ القمحِ.

- وبِما أنَّ $(F_{Cal(B)} = 257.8) \geq (F_{Tab(B)} = 3.89)$ فهذا يَعني وجودَ فُروقٍ معنويّةٍ بينَ مُستوياتِ العاملِ (B) أي إنّهُ يوجدُ فُروقٌ معنويّةٌ بينَ أصنافِ السّمادِ.
- وبِما أنَّ $(F_{Cal(AB)} = 32.8) \geq (F_{Tab(AB)} = 3.26)$ فهذا يَعني أنّهُ يوجدُ فُروقٌ معنويّةٌ بينَ التّداخُلِ بينَ مُستوياتِ العاملِ (A) و مُستوياتِ العاملِ (B) أي يوجدُ فُروقٌ معنويّةٌ للتّداخُلِ بينَ أصنافِ القمحِ وأصنافِ السّمادِ.

فِي حالِ نُفّذتِ التّجربةُ نفسُهَا بتصميمِ القطّاعاتِ العشوائيّةِ الكاملةِ (RCBD) يَتِمُّ حِسابُ مجموعِ مُربّعاتِ القطّاعاتِ (Sum Square of Block-SSBK) بوساطةِ المعادلةِ الآتيةِ:

SSBk=R-CF

$$R = \frac{\sum r^2}{ab} = \frac{(111.9)^2 + \ldots + (109.5)^2}{3 \times 3} = 4072.8$$

$$SSBk = R - CF = 4072.8 - 4072.5 = 0.3$$

بعدَ ذلكَ يَتِمُّ حِسابُ مجموعِ مُربّعاتِ الخطأِ التّجريبيّ الأوّلِ ($Error(a)\text{-}SSE_{(a)}$) كَمَا يأتِي:

$$SSE_{(a)} = RAB - A - R + CF = 4118.9 - 4117.7 - 4072.8 + 4072.5 = 0.9$$

ويُصبِحُ جدولُ تحليلِ التّبايُنِ كَمَا هوَ موضّحٌ بالجدولِ (10-7).

جدول (10-7): جدولُ تحليلِ التّبايُنِ (ANOVA Table) لتجربةِ القمحِ معَ السّمادِ بتصميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ باستخدامِ (CRBD).

S.O.V	Df	SS	MS	F cal.
Blocks	2	0.3		
A	2	45.5	22.7	151.3
Error(a)	6	0.9	0.15	
B	2	19.7	9.8	257.8
AB	4	5.0	1.25	32.8
Error(b)	12	0.46	0.038	
Total	26	71.56		

مُلاحظةٌ: يُلاحَظُ الفرقُ بينَ التّصميمينِ هوَ طريقةُ حِسابِ الخطأِ التّجريبيّ الأوّلِ فقط.

10-10- تقديرُ القيمةِ المفقودةِ فِي تصاميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ Missing (Value)

عندما يَتِمُّ فقدانُ مشاهدةٍ فِي الوَحداتِ الثّانويّةِ فِي تصميمِ القِطَعِ المُنشقّةِ مثلَ تَعرّضِ نباتاتِ وحدةٍ تجريبيّةٍ للتّلفِ، أو مَوتِ حيوانٍ يَتِمُّ تقديرها باستخدامِ المعادلةِ الآتية.

$$Y_{ijk} = \frac{\mathrm{rw} + \mathrm{b}(a_j b_k) - (a_j)}{(r-1)(b-1)}$$

Yijk: قيمةُ المشاهدةِ المفقودةِ

r: عددُ التّكراراتِ (القطّاعاتُ) المستخدمةِ بالتّجربةِ

W: مجموعةُ قيمِ (القطّاعُ) الفاقدِ للقيمةِ (القيمُ مِنَ القطّاعِ الموافقةِ للعاملِ A)

b: عددُ مُستوياتِ العاملِ الثّاني

a_jb_k: مجموعُ قيمِ مشاهداتِ اللّوحِ الثّانوي الفاقدِ للقيمةِ

a_j: مجموعُ قيمِ مشاهداتِ اللّوحِ الرّئيسي مِنَ العاملِ الرّئيسي (A) الفاقدِ للقيمةِ.

مِثال (10–2):

إذا فرضنا أنَّ القيمةَ (a1b2r1) قد فُقِدتْ مِنَ المثالِ السّابقِ فيَتِمُّ تقديرها بحسبِ المعادلةِ كَمَا يأتي:

$$Y_{ijk} = \frac{\mathrm{rw} + \mathrm{b}(a_j b_k) - (a_j)}{(r-1)(b-1)} = \frac{3(24.5) + 3(22.9) - 94.4}{(3-1)(3-1)} = 11.95$$

وهذهِ القيمةُ المقدّرةُ تُقارِبُ القيمةَ الحقيقيّةَ والتّي تساوي (12).

ثمَّ يَتِمُّ تحليلُ البياناتِ بصورةٍ اعتياديّةٍ معَ طرحِ درجةِ حرّيّة واحدةٍ مِنْ درجاتِ الحرّيّة لكُلٍّ مِن E(b) و Total لكُلِّ قيمةٍ مفقودةٍ. أمّا إذا فُقِدتْ أكثرُ مِن قيمةٍ مشاهدةٍ كُلّ منها فِي لوحٍ رئيسيٍّ مختلفٍ أو أكثرُ مِنْ مشاهدةٍ فِي اللّوحِ الثّانوي فمنها يَتِمُّ تقديرُ هذهِ القيمِ بإعادةِ استخدامِ الصّيغةِ السّابقةِ لتقديرِ قيمةِ المشاهدةِ المفقودةِ.

$$LSD_{(A)} = t_{\left(\frac{\alpha}{2}, df_{e(a)}\right)}\sqrt{\frac{2MSE_{(a)}}{br}} = 2.44\sqrt{\frac{2 \times 0.2}{9}} = 0.512$$

$$LSD_{(B)} = t_{\left(\frac{\alpha}{2}, df_{e(b)}\right)}\sqrt{\frac{2MSE_{(b)}}{ar}} = 2.17\sqrt{\frac{2 \times 0.038}{9}} = 0.199$$

$$LSD_{(AB)} = t_{\left(\frac{\alpha}{2}, df_{e(b)}\right)}\sqrt{\frac{2MSE_{(b)}}{r}} = 2.17\sqrt{\frac{2 \times 0.038}{3}} = 0.345$$

وقل رب زدني علما
Damascus University

الجداول الإحصائية

جدول (I): جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z) - القيم الموجبة.

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633

1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998

جدول (II): جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z) - القيم السالبة

1	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.5	0.00023	0.00022	0.00022	0.00021	0.00020	0.00019	0.00019	0.00018	0.00017	0.00017
-3.4	0.00034	0.00032	0.00031	0.00030	0.00029	0.00028	0.00027	0.00026	0.00025	0.00024
-3.3	0.00048	0.00047	0.00045	0.00043	0.00042	0.00040	0.00039	0.00038	0.00036	0.00035
-3.2	0.00069	0.00066	0.00064	0.00062	0.00060	0.00058	0.00056	0.00054	0.00052	0.00050
-3.1	0.00097	0.00094	0.00090	0.00087	0.00084	0.00082	0.00079	0.00076	0.00074	0.00071
-3.0	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00104	0.00100
-2.9	0.00187	0.00181	0.00175	0.00169	0.00164	0.00159	0.00154	0.00149	0.00144	0.00139
-2.8	0.00256	0.00248	0.00240	0.00233	0.00226	0.00219	0.00212	0.00205	0.00199	0.00193
-2.7	0.00347	0.00336	0.00326	0.00317	0.00307	0.00298	0.00289	0.00280	0.00272	0.00264
-2.6	0.00466	0.00453	0.00440	0.00427	0.00415	0.00402	0.00391	0.00379	0.00368	0.00357
-2.5	0.00621	0.00604	0.00587	0.00570	0.00554	0.00539	0.00523	0.00508	0.00494	0.00480
-2.4	0.00820	0.00798	0.00776	0.00755	0.00734	0.00714	0.00695	0.00676	0.00657	0.00639
-2.3	0.01072	0.01044	0.01017	0.00990	0.00964	0.00939	0.00914	0.00889	0.00866	0.00842
-2.2	0.01390	0.01355	0.01321	0.01287	0.01255	0.01222	0.01191	0.01160	0.01130	0.01101
-2.1	0.01786	0.01743	0.01700	0.01659	0.01618	0.01578	0.01539	0.01500	0.01463	0.01426
-2.0	0.02275	0.0222	0.02169	0.02118	0.02068	0.02018	0.01970	0.01923	0.01876	0.01831

