الباب الأول : الكميات الفيزيائية ووحدات القياس

الفصل الأول : القياس الفيزيائي

القياس : هو عملية مقارنة كمية مجهولة بكمية أخري من نوعها (تسمي وحدة القياس) لمعرفة عدد مرات احتواء الأولي علي الثانية .

ما أهمية القياس : تحول مشاهدتنا إلي مقادير كمية يمكن التعبير عنها بواسطة الأرقام .مثل شخص درجة حرارته مرتفعة (تعبير غير دقيق) ،، شخص درجة حرارته $40\ ^{o}C$ (تعبير دقيق)

بعض أمثلة الكميات الفيزيائية : – كل ما يمكن قياسه يطلق علية كمية فيزيائية مثل الطول – الوزن – ضغط الدم – معدل دقات القلب – درجة الحرارة – الكتلة – الزمن – الطول – الحجم .

العناصر الرئيسية للقياس :–

1 – الكميات الفيزيائية المراد قياسها (كقياس طول منضدة) (كقياس كتلة شيء)
2 – أدوات القياس اللازمة (كالمتر الشريطي) (الميزان المعتاد)
3 – وحدات القياس المستخدمة (الوحدات المعيارية) (كالمتر) (كالكيلوجرام)

أولا : الكميات الفيزيائية :

تقسيم الكميات الفيزيائية	
الكميات الفيزيائية الأساسية	الكميات الفيزيائية المشتقة
هي الكميات الفيزيائية التي لا تعرف (لا يمكن استنتاج أحداها) بدلالة كميات فيزيائية أخري مثل : الطول – الكتلة - الزمن – درجة الحرارة – الشحنة الكهربية	هي كميات فيزيائية تعرف (يمكن اشتقاقها) بدلالة الكميات الفيزيائية الأساسية مثل السرعة - العجلة – الحجم - الشغل - القدرة – الطاقة - القوة

مثال لكمية فيزيائية مشتقة (الحجم وهو كمية فيزيائية تشتق من الطول)

حجم متوازي المستطيلات : الطول × العرض × الارتفاع $V_{ol} = L_1 \times L_2 \times L_3$

الأنظمة التي تحدد الكميات الفيزيائية الأساسية ووحدات قياسها

الكمية الأساسية	النظام الفرنسي (جاوس) (C.G.S)	النظام البريطاني (F.P.S)	النظام المتري المعاصر (الدولي) (M.K.S)
الطول	السنتيمتر (cm)	القدم	المتر (m)
الكتلة	الجرام (gm)	الباوند (450 gm)	الكيلوجرام (kg)
الزمن	الثانية (s)	الثانية	الثانية (s)

المعادلة الرياضية : صورة مختصرة لتوصيف فيزيائي .

لاحظ أن : يتم التعبير عن الكميات الفيزيائية وعلاقتها ببعضها بالمعادلات الرياضية (تكامل الفيزياء مع الرياضيات)

خواص المعادلة الرياضية :– لكل معادلة مدلول معين يسمي بالمعني الفيزيائي .

النظام الدولي للوحدات

الكمية الفيزيائية	الوحدة في النظام الدولي	الكمية الفيزيائية	الوحدة في النظام الدولي
شدة التيار الكهربي	أمبير (A)	شدة الإضاءة	كانديلا (cd)
درجة الحرارة المطلقة	كلفن (K)	الزاوية المسطحة	راديان Radian
كمية المادة	مول (mol)	الزاوية المجسمة	استرديان Steradian

ثانياً : أدوات القياس :–

لاحظ أن : اتخذ الإنسان من أجزاء جسمه ومن الظواهر الطبيعية وسائل للقياس مثل مقياس للطول : الذراع – كف اليد
مقياس للزمن : شروق وغروب الشمس – دورة القمر

بعض أدوات القياس قديما وحديثاً

مقياس للطول	الشريط المتري – المسطرة – القدمة ذات الورنية - الميكرومتر
مقياس للكتلة	ميزان روماني – ميزان ذو الكفتين – ميزان ذو الكفة الواحدة – ميزان رقمي
مقياس للزمن	ساعة رملية – ساعة البندول – ساعة الإيقاف – ساعة رقمية

ثالثاً : الوحدات المعيارية:–

هي وحدات القياس المتفق عليها عالمياً والمستخدمة في النظام الدولي للوحدات
فتتحدد أي كمية طبيعية بعاملين اثنين هما العدد والوحدة . أي أنه لا يمكن ذكر أعداد أو أرقام مجردة دون تحديد الوحدة التي تقاس بها تلك الكمية.

علل : يبحث العلماء علي المعيار الأكثر دقة لقياس الكمية الفيزيائية .

((1)) المتر العياري : (معيار الطول) أول من استخدمه كمعيار للطول الفرنسيون وهو المسافة بين علامتين محفورتين عند نهايتي ساق من سبيكة من البلاتين - الايريديوم محفوظة عند درجة الصفر سليزيوس في الكتب الدولي للموازين والمقاييس بالقرب من باريس .

علل : لا يستخدم الزجاج بدلاً من سبيكة البلاتين – الايريديوم كوحدة عيارية لقياس الطول.

معلومة أضافية : اتفق العلماء علي استبدال المتر العياري بثابت ذري فهو يساوي 1650763.73من الأطوال الموجية للضوء الأحمر - البرتقالي المنبعث في الفراغ من ذرات نظير عنصر الكربتون-86 في أنبوبة تفريغ كهربائي بها غاز الكربتون

((2)) الكيلو جرام العياري : (معيار الكتلة) يساوي كتلة اسطوانة من سبيكة (البلاتين-الايريديوم) ذات الأبعاد المحددة محفوظة عند صفر سليزيوس في الكتب الدولي للموازين والمقاييس بالقرب من باريس .

((3)) الثانية : (معيار الزمن)

تم تحديدها في العصور القديمة فقد كان الليل والنهار واليوم الوسيلة للحصول علي مقياس ثابت وسهل لوحدة الزمن
اليوم = 24 × 60 × 60 = 86400 ثانية
الثانية : تساوي $\frac{1}{86400}$ من اليوم الشمسي المتوسط .

معلومة أضافية : اتفق العلماء علي استبدال الثانية بثابت ذري وهي الثانية بساعة السيزيوم الذرية وهي الفترة الزمنية اللازمة لينبعث من ذرة السيزيوم 133 عدد من الموجات يساوي 9192631700 موجة .

أهمية استخدام الساعات الذرية :-

1- تتميز بالدقة المتناهية

2 – دراسة عدد كبير من المسائل الهامة مثل (أ) تحديد مدة دوران الأرض حول نفسها (تحديد زمن اليوم)

(ب) مراجعات لتحسين الملاحة الأرضية والجوية

(جـ) تدقيق رحلات سفن الفضاء لاكتشاف الكون

معادلة الأبعاد

لاحظ أن : 1 – اصطلح العلماء علي تعريف محددة لكل كمية فيزيائية يتم الاتفاق عليه عالمياً

2 – يستخدم في معادلة الأبعاد ثلاث رموز أساسية الطول (L) – الكتلة (M) – الزمن (T)

مثال السرعة هي معدل تغير المسافة بالنسبة للزمن

السرعة = $\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{L}{T}$ فيكون معادلة أبعاد السرعة $L\,T^{-1}$

3 – تستخدم معادلة الأبعاد في التعبير عن معظم الكميات الفيزيائية المشتقة بدلالة أبعاد الكميات الفيزيائية الأساسية ، وهي الطول والكتلة والزمن مرفوع كل منهم لأس معين ويكتب التعبير الناتج علي الصورة الآتية =

$[A]\ L^{\pm a}\ M^{\pm b}\ T^{\pm c}$ حيث A الكمية الفيزيائية ، a , b , c هي أبعاد L , M , T علي الترتيب

4 – تستخدم معادلة الأبعاد في تعين وحدة قياس الكميات الفيزيائية المشتقة فمثلاً السرعة من معادلة الأبعاد لها $L\,T^{-1}$ فتكون وحدة قياسها $m\,s^{-1}$ أو(m/s)

5 – يمكن جمع أو طرح كميتين فيزيائيتين بشرطين :-

أ- يجب أن يكونا من نفس النوع أي لهم نفس معادلة الأبعاد

ب- أن يكون لهم نفس وحدة القياس

(فإذا كانت وحدات القياس مختلفة نحول وحدة قياس احدهما إلي وحدة قياس الأخرى)

6 – إذا ضربنا أو قسمنا كميتين فيزيائيتين مختلفتين ليس لهم نفس معادلة الأبعاد فإننا نحصل علي كمية فيزيائية جديدة

7 – الأعداد والكسور والثوابت العددية مثل π ليس لهم أبعاد

س : إذا علمت أن العجلة هي معدل تغير السرعة بالنسبة للزمن ، فاوجد معادلة أبعادها ووحدة قياسها

حساب أبعاد بعض الكميات الفيزيائية

الكميات الفيزيائية	علاقتها مع الكميات الأخرى	معادلة الأبعاد	وحدة القياس
المساحة A	الطول × العرض	$L \times L = L^2$	m^2
الحجم V_{OL}	الطول × العرض × الارتفاع	$L \times L \times L = L^3$	m^3
الكثافة ρ	الكتلة ÷ الحجم	$M / L^3 = M\,L^{-3}$	Kg/m^3
القوة F	الكتلة × العجلة	$M \times LT^{-2} = MLT^{-2}$	$Kgm/s^2 = N$
الشغل (الطاقة) (W)	القوة x المسافة	$[W] = MLT^{-2} \times L = ML^2T^{-2}$	$Kgm^2/s^2 = N.m = j$
القدرة (P)	الشغل ÷ الزمن	$[P] = \frac{ML^2T^{-2}}{T} = ML^2T^{-3}$	$Kgm^2/s^3 = N.m/s = j/s = w$

أهمية معادلة الأبعاد :-

أ – اختبار صحة القوانين (تحقيق تجانس الأبعاد للمعادلة)

بحيث يكون طرفي المعادلة لهم نفس الأبعاد

لاحظ أن : وجود نفس معادلة الأبعاد علي طرفي المعادلة لا يضمن صحتها ، ولكن اختلافها علي طرفي المعادلة يؤكد خطأها .

س : اثبت صحة العلاقة : طاقة الحركة = ½ الكتلة × مربع السرعة ($KE = ½ mv^2$) ، إذا علمت أن معادلة أبعاد الطاقة $E = ML^2T^{-2}$.

1 – معادلة أبعاد الطرف الأيمن = ML^2T^{-2}

2- معادلة أبعاد الطرف الأيسر = الكتلة × مربع السرعة = $ML^2T^{-2} = M \times (LT^{-1})^2$

. . معادلة أبعاد الطرف الأيمن = معادلة أبعاد الطرف الأيسر

. . العلاقة صحيحة

****

س : أحد الأشخاص أقترح أن حجم الاسطوانة يتعين من العلاقة ($Vol = \pi r h$) حيث ق نصف قطر قاعدة الاسطوانة ، ا ارتفاع الاسطوانة .

1 – معادلة أبعاد الطرف الأيمن $L^3 = Vol$

2- معادلة أبعاد الرف الأيسر = $L^2 = L \times L = \pi r h$ (لاحظ أن π ثابت عددي ليس له وحدات)

. . معادلة أبعاد الطرف الأيمن ≠ معادلة أبعاد الطرف الأيسر

. . العلاقة غير صحيحة (خطا)

****

س: تخضع حركة جسم تحت تأثير الجاذبية للعلاقة التالية ($V_f = V_i + gt$) حيث g هي عجلة الجاذبية الأرضية ، t الزمن ، V_f السرعة النهائية ، V_i السرعة الابتدائية .

اثبت صحة هذه العلاقة باستخدام معادلات الأبعاد

1 – معادلة أبعاد الطرف الأيمن $LT^{-1} = V_f$

2- معادلة أبعاد الرف الأيسر = $V_i + gt = LT^{-1} + (LT^{-2}) \times T = 2\ LT^{-1} = LT-1$

. . معادلة أبعاد الطرف الأيمن = معادلة أبعاد الطرف الأيسر

. . العلاقة صحيحة

****

مضاعفات وكسور الوحدات في النظام العالمي

يفضل التعبير عن الارقام الكبيرة جداً والصغيرة جداً باستخدام الرقم 10 مرفوعاً لأس معين وتسمي هذه الطريقة في التعبير عن الكميات الفيزيائية بالصيغة المعيارية لكتابة الأعداد .

فمثلاً إذا كانت المسافة بين النجوم تقدر بحوالي 100,000,000,000,000,000 m

فتكتب بالصيغة المعيارية لكتابة الأعداد = 1×10^{17} m .

واذا كانت المسافة بين ذرات الجوامد تقدر بحوالي 0.000000001 m

فتكتب بالصيغة المعيارية لكتابة الأعداد = 1×10^{-9} m .

يسمي المعامل $10^{\pm x}$ بأسماء محددة اتفق العلماء عليها وهي

المعامل	المسمي	الرمز
10^{-9}	نانو	n
10^{-6}	ميكرو	µ
10^{-3}	مللي	m
10^{-2}	سنتي	c
10^{3}	كيلو	k
10^{6}	ميجا	M
10^{9}	جيجا	G

أمثلة للتحويل

من الأكبر للأصغر

س 1 : خزان يبلغ حجم الماء فيه $9m^3$ اوجد حجم الماء بوحدة cm^3 . سنتي متر^3

من أكبر إلي اقل بالضرب (لاحظ أن m يساوي 10^2 cm)

. . حجم الماء في الخزان = $9 \times 10^2 \times 10^2 \times 10^2 = 9 \times 10^6\ cm^3$

بوحدة mm^3 . مللي متر^3

من أكبر إلي اقل بالضرب (لاحظ أن m يساوي 10^3 mm)

. . حجم الماء في الخزان = $9 \times 10^3 \times 10^3 \times 10^3 = 9 \times 10^9\ mm^3$

بوحدة μm^3 . ميكرو متر^3

من أكبر إلي اقل بالضرب (لاحظ أن m يساوي 10^6 µm)

. . حجم الماء في الخزان = $9\times10^{18}\ \mu m^3 = 9 \times 10^6 \times 10^6 \times 10^6$

بوحدة nm^3 . نانو متر^3

من أكبر إلي اقل بالضرب (لاحظ أن m يساوي 10^9 nm)

. . حجم الماء في الخزان = $9\times10^{27}\ mm^3 = 9 \times 10^9 \times 10^9 \times 10^9$

من الأصغر للأكبر

بوحدة km^3 . كيلو متر^3

من الأصغر إلي الأكبر بالقسمة (لاحظ أن km يساوي 10^3 m)

. . حجم الماء في الخزان = $9\times10^{-9}\ km^3 = 9 \times 10^{-3} \times 10^{-3} \times 10^{-3}$

بوحدة Mm^3 . ميجا متر^3

من الأصغر إلي الأكبر بالقسمة (لاحظ أن Mm يساوي 10^6 m)

. . حجم الماء في الخزان = $9\times10^{-18}\ Mm^3 = 9 \times 10^{-6} \times 10^{-6} \times 10^{-6}$

بوحدة Gm^3 . جيجا متر^3

من الأصغر إلي الأكبر بالقسمة (لاحظ أن Gm يساوي 10^9 m)

. . حجم الماء في الخزان = $9\times10^{-27}\ Gm^3 = 9 \times 10^{-9} \times 10^{-9} \times 10^{-9}$

س 2 : تيار كهربائي شدته 7 مللي أمبير (7mA) عبر عن شدة التيار بوحدة الميكروأمبير (μA)

. . $1mA = 10^{-3}\ A$,, . . $1\ \mu A = 10^{-6}\ A$

. . $\frac{1mA}{1\ \mu A} = \frac{10^{-3}}{10^{-6}} = 10^3$ وبقسمة العلاقتين السابقتين

أي أن $1mA = 10^3\ \mu A$ وبضرب الطرفين في 7 يكون $7mA = 7 \times 10^3\ \mu A$

معني ذلك أن : 7 مللي أمبير = 7000 ميكرو أمبير

خطأ القياس

لا يمكن أن تتم عملية القياس بدقة % 100 ولابد من وجود نسبة ولو بسيطة من الخطأ .

أسباب وجود خطأ في القياس

1 – اختيار أداة قياس غير مناسبة (كاستخدام الميزان المعتاد بدل الميزان الحساس لقياس كتلة خاتم ذهبي)

2 – وجود عيب في أداة القياس :- مثال عيوب الأميتر (أ)أن يكون الجهاز قديماً والمغناطيس بداخله أصبح ضعيفاً

(ب) خروج مؤشر الأميتر عن صفر التدريج عند قطع التيار)

3 – إجراء القياس بطريقة خطأ

مثل (أ)عدم معرفة استخدام الأجهزة متعددة التدريج مثل الملتيمتر

(ب) أو النظر إلي المؤشر أو التريج بزاوية بدلاً من أن يكون خط الرؤية عمودياً علي الأداة)

4 – عوامل بيئية (درجات حرارة أو الرطوبة أو التيارات الهوائية)

علل : يجب وضع الميزان الحساس داخل صندوق زجاجي .

لآن عند قياس كتلة جسم صغير باستخدامه قد تؤدي التيارات الهوائية إلي حدوث خطأ في عملية القياس

أنواع القياس

((1)) قياس مباشر (باستخدام أداة واحدة كقياس كثافة سائل باستخدام جهاز الهيدروميتر)

((2)) قياس غير مباشر (باستخدام أكثر من أداة قياس كقياس كثافة سائل بتعيين كتلته بالميزان وتعيين حجمه بالمخبار المدرج ثم حساب الكثافة بقسمة الكتلة علي الحجم)

مقارنة بين القياس المباشر وغير المباشر

وجه المقارنة	القياس المباشر	القياس غير المباشر
عدد عمليات القياس	عملية قياس واحدة	أكثر من عملية قياس
العمليات الحسابية	لا يتم التعويض في علاقة رياضية	يتم التعويض في علاقة رياضية لحساب الكمية
الأخطاء في القياس	يكون هناك خطأ واحد في عملية القياس	يكون هناك عدة أخطاء في عملية القياس (فيحدث ما يعرف بتراكم للخطأ)
أمثلة	قياس حجم سائل باستخدام المخبار المدرج قياس الكثافة بالهيدروميتر	قياس الحجم بقياس الطول والعرض والارتفاع وضربهم ببعض قياس كثافة سائل عن طريق قياس الكتلة بالميزان والحجم باستخدام المخبار المدرج وقسمة الكتلة علي الحجم لحساب الكثافة

(((1))) حساب الخطأ في حالة القياس المباشر

الخطأ المطلق (Δx) : هو الفرق بين القيمة الحقيقية x_o والقيمة المقاسة x .

$$\Delta x = |x_o - x|$$

لاحظ أن : (1) الخطأ المطلق دائماً موجب (حتي لو كانت القيمة الحقيقية أقل من القيمة المقاسة)

لان المهم هو معرفة مقدار الخطأ سواء كان بالزيادة أو النقصان فمثلاً 8 = 8d – d

(2) وضع الكميتين بين الرمز | | يعني أن يكون الناتج دائماً بالموجب .

الخطأ النسبي (r) : هو النسبة بين الخطأ المطلق Δx إلي القيمة الحقيقية xo

$$r = \frac{\Delta x}{x_o}$$

لاحظ أن : الخطأ النسبي r هو المقياس لمدي الدقة في القياس وليس الخطأ المطلق Δx

مثال 1 : قام طالب بقياس طول قلم عملياً ووجد انه يساوي 9.9 cm وكانت القيمة الحقيقية لطول القلم تساوي 10 cm .

احسب الخطأ المطلق والخطأ النسبي وعبر عن نتيجة عملية القياس .

حساب الخطأ المطلق (Δx) : $\Delta x = |x_o - x| = |10-9.9| = 0.1$ cm

حساب الخطأ النسبي (r) :

$$r = \frac{\Delta x}{x_o} = \frac{0.1}{10} = 0.01 = 1\%$$

. . طول القلم الرصاص يساوي (10±0.1)cm

مثال 2 : قام طالب بقياس طول الفصل عملياً ووجد انه يساوي 9.13m وكانت القيمة الحقيقية لطول الفصل تساوي 9.11m . احسب الخطأ المطلق والخطأ النسبي وعبر عن نتيجة عملية القياس .

حساب الخطأ المطلق (Δx) : $\Delta x = |x_o - x| = |9.11 - 9.13| = 2$cm

حساب الخطأ النسبي (r) :

$$r = \frac{\Delta x}{x_o} = \frac{0.02}{9.11} = 0.0022 = 0.22\%$$

. . طول الفصل يساوي (9.11±0.02) m

من مثال 1 ، مثال 2 أي من الطالبين أكثر دقة في القياس

قياس طول الفصل أكثر دقة من قياس طول القلم لآن الخطأ النسبي في قياس طول الفصل أقل .

(لاحظ بالرغم من أن ألخطأ المطلق في قياس الفصل أكبر من الخطأ المطلق في قياس طول القلم)

يعتبر الخطأ النسبي هو الأكثر دلالة علي دقة القياس من الخطأ المطلق ، ويكون القياس أكثر دقة كلما كان الخطأ النسبي صغيراً .

(((2))) حساب الخطأ في حالة القياس المباشر

طريقة حساب الخطأ في القياس غير المباشر تختلف تبعاً للعلاقة الرياضية المستخدمة (جمع –طرح –ضرب –قسمة) أثناء عملية القياس .

الجمع	الطرح	الضرب	القسمة

كقياس حجم كميتين من سائل وجمع المقدارين	كقياس حجم قطعة نقود بطرح حجم الماء في مخبار مدرج من حجم نفس الماء بعد وضع قطعة النقود في المخبار	كقياس مساحة مستطيل بقياس الطول وقياس العرض وإيجاد حاصل ضربهما	كقياس كثافة سائل بقياس كتلته وحجمه ثم إيجاد حاصل قسمة الكتلة علي الحجم

الخطأ المطلق = الخطأ المطلق في القياس الأول + الخطأ المطلق في القياس الثاني $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$	الخطأ النسبي في القياس = الخطأ النسبي في القياس الأول + الخطأ النسبي في القياس الثاني $r = r_1 + r_2$

في تجربة معملية لتعيين كمية فيزيائية L التي تتعين من جمع كميتين فيزيائيتين L_1، L_2 إذا كانت $L_1=(5.2\pm0.1)cm$ ، $L_2=(5.8\pm0.2)cm$ فاحسب قيمة L ؟

الحل

حساب القيمة الحقيقية ل (L)

$L0 = (5.2 + 5.8) = 11\ cm$

حساب الخطأ المطلق ΔL

$\Delta L= (0.1+0.2) =0.3\ cm$

$\therefore L = (11\pm0.3)\ cm$

احسب الخطأ النسبي والخطأ المطلق في قياس مساحة A مستطيل طوله $(6\pm0.1)m$ وعرضه $(5\pm0.2)m$.

الحل

حساب الخطأ النسبي في قياس الطول

$$r_1 = \frac{\Delta x}{x_o} = \frac{0.1}{6} = 0.017$$

حساب الخطأ النسبي في قياس العرض

$$r_2 = \frac{\Delta y}{y_o} = \frac{0.2}{5} = 0.04$$

حساب الخطأ النسبي في قياس المساحة

$r =0.017+0.04 =0.057$

حساب الخطأ المطلق في قياس المساحة :-

$$r = \frac{\Delta A}{A_o}$$

$\therefore \Delta A = r \times AO$

$\therefore \Delta A = (0.057) \times (5\times6) = 1.7m2$

$\therefore$ مساحة المستطيل هي $A =(30\pm1.7)m2$

احسب الخطأ النسبي والمطلق في قياس حجم متوازي مستطيلات إذا كانت نتائج قياس أبعاده علي النحو التالي :

البعد	الكمية المقاسة (cm)	الكمية الحقيقية (cm)
الطول x	4.3	4.4
العرض y	3.3	3.5
الارتفاع z	2.8	3

أولاً : حساب الخطأ النسبي

حساب الخطأ النسبي في قياس الطول

$$r_1 = \frac{\Delta x}{x_0} = \frac{d4.4 - 4.3d}{4.4} = 0.023$$

حساب الخطأ النسبي في قياس العرض

$$r_2 = \frac{\Delta y}{y_0} = \frac{d3.5 - 3.3d}{3.5} = 0.057$$

حساب الخطأ النسبي في قياس الارتفاع

$$r_3 = \frac{\Delta z}{z_0} = \frac{d3 - 2.8d}{3} = 0.067$$

حساب الخطأ النسبي في قياس الحجم $r=r1+r2+r3= 0.023+0.057+0.067=0.147$

ثانياً : حساب الخطأ المطلق

حساب الحجم الحقيقي لمتوازي المستطيلات vo

$v_o = x_0\ y_o\ z_o = 4.3 \times 3.5 \times 3 = 46.2\ cm3$

$$r = \frac{\Delta v}{v_o}$$

$\Delta v = r\ v_o = 0.147\times 46.2 = 6.79\ cm3$

الفصل الثاني : الكميات القياسية والكميات المتجهة

كميات قياسية	كميات متجهة
هي كمية فيزيائية تعرف تماماً بمقدارها فقط وليس لها اتجاه مثل المسافة – الكتلة – الزمن الحجم – الكثافة – درجة الحرارة - الطاقة	هي كمية فيزيائية تعرف تماماً بمقدارها واتجاهها معاً فقط مثل السرعة – الإزاحة – القوة - العجلة – كمية التحرك

الإزاحة :– هي المسافة المستقيمة في اتجاه معين من نقطة بداية إلي نقطة نهاية {{ وهي كمية متجهة }}

المسافة : هي طول المسار المقطوع أثناء الحركة من موضع إلي آخر .{{ وهي كمية قياسية }}

لاحظأن : [1]عندما يقترن مقدار المسافة باتجاه الحركة يسمي ذلك بالإزاحة .

[3] كل من الإزاحة والمسافة يرمز لها بالرمز X أو s أو d وتقاس بوحدة المتر

ملاحظات هامة :– *** الإزاحة كمية متجهة ((علل)) لأنه يلزم لتعريفها تعريفا تاما معرفة مقدارها واتجاهها

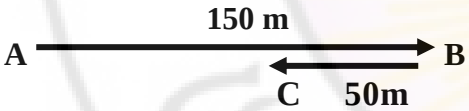
*** المسافة كمية قياسيه ((علل)) لأنه يلزم لتعريفها تعريفا تاما معرفة مقدارها فقط

ما معني أن إزاحة جسم 500 m ؟

معني ذلك أن اقصر مسافة مستقيمة فاصلة بين نقطتي البداية والنهاية في اتجاه ثابت تساوي 500 m

مثال : تحرك جسم من النقطة A حتى وصل إلي النقطة B فقطع مسافة 150 m ثم عاد من نفس الطريق مسافة 50m حتى وصل إلي النقطة C (1) احسب المسافة المقطوعة (2)احسب الإزاحة الحادثة للجسم

الحـــــل



{1} المسافة المقطوعة

$S = 150 + 50 = 200\ m$ [لاحظ أن المسافة ذكر مقدارها فقط لأنها كمية قياسية]

{2} الإزاحة الحادثة $d = +150 - 50 = +100\ m$

واتجاه الحركة من A إلي B

وقد اعتبرنا أن الإزاحة في اتجاه من A إلي B موجبة ومن B إلي C سالبة [لاحظ أن الإزاحة ذكر مقدارها واتجاهها لأنها كمية متجهة]

مثال : تحرك جسم من النقطة A فقطع 12m حتى وصل إلي النقطة B ثم تحرك في اتجاه عمودي علي مساره الأول مسافة قدرها 5m حتى وصل إلي النقطة C .

