

منشورات جامعة دمشق
كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية

أسس هندسة الاتصالات

الدكتور المهندس
ديب خليفة
مدرس في قسم
هندسة الالكترونيات والاتصالات

الدكتور المهندس
عصام عبود
أستاذ مساعد في قسم
هندسة الالكترونيات والاتصالات

مقدمة

تغطي محتويات هذا الكتاب مفردات مقرر أساس هندسة الاتصالات لطلاب السنة الثالثة في قسم هندسة الالكترونيات والاتصالات ولطلاب السنة الثالثة في قسم هندسة الحواسيب والأتمتة في كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية بجامعة دمشق وفق الخطة الدراسية الجديدة. ووضع بالحسبان أن يغطي الكتاب مفردات المقرر الذي يعهد لكل مقررات الاتصالات في السنتين الرابعة والخامسة في القسمين المذكورين.

يحتوي الكتاب على تسعه فصول وزوّد كل فصل بأمثلة مخلولة لتوضيح أهم المفاهيم النظرية.

يعطي الفصل الأول فكرة أساسية عن هندسة الاتصالات والمكونات الرئيسية لنظام الاتصال بشكل عام، ويعرض الفصل أيضاً لتصنيف الإشارات المستخدمة في هندسة الاتصالات بحيث يمكن التعامل مع هذه الإشارات ومعالجتها.

يشمل الفصل الثاني دراسة المرشحات وخطوط النقل، حيث أنها تشكل حلقة أساسية في أي نظام اتصال.

يتعرض الفصل الثالث لدراسة التحليل الطيفي للإشارات وخصائص نقلها عبر النظم الخطية، كما يتعرض الفصل إلى سلاسل فوريه وتحويل فوريه وأهم خصائصه، كما تمت دراسة نقل الإشارات بدون تشويه بقناة الاتصال. ويشمل الفصل أيضاً دراسة توابع الترابط والكتافة الطيفية للطاقة والاستطاعة.

يشمل الفصل الرابع مراجعة عن مادة الاحتمالات ويتعرض للعمليات والإشارات العشوائية والضجيج وكذلك خصائص نقل الإشارات في الحال الأساسي بوجود الضجيج.

يتضمن الفصل الخامس دراسة مفصلة لطرق التعديل التماثلي (AM, FM, PM) وطرق كشف هذه الإشارات وي تعرض أيضاً لدراسة نظام التجميع بتقسيم التردد FDM .

يتعرض الفصل السادس لدراسة نظرية الاعتيان أوأخذ العينات نظراً لأهميتها لدراسة التعديل النبضي والرقمي، ويشمل الفصل أيضاً طرق التعديل النبضي التماثلي (PAM, PDM, PPM) ونظام التجميع ب التقسيم الزمني TDM .

يشمل الفصل السابع دراسة التعديل النبضي الترمي PCM وتعديل دلتا DM ونظام $DPCM$.

يتعرض الفصل الثامن للطرق الأساسية للتعديل الرقمي للموجات الحاملة، وهي تشمل طرق الإبدال بإزاحة المطال ASK والإبدال بإزاحة التردد FSK والإبدال بإزاحة الطور PSK .

خصص الفصل التاسع والأخير لدراسة مختصرة عن نظم الاتصالات البصرية وتطبيقاتها حيث تم التعرض إلى الأنواع الأساسية للألياف البصرية وآلية انتشار الضوء خلاها. وتورد في نهاية الكتاب مجموعة من المسائل غير المحلوله عن فصول الكتاب وملحق عن تحويلات فورييه وأهم التوابع والتكميلات المحدودة الهامة ومنحني التابع الاحتمالي $Q(k)$ واستعراض بعض نظم الاتصالات العملية وقائمة بأهم المصطلحات العلمية الواردة في الكتاب.

نأمل أن تكون قد حققنا الغاية المرجوة وهي التغطية الوافية لمنهاج مفردات أساس هندسة الاتصالات بما يتبع اكتساب الطلاب للخلفية الأساسية التي تتطلبها دراسة المقررات المتقدمة للاتصالات.

المؤلفان

الفصل الأول

مدخل إلى هندسة الاتصالات

Introduction to Communication Engineering

مدخل إلى هندسة الاتصالات

Introduction to Communication Engineering

١-١ مقدمة

إن حياة المجتمع المعاصر لا يمكن أن تكون ذات معنى إذا لم يكن هناك تبادل للمعلومات والخبرات والتجارب، وتبسيط الاتصالات الكهربائية تحقيق تبادل المعلومات هذا باستخدام الإشارات الكهربائية والأمواج (الموجات) الكهرومغناطيسية.

تعد الاتصالات من العلوم التي خدمت الإنسان بشكل كبير جداً، فنتيجة لحاجة الإنسان الملحة إلى الاتصال مع غيره واحتصاراً للمسافات، الطويلة منها والقصيرة، وتوفيراً لعناء السفر من أجل تحقيق الاتصال، من أجل كل هذا كان على الإنسان أن يفكر ويعمل جاهداً كي يؤمن وسيلة للاتصال مع من يريد عن بعد أو عن قرب.

في القديم تم استخدام الإشارات النارية (الضوئية) والإشارات الصوتية المنقولة عبر الهواء (الطبول). ولقد أدت مثابرة الإنسان الجادة في هذا المجال إلى اختراع الهاتف عام ١٨٧٦، وبذلت الاتصالات الكهربائية بواسطة الهاتف باستخدام الخطوط السلكية، ثم تطورت الاتصالات السلكية إلى اتصالات لاسلكية وذلك بالاستفادة من خواص انتشار الأمواج في الفضاء الحر، واحتراع جهاز الراديو وأنظمة البث الراديوي. ومع مزيد من التطور استطاع الإنسان أن ينقل الصوت والصورة باختراعه لنظام التلفزة.

ولم يكتف الإنسان بذلك، فهو لا يزال يفكر ويحاول وضع أجهزة إرسال واستقبال على الكواكب المحاذرة للكرة الأرضية، ويعمل جاهداً لتطوير السواتل (التابع

الصناعية)، وبالتالي أصبح الاتصال بين أقصى الكرة الأرضية وأي نقطة منها لا يحتاج لأكثر من عدة ثوان.

بالإضافة لاستخدامات الاتصالات في مجالات الهاتف والإذاعة والتلفزة، اتسعت تطبيقاتها لتشمل مجالات هامة أخرى مثل الرادار ونظم القياس عن بعد وشبكات الحواسيب وشبكات الاتصالات الخلوية.

يمكن تعريف الاتصال بأنه عبارة عن إرسال معلومات مختلفة من موقع محدد في الفراغ والزمن يسمى المنسوب *Source*، إلى موقع آخر يسمى الوجهة أو المقصد *Destination*. وتعرف المعلومات، بشكل عام، بأنها الرسائل *Messages* أو المعطيات *Data* المعبرة عن حوادث أو ظواهر معينة. وتستخدم لإرسال أو تخزين ومعالجة بعض أنواع المعلومات طرق ترميز *Coding* تسمح بوصف هذه المعلومات بشكل ما. ففي الإرسال البرقي (التلغراف) مثلاً تكون المعلومات عبارة عن نص البرقية المشكل من مجموعة من الرموز (حروف أو أرقام)، بينما خلال التحدث بالهاتف تكون عبارة عن الضغط الصوتي المتغير بشكل مستمر مع الزمن. وعند إرسال الصور المتحركة في نظم التلفزة تكون المعلومات عبارة عن تغير شدة الإضاءة لعناصر الصورة تبعاً للإحداثيات المكانية والزمانية. وهناك أنواع عديدة من منابع المعلومات ومنها الإنسان والآلة. والرسائل *Messages* يمكن أن تكون تابعة للزمن، مثل الكلام خلال إرسال المكالمات الهاتفية ودرجة الحرارة أو الضغط الجوي عند إرسال المعطيات بأجهزة القياس عن بعد، أو غير تابعة للزمن كنص التلغراف، والصور الثابتة ... الخ. وبشكل عام يمكن القول إن هناك نوعين أساسيين للرسائل هما الرسائل المستمرة (التماثلية) والرسائل المتقطعة (ال الرقمية). وبغض النظر عن كون منابع الرسالة تماثلية أم رقمية، فهي تكون غالباً غير كهربائية ولذلك يتم تحويلها إلى إشارات كهربائية موافقة لها بواسطة مبدلات طاقة *Transducers* كالميكروفونات وحساسات التصوير التلفزيوني وغيرها.

تسمى الإشارة الكهربائية التي تحول إليها الرسالة *Message* إشارة الرسالة *Signal* أو الإشارة الحاملة للمعلومات *Information-Bearing Signal* أو إشارة منبع المعلومات، وقد تسمى للتبسيط إشارة المعلومات *Information Signal*. وتكون عادة ذات ترددات منخفضة ويمكن إرسالها في بعض الحالات عبر خط نقل (خط اتصال) دون إجراء أي تبديل عليها، كما هو الحال خلال الاتصال الهاتفي داخل المدن. وبالمقابل عند إرسال الإشارة إلى مسافات بعيدة (بواسطة الكابلات التحاسية أو الألياف البصرية أو الأمواج اللاسلكية) فإنه لابد من تحويل هذه الإشارات إلى إشارة أخرى ذات تردد عالٍ وذلك بواسطة إحدى طرق التعديل *Modulation*.

إذا كانت الرسائل أو المعطيات المرسلة مقررة أو حتمية (معروفة مسبقاً) فإن إرسالها لا يكون ذا معنى، حيث إن مثل تلك الرسائل أو المعطيات لا تشكل أي فائدة بالنسبة للمستقبل. ولذلك نتمنى عادة بإرسال الرسائل غير الحتمية التي ننظر إليها كتوابع أو مقادير عشوائية. وتوصف الإشارات الموافقة لهذه الرسائل أيضاً كمقادير أو توابع عشوائية.

إن الطابع العشوائي المميز للإشارات والرسائل والضجيج يعد السبب الرئيسي للدور الذي تؤديه نظرية الاحتمالات خلال تصميم نظم الاتصالات، حيث إن المواقف الاحتمالية للإشارات والرسائل وللوسط الذي تمر عبره الإشارات تحدد كمية المعلومات المرسلة والضياعات الناتجة.

يمكن أن يتم وصف أي إشارة باستخدام تابع للزمن (t)⁷. ولكن مثل هذا الوصف للإشارة ليس ضرورياً في أكثر الحالات، حيث يكتفى بالتعبير عن الخواص الأساسية للإشارة من خلال بعض العوامل المميزة لها مثل دور الإشارة T_s وعرض طيف الإشارة.

٢-١ عناصر نظام الاتصال

إن الهدف من نظام الاتصال هو إرسال إشارة المعلومات الناتجة عن منبع متوضع في مكان ما إلى المقصود أو الوجهة الموجودة في مكان آخر. وتكون المعلومات الناتجة عن المنبع غالباً عبارة عن مقادير فизيائية غير كهربائية. ولذلك تحتاج كما أشرنا سابقاً إلى مبدل طاقة في الدخول يحول المعلومات إلى إشارات كهربائية متغيرة مع الزمن وإلى مبدل طاقة آخر في الخرج يحول الإشارات إلى معلومات. ونطلق على مجموعة الأجهزة والحلقات المرتبطة وظيفياً، والتي يمكن بوساطتها إرسال المعلومات من المنبع إلى الوجهة (المقصود) اسم نظام الاتصال أو نظام إرسال المعلومات وهو يتالف من ثلاثة عناصر رئيسية: المرسل وقناة النقل والمستقبل.

يبين الشكل (١-١) المخطط الصندوقي لنظام الاتصال موضحاً عليه أهم عناصره. وكل من هذه العناصر يؤدي دوراً هاماً في إرسال الإشارات. ونوضح ذلك باختصار فيما يلي:

أ- المرسل Transmitter: تكمن وظيفته في معالجة إشارة الدخول لتوليد إشارة إرسال موافقة بخواصها لخواص قناة النقل (قناة الاتصال). ومن أهم العمليات التي يقوم بها المرسل عملية التعديل *Modulation* وذلك بتحميل إشارة الرسالة المراد إرسالها في حالات كثيرة على موجة جسم ذات تردد مرتفع يتوافق مع خواص قناة النقل أو الإرسال. ويمكن أن يقوم المرسل بعملية الترميز أيضاً.

ب- قناة الإرسال (النقل) Transmission Channel : وهي عبارة عن الوسط الفيزيائي الذي يربط ما بين المرسل والمستقبل. هذا الوسط يمكن أن يكون كابلاً محورياً كما هو الحال في الهاتف والتلغراف أو ليفاً بصرياً كما هو الحال في نظم الاتصالات البصرية أو الفراغ الحر حيث يتم بث الإشارة كموجة راديوية (كما هو الحال في الإرسال الإذاعي والتلفزيوني). وتعرض الإشارة المرسلة خلال انتشارها عبر القناة إلى

تحميد وتشويه بسبب عدم خطية القناة أو سوء الاستجابة التردية للقناة. ولذلك فإن استطاعة الإشارة المستقبلة سوف تتناقص كلما ازدادت المسافة.

جـ- المستقبل *Receiver*: وظيفته استخلاص الإشارة المطلوبة من القناة ومن ثم إعطاؤها إلى مبدل الخرج. وأهم العمليات التي يقوم بها المستقبل هي التضخيم (للتعويض عن ضياعات الإرسال) وكذلك الكشف الذي هو عملية معاكسة لعملية التعديل ويتم من خلالها الحصول على الإشارة الأصلية المرسلة. ويمكن أن يقوم المستقبل بعملية فك الترميز *Decoding* والترشيح أيضاً.

هناك بعض الظواهر غير المرغوب بها تؤثر على خصائص الإشارة المرسلة وبالتالي على دقة نظام الاتصالات مثل: التشويه *Distortion* والتداخل *Interference* والضجيج *Noise*، وهي تؤدي إلى تغيرات في شكل الإشارة. ويتم عادة تجمييع مثل هذه الظواهر المؤثرة على الإشارة المرسلة كما لو أن تأثيرها يقتصر على قناة الإرسال كما هو مبين في الشكل (١-١). ومثل هذا التجمييع يساعدنا على تحليل ودراسة نظام الاتصال بحيث يعد المرسل والمستقبل مثاليين. ويتم عادة تصميم المرسل والمستقبل بعناية بهدف إنقاص تأثير الضجيج والتشويه على نوعية الاستقبال.

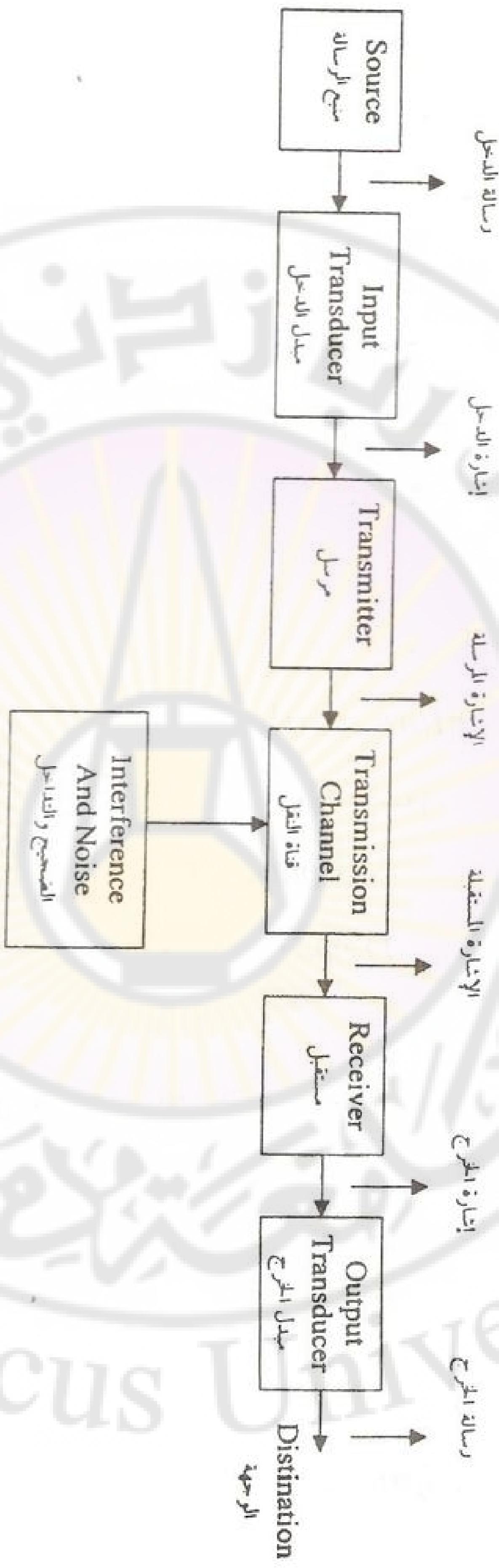
• التشويه *Distortion*: هو عبارة عن تغير شكل الإشارة الناتج عن عدم مثالية استجابة النظام للإشارة المطلوبة نفسها. وبخلاف تأثير التداخل والضجيج يزول التشويه بزوال الإشارة نفسها. وإذا كان للقناة استجابة خطية مشوهة، فإنه يمكن تصحيح أو إنقاص التشويه بشكل كبير باستخدام مرشحات خاصة تدعى المسوّيات *Equalizers*.

• التداخل *Interference*: ينتج عن إشارة خارجية تكون عادة من صنع الإنسان أو ناتجة عن أجهزة إرسال أخرى تدخل مع الإشارة المرسلة وتؤدي إلى تشويهها. ويظهر التداخل غالباً في النظم الراديوية عندما تأتي إلى هوائي

الاستقبال عدة إشارات بآن واحد وبترددات مماثلة أو متقاربة. ويمكن التخلص من التداخل بإلغاء الإشارة الدخيلة أو إلغاء مصادرها، أو بتخفيضها بحيث يصبح أثراً مهملأً على الإشارة الأصلية المرسلة، كما يمكن إلغاء أو إضعاف التداخل باستخدام دارات ترشيح مناسبة.

• **الضجيج Noise:** هو عبارة عن الإشارات الكهربائية العشوائية غير المتوقعة الناتجة عن ظواهر طبيعية سواء من داخل النظام أو من خارجه. والضجيج موجود دوماً في أي نظام اتصال ولذلك فهو يعد من المحددات الأساسية لأي نظام اتصال. ويمكن الإقلال من تأثير الضجيج عن طريق التصميم الصحيح للedarات المستخدمة في النظام.

تجدر الإشارة أخيراً إلى أن المخطط الصندوقي المبين في الشكل (١-١) يمثل الإرسال وحيد الاتجاه SX (*Simplex Transmission*). وبالطبع يحتاج الإرسال باتجاهين إلى وجود مرسل ومستقبل في كل جهة. ويسمح الإرسال المزدوج الكامل FDX (*Full Duplex Transmission*) بالإرسال والاستقبال بآن واحد في كلا الاتجاهين، أما الإرسال نصف المزدوج HDX (*Half Duplex Transmission*) فإنه يسمح بالإرسال في كلا الاتجاهين ولكن ليس بوقت واحد.



الشكل (١-١) عناصر نظام الاتصال.

١- ٣ التعديل *Modulation*

يعد التعديل من أهم العمليات التي تتم في قسم الإرسال لنظام الاتصال. وتعمل عملية التعديل بإشارتين هما إشارة الرسالة والموجة الحاملة، حيث إنه كما أشرنا سابقاً لا يمكن إرسال إشارة الرسالة لاسلكياً مباشرة عبر قناة النقل. ولذلك يتم تحويل هذه الإشارات في حالات كثيرة على أمواج راديوية نسميها الموجات الحاملة *Carrier*، ويفترض أن تكون ذات خواص ترددية موافقة لقناة النقل. وتسمى عملية التحويل هذه التعديل، وتم بتغيير أحد بارامترات الموجة الحاملة (مطال، تردد، طور) وفق تغير القيمة اللحظية لإشارة المعلومات.

يصنف التعديل إلى أربعة أنواع أساسية وفق نوع وشكل الموجة الحاملة:

أ- تعديل الموجة المستمرة *Continuous Wave Modulation*

وتكون فيه الموجة الحاملة عبارة عن موجة جيبية راديوية ويشمل:

- التعديل المطالي: *Amplitude Modulation (AM)*
- التعديل الترددःي: *Frequency Modulation (FM)*
- التعديل الطوري: *Phase Modulation (PM)*

ب- التعديل النبضي التماهيلي *Analog pulse Modulation*

وتكون فيه الموجة الحاملة عبارة عن قطار من النبضات ويشمل:

- تعديل مطال النبضة: *Pulse Amplitude Modulation (PAM)*
- تعديل عرض النبضة: *Pulse Duration Modulation (PDM)*
- تعديل موضع النبضة: *Pulse Position Modulation (PPM)*

ج- التعديل النبضي الرقمي *Digital pulse Modulation*

ويشمل أساساً الطرق التالية:

- التعديل النبضي الترميزي: *Pulse Code Modulation (PCM)*
- تعديل دلتا: *Delta Modulation (DM)*
- التعديل النبضي الترميزي التفاضلي: *Differential Pulse Code Modulation (DPCM)*

د- التعديل الرقمي للموجات الحاملة: *Digital Carrier modulation*

تكون فيه إشارة الرسالة عبارة عن إشارة رقمية (واحدات وأصفار) تقوم بتعديل موجة حاملة راديوية مستمرة وتسمى هذه العملية الإقفال أو الإبدال *Keying* وتشمل الإبدال بإزاحة المطال *ASK* والإبدال بإزاحة التردد *FSK* والإبدال بإزاحة الطور *PSK*.

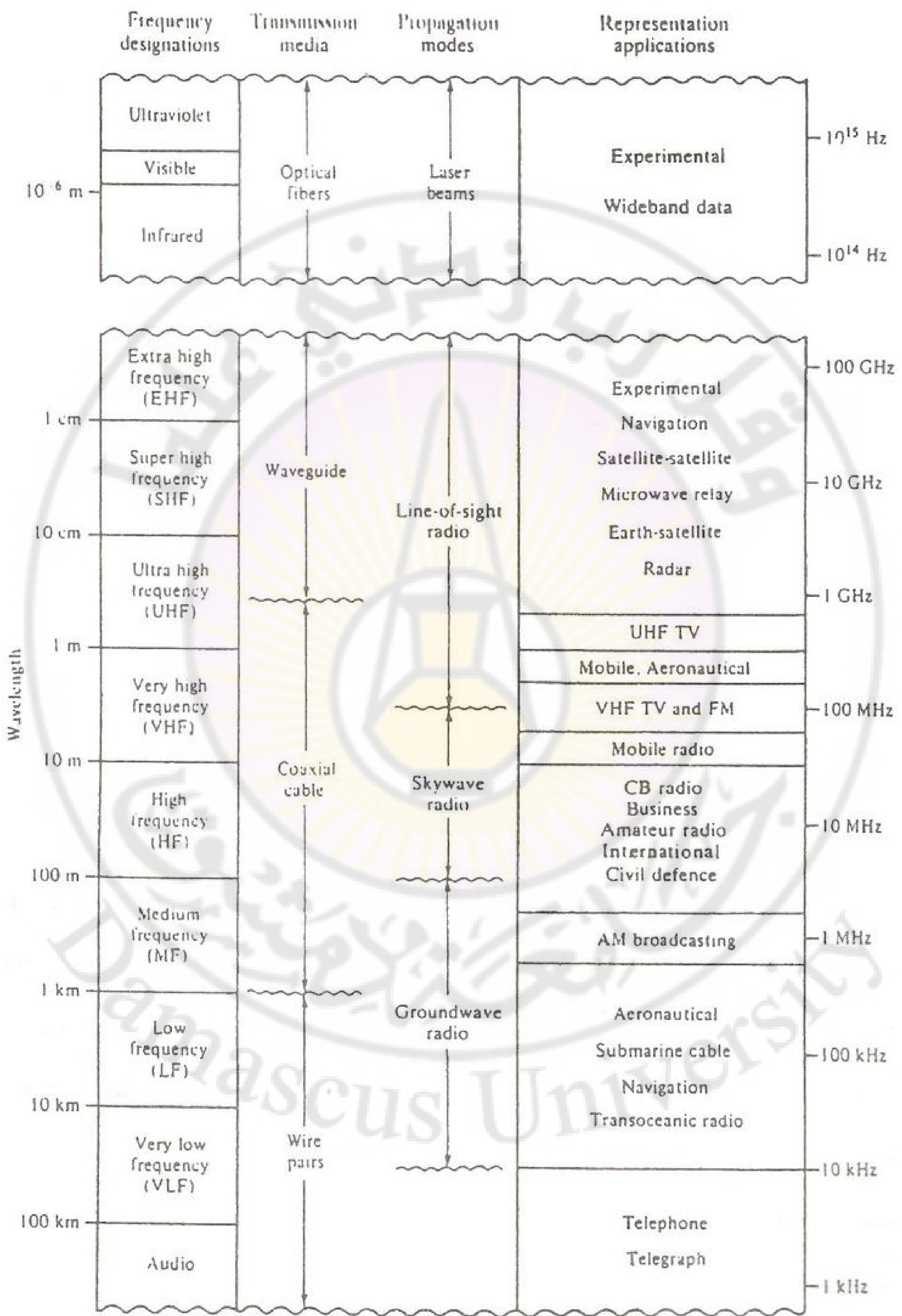
١-٤ الأمواج الكهرومغناطيسية *Electromagnetic Waves*

تعتمد الاتصالات على خواص انتشار الأمواج الكهرومغناطيسية في وسط النقل (قناة الاتصال)، الذي يمكن أن يكون خط نقل أو ليفاً بصرياً أو دليلاً موجة أو الفراغ الحر. وتكون سرعة الانتشار في الفراغ الحر هي نفسها سرعة انتشار الضوء التي تساوي $3 \times 10^8 \text{ m/sec}$. وتتألف الموجة الكهرومغناطيسية من حقولين كهربائي ومغناطيسي متocomadins وعموديين على مستوى الانتشار.

إن الخواص الأساسية للموجات الكهرومغناطيسية التي تسمى أيضاً الموجات الراديوية هي التردد والشدة واتجاه الانتشار ومستوى الاستقطاب. وتتغير شدة الموجة المترددة عن تيار متناوب مع تردد التيار. وأهم عامل يميز الموجة الراديوية هو طول الموجة λ ، حيث:

$$\lambda = cT = \frac{c}{f}$$

يمثل T الدور و ω التردد ($f=1/T$) و c سرعة الانتشار (وقيمتها في الفراغ $c=3\times10^8$ m/sec). ومن المهم ملاحظة التناوب العكسي بين طول الموجة والتردد. تتوقف القيمة الأصغرية لشدة الحقل التي تعطي استقبالاً جيداً على عوامل عديدة منها التردد، طريقة التعديل، درجة التداخل الموجودة.... الخ. وتتحامد الموجة كلما ابتعدنا عن النقطة الأصلية التي انتشرت منها. وهذا يعود إلى توزع الطاقة التي تحملها في الفراغ المحيط وإلى الامتصاص من قبل الأرض والطبقات المتأينة في الطبقات العليا من الجو المسماة بالأيونوسفير. وتعرض الموجة الراديوية خلال انتشارها إلى انعكاسات وانكسارات في وسط الانتشار مما يؤدي إلى تغيرات معقدة لشدة حقل الموجة تبعاً لترددتها وتبعاً للمسافة. ومن المعروف أن اختيار أطوال الموجات الحاملة المستخدمة لإرسال الإشارات الصوتية مهم جداً لتأمين اتصال صوتي جيد وموثوق. ويرتبط اختيار مجال ما من ترددات الموجات الحاملة بالنسبة لكل نظام اتصال بعوامل مختلفة منها خواص انتشار الموجات في المجال التردددي المحدد وطبيعة الضجيج في هذا المجال وعرض الطيف وأبعاد الهوائي اللازم لتحقيق إشعاعات موجهة. ويؤثر اختيار تردد الموجات الراديوية بشكل ملموس على مبادئ تصميم نظم الاتصالات. ولذلك يتم تصنيف الحالات الترددية للموجات الراديوية المستخدمة في تظم الاتصالات تبعاً لخواص إشعاعها وانتشارها، وذلك كما هو مبين في الجدول (١-١).



الجدول (١-١) المجالات التردية للموجات الكهرومغناطيسية.

١-٥ التحديات الأساسية لنظم الاتصالات

يواجه المصمم، عند تصميم أي نظام اتصال نوعين رئيسين من التحديات أو التقييدات. ويتعلق النوع الأول بالمشاكل التقنية التي تتعلق بإمكانية تحقيق واحتياز العناصر المختلفة المكونة للنظام بما يتناسب مع استخدام أفضل العناصر جودة، وأقلها كلفة وأكثرها تطوراً. أما النوع الثاني فيتعلق بالتحديات الفيزيائية الأساسية المفروضة على النظام نفسه والتي تعتمد بدورها على التحديات الأساسية لنقل المعلومات في نظام اتصال كهربائي. ويمكن حصر هذه التحديات الأساسية غالباً بعاملين هما عرض المجال التردد *Bandwidth* والضجيج *Noise*.

يعد مفهوم عرض المجال التردد لكل من الإشارات والنظم على حد سواء بمثابة مقياس لسرعة تغير الإشارة مع الزمن، حيث إنه عندما تتغير الإشارة بشكل سريع مع الزمن فإن طيفها يمكنه على مجال عريض من الترددات ونقول إن الإشارة ذات عرض مجال كبير. وبطريقة مماثلة فإن مقدرة النظام على ملاحقة تغيرات الإشارة يعبر عنها منحني الاستجابة الترددية أو عرض مجال الإرسال. لكن جميع النظم الكهربائية تحتوي عناصر خازنة للطاقة، والطاقة المخزنة لا يمكن أن تتغير بشكل لحظي. ولذلك يكون لكل نظام اتصال عرض مجال محدد مما يحد من معدل تغير الإشارة وسرعة نقل المعلومات.