Damascus University

-1.9	0.02872	0.02807	0.02743	0.02680	0.02619	0.02559	0.02500	0.02442	0.02385	0.02330
-1.8	0.03593	0.03593	0.03438	0.03362	0.03288	0.03216	0.03144	0.03074	0.03005	0.02938
-1.7	0.04457	0.04363	0.04272	0.04182	0.04093	0.04006	0.03920	0.03836	0.03754	0.03673
-1.6	0.05480	0.05370	0.05263	0.05155	0.05050	0.04947	0.04846	0.04746	0.04648	0.04551
-1.5	0.06681	0.06552	0.06426	0.06301	0.06178	0.06057	0.05938	0.05821	0.05705	0.05592
-1.4	0.08076	0.07927	0.07780	0.07636	0.07493	0.07353	0.07215	0.07078	0.06944	0.06811
-1.3	0.09680	0.09510	0.09342	0.09176	0.09012	0.08851	0.08691	0.08534	0.08379	0.08226
-1.2	0.11507	0.11314	0.11123	0.10935	0.10749	0.10565	0.10383	0.10204	0.10027	0.09853
-1.1	0.13567	0.13350	0.13136	0.12924	0.12714	0.12507	0.12302	0.12100	0.11900	0.11702
-1.0	0.15866	0.15625	0.15386	0.15151	0.14917	0.14686	0.14457	0.14231	0.14007	0.13786
-0.9	0.18406	0.18141	0.17879	0.17619	0.17361	0.17106	0.16853	0.16602	0.16354	0.16109
-0.8	0.21186	0.20897	0.20611	0.20327	0.20045	0.19766	0.19489	0.19215	0.18943	0.18673
-0.7	0.24196	0.23885	0.23576	0.23270	0.22965	0.22663	0.22363	0.22065	0.21770	0.21476
-0.6	0.27425	0.27093	0.26763	0.26435	0.26109	0.25785	0.25463	0.25143	0.24825	0.24510
-0.5	0.30854	0.30503	0.30153	0.29806	0.29460	0.29116	0.28774	0.28434	0.28096	0.27760
-0.4	0.34458	0.34090	0.33724	0.33360	0.32997	0.32636	0.32276	0.31918	0.31561	0.31207
-0.3	0.38209	0.37828	0.37448	0.37070	0.36693	0.36317	0.35942	0.35569	0.35197	0.34827
-0.2	0.42074	0.41683	0.41294	0.40905	0.40517	0.40129	0.39743	0.39358	0.38974	0.38591

-0.1	0.46017	0.45620	0.45224	0.44828	0.44433	0.44038	0.43644	0.43251	0.42858	0.42465
-0.0	0.50000	0.49601	0.49601	0.49202	0.48803	0.48405	0.47608	0.47210	0.46812	0.46414

المساحة المتجمعة تحت المنحنى الطبيعي لقيم Z الموجبة من صفر إلى 3.99

المساحة لقيم Z السالبة = 1– المساحة لنفس قيمة Z الموجبة، Z = – 1.2 ← المساحة = 1– 0.8894 = 0.1106

Z	Area P(Z)	Z	Area P(Z)	Z	Area P(Z)	Z	Area P(Z)	Z	Area P(Z)	Z	Area P(Z)	Z	Area P(Z)	Z	Area P(Z)
0	0.5000	0.5	0.6915	1	0.8413	1.5	0.9332	2	0.9772	2.5	0.9938	3	0.9987	3.5	0.9998
0.01	0.5040	0.51	0.6950	1.01	0.8438	1.51	0.9345	2.01	0.9778	2.51	0.9940	3.01	0.9987	3.51	0.9998
0.02	0.5080	0.52	0.6985	1.02	0.8461	1.52	0.9357	2.02	0.9783	2.52	0.9941	3.02	0.9987	3.52	0.9998
0.03	0.5120	0.53	0.7019	1.03	0.8485	1.53	0.9370	2.03	0.9788	2.53	0.9943	3.03	0.9988	3.53	0.9998
0.04	0.5160	0.54	0.7054	1.04	0.8508	1.54	0.9382	2.04	0.9793	2.54	0.9945	3.04	0.9988	3.54	0.9998
0.05	0.5199	0.55	0.7088	1.05	0.8531	1.55	0.9394	2.05	0.9798	2.55	0.9946	3.05	0.9989	3.55	0.9998
0.06	0.5239	0.56	0.7123	1.06	0.8554	1.56	0.9406	2.06	0.9803	2.56	0.9948	3.06	0.9989	3.56	0.9998
0.07	0.5279	0.57	0.7157	1.07	0.8577	1.57	0.9418	2.07	0.9808	2.57	0.9949	3.07	0.9989	3.57	0.9998
0.08	0.5319	0.58	0.7190	1.08	0.8599	1.58	0.9429	2.08	0.9812	2.58	0.9951	3.08	0.9990	3.58	0.9998
0.09	0.5359	0.59	0.7224	1.09	0.8621	1.59	0.9441	2.09	0.9817	2.59	0.9952	3.09	0.9990	3.59	0.9998
0.1	0.5398	0.6	0.7257	1.1	0.8643	1.6	0.9452	2.1	0.9821	2.6	0.9953	3.1	0.9990	3.6	0.9998
0.11	0.5438	0.61	0.7291	1.11	0.8665	1.61	0.9463	2.11	0.9826	2.61	0.9955	3.11	0.9991	3.61	0.9998
0.12	0.5478	0.62	0.7324	1.12	0.8686	1.62	0.9474	2.12	0.9830	2.62	0.9956	3.12	0.9991	3.62	0.9999
0.13	0.5517	0.63	0.7357	1.13	0.8708	1.63	0.9484	2.13	0.9834	2.63	0.9957	3.13	0.9991	3.63	0.9999
0.14	0.5557	0.64	0.7389	1.14	0.8729	1.64	0.9495	2.14	0.9838	2.64	0.9959	3.14	0.9992	3.64	0.9999
0.15	0.5596	0.65	0.7422	1.15	0.8749	1.65	0.9505	2.15	0.9842	2.65	0.9960	3.15	0.9992	3.65	0.9999
0.16	0.5636	0.66	0.7454	1.16	0.8770	1.66	0.9515	2.16	0.9846	2.66	0.9961	3.16	0.9992	3.66	0.9999
0.17	0.5675	0.67	0.7486	1.17	0.8790	1.67	0.9525	2.17	0.9850	2.67	0.9962	3.17	0.9992	3.67	0.9999
0.18	0.5714	0.68	0.7517	1.18	0.8810	1.68	0.9535	2.18	0.9854	2.68	0.9963	3.18	0.9993	3.68	0.9999
0.19	0.5753	0.69	0.7549	1.19	0.8830	1.69	0.9545	2.19	0.9857	2.69	0.9964	3.19	0.9993	3.69	0.9999