{{1}} احسب المسافة المقطوعة

{{2}} الإزاحة الحادثة

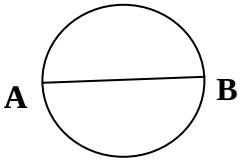
الحـــل

{{1}} المسافة المقطوعة $X = 12 + 5 = 17\ m$

{{2}} الإزاحة الحادثة

$$X\ (\overrightarrow{AC}) = \sqrt{(AB)^2 + (BC)^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13\ m$$

واتجاه الحركة من A إلي C .



مثال تحرك جسم علي محيط دائرة نصف قطرها (7 m) من (A ← B) ثم من

(A ⟵ B ⟵ A) احسب كلا من المسافة والإزاحة في كل مرة.

تمثيل الكميات المتجهة

يتم تمثيل المتجه بقطعة مستقيمة موجهة طولها يتناسب مع قيمة المتجهة تبدأ من نقطة البداية وتشير نحو نقطة النهاية

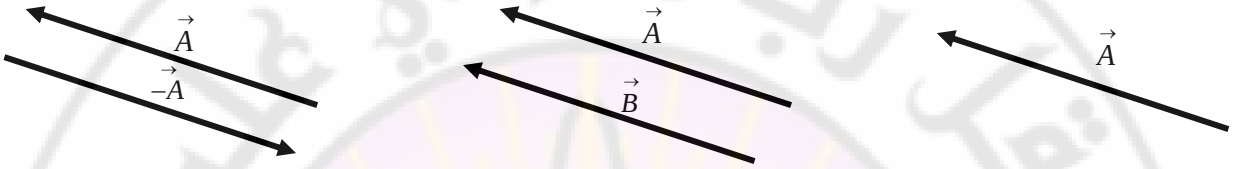
يرمز للمتجه بحرف داكن A أو بحرف عادي وفوقه سهم صغير $\vec{A}$

التمثيل البياني للمتجهات

يتم تمثيل المتجهات برسم قطعة مستقيمة موجهة بمقياس رسم مناسب بحيث

أ – يمثل طول القطعة المستقيمة الموجهة مقدار الكمية المتجهة

ب – يمثل اتجاه القطعة المستقيمة الموجهة اتجاه الكمية المتجهة



(a) يوضح المتجه $\vec{A}$ (b) يوضح المتجه $\vec{A}=\vec{B}$ (c) يوضح المتجه $\vec{A}$ والمتجه $-\vec{A}$

أساسيات جبر المتجهات

(1) متي يتساوي متجهين : إذا تساويا في المقدار وكان لهما نفس الاتجاه (حتي لو اختلفت نقطة بداية كل منهما)

(2) المتجهة $\vec{A}$ قيمته العددية تساوي القيمة العددية للمتجهة $-\vec{A}$ ، ولكن في عكس اتجاهه .

لاحظ أن : إذا ضربنا المتجه $-\vec{A}$ في (-1) أصبح يساوي المتجه $\vec{A}$ مقداراً واتجاهاً

محصلة جمع المتجهات

عندما تؤثر قوتين أو أكثر علي جسم ما في اتجاهات مختلفة ، ففي أي اتجاه يتحرك الجسم وكم يكون مقدار القوة التي تحركه ؟

لاحظ أن : (1) تسمي القوة التي تؤثر علي جسم نتيجة تأثير عدة قوي بمحصلة القوي

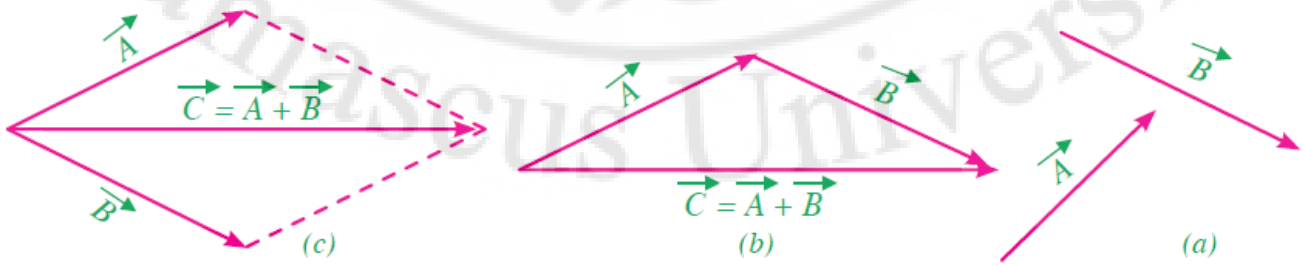
(2) يحدد اتجاه محصلة القوي بالاتجاه الذي يتحرك فيه الجسم .

القوة المحصلة : هي قوة وحيدة تحدث في الجسم الأثر نفسه الذي تحدثه القوي الأصلية المؤثرة عليه

يتم جمع المتجهين بطريقتين

(1) برسم مثلث كما في الشكل (b)

(2)برسم متوازي أضلاع يكون فيه A و B ضلعين متجاورين فيكون القطر ممثلاً لمحصلة المتجهين كما في الشكل (c) .



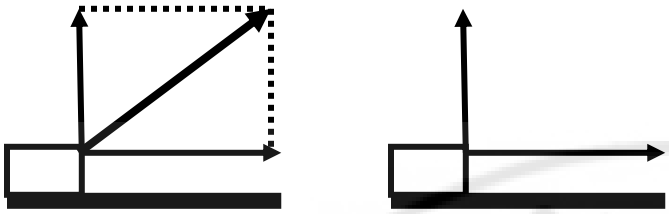
مثال : أوجد محصلة قوتين أحداهما في اتجاه محور X وهي FX= 4N ، والاخري في اتجاه محور Y هي FY= 3N .

الحـــــــــــل

1- نكمل متوازي الأضلاع فنحصل علي مستطيل (لان القوتين متعامدتان)

2 – نصل القطر فيمثل المحصلة F

3 – بتطبيق نظرية فيثاغورس فيمكن أيجاد القيمة العددية لمحصلة القوي F كما يلي .



$$\therefore F = \sqrt{F_X{}^2 + F_Y{}^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5N$$

$$\because \tan\theta = \frac{F_Y}{F_X} = \frac{3}{4}$$

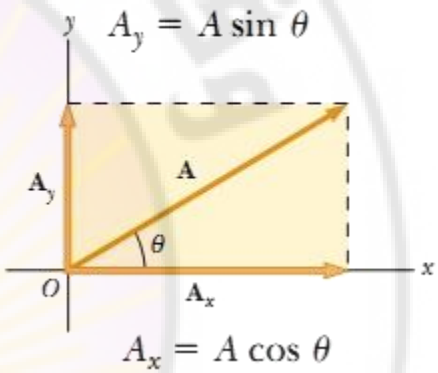
$$\therefore \theta = 36.87^o$$

تحليل المتجهات :-

هو العملية العكسية لجمع المتجهات

كمثال طفلة تجر أخري بواسطة حبل في اتجاه يصنع زاوية θ مع الافقي فيمكن تحليل القوة F إلي قوتين متعامدين علي محوري (X,Y)

$F_y = F \sin\theta \qquad F_X = F \cos\theta$



ضرب المتجهات :-

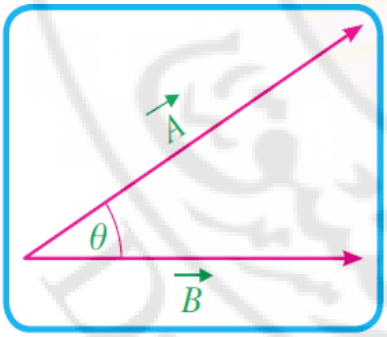
توجد صور مختلفة لضرب المتجهات منها:

أولا : الضرب القياسى

حاصل الضرب القياسى بين متجهين $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ يساوى:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A\,B \cos\theta$$

ويكون الناتج كمية قياسية تساوى حاصل ضرب القيمة العددية للأول (A) فى القيمة العددية للثانى (B) فى جيب تمام الزاوية بين المتجهين ($\cos\theta$). وتسمى النقطة بين المتجهين *dot*.



شكل (٢٠) : المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$

ثانيا: الضرب الاتجاهى

الضرب الاتجاهى بين متجهين $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ يساوى:

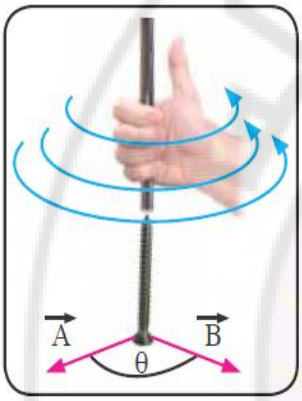
$$\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B} = AB \sin\theta\, \vec{n}$$

أي يساوى حاصل ضرب القيمة العددية للمتجه الأول (A) في القيمة العددية للمتجة الثاني (B) في جيب الزاوية بينهما ($\sin\theta$) فى $\vec{n}$.

فيكون الإبهام مشيرًا لاتجاه حاصل الضرب الاتجاهي لهما.

ويلاحظ أنه في حالة الضرب الاتجاهي يكون:

- θ تقع بين $\vec{A}$ ، $\vec{B}$
- $\vec{A} \wedge \vec{B} \neq \vec{B} \wedge \vec{A}$
- $\vec{A} \wedge \vec{B} = -\vec{B} \wedge \vec{A}$



Damascus University

المقادير السلمية والشعاعية

يوجد نوعان من المقادير في الفيزياء:

1. مقادير سلمية: هي المقادير التي يكفي لتعيينها رقم وواحدة (الزمن، الحجم، الكتلة، الكمون، العمل، الطاقة، ...).
2. مقادير شعاعية: هي المقادير التي نحتاج لتعيينها إلى اتجاه بالإضافة إلى الرقم والواحدة (الانزياح _ السرعة _ العزم _ التسارع ...) ويرمز للمقادير الشعاعية بحرف كبير فوقه إشارة سهم.

خواص الأشعة:

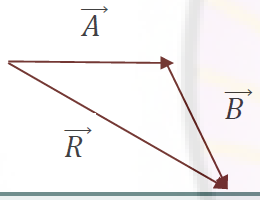
1) يتساوى شعاعان إذا كان لهما نفس الجهة والطويلة.

2) جمع الأشعة: هناك طريقتان:

- ❖ بيانية: نستخدمها عندما لا تحتاج الدقة المطلقة.
- ❖ جبرية: نستخدمها عندما نحتاج الدقة المطلقة.

يتعين مجموع الشعاعين $\vec{A}$, $\vec{B}$ بسحب الشعاع $\vec{B}$ بحيث $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ وتكون بدايته هي بداية الشعاع $\vec{A}$ ونهايته هي نهاية الشعاع $\vec{B}$.

ويمثل $\vec{R}$ (ناتج جمع الشعاعين $\vec{A}$, $\vec{B}$) قطر متوازي الأضلاع المنشأ عليهما .



عملية جمع الأشعة عملية تبديلية أي:

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

عناصر أي شعاع هي: (الحامل، الجهة، المبدأ، الطويلة (الشدة).

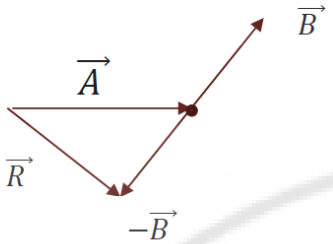
3) سالب (معاكس) شعاع:

يعرف سالب شعاع $\vec{A}$ بأنه الشعاع الذي إذا أضيف إ لى $\vec{A}$ أعطى محصلة قيمتها الصفر (الشعاع الصفري) أي أن :

$$\vec{A} + (-\vec{A}) = \vec{0}$$

للشعاعين $\vec{A}$, $-\vec{A}$ القيمة نفسها وجهتين متعاكستين.

4) -*طرح الأشعة:



إن ناتج طرح شعاعين $\vec{A}$, $\vec{B}$ ليس إلا جمع $\vec{A}$ مع معاكس $\vec{B}$:

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

5) ضرب شعاع بمقدار سلمي:

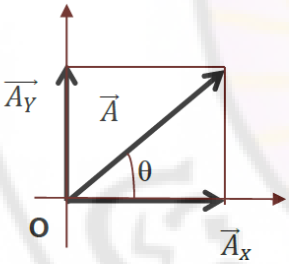
إن ناتج ضرب شعاع $\vec{A}$ بعدد جبري m هو شعاع له نفس المبدأ والحامل وتتعلق جهته بإشارة العدد الجبري أما طويلته فتساوي جداء هذا العدد بطويلة $\vec{A}$.

- ✓ إذا كان m عدد صحيح أكبر من الواحد نحصل على مضاعفات من الشعاع لها جهة الشعاع نفسها.
- ✓ إذا كان $0 < m < 1$ نحصل على أجزاء من الشعاع لها جهة الشعاع نفسها .
- ✓ إذا كان $-1 < m < 0$ نحصل على أجزاء من الشعاع تعاكس جهة الشعاع.
- ✓ إذا كان m عدد صحيح أصغر من -1 نحصل على مضاعفات من الشعاع تعاكسه بالجهة .
- ✓ الطويلة = $m \,.\, |A|$

6) مركبات شعاع:

نستطيع تحليل أي شعاع إلى مركباته عبر نسبه إلى جملة إحداثيات:

$$\vec{A} = \vec{A_x} + \vec{A_y}$$



يتعين شعاع بتحديد طويلته والزاوية التي يصنعها مع الاتجاه الموجب للمحور 'xx:

$$|A| = \sqrt{{A_x}^2 + {A_y}^2}$$

$$\sin\theta = \frac{A_y}{A} \,,\, \cos\theta = \frac{A_x}{A} \,,\, \tan\theta = \frac{A_y}{A_x} \,,\, \theta = \tan^{-1}\frac{A_y}{A_x}$$

7) شعاع الواحدة:

هو مقدار عديم الأبعاد ليس له أي معنى فيزيائي طويلته تساوي الواحد تماماً، نستخدمه لإعطاء الصفة الشعاعية لمقدار سلمي، ونرمز لأشعة الواحدة:

$$\vec{\imath} = \vec{\jmath} = \vec{k} \qquad , \qquad |\hat{\imath}| = |\hat{\jmath}| = |\hat{k}| = 1$$

لكتابة أي شعاع في المستوي باستخدام مفهوم أشعة الواحدة وفكرة جداء عدد (الذي عرفناه سابقا):

$$\vec{A} = A_x\,\vec{\imath} + A_y\,\vec{\jmath}$$

عندها نستطيع أن نعرف جميع العمليات على الأشعة جبرياً.

جمع الأشعة جبرياً:

بفرض لدينا الشعاعين $\vec{A}$, $\vec{B}$ ويطلب إيجاد مجموعها جبريا:

في المستوي xoy:

$$\vec{A} = A_x\,\vec{\imath} + A_y\,\vec{\jmath} \quad , \quad \vec{B} = B_x\,\vec{\imath} + B_y\,\vec{\jmath}$$

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{R} = \left(A_x\,\vec{\imath} + A_y\,\vec{\jmath}\right) + \left(B_x\,\vec{\imath} + B_y\,\vec{\jmath}\right)$$

$$\vec{R} = \left(A_x + B_x\right)\vec{\imath} + \left(A_y + B_y\right)\vec{\jmath}$$

$$\vec{R} = R_x\,\vec{\imath} + R_y\vec{\jmath}$$

حيث:

$$R_x = A_x + B_x \quad , \quad R_y = A_y + B_y$$

$$|R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad , \quad \theta = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x}$$

في الفراغ:

$$\vec{A} = A_x\,\vec{\imath} + A_y\,\vec{\jmath} + A_z\,\vec{k} \quad , \quad \vec{B} = B_x\,\vec{\imath} + B_y\,\vec{\jmath} + B_z\,\vec{k}$$

$$\vec{R} = \left(A_x + B_x\right)\vec{\imath} + \left(A_y + B_y\right)\vec{\jmath} + \left(A_z + B_z\right)\vec{k}$$

$$\vec{R} = R_x\,\vec{\imath} + R_y\vec{\jmath} + R_z\vec{k}$$

$$|R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

$$\cos\theta_x = \frac{R_x}{R} \quad , \quad \cos\theta_y = \frac{R_y}{R} \quad , \quad \cos\theta_z = \frac{R_z}{R}$$

مثال:

أوجد مجموع $\vec{A}$, $\vec{B}$ جبريا متوضعين في المستوي xoy ومعطيين بالآتي:

$$\vec{A} = (2\,\vec{\imath} + 2\,\vec{\jmath})m \quad , \quad \vec{B} = (2\,\vec{\imath} - 4\,\vec{\jmath})m$$

الحل:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = \left(A_x + B_x\right)\vec{\imath} + \left(A_y + B_y\right)\vec{\jmath}$$

$$\vec{R} = (2+2)\,\vec{\imath} + (2-4)\vec{\jmath} = 4\,\vec{\imath} - 2\,\vec{\jmath}$$

$$|R| = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 4.5\ m$$

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = -\frac{1}{2}$$

$$\theta = -27°$$

8) ضرب الأشعة:

1. الجداء السلمي (الداخلي):

إن الجداء السلمي لشعاعين $\vec{A}, \vec{B}$ هو مقدار جبري يساوي حاصل ضرب طويلة الشعاع الأول بطويلة الشعاع الثاني بتجيب الزاوية بينهما:

$$\vec{A}.\vec{B} = |A|.|B|.\cos\theta$$

خواص الجداء السلمي:

1) الجداء السلمي تبديلي (لأن تابع الـ cos زوجي) $\vec{B}.\vec{A} = \vec{A}.\vec{B}$

2) خاصة ضرب أحد شعاعي الجداء السلمي بعدد:

إذا ضُرب أحد الشعاعين بعدد فإن الجداء السلمي لهما يُضرَب بنفس العدد.

$$(c.\vec{A}).(\vec{B}) = c.(\vec{A}.\vec{B}) = c.|\vec{A}|.|\vec{B}|.\cos\theta$$

3) الجداء السلمي يقبل التوزيع على الجمع:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{v}.\vec{R} = \vec{v}.(\vec{A} + \vec{B}) = \vec{v}.\vec{A} + \vec{v}.\vec{B}$$

4) الجداء السلمي لأشعة الواحدة، في جملة إحداثية ثلاثية متعامدة :

$$\vec{\imath}.\vec{\imath} = \vec{\jmath}.\vec{\jmath} = \vec{k}.\vec{k} = 1 * 1 * \cos 0° = 1$$

$$\vec{\imath}.\vec{\imath} = \vec{\imath}.\vec{k} = \vec{\jmath}.\vec{k} = 1 * 1 * \cos 90° = 0$$

الجداء السلمي لشعاعين بالطريقة التحليلية:

بفرض لدينا الشعاعان $\vec{A}, \vec{B}$ معطيان بدلالة مركباتهما على المحاور الإحداثية في جملة إحداثية متعامدة حيث:

$$\vec{A} = A_x\vec{\imath} + A_y\vec{\jmath} + A_z\vec{k} \quad , \quad \vec{B} = B_x\vec{\imath} + B_y\vec{\jmath} + B_z\vec{k}$$

فإن الجداء السلمي لهما:

$$\vec{A}.\vec{B} = (A_x.B_x) + (A_y.B_y) + (A_z.B_z)$$

الجداء السلمي لشعاع بنفسه ليس إلا مربع هذا الشعاع:

$$\vec{A}.\vec{A} = |A|.|A|.\cos 0° = A^2$$

$$\vec{A}.\vec{A} = x^2 + y^2 + z^2$$

مثال:

$$\vec{A} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} \quad , \quad \vec{B} = -\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$$

عيّن الجداء السلمي للشعاعين وأوجد الزاوية بينهما.

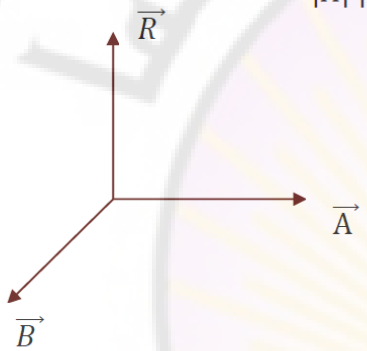
الحل:

$$\vec{A}.\vec{B} = (A_x.B_x) + (A_y.B_y) + (A_z.B_z)$$

$$\vec{A}.\vec{B} = -2 + 6 + 0 = 4$$

$$\vec{A}.\vec{B} = |A|.|B|.\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{|A|\,|B|} = \frac{4}{\sqrt{4+9}.\sqrt{1+4}} = \frac{1}{2.025} \Longrightarrow \theta = 60.3°$$



2. الجداء الشعاعي(الخارجي):

إن الجداء الشعاعي للشعاعين $\vec{A}, \vec{B}$ هو شعاع $\vec{R}$:

- **مبدؤه: مبدأ الشعاعين.**
- **حامله: العمود المنشأ على المستوي المحدد بالشعاعين.**
- **جهته: تحدد بقاعدة اليد اليمنى.**
- **طويلته: تساوي طويلة الأول بطويلة الثاني بجيب الزاوية بينهما:**

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = |A|.|B|.\sin\theta$$

خواص الجداء الشعاعي:

1) غير تبديلي (تابع ال sinليس زوجيا) :

$$\vec{B} \wedge \vec{A} = -(\vec{A} \wedge \vec{B})$$

2) الخاصة التوزيعية: $\vec{v} \wedge (\vec{A} + \vec{B}) = \vec{v} \wedge \vec{A} + \vec{v} \wedge \vec{B}$

وكذلك: $z.\vec{B} \wedge c.\vec{A} = z.c(\vec{B} \wedge \vec{A})$ **حيث** z, c **أعداد جبرية.**

3) الجداء الشعاعي لأشعة الواحدة، في جملة إحداثيات ثلاثية متعامدة:

$$\vec{\imath} \wedge \vec{\imath} = \vec{\jmath} \wedge \vec{\jmath} = \vec{k} \wedge \vec{k} = 1 * 1 * \sin 0° = 0$$

$$\vec{\imath} \wedge \vec{\jmath} = \vec{k} \quad , \quad \vec{\jmath} \wedge \vec{\imath} = -\vec{k}$$

$$\vec{\jmath} \wedge \vec{k} = \vec{\imath} \quad , \quad \vec{k} \wedge \vec{\jmath} = -\vec{\imath}$$

$$\vec{k} \wedge \vec{\imath} = \vec{\jmath} \quad , \quad \vec{\imath} \wedge \vec{k} = -\vec{\jmath}$$

مثال:

$$\vec{A} = A_x\,\vec{\imath} + A_y\,\vec{\jmath} + A_z\,\vec{k} \quad , \quad \vec{B} = B_x\,\vec{\imath} + B_y\,\vec{\jmath} + B_z\,\vec{k}$$

$$\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{C} = \left(A_y.B_z - A_z.B_y\right)\vec{\imath} + \left(A_z.B_x - A_x.B_z\right)\vec{\jmath} + \left(A_x.B_y - A_y.B_x\right)\vec{k}$$

$$\vec{C} = C_x\,\vec{\imath} + C_y\,\vec{\jmath} + C_z\,\vec{k}$$

أو بطريقة أخرى:

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix}\vec{\imath} - \begin{vmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{vmatrix}\vec{\jmath} + \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix}\vec{k}$$

$$\vec{C} = \left(A_y.B_z - A_z.B_y\right)\vec{\imath} + \left(A_z.B_x - A_x.B_z\right)\vec{\jmath} + \left(A_x.B_y - A_y.B_x\right)\vec{k}$$

عملي:

المقادير السلمية والشعاعية:

جمع الأشعة:

1) تبديلي:

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

2) طرح شعاعين ليس الا جمع الأول مع معاكس الثاني:

$$\vec{A} - \vec{B} = \left(-\vec{B}\right) + \vec{A}$$

3) مركبات الشعاع:

$$\overrightarrow{A} = \overrightarrow{A_X} + \overrightarrow{A_Y} + \overrightarrow{A_Z}$$

4) طويلته:

$$|A| = \sqrt{A_X^2 + A_Y^2 + A_Z^2}$$

Damascus University

مثال:

يخضع جسم لثلاث انزياحات متتالية هي:

$$\overrightarrow{d_1} = (15\,\vec{\imath} + 30\vec{\jmath} + 12\vec{k})cm \quad , \quad \overrightarrow{d_2} = (23\vec{\imath} - 14\vec{\jmath} - 5\vec{k})cm \quad , \quad \overrightarrow{d_3} = (-13\vec{i} + 15\vec{j})cm$$

أوجد مجموع الأشعة الثلاث وليكن الشعاع $\vec{d}$ ثم اوجد طويلته :

$$\vec{d} = (15 + 23 - 13)\vec{\imath} + (30 - 14 + 15)\vec{\jmath} + (12 - 5)\vec{k}$$
$$= (25\vec{\imath} + 31\vec{\jmath} + 7\vec{k})$$
$$|\vec{d}| = \sqrt{(\,(25)^2 + (31)^2 + (7)^2\,)} = 40.4cm$$

الجداء السلمي والشعاعي:

أولاً: الجداء السلمي:

$$\overrightarrow{v_1}.\overrightarrow{v_2} = |\overrightarrow{v_1}||\overrightarrow{v_2}|\cos\theta$$

مثال: ليكن الشعاعان $\vec{B} = -\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$ و $\vec{A} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$

1-أوجد الجداء السلمي لهما ، ثم أوجد الزاوية بينهما :

$$\vec{A}.\vec{B} = (2)(-1) + (2)(3) = -2 + 6 = 4$$
$$\vec{A} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}\,،\vec{B} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$
$$\cos\theta = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{|\overrightarrow{v_1}||\overrightarrow{v_2}|} = \frac{4}{\sqrt{13}\sqrt{5}} = 0.4961$$
$$\theta = 60.3°$$

ثانياً:الجداء الشعاعي:

$$\overrightarrow{v_1} \wedge \overrightarrow{v_2} = v_1 v_2 \sin\theta$$

مسألة:

تعطى حركة جسمين بالعلاقتين:

$$\overrightarrow{A_1} = (2t^2 + 1)\vec{\imath} + 2t\vec{\jmath} + (2t^2 + 4t + 3)\vec{k}$$
$$\overrightarrow{A_2} = t^2\vec{\imath} + (3t + 1)\vec{\jmath} + (4t^2 + 4t)\vec{k}$$

ملاحظة: شعاع الواحدة يساوي الشعاع على طويلته.

1) عيّن شعاع الواحدة على الشعاع $\overrightarrow{A_1}$ وأثبت أن طويلته تساوي 1.

$$\overrightarrow{I_1} = \frac{\vec{A}}{\left|\overrightarrow{A_1}\right|} = \frac{(2t^2+1)\vec{\imath} + 2t\vec{\jmath} + (2t^2+4t+3)\vec{k}}{\sqrt{(2t^2+1)^2+(2t)^2+(2t^2+4t+3)^2}}$$

$$= \frac{(2t^2+1)}{\sqrt{(2t^2+1)^2+(2t)^2+(2t^2+4t+3)^2}}\vec{\imath} + \frac{2t}{\sqrt{(2t^2+1)^2+(2t)^2+(2t^2+4t+3)^2}}\vec{\jmath}$$

$$+ \frac{(2t^2+4t+3)}{\sqrt{(2t^2+1)^2+(2t)^2+(2t^2+4t+3)^2}}\vec{k}$$

أما طوليته:

$$= \sqrt{\frac{(2t^2+1)^2}{(2t^2+1)^2+(2t)^2+(2t^2+4t+3)^2} + \frac{(2t)^2}{(2t^2+1)^2+(2t)^2+(2t^2+4t+3)^2} + \frac{(2t^2+4t+3)^2}{(2t^2+1)^2+(2t)^2+(2t^2+4t+3)^2}}$$

$$\sqrt{\frac{(2t^2+1)^2+(2t)^2+(2t^2+4t+3)^2}{(2t^2+1)^2+(2t)^2+(2t^2+4t+3)^2}}$$

$$= (1)^{\frac{1}{2}} = 1$$

2) أوجد شعاعي السرعة والتسارع للشعاع $\vec{A}$، ثم أوجد قيمة السرعة والتسارع في اللحظة t=0 مع تحديد نوع حركة الجسم؟.

$$\overrightarrow{v_1} = \frac{d\vec{A}}{dt} = 4t\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + (4t+4)\vec{k}$$

$$\overrightarrow{a_1} = \frac{d\overrightarrow{v_1}}{dt} = 4\vec{\imath} + 4\vec{k}$$

الحل: نعوض $t = 0$ في معادلتي السرعة والتسارع فنجد ان:

$$= 4(0)\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 4(0) + 4\vec{k}$$

$$\vec{v} = 2\vec{\jmath} + 4\vec{k}$$

$$\vec{a} = 4\vec{\imath} + 4\vec{k}$$

إذاً فإن حركة الجسم متسارعة.