وهكذا تتطلب عملية نقل كمية كبيرة من المعلومات خلال زمن صغير إشارة ذات عرض مجال كبير لتمثيل المعلومات، كما تتطلب نظاماً ذا عرض مجال كبير ليلائم الإشارة. وهذا السبب يعد عرض المجال تحدياً أو تقييداً أساسياً في أي نظام اتصال. والضجيج هو التقييد (التحديد) الثاني لكمية المعلومات المرسلة وهو موجود دوماً في أي نظام اتصال ولا يمكن تجنبه. ونعبر عن الضجيج، من أجل نظام ذي عرض مجال

معين بقياس نسبة الإشارة إلى الضجيج (Signal to Noise Ratio) SNR). ويقصد بهذه النسبة نسبة الاستطاعة المتوسطة للإشارة إلى الاستطاعة المتوسطة للضجيج. وتعد النسبة المذكورة المعيار أو المقياس الذي يحدد جودة أداء النظام لنقل إشارة منبع المعلومات، حيث إنه كلما كانت هذه النسبة أكبر كانت جودة النظام أفضل. ولكن باعتبار أنه في أحيان كثيرة لا يمكن أن تكون الإشارة كبيرة نسبياً بالنسبة للضجيج فإنه يوجد نسبة دنيا لهذا المعيار يجب مراعاتها.

أخيراً، إذا كان هناك نظام اتصال، له عرض مجال ونسبة إشارة إلى ضجيج معروفة، فإن هناك حدأً أعلى للمعدل الذي يمكن أن ينقل به هذا النظام المعلومات وهذا ما يسمى سعة قناة الاتصال، وهي إحدى المفاهيم الأساسية في نظرية المعلومات. وباعتبار أن سعة قناة الاتصال تتحدد وفق عرض المجال الترددـي ونسبة الإشارة إلى الضجيج يمكن القول إن تصميم أي نظام اتصال هو عبارة عن عملية إيجاد حل وسط بين زمن النقل والاستطاعة المرسلة وعرض المجال ونسبة الإشارة إلى الضجيج.

٦-١ تصنـيف الإـشارـات

إن المقادير الفيزيائية الحقيقية (الضغط، درجة الحرارة،...) يتم تحويلها إلى إشارات كهربائية موافقة على شكل توابع زمنية. ويعـد التابع الزمني نموذجاً رياضياً للإشارة، ويمكن التعبير عنه بيانياً أو بواسطة جداول أو بعبارة (علاقة) تحليلية رياضية. ويقصد عادة بكلمة إشارة Signal تابع زمني مطابق للإشارة الكهربائية. ومن وجـهة نظر المعلومات يمكن تصنـيف الإـشارـات إلى:

أ- الإـشارـات الـحـتمـية (المـقرـرة): *Deterministic Signals*

وهي الإـشارـات التي تكون قيمتها اللحظـية في أي فـترة زـمنـية مـحدـدة تماماً، أي يمكن التنبـؤ بها باحـتمـال يـساـوي الوـاحـد. وكـأـمـثلـة عـلـى هـذـه الإـشارـات يمكن أن تكون

تابعات النبضات أو قطارات النبضات التي تكون فيها قيمة كل من المطال والموضع والشكل معرفة بالنسبة للزمن.

ب- الإشارات العشوائية: *Random Signals*

هي التي تكون قيمتها اللحظية خلال أي فترة زمنية غير معرفة تماماً، ويمكن التنبؤ بهذه الإشارات باحتمال أقل من الواحد. وكمثال على هذه الإشارات يمكن أن يكون الجهد الكهربائي الموافق للإشارة الصوتية وقطار النبضات الراديوية على دخول جهاز الاستقبال الراداري عندما يتغير مطال وطور هذه النبضات نتيجة لظروف الانتشار. وفي الواقع فإن أي إشارة تحمل معلومات هي إشارة عشوائية، بينما الإشارة الختامية لا تحمل أي معلومات ولذلك فهي تستخدم فقط لفحص واختبار النظم وتهيئتها للعمل.

ج- الإشارات الدورية واللادورية: *Periodic and Non Periodic Signals*

نقول إن أي إشارة $v(t)$ هي إشارة دورية ودور تكرارها هو T_0 إذا تحققت العلاقة:

$$v(t) = v(t \pm mT_0)$$
 حيث m عدد صحيح.

تنتمي إلى الإشارات الدورية الموجات الجيبية والتتابع الأساسية العقدية وكثير من الإشارات التي نتعامل معها في نظم الاتصالات.

بالمقابل فإن أي إشارة لا تتحقق العلاقة المذكورة تسمى الإشارة اللادورية.

د- الإشارات التماضية والإشارات الرقمية: *Analog and Digital Signals*

الإشارة التماضية *Analog Signal* التي تسمى أحياناً الإشارة المستمرة هي عبارة عن تابع يتغير على نحو مستمر مع الزمن. وتظهر هذه الإشارات عندما يتم تبديل الرسالة كالصوت أو الضوء مثلاً إلى إشارة كهربائية بواسطة مبدل الدخل (مبدل الرسالة إلى إشارة)، كالميكروفون الذي يبدل تغيرات الضغط الصوتي إلى تيار أو جهد موافق. وبالمقابل فإن الإشارة غير المستمرة أو المتقطعة زمنياً *Discrete* تكون معرفة فقط خلال فترات زمنية معينة تبتعد بعضها عن بعض بفترات ثابتة ويمكن وصفها كتابع

من العينات التي يمكن لطلاها أن تأخذ قيمًا مختلفة (على نحو مستمر). وعندما تتم تكمية كل عينة (هذا يعني أنه يمكن للمطال أن يأخذ فقط مجموعة متمدة من القيم المتقطعة) ومن ثم يتم ترميزها فإن الإشارة الناتجة تسمى إشارة رقمية *Digital*، وهي تكون غالباً على شكل تتابعات من الوحدات والأصفار في نظام العد الثنائي.

الفصل الثاني

المرشحات وخطوط النقل

Filters and Transmission Lines

جامعة دمشق
Damascus University

المرشحات وخطوط النقل

Filters and Transmission Lines

١-٢ مقدمة

تعد المرشحات وخطوط النقل من الدارات التي لها أهمية كبيرة في نظم الاتصالات، حيث تقوم المرشحات بتمرير مجال محدود من الترددات المطلوبة دون تخفيف ملحوظ وتخفف باقي الترددات بشكل كبير، بينما تقوم خطوط النقل بنقل الطاقة الكهربائية من مكان لآخر (مثلاً من المرسل إلى المستقبل أو بين أي نقطتين في النظام) في مدى ترددٍ واسع. وهناك أنواع مختلفة لخطوط النقل ولكن أبسطها وأكثرها استخداماً وانتشاراً هو خط النقل المكون من سلكين متوازيين.

في هذا الفصل سوف نستعرض أهم أنواع المرشحات وخطوط النقل المستخدمة في الاتصالات. وتعتمد دراسة كل من دارة المارشحات، وخطوط النقل نظرية رباعية. الأقطاب التي يفترض أن الطالب قد ألم بها في خلال دراسته لنقر الدارات الكهربائية.

٢-٢ تعريف المريشح وأنواعه

يعرف المريشح أنه عبارة عن رباعي أقطاب خطي يسمح بمرور ترددات معينة بدون تخفيف أو بتخفيف صغير جداً وينع مرور الترددات الأخرى وذلك بتخفيفها بشكل كبير.

نسمى المجال الذي يكون فيه التخميد معهوماً أو مهماً مجال التمرير للمترشح، بينما نسمى المجال الذي يكون فيه للتخميد قيمة كبيرة نسبياً مجال التخميد أو مجال المنع للمترشح. ويكون لكل مترشح مجال تمرير و المجال تخميد (منع). ولكي يكون التخميد معهوماً ضمن مجال التمرير يجب أن يكون المترشح مكوناً من عناصر مفاعلة أو ردية Reactive بحثة (ملفات، مكثفات). ويؤدي وجود أي مقاومة في دارة المترشح إلى امتصاص للاستطاعة (تخميد) عند جميع الترددات بما فيها ترددات مجال التمرير.

تصنف المترشحات، عموماً، في نوعين أساسين هما: المترشحات التماضية *Analog* والمترشحات الرقمية *Digital*. وتصنف المترشحات التماضية بدورها إلى مترشحات غير فعالة *Passive* وفعالة *Active*. وت تكون أغلب المترشحات غير الفعالة من عناصر مفاعلة فقط (I..I.) وهي لا تحتوي أي عنصر فعال، بينما تحتوي المترشحات الفعالة عنصراً فعالاً أو أكثر كالترانزistor أو مكثف العمليات. وتعد المترشحات الرقمية الوسائل الأساسية للمعالجة الرقمية للإشارة.

سواء كان المترشح فعالاً أو غير فعال فإنه يجب أن يكون له أحد الأنواع التالية وفق مجال الترددات التي يمررها أو مجال الترددات التي يمنع مرورها:

١ - مترشح تمرير منخفض: *LPF* (*Low Pass Filter*)

يقوم هذا المترشح بتمرير الترددات التي هي أقل من تردد محدد يسمى تردد القطع f_c (Cutoff Frequency) ويعني مرور باقي الترددات التي هي أكبر من تردد القطع.

٢ - مترشح تمرير مرتفع: *HPF* (*High Pass Filter*)

و عمله معاكس لعمل *LPF*، أي أنه يقوم بتمرير جميع الترددات التي هي أعلى من تردد محدد يسمى تردد القطع ويعني مرور باقي الترددات التي هي أقل من تردد القطع.

٣- مرشح تحرير مجال: (Band Pass Filter) BPF

ويقوم هذا المرشح بتمرير جميع الترددات الواقعة بين تردددين محددين هما تردد القطع السفلي f_{c1} وتردد القطع العلوي f_{c2} .

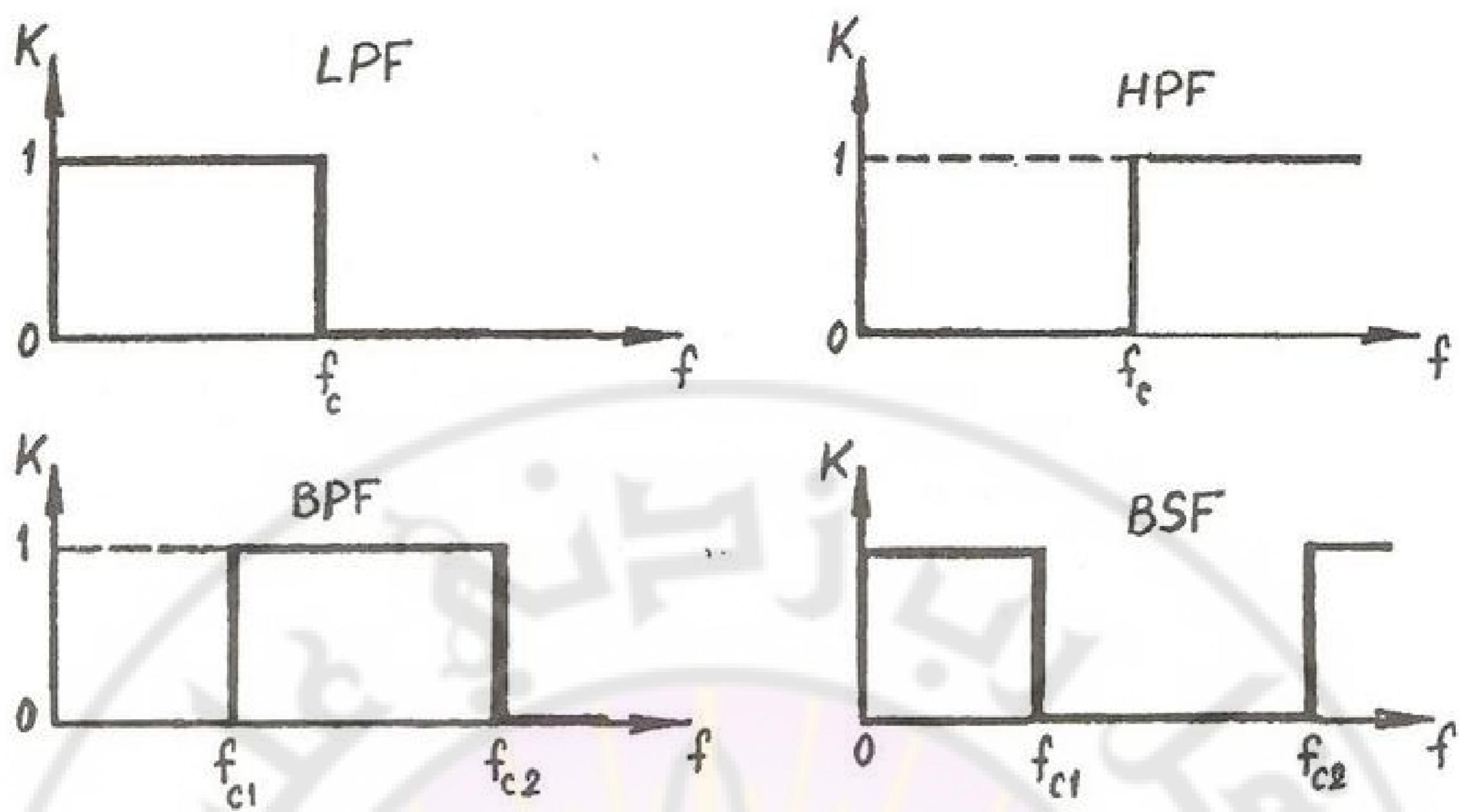
٤- مرشح مانع مجال: (Band Stop Filter) BSF

و عمله عكس عمل مرشح BPF حيث يمنع مرور جميع الترددات الواقعة بين تردددين محددين هما تردد القطع السفلي f_{c1} وتردد القطع العلوي f_{c2} ويمر باقي الترددات.

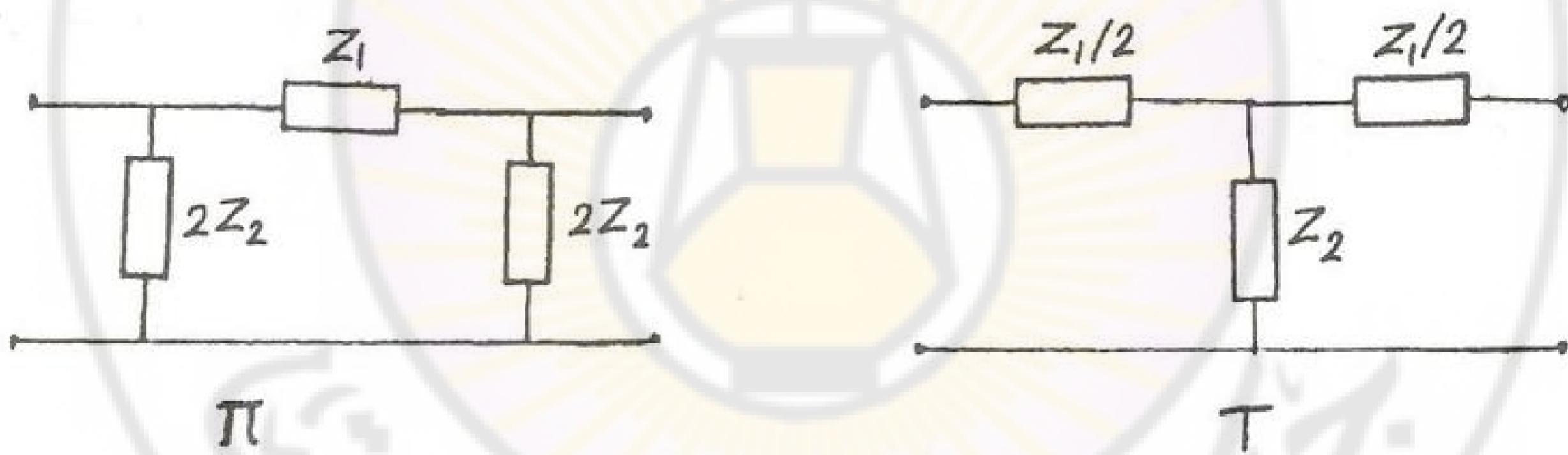
يبين الشكل (١-٢) منحنيات الاستجابة التردديّة للمرشحات المثالية من الأنواع المذكورة. ونلاحظ من الشكل أن مجال التمرير لمرشح LPF يمتد من $f=0$ حتى $f=f_c$ الذي يفصل بين مجال التمرير و مجال التخميد، بينما يمتد مجال التمرير لمرشح HPF من $f=f_c$ حتى $f=\infty$. ويكون مجال التخميد من $f=0$ حتى $f=f_c$. كما نلاحظ من الشكل أيضاً أن مرشح BPF له مجال تمرير واحد يمتد من f_{c1} حتى f_{c2} وله مجالاً تخميد $(f_c \rightarrow 0)$ و $(\infty \rightarrow f_{c2})$. أما مرشح مانع المجال فيكون له مجالاً تمرير $(f_{c1} \rightarrow 0)$ و $(f_{c2} \rightarrow \infty)$ وب مجال تخميد واحد يقع بين f_{c1} حتى f_{c2} .

٣- المرشحات غير الفعالة المكونة من عناصر مفاعلية

نستعرض فيما يلي المرشحات غير الفعالة Passive Filters المكونة من عناصر مفاعلية Reactive. ومن أكثر دارات هذه المرشحات استخداماً دارات المرشحات من النوع T و π ، وهي التي تتشكل من تكرار مقاطع Sections من الشكلين T و π كما موضح في الشكل (٢-٢).



الشكل (١-٢) الاستجابة التردية للمرشحات المثالية.



الشكل (٢-٢) المقطع T والمقطع π للمرشح غير الفعال.

إن جميع المرشحات التي ندرسها في هذا البند هي مرشحات متناظرة، أي تمثل برباعيات أقطاب متناظرة يكون لها $A=D$ ، حيث A و D من ثوابت مصفوفة النقل لرباعيات الأقطاب في العلاقة:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

حيث V_1 و V_2 جهدا الدخل والخرج و I_1 و I_2 تيارا الدخل والخرج.

٤-٤ المروشحات ذات الثابت k

نسمى المروشحات نوع T أو π التي تكون فيها Z_1 من طبيعة مخالفة لـ Z_2 (مثلاً Z_1 ملف و Z_2 مكثف أو بالعكس) وتحقق العلاقة:

$$Z_1 Z_2 = k^2 \quad (2-21)$$

بالمروشحات ذات الثابت k , حيث k ثابت مستقل عن التردد وله واحدة الأوم وهو يساوي المقاومة التي يحمل بها المروشح.

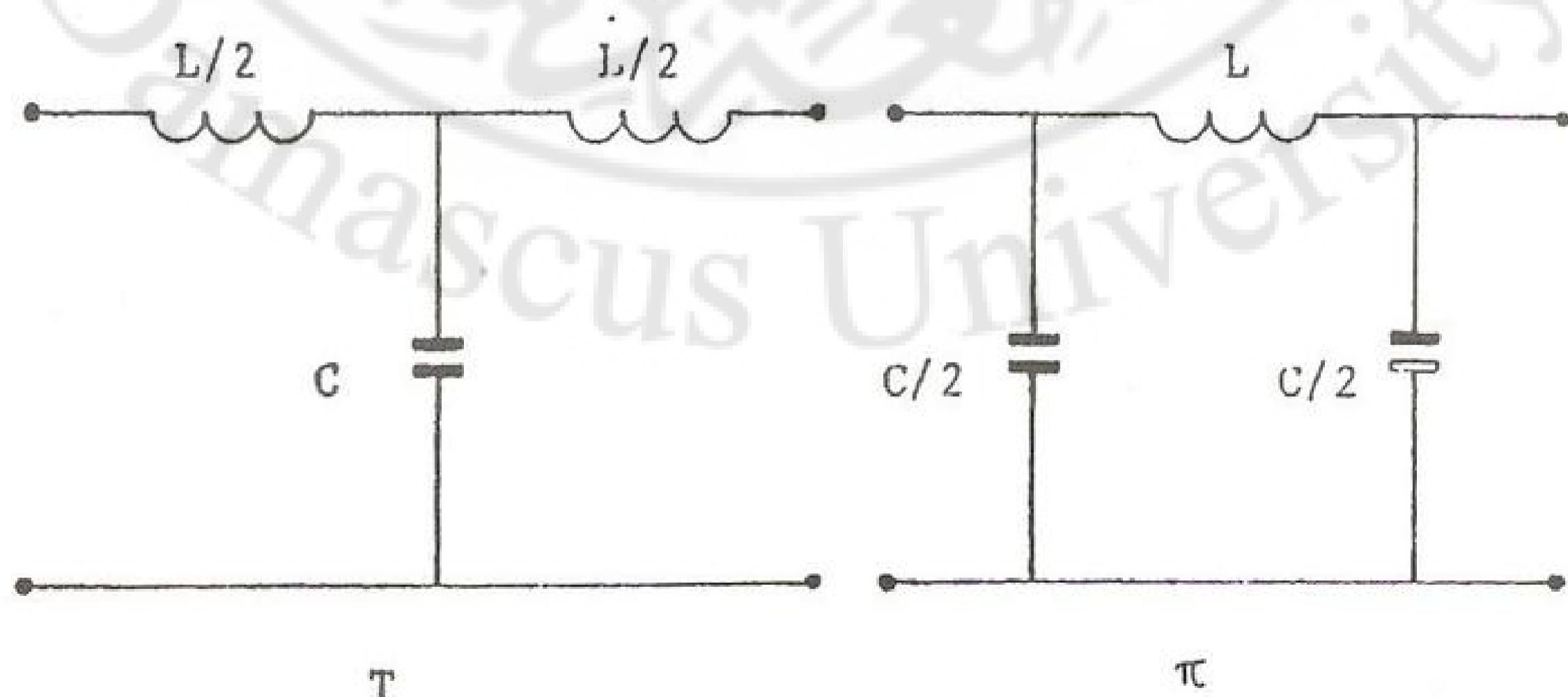
إذا كانت Z_1 عبارة عن ملف تحرير يضيئه L و Z_2 مكثف سعته C فإن:

$$Z_1 Z_2 = j\omega L \frac{1}{j\omega C} = \frac{L}{C} = k^2$$

٤-٤-١ مروشح التمرير المنخفض LPF

يبين الشكل (٤-٤) مقطعين على شكل T و π لمروشح تمرير منخفض LPF ويكون فيما:

$$Z_1 = j\omega L, \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C}, \quad k^2 = \frac{L}{C}$$



الشكل (٤-٤) المقطعين T و π لمروشح تمرير منخفض ذي الثابت k .

نستنتج مجال التمرير بتعويض قيميتي Z_1 و Z_2 في (2-13)، فنجد أن:

$$0 \leq \omega \leq \frac{2}{\sqrt{LC}} \quad (2-22)$$

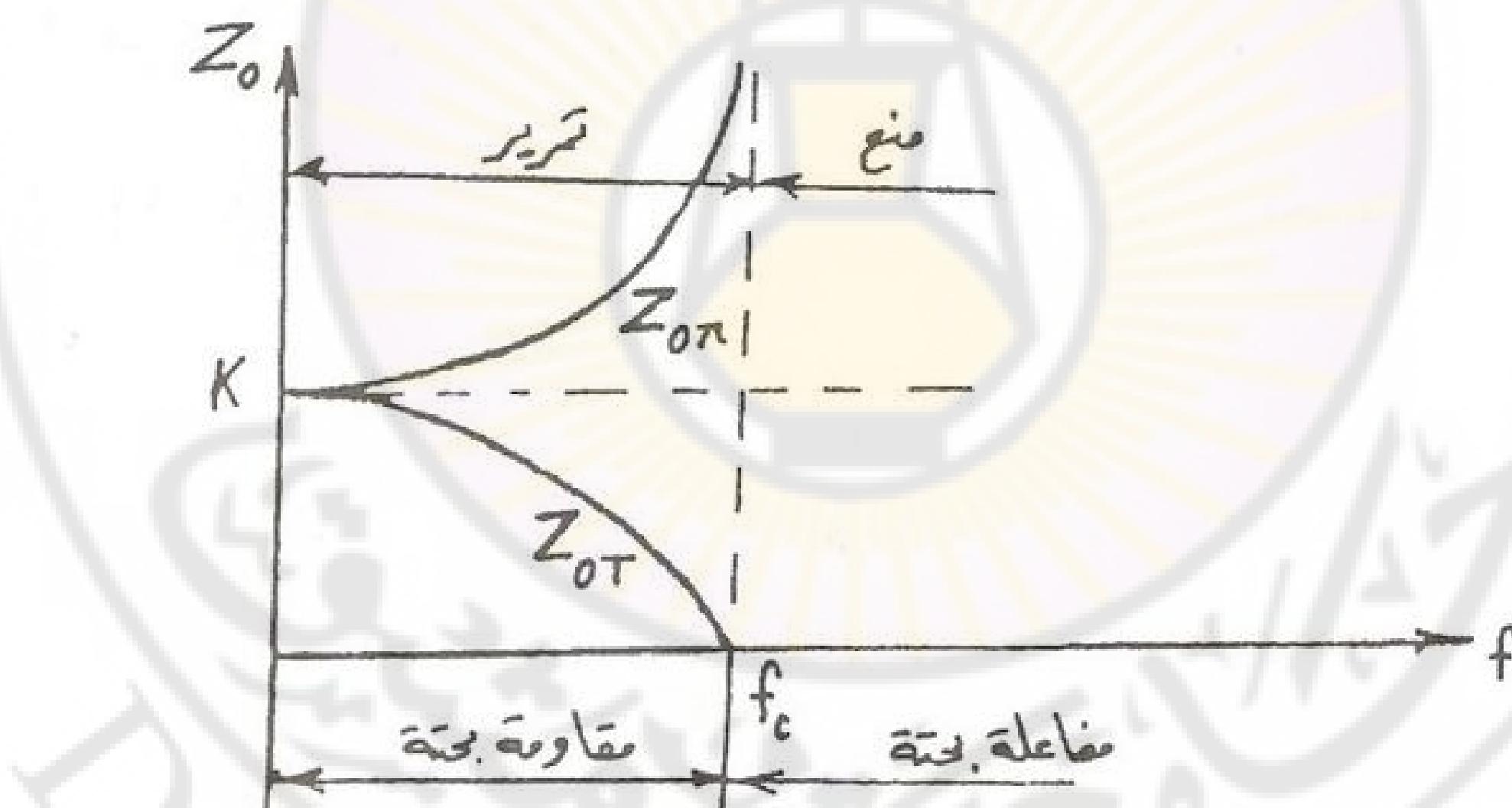
نسمى الحد العلوي لـ ω في (2-22) بتردد القطع ويرمز له بـ ω_c ونكتب:

$$\omega_c = \frac{2}{\sqrt{LC}} \quad f_c = \frac{1}{\pi \sqrt{LC}} \quad (2-23)$$

بتطبيق (2-19) و (2-20) نجد بالنتيجة:

$$\omega_{OT} = K \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \quad \omega_{O\pi} = \frac{k}{\sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}} \quad (2-24)$$

يبين الشكل (٢-٥) تغير كل من Z_{OT} و $Z_{O\pi}$ تبعاً للتردد.

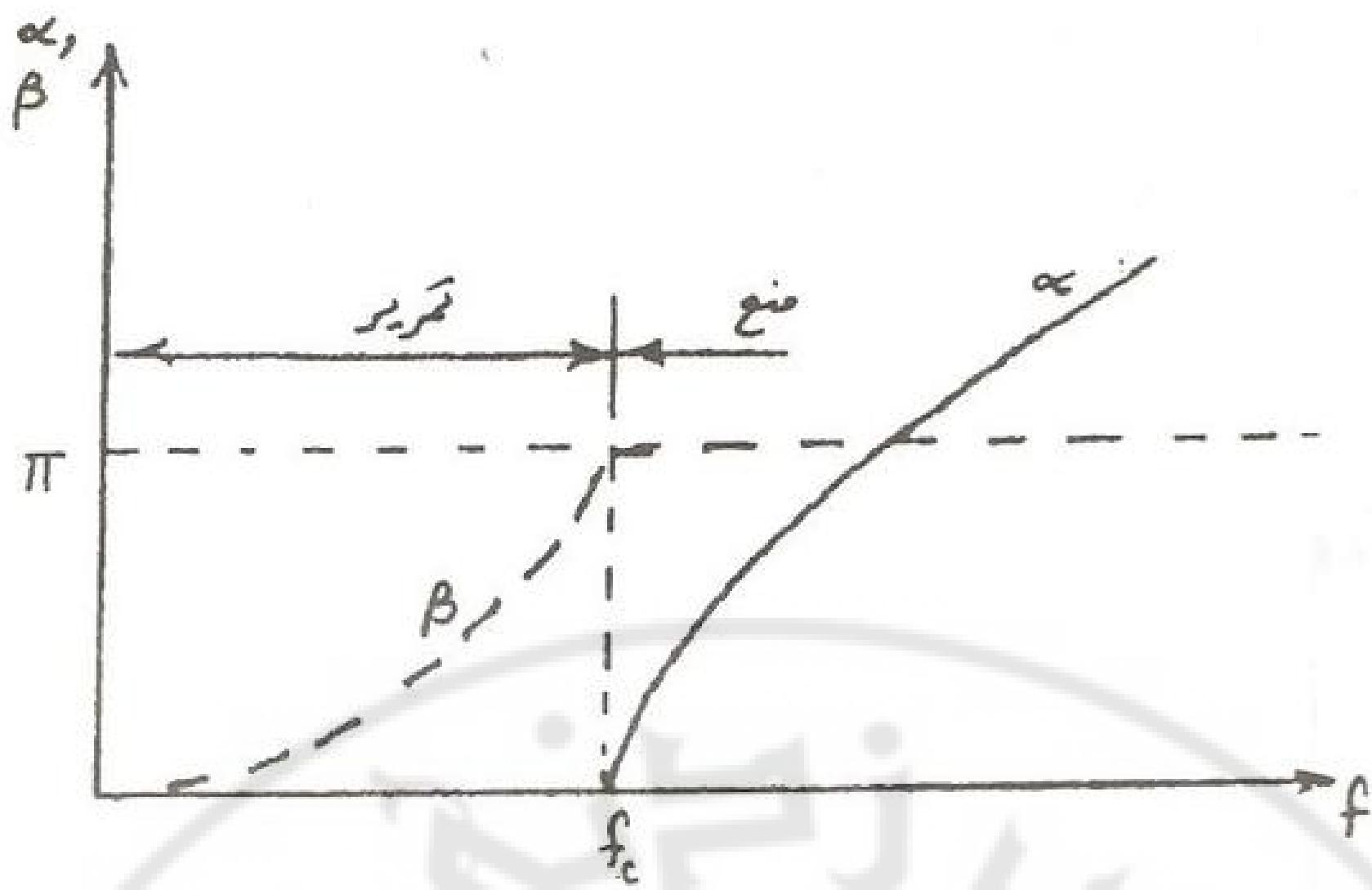


الشكل (٢-٥) تغير Z_{OT} و $Z_{O\pi}$ بدلالة التردد لمرشح LPF.