Damascus University

0.2	0.5793	0.7	0.7580	1.2	0.8849	1.7	0.9554	2.2	0.9861	2.7	0.9965	3.2	0.9993	3.7	0.9999
0.21	0.5832	0.71	0.7611	1.21	0.8869	1.71	0.9564	2.21	0.9864	2.71	0.9966	3.21	0.9993	3.71	0.9999
0.22	0.5871	0.72	0.7642	1.22	0.8888	1.72	0.9573	2.22	0.9868	2.72	0.9967	3.22	0.9994	3.72	0.9999
0.23	0.5910	0.73	0.7673	1.23	0.8907	1.73	0.9582	2.23	0.9871	2.73	0.9968	3.23	0.9994	3.73	0.9999
0.24	0.5948	0.74	0.7704	1.24	0.8925	1.74	0.9591	2.24	0.9875	2.74	0.9969	3.24	0.9994	3.74	0.9999
0.25	0.5987	0.75	0.7734	1.25	0.8944	1.75	0.9599	2.25	0.9878	2.75	0.9970	3.25	0.9994	3.75	0.9999
0.26	0.6026	0.76	0.7764	1.26	0.8962	1.76	0.9608	2.26	0.9881	2.76	0.9971	3.26	0.9994	3.76	0.9999
0.27	0.6064	0.77	0.7794	1.27	0.8980	1.77	0.9616	2.27	0.9884	2.77	0.9972	3.27	0.9995	3.77	0.9999
0.28	0.6103	0.78	0.7823	1.28	0.8997	1.78	0.9625	2.28	0.9887	2.78	0.9973	3.28	0.9995	3.78	0.9999
0.29	0.6141	0.79	0.7852	1.29	0.9015	1.79	0.9633	2.29	0.9890	2.79	0.9974	3.29	0.9995	3.79	0.9999
0.3	0.6179	0.8	0.7881	1.3	0.9032	1.8	0.9641	2.3	0.9893	2.8	0.9974	3.3	0.9995	3.8	0.9999
0.31	0.6217	0.81	0.7910	1.31	0.9049	1.81	0.9649	2.31	0.9896	2.81	0.9975	3.31	0.9995	3.81	0.9999
0.32	0.6255	0.82	0.7939	1.32	0.9066	1.82	0.9656	2.32	0.9898	2.82	0.9976	3.32	0.9995	3.82	0.9999
0.33	0.6293	0.83	0.7967	1.33	0.9082	1.83	0.9664	2.33	0.9901	2.83	0.9977	3.33	0.9996	3.83	0.9999
0.34	0.6331	0.84	0.7995	1.34	0.9099	1.84	0.9671	2.34	0.9904	2.84	0.9977	3.34	0.9996	3.84	0.9999
0.35	0.6368	0.85	0.8023	1.35	0.9115	1.85	0.9678	2.35	0.9906	2.85	0.9978	3.35	0.9996	3.85	0.9999
0.36	0.6406	0.86	0.8051	1.36	0.9131	1.86	0.9686	2.36	0.9909	2.86	0.9979	3.36	0.9996	3.86	0.9999
0.37	0.6443	0.87	0.8078	1.37	0.9147	1.87	0.9693	2.37	0.9911	2.87	0.9979	3.37	0.9996	3.87	0.9999
0.38	0.6480	0.88	0.8106	1.38	0.9162	1.88	0.9699	2.38	0.9913	2.88	0.9980	3.38	0.9996	3.88	0.9999
0.39	0.6517	0.89	0.8133	1.39	0.9177	1.89	0.9706	2.39	0.9916	2.89	0.9981	3.39	0.9997	3.89	0.9999
0.4	0.6554	0.9	0.8159	1.4	0.9192	1.9	0.9713	2.4	0.9918	2.9	0.9981	3.4	0.9997	3.9	1.0000
0.41	0.6591	0.91	0.8186	1.41	0.9207	1.91	0.9719	2.41	0.9920	2.91	0.9982	3.41	0.9997	3.91	1.0000
0.42	0.6628	0.92	0.8212	1.42	0.9222	1.92	0.9726	2.42	0.9922	2.92	0.9982	3.42	0.9997	3.92	1.0000
0.43	0.6664	0.93	0.8238	1.43	0.9236	1.93	0.9732	2.43	0.9925	2.93	0.9983	3.43	0.9997	3.93	1.0000

Damascus University

0.44	0.6700	0.94	0.8264	1.44	0.9251	1.94	0.9738	2.44	0.9927	2.94	0.9984	3.44	0.9997	3.94	1.0000
0.45	0.6736	0.95	0.8289	1.45	0.9265	1.95	0.9744	2.45	0.9929	2.95	0.9984	3.45	0.9997	3.95	1.0000
0.46	0.6772	0.96	0.8315	1.46	0.9279	1.96	0.9750	2.46	0.9931	2.96	0.9985	3.46	0.9997	3.96	1.0000
0.47	0.6808	0.97	0.8340	1.47	0.9292	1.97	0.9756	2.47	0.9932	2.97	0.9985	3.47	0.9997	3.97	1.0000
0.48	0.6844	0.98	0.8365	1.48	0.9306	1.98	0.9761	2.48	0.9934	2.98	0.9986	3.48	0.9997	3.98	1.0000
0.49	0.6879	0.99	0.8389	1.49	0.9319	1.99	0.9767	2.49	0.9936	2.99	0.9986	3.49	0.9998	3.99	1.0000

جدول (III): جدول توزيع (t).

ν	α=0.10	α=0.05	α=0.025	α=0.01	α=0.005	ν
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	1
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	2
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	3
4	1.533	2.132	2.776	4.747	4.604	4
5	2.476	2.015	2.571	3..365	4.032	5
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	6
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	7
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	8
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	9
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	10
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	11
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	12
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	13
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	14
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	15
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	16
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	17
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	18
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	19
20	1325	1.725	2.086	2.528	2.845	20

21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	21
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	22
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	23
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	24
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	25
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	26
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	27
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	28
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	29
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	30
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	40
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	60
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	120
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	∞

جدول (IV): جدول توزيع فيشر (F) بمستوى معنوية (α=0.10)

F Table for (α=0.10)

		درجات حرية البسط (df_1)														
	Df2/df1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30
درجات حرية المقام (df_2)	1	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.90	59.43	59.85	60.19	60.70	61.22	61.74	62.00	62.26
	2	8.526	9.000	9.162	9.243	9.293	9.326	9.349	9.367	9.381	9.392	9.408	9.425	9.441	9.450	9.458
	3	5.538	5.462	5.391	5.343	5.309	5.285	5.266	5.252	5.240	5.230	5.216	5.200	5.184	5.176	5.168
	4	4.545	4.325	4.191	4.107	4.051	4.010	3.979	3.955	3.936	3.920	3.896	3.870	3.844	3.831	3.817
	5	4.060	3.780	3.619	3.520	3.453	3.405	3.368	3.339	3.316	3.297	3.268	3.238	3.207	3.191	3.174
	6	3.776	3.463	3.289	3.181	3.108	3.055	3.014	2.983	2.958	2.937	2.905	2.871	2.836	2.818	2.800
	7	3.589	3.257	3.074	2.961	2.883	2.827	2.785	2.752	2.725	2.703	2.668	2.632	2.595	2.575	2.555
	8	3.458	3.113	2.924	2.806	2.726	2.668	2.624	2.589	2.561	2.538	2.502	2.464	2.425	2.404	2.383
	9	3.360	3.006	2.813	2.693	2.611	2.551	2.505	2.469	2.440	2.416	2.379	2.340	2.298	2.277	2.255
	10	3.285	2.924	2.728	2.605	2.522	2.461	2.414	2.377	2.347	2.323	2.284	2.244	2.201	2.178	2.155
	11	3.225	2.860	2.660	2.536	2.451	2.389	2.342	2.304	2.274	2.248	2.209	2.167	2.123	2.100	2.076
	12	3.177	2.807	2.606	2.480	2.394	2.331	2.283	2.245	2.214	2.188	2.147	2.105	2.060	2.036	2.011
	13	3.136	2.763	2.560	2.434	2.347	2.283	2.234	2.195	2.164	2.138	2.097	2.053	2.007	1.983	1.958
	14	3.102	2.726	2.522	2.395	2.307	2.243	2.193	2.154	2.122	2.095	2.054	2.010	1.962	1.938	1.912
	15	3.073	2.695	2.490	2.361	2.273	2.208	2.158	2.119	2.086	2.059	2.017	1.972	1.924	1.899	1.873
	16	3.048	2.668	2.462	2.333	2.244	2.178	2.128	2.088	2.055	2.028	1.985	1.940	1.891	1.866	1.839