3) أوجد معادلة المسار للجسيم الأول:

$$x_1 = 2t^2 + 1\,, \qquad y_1 = 2t\,, \qquad z_1 = 2t^2 + 4t + 3$$

نقوم بعزل t من معادلة x_1, y_2 ثم نعوضها في z_1 لنحصل على معادلة خالية من الزمن،وهي معادلة حامل المسار.

$$z_1 = 2\left(\frac{x_1 - 1}{2}\right) + 4\left(\frac{y_1}{2}\right) + 3$$

$$z_1 = x_1 + 2y_1 + 2$$

4) هل الجسمان ينطلقان من نقطة واحدة؟

نعوض $t = 0$ في معادلتي الجسمين فنجد:

$$\overrightarrow{A_1} = (2(0)^2 + 1)\vec{\imath} + 2(0)\vec{\jmath} + (2(0)^2 + 4(0) + 3)\vec{k}$$

$$\overrightarrow{A_2} = (0)^2\vec{\imath} + (3(0) + 1)\vec{\jmath} + (4(0)^2 + 4(0)\vec{k}$$

فتكون احداثيات نقطة البداية للجسيم $\overrightarrow{A_1}$ هي $(1,0,3)$

واحداثيات نقطة بداية للجسيم $\overrightarrow{A_2}$ هي $(0,1,0)$ ومنه فالجسمان لا ينطلقان من نقطة واحدة .

5) هل يمكن أن يلتقيان بنقطة واحدة او أكثر، وما قيمة الزمن الموافق، وماهي احداثيات النقاط ان وجدت؟

$$x_1 = x_2 \rightarrow 2t^2 + 1 = t^2 \rightarrow t^2 = -1 \ (\text{مستحيلة})$$

$$y_1 = y_2 \rightarrow 2t = 3t + 1 \rightarrow t = -1$$

$$z_1 = z_2 \rightarrow 2t^2 + 4t + 3 = 4t^2 + 4t \rightarrow t = \mp\sqrt{\frac{3}{2}}$$

نلاحظ أن قيمة t مختلفة فالجسمان لا يتقيان.

6) هل يمكن ان يتعامد او يتوازى اتجاهي الحركة في لحظة ما؟

شرط التعامد: $\overrightarrow{v_1}.\overrightarrow{v_2} = 0$.

وشرط التوازي: $\overrightarrow{v_1} \wedge \overrightarrow{v_2} = \vec{0}$

7)

$$\overrightarrow{v_1} = 4t\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + (4t + 4)\vec{k}$$

$$\vec{v}_2 = \frac{d\overrightarrow{A_2}}{dt} = 2t\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} + (8t + 4)\vec{k}$$

$$\overrightarrow{v_1}.\overrightarrow{v_2} = 0$$

$$(4t)(2t) + (2)(3) + (4t+4)(8t+4) = 0$$

$$20t^2 + 24t + 11 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (24)^2 - 4(20)(11)$$

$= -304 < 0 \rightarrow$ مستحيلة $\rightarrow$ غير متعامدان

$$\overrightarrow{v_1} \wedge \overrightarrow{v_2} = \vec{0}$$

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4t & 2 & 4t+4 \\ 2t & 3 & 8t+4 \end{vmatrix} = 0$$

$$= [2 \times (8t+4) - 3 \times (4t+4)]\vec{i} - [4t \times (8t+4) - 2t \times (4t+4)]\vec{j} + [(4t \times 3) - (2t \times 2)]\vec{k}$$

$$= (4t-4)\vec{i} - (24t^2 + 8t)\vec{j} + (8t)\vec{k}$$

$$|\overrightarrow{v_1} \wedge \overrightarrow{v_2}| = \sqrt{(4t-4)^2 + (24t^2+8t)^2 + (8t)^2}$$

$$\sqrt{576t^4 + 384t^3 + 144t^2 - 32t + 16} = 0$$

غير متوازيان $\rightarrow$ مستحيلة

8) أوجد معادلة المسافة بين المتحركين:

$$\Delta\vec{A} = \overrightarrow{A_1} - \overrightarrow{A_2} = (2t^2+1)\vec{i} - (t+1)\vec{j} + (-2t^2+3)\vec{k}$$

$$|\Delta\vec{A}| = \sqrt{(2t^2+1)^2 - (t+1)^2 + (-2t^2+3)^2}$$

* انتهت المحاضرة *

وقل رب زدني علما
جامعة دمشق
Damascus University

وقل رب زدني علما
جامعة دمشق
Damascus University

الخواص الميكانيكية للمعادن والخلائط المعدنية وخواصها

إن المواد المستعملة في المنشآت الهندسية سواءاً كانت مواد معدنية أو غير معدنية لابد أن تتصف بالعديد من الخواص (هوية المادة) التي يمكن من خلالها الحكم على هذه المادة بأنها تؤدي الغرض المطلوب منها وتعمل بالكفاءة أو الجودة المطلوبة أو أنها تنهار قبل أن تؤدي العمل الواجب عليها القيام به .

مثال :

١- تصنيع آلة ميكانيكية .

٢- تصنيع منشأة هندسية .

وبالتالي فإن الخواص الميكانيكية هي عبارة عن مجموعة التغيرات التي تخضع لها المادة أثناء عمليات التصنيع المختلفة سواءاً أكانت عمليات تشكيل أو تشغيل .

عمليات التشكيل : هي عبارة عن مجموعة من العمليات الصناعية التي لا يحدث فيها وجود رايش "برادة المعدن" .

مثال : حدادة – درفلة – ثني – ثبق – تدوير – انفرادات الأجسام .

عمليات التشغيل : هي عبارة عن مجموعة من العمليات الصناعية التي يحدث فيها وجود رايش .

مثال : جلخ – ثقب – خراطة – تفريز – قشط .

أهم الاختبارات الميكانيكية التي تستخدم لتحديد الخصائص الميكانيكية للمعادن تقسم لثلاث أقسام :

١- اختبارات تصميمية .

٢- اختبارات تكنولوجية .

٣- اختبارات لا إتلافية .

١) **الاختبارات التصميمية** : فإن الهدف منها هو الحصول على معلومات وبيانات تفيدنا من الناحية التصميمية للقطعة المختبرة وتقسم إلى :

١- **اختبارات ستاتيكية :** تتم تحت تأثير حمولة إما ثابتة أو حمولة ببطء شديد ويدرج تحت هذه التسمية : اختبار الشد – اختبار الضغط – الفتل – القساوة – الثني .

٢- **اختبارات ديناميكية :** تتم تحت تأثير حمولة فجائية ويندرج تحت هذه التسمية : قياس القساوة الديناميكية – اختبار الصدم – اختبار التعب – اختبار الزحف وفي اختبار الزحف يمكن ان تكون الحمولة ستاتيكية او ديناميكية .

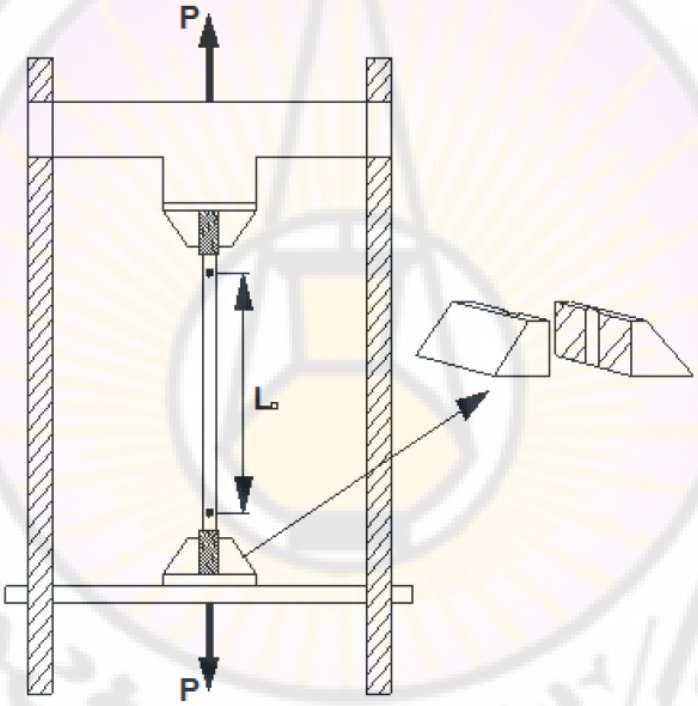
٣- **اختبارات بظروف مغايرة :** هو ان نجعل القطعة تعمل في ظروف غير الظروف الطبيعية : اجواء كيميائية – درجات حرارة "مرتفعة – منخفضة" – وجود مواد تآكل .

٢) **الاختبارات التكنولوجية :** هي تلك الاختبارات التي تجري على المادة بهدف الحكم عليها إذا كانت قابلة للعمل في هذه العملية التصنيفية أم غير قابلة . مثلاً : دراسة مدى قابلية المعدن لعملية الدرفلة "قابلية المعدن لتحمل الصدمات" قابلية المعدن للتشكيل .

٣) **الاختبارات اللاإتلافية :** الهدف منها هو عبارة عن كشف العيوب الداخلية والخارجية للمواد دون الحصول على انهيار لهذه القطعة المختبرة وتندرج تحت هذه التسمية : اختبارات الفحص البصري – اختبارات بالسوائل الكاشفة – اختبارات بالفحص المغناطيسي – اختبارات بالتيارات الدوامية – اختبارات الالترا سونيك "الموجات فوق الصوتية" .

اختبار الشد

يعد اختبار الشد أحد أهم الاختبارات الاستاتيكية ويتم من خلال تحديد عينات نظامية ذات أبعاد قياسية ومن ثم وضع عينة بين فكي الآلة والتأثير عليها بقوة محورية ودراسة التغيرات التي تطرأ على العينة من لحظة الشد وحتى الكسر هذا ما يتعلق بالمعدن أما بالنسبة للمواد المطاطية والتي قيمة الاستطالة فيها تزداد بقيمة كبيرة ٣٠٠% فيكتفي بدراسة اختبار الشد خلال مرحلة المرونة للمادة.



آلات اختبار الشد :

١- آلات ميكانيكية .

٢- آلات هيدروليكية .

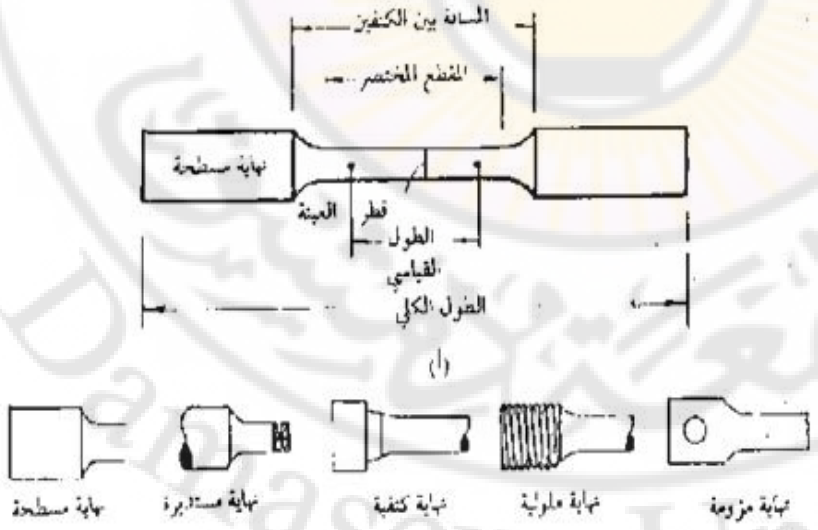
وغالبًا ما نستخدم الآلات الميكانيكية من أجل الآلات الصغيرة ذات الاستطالة الكبيرة أما بالنسبة للآلات المتوسطة أو الكبيرة فنستخدم الآلات الهيدروليكية حيث تكون استجابتها سريعة ونتائجها أدق من الميكانيكية وبدورها يمكن أن تكون مصممة للقيام باختبار معين أو مجموعة من الاختبارات وذلك بتبديل عناصر معينة منها وتدعى هذه الآلات بآلات اختبار عمومية .

عينات الاختبار :

يجب أن تكون نظامية مأخوذة وفق مقاييس متعارف عليها عالميا , كما انه يجب أن تؤخذ من المادة نفسها , ويجب ألا يحدث في القطعة المختبرة إجهادات سطحية "تشققات" أي يجب أن تكون متماسكة . في حال كون العينات النظامية غير ممكن اختبارها في لآلة موجودة بالورشة لدينا فيمكن الاستغناء عنها بعينة ذات مواصفات محددة ومقارنة نتائجها مع العينة النظامية .

أشكال العينات :

تعتمد دقة نتائج اختبارات الشد كثيراً على كيفية اختبار العينة، طريقة تحضيرها وكذلك أبعاد تلك العينة، لذا كان من الأهمية بمكان تحضير تلك العينات بدقة والالتزام بالمواصفات القياسية وذلك للحصول على نتائج مرضية. وعلى الرغم من ذلك، فإن الاختبارات التجارية أو الوتيرية تستخدم عينات غير مجهزة ومن الممكن أن تكون مصبوبة أو مدلفنة أو غير ذلك من طرق التشكيل. ولقد وضعت الجمعية الأميركية للاختبارات والمواد مواصفات للعينات من ناحية الطول وكذلك شكل الأطراف نظراً لأن الانفعال ودقة النتائج تعتمدان على طول العينة وكذلك على شكل الأطراف. وتكون أشكال نهايات عينات الشد إما: نهاية ذات كتف، نهاية ملولبة، نهاية مستديرة، نهاية مزومة (ذات ثقب) أو نهاية مسطحة كما في الشكل (4). وتكون معظم العينات إما اسطوانية أو مسطحة المقطع كما في الشكل (5) و (6).



شكل(4) أشكال العينات المستخدمة في اختبار الشد

(أ) تفاصيل أبعاد العينة، (ب) الأنواع المختلفة لنهايات العينة

الشكل (5) أشكال عينات الشد الاسطوانية

الشكل (6) أشكال عينات الشد المسطحة

4- أهم أنواع الكلابات:

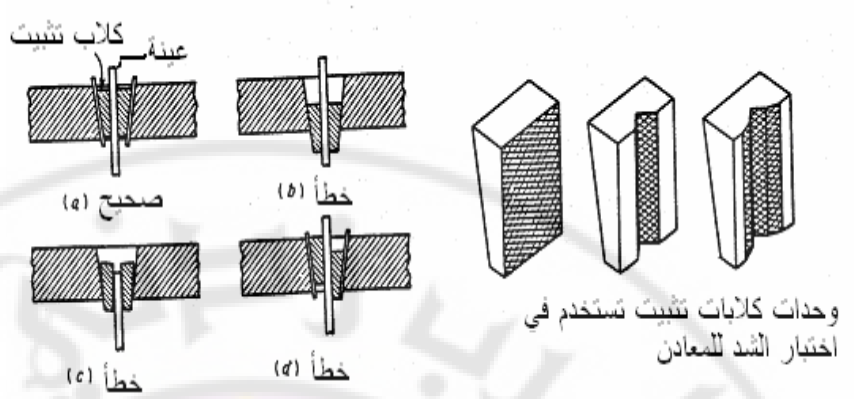
يراعى تثبيت قطع الاختبار في آلات الشد بحيث نضمن محورية التحميل وخصوصاً في المعادن القصفة ولذلك يجب استخدام الكلابات المناسبة للمقطع الهندسي، ولهذا السبب فقد صممت كلابات لتثبيت العينة بإحكام كما هو مبين في الشكل (7). أهم هذه الكلابات:

1- ذات فلق بسفين: تستخدم للعينات العادية والاسطوانية والمسطحة.

2- ملولبة: تستخدم للعينات ذات النهايات الملولبة.

3- ذات كتف: تستخدم للعينات ذات الكتف.

4- نوع خاص: تستخدم لاختبارات المطاط والأقمشة والبلاستيك والألياف.



شكل(7) الأنواع المختلفة للكلابات المستخدمة لمسك العينات.

هناك عدة أمور مهمة لابد من مراعاتها لإجراء اختبارات الشد ومنها:

أ) أن تكون العينة في وضع رأسي تماماً حتى تكون كل الأحمال والتحميل في وضع رأسي، ويكون الإجهاد الناتج في اتجاه محوري.

ب) تقدير سرعة تحميل العينة جيداً وبعناية، حيث تختلف سرعة التحميل حسب نوع المادة المختبرة، وكذلك تختلف سرعة التحميل قبل نقطة الخضوع وبعدها. وتكون سرعة التحميل للفلزات2mm بالدقيقة حتى نقطة الخضوع، ثم تزيد بعد ذلك لتصل إلى8mm بالدقيقة حتى نقطة الكسر. وفيما يلي بعض الأمثلة لتوضيح بعض الاختبارات السالفة الذكر وكيفية استخدامها في معرفة بعض الخواص المهمة للمواد.

5- عينات الاختبار القياسية:

أشكال عينات الاختبار القياسية المستخدمة في اختبار الشد مختلفة ولها مقاسات موحدة فمنها المستديرة الطويلة والقصيرة ومنها المسطحة الطويلة والقصيرة أيضاً كما في الشكل (8)، بحيث تكون النسبة بين طول القياس والجذر التربيعي للمساحة يساوي مقداراً ثابتاً. عند إجراء اختبار الشد تستخدم عادة عينات الاختبار الاسطوانية القياسية ذات المقطع المستدير كما في الشكل (9).

أبعاد عينات الشد المعيارية: تكون

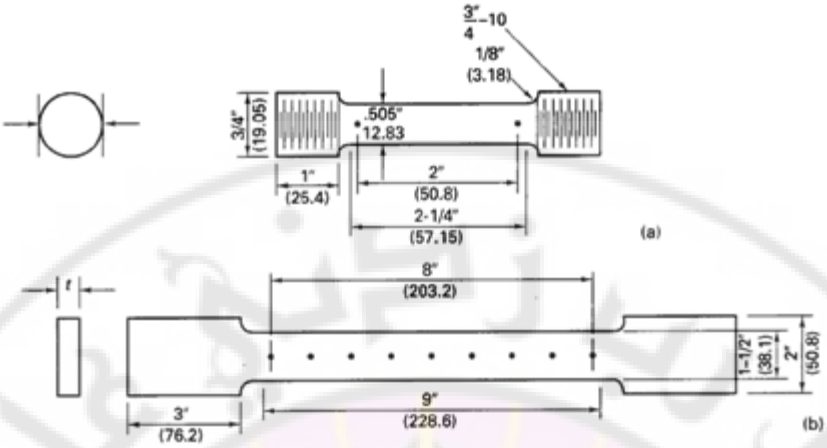
أبعاد عينات الشد الطويلة والقصيرة المعيارية كالآتي:

العينات الطويلة ذات المقطع المستدير: $L_O = 11.3\sqrt{A_O}$ أو $L_O = 10d_o$

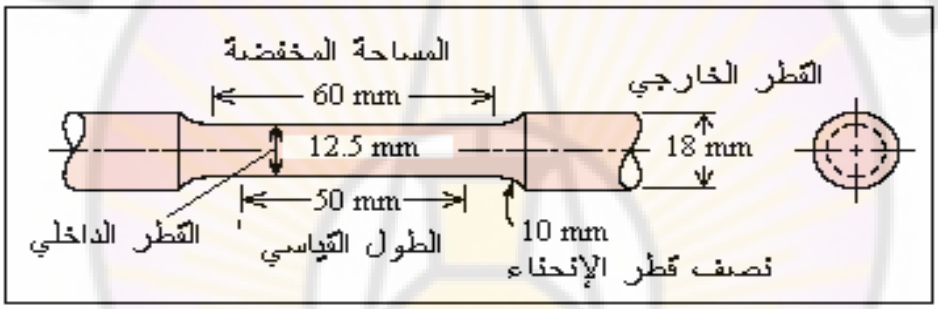
العينات القصيرة ذات المقطع المستدير: $L_O = 5.65\sqrt{A_O}$ أو $L_O = 5d_o$

حيث: A_O- مساحة المقطع للعينة عند الطول القياسي.

L_O- الطول القياسي للعينة.



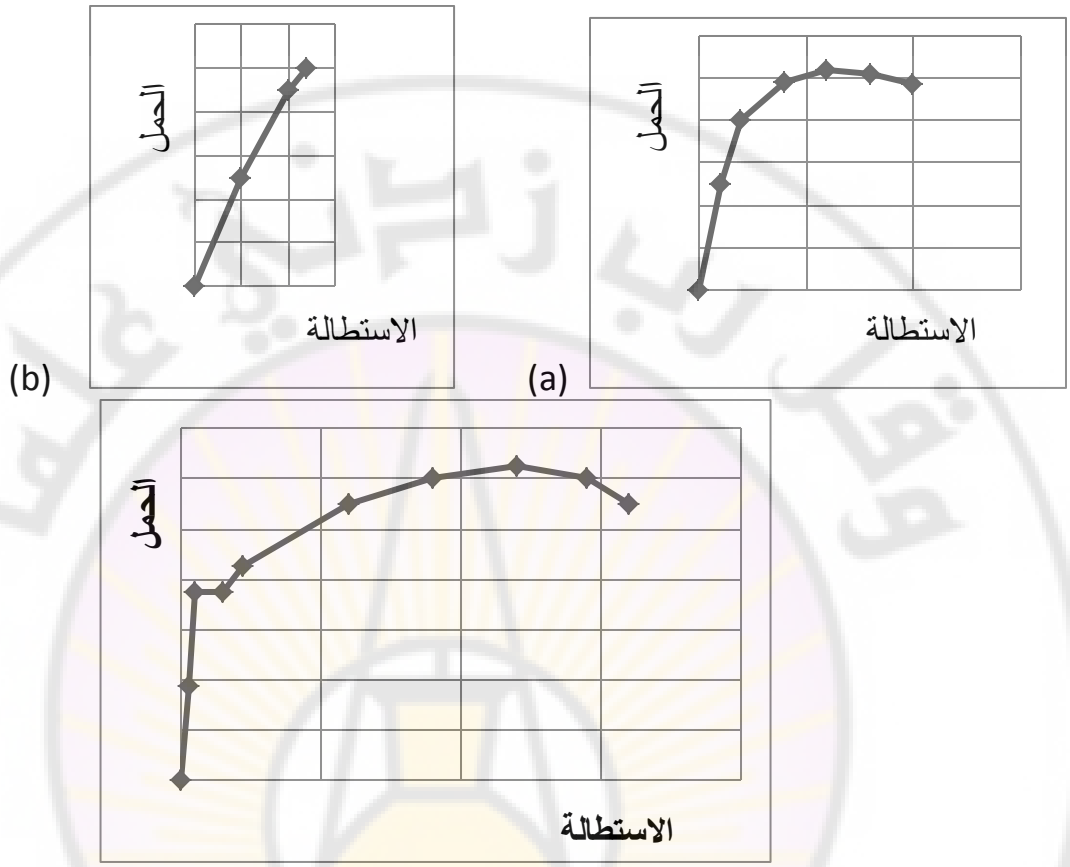
الشكل (8) عينات شد معيارية. a) مستديرة المقطع، b) مسطحة المقطع.



الشكل (9) عينة قياسية مستديرة لاختبار الشد

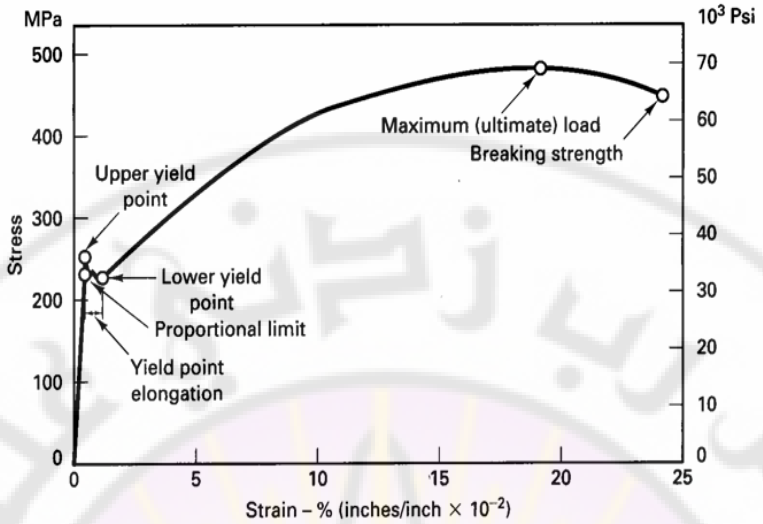
6- المنحني البياني للحمل والاستطالة:

يعين هذا المنحنى على أساس أن المحور الشاقولي يمثل الحمل والمحور الأفقي يمثل الاستطالة. ويختلف شكل هذا المنحنى حسب نوع المعدن. فالمعادن المطيلية كالفولاذ الطري لها منطقة خضوع ويكون لها رقبة قبل الكسر، بينما المعادن نصف المطيلة كالفولاذ عالي المقاومة (يحتوي على نسبة كربون عالية) فليس لها منطقة خضوع أو لها منطقة خضوع أقل وضوحاً وكذلك الرقبة فيها قليلة الوضوح، أما المعادن القصفة فليس لها منطقة خضوع ولا يتكون لها رقبة ومقاومتها للشد ضعيفة جداً، ويوضح الشكل (10) الفرق بين سلوك المواد المطيلة والنصف مطيلة والقصفة تحن تأثير حمل الشد.



الشكل (10) منحني الحمل والاستطالة لبعض المواد تحت تأثير الحمل. a) مادة مطيلة طرية(الألومنيوم)، b) مادة قصفة(حديد الزهر)، c) مادة مطيلة صلدة(فولاذ طري)

7- تحليل نتائج اختبار الشد: يوضح الشكل (11) منحنياً نمطياً للإجهاد والانفعال لعينة من الفولاذ الفقير بالكربون، سنقوم بتحليل هذا المنحني.



الشكل (11) منحني الإجهاد الانفعال للمواد المطيلية الصلدة Hard ductile materials(الفولاذ منخفض الكربون)

بداية يتناسب الاجهاد والانفعال على طول الخط المستقيم op وفق قانون هوك(Hooks Law) وتسمى النقطةP حد التناسب(Proportional limit).

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

حيث:

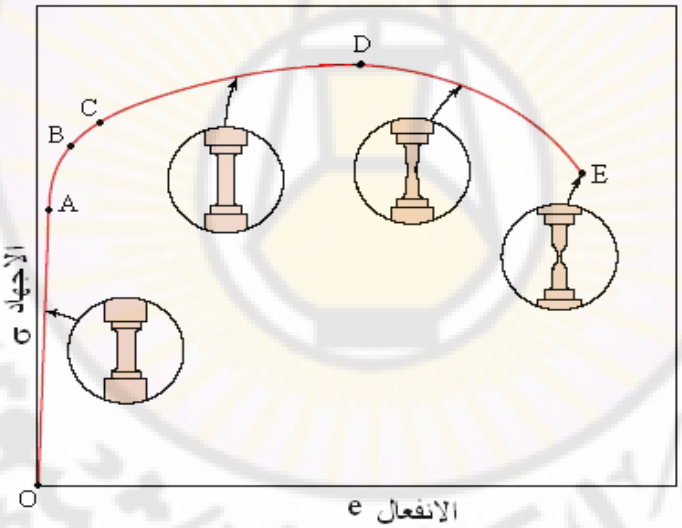
E: عامل يونغ (عامل المرونة).