نجد وفق (2-14) و (2-16) في مجال التمرير والتخييم:

$$\beta = \cos^{-1} \left[1 - 2 \left(\frac{f}{f_c} \right)^2 \right] \quad , \quad \alpha = \cosh^{-1} \left[2 \left(\frac{f}{f_c} \right)^2 - 1 \right] \quad (2-25)$$

يكون الثابت الطوري خارج مجال التمرير $\beta = \pi - \alpha$. ويبيّن الشكل (٢-٦) تغير α و β بدلالة التردد.



الشكل (٢-٦) تغير α و β بدلالة التردد لمرشح LPF.

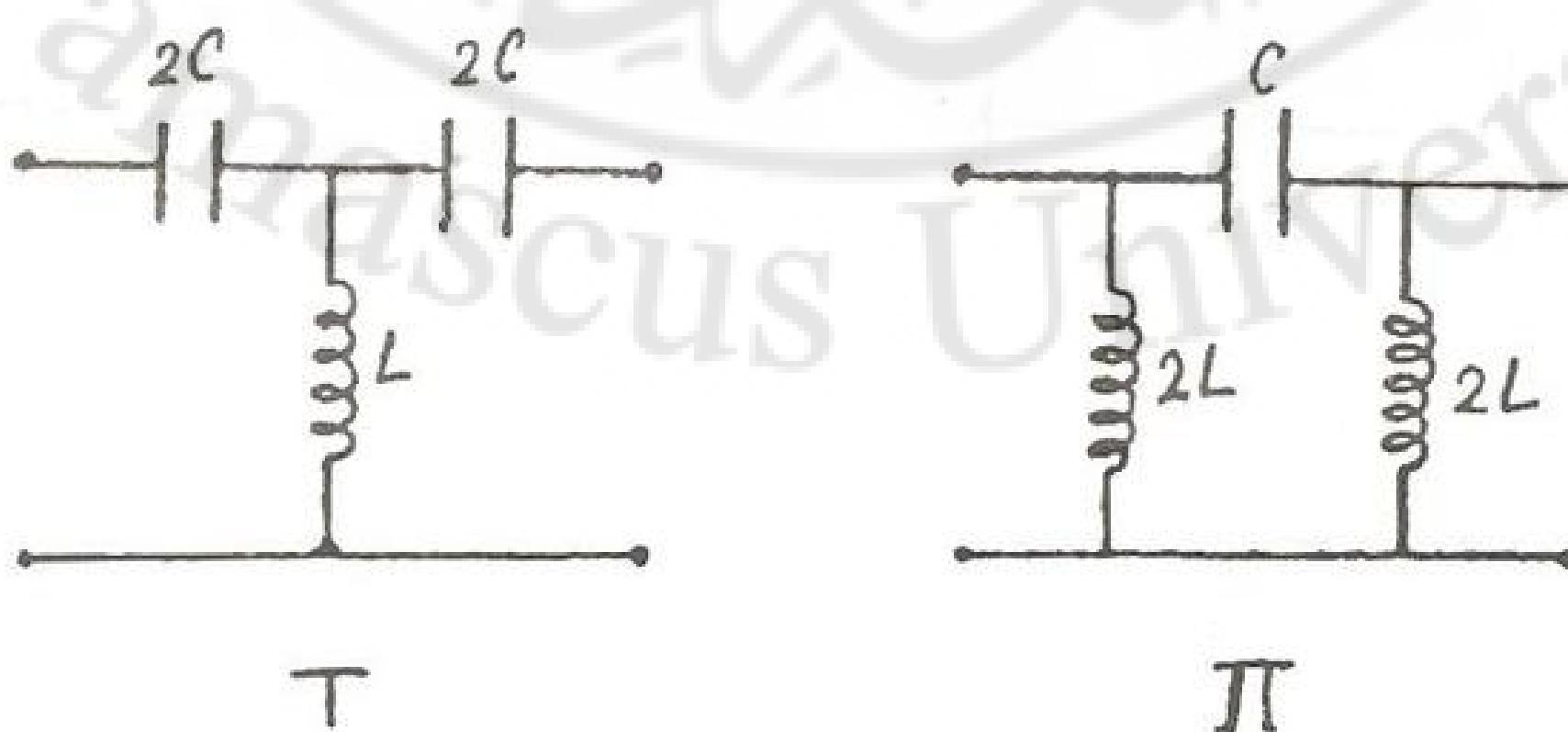
٤-٤-٢ مرشح التمرير المرتفع HPF

يبين الشكل (٢-٧) مرشح HPF على شكل مقطع T ومقطع π ويكون فيهما:

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C}, \quad Z_2 = j\omega L, \quad k^2 = \frac{L}{C}$$

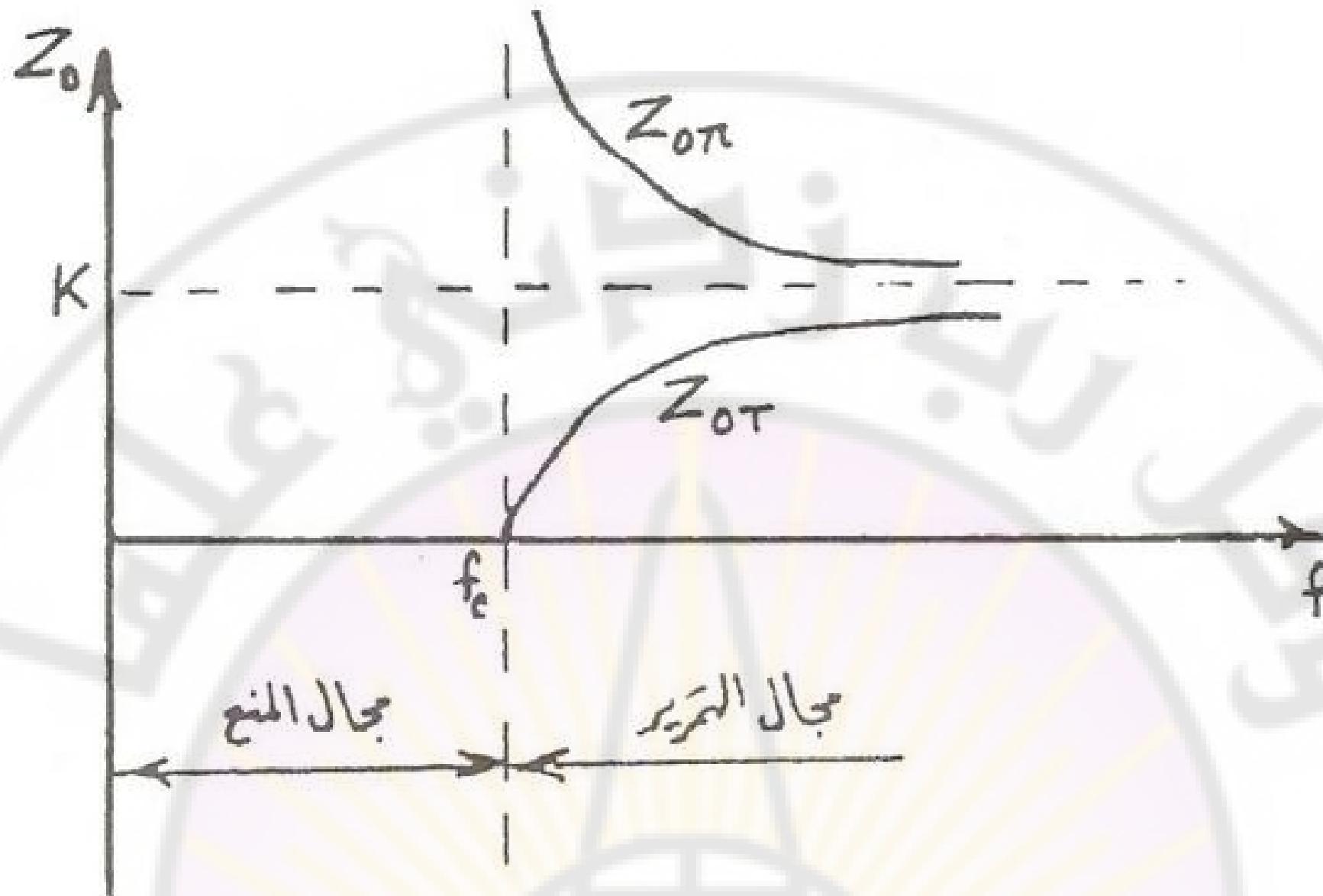
نحصل بالنتيجة على:

$$\omega_c = \frac{1}{2\sqrt{LC}}, \quad f_c = \frac{1}{4\pi\sqrt{LC}} \quad (2-26)$$

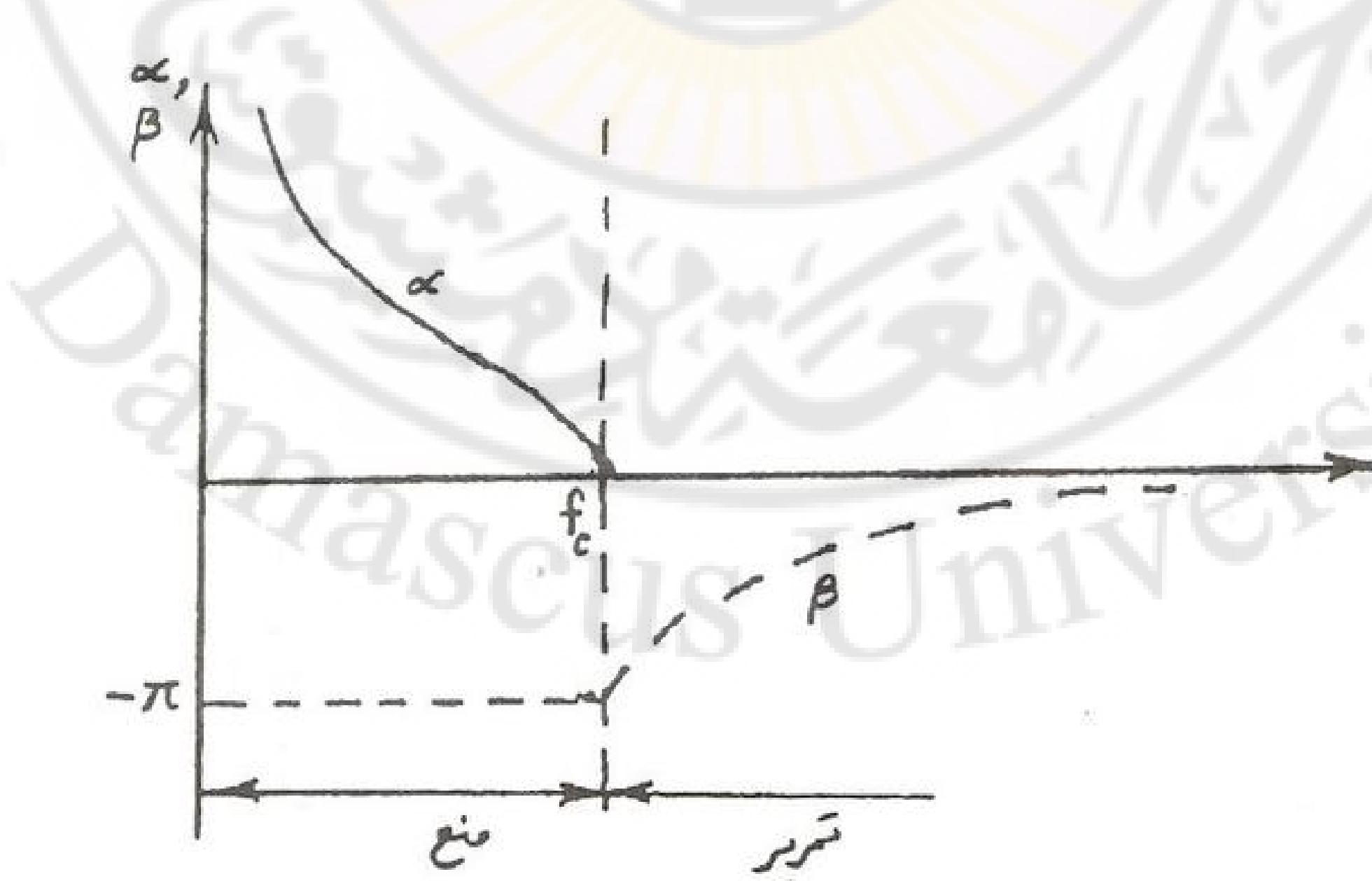


الشكل (٢-٧) المقطعيان T و π لمرشح HPF ذي الثابت k .

تتحدد Z_{OT} و $Z_{O\pi}$ و α و β في حالة HPF بعلاقات مماثلة لـ (2-24) و (2-25) على أن يبدل $\frac{f_c}{f} \rightarrow \frac{f}{f_c}$. ويبين الشكلان (٢-٨) و (٢-٩) تغير كل من القيم المذكورة مع التردد.

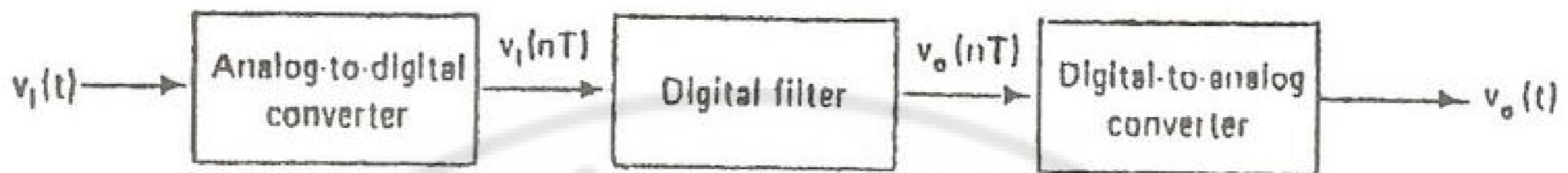


الشكل (٢-٨) تغير $Z_{O\pi}$ و Z_{OT} بدلالة التردد لرشف HPF .



الشكل (٢-٩) تغير α و β بدلالة التردد لرشف HPF .

(n7). v_o. بعد ذلك يقوم المبدل الرقمي-التماثلي D/A بتحويل هذا التابع الرقمي إلى إشارة خرج تماثلية (t) v_o.



الشكل (١٤-٢) مبدأ الترشيح الرقمي.

٨-٢ خطوط النقل (الاتصال)، أنواعها وخصائصها

تستخدم خطوط النقل أو الاتصال لنقل الطاقة من مكان لأخر وبترددات غالبة أو منخفضة، وهناك أنواع مختلفة من خطوط النقل أبسطها هو الخط المكون من سلكين ناقلين متوازيين والذي يمكن أن يكون منبسطاً أو مجدولاً. ومن أكثر خطوط النقل استخداماً الخط الهوائي الذي يكون فيه العازل بين السلكين هو الهواء، وهو يستخدم في النقل الهاتفي.

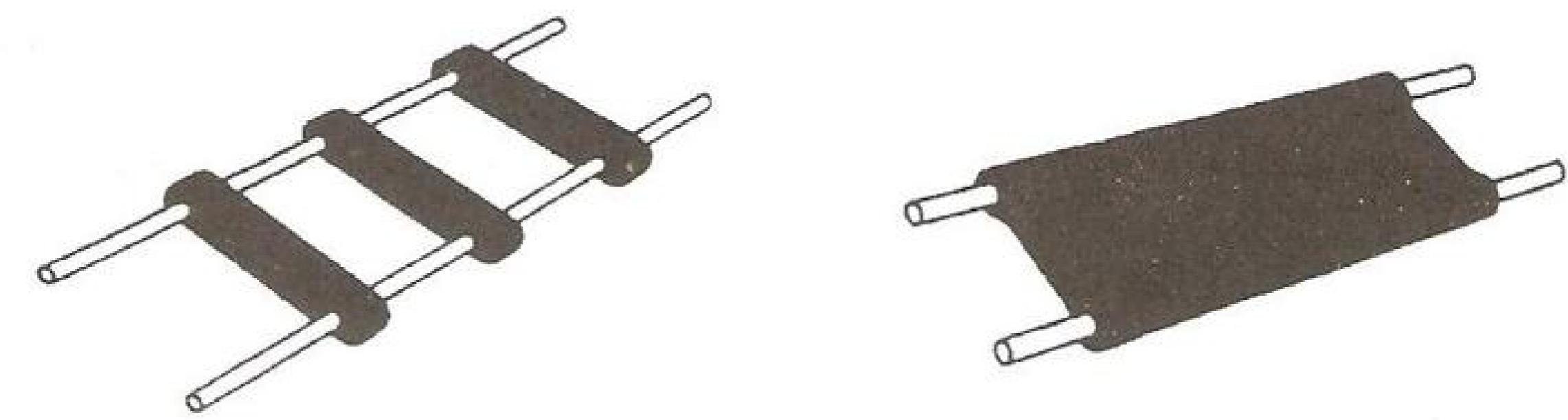
من خطوط النقل الأكثر استخداماً في الاتصالات خط النقل المحوري (الكابل المحوري)، وهو يتكون من ناقل داخلي ذي قطر صغير يحيط به ناقل خارجي اسطواني الشكل. قطعه دائرة مركزها الناقل الداخلي ويفصل بينهما عازل مناسب. وهناك شكلان للكابل المحوري: الأول هو الكابل المحوري الصلب ويكون فيه الناقل الخارجي اسطوانة من النحاس تحيط بالناقل الداخلي الموجود في مركزها حيث يثبت الناقل الداخلي بواسطة حلقات عازلة سماكتها صغيرة جداً بالمقارنة مع طول الموجة ومتوازنة على مسافات متساوية على طول الكابل المحوري. والشكل الثاني للكابل المحوري هو الكابل المحوري المرن حيث يصنع الناقل الداخلي من مجموعة نوافل مرنة غير معزولة وبأقطار

صغرى نسبياً محدولة بعضها مع بعض لتشكل الناقل الداخلي. ويحيط بهذا الناقل الداخلي طبقة عازلة من بلاستيك البوليتيлен يحيط بها الناقل الخارجي المغلف بطبقة حماية وعزل من بلاستيك البوليتيлен.

تصنف الكوابل وفق مجالات الترددات التي تعمل عندها. ويفهم عادة ضمناً أن الكابل المحوري هو كابل للترددات العالية ويمكن أن يتضمن زوجاً محورياً أو أكثر. من المزايا الهامة للكوابل المحورية عدم السماح للحقول الكهرومغناطيسية بال النفاذ إلى الناقل الداخلي وبالتالي فهي تؤمن عزلاً جيداً للإشارة المنقولة عن التأثيرات الخارجية. ويبين الشكل (١٥-٢) الأنواع المختلفة لخطوط النقل.

يعبر عن الخواص الكهربائية لخطوط النقل بوساطة الثوابت الأولية Primary Constants لخط النقل، أي الثوابت المنسوبة لواحدة الطول من الخط وهي يمكن أن تكون كيلومتراً أو متراً. ويفترض أن هذه الثوابت موزعة بانتظام على طول خط النقل. إن الثوابت الأولية لخط النقل (بفرض أن واحدة الطول هي $1m$ أو $1km$) هي بالتعريف:

- المقاومة المادية لواحدة الطول (R) وهي تدل على أن الناقل غير مثالي وتقاس بالـ (Ω/m) أو (Ω/km).
- التحريرية أو عامل التحرير الذاتي لواحدة الطول (L) وينشأ من الأسلام المكونة لخط النقل وبقياس بالـ (H/m) أو (H/km).
- السعة الكهربائية لواحدة الطول (C) وتنشأ من تجاويف سلكي خط النقل وجود الوسط العازل بينهما وتقاس بالـ (F/m) أو (F/km).
- الناقلة التفرعية لواحدة الطول (G) وتدل على وجود ضياء في العازل المحيط بالخط وتقاس بالـ (Ω^{-1}/m) أو (Ω^{-1}/km).

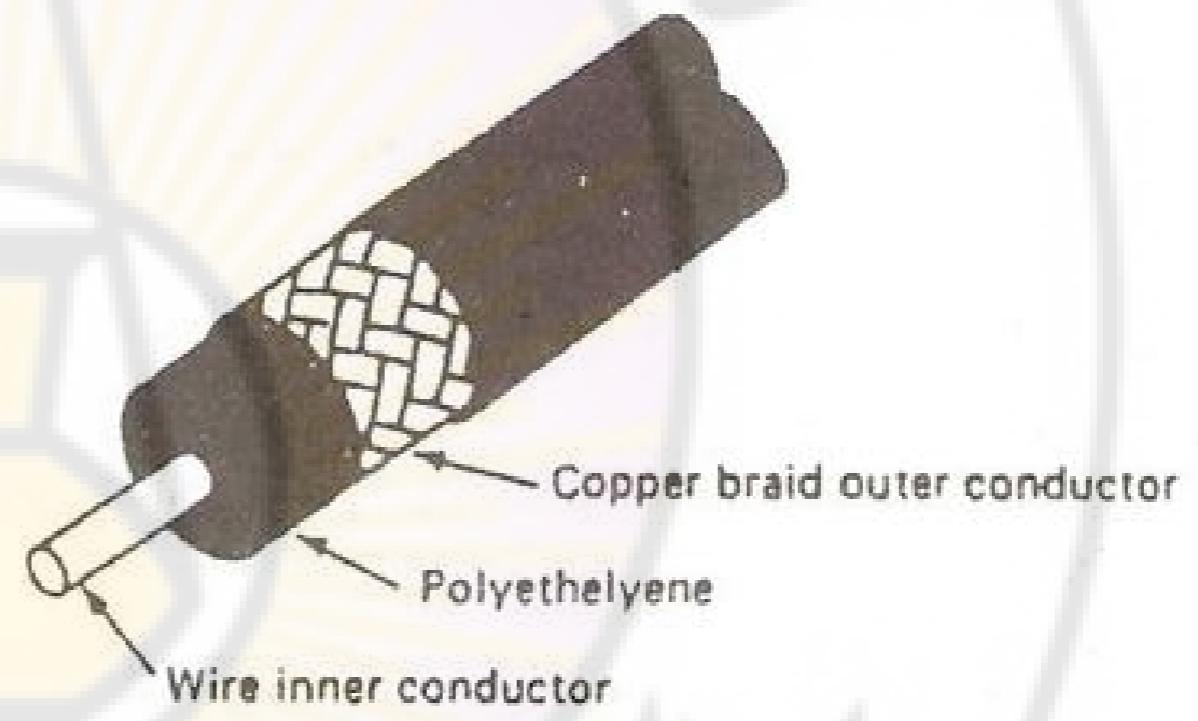


Parallel two-wire line.

Two-wire ribbon-type lines.



Twisted pair.



Air coaxial: cable with washer insulator.

Flexible coaxial.

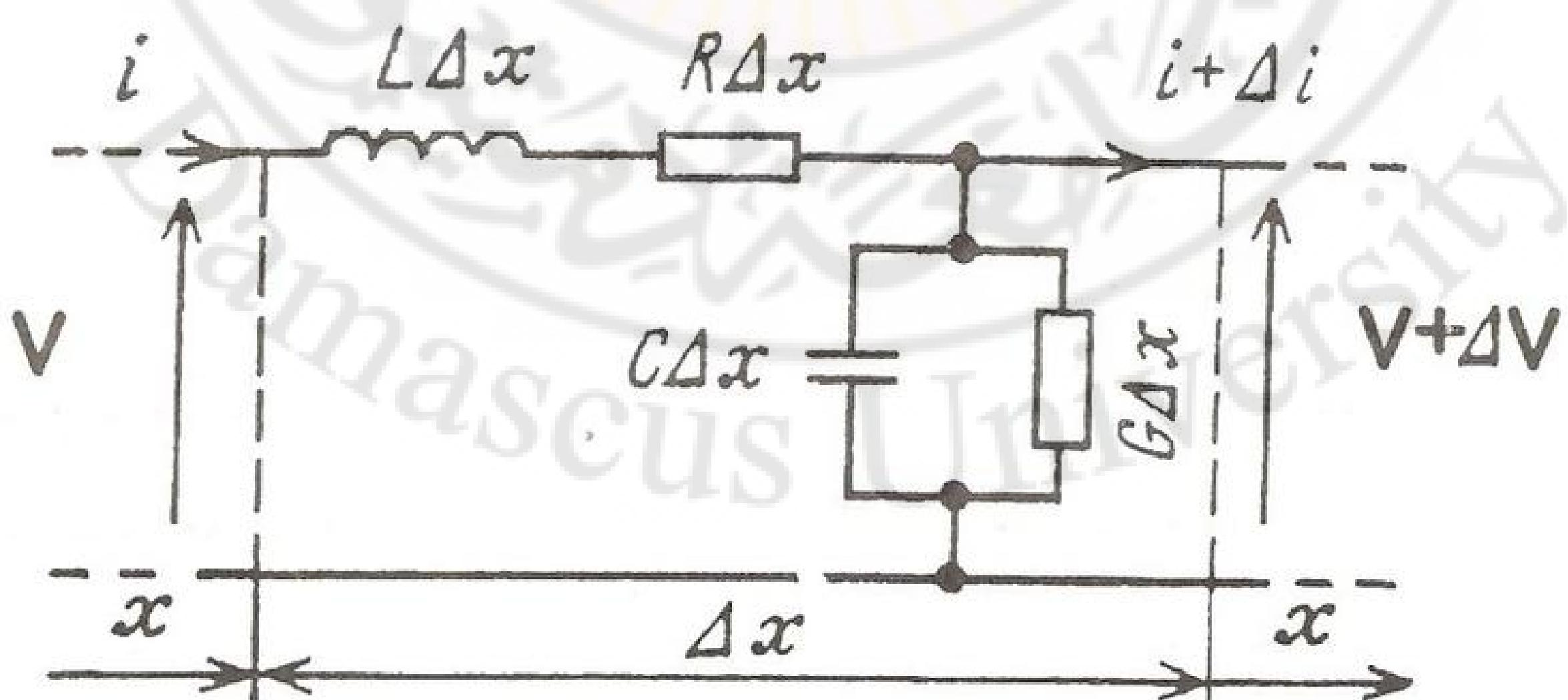
الشكل (١٥-٢) الأنواع المختلفة لخطوط النقل.

إن جميع هذه الثوابت تحدد خواص خط النقل. ولذلك عند دراسة خطوط النقل يتم تحديد القيم العددية لهذه الثوابت التي يفترض أنها موزعة بانتظام. وتكون L و C غير معتمدين على التردد، بينما عملياً تتزايد قيم R و G مع التردد نتيجة الظاهرة القشرية *Skin Effect* وتزايد التسريب مع التردد.

إذا بقيت الثوابت الأولية لخط النقل ثابتة (غير متغيرة) على طول الخط، فإن الخط يسمى خط النقل المتجانس أو الخط المنتظم *Uniform Line*. ونقصد به الخط الذي تكون فيه الخواص الكهربائية لكل قطعة منه مهما صغرت مطابقة تماماً للخواص الكهربائية للقطع الأخرى. وبذلك تكون العناصر الكهربائية المشكّلة للخط كالمقاومة والسعّة والتحريضية والناقليّة موزعة بشكل متساوٍ على طول خط النقل المتجانس، وهذا النوع من الخطوط هو الذي سندرسه في البنود التالية.