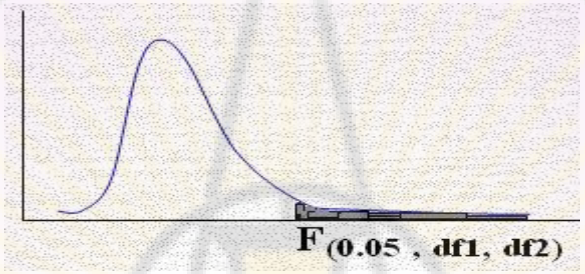
Damascus University

	17	3.026	2.645	2.437	2.308	2.218	2.152	2.102	2.061	2.028	2.001	1.958	1.912	1.862	1.836	1.809
	18	3.007	2.624	2.416	2.286	2.196	2.130	2.079	2.038	2.005	1.977	1.933	1.887	1.837	1.810	1.783
	19	2.990	2.606	2.397	2.266	2.176	2.109	2.058	2.017	1.984	1.956	1.912	1.865	1.814	1.787	1.759
	20	2.975	2.589	2.380	2.249	2.158	2.091	2.040	1.999	1.965	1.937	1.892	1.845	1.794	1.767	1.738
	21	2.961	2.575	2.365	2.233	2.142	2.075	2.023	1.982	1.948	1.920	1.875	1.827	1.776	1.748	1.719
	22	2.949	2.561	2.351	2.219	2.128	2.061	2.008	1.967	1.933	1.904	1.859	1.811	1.759	1.731	1.702
	23	2.937	2.549	2.339	2.207	2.115	2.047	1.995	1.953	1.919	1.890	1.845	1.796	1.744	1.716	1.686
	24	2.927	2.538	2.327	2.195	2.103	2.035	1.983	1.941	1.906	1.877	1.832	1.783	1.730	1.702	1.672
	25	2.918	2.528	2.317	2.184	2.092	2.024	1.971	1.929	1.895	1.866	1.820	1.771	1.718	1.689	1.659
	26	2.909	2.519	2.307	2.174	2.082	2.014	1.961	1.919	1.884	1.855	1.809	1.760	1.706	1.677	1.647
	27	2.901	2.511	2.299	2.165	2.073	2.005	1.952	1.909	1.874	1.845	1.799	1.749	1.695	1.666	1.636
	28	2.894	2.503	2.291	2.157	2.064	1.996	1.943	1.900	1.865	1.836	1.790	1.740	1.685	1.656	1.625
	29	2.887	2.495	2.283	2.149	2.057	1.988	1.935	1.892	1.857	1.827	1.781	1.731	1.676	1.647	1.616
	30	2.881	2.489	2.276	2.142	2.049	1.980	1.927	1.884	1.849	1.819	1.773	1.722	1.667	1.638	1.606
	40	2.835	2.440	2.226	2.091	1.997	1.927	1.873	1.829	1.793	1.763	1.715	1.662	1.605	1.574	1.541
	60	2.791	2.393	2.177	2.041	1.946	1.875	1.819	1.775	1.738	1.707	1.657	1.603	1.543	1.511	1.476
	120	2.748	2.347	2.130	1.992	1.896	1.824	1.767	1.722	1.684	1.652	1.601	1.545	1.482	1.447	1.409
	inf	2.706	2.303	2.084	1.945	1.847	1.774	1.717	1.670	1.632	1.599	1.546	1.487	1.421	1.383	1.342

Damascus University

جدول (V): جدول توزيع فيشر (F) بمستوى معنوية (α=0.05)

F Table for (α=0.05)



		درجات حرية البسط (df_1)														
	df2/df1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30
درجات حرية المقام (df_2)	1	161.45	199.5	215.7	224.5	230.1	233.9	236.7	238.8	240.5	241.8	243.9	245.9	248.0	249.0	250.1
	2	18.51	19.0	19.1	19.2	19.3	19.3	19.3	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4
	3	10.128	9.552	9.277	9.117	9.014	8.941	8.887	8.845	8.812	8.786	8.745	8.703	8.660	8.639	8.617
	4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	6.163	6.094	6.041	5.999	5.964	5.912	5.858	5.803	5.774	5.746
	5	6.608	5.786	5.410	5.192	5.050	4.950	4.876	4.818	4.773	4.735	4.678	4.619	4.558	4.527	4.496
	6	5.987	5.143	4.757	4.534	4.387	4.284	4.207	4.147	4.099	4.060	4.000	3.938	3.874	3.842	3.808
	7	5.591	4.737	4.347	4.120	3.972	3.866	3.787	3.726	3.677	3.637	3.575	3.511	3.445	3.411	3.376
	8	5.318	4.459	4.066	3.838	3.688	3.581	3.501	3.438	3.388	3.347	3.284	3.218	3.150	3.115	3.079
	9	5.117	4.257	3.863	3.633	3.482	3.374	3.293	3.230	3.179	3.137	3.073	3.006	2.937	2.901	2.864
	10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.136	3.072	3.020	2.978	2.913	2.845	2.774	2.737	2.700

	11	4.844	3.982	3.587	3.357	3.204	3.095	3.012	2.948	2.896	2.854	2.788	2.719	2.646	2.609	2.571
	12	4.747	3.885	3.490	3.259	3.106	2.996	2.913	2.849	2.796	2.753	2.687	2.617	2.544	2.506	2.466
	13	4.667	3.806	3.411	3.179	3.025	2.915	2.832	2.767	2.714	2.671	2.604	2.533	2.459	2.420	2.380
	14	4.600	3.739	3.344	3.112	2.958	2.848	2.764	2.699	2.646	2.602	2.534	2.463	2.388	2.349	2.308
	15	4.543	3.682	3.287	3.056	2.901	2.791	2.707	2.641	2.588	2.544	2.475	2.403	2.328	2.288	2.247
	16	4.494	3.634	3.239	3.007	2.852	2.741	2.657	2.591	2.538	2.494	2.425	2.352	2.276	2.235	2.194
	17	4.451	3.592	3.197	2.965	2.810	2.699	2.614	2.548	2.494	2.450	2.381	2.308	2.230	2.190	2.148
	18	4.414	3.555	3.160	2.928	2.773	2.661	2.577	2.510	2.456	2.412	2.342	2.269	2.191	2.150	2.107
	19	4.381	3.522	3.127	2.895	2.740	2.628	2.544	2.477	2.423	2.378	2.308	2.234	2.156	2.114	2.071
	20	4.351	3.493	3.098	2.866	2.711	2.599	2.514	2.447	2.393	2.348	2.278	2.203	2.124	2.083	2.039
	21	4.325	3.467	3.073	2.840	2.685	2.573	2.488	2.421	2.366	2.321	2.250	2.176	2.096	2.054	2.010
	22	4.301	3.443	3.049	2.817	2.661	2.549	2.464	2.397	2.342	2.297	2.226	2.151	2.071	2.028	1.984
	23	4.279	3.422	3.028	2.796	2.640	2.528	2.442	2.375	2.320	2.275	2.204	2.128	2.048	2.005	1.961
	24	4.260	3.403	3.009	2.776	2.621	2.508	2.423	2.355	2.300	2.255	2.183	2.108	2.027	1.984	1.939
	25	4.242	3.385	2.991	2.759	2.603	2.490	2.405	2.337	2.282	2.237	2.165	2.089	2.008	1.964	1.919
	26	4.225	3.369	2.975	2.743	2.587	2.474	2.388	2.321	2.266	2.220	2.148	2.072	1.990	1.946	1.901
	27	4.210	3.354	2.960	2.728	2.572	2.459	2.373	2.305	2.250	2.204	2.132	2.056	1.974	1.930	1.884
	28	4.196	3.340	2.947	2.714	2.558	2.445	2.359	2.291	2.236	2.190	2.118	2.041	1.959	1.915	1.869
	29	4.183	3.328	2.934	2.701	2.545	2.432	2.346	2.278	2.223	2.177	2.105	2.028	1.945	1.901	1.854
	30	4.171	3.316	2.922	2.690	2.534	2.421	2.334	2.266	2.211	2.165	2.092	2.015	1.932	1.887	1.841
	40	4.085	3.232	2.839	2.606	2.450	2.336	2.249	2.180	2.124	2.077	2.004	1.925	1.839	1.793	1.744
	60	4.001	3.150	2.758	2.525	2.368	2.254	2.167	2.097	2.040	1.993	1.917	1.836	1.748	1.700	1.649
	120	3.920	3.072	2.680	2.447	2.290	2.175	2.087	2.016	1.959	1.911	1.834	1.751	1.659	1.608	1.554