σ: الاجهاد.

ε: الانفعال.

تتصف العينة في هذا النطاق بخواص المرونة، أي أن الانفعال يزول بزوال الإجهاد في أي منطقة من هذه المناطق، أي أن الانفعال كان مؤقتاً ومتوقفاً على الجهد. ولا تنتهي خاصية المرونة في مادة العينة عند حد التناسب بل تتجاوزها إلى النقطةe التي يطلق عليها حد المرونة(Elastic limit) وبرغم أن العلاقة بين الإجهاد والانفعال لم تعد تخضع للتناسب بين حد التناسب وحد المرونة إلا أن الانفعال أو التشكيل المرن مازال حتى النقطة e هو الوسيلة الوحيدة التي يتشكل بها الفلز. وإذا ارتفع الجهد عن حد المرونة فإن الفلز يبدأ في التشكل تشكيلاً لدناً بجانب ماتم به من تشكيل مرن، أي أنه إذا أزيل الجهد من قيمة ما له أعلى من حد المرونة فإن طول العينة لايعود إلى الطول الأصلي بل تظل به استطالة باقية تنبىء ببدء التشكيل أو الانفعال اللدن للفلز.

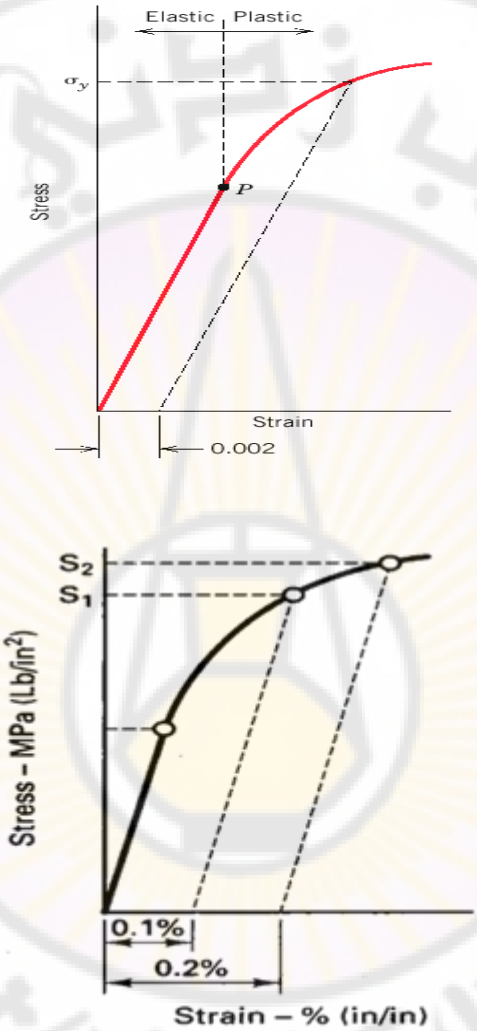
معظم الفلزات لها نفس نهج هذا المنحني من الناحية الكيفية دون الكمية حتى هذه الحدود. فقط يختلف الفولاذ الطري أو المتوسط الكربون وبعض السبائك الأخرى مثل الألومنيوم برونز بسلوك مسيرة أخرى للمنحني بعد الحدود الموضحة فيتجاوز حد المرونة ويبدأ في التشكيل أو الانفعال اللدن نصل الى نقطةy ينخفض عندها الجهد بصورة فجائية دون انفصال يذكر، وتسمى هذه النقطة بنقطة الاستسلام أو حد(نقطة) الخضوع (Yield point) ثم يستعيد الفلز مقاومته مرة أخرى إلى حين يتبعه استسلام آخر ويتكرر الأمر بضع مرات ينتهي الأمر عندها بارتفاع ملحوظ في مقاومة الفلز(يطلق على هذه المنطقة التصليد بالتشكيل اللدن Strain hardening) يبدأ بعدها في الانفعال بشكل واضح، يبدو ذلك في صورة استطالة واضحة ونقص في مساحة مقطع العينة حيث يتكون شكل رقبةNecking(كما في الشكل (12)) مع ارتفاع ضئيل في الإجهاد يعقبه انخفاض تدريجي ثم فجائي حتى تنكسر أو تنهار العينة عند النقطةE تدعى نقطة الكسر(Fracture point)، ويطلق على أقصى إجهاد يسجله منحني الإجهاد والانفعال بالحد الأقصى لمقاومة الشد (Ultimate tensile strength).



الشكل (12) منحني الإجهاد والانفعال لمعدن مطيل مبيناً عليه شكل العينة عند فترات مختلفة من الشد.

على بعض منحنيات الاجهاد والإنفعال لا تكون نقطة الخضوع ظاهرة، وبما أن حد الخضوع يمتاز بقيمته المهمة والضرورية لعمليات التصميم لذا كان من الواجب إيجاد نقطة تناظر حد الخضوع، وقد تم هذا الأمر باستخدام مبدأ المقارنة مع منحني الفولاذ. فلو رسم خط مواز لخط التناسبop كما في الشكل (13) من نقطة الخضوع y لأبرز ذلك استطالة باقية تتراوح بين(0.1-0.2%) وبتوقيع هذه النسبة على محور الانفعال في المنحني الآخر من نقطة0.2% وإقامة خط مواز منها لخط التناسب فإن هذا الخط سيلاقي منحني الاجهاد والانفعال عند النقطة$y_{0.2\%}$ والتي تناظر حد الخضوع ويطلق عليها نقطة الاستدلال أو نقطة الضمان ومنها

يمكن تحديد الإجهاد المناظر الذي يدعى إجهاد الاستدلال أو إجهاد الصمود(Proof stress). ملاحظة: يجب الإنتباه أن الاستطالة0.001 هي من طول القياس(0.001 of gage length)، وكذلك (0.2% of gage length).



الشكل (13) إجهاد الصمود (الاستدلال) لمادة مطيلية طري

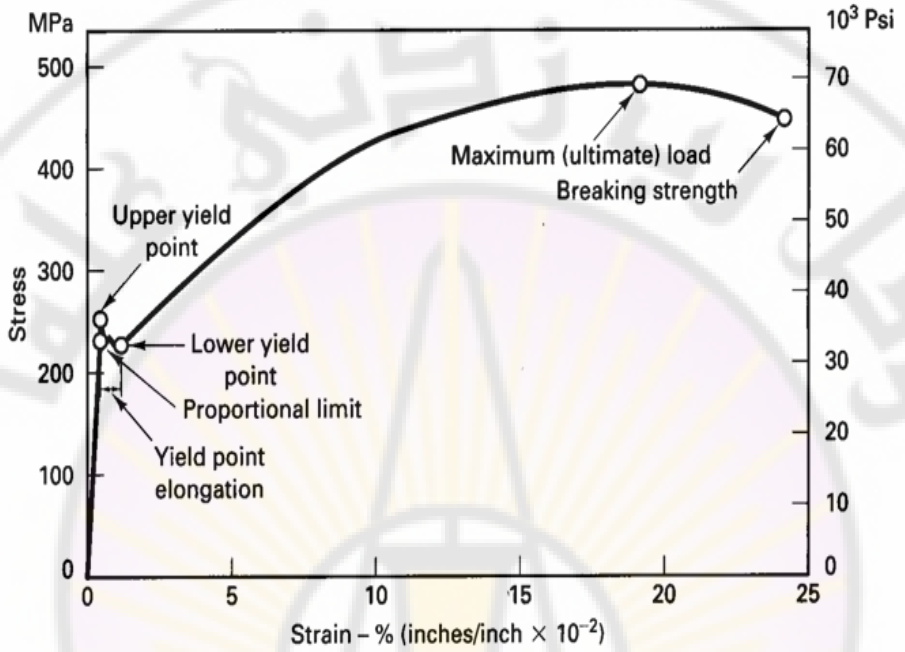
8- الأشكال المختلفة لمنحنيات الإجهاد – الانفعال:

تقسم المواد الهندسية طبقاً لشكل منحني الإجهاد – الانفعال إلى أربع مجموعات رئيسية:

1- مواد مطيلة صلدة Hard ductile materials:

هي المواد التي يمتاز منحني الإجهاد والانفعال (الشكل14) لها بوجود منطقة مرونة (منطقة التشكل المرن) وهي عبارة عن خط مستقيم مما يدل على وجود تناسب بين الإجهاد والانفعال، ومنطقة لدونة(منطقة التشوه اللدن) ومنطقة بين المنطقتين تسمى منطقة الخضوع، كما تمتاز بحصول تشوه كبير لها قبل حدوث الكسر

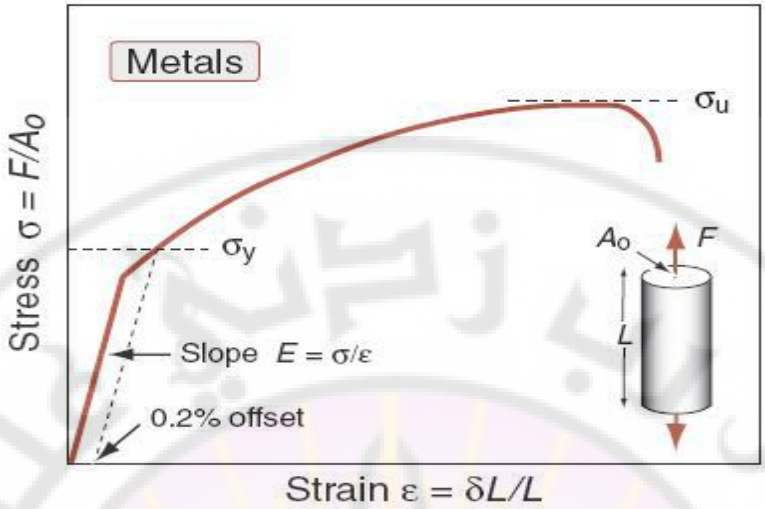
وكذلك تمتاز بتكون الرقبة أو العنق. ويعد الفولاذ الطري (تصل نسبة الكربون فيه إلى 0.3%) من أشهر الأمثلة على مواد هذا النوع.



الشكل (14) منحني الاجهاد والانفعال للمواد المطيلية الصلدةHard ductile materials

2– مواد مطيلة طرية Soft ductile materials:

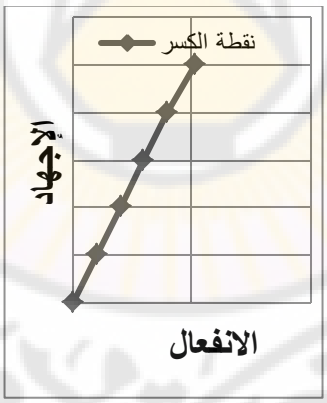
يظهر في منحنيات الإجهاد– الانفعال لهذه المواد منطقتا التشكيل المرن والتشكيل اللدن، ولكن لا يوجد حد أو نقطة فاصلة بين هاتين المنطقتين كما في الشكل (15)، ومن أمثلة ذلك فلز الألومنيوم وسبائكه والمغنيزيوم وسبائكه. ولما كان إجهاد الخضوع (نقطة الخضوع) مهماً في أمور التصميم الميكانيكي، تم الاتفاق علمياً على أن يستعاض عنه بإجهاد يدعى إجهاد الصمود(الاستدلال) كما سبق توضيحه. وتمتاز هذه المجموعة من المواد بحصول تشوه متوسط لها قبل حدوث الكسر وكذلك تمتاز بتكون الرقبة بوضوح أقل.



الشكل (15) منحني الاجهاد والانفعال للمواد المطيلية الطريةSoft ductile materials

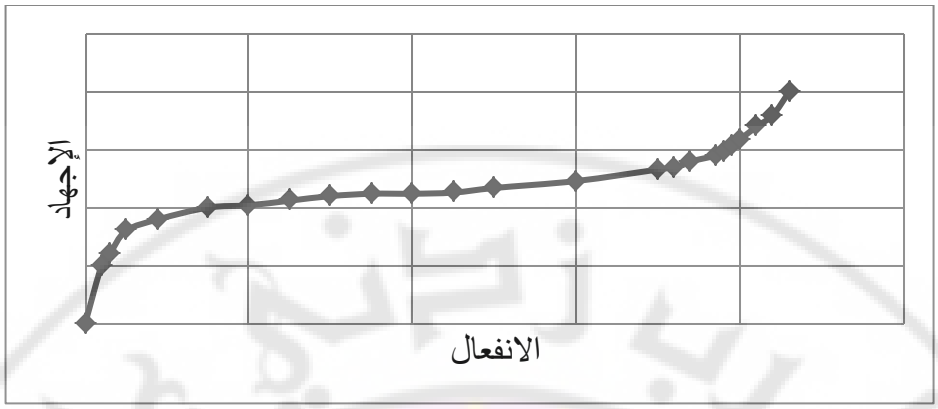
3- مواد قصيفة (هشة) Brittle materials:

يظهر في منحنيات الإجهاد – الانفعال لهذه المواد فقط منطقة التشكل المرن، وتنهار المادة في هذه المنطقة دون الوصول إلى منطقة التشكل اللدن كما في الشكل (16). ومن أمثلة المواد القصيفة معظم المواد السيراميكية والخرسانية، وبعض المواد الفلزية(مثل حديد الزهر والفولاذ عالي المقاومة). وتمتاز بعدم تشكل الرقبة، ويحدث لها تشوه صغير جداً مقارنة بالمواد الأخرى.



الشكل (16) منحني الاجهاد والانفعال للمواد القصفة

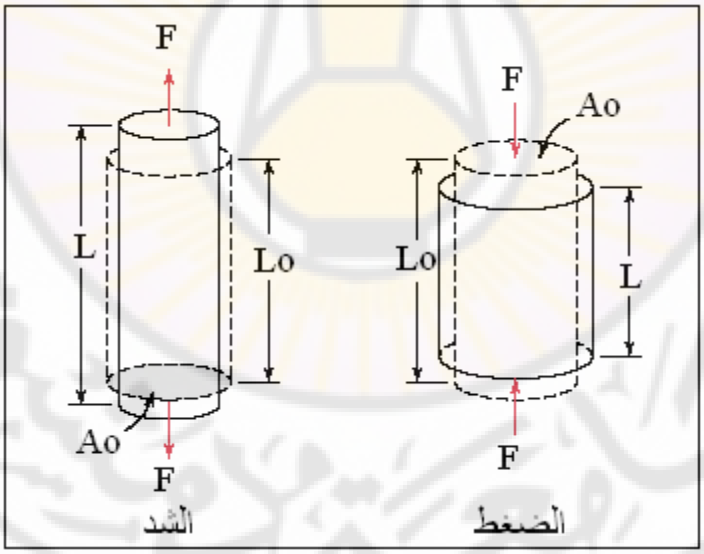
4- مواد عالية اللدونة Super-plastic materials: في هذه المجموعة يزيد الانفعال المرن بكثير على نسبة100%. وكما هو واضح في الشكل (17)، فان الانفعال يزيد بزيادة الإجهاد، ولكن لا يمكن اعتبار ذلك تشكيلاً لدناً حيث تعود المادة إلى وضعها وأبعادها الأصلية بمجرد إزالة الحمل المؤثر عليها. ومن أشهر الأمثلة على المواد عالية اللدونة المطاط والمواد البلاستيكية عامةً.



الشكل (17) منحني الاجهاد والانفعال للمواد عالية اللدونة

8-9- الحمل والإجهاد:

عندما يتعرض عنصر أو جزء من آلة إلى تأثير أحمال أو قوى حارجية، يتولد داخل الجزء أو العنصر قوى مقاومة لتلك الأحمال، وتسمى هذه القوى الداخلية بالإجهادات. وتكون هذه الإجهادات إجهادات شد في حال كان تحميل القطعة شداً، أو تكون إجهادات ضغط في حال تحميلها بقوى ضاغطة كما في الشكل (18). وبالتالي نستطيع تعريف الإجهاد:



الشكل (18) عينات تحت تأثير حمل الشد وحمل الضغط

1- الإجهاد Stress:

هو مقدار القوة لوحدة المساحة السطحية ويعبر عنه بـ N/mm^2. يتم حساب الإجهاد بقسمة مقدار القوة على مساحة مقطع السطح المؤثرة عليه تلك القوة.

$$Stress \quad \sigma = \frac{P}{A_o}$$

حيث:

σ : الإجهاد N/mm^2

P : الحمل(القوة المؤثرة)، نيوتن(N).

A_O: مساحة المقطع الأصلي(mm^2).

ملاحظة: إذا ورد مصطلح الإجهاد أو الانفعال في الكتاب بدون كلمة حقيقي فالمقصود إجهاد أو انفعال هندسي، أما إذا كان المقصود إجهاد حقيقي أو انفعال حقيقي فيجب أن يكون ذلك واضحاً بارتباط كلمة الإجهاد بالحقيقي وهكذا.

2- الإجهاد الهندسي: هو حاصل قسمة القوة المطبقة على مساحة المقطع الأصلي للعينة أي المساحة المحسوبة قبل الشد.

$$\sigma = \frac{P}{A_O}$$

3- الإجهاد الحقيقي: هو حاصل قسمة القوة المطبقة على مساحة مقطع العينة اللحظية(A_i) أي المساحة المحسوبة لحظة قراءة القوة.

$$\sigma_{tru} = \frac{P}{A_i}$$

4- الانفعال Strain:

يعرف الانفعال(ε) بأنه مقدار التشكل (التشوه) في المادة الأساسية المعرضة للأحمال الخارجية أو لمجرد وزنها، أو هو مقدار التغير النسبي في شكل أو أبعاد المادة نتيجة للاجهاد المطبق عليه. ويعبر عن الانفعال بإحدى الطريقتين:

أ- مقدار التغيير في الطول لوحدة الطول. ويعبر عن ذلك بالعلاقة:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L_f - L_o}{L_o}$$

حيث:

ΔL : التغير ف ي الطول (mm).

L_0: الطول الأصلي (mm).

L_f: الطول النهائي للعينة (mm).

علماً أن الاستطالة ΔL (التغير في الطول) هي عبارة عن الفرق بين الطولي النهائي والطول الأصلي للعينة، ويمكن أن يكون التغير في الطول استطالة كما في الشد، أو تقلصاً كما في الضغط.

ب- النسبة المئوية للتغير في الطول بالنسبة للطول الأصلي، ويعبر عنها:

$$\%Strain = \varepsilon\% = \frac{\Delta L}{L_0} \times 100$$

يلاحظ أن قيم الانفعال موجبة في اختبارات الشد، وسالبة في اختبارات الانضغاط.

5- الانفعال الهندسي: هو حاصل قسمة التشكيل(الاستطالة أو التقلص) الحاصل للعينة على الطول الأصلي للعينة.

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_O}$$

1- **الانفعال الحقيقي:** هو اللوغاريتم الطبيعي لقسمة الطول النهائيL_f على الطول الأصليL_O.

$$\varepsilon_{tru} = Ln\frac{L_f}{L_o}$$

من علاقة الانفعال الهندسي نستنتج أن:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_O} = \frac{L_f - L_o}{L_o} = \frac{L_f}{L_o} - 1$$

$$\frac{L_f}{L_o} = \varepsilon + 1$$

نعوض هذه القيمة في معادلة الانفعال الحقيقي فنحصل على المعادلة التالية:

$$\varepsilon_{tru} = Ln(\varepsilon + 1)$$

من هذه المعادلة يمكن حساب قيمة الانفعال الحقيقي بدلالة الانفعال الهندسي والعكس صحيح.

مثال: تم إجراء اختبار الشد على عينة معدنية طولها الأصلي(100mm)، وطولها النهائي (102mm). المطلوب إيجاد كلاً من:

- الانفعال الهندسي.
- الانفعال الحقيقي.

الحل:

من علاقة الانفعال الهندسي نجد:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_O} = \frac{L_f - L_o}{L_o} = \frac{102 - 100}{100} = 0.02$$

ويحسب الانفعال الحقيقي من العلاقة:

$$\varepsilon_{tru} = Ln\frac{L_f}{L_o} = Ln\frac{102}{100} = 0.0198$$

أو من العلاقة:

$$\varepsilon_{tru} = Ln(\varepsilon + 1) = Ln(0.02 + 1) = 0.0198$$

مثال آخر: أجري اختبار الشد على عينة اسطوانية الشكل طولها الأصلي (160mm)، فاستطالت بمقدار (50mm). المطلوب إيجاد قيمة الانفعال.

الحل:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_O} = \frac{50}{160} = 0.3125 = 31.25\%$$

8- الخواص الميكانيكية للمعادن في منطقة المرونة:

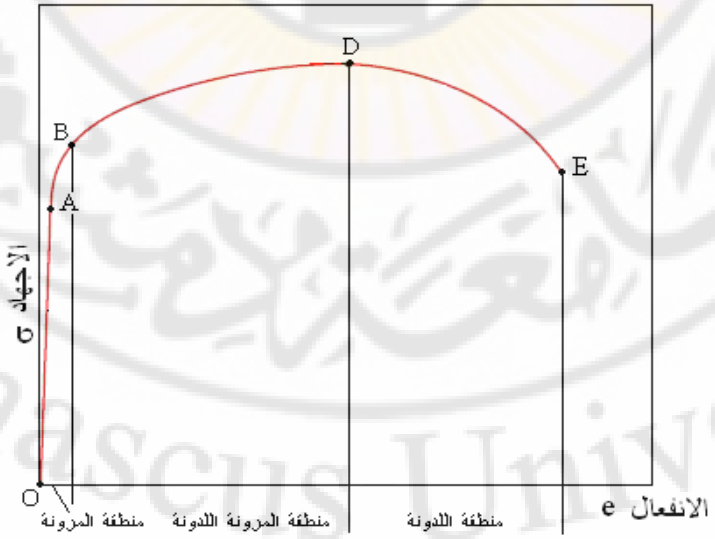
المرونة هي قدرة المادة على استعادة أبعادها الأصلية أي عدم بقاء تشكل دائم بعد زوال الحمل المؤثر.

1- حد التناسب وقانون هوك: من الشكل (19) نلاحظ أنه من النقطة(O) إلى النقطة(A) يكون الإجهاد متناسباً مع الانفعال أي يوجد علاقة خطية بين الإجهاد والانفعال. في هذه المنطقة نطبق قانون روبرت هوك التالي:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

حد التناسب(النقطةA) هو أقصى قيمة للإجهاد والتي عندها تكون علاقة الإجهاد بالانفعال علاقة خطية ويرمز إليه بـσ_P ونحسب معامل المرونة(معامل يونغ) باستخدام احداثيات أي نقطة من الخط المستقيم وخاصة نقطة حد التناسب.

$$E = \frac{\sigma_p}{\varepsilon_p}$$



الشكل (19) منحني الإجهاد والانفعال لمعدن مطيل مبيناً عليه مناطق التشوه: منطقة التشوه المرن ومنطقة التشوه اللدن وبينهما منطقة المرونة واللدونة.

2- الانفعال المرنElastic Strain:

3- هو الجزء الممثل للعلاقة الخطية بين الإجهاد والانفعال، ويوضح الشكل (19) هذه العلاقة للمواد المطيلية. وفي منطقة الانفعال المرن يمكن للمادة أن تستعيد أبعادها وشكلها الأصلي بعد إزالة الحمل الخارجي المؤثر عليها. وتوجد في هذه المنطقة علاقة بين الإجهاد المؤثر والانفعال الناتج، حيث تكون النسبة بين الإجهاد إلى الانفعال مقداراً ثابتاً. ويعرف المقدار الثابت هنا بأنه معامل يونغ للمرونة(Young's modulus of elasticity) أو للتبسيط معامل المرونة (modulus of elasticity) ويمثل ذلك بالعلاقة:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

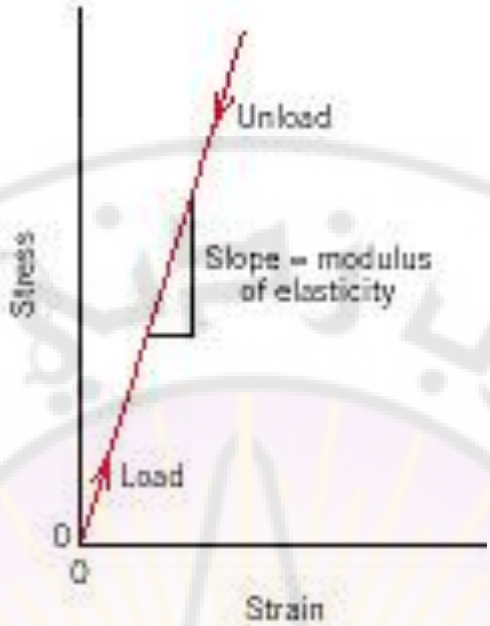
حيث:

E: معامل المرونة (معامل يونغ للمرونة) (MPa).

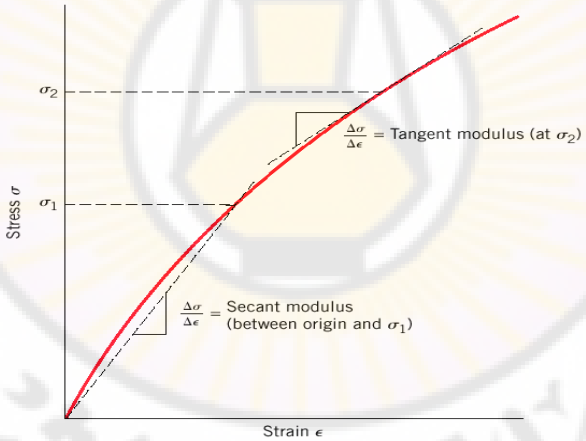
σ: الإجهاد (MPa)

ε :الانفعال (mm/mm).

ويقاس معامل المرونة أو عامل يونغ بحساب الميل للخط المستقيم في منخني الإجهاد والانفعال إلى حد التناسب كما هو موضح في الشكل (20). أما بالنسبة للمواد التي لا تتبع الخط المستقيم بالمنحني البياني للإجهاد والانفعال فيقاس معامل المرونة بواسطة معيار التماس الأول(Initial tangent modulus) وهو عبارة عن ميل المماس لمنخني الإجهاد والانفعال عند نقطة الأصل أي بداية المنحني كما يتبين من الشكل (21). ويعد معامل المرونة مقياساً لصلابة المادة في حدود المرونة والصلابة وهي مقاومة المادة للتشكل تحت تأثير الأحمال. فكلما زادت قيمة معامل المرونة (معامل يونغ) كلما قلت قيمة الانفعال المرن لأي قيمة إجهاد مرن.



الشكل (20) تحديد معامل يونغ للمواد التي يكون لها منحني الإجهاد– الانفعال على شكل خط مستقيم



الشكل (21) تحديد معامل يونغ للمواد التي يكون لها منحني الإجهاد– الانفعال على شكل خط منحني

3– الصلابة (الجساءة) Stiffness:

هي خاصية مقاومة المادة لأي نوع من التغير في الشكل، وتعرف المادة الصلبة بأنها المادة التي تتحمل وحدة إجهاد عالية مع حدوث تغير صغير نسبياً في الشكل. وتقاس الصلابة بمقدار معامل المرونة(معاير يونغ للمرونة) في اختبار الشد والضغط المحوري وهو مقياس الصلابة في حدود المرونة. ومعاير المرونة (Modulus of Elasticity) هو قيمة الزيادة في الإجهاد مقسومة على الزيادة في الانفعال المقابل له وذلك في الجزء المستقيم من الرسم البياني لمخطط الإجهاد والانفعال كما هو مبين بالشكل (22) و(23).