٩-٢ معادلات خط النقل

لنفترض أن لدينا خط نقل منتظمًا ثوابته الأولية (R, L, G, C) معلومة. وهذه الثوابت تحدد كيفية انتشار الأمواج على طول الخط، ونريد إيجاد العلاقات التي تحدد توزع كل من موجة الجهد وموجة التيار على طول الخط. لذلك نفترض أنه على مسافة x من بداية الخط عزلنا جزءاً صغيراً من الخط بطول Δx كما هو مبين في الشكل (١٦-٢). مقاومة هذا الجزء هي $R\Delta x$ وتحريضيته $L\Delta x$ وسعته $C\Delta x$ وناقليته $G\Delta x$. ونرمز للتيار والجهد في بداية هذا الجزء بـ i و v وفي نهايته بـ $i + \Delta i$ و $v + \Delta v$.



الشكل (١٦-٢) الدارة المكافئة لخط النقل.

١٠-٢ سلوك خط النقل عديم الضياع

عند دراسة سلوك خط النقل في كثير من التطبيقات العملية يمكننا إهمال فقدان الطاقة الناتج عن كل من R و G ، بحيث يمكن أن نفترض للتبسيط $R=0$ و $G=0$. ويسمى خط النقل في مثل هذه الحالة خط النقل عديم الضياع، ونعيد كتابة المعادلتين (36-2) له على النحو التالي:

$$\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial x} &= -L \frac{\partial i}{\partial t} \\ \frac{\partial i}{\partial x} &= -C \frac{\partial v}{\partial t}\end{aligned}\quad (2-38)$$

باشتقاء المعادلة الأولى بالنسبة لـ x وتبديل المعادلة الثانية فيها، وكذلك باشتقاء المعادلة الثانية بالنسبة لـ t وتبديل الأولى فيها نحصل على المعادلتين:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}\end{aligned}\quad (2-39)$$

حيث:

$$c = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2-40)$$

تمثل هذه القيمة كما هو موضع لاحقاً سرعة الانتشار في الخط.

تسمى المعادلتان (39-2) المعادلتين الموجيتين *Wave Equations* خط النقل، ويعتمد حل هاتين المعادلتين على الشروط الابتدائية والحدية (الخاصة بمنبع الإشارة ومحانعة الحمل). وتقبل المعادلتان كحل لهما توابع من الشكل:

$$\begin{aligned}v(x,t) &= F_1 \left(t \pm \frac{x}{c} \right) \\ i(x,t) &= F_2 \left(t \pm \frac{x}{c} \right)\end{aligned}\quad (2-41)$$

الفصل الثالث

التحليل الطيفي للإشارات

وخصائص نقلها عبر النظم الخطية

Spectral Analyses

and

Transmission of Signals via Linear System

التحليل الطيفي للإشارات

وخصائص نقلها عبر النظم الخطية

Spectral Analyses

**and Transmission of Signals via Linear Systems*

٩ - ٣ مقدمة

ذكرنا في الفصل الأول أنه لإرسال الرسائل *Messages* عبر نظام اتصال يتم تحويلها (بواسطة مبدل الدخل) إلى إشارات كهربائية مناظرة، بشكل جهود أو تيارات متغيرة مع الزمن.

يمكن تمثيل أو وصف هذه الإشارات في مجال الزمن *Time Domain* أو في مجال التردد *Frequency Domain*. وينتسب التحليل الطيفي بوصف الإشارات في مجال التردد وإظهار العلاقة بين مجال التردد ومجال الزمن. ويعد التحليل الطيفي باستخدام سلاسل فورييه أو تحويل فورييه من الطرائق الأساسية لدراسة نظم الاتصالات.

سنبدأ في هذا الفصل دراسة تحليل الإشارات باستخدام سلاسل فورييه التي تمكننا من تمثيل إشارة دورية كمجموع غير متنه من مركبات جيبية ذات ترددات مختلفة (من مضاعفات تردد تكرار الإشارة الدورية). بمطالعات وأطوار معينة. ومن ثم سنتنتقل إلى تحويل فورييه والذي له الهدف نفسه ولكن من أجل تحليل الإشارات غير الدورية.

والمهدف من استخدام سلاسل فورييه أو تحويل فورييه هو الحصول على طيف إشارة موصوفة في مجال الزمن وبالتالي إعطاء المحتوى الترددية للإشارة.

سوف نستعرض أيضاً خصائص نقل الإشارات عبر النظم الخطية. ويفترض أن يكون الطالب قد درس في الرياضيات سلاسل فورييه وتحويل فورييه، ومع ذلك سوف نستعرضها في هذا الفصل مع التركيز على التطبيقات الخاصة بنظم الاتصالات.

٣-٢ سلاسل فورييه

تستخدم سلاسل فورييه للتحليل الطيفي للإشارات الدورية. ونحن نعلم أن الإشارة $v(t)$ تكون دورية إذا حققت العلاقة:

$$v(t \pm mT_0) = v(t) \quad (3-1)$$

حيث m أي عدد صحيح و T_0 دور الإشارة.

يشترط نظرياً أن تتحقق الإشارة الدورية $v(t)$ العلاقة (3-1) لكل الأزمنة المخصوصة بين $+T_0 < t < +\infty$ ، وهو شرط لا يمكن تحقيقه بالنسبة للإشارات العملية. ومع ذلك يمكن أن تعد كإشارة دورية عملياً أي إشارة توصف بالعلاقة (3-1) خلال فترة محدودة مثل $\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$ ، بشرط أن يكون $T_0 > T$.

من القيم الهامة المميزة للإشارات الدورية متوسطها الزمني واستطاعتها المتوسطة.

يعرف المتوسط الزمني لأي إشارة $v(t)$ وفق العلاقة:

$$\langle v(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} v(t) dt \quad (3-2)$$

إذا كانت الإشارة $v(t)$ دورية فإن العلاقة (3-2) تصبح:

$$\langle v(t) \rangle = \frac{1}{T_0} \int_{T_0}^{+T_0} v(t) dt \quad (3-3)$$

يعني هذا أنه يمكن إجراء التكامل لأي فترة مدها تساوي الدور T_0 ، مثلاً من t_0 حتى $t_0 + T_0$. وتعرف الاستطاعة المتوسطة كمتوسط زمني للاستطاعة اللحظية. فمثلاً بفرض أن $v(t)$ تمثل الجهد المطبق على مقاومة $(R=1\Omega)$ فإن الاستطاعة اللحظية تساوي (v^2) ، سواء كانت الإشارة تمثل جهداً أم تياراً. وتكون الاستطاعة المتوسطة:

$$P = \langle |v(t)|^2 \rangle = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0 + T_0} |v(t)|^2 dt \quad (3-4)$$

نقول أن $v(t)$ هي إشارة استطاعية، إذا كانت ذات قيمة محدودة للاستطاعة المتوسطة P ، أي إذا كانت:

$$0 < P < \infty$$

يشترط أحياناً لتمثيل الإشارات الدورية بسلسلة فورييه أن تكون ذات استطاعة محدودة. ومع ذلك يمكن عد الشرط المذكور كافياً، ولكنه قد لا يكون ضرورياً في بعض الحالات.

يمكن تمثيل الإشارات الدورية طيفياً بنشرها وفق سلسلة فورييه Fourier Series التي يمكن أن تأخذ أشكالاً متعددة ومنها الشكل التالي المسمى بالسلسلة المثلثية : Trigonometric Series

$$v(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega_0 t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega_0 t \quad (3-5)$$

حيث $f_0 = \frac{1}{T_0}$ ، بينما تعطى الثوابت a_0 و a_n و b_n بالعلاقات:

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0 + T_0} v(t) dt \quad (3-6)$$

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{t_0}^{t_0 + T_0} v(t) \cos n\omega_0 t dt \quad (3-7)$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{t_0}^{t_0 + T_0} v(t) \sin n\omega_0 t dt \quad (3-8)$$

يمثل a_0 المتوسط الزمني أو المركبة المستمرة لـ $v(t)$.

نكتب سلسلة فورييه المثلثاتية المدجحة *Compact Trigonometric Series* كما يلي:

$$v(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \phi_n) \quad (3-9)$$

حيث:

$$A_0 = a_0, \quad A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \phi_n = -\arctan \frac{b_n}{a_n} \quad (3-10)$$

يرمز A_n و Φ_n لمطال وطور التوافق ذي التردد nf_0 . ويمثل A_0 و A_n بالطيف المطالي، بينما يمثل Φ_n بالطيف الطوري.

بدلاً من سلسلة فورييه المثلثاتية (3-5) والسلسلة المدجحة (3-9) تستخدم للتحليل النظري غالباً السلسلة التالية المسماة سلسلة فورييه الأésية العقدية *Complex Exponential*

:Series

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad (3-11)$$

حيث:

$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (3-12)$$

يمكن أن ننشر حسب السلسلة الأésية (3-11) التوابع الدورية الحقيقة والعقدية. عند المقارنة مع السلسلة المثلثاتية المدجحة (3-9) في حالة التوابع الدورية الحقيقة، يستنتج أن:

$$c_0 = A_0, \quad c_n|_{n \geq 1} = \frac{A_n}{2} e^{j\phi_n} \quad (3-13)$$

يعد c_n أحياناً "مطالاً" للمركبة الطيفية الأésية $c_n e^{jn\omega_0 t}$ ، مع أنه يكون في الحالة العامة عقدياً حتى إذا كان التابع $v(t)$ حقيقياً. ولذلك نكتب:

$$c_n = |c_n| e^{j \arg c_n}$$

حيث $|c_n|$ مقدار المطال، وترمز $\arg c_n$ لزاوية c_n .

نجد من أجل $n \geq 1$ أن:

$$|c_n| = \frac{A_n}{2}, \quad \arg c_n = \phi_n \quad (3-14)$$

رسم $|c_n|$ كتابع للتردد نحصل على الطيف المطالي المتقطع للإشارة، كما أن رسم $\arg(c_n)$ كتابع للتردد يعطي الطيف الظوري المتقطع للإشارة.

إذا استبدلنا (n) بـ $(-n)$ في (3-12)، نستنتج أنه لأي تابع دوري حقيقي يكون:

$$c_{-n} = c_n^* \quad (3-15)$$

حيث c^* هو المرافق العقدي لـ c لذلك يكون:

$$|c_{-n}| = |c_n|, \quad \arg(c_{-n}) = -\arg(c_n) \quad (3-16)$$

هذا يعني أن الطيف المطالي للإشارة دورية حقيقة متاظر زوجياً والطيف الظوري متاظر فردياً. ويعبر عن التمازرين معاً بالقول إن c_n وفق (3-15) تحقق التمازير بإحكام

.Hermitian Symmetry

المثال ١-٣

أوجد c_n لقطار النبضات المستطيلة المبينة في الشكل (١-٣) ورسم طيف المطال $|c_n|$ وطيف الظور $\arg(c_n)$.

الحل:

نختار مجال التكامل من $\frac{T_0}{2}$ - حتى $\frac{T_0}{2}$. ونلاحظ أنه في المجال المذكور لدينا:

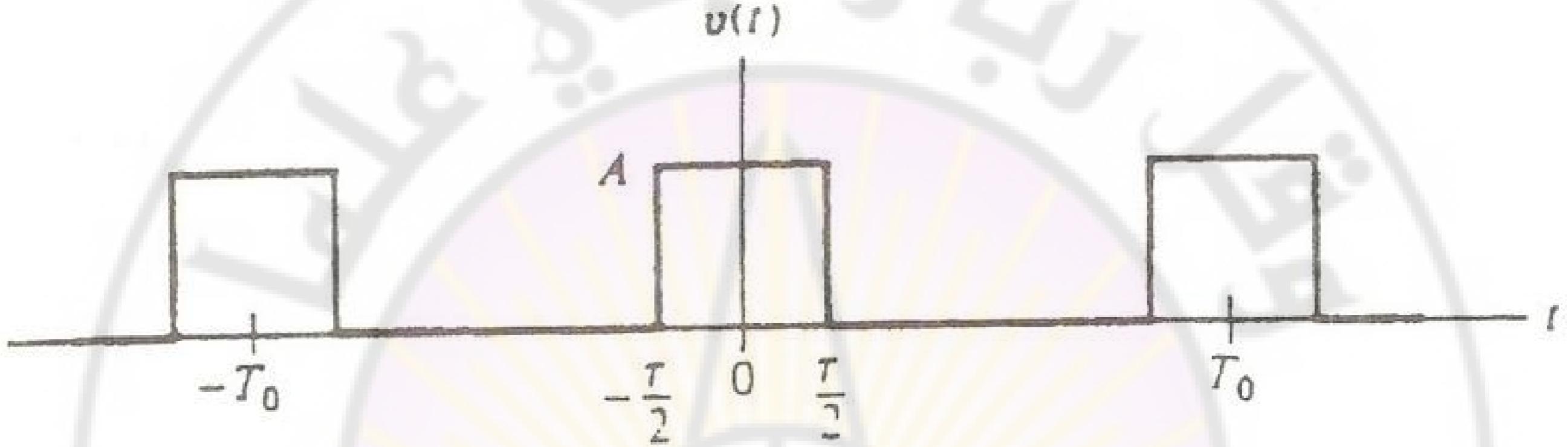
$$v(t) = \begin{cases} A & |t| < \tau/2 \\ 0 & |t| > \tau/2 \end{cases}$$

حيث τ مدة كل نبضة و A مطاحها أو ارتفاعها.

نجد وفق العلاقة (3-12) أن:

$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0}^{T_0} v(t) e^{-jn\omega_0 t} dt = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

$$= \frac{A}{-jn\omega_0 T_0} \left(e^{-\frac{jn\omega_0 \tau}{2}} - e^{\frac{jn\omega_0 \tau}{2}} \right) = \frac{A}{T_0} \frac{\sin \pi n f_0 \tau}{\pi n f}$$



الشكل (١-٣) قطار نبضات مستطيلة.

من المناسب أن نستخدم لاحقاً التابع sinc المعروف بدالة المتتحول λ وفق العلاقة:

$$\text{sinc } \lambda = \frac{\sin \pi \lambda}{\pi \lambda} \quad (3-17)$$

بفرض أن $\tau = n f_0 \lambda$ نجد أن:

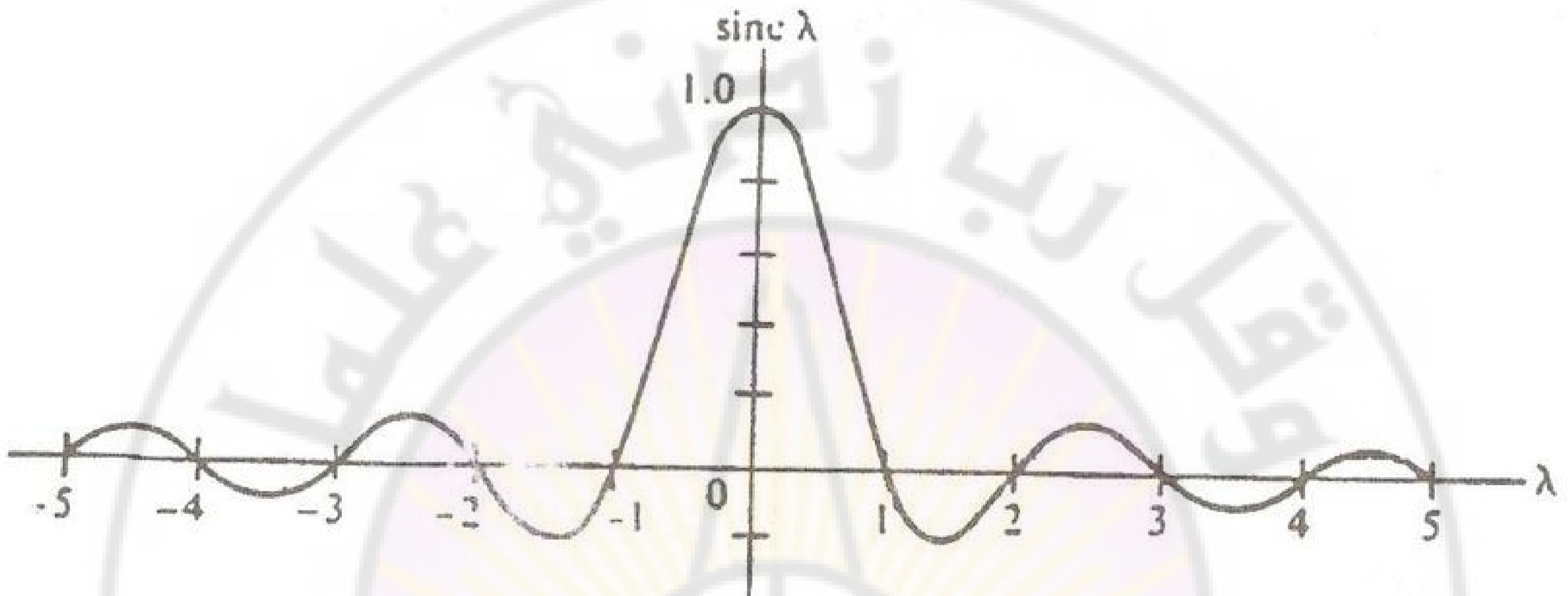
$$c_n = \frac{A \tau}{T_0} \text{sinc} n f_0 \tau = A f_0 \tau \text{sinc} n f_0 \tau \quad (3-18)$$

يبين الشكل (٢-٣) منحني التابع sinc . ونلاحظ أنه يساوي الواحد عندما $\lambda = 0$ وينعدم عندما $\lambda = \pm k$, حيث k أي عدد صحيح ما عدا الصفر ($\dots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \dots$).

تكون العلاقة (3-18) صحيحة من أجل جميع قيم n , وكحالة خاصة نجد منها المركبة المستمرة من أجل $n=0$:

$$c_0 = \frac{A\tau}{T_0} = Af_0\tau$$

يبين الشكل (٣-٣) طيف المطال $|c_n|$ وطيف الطور $\arg(c_n)$ وفق العلاقة (٣-١٨) من أجل $\tau = T_0/4$.



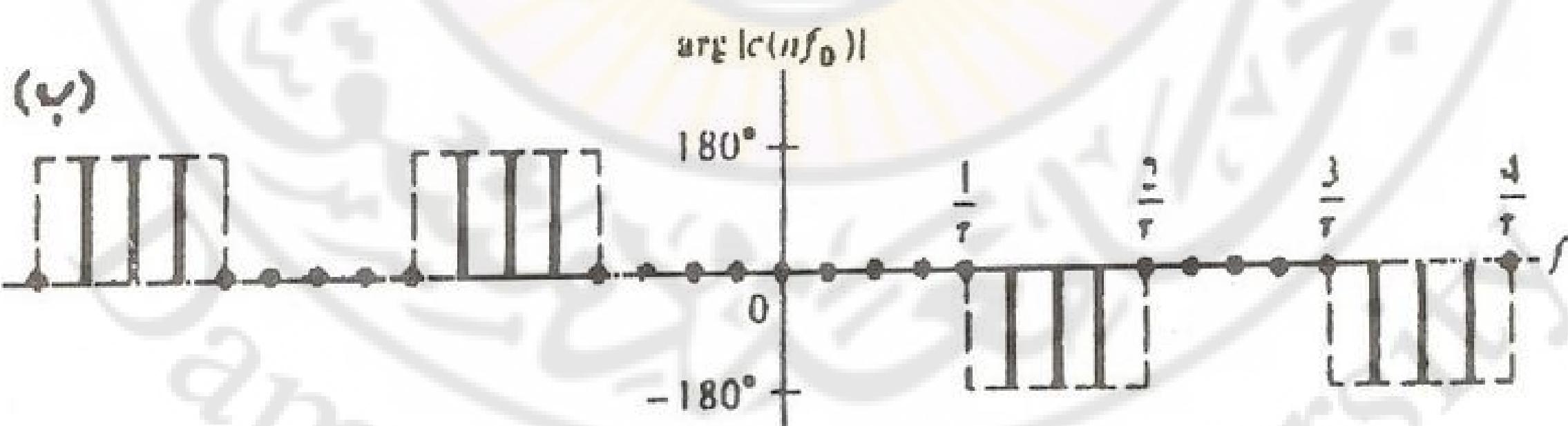
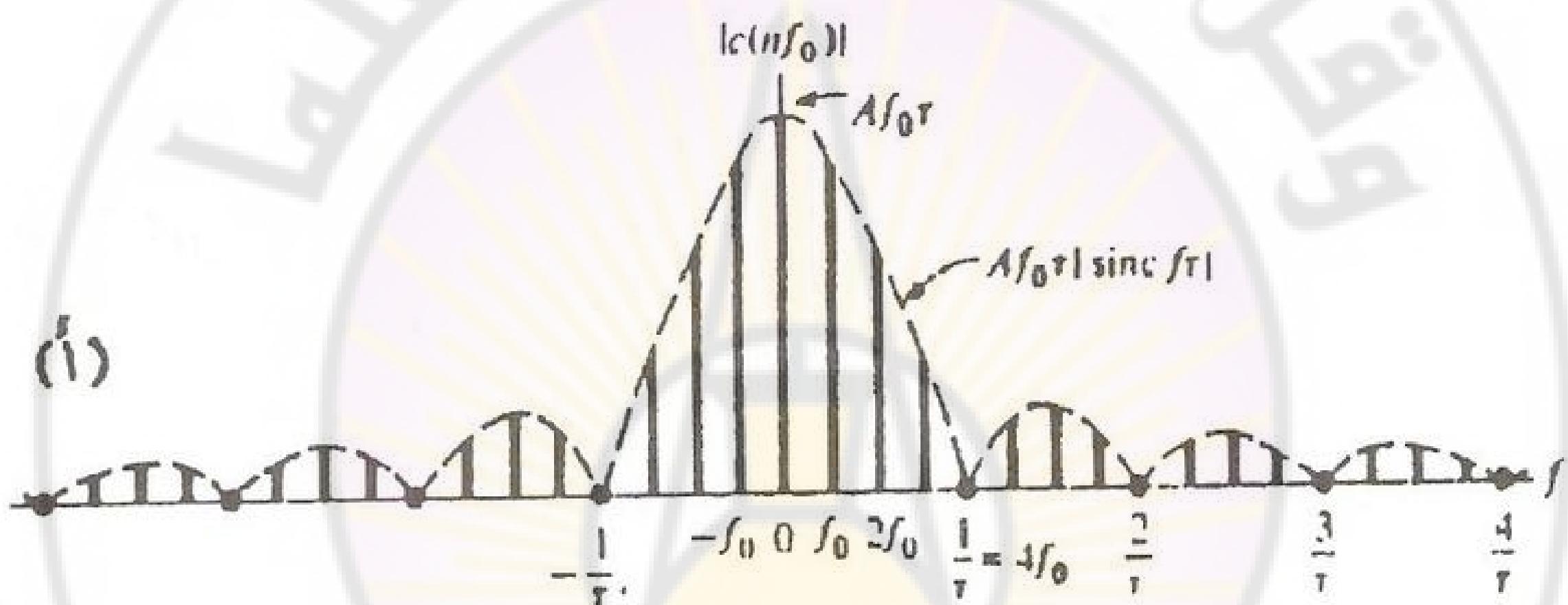
الشكل (٢-٣) منحني التابع sinc .

نجد من الشكل أن طيف المطال $|c_n|$ في الشكل (٣-٣-أ) متناظر زوجياً وأن علاقته يمر بالصفر عند الترددات التي هي من مضاعفات $\pi/2$. ونعد في الشكل (٣-٣-ب) أن طيف الطور يأخذ القيم 0° و $180^\circ \pm 180^\circ$ تبعاً لقطبية التابع $\text{sinc}nf_0/\tau$. وقد استخدمنا كلا القيمتين 180° و -180° بهدف إيضاح التناظر الفردي لطيف الطور وفق العلاقة (٣-١٦).

تتميز المعاملات العقدية c_n عموماً بالخواص التالية:

- ١ - يمثل c_0 المركبة المستمرة لـ $v(t)$.
- ٢ - إذا كان $v(t)$ تابعاً دوريّاً حقيقيّاً، فإن طيف المطال $|c_n|$ يكون متناظراً زوجياً، بينما يكون طيف الطور متناظراً فردياً، أي يكون c_n متناظراً بإحكام.

٣- إذا كان $v(t)$ زوجياً بحيث $v(-t) = v(t)$ كما في حالة قطار النبضات المستطيلة في الشكل (٣-١) فإن c_n يكون حقيقياً، أي تكون زاويته صفرأً أو $\pm 180^\circ$ ويافق ذلك سلسلة مثلثاتية (٣-٥) مؤلفة من حدود التجيب فقط، أي تندم فيها الثوابت b_n . وإذا كان $v(t)$ فردياً بحيث $v(-t) = -v(t)$ فإن c_n يكون تخيلياً، أي تكون زاويته $90^\circ \pm$. وهذا يوافق سلسلة مثلثاتية (٣-٥) مؤلفة من حدود التجيب فقط، أي تندم فيها الثوابت a_n .



الشكل (٣-٣)

أ) طيف المطال

ب) طيف الطور

٣-٣ نظرية بارسيفال للاستطاعة

يمكن إثبات أن الاستطاعة المتوسطة P للإشارة الدورية (١) وفق العلاقة (3-4) تساوي مجموع الاستطاعات المتوسطة لمركبات سلسلة فورييه لها. ونعبر عن ذلك بكتابة:

$$P = \langle |v(t)|^2 \rangle = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |c_n|^2 \quad (3-19)$$

تمثل القيمة $|c_n|^2$ الاستطاعة المتوسطة للمركبة n لسلسلة فورييه الأساسية:

$$P_n = \left\langle |c_n e^{jn\omega_0 t}|^2 \right\rangle = |c_n|^2$$

لذا يمكن إعادة كتابة (3-19) على النحو:

$$P = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} P_n \quad (3-20)$$

تسمى العلاقة (3-19) أو (3-20) نظرية بارسيفال للاستطاعة

.Theorem

٣-٤ تحويل فورييه والطيف المستمر

تستخدم سلسلة فورييه للتمثيل الطيفي للإشارات الدورية محدودة الاستطاعة ($P < \infty$). وبالمقابل يستخدم تحويل فورييه للتمثيل الطيفي للإشارات غير الدورية محدودة الطاقة. معنى أن لها قيمة محدودة للطاقة الكلية (المحددة لكل الأزمنة):

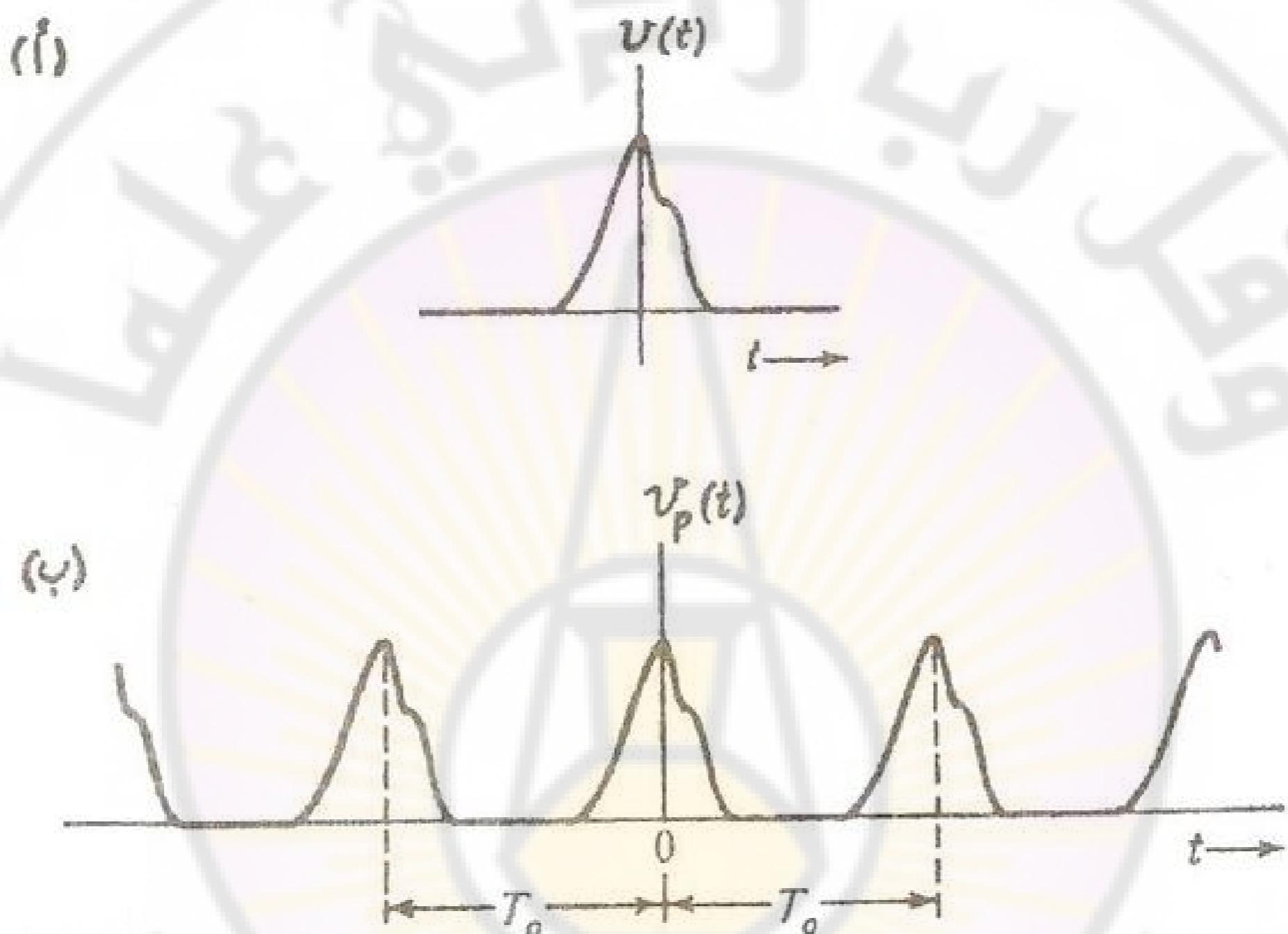
$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |v(t)|^2 dt$$

بحيث ($E < \infty$). ويعد أحياناً كشرط مسبق لوجود تحويل فورييه لأي إشارة (١) أي تكون طاقتها الكلية محدودة.