Damascus University

جدول (VI): جدول توزيع فيشر (F) بمستوى معنوية (α=0.025)

F Table for (α=0.025)

		درجات حرية البسط (df_1)														
	df2/df1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30
درجات حرية المقام (df_2)	1	647.79	799.5	864.1	899.5	921.8	937.1	948.2	956.6	963.2	968.6	976.7	984.8	993.1	997.2	1001.4
	2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.43	39.45	39.46	39.47
	3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.34	14.25	14.17	14.12	14.08
	4	12.218	10.64	9.979	9.605	9.365	9.197	9.074	8.980	8.905	8.844	8.751	8.657	8.560	8.511	8.461
	5	10.007	8.434	7.764	7.388	7.146	6.978	6.853	6.757	6.681	6.619	6.525	6.428	6.329	6.278	6.227
	6	8.813	7.260	6.599	6.227	5.988	5.820	5.696	5.600	5.523	5.461	5.366	5.269	5.168	5.117	5.065
	7	8.073	6.542	5.890	5.523	5.285	5.119	4.995	4.899	4.823	4.761	4.666	4.568	4.467	4.415	4.362
	8	7.571	6.060	5.416	5.053	4.817	4.652	4.529	4.433	4.357	4.295	4.200	4.101	4.000	3.947	3.894
	9	7.209	5.715	5.078	4.718	4.484	4.320	4.197	4.102	4.026	3.964	3.868	3.769	3.667	3.614	3.560
	10	6.937	5.456	4.826	4.468	4.236	4.072	3.950	3.855	3.779	3.717	3.621	3.522	3.419	3.365	3.311
	11	6.724	5.256	4.630	4.275	4.044	3.881	3.759	3.664	3.588	3.526	3.430	3.330	3.226	3.173	3.118
	12	6.554	5.096	4.474	4.121	3.891	3.728	3.607	3.512	3.436	3.374	3.277	3.177	3.073	3.019	2.963
	13	6.414	4.965	4.347	3.996	3.767	3.604	3.483	3.388	3.312	3.250	3.153	3.053	2.948	2.893	2.837
	14	6.298	4.857	4.242	3.892	3.663	3.501	3.380	3.285	3.209	3.147	3.050	2.949	2.844	2.789	2.732
	15	6.200	4.765	4.153	3.804	3.576	3.415	3.293	3.199	3.123	3.060	2.963	2.862	2.756	2.701	2.644
	16	6.115	4.687	4.077	3.729	3.502	3.341	3.219	3.125	3.049	2.986	2.889	2.788	2.681	2.625	2.568
	17	6.042	4.619	4.011	3.665	3.438	3.277	3.156	3.061	2.985	2.922	2.825	2.723	2.616	2.560	2.502

Damascus University

	18	5.978	4.560	3.954	3.608	3.382	3.221	3.100	3.005	2.929	2.866	2.769	2.667	2.559	2.503	2.445
	19	5.922	4.508	3.903	3.559	3.333	3.172	3.051	2.956	2.880	2.817	2.720	2.617	2.509	2.452	2.394
	20	5.872	4.461	3.859	3.515	3.289	3.128	3.007	2.913	2.837	2.774	2.676	2.573	2.465	2.408	2.349
	21	5.827	4.420	3.819	3.475	3.250	3.090	2.969	2.874	2.798	2.735	2.637	2.534	2.425	2.368	2.308
	22	5.786	4.383	3.783	3.440	3.215	3.055	2.934	2.839	2.763	2.700	2.602	2.498	2.389	2.332	2.272
	23	5.750	4.349	3.751	3.408	3.184	3.023	2.902	2.808	2.731	2.668	2.570	2.467	2.357	2.299	2.239
	24	5.717	4.319	3.721	3.379	3.155	2.995	2.874	2.779	2.703	2.640	2.541	2.437	2.327	2.269	2.209
	25	5.686	4.291	3.694	3.353	3.129	2.969	2.848	2.753	2.677	2.614	2.515	2.411	2.301	2.242	2.182
	26	5.659	4.266	3.670	3.329	3.105	2.945	2.824	2.729	2.653	2.590	2.491	2.387	2.276	2.217	2.157
	27	5.633	4.242	3.647	3.307	3.083	2.923	2.802	2.707	2.631	2.568	2.469	2.364	2.253	2.195	2.133
	28	5.610	4.221	3.626	3.286	3.063	2.903	2.782	2.687	2.611	2.547	2.448	2.344	2.232	2.174	2.112
	29	5.588	4.201	3.607	3.267	3.044	2.884	2.763	2.669	2.592	2.529	2.430	2.325	2.213	2.154	2.092
	30	5.568	4.182	3.589	3.250	3.027	2.867	2.746	2.651	2.575	2.511	2.412	2.307	2.195	2.136	2.074
	40	5.424	4.051	3.463	3.126	2.904	2.744	2.624	2.529	2.452	2.388	2.288	2.182	2.068	2.007	1.943
	60	5.286	3.925	3.343	3.008	2.786	2.627	2.507	2.412	2.334	2.270	2.169	2.061	1.945	1.882	1.815
	120	5.152	3.805	3.227	2.894	2.674	2.515	2.395	2.299	2.222	2.157	2.055	1.945	1.825	1.760	1.690

جدول (VII): جدول توزيع فيشر (F) بمستوى معنوية (α=0.01)

F Table for (α=0.01)

		درجات حرية البسط (df_1)														
	df2/df1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30
درجات حرية المقام (df_2)	1	4052.2	4999.5	5403.4	5624.6	5763.7	5859.0	5928.4	5981.1	6022.5	6055.8	6106.3	6157.3	6208.7	6234.6	6260.6
	2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5
	3	34.1	30.8	29.457	28.710	28.237	27.911	27.672	27.489	27.345	27.229	27.052	26.872	26.690	26.598	26.505
	4	21.2	18.0	16.694	15.977	15.522	15.207	14.976	14.799	14.659	14.546	14.374	14.198	14.020	13.929	13.838
	5	16.3	13.3	12.060	11.392	10.967	10.672	10.456	10.289	10.158	10.051	9.888	9.722	9.553	9.466	9.379
	6	13.7	10.9	9.780	9.148	8.746	8.466	8.260	8.102	7.976	7.874	7.718	7.559	7.396	7.313	7.229
	7	12.2	9.5	8.451	7.847	7.460	7.191	6.993	6.840	6.719	6.620	6.469	6.314	6.155	6.074	5.992
	8	11.3	8.6	7.591	7.006	6.632	6.371	6.178	6.029	5.911	5.814	5.667	5.515	5.359	5.279	5.198
	9	10.6	8.0	6.992	6.422	6.057	5.802	5.613	5.467	5.351	5.257	5.111	4.962	4.808	4.729	4.649
	10	10.0	7.6	6.552	5.994	5.636	5.386	5.200	5.057	4.942	4.849	4.706	4.558	4.405	4.327	4.247
	11	9.6	7.2	6.217	5.668	5.316	5.069	4.886	4.744	4.632	4.539	4.397	4.251	4.099	4.021	3.941
	12	9.3	6.9	5.953	5.412	5.064	4.821	4.640	4.499	4.388	4.296	4.155	4.010	3.858	3.780	3.701
	13	9.1	6.7	5.739	5.205	4.862	4.620	4.441	4.302	4.191	4.100	3.960	3.815	3.665	3.587	3.507
	14	8.862	6.515	5.564	5.035	4.695	4.456	4.278	4.140	4.030	3.939	3.800	3.656	3.505	3.427	3.348