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = tan\theta$$

حيث:

E: معامل المرونة (معامل يونغ للمرونة) (MPa).

σ:الإجهاد (MPa).

ε :الانفعال (mm/mm).

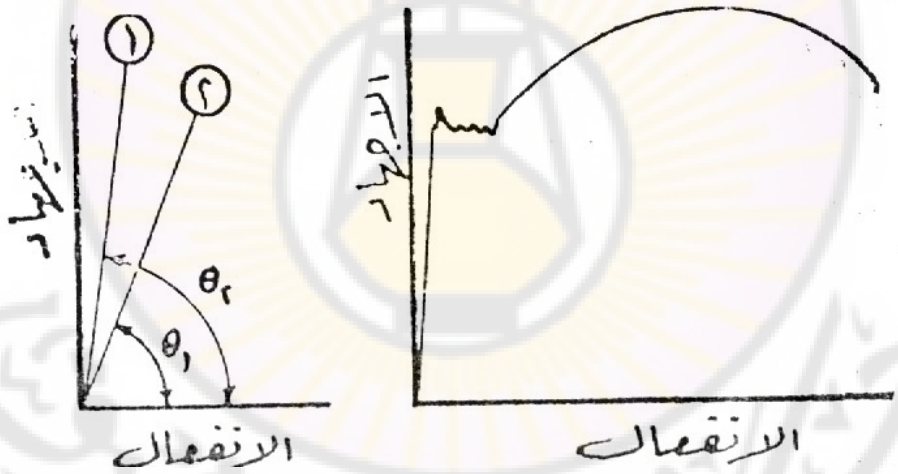
معامل المرونة للمادة (1) يساوي $tan\theta_2$

معامل المرونة للمادة (2) يساوي$tan\theta_1$

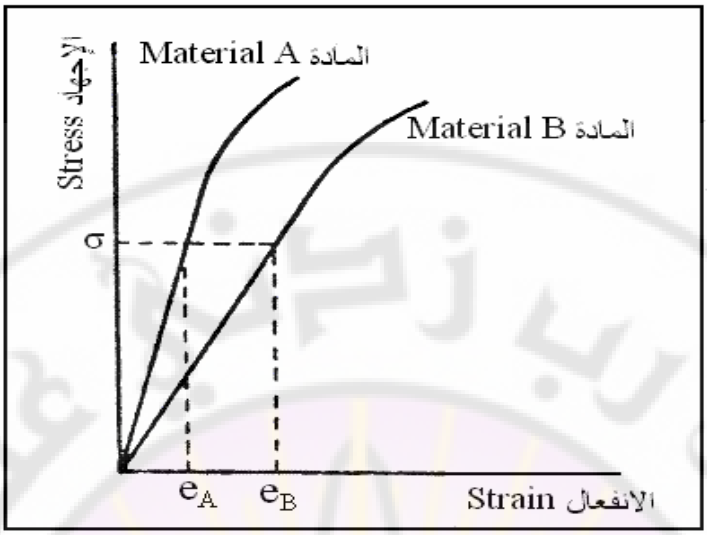
وحيث أن: $tan\theta_2 > tan\theta_1$

إذن معامل المرونة للمادة(1) أكبر من معامل المرونة للمادة (2)، وبالتالي المادة (1) أصلب من المادة (2).

4- حد المرونة: هو أقصى إجهاد تتحمله العينة مع عدم بقاء انفعال لدن بعد إزالة هذا الحمل أي لا يحصل تشكل دائم بعد إزالة الحمل وهو ممثل بالنقطة(B) ويرمز إليه بـ σ_E ، كما هو موضح في الشكل (19)



شكل رقم(22) المخطط البياني للإجهاد والانفعال للفولاذ الطري

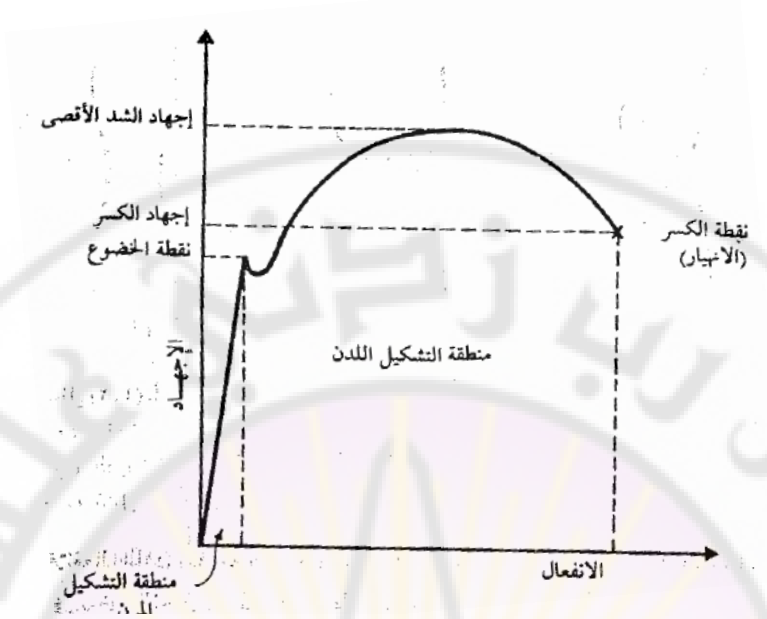


الشكل (23) كيفية قياس الصلابة عن طريق معامل المرونة

5- إجهاد الخضوع: هو الإجهاد الذي يحدث عنده زيادة ملحوظة في الاستطالة بدون زيادة في الحمل أي أن الانفعال يزداد بدون زيادة في الإجهاد.وفي منطقة الخضوع(الممثلة بالنقطةC على الشكل (12)) يتم التحول من الانفعال المرن إلى الانفعال اللدن أي هي نهاية حالة المرونة وبداية حالة اللدونة.

6- نقطة الخضوع Yield Point:

هي النقطة التي يتم عندها التحول من الانفعال المرن إلى الانفعال اللدن. وفي واقع الأمر، فإن هذه ليست نقطة محددة ولكنها منطقة تمثل آخر مراحل مقاومة المادة للانفعال اللدن(مقاومة التشكل). وهذه النقطة(أو المنطقة) مبينة في شكل(24). في بعض الأحيان، يطلق على نقطة الخضوع اسم نقطة حد المرونة Elastic Limit أو إجهاد الخضوع(Yield Stress(σ_Y. وهذه النقطة في غاية الأهمية في التصميم والإنشاءات، وكذلك في تشكيل المواد الفلزية بوجه خاص. فهذه النقطة كما ذكرنا، ترمز إلى نقطة نهاية التشكيل المرن وبداية التشكيل اللدن.



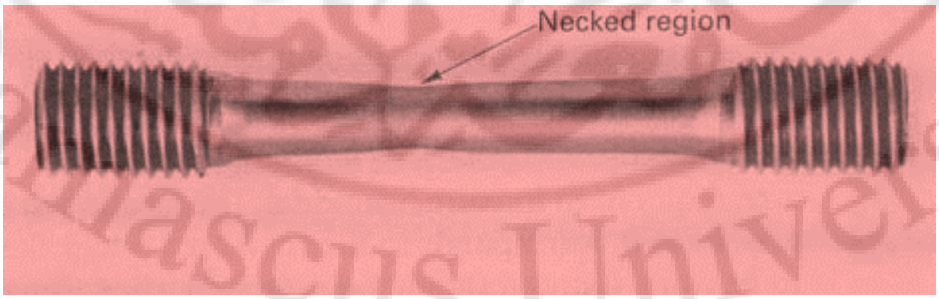
شكل(24) العلاقة بين الإجهاد والانفعال للمادة المطيلية الصلدة.

11- الخواص الميكانيكية للمعادن في منطقة اللدونة:

اللدونة هي قدرة المادة على أن يكون لها تشكل دائم أي أن المادة لا تسترجع أبعادها الأصلية بعد إزالة الحمل المؤثر.

1- **الانفعال اللدن Plastic Strain:**

منطقة الانفعال اللدن هي المنطقة التي تلي منطقة الانفعال المرن، ونصل إليها بزيادة مقدار الحمل المؤثر على المادة لتخطي منطقة المرونة. وتتغير في هذه المنطقة العلاقة بين الإجهاد والانفعال لتصبح علاقة غير خطية، وتحتفظ المادة بالتغيرات الحادثة بها(تغير في الشكل أو الأبعاد) بعد إزالة الحمل الخارجي المؤثر عليها. ويرتبط الانفعال اللدن بصغر المساحة السطحية للجزء الواقع تحت الحمل، ويعرف ذلك باسم التخصر(الرقبة)"Necking" كما هو مبين في الشكل (12) و(28).



الشكل (28) عينة شد ويظهر عليها منطقة التخصر

2- **مقاومة الشد Tensile Strength:**

هي مقاومة المادة للأحمال الخارجية المؤثرة عليها في اتجاه الشد. وتقدر مقاومة المادة بمقدار الحمل الخارجي مقسوماً على مساحة المقطع المستعرض Cross-Sectional Area المؤثر عليها. وهناك عدة أنواع من مقاومة الشد:

3- أقصى إجهاد للشد (مقاومة الشد القصوى) Ultimate Tensile Strength: هي القيمة المقاسة لأقصى حمل تستطيع المادة تحمله. تمثل أقصى مقاومة يمكن أن تصل إليها المادة، وهي تساوي الحمل الأقصى للشد الذي تعرضت له العينة مقسوماً على المساحة الأصلية للمقطع المستعرض، وهي ممثلة في الشكل (19) بالنقطة D. وتعطى بالعلاقة التالية:

$$\sigma_u = UTS = \frac{P_{max}}{A_O}$$

حيث:

$\sigma_u \; or \; UTS$: أقصى مقاومة شد للمادة (MPa).

P_{max}: أقصى حمل مؤثر على المادة(N).

A_O: مساحة مقطع العينة الأصلي(mm^2).

إن أعلى نقطة في منحني علاقة الإجهاد والانفعال تمثل أقصى مقاومة شد للمادة كما هو موضح في الشكل (25). وابتداءً من النقطة D تبدأ الرقبة في التشكل حتى تصل العينة إلى حالة الكسر وتسمى هذه التغيرات بظاهرة الرقبة.

5- المطيلية Ductility:

يمكن تعريفها بأنها الخاصية التي تسمح للمادة بتغير لدن كبير تحت تأثير حمل الشد أي قدرة المادة على السحب وقابليتها للاستطالة الكبيرة عند تعريضها لحمل الشد، أو هي مقدار التشكل اللدن الذي يتم في المادة حتى نقطة الكسر، أو بتعبير آخر، مقدار قابلية المادة للتشكيل اللدن قبل كسرها. تقاس مطيلة المعادن تحت تأثير أحمال الشد بإحدى طريقتين: إما بحساب النسبة المئوية للاستطالة، أو النسبة المئوية للنقص في مساحة المقطع كالتالي:

1- النسبة المئوية للاستطالة(Percentage elongation(EL%:

هي مقدار التغير في الطول منسوباً إلى الطول الأصلي.

$$EL\% = \frac{\Delta L}{L_0} \times 100 = \frac{L_f \quad - \quad L_0}{L_0} \times 100$$

حيث:

L_O: الطول الأصلي.

L_F: الطول النهائي(طول القياس بعد الكسر).

ΔL: مقدار التغير في الطول(الاستطالة).

$$\Delta L = L_f \quad - \quad L_0$$

14- العلاقة بين كل من الإجهاد الحقيقي والإجهاد الهندسي والانفعال الحقيقي والانفعال الهندسي:

الانفعال الهندسيε:

$$\varepsilon = \frac{L_f - L_o}{L_o} = \frac{L_f}{L_o} - 1$$

$$\frac{L_f}{L_o} = (1 + \varepsilon)$$

عندئذ يكون الانفعال الحقيقيε_t :

$$\varepsilon_t = ln\left(\frac{L_f}{L_o}\right) = \ln(1 + \varepsilon)$$

لكن:

$$A_o L_0 = A_f L_f$$

أي أن:

$$\frac{L_f}{L_0} = \frac{A_o}{A_f} = (1 + \varepsilon)$$

عندئذ يكون:

$$\varepsilon_t = ln\left(\frac{L_f}{L_o}\right) = ln\left(\frac{A_o}{A_f}\right) = \ln(1 + \varepsilon)$$

لكن الإجهاد الحقيقيσ_t يعطى بالمعادلة التالية بدلالة الاجهاد الهندسيσ:

$$\sigma_t = \frac{P}{A} = \frac{P}{A_o}\left(\frac{A_o}{A_f}\right) = \sigma\left(\frac{A_o}{A_f}\right)$$

حيث تمثل A أو A_f المساحة اللحظية لمقطع العينة(mm^2).

لكن:

$$\frac{A_o}{A_f} = (1 + \varepsilon)$$

ومنه:

$$\sigma_t = \sigma\,(1 + \varepsilon)$$

ومن العلاقة:

$$\varepsilon_t = \ln(1 + \varepsilon)$$

يكون:

$$(1+\varepsilon) = exp(\varepsilon_t)$$

كذلك من العلاقة:

$$\sigma_t = \sigma\,(1+\varepsilon) = \sigma exp(\varepsilon_t)$$

18- أنواع الكسور:

تنقسم أنواع الكسور الناتجة من اختبار الشد حسب:

1- الشكل: كسور قد تكون متماثلة مثل كسر القدح والمخروط أو الكسر المسطح أو غير المنتظم أو المتقطع وقد تكون الكسور غير متماثلة.

3- حالة السطح: فهي تصف السطح إما بالملمس الناعم أو بالجزيئات الصغيرة أو بالجزيئات الكبيرة أو الليفي أو المتبلور أو الزجاجي.

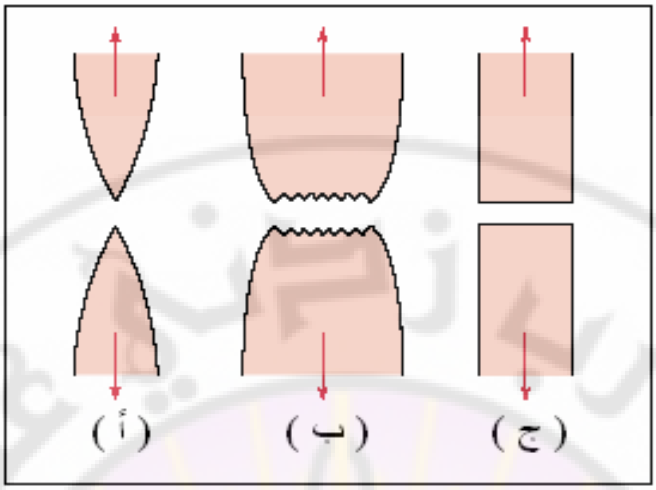
3- اللون: هو اللون اللامع أو الداكن.

بالنسبة لأنواع المعادن المختلفة تكون الكسور كالتالي:

1- معادن مطيلية: عندما تتعرض عينة من الفولاذ الطري والتي تعتبر مادة مطيلة فإن الاستطالة تزداد تدريجياً مع الحمل حتى تصل إلى حد المرونة وإجهاد الخضوع حيث تبدأ اللدونة. ثم يزداد الحمل حتى يصل إلى أقصى حمل أي مقاومة الشد القصوى وبعدها تبدأ ظاهرة الرقبة أو العنق. يحصل تشوه كبير للعينة قبل حدوث الكسر على هيئة مخروط أو قدح حيث يكون السطح خشناً في منتصف القطع المستعرض وذي ملمس ناعم عند الحروف.

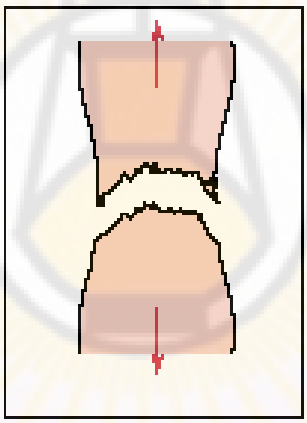
2- معادن نصف مطيلة: إن منحني الإجهاد والانفعال للمعادن نصف المطيلة له نفس الشكل العام لمنحني المعادن المطيلة إلا أنه لا يوجد له منطقة الخضوع، كما أن الحمل أكثر والاستطالة أقل من مثيلاتها من المعادن المطيلة. ويكون الكسر على هيئة قدح ومخروط ولكن برقبة أقل وضوحاً من المعادن المطيلة.

3- معادن قصفة: يكون منحني الإجهاد والانفعال للمعادن القصفة عبارة عن خط مستقيم مائل، ويحدث للمعدن تشوه صغير جداً مقارنة بالمواد الأخرى كما لا تتكون رقبة، وأن الكسر يحدث عند وصول التحميل إلى الحمل الأقصى. هنا يكون شكل الكسر على هيئة مستوى عمودي على اتجاه قوة الشد مسطحاً ومحبباً. يتضح شكل الكسور في الشكل (38) والشكل (39).



الشكل (38) أشكال الكسور في اختبار الشد.

أ) مادة مطيلية، ب) مادة نصف مطيلة، ج) مادة قصفة

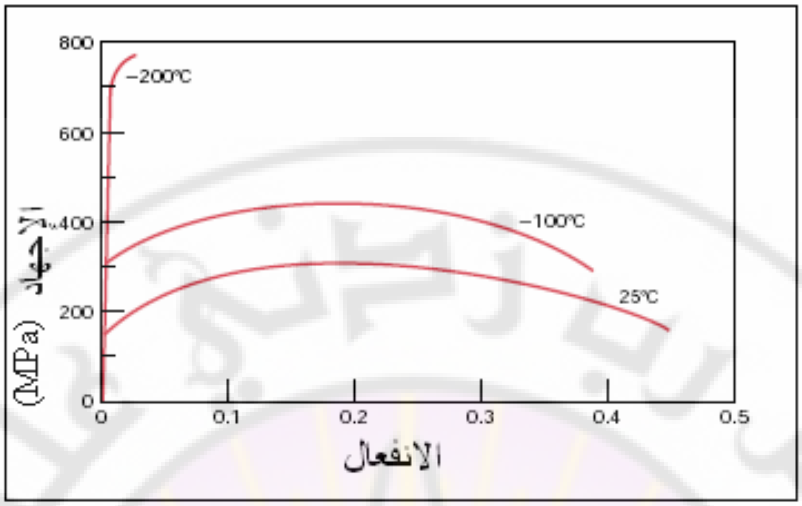


الشكل (39) شكل القدح والمخروط الذي يظهر عند الكسر المطيل والنصف مطيل.

8-19- العوامل المؤثرة على خواص الشد:

1- سرعة التحميل أثناء الاختبار: كلما زادت سرعة التحميل أثناء إجراء الاختبار للمعادن المطيلة والنصف مطيلة تزداد مقاومة الشد وإجهاد الخضوع وتقل المطيلية للمعادن. أما المعادن القصفة فلا تتأثر بهذه السرعة.

2- الحرارة أثناء الاختبار: إذا ارتفعت درجة الحرارة فإن مقاومة الشد تقل بينما تزداد المطيلية. كما هو مبين بالشكل بالنسبة للفولاذ، كما هو موضح في الشكل (40).



الشكل (40) تأثير درجة الحرارة على منحني الإجهاد والانفعال للفولاذ في اختبار الشد

3- التشغيل على البارد: هو تحميل المعدن فوق حد المرونة ثم إعادة تحميله مرة أو مرات وينتج عنه زيادة في إجهاد الخضوع وحد التناسب ومقاومة الشد والقساوة والرجوعية ولكن مع نقص في المتانة والمطيلية. أما معامل المرونة فغالباً لا تتغير قيمته إلا قليلاً جداً.

4- شكل عينة الاختبار: يؤثر شكل عينة الاختبار على خواص الشد تأثيراً واضحاً. فمثلاً إذا اختبرت عدة عينات بأشكال مختلفة، فإن المنحني البياني للإجهاد والانفعال الناتج يختلف من عينة إلى أخرى وبالتالي تختلف جميع الخواص.

الفصل الثاني

الكميات القياسية والكميات المتجهة

كميات قياسية	كميات متجهة
هي كمية فيزيائية تعرف تماما بمقدارها فقط وليس لها اتجاه مثل المسافة – الكتلة – الزمن الحجم – الكثافة – درجة الحرارة - الطاقة	هي كمية فيزيائية تعرف تماماً بمقدارها واتجاهها معاً فقط مثل السرعة – الإزاحة – القوة - العجلة – كمية التحرك

الإزاحة :- هي المسافة المستقيمة في اتجاه معين من نقطة بداية إلي نقطة نهاية {{ وهي كمية متجهة }}

المسافة : هي طول المسار المقطوع أثناء الحركة من موضع إلي آخر .{{ وهي كمية قياسية }}

لاحظ أن : [1]عندما يقترن مقدار المسافة باتجاه الحركة يسمي ذلك بالإزاحة .

[2] كل من الإزاحة والمسافة يرمز لها بالرمز X أو s أو d وتقاس بوحدة المتر

ملاحظات هامة :- *** الإزاحة كمية متجهة ((علل)) لأنه يلزم لتعريفها تعريفا تاما معرفة مقدارها واتجاهها

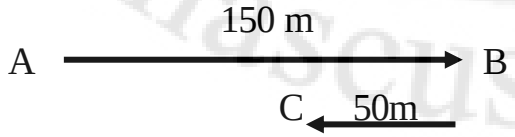
*** المسافة كمية قياسيه ((علل)) لأنه يلزم لتعريفها تعريفا تاما معرفة مقدارها فقط

ما معنى أن إزاحة جسم 500 m ؟

معنى ذلك أن اقصر مسافة مستقيمة فاصلة بين نقطتي البداية والنهاية في اتجاه ثابت تساوي 500 m

مثال : تحرك جسم من النقطة A حتى وصل إلي النقطة B فقطع مسافة 150 m ثم عاد من نفس الطريق مسافة 50m حتى وصل إلي النقطة C (1) احسب المسافة المقطوعة (2)احسب الإزاحة الحادثة للجسم

الحـــــــــل



{1} المسافة المقطوعة

$S = 150 + 50 = 200$ m [لاحظ أن المسافة ذكر مقدارها فقط لأنها كمية قياسية]

{2} الإزاحة الحادثة $d = +150 - 50 = +100$ m

واتجاه الحركة من A إلي B

وقد اعتبرنا أن الإزاحة في اتجاه من A إلي B موجبة ومن B إلي C سالبة [لاحظ أن الإزاحة ذكر مقدارها واتجاهها لأنها كمية متجهة]

مثال : تحرك جسم من النقطة A فقطع 12m حتى وصل إلي النقطة B ثم تحرك في اتجاه عمودي على مساره الأول مسافة قدرها 5m حتى وصل إلي النقطة C .

{{1}} احسب المسافة المقطوعة

{{2}} الإزاحة الحادثة

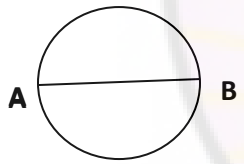
الحـــــل

{{1}} المسافة المقطوعة $X = 12 + 5 = 17\ m$

{{2}} الإزاحة الحادثة

$$X\ (\overrightarrow{AC}) = \sqrt{(AB)^2 + (BC)^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13\ m$$

واتجاه الحركة من A إلي C .



مثال تحرك جسم علي محيط دائرة نصف قطرها (7 m) من (B ← A) ثم من (A ← B ← A) احسب كلا من المسافة والإزاحة في كل مرة.

تمثيل الكميات المتجهة

يتم تمثيل المتجه بقطعة مستقيمة موجهة طولها يتناسب مع قيمة المتجهة تبدأ من نقطة البداية وتشير نحو نقطة النهاية

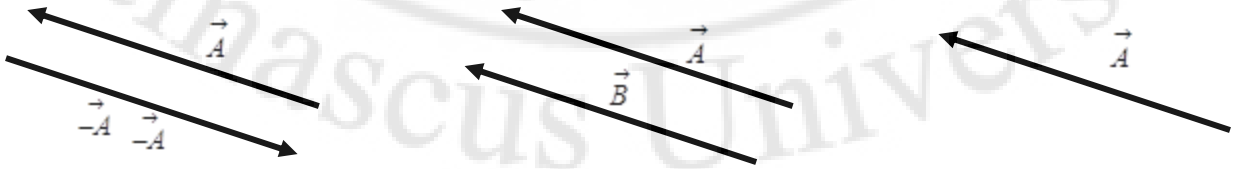
يرمز للمتجه بحرف داكن A أو بحرف عادي وفوقه سهم صغير $\vec{A}$

التمثيل البياني للمتجهات

يتم تمثيل المتجهات برسم قطعة مستقيمة موجهة بمقياس رسم مناسب بحيث

أ – يمثل طول القطعة المستقيمة الموجهة مقدار الكمية المتجهة

ب – يمثل اتجاه القطعة المستقيمة الموجهة اتجاه الكمية المتجهة



(a) يوضح المتجه $\vec{A}$ (b) يوضح المتجه $\vec{A} = \vec{B}$ (c) يوضح المتجه $\vec{A}$ والمتجه $-\vec{A}$

أساسيات جبر المتجهات

(1) متى يتساوى متجهين : إذا تساويا في المقدار وكان لهما نفس الاتجاه (حتي لو اختلفت نقطة بداية كل منهما)

(2) المتجهة $\vec{A}$ قيمته العددية تساوي القيمة العددية للمتجهة $-\vec{A}$ ، ولكن في عكس اتجاهه .

لاحظ أن : إذا ضربنا المتجه $-\vec{A}$ في (-1) أصبح يساوي المتجه $\vec{A}$ مقداراً واتجاهاً

محصلة جمع المتجهات

عندما تؤثر قوتين أو أكثر علي جسم ما في اتجاهات مختلفة، ففي أي اتجاه يتحرك الجسم وكم يكون مقدار القوة التي تحركه ؟

لاحظ أن : (1) تسمي القوة التي تؤثر علي جسم نتيجة تأثير عدة قوى بمحصلة القوى

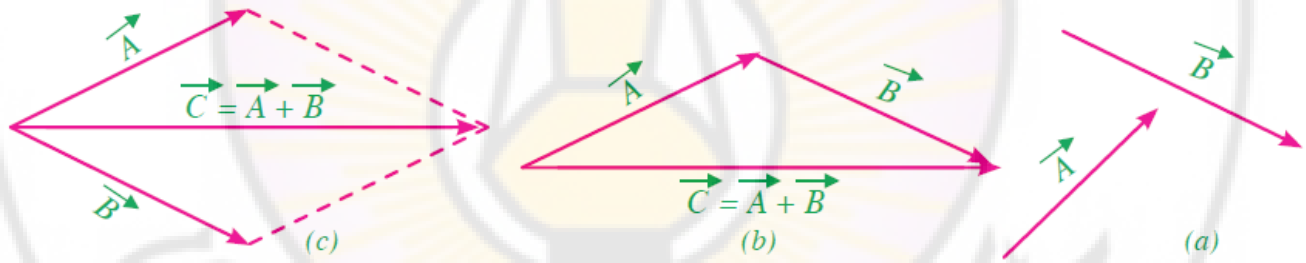
(2) يحدد اتجاه محصلة القوى بالاتجاه الذي يتحرك فيه الجسم .

القوة المحصلة: هي قوة وحيدة تحدث في الجسم الأثر نفسه الذي تحدثه القوي الأصلية المؤثرة عليه

يتم جمع المتجهين بطريقتين

(1) برسم مثلث كما في الشكل (b)

(2)برسم متوازي أضلاع يكون فيه A و B ضلعين متجاورين فيكون القطر ممثلاً لمحصلة المتجهين كما في الشكل (c) .