كما أوضحتنا في البند السابق تستخدم سلاسل فورييه للوصف الطيفي للإشارة الدورية، ونريد تطوير وصف طيفي مشابه لإشارة (١) غير دورية محدودة الطاقة

كالمبينة في الشكل (٣-٤-أ). ومن أجل ذلك نرسم إشارة دورية $v_p(t)$ كما في الشكل (٣-٤-ب)، بحيث تكون مماثلة لـ $v(t)$ خلال فترة وجود $v(t)$ و تتكرر بدور T_0 . ونجد أن $v_p(t)$ تؤول إلى $v(t)$ إذا جعلنا $T_0 \rightarrow \infty$ ، بحيث يمكن أن نكتب:

$$v(t) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} v_p(t)$$



الشكل (٣-٤)

أ) إشارة غير دورية محدودة الطاقة.

ب) إشارة دورية مماثلة لها.

نمثل $v_p(t)$ بسلسلة فورييه الأساسية:

$$v_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{j2\pi f_n t} \quad (3-21)$$

نعبر عن c_n وفق (٣-١٢):

$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v_p(t) e^{-j2\pi f_n t} dt \quad (3-22)$$

حيث $f_n = nf_0$. وإذا جعلنا T_0 كبيراً جداً، فإن f_0 يصبح صغيراً جداً. ولذا سنرمز له Δf ، ونعيد كتابة (3-21) على النحو:

$$v_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{c_n}{f_0} e^{j2\pi f_n t} \Delta f \quad (3-23)$$

وذلك لأن $\frac{\Delta f}{f_0} = 1$.

عندما نجعل $T_0 \rightarrow \infty$ ، بحيث $v_p(t) \rightarrow v(t)$ فإن $c_n \rightarrow 0$. ولكن قيمة الجداء $c_n T_0$ أو النسبة $\frac{c_n}{f_0}$ تبقى محدودة وتنؤول إلى ما يسمى تحويل فورييه لـ $v(t)$ ، وفرمز له $V(f)$. وهكذا يكون:

$$V(f) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} c_n T_0 = \lim_{f_0 \rightarrow 0} \frac{c_n}{f_0} \quad (3-24)$$

طالما أن خطوط الطيف "تلاصق" عندما $T_0 \rightarrow \infty$ ، أو $f_0 \rightarrow 0$ ، ففي هذه الحالة بدلاً من التعامل مع قيم منفصلة للتردد f_n أو nf_0 ، نتعامل مع التردد f كمتتحول مستمر. ولذا نعيد كتابة (3-24) على النحو:

$$V(f) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} c_n T_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (3-25)$$

يؤول المجموع في العلاقة (3-23) إلى تكامل، وبالتالي تؤول العلاقة المذكورة إلى الشكل:

$$v(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} V(f) e^{j2\pi f t} df \quad (3-26)$$

وذلك مع مراعاة أن $\frac{c_n}{f_0} \rightarrow V(f)$ و $v_p(t) \rightarrow v(t)$.

سوف نكتب ω بدلاً من $2\pi f$ في (3-25) و (3-26) لتصبحا على النحو:

$$V(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t) e^{-j\omega t} dt \quad (3-27)$$

$$|V(-f)| = |V(f)| \quad , \quad \arg[V(-f)] = -\arg[V(f)] \quad (3-31)$$

أي يكون الطيف المطالي $|V(f)|$ متناظراً زوجياً وطيف الطور $\arg[V(f)]$ متناظراً فردياً. ويعد $V(f)$ متناظراً ياحكم وفق (3-30) وعلى غرار (3-15).

٢ - إذا كانت $v(t)$ متناظرة زوجياً بحيث $v(t) = v(-t)$ فإن:

$$V(f) = 2 \int_0^{+\infty} v(t) \cos \omega t dt \quad (3-32)$$

يكون $V(f)$ في هذه الحالة حقيقياً. وبالمقابل إذا كانت $v(t)$ متناظرة فردياً، أي أن $v(-t) = -v(t)$ فإن:

$$V(f) = -2j \int_0^{+\infty} v(t) \sin \omega t dt \quad (3-33)$$

٣ - إن قيمة $V(f)$ عند التردد $f=0$ تمثل مساحة $v(t)$ أي أن:

$$V(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t) dt \quad (3-34)$$

تقارن هذه العلاقة مع العلاقة المحددة للمركبة المستمرة للإشارة دورية c_0 وفق (3-12).

المثال ٣-٣

لنجد تحويل فورييه $V(f)$ للنقطة المستطيلة المبينة في الشكل (٣-٥) التي توصف بالعلاقة:

$$v(t) = A \prod\left(\frac{t}{\tau}\right) \quad (3-35)$$

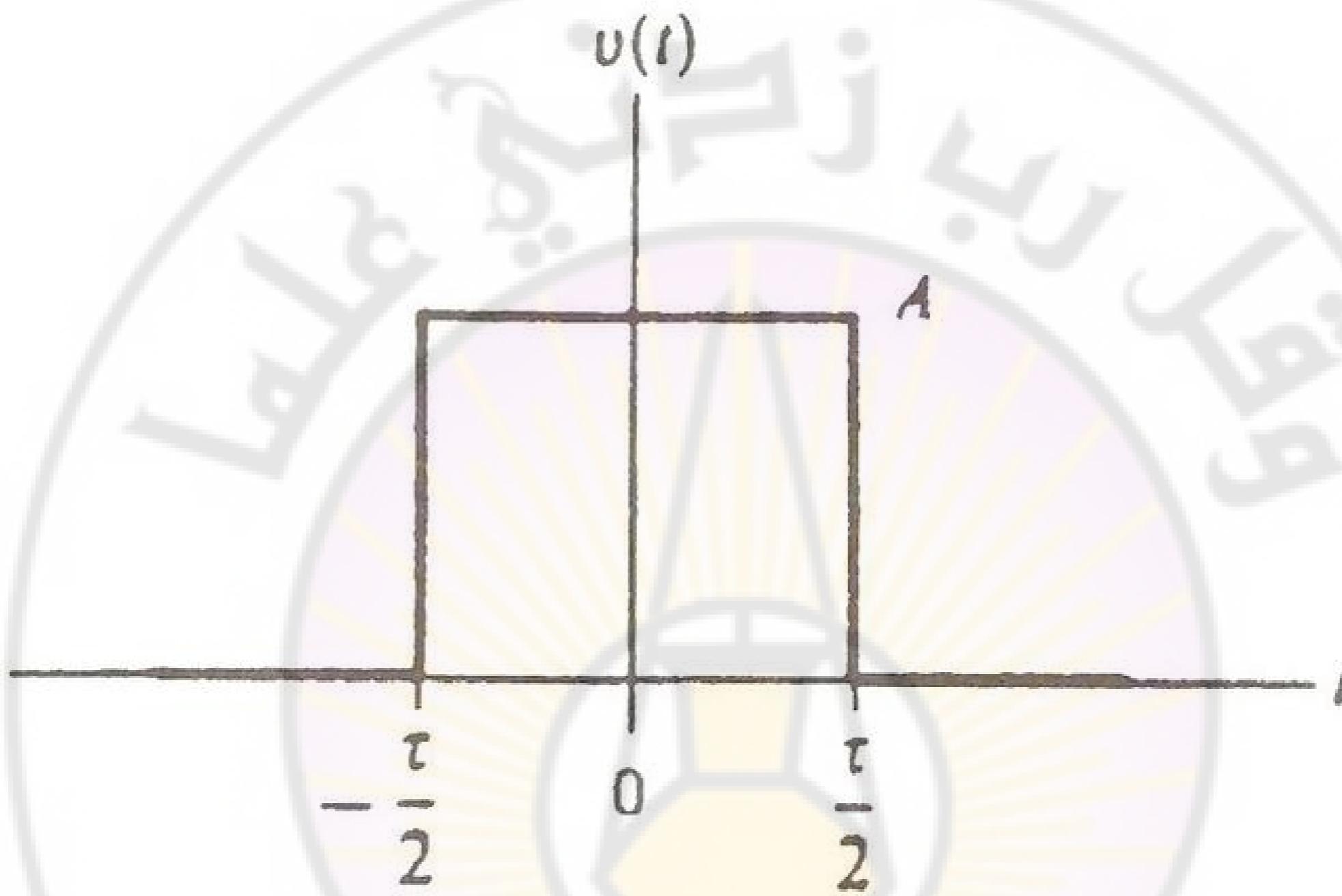
يرمز $\prod(\lambda)$ لتابع المستطيل *Rectangle Function* المعروف بالعلاقة التالية:

$$\prod(\lambda) = \begin{cases} 1 & |\lambda| < 1/2 \\ 0 & |\lambda| > 1/2 \end{cases} \quad (3-36)$$

نفترض في (3-35) أن $\lambda = \frac{t}{\tau}$ ، ومن ثم يكون:

$$\Pi\left(\frac{t}{\tau}\right) = \begin{cases} 1 & |t| < \tau/2 \\ 0 & |t| > \tau/2 \end{cases} \quad (3-37)$$

هذا يعبر عن النبضة المستطيلة في الشكل (٥-٣) عندما $A=1$.



الشكل (٥-٣) نبضة مستطيلة.

ما أن $\Pi\left(\frac{t}{\tau}\right)$ متناظرة زوجياً، لذلك يكون تحويل فورييه لها وفق (3-32):

$$F\left[\Pi\left(\frac{t}{\tau}\right)\right] = 2 \int_0^{\tau/2} \cos \omega t dt = \frac{2 \sin \frac{\omega \tau}{2}}{\omega} = \tau \operatorname{sinc} f \tau$$

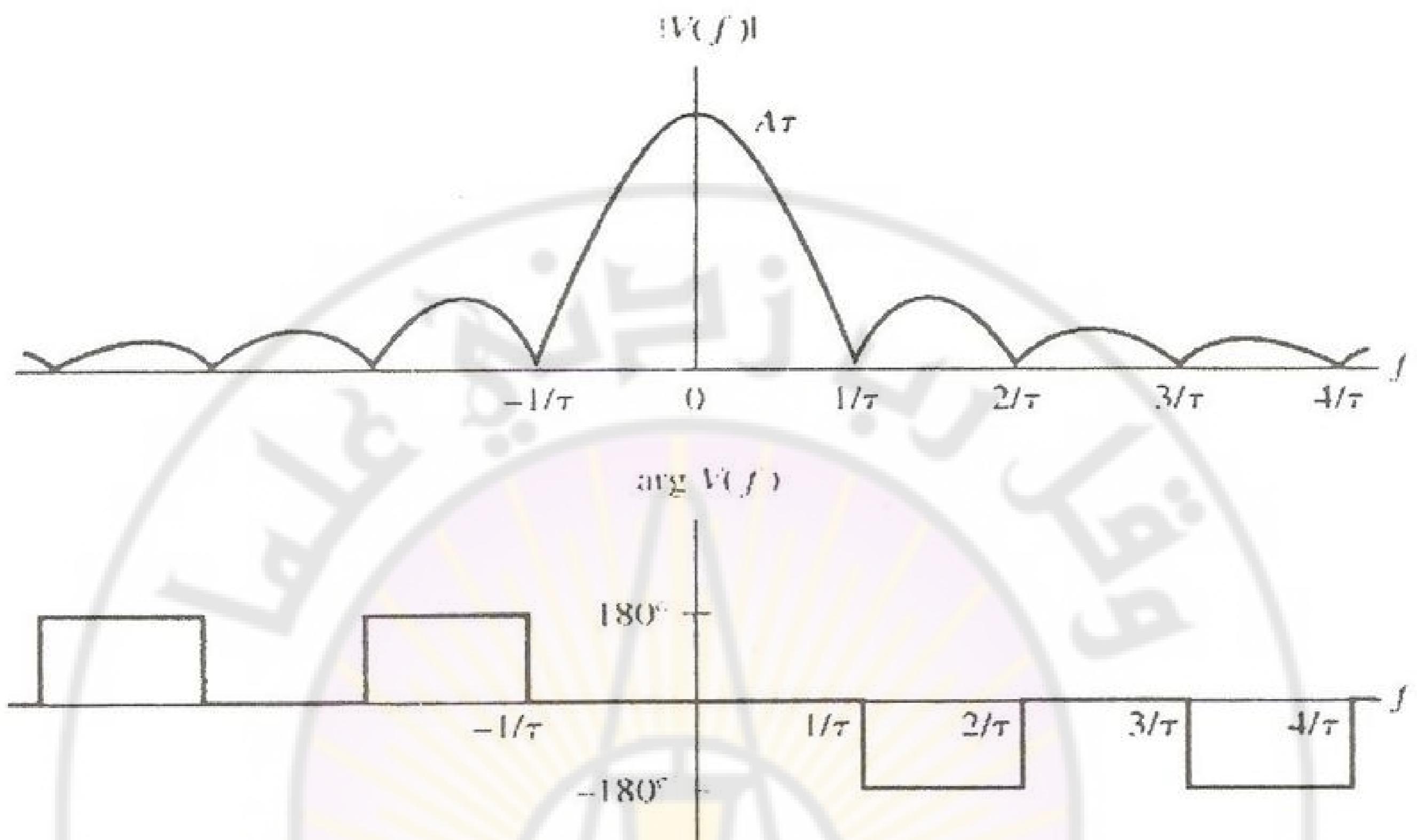
أي أن:

$$\Pi\left(\frac{t}{\tau}\right) \leftrightarrow \tau \operatorname{sinc} f \tau \quad (3-38)$$

بالتالي يكون تحويل فورييه للنبضة (3-35):

$$V(f) = A \tau \operatorname{sinc} f \tau \quad (3-39)$$

يبين الشكل (٦-٣) الطيفين المطالي والطوري وفق (3-39).



الشكل (٦-٣) الطيف المطالي والطيف الطوري للنبضة المستطيلة.

نلاحظ أن $A = V(0)$ وهذه هي مساحة النبضة (t). ونلاحظ أن الطيف المطالي $|V(f)|$ في الشكل (٦-٣-أ) هو غلاف $|c_n|$ نفسه لقطار النبضات المستطيلة في الشكل (٦-٣-أ) بعد أن نقسمه على τ ، وهو ينعدم في النقاط $K/2 \pm$ ، حيث K أي عدد صحيح ما عدا الصفر ($K=1,2,3\dots$)، ونجد أيضاً أن $\arg[V(f)]$ في الشكل (٦-٣-ب) مماثل لغلاف $\arg[c_n]$ في الشكل (٦-٣-ب) ويعد غالباً أن الجزء الأساسي للطيف المطالي $|V(f)|$ محصور ضمن المجال $1/\tau < |f|$. وبعبارة أخرى، يمثل $1/\tau$ عرض المجال "الفعال" لطيف النبضة. وكلما زادت τ ، يقل عرض المجال "الفعال"

"لطفيف، والنبضات الضيقه التي لها عرض اقل من المجال "الفعال" لطيفها كبيراً جداً. وتسمى هذه الظاهرة ظاهرة الامتداد العكسي.

٣-٥ نظريات أو خواص تحويل فورييه

إذا كان $(f \leftrightarrow V(f))$ فيمكن إثبات النظريات أو الخواص التالية لتحويل فورييه:

٣-٥-١ خاصية الخطية أو التراكب :*Super Position*

إذا كان تحويل فورييه لـ $v(t)$ هو $V(f)$ ، ولـ $w(t)$ هو $W(f)$ فإنه يمكن أن نكتب:

$$\alpha v(t) + \beta w(t) \leftrightarrow \alpha V(f) + \beta W(f) \quad (3-40)$$

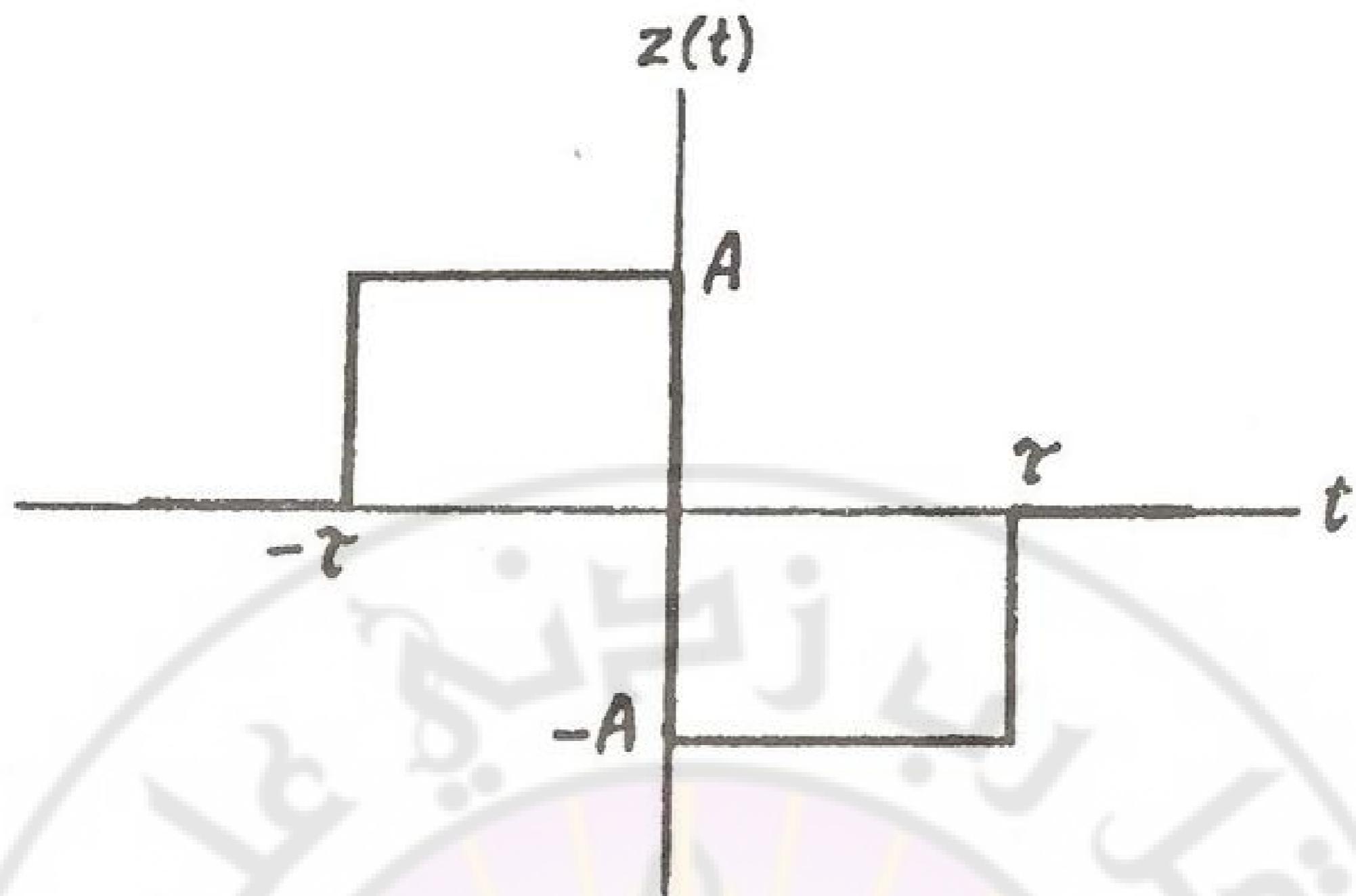
حيث α و β أي ثابتان.

٣-٥-٢ خاصية تغيير التدرج أو التقليس :*Scaling*

ويعبر عنها بالعلاقة:

$$v(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} V\left(\frac{f}{a}\right) \quad (3-41)$$

حيث a ثابت. وتمثل $v(at)$ هنا $v(t)$ نفسه بعد استبدال t بـ at . ووفق هذه الخاصية فإن تدرجات محور الزمن تمدد أو تنضغط وفقاً لقيمة الثابت a كما أن اتجاه المحور ينعكس في حالة كون a سالباً. فإذا كان الثابت a موجباً وأكبر من الواحد فإن $v(at)$ تمثل حالة ضغط لـ $v(t)$ ، أما إذا كان a موجباً وأصغر من الواحد فنحصل على توسيع زمني. وإذا كان a سالباً فهذا يعني أنه يجب أن نعكس $v(t)$ زمنياً إضافة إلى ضغطه أو توسيعه زمنياً بالعامل $|a|$ لنحصل على $v(at)$.



الشكل (٧-٣) الإشارة الممثلة بمجموع لبعض مسطحات.

٣-٥-٤ خاصية الإزدواجية أو المثلوية :*Duality*

تنص هذه الخاصية على أنه بافتراض أن $v(f) \leftrightarrow V(f)$ وأن تابعاً للزمن $(t)z$ يكون مماثلاً لـ $V(f)$ فيما لو استبدلنا f بـ t أي:

$$z(t) = V(f) \quad (3-45)$$

ف عند إذن يكون:

$$F[z(t)] = v(-f) \quad (3-46)$$

حيث $v(-f)$ هو $v(f)$ نفسه بعد استبدال f بـ $-f$.

تعد هذه الخاصية كنتيجة لتشابه تكامل فورييه (3-27) و (3-28) و اختلافهما فقط يتحول عملية التكامل والإشارة الجبرية للأوّل.

المثال ٣-٤

بالاستفادة من خاصية الازدواجية، أوجد تحويل فورييه للإشارة المبينة في الشكل (٣-٨-أ)، وهي تسمى بنبضة sinc وتوصف بالعلاقة:

$$z(t) = A \operatorname{sinc} 2\omega t$$

يمكن إيجاد تحويل فورييه لهذه الإشارة بالاستفادة من خاصية الازدواجية انتطلاقاً من أن تحويل فورييه للنبضة المستطيلة يوصف بالتابع sinc وفق العلاقة (٣-٣٩):

$$A \prod\left(\frac{t}{\tau}\right) \leftrightarrow A \tau \operatorname{sinc} f\tau$$

لذا نفترض أن $v(t) = \frac{A}{\tau} \prod\left(\frac{t}{\tau}\right)$ حيث يكون:

$$V(f) = A \tau \operatorname{sinc} f\tau$$

هكذا يكون $z(t)$ مماثلاً لـ $V(f)$ ، فيما لو استبدلنا f بـ t و τ بـ $2W$. ويمكن أن نكتب $(z(t) = V(f))$ ، إذا افترضنا شكلياً أن $W=2\tau$. ومن ثم نطبق خاصية الازدواجية (٣-٤٦) فنكتب:

$$F[z(t)] = v(-f) = \frac{A}{2W} \prod\left(\frac{-f}{2W}\right)$$

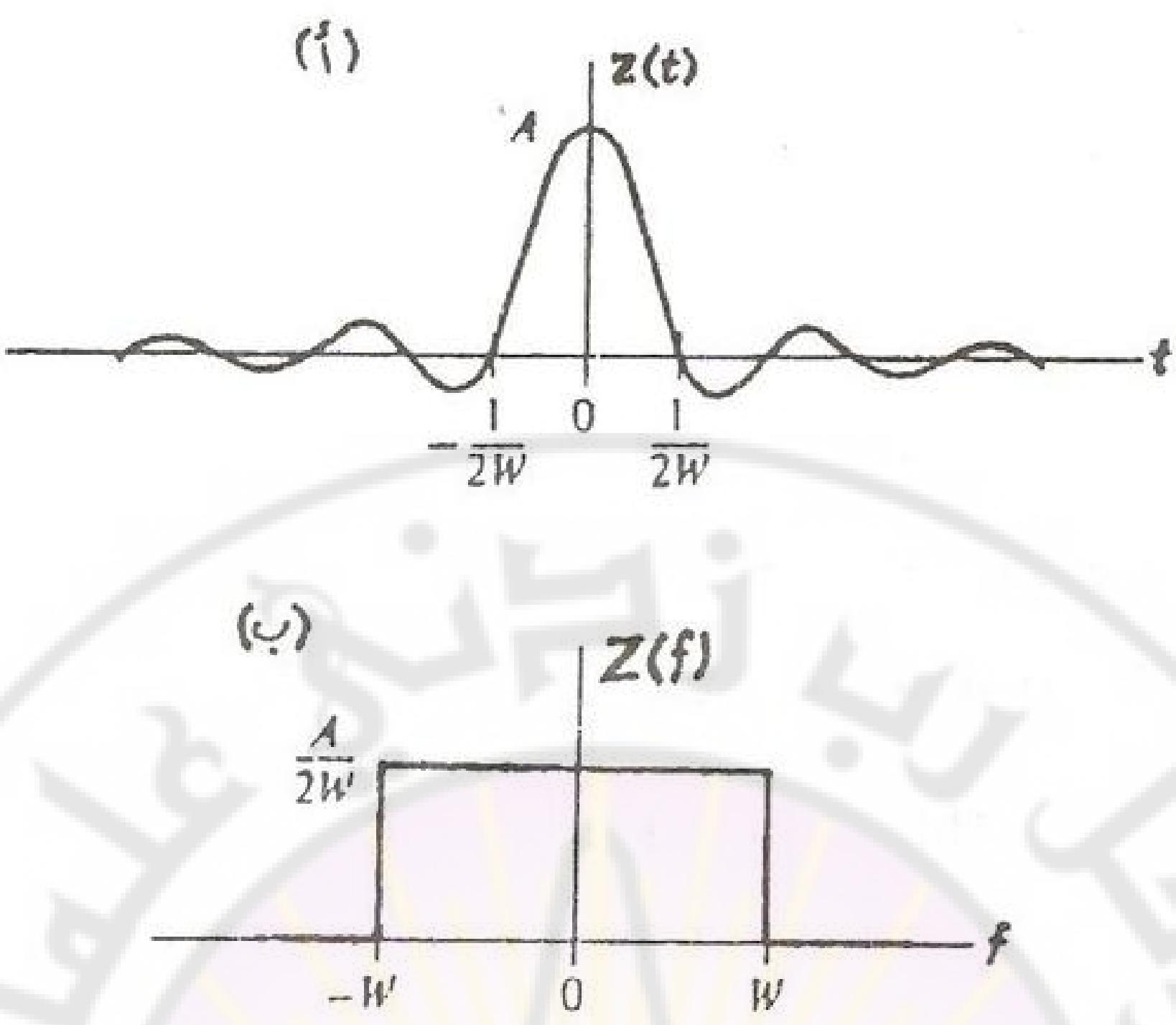
وبالتالي يكون:

$$Z(f) = \frac{A}{2W} \prod\left(\frac{f}{2W}\right) \quad (3-47)$$

ذلك لأن تابع المستطيل متناظر زوجياً، ونكتب بالنتيجة:

$$A \operatorname{sinc} 2Wt \leftrightarrow \frac{A}{2W} \prod\left(\frac{f}{2W}\right) \quad (3-48)$$

يبين الشكل (٣-٨-ب) تحويل فورييه لـ $(z(t))$ أي $Z(f)$ وفق العلاقة (٣-٤٧). ونلاحظ من الشكل أن هذا الطيف محدود تماماً وعرضه يساوي $2W$ ، حيث W عرض المجال للترددات الموجبة أو السالبة.



الشكل (٨-٣)

.sinc.

ب) تحويل فورييه لنسبة sinc.