Damascus University

	15	**8.683**	**6.359**	**5.417**	**4.893**	**4.556**	**4.318**	**4.142**	**4.004**	**3.895**	**3.805**	**3.666**	**3.522**	**3.372**	**3.294**	**3.214**
	16	**8.531**	**6.226**	**5.292**	**4.773**	**4.437**	**4.202**	**4.026**	**3.890**	**3.780**	**3.691**	**3.553**	**3.409**	**3.259**	**3.181**	**3.101**
	17	**8.400**	**6.112**	**5.185**	**4.669**	**4.336**	**4.102**	**3.927**	**3.791**	**3.682**	**3.593**	**3.455**	**3.312**	**3.162**	**3.084**	**3.003**
	18	**8.285**	**6.013**	**5.092**	**4.579**	**4.248**	**4.015**	**3.841**	**3.705**	**3.597**	**3.508**	**3.371**	**3.227**	**3.077**	**2.999**	**2.919**
	19	**8.185**	**5.926**	**5.010**	**4.500**	**4.171**	**3.939**	**3.765**	**3.631**	**3.523**	**3.434**	**3.297**	**3.153**	**3.003**	**2.925**	**2.844**
	20	**8.096**	**5.849**	**4.938**	**4.431**	**4.103**	**3.871**	**3.699**	**3.564**	**3.457**	**3.368**	**3.231**	**3.088**	**2.938**	**2.859**	**2.778**
	21	**8.017**	**5.780**	**4.874**	**4.369**	**4.042**	**3.812**	**3.640**	**3.506**	**3.398**	**3.310**	**3.173**	**3.030**	**2.880**	**2.801**	**2.720**
	22	**7.945**	**5.719**	**4.817**	**4.313**	**3.988**	**3.758**	**3.587**	**3.453**	**3.346**	**3.258**	**3.121**	**2.978**	**2.827**	**2.749**	**2.667**
	23	**7.881**	**5.664**	**4.765**	**4.264**	**3.939**	**3.710**	**3.539**	**3.406**	**3.299**	**3.211**	**3.074**	**2.931**	**2.781**	**2.702**	**2.620**
	24	**7.823**	**5.614**	**4.718**	**4.218**	**3.895**	**3.667**	**3.496**	**3.363**	**3.256**	**3.168**	**3.032**	**2.889**	**2.738**	**2.659**	**2.577**
	25	**7.770**	**5.568**	**4.675**	**4.177**	**3.855**	**3.627**	**3.457**	**3.324**	**3.217**	**3.129**	**2.993**	**2.850**	**2.699**	**2.620**	**2.538**
	26	**7.721**	**5.526**	**4.637**	**4.140**	**3.818**	**3.591**	**3.421**	**3.288**	**3.182**	**3.094**	**2.958**	**2.815**	**2.664**	**2.585**	**2.503**
	27	**7.677**	**5.488**	**4.601**	**4.106**	**3.785**	**3.558**	**3.388**	**3.256**	**3.149**	**3.062**	**2.926**	**2.783**	**2.632**	**2.552**	**2.470**
	28	**7.636**	**5.453**	**4.568**	**4.074**	**3.754**	**3.528**	**3.358**	**3.226**	**3.120**	**3.032**	**2.896**	**2.753**	**2.602**	**2.522**	**2.440**
	29	**7.598**	**5.420**	**4.538**	**4.045**	**3.725**	**3.499**	**3.330**	**3.198**	**3.092**	**3.005**	**2.868**	**2.726**	**2.574**	**2.495**	**2.412**
	30	**7.562**	**5.390**	**4.510**	**4.018**	**3.699**	**3.473**	**3.304**	**3.173**	**3.067**	**2.979**	**2.843**	**2.700**	**2.549**	**2.469**	**2.386**
	40	**7.314**	**5.179**	**4.313**	**3.828**	**3.514**	**3.291**	**3.124**	**2.993**	**2.888**	**2.801**	**2.665**	**2.522**	**2.369**	**2.288**	**2.203**
	60	**7.077**	**4.977**	**4.126**	**3.649**	**3.339**	**3.119**	**2.953**	**2.823**	**2.718**	**2.632**	**2.496**	**2.352**	**2.198**	**2.115**	**2.028**
	120	**6.851**	**4.787**	**3.949**	**3.480**	**3.174**	**2.956**	**2.792**	**2.663**	**2.559**	**2.472**	**2.336**	**2.192**	**2.035**	**1.950**	**1.860**

جدول (VIII): جدول توزيع دانكان (Duncan) بمستوى معنوية (α=0.05)

Critical values for Duncan multiple range tests r(α, p, df)

(α=0.05)

df\ p	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	17.9	17.9	17.9	17.9	17.9	17.9	17.9	17.9	17.9	17.9	17.9	17.9	17.9	17.9	17.9	17.9
2	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09
3	4.50	4.52	4.52	4.52	4.52	4.52	4.52	4.52	4.52	4.52	4.52	4.52	4.52	4.52	4.52	4.52
4	3.93	4.01	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03
5	3.64	3.75	3.80	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81
6	3.46	3.59	3.65	3.68	3.69	3.70	3.70	3.70	3.70	3.70	3.70	3.70	3.70	3.70	3.70	3.70
7	3.34	3.48	3.55	3.59	3.61	3.62	3.63	3.63	3.63	3.63	3.63	3.63	3.63	3.63	3.63	3.63
8	3.26	3.40	3.48	3.52	3.55	3.57	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58
9	3.20	3.34	3.42	3.47	3.50	3.52	3.54	3.54	3.55	3.55	3.55	3.55	3.55	3.55	3.55	3.55
10	3.15	3.29	3.38	3.43	3.47	3.49	3.51	3.52	3.52	3.53	3.53	3.53	3.53	3.53	3.53	3.53
11	3.11	3.26	3.34	3.40	3.44	3.46	3.48	3.49	3.50	3.51	3.51	3.51	3.51	3.51	3.51	3.51
12	3.08	3.23	3.31	3.37	3.41	3.44	3.46	3.47	3.48	3.49	3.50	3.50	3.50	3.50	3.50	3.50
13	3.06	3.20	3.29	3.35	3.39	3.42	3.44	3.46	3.47	3.48	3.48	3.49	3.49	3.49	3.49	3.49
14	3.03	3.18	3.27	3.33	3.37	3.40	3.43	3.44	3.46	3.47	3.47	3.48	3.48	3.48	3.48	3.48
15	3.01	3.16	3.25	3.31	3.36	3.39	3.41	3.43	3.45	3.46	3.47	3.47	3.48	3.48	3.48	3.48
16	3.00	3.14	3.24	3.30	3.34	3.38	3.40	3.42	3.44	3.45	3.46	3.47	3.47	3.47	3.48	3.48
17	2.98	3.13	3.22	3.29	3.33	3.37	3.39	3.41	3.43	3.44	3.45	3.46	3.47	3.47	3.47	3.47