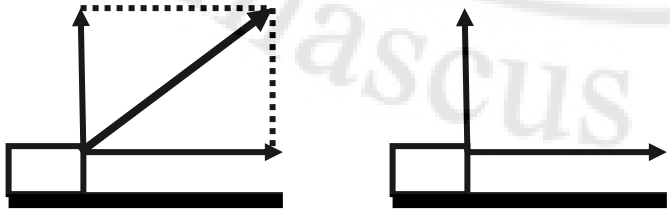
مثال : أوجد محصلة قوتين أحداهما في اتجاه محور X وهي FX= 4N ، والاخري في اتجاه محور Y هي FY= 3N .

الحـــــــــــــــــل

1- نكمل متوازي الأضلاع فنحصل علي مستطيل (لان القوتين متعامدتان)

2 – نصل القطر فيمثل المحصلة F

3 – بتطبيق نظرية فيثاغورس فيمكن أيجاد القيمة العددية لمحصلة القوي F كما يلي .



$$\therefore F = \sqrt{F_X{}^2 + F_Y{}^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5N$$

$$\because \tan\theta = \frac{F_Y}{F_X} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \theta = 36.87^\circ$$

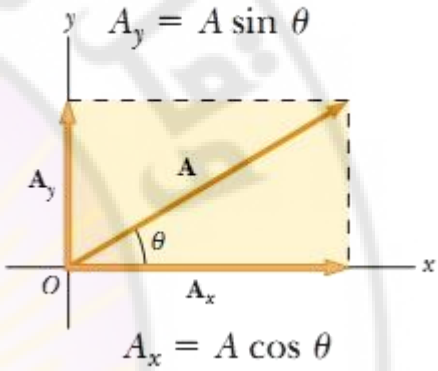
تحليل المتجهات :

- هو العملية العكسية لجمع المتجهات

كمثال طفلة تجر أخرى بواسطة حبل في اتجاه يصنع زاوية θ مع الافقي

فيمكن تحليل القوة F إلى قوتين متعامدين على محوري (X,Y)

$$F_y = F \sin\theta \qquad F_x = F \cos\theta$$



ضرب المتجهات :-

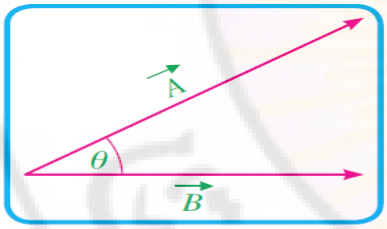
توجد صور مختلفة لضرب المتجهات منها:

أولا : الضرب القياسى

حاصل الضرب القياسى بين متجهين $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ يساوى:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A\,B \cos\theta$$

ويكون الناتج كمية قياسية تساوى حاصل ضرب القيمة العددية للأول (A) فى القيمة العددية للثانى (B) فى جيب تمام الزاوية بين المتجهين $(\cos\theta)$. وتسمى النقطة بين المتجهين *dot*.



شكل (٢٠) : المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$

ثانيا: الضرب الاتجاهى

الضرب الاتجاهى بين متجهين $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ يساوى:

$$\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B} = AB \sin\theta\, \vec{n}$$

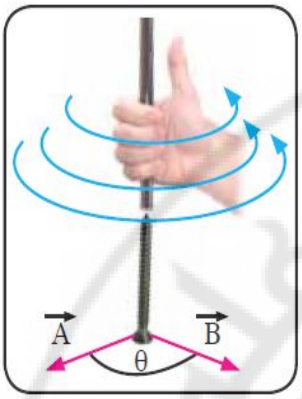
أى يساوى حاصل ضرب القيمة العددية للمتجه الأول (A) فى القيمة العددية للمتجة الثانى (B) فى جيب الزاوية بينهما $(\sin\theta)$ فى $\vec{n}$.

حيث: $\vec{n}$ وحدة متجهات فى اتجاه عمودي على المستوى الذى يشمل المتجهين $\vec{B}$ و $\vec{A}$

ومعنى ذلك أن المتجه $\vec{C}$ الناتج يكون فى اتجاه $\vec{n}$ العمودى على المستوى الذى يجمع المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$

وتسمى العلامة (^) بين المتجهين *Cross* . ويحدد اتجاه $\vec{C}$ بقاعدة تسمى "**قاعدة اليد اليمنى**" شكل (٢١)، وذلك بتحريك أصابع اليد اليمنى من المتجه الأول نحو المتجه الثانى عبر الزاوية الأصغر بينهما،

فيكون الإبهام مشيرًا لاتجاه حاصل الضرب الاتجاهي لهما.



ويلاحظ أنه في حالة الضرب الاتجاهي يكون:

- θ تقع بين $\vec{A}$ ، $\vec{B}$
- $\vec{A} \wedge \vec{B} \neq \vec{B} \wedge \vec{A}$
- $\vec{A} \wedge \vec{B} = -\vec{B} \wedge \vec{A}$

Damascus University

المقادير السلمية والشعاعية

يوجد نوعان من المقادير في الفيزياء:

1. مقادير سلمية: هي المقادير التي يكفي لتعيينها رقم وواحدة (الزمن، الحجم، الكتلة، الكمون، العمل، الطاقة، ...).
2. مقادير شعاعية: هي المقادير التي نحتاج لتعيينها إلى اتجاه بالإضافة إلى الرقم والواحدة (الانزياح _ السرعة _ العزم _ التسارع ...) ويرمز للمقادير الشعاعية بحرف كبير فوقه إشارة سهم.

خواص الأشعة:

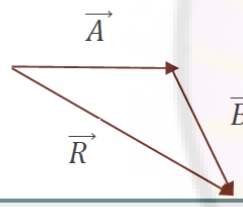
1) يتساوى شعاعان إذا كان لهما نفس الجهة والطويلة.

2) جمع الأشعة: هناك طريقتان:

- بيانية: نستخدمها عندما لا تحتاج الدقة المطلقة.
- جبرية: نستخدمها عندما نحتاج الدقة المطلقة.

يتعين مجموع الشعاعين $\vec{A}$, $\vec{B}$ بسحب الشعاع $\vec{B}$ بحيث $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ وتكون بدايته هي بداية الشعاع $\vec{A}$ ونهايته هي نهاية الشعاع $\vec{B}$.

ويمثل $\vec{R}$ (ناتج جمع الشعاعين $\vec{A}$, $\vec{B}$) قطر متوازي الأضلاع المنشأ عليهما .



عملية جمع الأشعة عملية تبديلية أي:

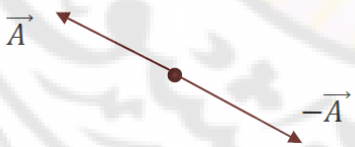
$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

عناصر أي شعاع هي: الحامل، الجهة، المبدأ، الطويلة (الشدة).

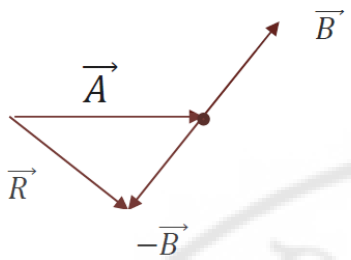
3) سالب (معاكس) شعاع:

يعرف سالب شعاع $\vec{A}$ بأنه الشعاع الذي إذا أضيف إ لى $\vec{A}$ أعطى محصلة قيمتها الصفر (الشعاع الصفري) أي أن :

$$\vec{A} + (-\vec{A}) = \vec{0}$$



للشعاعين $\vec{A}$, $-\vec{A}$ القيمة نفسها وجهتين متعاكستين.



4) -*طرح الأشعة:

إن ناتج طرح شعاعين $\vec{A}$, $\vec{B}$ ليس إلا جمع $\vec{A}$ مع معاكس $\vec{B}$:

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

5) ضرب شعاع بمقدار سلمي:

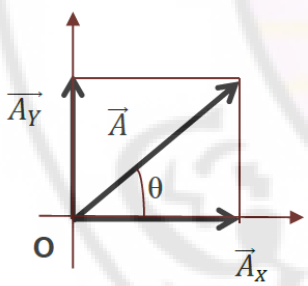
إن ناتج ضرب شعاع $\vec{A}$ بعدد جبري m هو شعاع له نفس المبدأ والحامل وتتعلق جهته بإشارة العدد الجبري أما طويلته فتساوي جداء هذا العدد بطويلة $\vec{A}$.

- ✓ إذا كان m عدد صحيح أكبر من الواحد نحصل على مضاعفات من الشعاع لها جهة الشعاع نفسها.
- ✓ إذا كان $0 < m < 1$ نحصل على أجزاء من الشعاع لها جهة الشعاع نفسها .
- ✓ إذا كان $-1 < m < 0$ نحصل على أجزاء من الشعاع تعاكس جهة الشعاع.
- ✓ إذا كان m عدد صحيح أصغر من -1 نحصل على مضاعفات من الشعاع تعاكسه بالجهة .
- ✓ الطويلة = $m \,.\, |A|$

6) مركبات شعاع:

نستطيع تحليل أي شعاع إلى مركباته عبر نسبه إلى جملة إحداثيات:

$$\vec{A} = \vec{A_x} + \vec{A_y}$$



يتعين شعاع بتحديد طويلته والزاوية التي يصنعها مع الاتجاه الموجب للمحور 'xx:

$$|A| = \sqrt{{A_x}^2 + {A_y}^2}$$

$$\sin\theta = \frac{A_y}{A} \,,\, \cos\theta = \frac{A_x}{A} \,,\, \tan\theta = \frac{A_y}{A_x} \,,\, \theta = \tan^{-1}\frac{A_y}{A_x}$$

7) شعاع الواحدة:

هو مقدار عديم الأبعاد ليس له أي معنى فيزيائي طويلته تساوي الواحد تماماً، نستخدمه لإعطاء الصفة الشعاعية لمقدار سلمي، ونرمز لأشعة الواحدة:

$$\vec{\imath} = \vec{\jmath} = \vec{k} \qquad , \qquad |\hat{\imath}| = |\hat{\jmath}| = |\hat{k}| = 1$$

لكتابة أي شعاع في المستوي باستخدام مفهوم أشعة الواحدة وفكرة جداء عدد (الذي عرفناه سابقا):

$$\vec{A} = A_x\,\vec{\imath} + A_y\,\vec{\jmath}$$

عندها نستطيع أن نعرف جميع العمليات على الأشعة جبرياً.

جمع الأشعة جبرياً:

بفرض لدينا الشعاعين $\vec{A}$, $\vec{B}$ ويطلب إيجاد مجموعها جبريا:

في المستوي xoy:

$$\vec{A} = A_x\,\vec{\imath} + A_y\,\vec{\jmath} \quad , \quad \vec{B} = B_x\,\vec{\imath} + B_y\,\vec{\jmath}$$

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{R} = (A_x\,\vec{\imath} + A_y\,\vec{\jmath}) + (B_x\,\vec{\imath} + B_y\,\vec{\jmath})$$

$$\vec{R} = (A_x + B_x)\,\vec{\imath} + (A_y + B_y)\vec{\jmath}$$

$$\vec{R} = R_x\,\vec{\imath} + R_y\vec{\jmath}$$

حيث:

$$R_x = A_x + B_x \quad , \quad R_y = A_y + B_y$$

$$|R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad , \quad \theta = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x}$$

في الفراغ:

$$\vec{A} = A_x\,\vec{\imath} + A_y\,\vec{\jmath} + A_z\,\vec{k} \quad , \quad \vec{B} = B_x\,\vec{\imath} + B_y\,\vec{\jmath} + B_z\,\vec{k}$$

$$\vec{R} = (A_x + B_x)\,\vec{\imath} + (A_y + B_y)\vec{\jmath} + (A_z + B_z)\,\vec{k}$$

$$\vec{R} = R_x\,\vec{\imath} + R_y\vec{\jmath} + R_z\vec{k}$$

$$|R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

$$\cos\theta_x = \frac{R_x}{R} \quad , \quad \cos\theta_y = \frac{R_y}{R} \quad , \quad \cos\theta_z = \frac{R_z}{R}$$

مثال:

أوجد مجموع $\vec{A}$, $\vec{B}$ جبريا متوضعين في المستوي xoy **ومعطيين بالآتي:**

$$\vec{A} = (2\,\vec{\imath} + 2\,\vec{\jmath})m \quad , \quad \vec{B} = (2\,\vec{\imath} - 4\,\vec{\jmath})m$$

الحل:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\,\vec{\imath} + (A_y + B_y)\vec{\jmath}$$

$$\vec{R} = (2 + 2)\,\vec{\imath} + (2 - 4)\vec{\jmath} = 4\,\vec{\imath} - 2\,\vec{\jmath}$$

$$|R| = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 4.5\ m$$

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = -\frac{1}{2}$$

$$\theta = -27°$$

8) ضرب الأشعة:

1. الجداء السلمي (الداخلي):

إن الجداء السلمي لشعاعين $\vec{A}, \vec{B}$ هو مقدار جبري يساوي حاصل ضرب طويلة الشعاع الأول بطويلة الشعاع الثاني بتجيب الزاوية بينهما:

$$\vec{A}.\vec{B} = |A|.|B|.\cos\theta$$

خواص الجداء السلمي:

1) الجداء السلمي تبديلي (لأن تابع الـ cos زوجي) $\vec{B}.\vec{A} = \vec{A}.\vec{B}$

2) خاصة ضرب أحد شعاعي الجداء السلمي بعدد:

إذا ضُرب أحد الشعاعين بعدد فإن الجداء السلمي لهما يُضرَب بنفس العدد.

$$(c.\vec{A}).(\vec{B}) = c.(\vec{A}.\vec{B}) = c.|\vec{A}|.|\vec{B}|.\cos\theta$$

3) الجداء السلمي يقبل التوزيع على الجمع:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{v}.\vec{R} = \vec{v}.(\vec{A} + \vec{B}) = \vec{v}.\vec{A} + \vec{v}.\vec{B}$$

4) الجداء السلمي لأشعة الواحدة، في جملة إحداثية ثلاثية متعامدة :

$$\vec{\imath}.\vec{\imath} = \vec{\jmath}.\vec{\jmath} = \vec{k}.\vec{k} = 1 * 1 * \cos 0° = 1$$

$$\vec{\imath}.\vec{\imath} = \vec{\imath}.\vec{k} = \vec{\jmath}.\vec{k} = 1 * 1 * \cos 90° = 0$$

الجداء السلمي لشعاعين بالطريقة التحليلية:

بفرض لدينا الشعاعان $\vec{A}, \vec{B}$ معطيان بدلالة مركباتهما على المحاور الإحداثية في جملة إحداثية متعامدة حيث:

$$\vec{A} = A_x\vec{\imath} + A_y\vec{\jmath} + A_z\vec{k} \quad , \quad \vec{B} = B_x\vec{\imath} + B_y\vec{\jmath} + B_z\vec{k}$$

فإن الجداء السلمي لهما:

$$\vec{A}.\vec{B} = (A_x.B_x) + (A_y.B_y) + (A_z.B_z)$$

الجداء السلمي لشعاع بنفسه ليس إلا مربع هذا الشعاع:

$$\vec{A}.\vec{A} = |A|.|A|.\cos 0° = A^2$$

$$\vec{A}.\vec{A} = x^2 + y^2 + z^2$$

مثال:

$$\vec{A} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} \quad , \quad \vec{B} = -\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$$

عيّن الجداء السلمي للشعاعين وأوجد الزاوية بينهما.

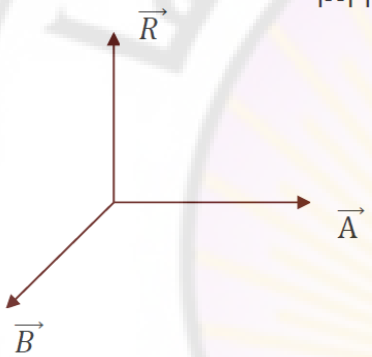
الحل:

$$\vec{A}.\vec{B} = (A_x.B_x) + (A_y.B_y) + (A_z.B_z)$$

$$\vec{A}.\vec{B} = -2 + 6 + 0 = 4$$

$$\vec{A}.\vec{B} = |A|.|B|.\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{|A|\,|B|} = \frac{4}{\sqrt{4+9}.\sqrt{1+4}} = \frac{1}{2.025} \Longrightarrow \theta = 60.3°$$



2. الجداء الشعاعي(الخارجي):

إن الجداء الشعاعي للشعاعين $\vec{A},\vec{B}$ هو شعاع $\vec{R}$:

- **مبدؤه: مبدأ الشعاعين.**
- **حامله: العمود المنشأ على المستوي المحدد بالشعاعين.**
- **جهته: تحدد بقاعدة اليد اليمنى.**
- **طويلته: تساوي طويلة الأول بطويلة الثاني بجيب الزاوية بينهما:**

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = |A|.|B|.\sin\theta$$

خواص الجداء الشعاعي:

1) غير تبديلي (تابع ال sin ليس زوجيا) :

$$\vec{B} \wedge \vec{A} = -(\vec{A} \wedge \vec{B})$$

2) الخاصة التوزيعية: $\vec{v} \wedge (\vec{A} + \vec{B}) = \vec{v} \wedge \vec{A} + \vec{v} \wedge \vec{B}$

وكذلك: $z.\vec{B} \wedge c.\vec{A} = z.c(\vec{B} \wedge \vec{A})$ **حيث** z, c **أعداد جبرية.**

3) الجداء الشعاعي لأشعة الواحدة، في جملة إحداثيات ثلاثية متعامدة:

$$\vec{\imath} \wedge \vec{\imath} = \vec{\jmath} \wedge \vec{\jmath} = \vec{k} \wedge \vec{k} = 1 * 1 * \sin 0° = 0$$

$$\vec{\imath} \wedge \vec{\jmath} = \vec{k} \quad , \quad \vec{\jmath} \wedge \vec{\imath} = -\vec{k}$$

$$\vec{\jmath} \wedge \vec{k} = \vec{\imath} \quad , \quad \vec{k} \wedge \vec{\jmath} = -\vec{\imath}$$

$$\vec{k} \wedge \vec{\imath} = \vec{\jmath} \quad , \quad \vec{\imath} \wedge \vec{k} = -\vec{\jmath}$$

مثال:

$$\vec{A} = A_x\,\vec{\imath} + A_y\,\vec{\jmath} + A_z\,\vec{k} \quad , \quad \vec{B} = B_x\,\vec{\imath} + B_y\,\vec{\jmath} + B_z\,\vec{k}$$

$$\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{C} = (A_y.B_z - A_z.B_y)\,\vec{\imath} + (A_z.B_x - A_x.B_z)\,\vec{\jmath} + (A_x.B_y - A_y.B_x)\,\vec{k}$$

$$\vec{C} = C_x\,\vec{\imath} + C_y\,\vec{\jmath} + C_z\,\vec{k}$$

أو بطريقة أخرى:

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} \vec{\imath} - \begin{vmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{vmatrix} \vec{\jmath} + \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix} \vec{k}$$

$$\vec{C} = (A_y.B_z - A_z.B_y)\,\vec{\imath} + (A_z.B_x - A_x.B_z)\,\vec{\jmath} + (A_x.B_y - A_y.B_x)\,\vec{k}$$

المقادير السلمية والشعاعية:

جمع الأشعة:

1) تبديلي:

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

2) طرح شعاعين ليس الا جمع الأول مع معاكس الثاني:

$$\vec{A} - \vec{B} = (-\vec{B}) + \vec{A}$$

3) مركبات الشعاع:

$$\vec{A} = \vec{A_X} + \vec{A_Y} + \vec{A_Z}$$

4) طويلته:

$$|A| = \sqrt{A_X^2 + A_Y^2 + A_Z^2}$$

مثال:

يخضع جسم لثلاث انزياحات متتالية هي:

$$\overrightarrow{d_1} = (15\vec{\imath} + 30\vec{\jmath} + 12\vec{k})cm \ , \ \overrightarrow{d_2} = (23\vec{\imath} - 14\vec{\jmath} - 5\vec{k})cm \ , \ \overrightarrow{d_3} = (-13\vec{i} + 15\vec{j})cm$$

أوجد مجموع الأشعة الثلاث وليكن الشعاع $\vec{d}$ ثم اوجد طويلته :

$$\vec{d} = (15 + 23 - 13)\vec{\imath} + (30 - 14 + 15)\vec{\jmath} + (12 - 5)\vec{k}$$
$$= (25\vec{\imath} + 31\vec{\jmath} + 7\vec{k})$$
$$|\vec{d}| = \sqrt{((25)^2 + (31)^2 + (7)^2)} = 40.4cm$$

الجداء السلمي والشعاعي:

أولاً: الجداء السلمي:

$$\overrightarrow{v_1}.\overrightarrow{v_2} = |\overrightarrow{v_1}||\overrightarrow{v_2}|\cos\theta$$

مثال: ليكن الشعاعان $\vec{B} = -\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$ و $\vec{A} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$

1-أوجد الجداء السلمي لهما ، ثم أوجد الزاوية بينهما :

$$\vec{A}.\vec{B} = (2)(-1) + (2)(3) = -2 + 6 = 4$$
$$\vec{A} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13} \ ، \vec{B} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$
$$\cos\theta = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{|\overrightarrow{v_1}||\overrightarrow{v_2}|} = \frac{4}{\sqrt{13}\sqrt{5}} = 0.4961$$
$$\theta = 60.3°$$

ثانياً: الجداء الشعاعي:

$$\overrightarrow{v_1} \wedge \overrightarrow{v_2} = v_1 v_2 \sin\theta$$

مسألة:

تعطى حركة جسمين بالعلاقتين:

$$\overrightarrow{A_1} = (2t^2 + 1)\vec{\imath} + 2t\vec{\jmath} + (2t^2 + 4t + 3)\vec{k}$$
$$\overrightarrow{A_2} = t^2\vec{\imath} + (3t + 1)\vec{\jmath} + (4t^2 + 4t)\vec{k}$$

ملاحظة: شعاع الواحدة يساوي الشعاع على طويلته.

1) عيّن شعاع الواحدة على الشعاع $\overrightarrow{A_1}$ وأثبت أن طويلته تساوي 1.

$$\overrightarrow{I_1} = \frac{\vec{A}}{\left|\overrightarrow{A_1}\right|} = \frac{(2t^2+1)\vec{i} + 2t\vec{j} + (2t^2+4t+3)\vec{k}}{\sqrt{(2t^2+1)^2+(2t)^2+(2t^2+4t+3)^2}}$$

$$= \frac{(2t^2+1)}{\sqrt{(2t^2+1)^2+(2t)^2+(2t^2+4t+3)^2}}\vec{i} + \frac{2t}{\sqrt{(2t^2+1)^2+(2t)^2+(2t^2+4t+3)^2}}\vec{j}$$

$$+ \frac{(2t^2+4t+3)}{\sqrt{(2t^2+1)^2+(2t)^2+(2t^2+4t+3)^2}}\vec{k}$$

أما طوليته:

$$= \sqrt{\frac{(2t^2+1)^2}{(2t^2+1)^2+(2t)^2+(2t^2+4t+3)^2} + \frac{(2t)^2}{(2t^2+1)^2+(2t)^2+(2t^2+4t+3)^2} + \frac{(2t^2+4t+3)^2}{(2t^2+1)^2+(2t)^2+(2t^2+4t+3)^2}}$$

$$\sqrt{\frac{(2t^2+1)^2+(2t)^2+(2t^2+4t+3)^2}{(2t^2+1)^2+(2t)^2+(2t^2+4t+3)^2}}$$

$$= (1)^{\frac{1}{2}} = 1$$

2) أوجد شعاعي السرعة والتسارع للشعاع $\vec{A}$، ثم أوجد قيمة السرعة والتسارع في اللحظة t=0 مع تحديد نوع حركة الجسم؟.

$$\overrightarrow{v_1} = \frac{d\vec{A}}{dt} = 4t\vec{i} + 2\vec{j} + (4t+4)\vec{k}$$

$$\overrightarrow{a_1} = \frac{d\overrightarrow{v_1}}{dt} = 4\vec{i} + 4\vec{k}$$

الحل: نعوض $t = 0$ في معادلتي السرعة والتسارع فنجد ان:

$$= 4(0)\vec{i} + 2\vec{j} + 4(0) + 4\vec{k}$$

$$\vec{v} = 2\vec{j} + 4\vec{k}$$

$$\vec{a} = 4\vec{i} + 4\vec{k}$$

إذاً فإن حركة الجسم متسارعة.

3) أوجد معادلة المسار للجسيم الأول:

$$x_1 = 2t^2 + 1\,, \qquad y_1 = 2t\,, \qquad z_1 = 2t^2 + 4t + 3$$

نقوم بعزل t من معادلة x_1, y_2 ثم نعوضها في z_1 لنحصل على معادلة خالية من الزمن،وهي معادلة حامل المسار.

$$z_1 = 2\left(\frac{x_1 - 1}{2}\right) + 4\left(\frac{y_1}{2}\right) + 3$$

$$z_1 = x_1 + 2y_1 + 2$$

4) هل الجسمان ينطلقان من نقطة واحدة؟

نعوض $t = 0$ في معادلتي الجسمين فنجد:

$$\overrightarrow{A_1} = (2(0)^2 + 1)\vec{\imath} + 2(0)\vec{\jmath} + (2(0)^2 + 4(0) + 3)\vec{k}$$

$$\overrightarrow{A_2} = (0)^2\vec{\imath} + (3(0) + 1)\vec{\jmath} + (4(0)^2 + 4(0)\vec{k}$$

فتكون احداثيات نقطة البداية للجسيم $\overrightarrow{A_1}$ هي $(1,0,3)$

واحداثيات نقطة بداية للجسيم $\overrightarrow{A_2}$ هي $(0,1,0)$ ومنه فالجسمان لا ينطلقان من نقطة واحدة .

5) هل يمكن أن يلتقيان بنقطة واحدة او أكثر، وما قيمة الزمن الموافق، وماهي احداثيات النقاط ان وجدت؟

$$x_1 = x_2 \rightarrow 2t^2 + 1 = t^2 \rightarrow t^2 = -1 \ (\text{مستحيلة})$$

$$y_1 = y_2 \rightarrow 2t = 3t + 1 \rightarrow t = -1$$

$$z_1 = z_2 \rightarrow 2t^2 + 4t + 3 = 4t^2 + 4t \rightarrow t = \mp\sqrt{\frac{3}{2}}$$

نلاحظ أن قيمة t مختلفة فالجسمان لا يتقيان.

6) هل يمكن ان يتعامد او يتوازى اتجاهي الحركة في لحظة ما؟

شرط التعامد: $\overrightarrow{v_1}.\overrightarrow{v_2} = 0$.