٣-٥-٥ خاصية الإزاحة التردديّة :Frequency Shifting

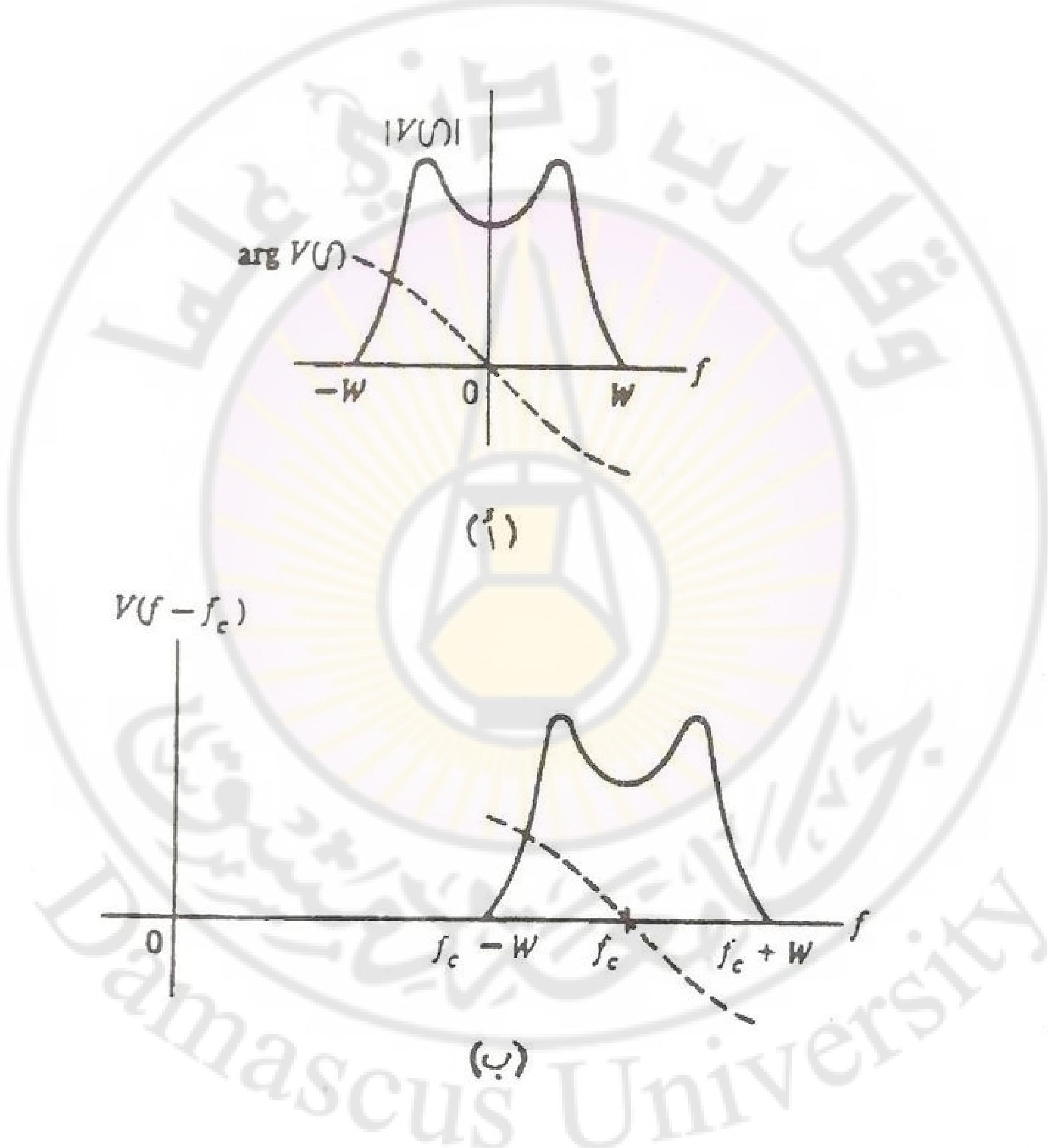
تسمى هذه الخاصية أيضاً خاصية التعديل Modulation أو النقل التردددي Frequency ويعبر عنها بالعلاقة:

$$v(t)e^{j\omega_c t} \leftrightarrow V(f - f_c) \quad (3-49)$$

يطلق على التردد f_c اسم تردد "الحامل"، وذلك لأن ضرب $v(t)$ بـ $e^{j\omega_c t}$ يعاد "تعديلًا عقدياً" وهو يؤدي إلى نقل الطيف بمقدار f_c .

لتوسيع خاصية الإزاحة التردديّة أو النقل التردددي نفترض أن طيف الإشارة $v(t)$ محدود المجال بـ $(-W, +W)$ كما هو مبين في الشكل (٣-٩-أ) ونفترض أيضًا أن $f_c > W$. باستخدام العلاقة (3-49) نحصل على الطيف المبين في الشكل (٣-٩-ب) أي نحصل

على $V(f-f_c)$. ونلاحظ أن النصف الأيسر لـ $V(f)$ ، المقابل للتترددات السالبة في الشكل (٩-٣-أ) يظهر في الطيف المنقول الممثل لـ $V(f-f_c)$ في الشكل (٩-٣-ب) بترددات موجبة. ولذا نجد أن عرض المجال الكلي لطيف $V(f-f_c)$ هو $2W$ ، أي ضعف عرض المجال الأصلي W ، (أي عرض مجال الترددات الموجبة للإشارة الأصلية).



الشكل (٩-٣)
أ) طيف الإشارة ($V(f)$).
ب) طيف $V(f-f_c)$.

تستخدم غالباً نقل الطيف طريقة الضرب بموجة حاملة جيبية. وفي هذه الحالة نستنتج من العلاقة (3-49) أن:

$$v(t) \cos(\omega_c t + \phi) \leftrightarrow \frac{e^{j\phi}}{2} V(f - f_c) + \frac{e^{-j\phi}}{2} V(f + f_c) \quad (3-50)$$

أي أن ضرب الإشارة $v(t)$ بموجة حاملة جيبية يؤدي إلى نقل طيفها إلى الأعلى والأسفل ترددياً بمقدار f_c .

المثال ٣-٣

لنفترض أنه لدينا موجة جيبية محدودة المدة كالمبينة في الشكل (٣-١٠-أ)، وهي توصف بالعلاقة:

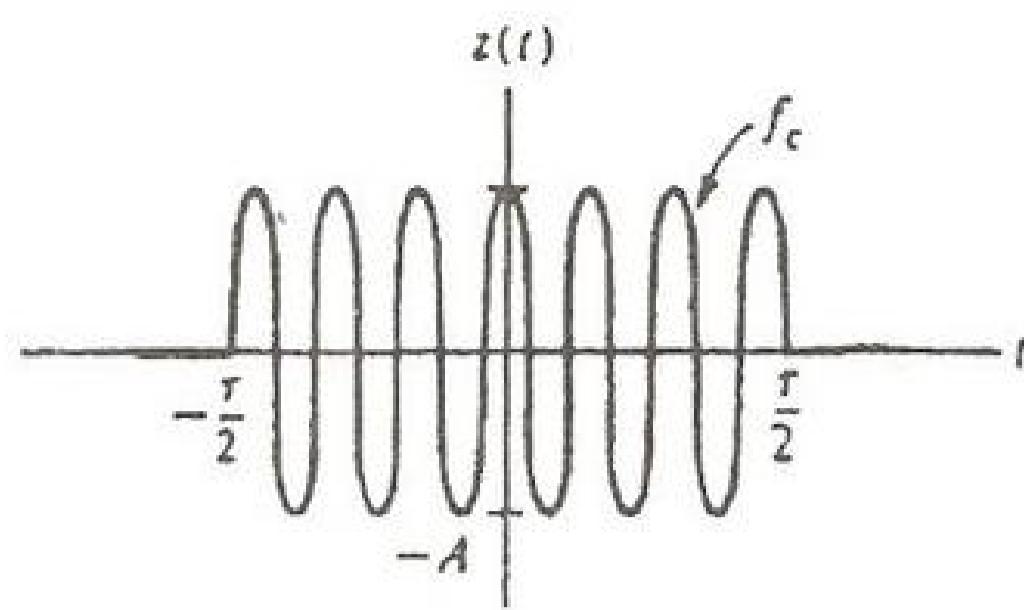
$$z(t) = A \prod\left(\frac{t}{\tau}\right) \cos \omega_c t \quad (3-51)$$

نحصل عليها بضرب نبضة مستطيلة $v(t) = A \prod\left(\frac{t}{\tau}\right) \cos \omega_c t$. وهي تسمى نبضة تردد راديوي *RF Pulse* إذا كان f_c يقع ضمن مجال ترددات الراديوية.

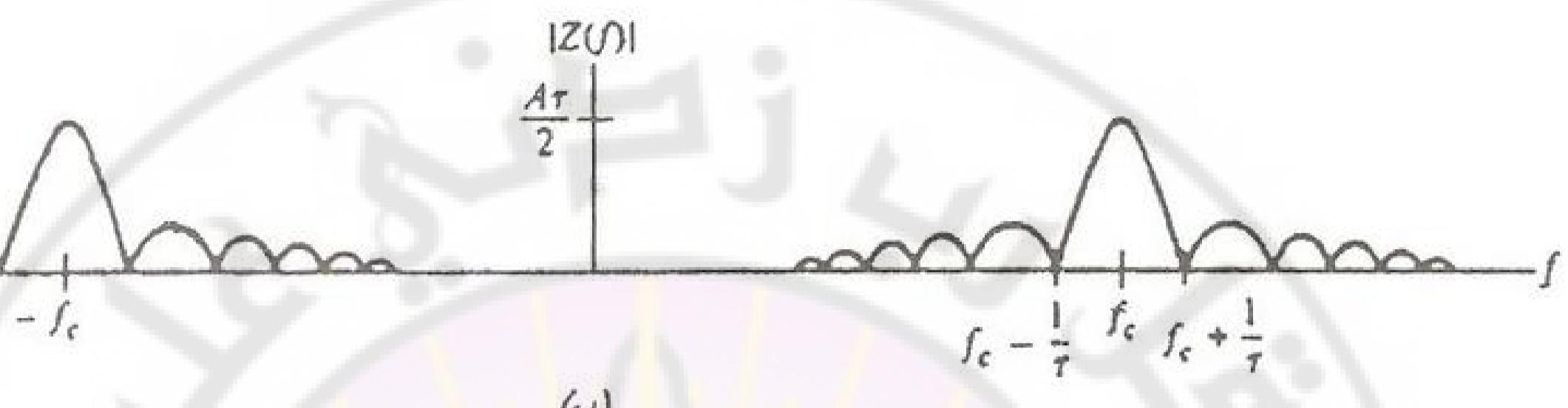
نريد إيجاد تحويل فورييه لـ $z(t)$ ، ومن أجل ذلك نستخدم (3-50)، فنكتب:

$$Z(f) = \frac{A\tau}{2} \operatorname{sinc}(f - f_c)\tau + \frac{A\tau}{2} \operatorname{sinc}(f + f_c)\tau \quad (3-52)$$

وذلك باعتبار أن $\Phi = 0$ وأن تحويل فورييه لـ $v(t)$ هو $V(f) = A\tau \operatorname{sinc} f\tau$. ويبيّن الشكل (٣-١٠-ب) الطيف المطالي لـ $|Z(f)|$ بفرض أن $\tau > > 1/f_c$.



(ا)



(ب)

الشكل (١٠-٣)

أ)نبضة التردد الراديوي.

ب)الطيف المطالي لنبضة التردد الراديوي.

٦-٥-٣ خاصية التفاضل والتكامل:

يعبر عن خاصية التفاضل بالعلاقة:

$$\frac{d}{dt}v(t) \leftrightarrow j\omega V(f) \quad (3-53)$$

أي أن تحويل فورييه لمشتق (t) v يساوي حاصل ضرب ω في $V(f)$.

تنص خاصية التكامل على أنه إذا كان:

$$V(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t) dt = 0 \quad (3-54)$$

فعتقد:

$$\int_{-\infty}^t v(\lambda) d\lambda \leftrightarrow \frac{1}{j\omega} V(f) \quad (3-55)$$

حيث إن $(\lambda)v$ في التكامل الأخير هو $(i)v$ نفسه بعد استبدال λ بـ λ كمتتحول آخر من أجل عملية التكامل تجنبًا للالتباس مع الحد العلوي للتكمال.

في حالة عدم تحقق العلاقة (3-54)، أي إذا لم تكن مساحة $(i)v$ متساوية للصفر في حين أن:

$$\int_{-\infty}^{\lambda} v(\lambda) d\lambda \leftrightarrow \frac{1}{j\omega} V(f) + \frac{1}{2} V(0) \delta(f) \quad (3-56)$$

حيث $\delta(f)$ هوتابع دلتا للديراك في مجال التردد وسنعرفه فيما بعد.

المثال ٣-٦

سوف نستخدم خاصية التكامل من أجل إيجاد تحويل فورييه للنبضية المثلثية المبينة في الشكل (١١-٣-أ)، وهي توصف بالعبارة:

$$w(t) = A \Lambda\left(\frac{t}{\tau}\right)$$

حيث A/τ تابع المثلث وهو يتمثل بـ $w(t)$ في الشكل (١١-٣-أ) من أجل $A=1$

$$\Lambda\left(\frac{t}{\tau}\right) = \begin{cases} A\left(1 - \frac{|t|}{\tau}\right) & |t| < \tau \\ 0 & |t| > \tau \end{cases} \quad (3-57-a)$$

سوف نستفيد من كون:

$$w(t) = \frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^{\lambda} z(\lambda) d\lambda$$

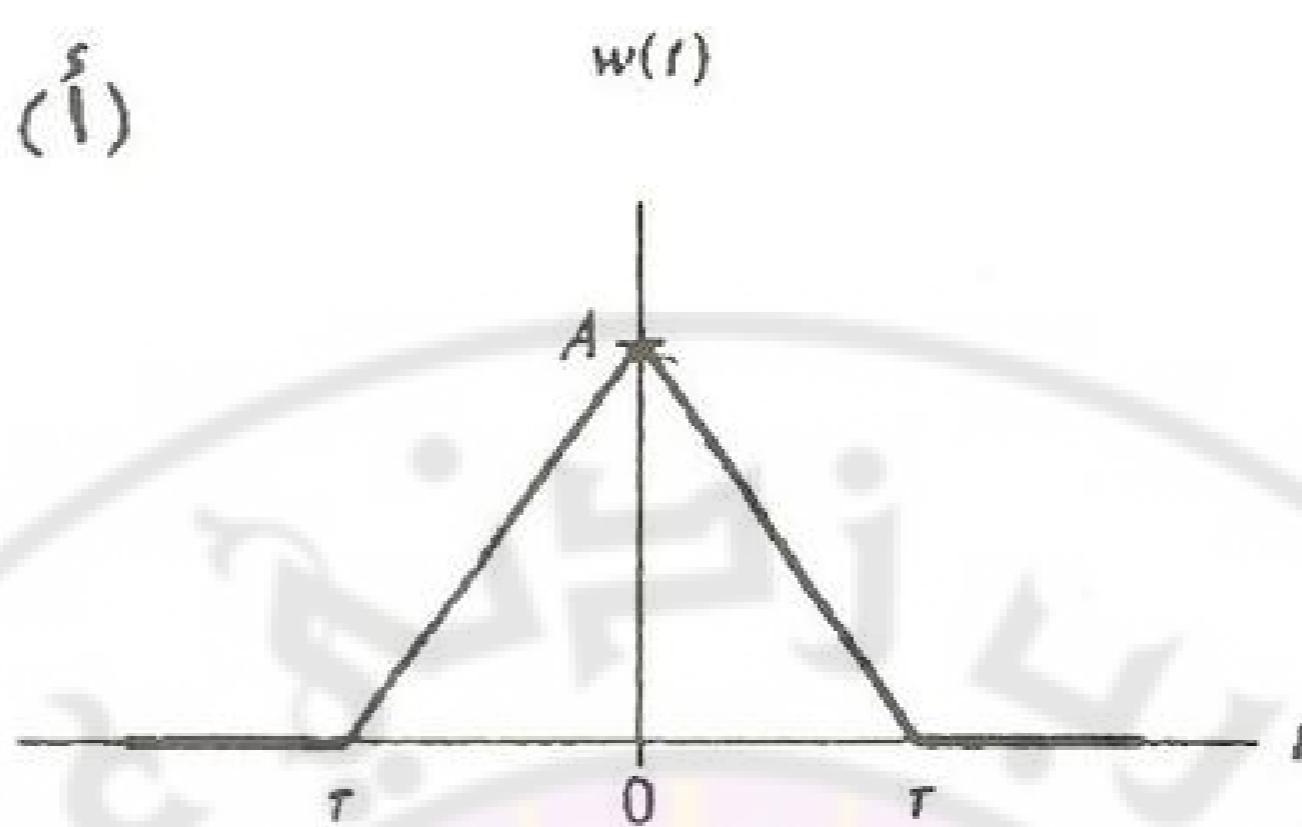
حيث أن $(i)z$ هي الإشارة الواردة سابقاً في الشكل (٣-٧) ونكتب وفق خاصية التكامل واعتماداً على (3-44):

$$W(f) = \frac{1}{\tau} \frac{1}{j2\pi f} Z(f) = A \tau \text{sinc}^2 f\tau \quad (3-57-b)$$

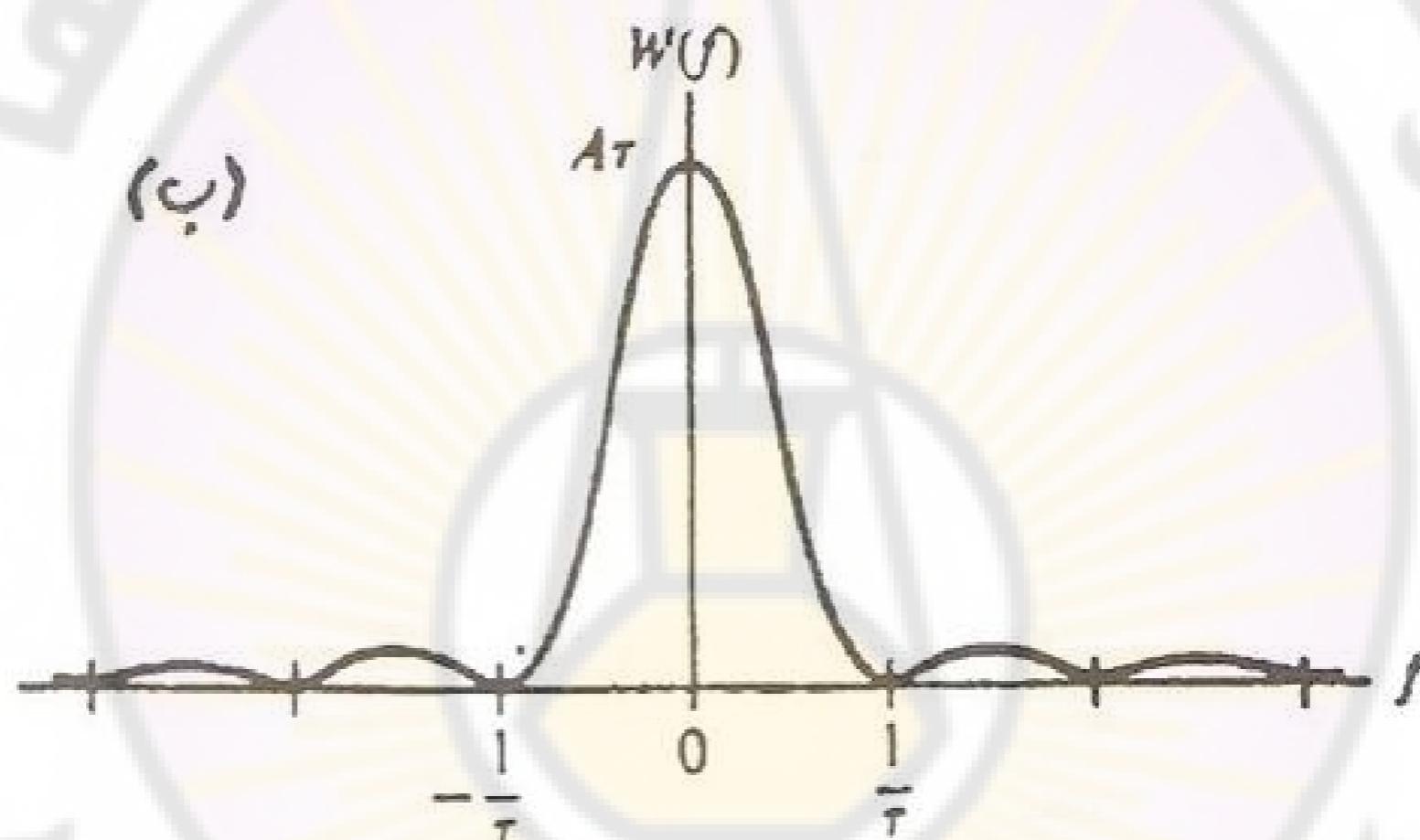
$$A \Lambda\left(\frac{t}{\tau}\right) \leftrightarrow A \tau \text{sinc}^2 f\tau \quad (3-57-c)$$

ويكون $W(f)$ كما في الشكل (١١-٣-ب).

(أ)



(ب)



الشكل (١١-٣)

أ) نبضة مثلثية.

ب) تحويل فورييه.

٣-٥-٧ خاصية الطي والضرب:

يقصد بالطي *Convolution* العملية الرياضية التي تجري على تابعين للمتحول نفسه مثل

$v(t)$ و $w(t)$ وفق العلاقة:

$$v(t) * w(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(\lambda)w(t - \lambda)d\lambda \quad (3-58)$$

يشير الرمز \cdot إلى عملية الطي، وينتج عن هذه العملية تابع للمتحول المستقل t نفسه الذي يفترض ثابتاً عند إجراء التكامل بالنسبة للمتحول λ في (3-58).

يمكن إثبات أن:

$$v(t) * w(t) \leftrightarrow V(f)W(f) \quad (3-59-a)$$

$$v(t)w(t) \leftrightarrow V(f)*W(f) \quad (3-59-b)$$

تسمى العلاقة (3-59-a) نظرية الطي الزمني، وهي تعني أن الطي في مجال الزمن يقابل الضرب في مجال التردد، كما تسمى العلاقة (3-59-b) نظرية الطي الترددية، وهي تعني أن الضرب في مجال الزمن يقابل الطي في مجال التردد.

تعد إمكانية استبدال عملية الطي المعقّدة نسبياً بعملية ضرب وفق النظريتين السابقتين من أهم خواص تحويل فورييه.

يمكن إيجاد تكامل الطي (3-58) ببساطة أحياناً في حالات كون $v(t)$ و $w(t)$ تابعين مستمررين من أجل كل قيم t . وبالمقابل، إذا كان كل من $v(t)$ أو $w(t)$ ، أو أحدهما فقط معروفاً ضمن فترات محددة، فيكون إيجاد الطي صعباً نسبياً، ونحتاج إلى الرسم من أجل توضيح حدود التكامل لكل فترة على حدة.

المثال ٣-٧: طي نبضتين مستطيلتين

نريد إيجاد $z(t) = v(t) * w(t)$ حيث:

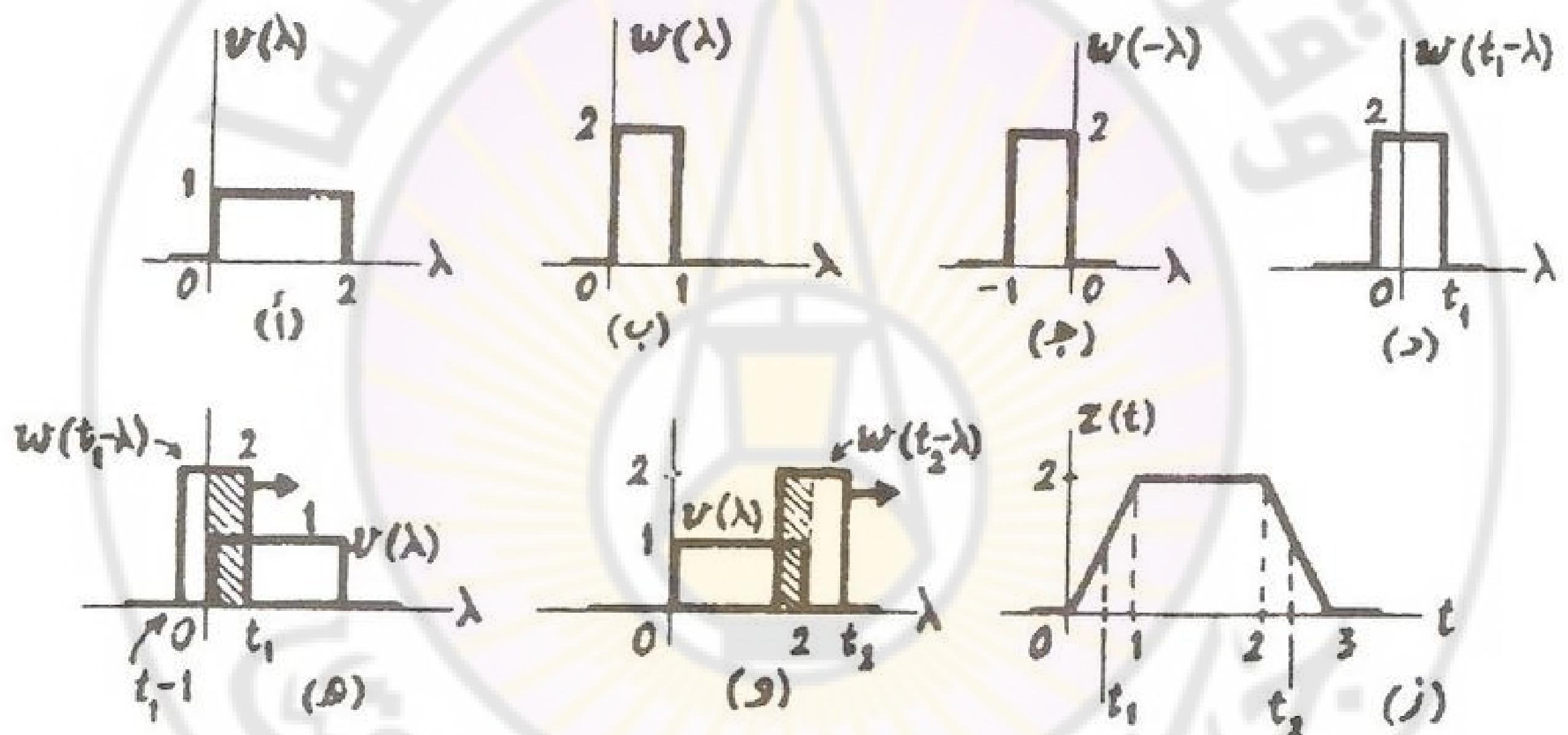
$$v(t) = \prod\left(\frac{t-1}{2}\right), \quad w(t) = 2 \prod\left(t - \frac{1}{2}\right)$$

من أجل ذلك نرسم $v(t)$ و $w(t)$ ، وهما نفسهما $v(t)$ و $w(t)$ ، بعد استبدال t بـ λ ، فيكونان كما في الشكل (١٢-٣-أ، ب). ونرسم $v(\lambda)$ كما في الشكل (١٢-٣-ج) بأن "نطوي" أو نفتل $v(\lambda)$ بالنسبة للمحور الشاقولي (وذلك يفسر الكلمة الطي).

ونحصل على $w(\lambda)$ كما في الشكل (١٢-٣-د) بإزاحة (١-٢-د) بمقدار t_1 مع افتراض $t_1 > 0$.

نرسم $v(\lambda)$ و $w(\lambda)$ معاً في الشكل (١٢-٣-هـ) ويعطينا تكامل الطي (٣-٥٨) في هذه الحالة $z(t) = w(\lambda)$ ، وتمثله المساحة المظللة.

عند زيادة t_1 تزداد النسبة المتحركة $w(\lambda)$ نحو اليمين كما يشير السهم، فيزيد $z(t)$ ويبلغ أكبر قيمة له عندما $t_1 = t_2$.



الشكل (١٢-٣) توضيح عملية الطي لإشارتين.

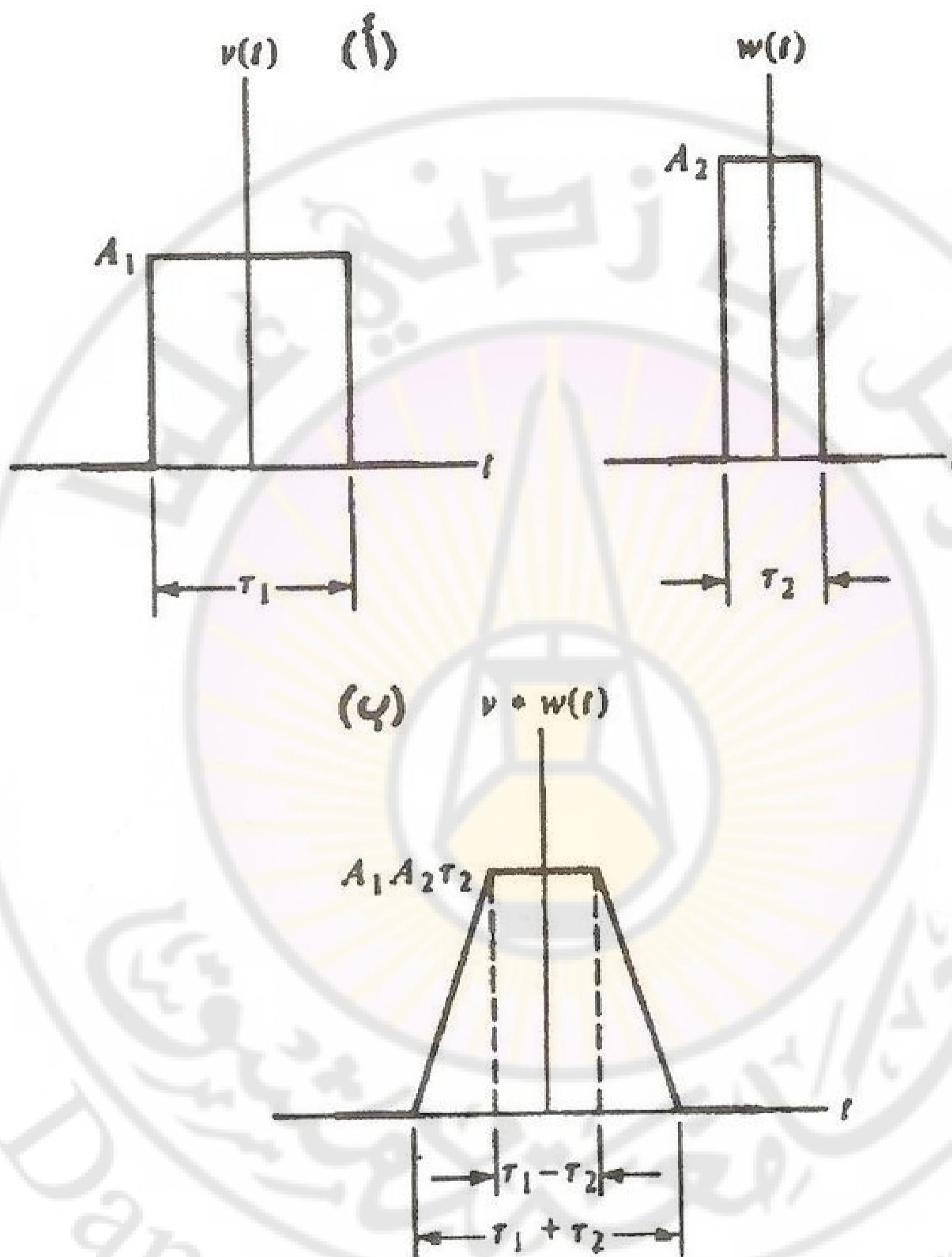
نفترض في الشكل (١٢-٣-و) أن $t_2 > t_1 > 2$. وفي هذه الحالة تقابل قيمة $z(t_2)$ المساحة المظللة بين $\lambda=t_2-1$ و $\lambda=2$ ، فيكون:

$$z(t_2) = 2[2 - (t_2 - 1)] = 3 - t_2$$

لذا يتناقص $z(t_2)$ خطياً ابتداءً من $t_2 = 2$ حتى $t_2 = 3$.