Damascus University

18	2.97	3.12	3.21	3.27	3.32	3.36	3.38	3.40	3.42	3.44	3.45	3.45	3.46	3.47	3.47	3.47
19	2.96	3.11	3.20	3.26	3.31	3.35	3.38	3.40	3.42	3.43	3.44	3.45	3.46	3.46	3.47	3.47
20	2.95	3.10	3.19	3.26	3.30	3.34	3.37	3.39	3.41	3.42	3.44	3.45	3.45	3.46	3.46	3.47
21	2.94	3.09	3.18	3.25	3.30	3.33	3.36	3.39	3.40	3.42	3.43	3.44	3.45	3.46	3.46	3.47
22	2.93	3.08	3.17	3.24	3.29	3.33	3.36	3.38	3.40	3.41	3.43	3.44	3.45	3.45	3.46	3.46
23	2.93	3.07	3.17	3.23	3.28	3.32	3.35	3.37	3.39	3.41	3.42	3.43	3.44	3.45	3.46	3.46
24	2.92	3.07	3.16	3.23	3.28	3.32	3.35	3.37	3.39	3.41	3.42	3.43	3.44	3.45	3.46	3.46
25	2.91	3.06	3.15	3.22	3.27	3.31	3.34	3.37	3.39	3.40	3.42	3.43	3.44	3.45	3.45	3.46
26	2.91	3.05	3.15	3.22	3.27	3.31	3.34	3.36	3.38	3.40	3.41	3.43	3.44	3.45	3.45	3.46
27	2.90	3.05	3.14	3.21	3.26	3.30	3.33	3.36	3.38	3.40	3.41	3.42	3.43	3.44	3.45	3.46
28	2.90	3.04	3.14	3.21	3.26	3.30	3.33	3.36	3.38	3.39	3.41	3.42	3.43	3.44	3.45	3.46
29	2.89	3.04	3.14	3.20	3.25	3.29	3.33	3.35	3.37	3.39	3.41	3.42	3.43	3.44	3.45	3.46
30	2.89	3.04	3.13	3.20	3.25	3.29	3.32	3.35	3.37	3.39	3.41	3.42	3.43	3.44	3.45	3.45
31	2.88	3.03	3.13	3.20	3.25	3.29	3.32	3.35	3.37	3.39	3.40	3.42	3.43	3.44	3.45	3.45
32	2.88	3.03	3.12	3.19	3.24	3.28	3.32	3.34	3.37	3.39	3.40	3.42	3.43	3.44	3.45	3.45
33	2.88	3.02	3.12	3.19	3.24	3.28	3.31	3.34	3.36	3.38	3.40	3.41	3.43	3.44	3.44	3.45
34	2.87	3.02	3.12	3.19	3.24	3.28	3.31	3.34	3.36	3.38	3.40	3.41	3.42	3.43	3.44	3.45
35	2.87	3.02	3.11	3.18	3.24	3.28	3.31	3.34	3.36	3.38	3.40	3.41	3.42	3.43	3.44	3.45
36	2.87	3.02	3.11	3.18	3.23	3.27	3.31	3.34	3.36	3.38	3.40	3.41	3.42	3.43	3.44	3.45
37	2.87	3.01	3.11	3.18	3.23	3.27	3.31	3.33	3.36	3.38	3.39	3.41	3.42	3.43	3.44	3.45
38	2.86	3.01	3.11	3.18	3.23	3.27	3.30	3.33	3.36	3.38	3.39	3.41	3.42	3.43	3.44	3.45
39	2.86	3.01	3.10	3.17	3.23	3.27	3.30	3.33	3.35	3.37	3.39	3.41	3.42	3.43	3.44	3.45

40	2.86	3.01	3.10	3.17	3.22	3.27	3.30	3.33	3.35	3.37	3.39	3.40	3.42	3.43	3.44	3.45
48	2.84	2.99	3.09	3.16	3.21	3.25	3.29	3.32	3.34	3.36	3.38	3.40	3.41	3.42	3.44	3.45
60	2.83	2.98	3.07	3.14	3.20	3.24	3.28	3.31	3.33	3.36	3.37	3.39	3.41	3.42	3.43	3.44
80	2.81	2.96	3.06	3.13	3.19	3.23	3.27	3.30	3.32	3.35	3.37	3.38	3.40	3.41	3.43	3.44
120	2.80	2.95	3.05	3.12	3.17	3.22	3.25	3.29	3.31	3.34	3.36	3.38	3.39	3.41	3.42	3.44

جدول (IX): جدول توزيع دانكان (Duncan) بمستوى معنوية (α=0.01)

Critical values for Duncan multiple range tests r(α, p, df)

(α=0.01)

df \ p	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	90.02	90.02	90.02	90.02	90.02	90.02	90.02	90.02	90.02	90.02	90.02	90.02	90.02	90.02	90.02
2	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04
3	8.26	8.32	8.32	8.32	8.32	8.32	8.32	8.32	8.32	8.32	8.32	8.32	8.32	8.32	8.32
4	6.51	6.68	6.74	6.76	6.76	6.76	6.76	6.76	6.76	6.76	6.76	6.76	6.76	6.76	6.76
5	5.70	5.89	5.99	6.04	6.07	6.07	6.07	6.07	6.07	6.07	6.07	6.07	6.07	6.07	6.07
6	5.24	5.44	5.55	5.61	5.66	5.68	5.69	5.70	5.70	5.70	5.70	5.70	5.70	5.70	5.70
7	4.95	5.15	5.26	5.33	5.38	5.42	5.44	5.45	5.46	5.47	5.47	5.47	5.47	5.47	5.47
8	4.75	4.94	5.06	5.13	5.19	5.23	5.26	5.28	5.29	5.30	5.31	5.31	5.32	5.32	5.32
9	4.60	4.79	4.91	4.99	5.04	5.09	5.12	5.14	5.16	5.17	5.19	5.19	5.20	5.20	5.21
10	4.48	4.67	4.79	4.87	4.93	4.98	5.01	5.04	5.06	5.07	5.09	5.10	5.11	5.11	5.12
11	4.39	4.58	4.70	4.78	4.84	4.89	4.92	4.95	4.98	4.99	5.01	5.02	5.03	5.04	5.05
12	4.32	4.50	4.62	4.71	4.77	4.82	4.85	4.88	4.91	4.93	4.94	4.96	4.97	4.98	4.99
13	4.26	4.44	4.56	4.64	4.71	4.75	4.79	4.82	4.85	4.87	4.89	4.90	4.92	4.93	4.94
14	4.21	4.39	4.51	4.59	4.65	4.70	4.74	4.78	4.80	4.82	4.84	4.86	4.87	4.88	4.89
15	4.17	4.35	4.46	4.55	4.61	4.66	4.70	4.73	4.76	4.78	4.80	4.82	4.83	4.85	4.86
16	4.13	4.31	4.43	4.51	4.57	4.62	4.66	4.70	4.72	4.75	4.77	4.79	4.80	4.81	4.83
17	4.10	4.28	4.39	4.47	4.54	4.59	4.63	4.66	4.69	4.72	4.74	4.76	4.77	4.79	4.80