وشرط التوازي: $\overrightarrow{v_1} \wedge \overrightarrow{v_2} = \vec{0}$

7)

$$\overrightarrow{v_1} = 4t\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + (4t + 4)\vec{k}$$

$$\vec{v}_2 = \frac{d\overrightarrow{A_2}}{dt} = 2t\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} + (8t + 4)\vec{k}$$

$$\overrightarrow{v_1}.\overrightarrow{v_2} = 0$$

$$(4t)(2t) + (2)(3) + (4t+4)(8t+4) = 0$$
$$20t^2 + 24t + 11 = 0$$
$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$= (24)^2 - 4(20)(11)$$
$$= -304 < 0 \rightarrow \text{مستحيلة} \rightarrow \text{غير متعامدان}$$

$$\overrightarrow{v_1} \wedge \overrightarrow{v_2} = \vec{0}$$
$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4t & 2 & 4t+4 \\ 2t & 3 & 8t+4 \end{vmatrix} = 0$$
$$= [2 \times (8t+4) - 3 \times (4t+4)]\vec{i} - [4t \times (8t+4) - 2t \times (4t+4)]\vec{j} + [(4t \times 3) - (2t \times 2)]\vec{k}$$
$$= (4t-4)\vec{i} - (24t^2 + 8t)\vec{j} + (8t)\vec{k}$$
$$|\overrightarrow{v_1} \wedge \overrightarrow{v_2}| = \sqrt{(4t-4)^2 + (24t^2+8t)^2 + (8t)^2}$$
$$\sqrt{576t^4 + 384t^3 + 144t^2 - 32t + 16} = 0$$

غير متوازيان → مستحيلة

8) أوجد معادلة المسافة بين المتحركين:

$$\Delta\vec{A} = \overrightarrow{A_1} - \overrightarrow{A_2} = (2t^2+1)\vec{i} - (t+1)\vec{j} + (-2t^2+3)\vec{k}$$
$$|\Delta\vec{A}| = \sqrt{(2t^2+1)^2 - (t+1)^2 + (-2t^2+3)^2}$$

لنأخذ بعضا من المقادير الكهربائية:

طبيعة الشحنات الكهربائية

- الشحنة الكهربائية هي أحد المقادير الأساسيةالتي بني عليها الكون وتقاس في الجملة الدولية بواحدة (الكولون C).
- يوجد نوعان من الشحنات الكهربائية : سالبة وموجبة.
- من الظواهر والتجارب البسيطة : ظاهرة البرق و ظاهرة التكهرب بالدلك.
- الذرات كمصدر للشحنة الكهربائية : إن الذرات معتدلة كهربائيا بمعنى أن كمية الشحنة الموجبة في النواة مساوية تماما للشحنة السالبة التي تحملها الإلكترونات التي تدور حول النواة.
- الشحنات المتماثلة تتنافر والشحنات المختلفة تتجاذب.
- الشحنات الكهربائية مكممة : الشخنات توجد في الطبيعة على شكل عدد صحيح من شحنة أساسية :

$$q = Ne \qquad : e = 1.6 * 10^{-19} C$$

- انحفاظ الشحنات الكهربائية: لا يتم خلق الشحنات في أي تجربة (الدلك مثلا) وإنما تنتقل من مادة لأخرى فالشحنات التي تخسرها المادة الأولى تكتسبها المادة الثانية.
- تتركب الذرة من: نواة لها شحنة موجبة (بروتونات موجبة ونترونات معتدلة) وإلكترونات شحنتها سالبة تدور حول النواة.
- الشحنة الأساسية الموجبة في الذرة هي البروتون . $+e$
- الشحنة الأساسية السالبة في الذرة هي الإلكترون . $-e$

القوى الكهربائية(قانون كولون):

لدينا شحنتين q_1, q_2 تفصل بينهما مسافة r فتكون قوة تأثيرها حسب كولون:

$$F_e = K_e \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

حيث :

$$K_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.9875 * 10^9 \, N.\frac{m^2}{C^2}$$

شحنة كل من الإلكترون والبروتون والنترون:

$$Electron = -1.602191 * 10^{-19}$$

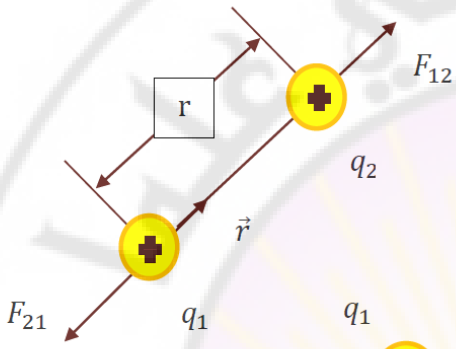
$$Proton = +1.602191 * 10^{-19}$$

$$Neutron = 0$$

الشكل الشعاعي لقوى كولون:

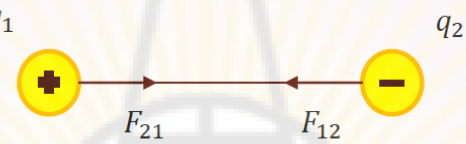
$$F_{12} = K_e \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F_{21} = -F_{12}$$



عندما تكون القوى متماثلة تتجه الأشعة نحو الخارج(قوى تنافر).

عندما تكون القوى مختلفة تتجه الأشعة نحو الداخل(قوى تجاذب).



تمرين7:

احسب القوة الكهربائية الساكنة (قوة التجاذب) بين الإلكترون والبروتون في ذرة الهيدروجين إذا كانت المسافة بينهما $r = 5.3 * 10^{-11} m$ **تقريبا وقارنهما مع قوة التجاذب الثقالية القائمة بينهم علما أن شحنة الإلكترون وكلة كل منهما تساوي :** $m_p = 1.67 * 10^{-27} Kg$, $m_e = 9.1 * 10^{-31} Kg$, $e = 1.6 * 10^{-19} C$

الحل:

بما أن شحنة الإلكترون سالبة وشحنة البروتون موجبة فالقوة بينهما جاذبة وتعطى بقانون كولون :

$$F_e = K_e \frac{|q_1 q_2|}{r^2} = 9 * 10^9 \frac{|1.6 * 10^{-19}|^2}{(5.3 * 10^{-11})^2} = 8.2 * 10^{-8} N$$

إن قوة التجاذب الثقالية تعطى بقانون نيوتن:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = G \frac{m_e m_p}{r^2} = 6.67 * 10^{-11} \frac{9.1 * 10^{-31} * 1.67 * 10^{-27}}{(5.3 * 10^{-11})^2} = 3.6 * 10^{-47} N$$

حيث: G **ثابت التجاذب الثقلي** $(G = 6.67 * 10^{-11} N.m^2/Kg^2)$

بالمقارنة بين القوة الكولونية وقوة التجاذب الثقالية نجد أن :

$$F_e \gg F$$

تمرين2:

ماهي قوة التدافع بين بروتونين في نواة ذرة الحديد إذا علمت أن المسافة الفاصلة بينهما تساوي تقريبا:

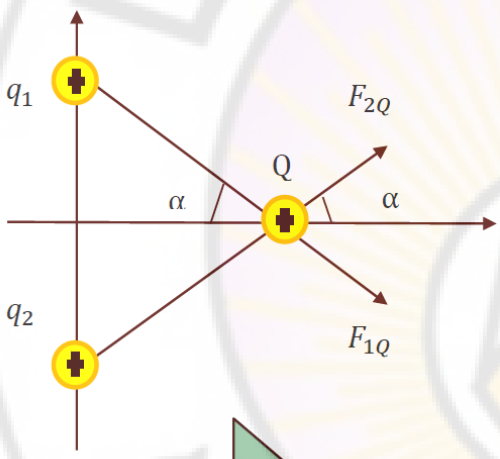
$$4 * 10^{-15} m$$

الحل:

$$F = K\frac{|q_1\, q_2\,|}{r^2} = 9 * 10^9\ \frac{|1.6 * 10^{-19}|^2}{(4 * 10^{-15})^2} = 14.4\ N$$

تمرين3:

وضعت شحنتان نقطيتان متساويتان على المحور oy حيث $q_1 = q_2 = 2\ \mu C$ الأولى عند النقطة $y_1 = 0.3\ m$ والثانية عند النقطة $y_2 = -0.3\ m$ ، ما هي محصلة القوى المؤثرة على الشحنة $Q = 4\mu C$ الموجودة عند $x = 0.4m$ وحدد جهتها.



الحل:

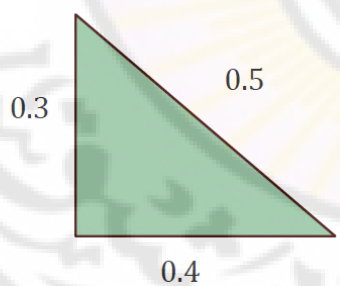
بسبب التناظر في توضع الشحنات في المستوي xoy فإن

$$F_{1Q} = F_{2Q} = 9 * 10^9\ \frac{4*10^{-6}*2*10^{-6}}{0.25} = 0.288N$$

بإسقاط F_{1Q}, F_{2Q} على المحورين الإحداثيين نلاحظ أن :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

لكن $F_y = F_{1y} + F_{2y} = 0$ (لأن F_{1y}, F_{2y} قوتين على حامل واحد وبجهتين متعاكستين).



$$\Rightarrow \quad F = F_x$$

$$F_x = 2F_{1Q}\cos\alpha = 2F_{2Q}\cos\alpha$$

$$F_x = 2 * 0.288 * \frac{0.4}{0.5} = 0.46\ N$$

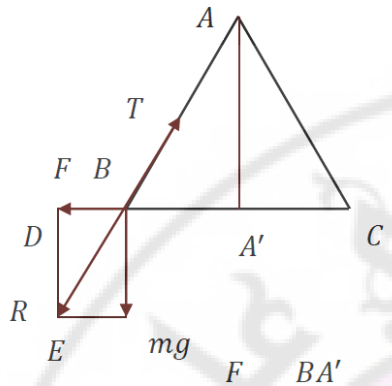
إذا محصلة القوى في الشحنة تساوي $F = F_x = 0.46\ N$ وجهتها نحو ox^+ .

تمرين4:

كرتان مشحونتان بالتساوي كتلة كل منهما $0.1g$ ومعلقتان من نفس النقطة بخيطين طول كل منهما $13cm$ وبفعل التدافع الكهربائي بينهما استقرت الكرتان بحيث كانت المسافة بينهما تساوي $10cm$ احسب الشحنة Q على كل كرة.

الحل:

لنفرض الكرتان عند النقطتين B , C تفصلهما مسافة $10cm$ ، إن الكرة الموجودة عند النقطة B في حالة اتزان تحت تأثير ثلاث قوى وكذلك الكرة الثانية:



_ قوة شد الخيط T

_ قوة الثقالة الناتجة عن وزن الكرة mg

_ القوة الكهربائية الناتجة عن تنافر الشحنتين F

حيث قوة الشد T تساوي وتعاكس R محصلة القوتين F , mg

من الشكل نلاحظ: $AA' = \sqrt{(0.3)^2 - (5)^2}$

ومن تشابه المثلثات ABA' , BDE

$$\frac{F}{mg} = \frac{BA'}{AA'} \Rightarrow \frac{F}{0.1 * 10^{-3} * 9.8} = \frac{5}{12} \Rightarrow F = 4.1 * 10^{-4} N$$

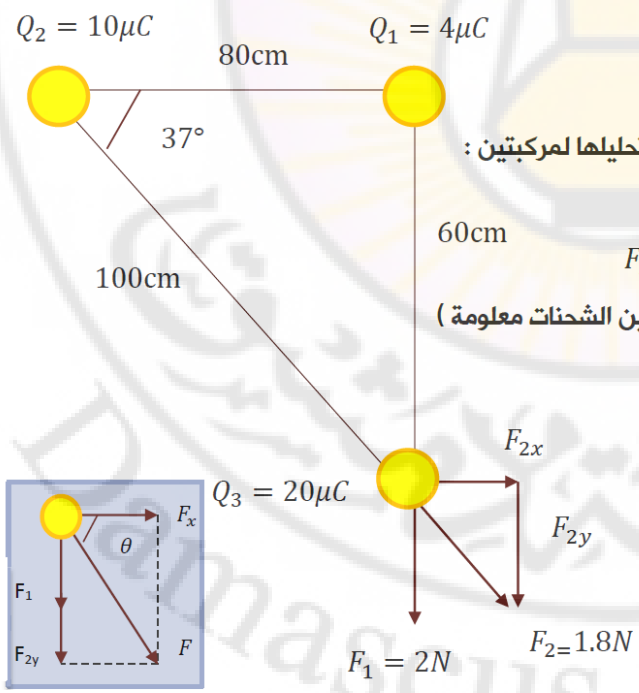
وهذه القوة حسب قانون كولون تساوي:

$$4.1 * 10^{-4} = K \frac{Q^2}{Bc^2} = 9 * 10^9 \frac{Q^2}{100 * 10^{-4}}$$

ومنها نجد الشحنة Q على كل كرة:

$$Q = 2.1 * 10^{-4} C = 0.021 \mu C$$

تمرين5:



أوجد القوة المؤثرة على الشحنة Q_3:

تؤثر الشحنة Q_1 على Q_3 بقوة $F_1 = 2N$

تؤثر الشحنة Q_2 على Q_3 بقوة $F_2 = 1.8N$ هذه القوة يمكن تحليلها لمركبتين :

$$F_{2x} = F_2 . \cos 37° = 1.4N$$

$$F_{2y} = F_2 . \sin 37° = 1.08N \approx 1.1N$$

(يمكن حساب F_2, F_1 حسب قانون كولون باعتبار المسافات بين الشحنات معلومة)

فتكون مركبتا القوة المؤثرة النهائية:

$$F_x = F_{2x} = 1.4N$$

$$F_y = F_1 + F_{2y} = 2 + 1.1 = 3.1N$$

$$\Rightarrow F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(1.4)^2 + (3.1)^2} = 3.4N$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{3.1}{1.4} = 66°$$

✓ **بعض الواحدات في الجملة السغثية:**

- **المسافة** x: **تقاس بواحدة** cm.
- **الكتلة** m: **تقاس بواحدة** g .
- **القوة** F: **تقاس بواحدة** $dyne$ **حيث:**

$$\left.\begin{aligned} 1\,N &= 1\,kg.m.s^{-2} \\ 1\,dyne &= 1\,g.cm.s^{-2} \end{aligned}\right\} \quad 1\,N = 10^5\,dyne$$

- **الطاقة** E: **تقاس بواحدة** erg **حيث:**

$$\left.\begin{aligned} 1\,J &= 1\,kg.m^2.s^{-2} \\ 1\,erg &= 1\,g.cm^2.s^{-2} \end{aligned}\right\} \quad 1\,J = 10^7\,erg$$

- **الشحنة**q: **تقاس بواحدة** csu **حيث:**

$$\left.\begin{aligned} 1\,coloun &= 1\,N^{\frac{1}{2}}.m = 1\,kg^{\frac{1}{2}}.m^{\frac{3}{2}}.s^{-1} \\ 1\,csu &= 1\,dyne^{\frac{1}{2}}.cm = 1\,g^{\frac{1}{2}}.cm^{\frac{3}{2}}.s^{-1} \end{aligned}\right\} \quad 1\,\text{couloun} = 3\times10^9\,csu$$

✓ **إيجاد واحدة السماحية العازلة للوسط:**

$$\varepsilon_m = \frac{1}{4\pi F}\frac{q_1 . q_2}{r^2}$$

$$[\varepsilon_m] = \frac{colom^2}{N.m.m} = \frac{colom.colom}{J.m}$$

ولدينا:

$$U = \frac{W}{q} \Longrightarrow Volt = \frac{J}{colom}$$

$$[\varepsilon_m] = \frac{colom}{Volt\ .m}$$

أيضاً:

$$C = \frac{q}{V} \Longrightarrow Farad = \frac{colom}{Volt}$$

$$[\varepsilon_m] = \frac{Farad}{m} = Farad.m^{-1}$$

✓ **حساب قيمة سماحية الخلاء.**

إن القوة المتبادلة بين شحنتين قيمة كل منهما $3\times10^9(esu)$ **وتبعدان عن بعضهما** $100\ cm$ **هي:**

$k = 1$ **في الجملة السغثية:**

$$F_e = (1)\frac{q_1 . q_2}{r^2}$$

$$F_e = (1)\frac{(3\times10^9)^2}{(100)^2} = 9\times10^{14}\ dyne = 9\times10^9 N$$

$$\varepsilon_0 = \frac{q_1 q_2}{2\pi\ F\ r^2}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1\times1}{4\pi\times9\times10^9\times1} = 8.85\times10^{-12}\ Farad.m^{-1}$$

تمرين (7):

أوجد معادلة الأبعاد لـ G في قانون التجاذب الكتلي:

$$F_g = G\ .\frac{m_1 . m_2}{r^2} \Longrightarrow G = F.\frac{r^2}{m_1 . m_2}$$

$$[G] = N.m^2\ .kg^{-2}$$

$$[G] = kg.m.s^{-2}.m^2.kg^{-2}$$

$$[G] = m^3.kg^{-1}.s^{-2} \Longrightarrow [G] = [L^3].[M^{-1}].[T^{-2}]$$

تمرين (2):

اوجد معادلة الأبعاد للشحنة بالوحدة الدولية في الخلاء.

$$F_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r^2}$$

$$q^2 = F_0 r^2 4\pi\varepsilon_0$$

$$[q^2] = [F_0][r^2][\varepsilon_0]$$

$$[q^2] = [kg.m.s^{-2}][m^2][farad.m^{-1}]$$

$$[q^2] = kg.m^2.farad.s^{-2}$$

$$[q^2] = [M][L^2][Farad][T^{-2}]$$

$$q = \left[M^{\frac{1}{2}}\right][L]\left[Farad^{\frac{1}{2}}\right][T^{-1}]$$

	Chang(c)	Mass(kg)
e	-1.6×10^{-19}	9.1×10^{-31}
p	1.6×10^{-19}	1.67×10^{-27}
N	0	1.67×10^{-27}

المسألة الأولى:

1) **احسب القوة التي يؤثر بها بروتون على الكترون في ذرة الهيدروجين إذا كانت شحنة كل منها:**

$q_1 = q_2 = 1.6\times10^{-19}\ C$ **أي أن** $q_1 = q_2 = |e|$ **والمسافة بينهما** $r = 5.3\times10^{-11} cm$

2) **قارن هذه القوة مع قوة التجاذب الثقالية بين الجسمين إذا علمت أن كتلة كل منهما وثابت الجاذبية:**

$$m_p = 1.67\times10^{-27} Kg\ ,\ m_e = 9.1\times10^{-31} Kg\ ,\ G = 6.67\times10^{-11}\ N.m^{-2}.kg^{-2}$$

الحل:

بما أن شحنة الإلكترون سالبة وشحنة البروتون موجبة فالقوة بينهما جاذبة وتعطى بقانون كولون :

$$F_e = K_e \frac{|q_e\, q_p|}{r^2} = K_e \frac{|e_e||e_p|}{r^2}$$

$$F_e = 9\times10^9 \frac{|1.6\times10^{-19}|^2}{(5.3\times10^{-11})^2} = 8.2\times10^{-8} N$$

إن قوة التجاذب الثقالية تعطى بقانون نيوتن:

$$F_g = G\frac{m_1\, m_2}{r^2} = G\frac{m_e\, m_p}{r^2}$$

$$(F_g = 6.67\times10^{-11} \frac{9.1\times10^{-31}\times1.67\times10^{-27}}{(5.3\times10^{-11})^2} = 3.6\times10^{-47} N$$

بالمقارنة بين القوة الكولونية وقوة التجاذب الثقالية نجد أن:

$$F_e \gg F_g$$

المسألة الثانية:

وضعت شحنتان نقطيتان $Q_2 = -3nc\ (4,0,0)cm\ ,\ \ Q_1 = 1nc\ (2,0,0)cm$

أوجد القوة المؤثرة على الشحنة الثالثة الموجودة في المبدأ $Q_3 = 5nc\ (0,0,0)cm$.

الحل:

$$F_{13} = K\frac{q_1 . q_3}{(r_1)^2} = 9\times10^9\times\frac{(1\times10^{-9})(5\times10^{-9})}{(2\times10^{-2})^2}$$

$$F_{1\,3} = 1.125\times10^{-4} N$$

$$F_{23} = K\frac{q_2 . q_3}{(r_1)^2} = 9\times10^9\times\frac{(-3\times10^{-9})(5\times10^{-9})}{(4\times10^{-2})^2}$$

$$F_{2\,3} = -8.43\times10^{-5} N$$

$$F_3 = F_{13} + F_{23} + 2F_{13}.F_{23}.cos\theta$$

$$= (11.25 - 8.43)\times10^{-5} + 2(11.25)(-8.43)(10^{-10})(1)$$

$$= 2.82\times10^{-5}\ N$$

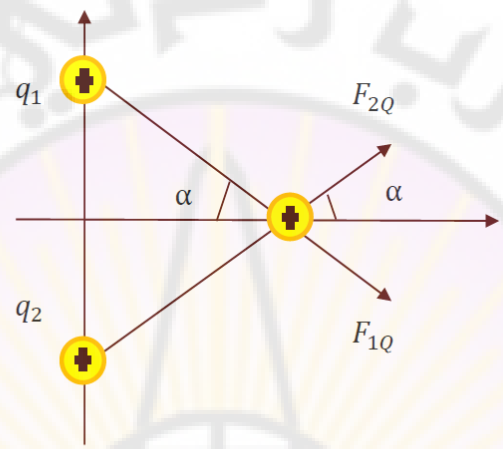
$$\overrightarrow{F_3} = 2.82\times10^{-5}\vec{\imath}\ (\mathrm{N})$$

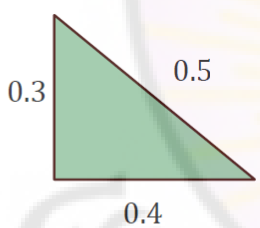
المسألة الثالثة:

وضعت شحنتان نقطيتان $Q_1 = 1\mu c\ (0,0.3,0)cm$ **و** $Q_2 = 1\mu c\ (0,-0.3,0)cm$

أوجد القوة المؤثرة على الشحنة الثالثة الموجودة $Q_3 = 4\mu c\ (0.4,0,0)cm$.

الحل:





$$r_1 = r_2 = \sqrt{(0.3)^2 + (0.4)^2} = 0.5cm$$

$$\overrightarrow{F_{13}} = K\frac{q_1 . q_3}{{r_1}^2} = 9\times10^9\times\frac{(1\times10^{-6})(4\times10^{-6})}{(0.5\times10^{-2})^2}$$

$$F_{13} = 1.44\times10^{-4}N$$

$$F_{23} = K\frac{q_2 . q_3}{{r_2}^2} = 9\times10^9\times\frac{(1\times10^{-6})(4\times10^{-6})}{(0.5\times10^{-2})^2}$$

$$F_{2\,3} = 1.44\times10^{-4}N$$

$$\tan^{-1}\theta = 37^o$$

لحساب المركبات:

$$F_{13} = F_{1x} + F_{1y}$$

$$F_{1x} = F_1 . cos\theta = 0.115\ N$$

$$F_{1y} = F_1 . sin\theta = 0.086\ N$$

$$F_{23} = F_{2x} + F_{2y}$$

$$F_{2x} = F_2 . cos\theta = 0.115\ N$$

$$F_{2y} = F_2 . sin\theta = -0.086\ N$$

$$\vec{F} = (F_{1\,x} + F_{2\,x})\vec{\imath} + (F_{1\,y} + F_{2\,y})\vec{\jmath}$$

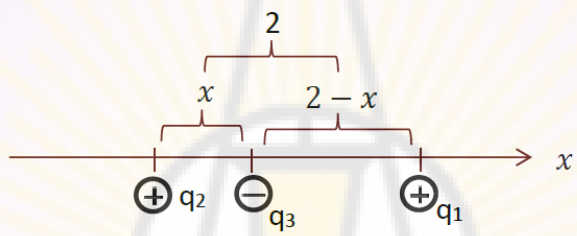
$$\vec{F} = 0.23\vec{\imath} + 0\vec{\jmath}$$

المسألة الرابعة:

ثلاث شحنات نقطية، إذا علمت أن $Q_2 = 15nc\ (-2,0,0)cm\ ,\ \ Q_1 = 6nc\ (0,0,0)cm$

ومحصلة القوى المؤثرة على الشحنة Q_3 **معدومة حدد موضع تلك الشحنة على محور الإحداثيات.**

الحل:



$$\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{F_{13}} + \overrightarrow{F_{23}} = \vec{0}$$

$$k\ \frac{|q_1||q_3|}{(2-x)^2}\vec{\imath} - k\ \frac{|q_2||q_3|}{(x)^2}\vec{\imath} = 0$$

$$k\ \frac{|q_1||q_3|}{(2-x)^2} = k\ \frac{|q_2||q_3|}{(x)^2}$$

$$q_1 . x^2 = q_2\ (2-x)^2$$

$$6x^2 = 15(4 - 4x + x^2)$$

$$6x^2 = 60 - 60x + 15x^2$$

$$9x^2 - 60x + 60 = 0$$

$$3x^2 - 20 + 20 = 0$$

نحل بطريقة المميز:

$$\sqrt{\Delta} = 4\sqrt{10}$$

$$x = \frac{+20 + 4\sqrt{10}}{6} = 5.44\ cm$$

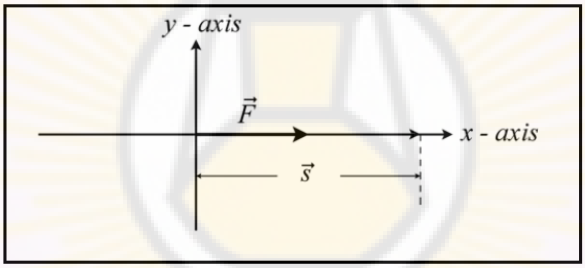
مسألة وظيفة:

ثلاث شحنات نقطية متوضعة على رؤوس مثلث متساوي الساقين $Q_1 = Q_3 = 5\ nc\ , Q_2 = -2\ nc$

أوجد قيمة القوة المؤثرة في الشحنة Q_3.

٢-٢ الشغل *Work*:

إذا أثرت قوة خارجية مقدارها $(\vec{F})$ على جسيم كتلته (m)، خلال انتقاله إزاحة مقدارها $(\vec{s})$ فإننا نقول: أن القوة قد أنجزت شغلاً، ولكننا نحتاج إلى تحديد طبيعة العلاقة الرياضية بين كل من $(\vec{F})$ و $(\vec{s})$ باعتبارهما كميتين اتجاهيتين، فعلى سبيل المثال عندما تكون الزاوية بين هاتين الكميتين مساوية للصفر، فهذا يعني أن خط عمل القوة ومتجه الإزاحة منطبقان على بعضهما البعض وهي الحالة الأكثر تداولاً في المراحل الدراسية الأولية، ولتبسيط المسألة افرض أنهما يقعان على المحور السيني الموجب، تأمل الشكل (١ -٢).



الشكل (١-٢) يوضح العلاقة بين متجه القوة ومتجه الإزاحة

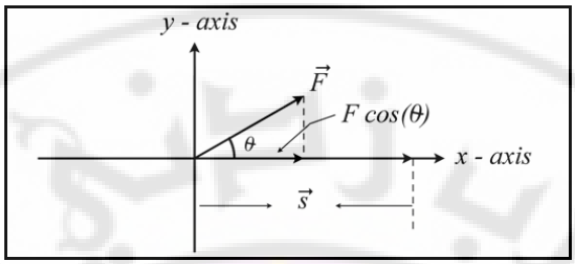
إن الشغل المنجز بواسطة القوة خلال الإزاحة (s) هو:

$$\vec{W} = \vec{F}.\vec{s}$$

$$\vec{W} = F\ s\ cos(\theta) \qquad (2\text{-}1)$$

$$\vec{W} = F\ s$$

وذلك لأن الزاوية بينهما تساوي صفراً، ومعلوم أن $cos\ (0)$ يساوي الواحد، ولكن الحالة العامة تتطلب منا توضيح العلاقة بين كلٍ من $(\vec{F})$ و $(\vec{s})$ ولتحقيق ذلك، تأمل الشكل (٢ -٢)



الشكل (٢-٢) يوضح العلاقة العامة بين المتجهين $(\vec{F})$ و $(\vec{s})$

من خلال ملاحظتنا للمقدار $F\cos(\theta)$ نجد أن المركبة الأفقية للقوة $(\vec{F}_x)$ هي المسؤولة عن إنجاز الشغل، وعليه فإن العلاقة الرياضية (2-1) تأخذ الشكل الآتي:

$$\boxed{\vec{W} = Fs\cos(\theta) = sF\cos(\theta)} \qquad (2\text{-}2)$$

ومن الضروري أن نفهم هنا بأن القوة $(\vec{F})$ ثابتة وليست متغيرة، على طول الإزاحة $(\vec{s})$. أن وحدة قياس الشغل في النظام الدولي (SI) هي الجول Joule، كما يقاس في النظام الجاوسي (CGS) بوحدة صغيرة هي الإرغ erge.