يكون $z(t)$ بالنتيجة بشكل شبه منحرف كما في الشكل (١٢-٣-ز).

عند تطبيق الأسلوب نفسه لإيجاد طي النبضين المتناظرين في الشكل (١٣-٣-أ) نحصل على شبه المنحرف المتناظر في الشكل (١٣-٣-ب).



الشكل (١٣-٣) توضيح عملية الطي لنبضين متناظرين
أ) النبضين.
ب) طي النبضين.

إذا افترضنا في الشكل (٣-٣-أ) كحالة خاصة $\tau_1 = \tau_2 = \tau$ ، يتحول شبه المنحرف في الشكل (٣-٣-ب) إلى النبضة المثلثية $(A\delta(t/\tau))$ ، المبينة في الشكل (٣-٣-أ) من أجل $A = A_1 A_2 \tau$. ونستنتج أن:

$$\Lambda\left(\frac{t}{\tau}\right) = \frac{1}{\tau} \prod\left(\frac{t}{\tau}\right)^* * \prod\left(\frac{t}{\tau}\right) \quad (3-60-a)$$

بتطبيق خاصية الطي الزمني (٣-٥٩) نجد أن:

$$F\left[\Lambda\left(\frac{t}{\tau}\right)\right] = \frac{1}{\tau} (\tau \operatorname{sinc} f\tau)^2 = \tau \operatorname{sinc}^2 f\tau \quad (3-60-b)$$

تفق هذه النتيجة مع العلاقة (٣-٥٧-٣) المست導ة سابقاً وفق خاصية التكامل.

٦-٣ نظرية ريلاي للطاقة Rayleigh's Energy Theorem

تسمى هذه النظرية أحياناً نظرية بارسيفال للطاقة، لأنها تقابل نظرية بارسيفال للاستطاعة في حالة الإشارات الدورية. وهي تعد كحالة خاصة للعلاقة التكاملية:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} v(t) w^*(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} V(f) W^*(f) df \quad (3-61)$$

نفترض في هذه العلاقة أن $v(t)$ و $w(t)$ إشارتا طاقة (أي محدودتا الطاقة)، وأن:

$$v(t) \leftrightarrow V(f) \quad , \quad w(t) \leftrightarrow W(f)$$

يمكن أن نستنتج نظرية ريلاي للطاقة بأن نفترض أن $v(t) = w(t)$ في (٣-٦١):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} v(t) v^*(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} V(f) V^*(f) df$$

يمثل الطرف الأيسر هذه العلاقة طاقة الإشارة $v(t)$ ، ولذا نكتب:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |v(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |V(f)|^2 df \quad (3-62-a)$$

هذه هي العلاقة المعتبرة عن نظرية ريللي للطاقة، وهي تعني أنه يمكن إيجاد طاقة (I) متكاملة $|V(f)|^2$ لكل الترددات بدلاً من متكاملة $|v|^2$ لكل الأزمنة.

حسب العلاقة (3-62-a) يمكن عد E موزعة طيفياً، بحيث تكون الطاقة ضمن مجال تردددي ضيق جداً $f \pm df/2$ هي:

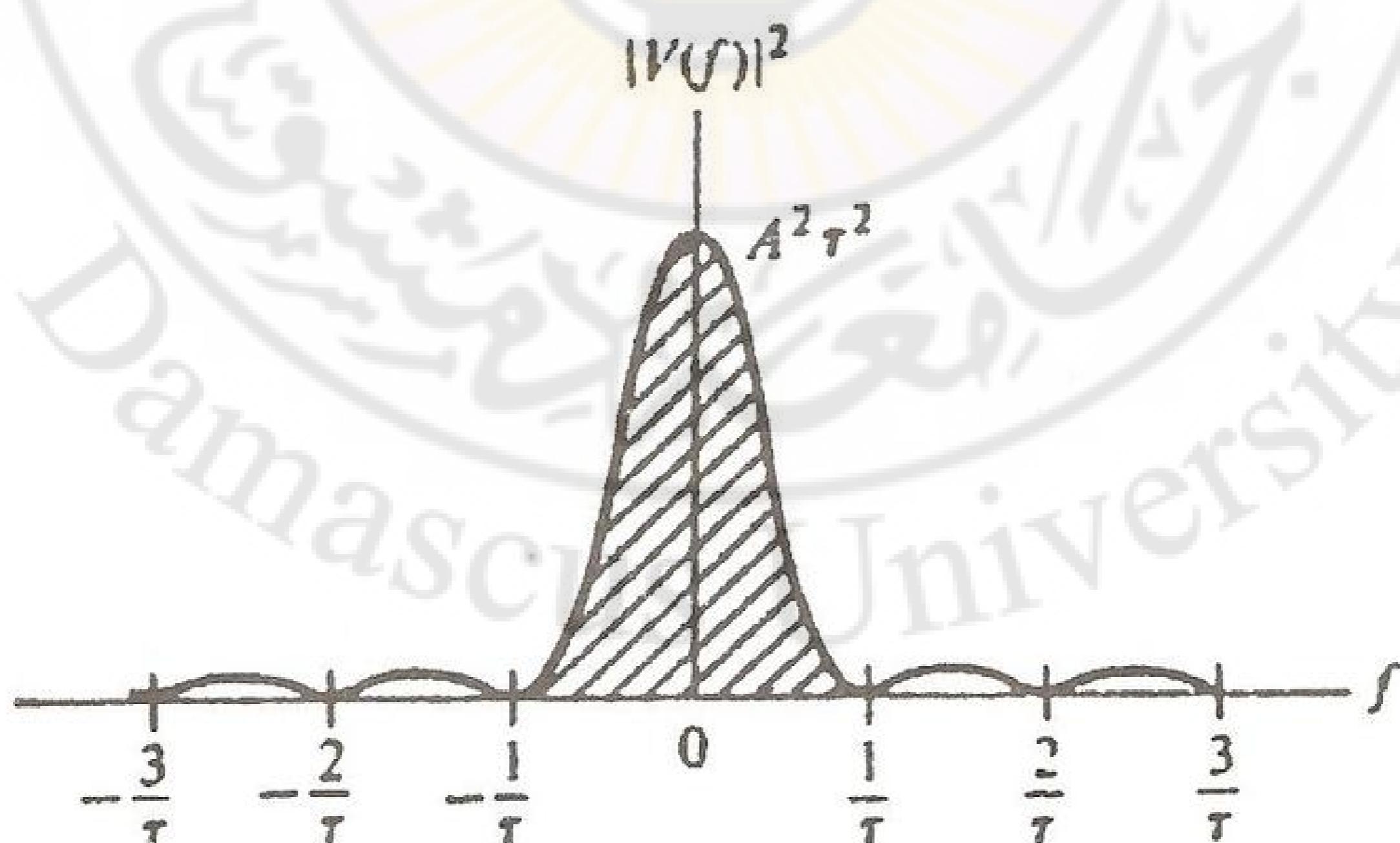
$$dE = |V(f)|^2 df \quad (3-62-b)$$

$$\frac{dE}{df} = |V(f)|^2$$

نسمى $\frac{dE}{df}$ الكثافة الطيفية للطاقة *Energy Spectral Density* وهي تساوي حسب نظرية ريللي $.|V(f)|^2$.

لتوضيح ما سبق يبين الشكل (١٤-٣) الكثافة الطيفية لنبضة مستطيلة وفق العلاقة :

$$|V(f)|^2 = (A\tau)^2 \text{sinc}^2 f\tau \quad (3-62-b)$$



الشكل (١٤-٣) الكثافة الطيفية لنبضة مستطيلة.

تمثل المساحة المظللة في الشكل الطاقة ضمن المجال $\tau/1 < f < \tau$ ، وبنجد أنها تساوي:

$$\int_{-\tau/2}^{\tau/2} |V(f)|^2 df = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} (A\tau)^2 \text{sinc}^2 f\tau df = 0.92 A^2 \tau$$

بما أن القيمة الكلية لطاقة النبضة هي $\tau^2 A^2$ ، لذلك فإن الطاقة المخصوصة ضمن المجال $\tau/1 < f < \tau$ تمثل أكثر من 90% من الطاقة الكلية.

٣-٧ تابع دلتا لديراك وأهم تطبيقاته

بعد تابع دلتا لديراك $\delta(t)$ *Dirac Delta Function* من أهم التوابع المستخدمة في هندسة الاتصالات، ويسمى $\delta(t)$ أيضاً النبضة الدفعية الواحدية *Unit Impulse*. ويقصد بالنبضة الدفعية أن هذه النبضة مرکزة خلال مدة غير متناهية في الصغر، ومطاعها غير متناه في الكبر، وتوصف بأنها واحدة للدلالة على أن مساحتها تساوي الواحد. ويمكن أن نسمى $\delta(t)$ أيضاً ببساطة نبضة ديراك.

عرف ديراك $\delta(t)$ كما يلي:

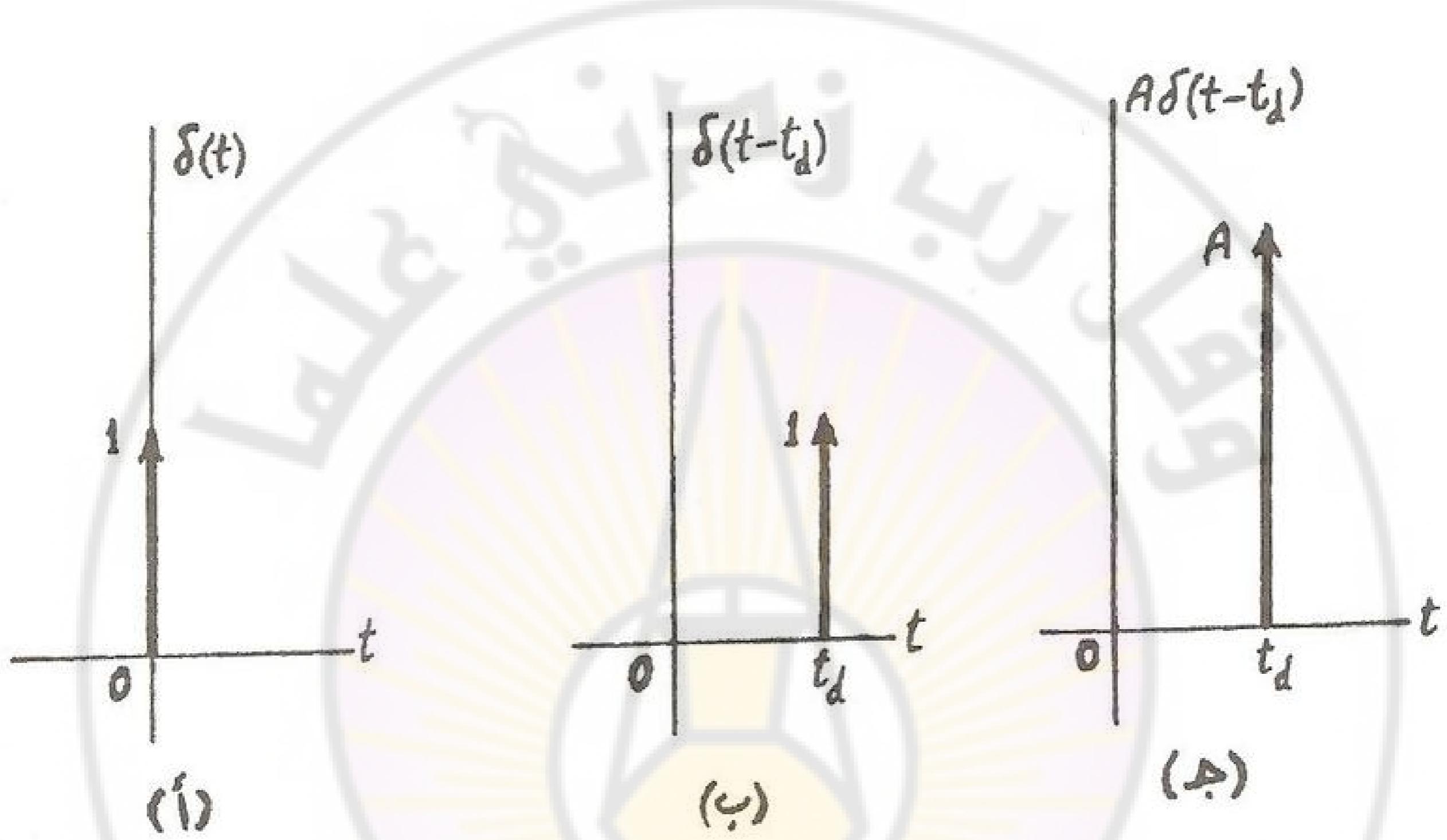
$$\begin{aligned} \delta(t) &= 0 & t \neq 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt &= 1 \end{aligned} \tag{3-63}$$

يكون التمثيل الرمزي لـ $\delta(t)$ بسهم شاقولي كما في الشكل (٣-١٥-أ). ويبين الشكل (٣-١٥-ب) نبضة ديراك نفسها بعد إزاحتها زمنياً بقدار t_d ، ويرمز لها في هذه الحالة بـ $\delta(t-t_d)$ ، ونكتب:

$$\begin{aligned} \delta(t-t_d) &= 0 & t \neq t_d \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-t_d) dt &= 1 \end{aligned} \tag{3-64}$$

يبين الشكل (١٥-ج) نبضة ديراك مؤخرة بزمن t_d وذات مساحة A ويرمز لها بـ $A\delta(t-t_d)$ حيث أن:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} A \delta(t - t_d) dt = A$$



الشكل (١٥-٣) بذات ديجاك

أ) التمثيل المعرفي.

ب) نبضة ديراك مزاحمة بمقدار ٢١

ج) نبضة ديراك مزاحة بقدر A_d وذات مساحة A .

من أهم خواص نبضة ديراك أن:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} v(t) \delta(t - t_d) dt = v(t_d) \quad (3-65)$$

تسمى هذه الخاصية خاصة الاعتيان *Sampling Property* أو خاصية الفرز *Sifting*، وذلك لأن $v(t_d)$ تمثل قيمة عينة *Sample* من $v(t)$ في لحظة ظهور $\delta(t-t_d)$ ، أي في اللحظة $t=t_d$. ومن هذه الخاصية يمكن استنتاج العلاقة الهامة التالية:

$$v(t) * \delta(t - t_d) = v(t - t_d) \quad (3-66)$$

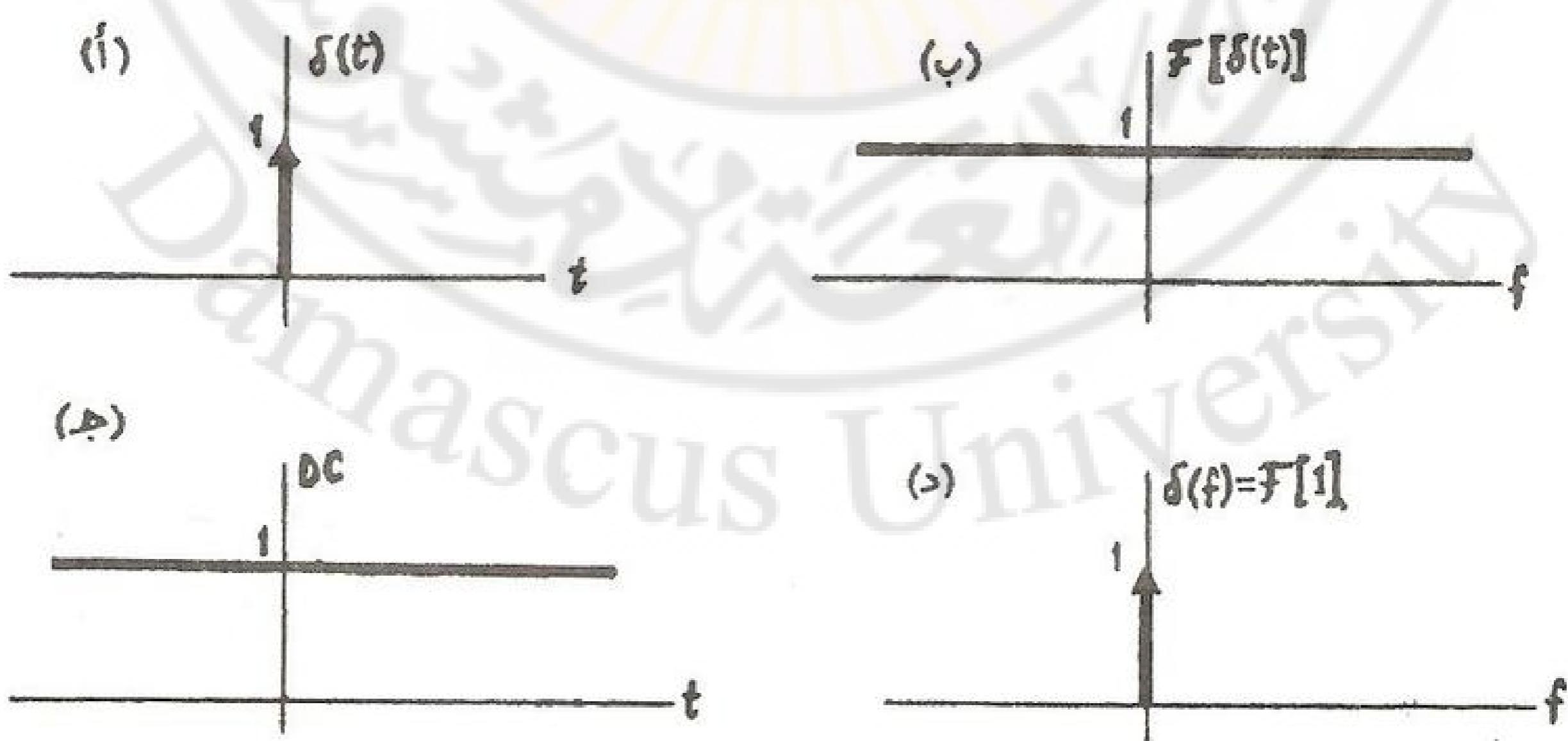
تسمى هذه العلاقة بخاصية النسخ *Replication*، لأنها تعني أن طي $v(t)$ مع $\delta(t-t_d)$ يؤدي إلى نسخ التابع $v(t)$ مع إزاحته بزمن t_d . يكون تحويل فورييه لتابع دلتا:

$$F[\delta(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) e^{-j\omega t} dt = 1 \quad (3-67)$$

وذلك لأن قيمة $e^{-j\omega t}$ عندما $t=0$ تساوي 1، وهذا:

$$\delta(t) \leftrightarrow 1 \quad (3-68)$$

نستنتج من العلاقة الأخيرة أن طيف $\delta(t)$ هو طيف منتظم بقيمة تساوي الواحد من $f=-\infty$ حتى $f=+\infty$ ، كما هو مبين في الشكل (١٦-٣-أوب).



الشكل (١٦-٣) طيف $\delta(t)$.

حسب خاصية التأخير (3-42) نجد أن:

$$A\delta(t-t_d) \leftrightarrow Ae^{-j\omega_d t} \quad (3-69)$$

بالاعتماد على (3-68) نكتب وفق خاصية الازدواجية (3-46) أن:

$$\begin{aligned} F[1] &= \delta(f) \\ 1 &\leftrightarrow \delta(t) \end{aligned} \quad (3-70)$$

حيث $\delta(f)$ تابع ديراك في مجال التردد وهو يمثل وفق (3-70) تحويل فورييه لتيار أو جهد مستمر قيمته تساوي 1 كما مبين في الشكل (١٦-٣-ج و د).

يمكن أن نوجد تحويل فورييه للتابع الأسني العقدي $e^{j\omega_c t}$ انطلاقاً من (3-70) وخاصية النقل الترددية (3-49)، فنكتب:

$$\begin{aligned} e^{j\omega_c t} &\leftrightarrow \delta(f - f_c) \\ Ae^{j\omega_c t} &\leftrightarrow A\delta(f - f_c) \end{aligned} \quad (3-71)$$

يمكن أن نكتب أيضاً:

$$e^{-j\omega_c t} \leftrightarrow \delta(f + f_c) \quad (3-72)$$

بالتالي نستنتج أن:

$$\cos\omega_c t \leftrightarrow \frac{1}{2}\delta(f - f_c) + \frac{1}{2}\delta(f + f_c) \quad (3-73)$$

$$A\cos(\omega_c t + \phi) \leftrightarrow \frac{A}{2}e^{j\phi}\delta(f - f_c) + \frac{A}{2}e^{-j\phi}\delta(f + f_c) \quad (3-74)$$

أي أن طيف الإشارة الجيبية يتالف من نبضي ديراك كما هو مبين في الشكل (١٧-٣).

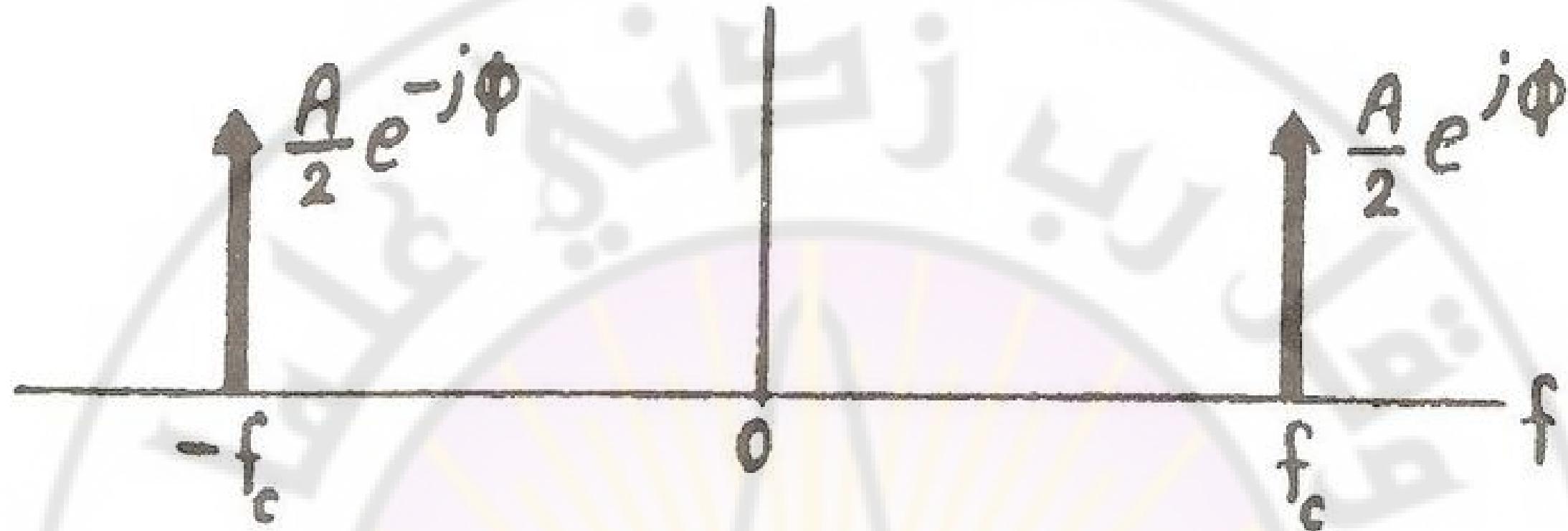
بالمثل يمكن تطبيق (3-71) لإيجاد تحويل فورييه لأي إشارة دورية $v(t)$ انطلاقاً من سلسلة فورييه لها:

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad (3-75)$$

نجد بالمقارنة مع (3-71) أن:

$$V(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \delta(f - nf_0) \quad (3-76)$$

أي أن تحويل فورييه للإشارة الدورية هو تتابع من نبضات ديراك طيفية موزونة بثوابت سلسلة فورييه للإشارة نفسها.



الشكل (١٧-٣) طيف الإشارة الجيبية.

المثال ٨-٣

أوجد تحويل فورييه لقطار نبضات ديراك المبين في الشكل (١٨-٣-أ) الذي يوصف بالعلاقة:

$$v(t) = A \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_0) \quad (3-77)$$

الحل:

نوجد c_n من العلاقة:

$$c_n = A \left[\frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \delta(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \right] = \frac{A}{T_0} \quad (3-78)$$

تكون سلسلة فورييه لـ $v(t)$:

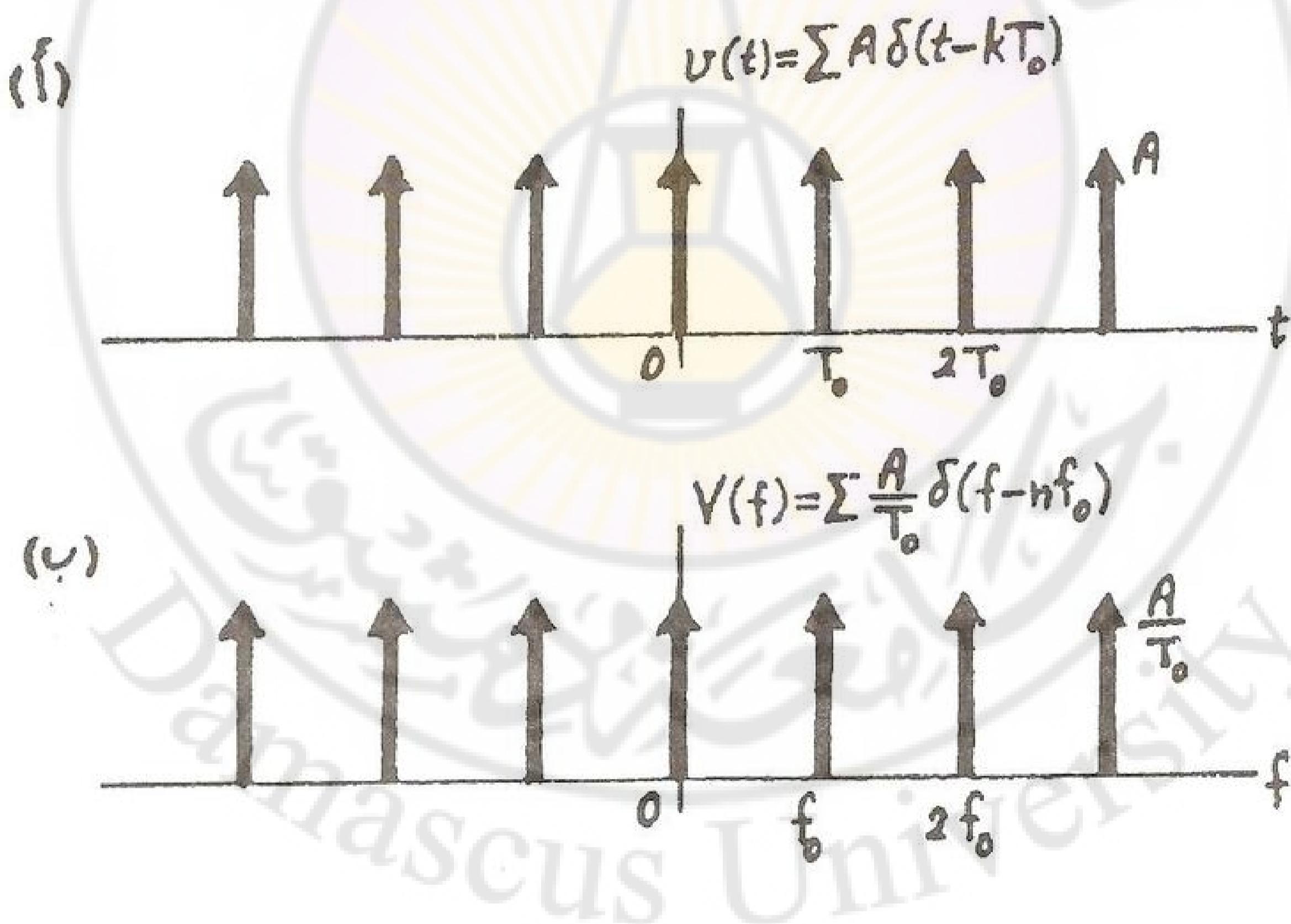
$$v(t) = \frac{A}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{jn\omega_0 t} \quad (3-79)$$

ويكون تحويل فورييه وفق (3-76):

$$V(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{A}{T_0} \delta(f - nf_0) \quad (3-80)$$

أي أن $V(f)$ يمثل تابعاً دوريّاً من نبضات ديراك في مجال التردد أوزانها A/T_0 كما في الشكل (١٨-٣-ب) ونكتب:

$$A \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_0) \leftrightarrow \frac{A}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(f - nf_0) \quad (3-81)$$



الشكل (١٨-٣)

أ) قطار نبضات ديراك.

ب) تحويل فورييه.