Damascus University

18	4.07	4.25	4.36	4.45	4.51	4.56	4.60	4.64	4.66	4.69	4.71	4.73	4.75	4.76	4.77
19	4.05	4.22	4.34	4.42	4.48	4.53	4.58	4.61	4.64	4.66	4.69	4.71	4.72	4.74	4.75
20	4.02	4.20	4.31	4.40	4.46	4.51	4.55	4.59	4.62	4.64	4.66	4.68	4.70	4.72	4.73
21	4.00	4.18	4.29	4.37	4.44	4.49	4.53	4.57	4.60	4.62	4.65	4.66	4.68	4.70	4.71
22	3.99	4.16	4.27	4.36	4.42	4.47	4.51	4.55	4.58	4.60	4.63	4.65	4.66	4.68	4.69
23	3.97	4.14	4.25	4.34	4.40	4.45	4.50	4.53	4.56	4.59	4.61	4.63	4.65	4.67	4.68
24	3.96	4.13	4.24	4.32	4.39	4.44	4.48	4.52	4.55	4.57	4.60	4.62	4.63	4.65	4.67
25	3.94	4.11	4.22	4.31	4.37	4.42	4.47	4.50	4.53	4.56	4.58	4.60	4.62	4.64	4.65
26	3.93	4.10	4.21	4.29	4.36	4.41	4.45	4.49	4.52	4.55	4.57	4.59	4.61	4.63	4.64
27	3.92	4.09	4.20	4.28	4.35	4.40	4.44	4.48	4.51	4.54	4.56	4.58	4.60	4.62	4.63
28	3.91	4.08	4.19	4.27	4.33	4.39	4.43	4.47	4.50	4.52	4.55	4.57	4.59	4.60	4.62
29	3.90	4.07	4.18	4.26	4.32	4.38	4.42	4.46	4.49	4.51	4.54	4.56	4.58	4.60	4.61
30	3.89	4.06	4.17	4.25	4.31	4.37	4.41	4.45	4.48	4.50	4.53	4.55	4.57	4.59	4.60
31	3.88	4.05	4.16	4.24	4.31	4.36	4.40	4.44	4.47	4.50	4.52	4.54	4.56	4.58	4.59
32	3.87	4.04	4.15	4.23	4.30	4.35	4.39	4.43	4.46	4.49	4.51	4.53	4.55	4.57	4.59
33	3.87	4.03	4.14	4.22	4.29	4.34	4.38	4.42	4.45	4.48	4.50	4.53	4.55	4.56	4.58
34	3.86	4.02	4.14	4.22	4.28	4.33	4.38	4.41	4.44	4.47	4.50	4.52	4.54	4.56	4.57
35	3.85	4.02	4.13	4.21	4.27	4.33	4.37	4.41	4.44	4.47	4.49	4.51	4.53	4.55	4.57
36	3.85	4.01	4.12	4.20	4.27	4.32	4.36	4.40	4.43	4.46	4.48	4.51	4.53	4.54	4.56
37	3.84	4.01	4.12	4.20	4.26	4.31	4.36	4.39	4.43	4.45	4.48	4.50	4.52	4.54	4.55
38	3.84	4.00	4.11	4.19	4.25	4.31	4.35	4.39	4.42	4.45	4.47	4.49	4.51	4.53	4.55
39	3.83	3.99	4.10	4.19	4.25	4.30	4.34	4.38	4.41	4.44	4.47	4.49	4.51	4.53	4.54

Damascus University

40	3.83	3.99	4.10	4.18	4.24	4.30	4.34	4.38	4.41	4.44	4.46	4.48	4.50	4.52	4.54
48	3.79	3.96	4.06	4.15	4.21	4.26	4.30	4.34	4.37	4.40	4.43	4.45	4.47	4.49	4.51
60	3.76	3.92	4.03	4.11	4.17	4.23	4.27	4.31	4.34	4.37	4.39	4.42	4.44	4.46	4.47
80	3.73	3.89	4.00	4.08	4.14	4.19	4.24	4.27	4.31	4.34	4.36	4.38	4.41	4.42	4.44
120	3.70	3.86	3.96	4.04	4.11	4.16	4.20	4.24	4.27	4.30	4.33	4.35	4.37	4.39	4.41

جدول (X): جدول توزيع مربع كاي ن (χ^2) بمستويات معنوية (α=)

ν	α=0.995	α=0.99	α=0.975	α=0.95	α=0.05	α=0.025	α=0.01	α=0.005
1	.0000393	.000157	.000982	.00393	3.841	5.024	6.635	7.879
2	.0100	.0201	.0506	.103	5.991	7.378	9.210	10.597
3	.0717	.155	.216	.352	7.815	9.348	11.345	12.838
4	.207	.297	.484	.711	9.488	11.143	13.277	14.860
5	5.214	.554	.831	1.145	11.070	12.832	15.086	16.750
6	.676	.872	1.237	1.635	12.592	14.449	16.812	18.548
7	.989	1.239	1.690	2.167	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	24.996	27.488	30.578	32.801
16	5.142	5.812	6.908	7.962	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.408	7.564	8.672	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	30.144	32.852	36.191	38.582

Damascus University

20	**7.434**	**8.260**	**9.591**	**10.851**	**31.410**	**34.170**	**37.566**	**39.997**
21	**8.034**	**8.897**	**10.283**	**11.591**	**32.671**	**35.479**	**38.932**	**41.401**
22	**8.643**	**9.542**	**10.982**	**12.338**	**33.924**	**36.781**	**40.289**	**42.796**
23	**9.260**	**10.196**	**11.689**	**13.091**	**35.172**	**38.076**	**41.638**	**44.181**
24	**9.886**	**10.856**	**12.401**	**14.848**	**36.415**	**39.364**	**42.980**	**45.558**
25	**10.520**	**11.524**	**13.120**	**14.611**	**37.652**	**40.646**	**44.314**	**46.928**
26	**11.160**	**12.198**	**13.844**	**15.379**	**38.885**	**41.923**	**45.642**	**48.290**
27	**11.808**	**12.879**	**14.573**	**16.151**	**40.113**	**43.194**	**46.963**	**49.645**
28	**12.461**	**13.565**	**15.308**	**16.928**	**41.337**	**44.461**	**48.278**	**50.993**
29	**13.121**	**14.256**	**16.047**	**17.708**	**42.557**	**45.722**	**49.588**	**52.336**
30	**13.787**	**14.953**	**16.791**	**18.493**	**43.773**	**46.979**	**50.892**	**53.672**

المراجع العلميّة

1- المراجع العربيّة:

1) محمد عبد المنعم، ثروت (2004). تصميم وتحليل التجارب، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة.
2) محمد الطاهر الإمام، محمد (1994). تصميم وتحليل التجارب، دار المريخ، الرياض.
3) الساهوكي، حميد جلوب و وهيب، كريمة محمد(1990). تطبيقات في تصميم وتحليل التجارب، وزارة التعليم العالي والبحث العلمي، جامعة بغداد، دار الحكمة للطباعة والنشر، جامعة الموصل.
4) الشربيني، زكريا (1995). الإحصاء وتصميم التجارب في البحوث النفسية والتربوية الاجتماعية، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة.
5) ربيع زكي عامر ومحمد يحيى البسيوني (2016). محاضرات في تصميم التجارب وتحليل نتائجها، معهد الدراسات والبحوث الإحصائية، جامعة القاهرة.
6) البلداوي، عبد الحميد عبد المجيد (1997). الإحصاء للعلوم الغدارية والتطبيقية، دار الشروق للنشر والتوزيعن عمان، الأردن.
7) عبد المحسن ،أشرف عبد الأعلى (2010). الدليل التطبيقي في تصميم وتحليل التجارب، مكتبة أم القرى جمهورية مصر العربية.
8) الشرحي، محمد بن محسن (2009). محاضرات في التصميم والتحليل الإحصائي للتجارب البيولوجية، جامعة الملك سعود ، الرياض، المملكة العربية السعودية.

المراجع الأجنبيّة

1) Fisher, R.A. (1935), "The Design of Experiments", London: Oliver and Boyd.
2) Hinkelmann, K. and Kempthorne, O. (2005), " Design and Analysis of Experiments.
3) Mead R., (1990), "The Design of Experiments: Statistical Principles for Practical Applications", Cambridge University Press.
4) Shalabh Helge Toutenburg, (2009), "Statistical Analysis of Designed Experiments", 3th Edition, Springer Science Business media LLc.
5) Von Eye Alexander, (2008) "Fractional Factorial Designs in the Analysis of Categorical Data" Michigan State University.
6) Internet.

Damascus University

اللجنة العلمية:

أ. د. شباب ناصر

أ. د. نواف الفريجات

أ.د.عفراء سلوم

المدقق اللغوي:

د. سامر زيود

حقوق الطبع والترجمة والنشر محفوظة لمديرية الكتب والمطبوعات الجامعية