والجول Joule: هو مقدار الشغل الذي تنجزه قوة مقدارها (1N) على جسم، محدثة إزاحة مقدارها (1 m) باتجاهها، أي أنَّ:

$$1\,J = (1\,N)(1\,m)$$

أما عندما نتعامل مع الذرات أو مكوناتها فإننا نستخدم وحدة صغيرة جداً لقياس الشغل مقارنة بالجول، وهي الإلكترون فولت electron volt، ومن الممكن تعريف الإلكترون فولت على النحو الآتي: هو عبارة عن الطاقة المساوية للشغل المطلوب إنجازه لتحريك شحنة أولية كالإلكترون أو البروتون عندما يخضع لفرق جهد يساوي تماماً واحد فولت، ويعبّر عنه بالشكل الآتي:

$$\begin{aligned} 1eV &= (e)(1.0\,volt) \\ &= (1.6\times10^{-19}\,C)(1.0\,volt) \\ &= 1.6\times10^{-19}\,J \end{aligned}$$

ولبيان العلاقة العامة بين القوة والإزاحة في مقدار الشغل المنجز تأمل المثال الآتي:

مثال (١-٢) *Example*

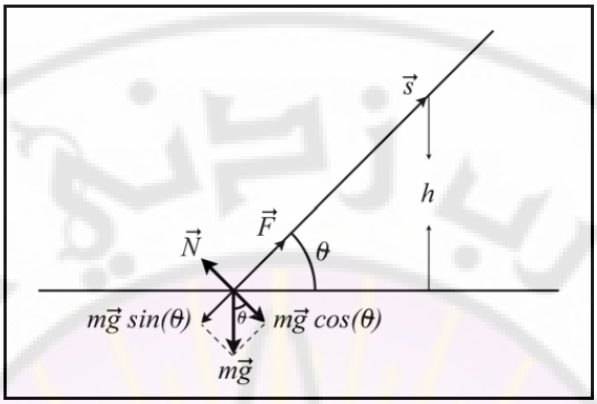
صندوق شحن تبلغ كتلته (15 kg) تم سحبه إلى الأعلى مسافة (5.7 m) على مستوٍ عديم الاحتكاك مائل بزاوية (θ) على الأفق، حيث يبلغ الارتفاع العمودي للمستوي المائل مسافة $(h = 2.5\ m)$، تأمل الشكل (٣ -٢)، أوجد حسابياً:

١ - مقدار القوة التي يجب أن تؤثر على صندوق الشحن.

٢ - مقدار الشغل الذى تم إنجازه بواسطة القوة $(\vec{F})$.

٣ - هل يتغير مقدار العمل المنجز إذا تغيرت الزاوية (θ)؟ وضِّح ذلك.

الحل *Solution*:



الشكل (٣-٢)، المثال ١-٢

١ - من الواضح أن القوة $(\vec{F})$ التي تعمل على سحب الصندوق إلى الأعلى، تقابل بالاتجاه المعاكس المركبة السينية للوزن $(m\vec{g})$ وهي عبارة عن $(m\vec{g}\sin\theta)$.

$$\begin{cases} \sin\theta = \dfrac{h}{s} = \dfrac{2.5}{5.7} = 0.438 \\ \theta = \sin^{-1}(0.438) \\ \quad = 26^\circ \end{cases}$$

$$F = mg\sin\theta = mg\left(\frac{h}{s}\right)$$

$$= (15\,kg)\left(9.8\,\frac{m}{s^2}\right)\left(\frac{2.5\,m}{5.7\,m}\right) = 65\,N$$

٢ - $$W = Fs\cos(\theta)$$

نلاحظ أن الزاوية (θ) هي الزاوية بين متجه الإزاحة $(\vec{s})$ ومتجه القوة $(\vec{F})$ وتساوي صفراً.

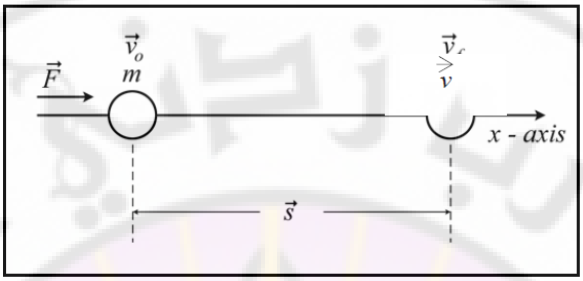
$$W_F = (65\,N)(5.7\,m)\cos(\theta) = 368\,J$$

٣ - عندما تتغير الزاوية (θ) فإنَّ هذا سيؤدي إلى تغيير الإزاحة وعليه فإن المقدار $\sin(\theta)$ سوف يتغير، أي أن القوة $(\vec{F})$ سوف تتغير بالمقدار الذي طرأ على $\sin(\theta)$ نفسه، وهكذا نجد أن الشغل أيضاً سوف يتغير.

٣-٢ الطاقة الحركية *Kinetic Energy*:

نحن نعلم أن وحدة قياس كلٍ من الشغل والطاقة الحركية هي الجول، وهذا ما يقودنا بالضرورة إلى التساؤل عن طبيعة العلاقة بين هذين المفهومين الهامين في الفيزياء عموماً وفي دراسة الحركة الميكانيكية على وجه الخصوص، بل نستطيع القول: أن العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية أو الطاقة

الكامنة هي علاقة مباشرة وأساسية ، بل أن التمييز والفهم السليم لكل منهما لا يكون إلا من خلال تمييزنا لمفهوم الشغل بصورة واضحة ، وسوف نبدأ أولاً ببيان علاقة الشغل بالطاقة الحركية ، تأمل الشكل (٢ -٢).



الشكل (٤-٢) ويبين العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية

عندما تؤثر القوة $(\vec{F})$ على الجسم ذي الكتلة (m) ، فإنها تؤدي إلى انتقاله إزاحة مقدارها $(\vec{s})$ تكون القوة قد أنجزت خلالها عملاً مقداره $(\vec{W})$ ، كما أن القوة أدت إلى تغيير سرعة الجسم من $(\vec{v}_o)$ وهي السرعة الابتدائية إلى $(\vec{v})$ وهي السرعة النهائية عند نهاية الإزاحة $(\vec{s})$ ، وبمعنىً آخر فإن هناك فرقاً في الطاقة الحركية قد حصل بين الموقعين الابتدائي والنهائي، وهذا الفرق هو عبارة عن الشغل المنجز خلال هذه الإزاحة.

إن عملية الربط بين مفهوم قانون نيوتن الثاني في الحركة $(\vec{F} = m\vec{a})$ ، ومفهوم الشغل $(\vec{W} = \vec{F}.\vec{d})$ -وذلك عندما يكون كل من متجهي القوة $(\vec{F})$ والإزاحة $(\vec{s})$ على خط التأثير نفسه وبذات الاتجاه- تبيِّن لنا مفهوم العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية ، إننا نعبِّر عن الشغل بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\vec{W} = (m\vec{a})\vec{s} \qquad (2\text{-}3)$$

حيث $(\vec{a})$ تسارع الجسم ذي الكتلة (m) ، أما تَغيُّر السرعة فنعبِّر عنه بواسطة قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت -كما مرَّ معنا في الوحدة الثالثة- على النحو الآتي:

$$v^2 = v_o^2 + 2as \qquad (2\text{-}4)$$

لنضرب الآن طرفي المعادلة $(2\text{-}4)$ بالمقدار الثابت (m) ، وهو عبارة عن كتلة الجسم المتحرك.

$$m(v^2 - v_o^2) = 2mas$$

وبقسمة طرفي المعادلة على العدد (٢) نجد أن:

$$(1/2)m(v^2 - v_o^2) = mas$$

أو بكتابتها مرة أخرى على النحو الآتي:

$$(1/2)mv^2 - (1/2)mv_o^2 = mas \qquad (2\text{-}5)$$

وهكذا نجد أن الطرف الأيسر للمعادلة $(2\text{-}5)$ يمثل كلاً من:

$K_f = (1/2)mv^2$: تمثل الطاقة الحركية النهائية *final kinetic energy*.

$K_o = (1/2)mv_o^2$: تمثل الطاقة الحركية الابتدائية *initial kinetic energy*.

أما الطرف الأيمن:

(mas): والذي يساوي *(Fs)* فهو عبارة عن الشغل المنجز، والآن نستطيع القول: إذا تمكنا من تحديد سرعة وكتلة الجسم فإن طاقته الحركية يتم التعبير عنها بشكل عام على النحو الآتي:

$$\boxed{K = (1/2)mv^2} \qquad (2\text{-}6)$$

وهي تشير بصراحة إلى أن الطاقة الحركية للجسم تعتمد على كتلته ومربع سرعته، أي أنها دائماً تكون مقداراً موجباً.

كما أن المعادلة التي تعبّر عن التغيُّر في الطاقة الحركية للجسم تصبح على النحو الآتي:

$$K_f - K_o = W \qquad (2\text{-}7)$$

أي أن الفرق في الطاقة الحركية للجسم، هو عبارة عن الشغل المنجز خلال الإزاحة $(\vec{s})$ التي ظهر فيها تأثير القوة $(\vec{F})$. وهذا هو مضمون نظرية الشغل – الطاقة الحركية *work-kinetic energy theorem*، كما يمكن التعبير عن الطاقة الحركية النهائية على النحو الآتي:

$$K_f = W - K_o \qquad (2\text{-}8)$$

ومن الممكن تعميم هذه الدراسة على الحالة التي يظهر فيها تأثير أكثر من قوة واحدة على الجسم، وذلك بإيجاد محصلة القوى المؤثرة فيه.

ولبيان علاقة الطاقة الحركية بالسرعة تأمل المثال الآتي:

مثال (٢-٢) *Example*

تبلغ الطاقة الحركية لإلكترون معدن النحاس عند درجة حرارة الصفر المطلق $(6.7\times10^{-19}\ J)$.

أوجد حسابياً سرعة الإلكترون، إذا علمت أن كتلته تساوي $(9.11\times10^{-31}\ kg)$.

الحل *Solution*:

$$K = (1/2)m v^2$$

$$v^2 = \frac{2K}{m}$$

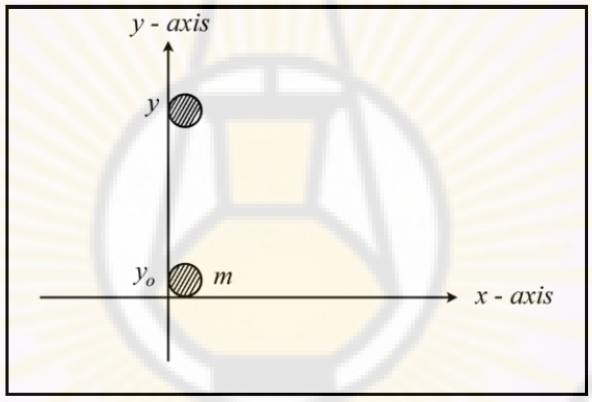
$$v = \left(\frac{2K}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\left(\frac{(2)(6.7\times10^{-19}J)}{(9.11\times10^{-31}kg)}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

$$v = 1.2\times10^{6}\ (m/s)$$

٤ – ٢ الطاقة الكامنة *Gravitational Potential Energy*:

كنا قد أشرنا إلى وجود علاقة مباشرة بين كل من الشغل من جهة والطاقة الحركية، والشغل والطاقة الكامنة من جهة أخرى، وذلك في النقرة (٣ – ٢) من هذه الوحدة، فما هي حقيقة العلاقة بين الشغل والطاقة الكامنة؟ للإجابة عن هذا التساؤل تأمل الشكل (٥ – ٢).



الشكل (٥-٢) يبين العلاقة بين الشغل والطاقة الكامنة أو طاقة الوضع

إن التغيُّر في طاقة الوضع للجسم ذي الكتلة *(m)* الموضَّح في الشكل (٥ – ٢) بين الموضعين *(y_o)* و *(y)* لهذه المجموعة البسيطة (الأرض والجسم) هو عبارة عن التغيُّر الحاصل في الشغل المنجز بين الموقعين *(y_o)* و *(y)* والذي تمثله الإزاحة العمودية *(Δy)*، أي أن:

$$\boxed{U_f - U_o = mg\,\Delta y} \qquad (2\text{-}9)$$

حيث إن الطرف الأيسر للمعادلة *(2-9)* يمثل كل من:

$U_f = m\,g\,y$: تمثل الطاقة الكامنة للجسم عند وضعه النهائي *final potential energy*.

$U_o = m\,g\,y_o$: تمثل الطاقة الكامنة للجسم عند وضعه الابتدائي *initial potential energy*.

أما الطرف الأيمن للمعادلة *(2-9)*:

$mg\,\Delta y$: فيمثل العمل المنجز خلال الإزاحة العمودية (Δy). حيث تمثل (Δy) صافي الارتفاع، أو الانخفاض عن مستوى سطح الأرض.

ويلاحظ من الشكل (٥ -٢) أن اختيار الاتجاه الصادي لمحور الأرض (y) هو للدلالة على أن القوى التي تؤثر على امتداد المحور الموازي لمحور الأرض هي التي تؤثر في طاقة الجسم الكامنة والتي تجعل تسميتها أحياناً بطاقة الوضع التثاقلية *gravitational potential energy* تسمية مقبولة جداً.

إذن خلاصة القول: أن العمل المبذول لرفع أو خفض الجسم إزاحة مقدارها (Δy) في الاتجاه العمودي يساوي تماماً طاقة الجسم الكامنة، وهذا ما يجيب عن تساؤلنا حول طبيعة العلاقة بين الشغل المنجز والطاقة الكامنة.

٥-٢ القدرة *Power*:

إنَّ هذا المفهوم الفيزيائي الهام، هو الآخر مرتبطٌ بمفهوم الشغل الذي يتم إنجازه خلال فترة زمنية معلومة، وتعرّف القدرة بأنها معدل الشغل المبذول خلال وحدة الزمن. فإذا كان الشغل الذي تنجزه القوة يساوي (W) مقاساً بالجول، وأن هذه القوة أنجزت شغلاً قدره (ΔW) خلال زمن مقداره (Δt) فإن متوسط قدرة القوة *force average power* على إنجاز الشغل يُعبّر عنه بالعلاقة الرياضية:

متوسط القدرة:

$$\boxed{P = \frac{\Delta W}{\Delta t}} \qquad (2\text{-}10)$$

أما القدرة اللحظية *instantaneous power*، فيعبَّر عنها بالعلاقة الرياضية:

$$P = lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

أي أن:

$$\boxed{P = \frac{dW}{dt}} \qquad (2\text{-}11)$$

وأما إذا كانت القوة ثابتة المقدار فإن القدرة اللحظية يعبّر عنها بالعلاقة الرياضية:

$$P = F\cos(\theta)\frac{dx}{dt} = Fv\cos(\theta) \qquad (2\text{-}12)$$

وتقاس القدرة في النظام الدولي *(SI)* بالواط *(Watt)* وهو عبارة عن قدرة آلة تنجز شغلاً مقداره واحد جول لكل ثانية واحدة.

$$1Watt = 1W = 1\frac{J}{s}$$

وغالباً ما نستخدم وحدة أخرى لقياس القدرة وهي الحصان البخاري *horse power* والذي يُعبّر عنه بالعلاقة الآتية:

$$1\ horse\ power = 1\ hp = 746\ W$$

ومن الأمثلة على ثبوت القوة المؤثرة بالمقدار، هي الحالات التي يتبع العمل المنجز فيها لجزيء أو ذرة من خلال تأثير القوة $(\vec{F})$ ومقدار السرعة $(\vec{v})$، وعليه فإن القدرة اللحظية هي الصيغة المناسبة للاستخدام في هذه الحالات.

ولبيان علاقة الشغل بكل من ا لقوة بالإزاحة وعلاقة الشغل بالقدرة المستهلكة، تأمل المثال الآتي:

مثال (٣-٢) *Example*

جسم مقدار كتلته $(102\ kg)$ يسير بسرعة ابتدائية مقدارها $(53\ m/s)$ على خط مستقيم، تم إيقافه بواسطة تعجيل تباطئي مقداره $(2\ m/s^2)$. أوجد حسابياً:

١ - القوة اللازمة لعملية الإيقاف.

٢ - الإزاحة التي قطعها الجسم خلال تأثير التعجيل التباطئي عليه.

٣ - الشغل الذي تم إنجازه بواسطة قوة الإيقاف.

٤ - القدرة المستهلكة، إذا كان الزمن الذي استغرقه الجسم حتى يتوقف $(t = 120\ s)$.

٥ - أعد الطلب الأول مستخدماً المقدار $(4\ m/s^2)$ كتعجيل تباطئي.

الحل *Solution*:

١ - باستخدام قانون نيوتن الثاني، فإن القوة المؤثرة:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$
$$= (102\ kg)(-2\ m/s^2) = -204\ N$$

٢ -

$$v_o^2 = 2as$$

$$s = \frac{v_o^2}{2a} = \frac{(53\ m/s)^2}{2 \times 2\ (m/s^2)} = 702.2\ m$$

٣ - الشغل المنجز هو:

$$W = Fd = (-204\ N)(702.2\ m)$$
$$= 14.33 \times 10^4\ J$$

٤ -

$$p = \frac{W}{t} = \frac{(14.33 \times 10^4\ J)}{(30\ s)}$$
$$= 1194.2\ W$$

٥ - القوة المؤثرة في هذه الحالة هي:

$$F = ma = (204\,m)(-4.0\,m/s^2)$$
$$= -816\,N$$

لاحظ أن مقدار القوة في كلا الحالتين هو مقدار سالب، (ناقش هذا الأمر).

٦-٢ حفظ الطاقة *Conservation of Energy*:

تَظهر الطاقة على أشكال كثيرة، وهي معروفة في جملتها، فمنها على سبيل المثال، الطاقة الميكانيكية *mechanical energy* وهي عبارة عن مجموع الطاقة الحركية *kinetic energy* والطاقة الكامنة أو طاقة الوضع التثاقلي *gravitational potengal energy*، والطاقة الحرارية *thermal energy*، والطاقة الكيميائية *chemical energy*، والطاقة الضوئية *optical energy*، والطاقة الذرية *atomic energy* إلى ما هنالك من أشكال الطاقة الأخرى، وبصرف النظر عن الشكل الذي تظهر عليه الطاقة، فإن مبدأ حفظ الطاقة يبقى صحيحاً ممكن التطبيق. إلا أنَّنا في دراستنا هذه سنقتصر فقط على الطاقة الميكانيكية.

إنَّ الطاقة مفهوم فيزيائي يعرّف بأنه القدرة على إنجاز شغل، مثلما أوضحنا في الفقرات (٢ -٢) و(٣ -٢) من هذه الوحدة تماماً، وطاقة جسم ما، هي قدرته أو إمكانيته على إنجاز هذا الشغل، والطاقة الحركية كما أشرنا *(K)* هي الطاقة التي يكتسبها الجسم بسبب حركته، فإذا ما افترضنا بأن جسماً كتلته *(m)* يتحرك بسرعة $(\vec{v})$ فإن طاقته الحركية هي:

$$K = (1/2)\,m\,v^2 \qquad (2\text{-}13)$$

وأما الطاقة الكامنة *(U)* فهي الطاقة التي يكتسبها الجسم بسبب وضعه وتحديداً ارتفاعه عن سطح الأرض، فإذا ما افترضنا أن جسماً كتلته *(m)* ويرتفع مسافة *(h)* عن سطح الأرض فإن طاقته الكامنة هي:

$$U = m\,g\,h \qquad (2\text{-}14)$$

حيث $(\vec{g})$ تسارع الجاذبية الأرضية *gravitational acceleration*.

أما إذا كان الجسم متصلاً بطرف نابض حلزوني *spring*، وأزيح بمقدار *(x)* عن موضع توازنه *equilibrium position*، فإن طاقته الكامنة تُعطى بالعلاقة الرياضية:

$$U = (1/2)\,k\,x^2 \qquad (2\text{-}15)$$

حيث *(k)* هو ثابت النابض الحلزوني، أما تعريفه، فيكون بالرجوع إلى قانون هوك *Hock's low* والذي يعبَّر عنه بالعلاقة الرياضية:

$$\vec{F} = -k\,x \qquad (2\text{-}16)$$

ومعنى الإشارة السالبة أن اتجاه تأثير القوة يكون بعكس الإزاحة *(x)*. وبمعاينة هذا القانون نجد $(k = -\vec{F} / x)$ أي أن ثابت النابض هو القوة اللازمة لإحداث زيادة في طوله بمقدار وحدة طول واحدة، ووحدة قياسه في النظام الدولي هي: $(N.m^{-1})$.

وسواء في الحالة العامة، أو في حالة النابض الحلزوني، فإن مبدأ حفظ الطاقة يتم التعبير عنه بالعلاقتين الرياضيتين الآتيتين:

$$E = (1/2)mv^2 + mgh \qquad (2\text{-}17)$$

$$E = (1/2)mv^2 + (1/2)kx^2 \qquad (2\text{-}18)$$

أي أن الطاقة الميكانيكية الكلية هي عبارة عن مجموع الطاقتين الحركية والكامنة، ومعنى ذلك رياضياً:

$$\boxed{E = K + U} \qquad (2\text{-}19)$$ (حفظ الطاقة الميكانيكية)

ومن الضروري إعادة صياغة المعادلة *(2-19)* بشكلها العام والتي يظهر فيها أن الطاقة الكلية لجسم معزول، لا يخضع لتأثير أي قوة خارجية تبقى ثابتة، وهو ما يشير بشكل قطعي إلى أن مجموع التغيرات لمختلف أشكال الطاقة يساوي صفراً، أي أن:

$$0 = \Delta K + \Delta U = \Delta E_{ther} + \text{(التغير في جميع أشكال الطاقة)} \qquad (2\text{-}20)$$

حيث:

$$\Delta K = K_f - K_o$$

$$\Delta U = U_f - U_o$$

أي أن الطاقة الحركية أو الكامنة النهائية ناقصاً الطاقة الحركية أو الكامنة الابتدائية يساوي صفراً، وهكذا بالنسبة لباقي أشكال الطاقة.

أما إذا كان الجسم خاضعاً لتأثير قوة أو مجموعة من القوى الخارجية فإن الجسم في هذه الحالة لا يكون معزولاً كما أن العلاقة *(2-20)* تأخذ شكلاً آخر وهو:

$$\Delta K + \Delta U + E_{ther} + \ldots = W \qquad (2\text{-}21)$$

وفي هذه الحالة لا تكون الطاقة محفوظة بل متغيرة، وحريّ بنا في هذا المقام أن نشير إلى بعض الحالات الخاصة فيما يتعلق بمبدأ حفظ الطاقة:

١ - في التفاعلات الكيميائية تعد كلاً من الطاقة والكتلة محفوظة.

٢ - في التفاعلات النووية الطاقة المتحررة تكون أكبر ملايين المرات من الطاقة المتحررة في التفاعلات الكيميائية، وفي هذه الحالة يرتبط كل من الطاقة والكتلة بما يعرف بمعادلة الطاقة المكافئة للكتلة *mass-energy* والتي تنسب لأينشتاين، أما صيغتها الرياضية فهي:

$$E = mc^2 \qquad (2\text{-}22)$$

حيث (E) هي طاقة الكتلة، (m) هي الكتلة، و(c) هي سرعة الضوء *speed of light*.

٣ - إن الطاقة في الذرة تكون مكممة *quantized*، أي أن لها قيم محددة، فعلى سبيل المثال لو تغيرت طاقة الذرة من المستوى (E_x) إلى المستوى (E_y) ذي طاقة أقل فإن الذرة في هذه الحالة يجب أن تحرر طاقة مقدارها:

$$E_x - E_y = hf \qquad (2\text{-}23)$$

حيث إن (h) هو ثابت بلانك *Planck's constant* ويساوي عددياً:

$$h = 6.63 \times 10^{-34}\ J.s$$
$$= 4.14 \times 10^{-15}\ eV.s$$

أما (f) فهو تردد الموجة التي ربما تكون ضوئية، ويقاس بوحدات التردد المعروفة.

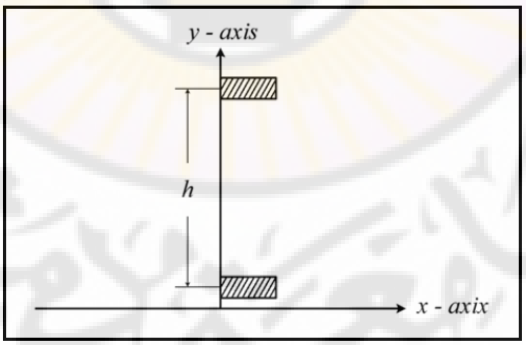
ولبيان كيفية استخدام معادلات حفظ الطاقة لدراسة الجسم الذي يتحرك بتسارع ثابت، تأمل المثال الآتي:

مثال (٤-٢) *Example*

سقط جسم كتلته (m) من ارتفاع (h) عن سطح الأرض، وأصبحت سرعته قبل أن يمس الأرض مباشرة (v)، انظر الشكل (٦ -٢).

١ - أوجد رياضياً كلاً من الطاقة الكامنة والطاقة الحركية للجسم قبل بدء السقوط.

٢ - أوجد رياضياً كلاً من الطاقة الكامنة والطاقة الحركية للجسم قبل ملامسته للأرض مباشرة.



الشكل (٦-٢)، المثال (٤-٢)

الحل *Solution*:

هذا مثال بسيط على طبيعة العلاقة بين كلٍ من الطاقة الحركية والطاقة الكامنة، وهو يمثل مرحلتين مختلفتين:

١ - المرحلة الأولى: وفيها نجد أن الجسم ساكن أي أن سرعته الابتدائية تساوي الصفر، وهذا يعني أن الطاقة الحركية أيضاً تساوي الصفر، وبتطبيق القانون العام لحفظ الطاقة نجد أن:

$$U + K = m\vec{g}h + 0$$

٢ - المرحلة الثانية: وفيها يكاد الجسم يلامس سطح الأرض، وهذا يعني أن ارتفاعه عن الأرض يساوي الصفر مما يؤدي إلى أن طاقته الكامنة تساوي الصفر، أي أن:

$$U + K = 0 + (1/2)mv_o^2$$

وكما هو معروف بأن مجموع الطاقتين (الكامنة والحركية)، قبل وبعد الحركة يجب أن يكونا متساويين وفقاً لمبدأ حفظ الطاقة.

$$0 + (1/2)mv_o^2 = mgh + 0$$

ومن هنا نجد أن السرعة (v_1) وهي سرعة الجسم الابتدائية:

$$v_o = \sqrt{2\vec{g}h}$$

أما إذا عدنا إلى قوانين الحركة بتسارع ثابت في الوحدة الثالثة من هذا الكتاب، فإن السرعة عند بدء حركة الجسم، يمكن حسابها أيضاً على النحو الآتي:

$$v^2 = v_o^2 + 2ax$$

حيث:

v : هي السرعة النهائية وهي تساوي الصفر في هذه المسألة.

v_o : هي السرعة الابتدائية، أما $(x = h)$ و$(\vec{a} = \vec{g})$ إذن:

$$0 = v_o^2 - 2\vec{g}h$$

$$v_o = \sqrt{2\vec{g}h}$$

وهي ذات النتيجة التي حصلنا عليها عند استخدامنا لمبدأ حفظ الطاقة، أي أن هذا المثال يوضح لنا كيف وصلنا إلى حل هذه المسألة بطريقتين، الأولى باستخدام مبدأ حفظ الطاقة، والثانية باستخدام قوانين حركة الجسم بتسارع ثابت.