نذكر أخيراً أنه بالإضافة إلى تابع دلتا لديراك يستخدم أيضاً عند تحليل الإشارات في نظم الاتصالات تابع الدرجة الواحدة أو الخطوة الواحدة *Unit Step Function* المبين في الشكل (١٩-٣)، ويوصف بالعلاقة:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases} \quad (3-82)$$

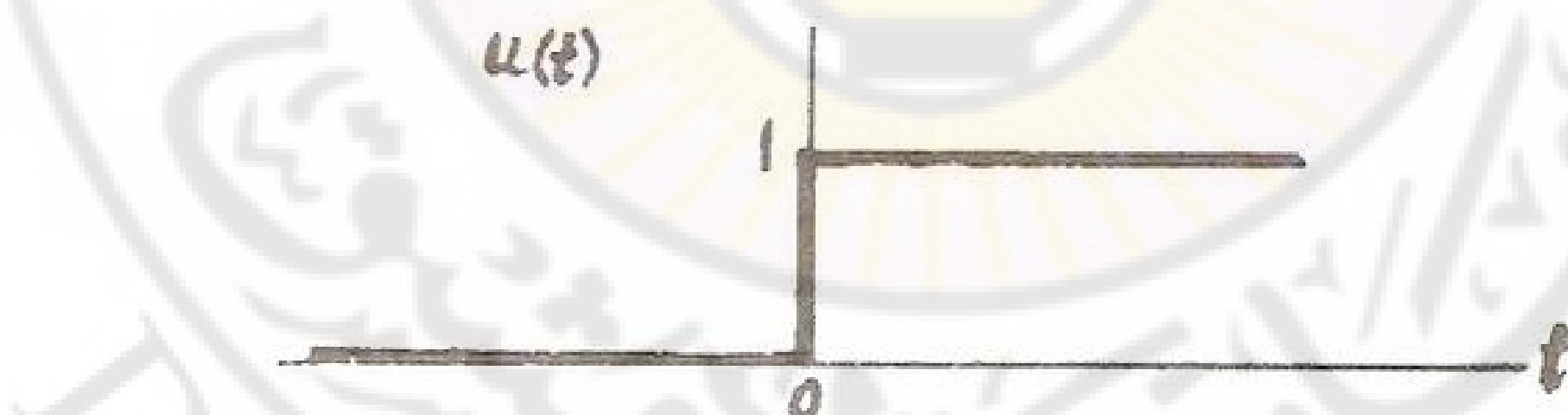
وهو يرتبط مع تابع ديراك $\delta(t)$ بالعلاقتين التاليتين:

$$u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\lambda) d\lambda, \quad \delta(t) = \frac{d}{dt} u(t) \quad (3-83)$$

يمكن أن نثبت أن:

$$u(t) \leftrightarrow \frac{1}{j2\pi f} + \frac{1}{2} \delta(f) \quad (3-84)$$

نلاحظ أن العلاقة (3-84) تقابل (3-56) من أجل $u(t)=\delta(t)$ حيث يكون $V(f)=1$ وبالتالي $V(0)=1$.



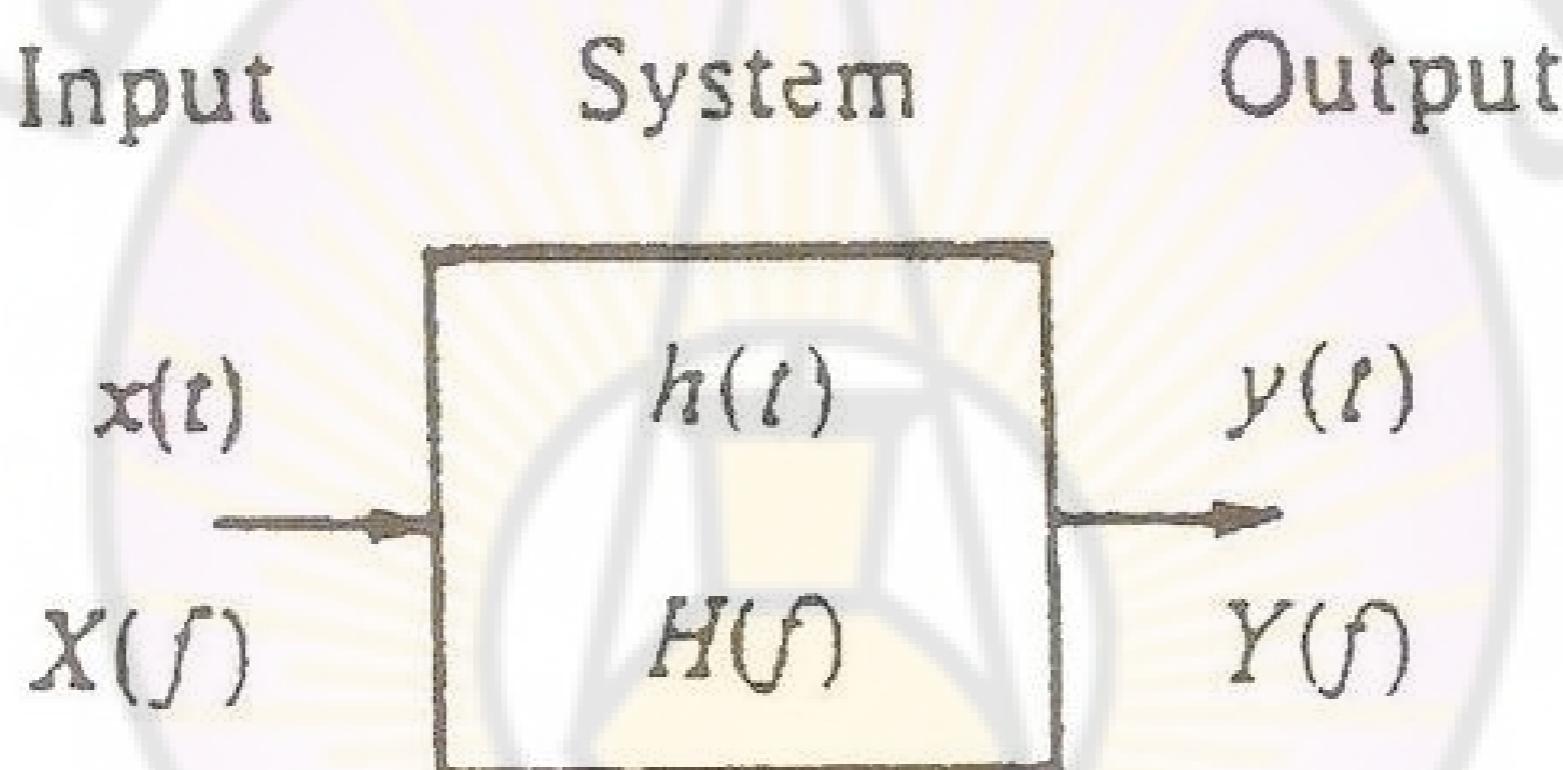
الشكل (١٩-٣) تابع الخطوة الواحدة.

٨-٣ العلاقة بين خرج ودخل نظام خطى في مجال التردد والزمن

يمثل الشكل (٢٠-٣) نظاماً خطياً إشارة دخله $x(t)$ وإشارة خرجه $y(t)$ وتحویلاً فوريّه لهما $X(f)$ و $Y(f)$ على الترتيب. ونرمز بـ $H(f)$ لما يسمى تابع النقل أو التحويل وهو يمثل نسبة تحويلي فوريّه للخرج والدخل:

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} \quad (3-85-a)$$

$$Y(f) = H(f) \cdot X(f) \quad (3-85-b)$$



الشكل (٢٠-٣) تمثيل نظام خطى.

نرمز بـ $h(t)$ في الشكل (٢٠-٣) لما يسمى الاستجابة النبضية *Impulse Response*، ويقصد بها الخرج عندما يكون الدخل نبضة ديراك $\delta(t)$. ونبين أدناه أن $H(f)$ هو تحويل فوريّه لـ $h(t)$.

إذا افترضنا أن الدخل هو نبضة ديراك، أي $x(t) = \delta(t)$ ، فإن الخرج يكون في هذه الحالة $y(t) = h(t)$ حسب تعريف $h(t)$. ومن ثم يكون $X(f) = 1$ ، وبالتالي:



منشورات جامعة دمشق
كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية

أسس هندسة الاتصالات

الدكتور المهندس
ديب خلبيفة
مدرس في قسم
هندسة الالكترونيات والاتصالات

الدكتور المهندس
عام عبود
أستاذ مساعد في قسم
هندسة الالكترونيات والاتصالات

١٤٣٣ - ١٤٣٢
م ٢٠١٢ - ٢٠١١

جامعة دمشق

الفصل الخامس

التعديل

Modulation

التعديل

Modulation

١-٥ مقدمة

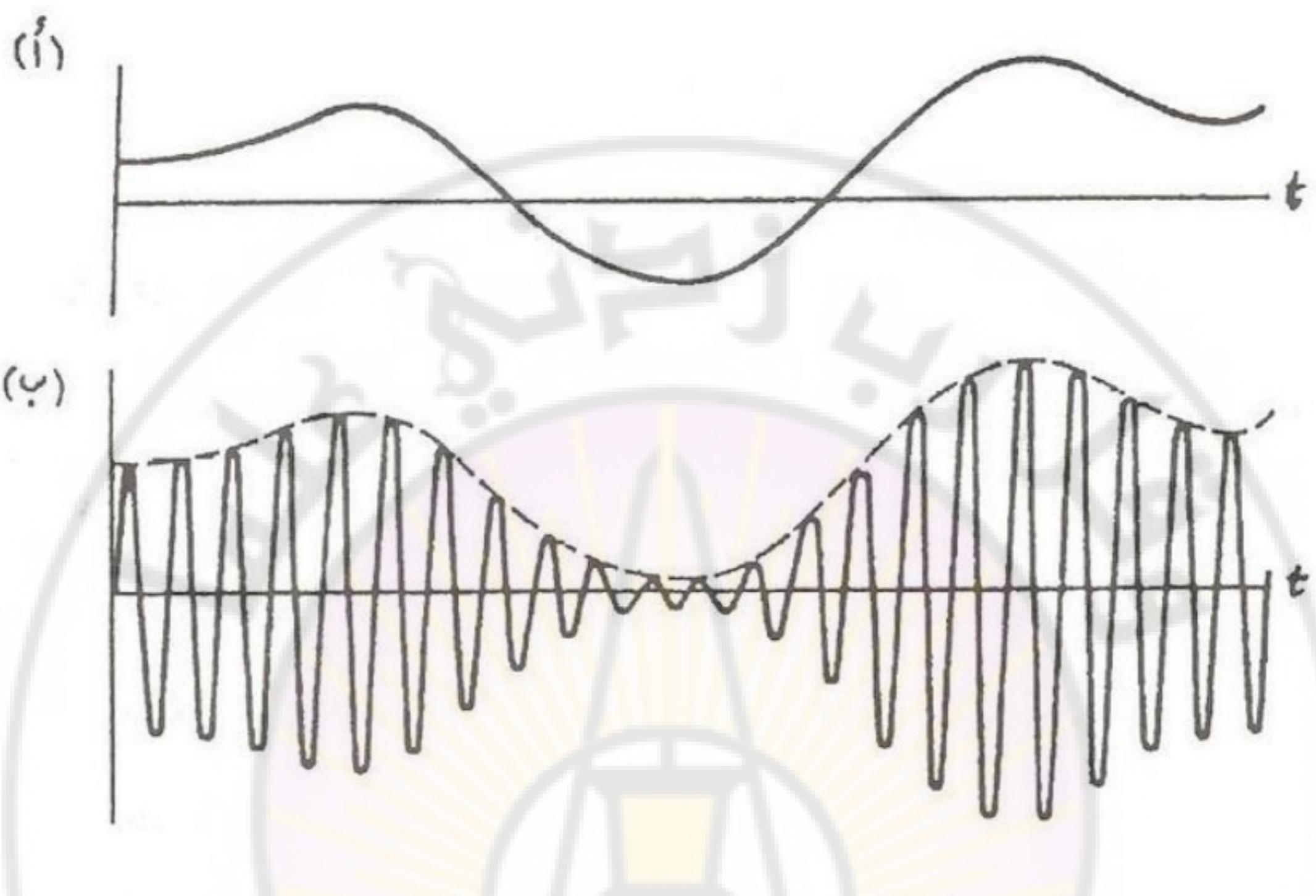
يعد التعديل من العمليات الأساسية في أي نظام اتصال. وترتبط عملية التعديل عموماً بإشارتين هما:

١ - إشارة التعديل أو الإشارة المعدلة *Modulating Signal*، وهي تمثل إشارة منبع المعلومات أو إشارة الرسالة *Message* كإشارة الصوتية أو السمعية *Audio Signal* في الإرسال الإذاعي العادي.

٢ - الموجة الحاملة *Carrier Wave* التي تكون عبارة عن إشارة جيبية في حالة الإرسال اللاسلكي وكثير من نظم الاتصالات السلكية أيضاً، ويمكن أن تكون أيضاً عبارة عن قطار من النبضات في الاتصالات النبضية وال الرقمية.

تقوم دارة التعديل بتغيير إحدى القيم المميزة للموجة الحاملة (مثلاً مطال الموجة الحاملة الجيبية) تبعاً لتغيرات إشارة التعديل. ونحصل بنتيجة ذلك على موجة معدلة "تحمل" المعلومات المحتواة في إشارة التعديل. ويفترض عادة أن عملية التعديل عكوسية. يعنى أن إشارة التعديل الأصلية يمكن أن تستعاد في جهة الاستقبال بعملية معاكسة تسمى كشف التعديل *Demodulation* أو باختصار الكشف *Detection*. ويبيّن الشكل (١-٥-أ) جزءاً من إشارة تعديل، كما يبيّن الشكل (١-٥-ب) الموجة المعدلة التي نحصل عليها بتغيير مطال موجة حاملة جيبية.

وهذا هو التعديل المطالي *Amplitude Modulation (AM)* المستخدم في الإرسال الإذاعي العادي وفي تطبيقات أخرى.



الشكل (١-٥)

أ-إشارة التعديل.

ب-إشارة معدلة مطالية.

ج-إشارة PAM.

يمكن تحويل إشارة التعديل على حامل جيبي أيضاً بالتعديل الترددية *Frequency Modulation (FM)* الذي تستخدمه محطات بث *FM*, ويمكن ذلك أيضاً

بتعديل الطوز (PM). وتعرف الطرق الثلاثة لتعديل حامل جيبي بطرق تعديل الموجة المستمرة (CW) تميّزاً لها عن طرق التعديل النبضي Pulse Modulation التي يستخدم فيها كموجة حاملة قطار نبضات. ويبين الشكل (١-٥-ج) الإشارة المعدلة بطريقة تعديل مطال النبضات Pulse Amplitude Modulation (PAM). وبدلاً من تعديل مطال النبضات تستخدم أحياناً طرق تعديل مدة النبضات أو موضع النبضات، كما تستخدم طرق تعديل نبضي رقمية مثل التعديل الترميزي النبضي Pulse Code Modulation (PCM) الذي يعتمد على عملية التبديل التماثلي-الرقمي لكل من نبضات PAM.

يمكن نقل إشارات التعديل النبضي سلكياً أحياناً، ولكن لا يمكن نقلها لاسلكياً إلا بعد تحميلها على موجة جيبية. وفي هذه الحالة تكون قد استخدمنا التعديل النبضي وتعديل الموجة المستمرة CW معاً.

يوجد سببان أساسيان لاستخدام التعديل في نظم الاتصالات:

١ - يعتمد مردود إشعاع الموجات الكهرومغناطيسية في حالة الإرسال اللاسلكي على نسبة طول هوائي الإرسال (l) إلى طول الموجة المرسلة (λ). ولكي يكون الإشعاع فعالاً يجب أن يكون $l \approx \lambda/4$. فإذا أردنا إرسال الإشارة السمعية مثلاً مباشرةً بواسطة إشعاعها على شكل موجة كهرومغناطيسية، فإن طول هوائي الإرسال يجب أن يختار وفق الشرط المذكور، على أن نحدد λ للترددات السمعية ضمن المجال بين $20Hz-20kHz$ ، وهي تكون بين $15km-15000km$. ولو أردنا تحقيق الشرط $l \approx \lambda/4$ من أجل أعلى تردد سمعي بحد أن الطول المطلوب للهوائي نحو $4km$ ، ومن غير المعقول تحقيقه عملياً. وبالمقابل إذا أرسلنا الإشارة السمعية بعد "تحميدها" على حامل جيبي ذي تردد $100MHz$ مثلاً (وهذا التردد من ضمن ترددات FM)، تكون $l = 3m$ وبالتالي يمكن استخدام هوائي قصير بطول $l \approx \lambda/4 = 75cm$.

٢- نحتاج إلى التعديل من أجل إرسال عدة إشارات في آن واحد لاسلكياً أو سلكياً بخط نقل واحد دون حدوث تداخلات بينها. ويتبين ذلك مثلاً عند الحاجة لإرسال عدة إشارات سمعية لها المجال التردد نفسه، حيث يمكن إرسال تلك الإشارات باستخدامها لتعديل موجات حاملة ذات ترددات عالية مختلف كل منها عن الآخر بمقدار كافٍ، ويمكن استقبال أي منها دون أن تداخل معها الإشارات الأخرى. ومن أجل ذلك تستخدم دارة انتخاب (عدة دارات رنين) تنتخب فقط الموجة المعدلة المطلوبة، كما هو الحال عندما تقوم بتوليف جهاز راديو على إحدى المخططات الإذاعية. وبالمثل يمكن إرسال عدة إشارات هاتفية بخط نقل واحد، بعد تحميلها على موجات حاملة ذات ترددات مختلفة حيث يمكن فرزها بـ دارات انتخاب (دارات رنين أو مرشحات تمرير مجال) في طرف الاستقبال.

سوف نخصص البند التالي لدراسة طرق تعديل الموجات الحاملة الجوية، أي طرق التعديل المطالي والترددي والطوري وطرق الكشف المناسبة لكل منها.

٢-٥ التعديل المطالي *Amplitude Modulation*

يقصد بالتعديل المطالي تغيير مطال الموجة الحاملة بـ $v_m(t)$ لإشارة التعديل، مع بقاء التردد والطور ثابتين. ويوضح الشكل (٢-٥) طريقة التعديل المطالي AM . ونرمز بـ $v_c(t)$ لإشارة التعديل، ونفترض مثلاً أنها كما في الشكل (٢-٥-أ). ونفترض أيضاً أن الموجة الحاملة دون تعديل هي المبينة في الشكل (٢-٥-ب):

$$v_c(t) = A_c \cos \omega_c t \quad (5-1)$$

حيث A_c مطال الموجة الحاملة و ω_c التردد الزاوي لها، أي $\omega_c = 2\pi f_c$ حيث f_c ترددتها باهرتز.

بتعديل الطوز (PM). وتعزف الطرق الثلاثة لتعديل حامل جيبي بطرق تعديل الموجة المستمرة (CW) تميزاً لها عن طرق التعديل النبضي Pulse Modulation التي يستخدم فيها كموجة حاملة قطار نبضات. ويبيّن الشكل (١-٥) الإشارة المعدلة بطريقة تعديل مطال النبضات Pulse Amplitude Modulation (PAM). وبدلأً من تعديل مطال النبضات تستخدم أحياناً طرق تعديل مدة النبضات أو موضع النبضات، كما تستخدم طرق تعديل نبضي رقمية مثل التعديل الترميزي النبضي Pulse Code Modulation (PCM) الذي يعتمد على عملية التبديل التماثلي-الرقمي لكل من نبضات PAM.

يمكن نقل إشارات التعديل النبضي سلكياً أحياناً، ولكن لا يمكن نقلها لاسلكياً إلا بعد تحميّلها على موجة جيبيّة. وفي هذه الحالة تكون قد استخدمنا التعديل النبضي وتتعديل الموجة المستمرة CW معاً.

يوجّد سببان أساسيان لاستخدام التعديل في نظم الاتصالات:

- يعتمد مردود إشعاع الموجات الكهربائية في حالة الإرسال اللاسلكي على نسبة طول هوائي الإرسال (l) إلى طول الموجة المرسلة (λ). ولّكي يكون الإشعاع فعالاً يجب أن يكون $l \approx \lambda/4$. فإذا أردنا إرسال الإشارة السمعية مثلاً مباشرةً بواسطة إشعاعها على شكل موجة كهربائية، فإن طول هوائي الإرسال يجب أن يختار وفق الشرط المذكور، على أن نحدد λ للترددات السمعية ضمن المجال بين $20Hz-20kHz$ ، وهي تكون بين $15km-15000km$. ولو أردنا تحقيق الشرط $l \approx \lambda/4$ من أجل أعلى تردد سمعي بحدّ أن الطول المطلوب للهوائي نحو $4km$ ، ومن غير المعقول تحقيقه عملياً. وبالمقابل إذا أرسلنا الإشارة السمعية بعد "تحميّلها" على حامل جيبي ذي تردد $100MHz$ مثلاً (وهذا التردد من ضمن ترددات FM)، تكون $l = 3m$ وبالتالي يمكن استخدام هوائي قصير بطول $l \approx \lambda/4 = 75cm$.

٢- نحتاج إلى التعديل من أجل إرسال عدة إشارات في آن واحد لاسلكياً أو سلكياً بخط نقل واحد دون حدوث تداخلات بينها. ويوضح ذلك مثلاً عند الحاجة لإرسال عدة إشارات سمعية لها المجال التردد نفسه، حيث يمكن إرسال تلك الإشارات باستخدامها لتعديل موجات حاملة ذات ترددات عالية مختلف كل منها عن الآخر بمقدار كافٍ، ويمكن استقبال أي منها دون أن تتدخل معها الإشارات الأخرى. ومن أجل ذلك تستخدم دارة انتخاب (عدة دارات رنين) تنتخب فقط الموجة المعدلة المطلوبة، كما هو الحال عندما نقوم بتوليف جهاز راديو على إحدى المحطات الإذاعية. وبالمثل يمكن إرسال عدة إشارات هاتفية بخط نقل واحد، بعد تحميلها على موجات حاملة ذات ترددات مختلفة حيث يمكن فرزها بـ دارات انتخاب (دارات رنين أو مرشحات تمرير مجال) في طرف الاستقبال.

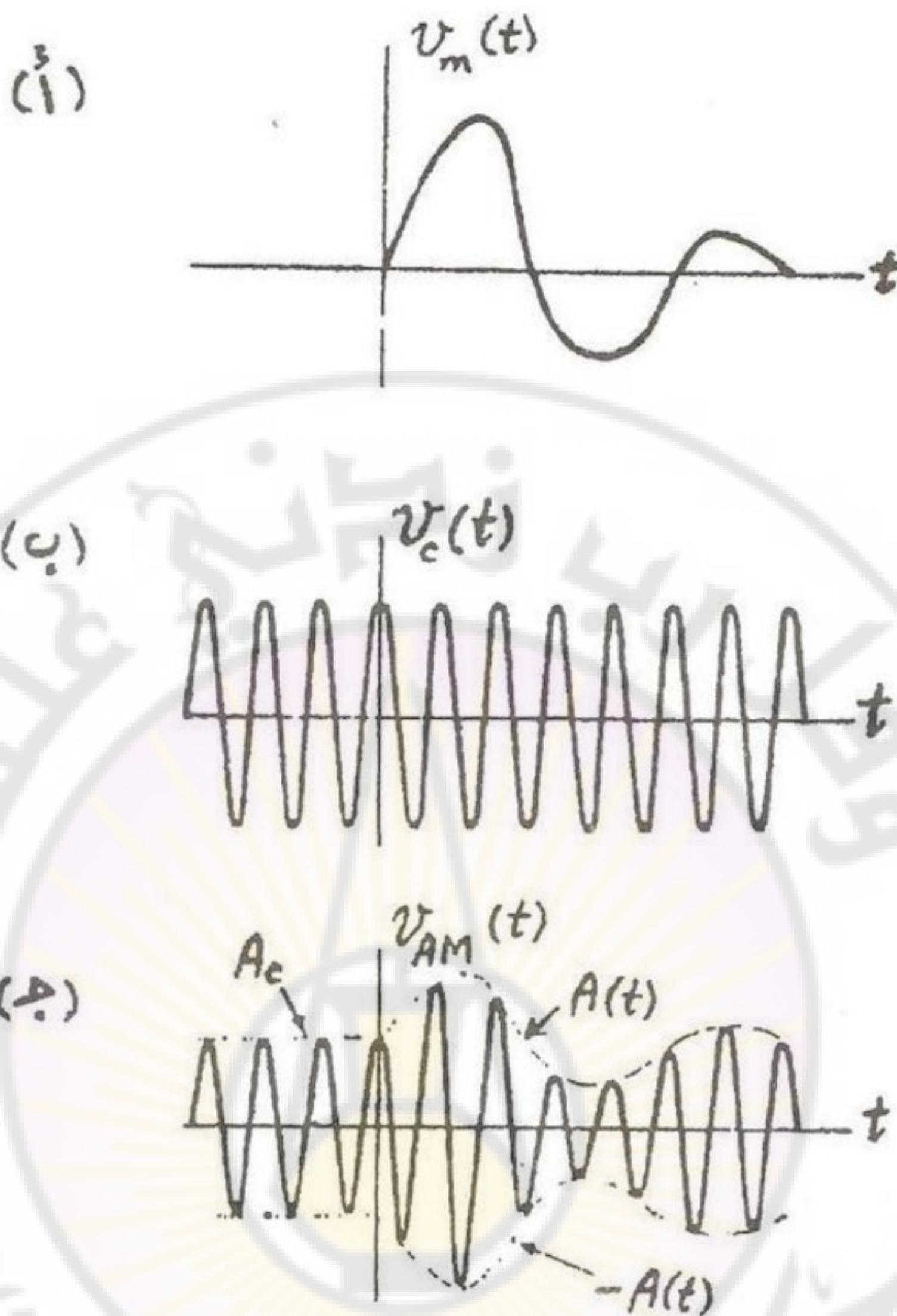
سوف نخصص البنود التالية لدراسة طرق تعديل الموجات الحاملة الجوية، أي طرق التعديل المطالي والترددية والطوري وطرق الكشف المناسبة لكل منها.

٢-٥ التعديل المطالي *Amplitude Modulation*

يقصد بالتعديل المطالي تغيير مطال الموجة الحاملة تبعاً لإشارة التعديل، مع بقاء التردد والطور ثابتين. ويوضع الشكل (٢-٥) طريقة التعديل المطالي *AM*. ونرمز بـ $v_m(t)$ لإشارة التعديل، ونفترض مثلاً أنها كما في الشكل (٢-٥-أ). ونفترض أيضاً أن الموجة الحاملة دون تعديل هي المبينة في الشكل (٢-٥-ب):

$$v_c(t) = A_c \cos \omega_c t \quad (5-1)$$

حيث A_c مطال الموجة الحاملة و ω_c التردد الزاوي لها، أي $\omega_c = 2\pi f_c$ حيث f_c ترددتها باهرتز.



الشكل (٢-٥) الموجة المعدلة مطالياً

أ-إشارة التعديل.

ب-الموجة الحاملة.

ج-موجة AM

تقوم دارة التعديل المطالي بتغيير مطال الموجة الحاملة تبعاً لتغير $v_m(t)$ لنحصل على الموجة المعدلة المبينة في الشكل (٢-٥-ج) وفق العبارة:

$$v_{AM}(t) = A(t) \cos \omega_c t \quad (5-2)$$

وذلك بافتراض:

$$A(t) = A_c [1 + \mu v_m(t)] \quad (5-3)$$

حيث μ ثابت موجب. وعلى هذا النحو:

$$v_{AM}(t) = A_c [1 + \mu v_m(t)] \cos \omega_c t \quad (5-4)$$

يشترط عادةً أن يكون $\mu V_{max} < 1$ حيث V_{max} القيمة العظمى لـ $|v_m(t)|$. ويعنى ذلك أن $A(t)$ يجب أن يبقى موجباً (وسنوضح أدناه الغاية من ذلك لحالة التعديل بإشارة جيبية). ويسمى μ ثابت التعديل المطالي، بينما يسمى المقدار μV_{max} دليل أو عامل التعديل المطالي *AM Index*, ويرمز له بـ m . ونلاحظ أن المنحنى المتقطع الذي يصل بين القيم الموجبة للموجة المعدلة في الشكل (٢-٥-ج) يمثل المطال المعدل ($A(t)$) ويسمى الغلاف الموجب *Positive Envelope* للموجة المعدلة، وهو يشبه إشارة التعديل ($v_m(t)$). وبال مقابل يسمى المنحنى المتقطع الذي يصل بين القمم السالبة في الشكل (٢-٥-ج) الغلاف السالب وهو يمثل $[(t) - A(t)]$ ويشبه $[-v_m(t)]$. وفي حالة الإرسال الإذاعي تمثل إشارة التعديل $v_m(t)$ الإشارة السمعية التي تؤخذ من ميكروفون عن طريق مكبرات سمعية. وتستخدم محطات الإذاعة بمتانة ($v_m(t)$) في حالة البث التجريبي عادة إشارة جيبية ترددتها $1000Hz$ ، وهي تسمع من أجهزة الراديو كنغمة *tone* بسيطة. ويسمى التعديل في مثل هذه الحالة التعديل بنغمة *Tone Modulation*، وهي التي سنفترضها أدناه من أجل تبسيط التحليل ونوضحها في الشكل (٣-٥).

سنفترض أن إشارة التعديل توصف بالعبارة:

$$v_m(t) = A_m \cos \omega_m t \quad (5-5)$$

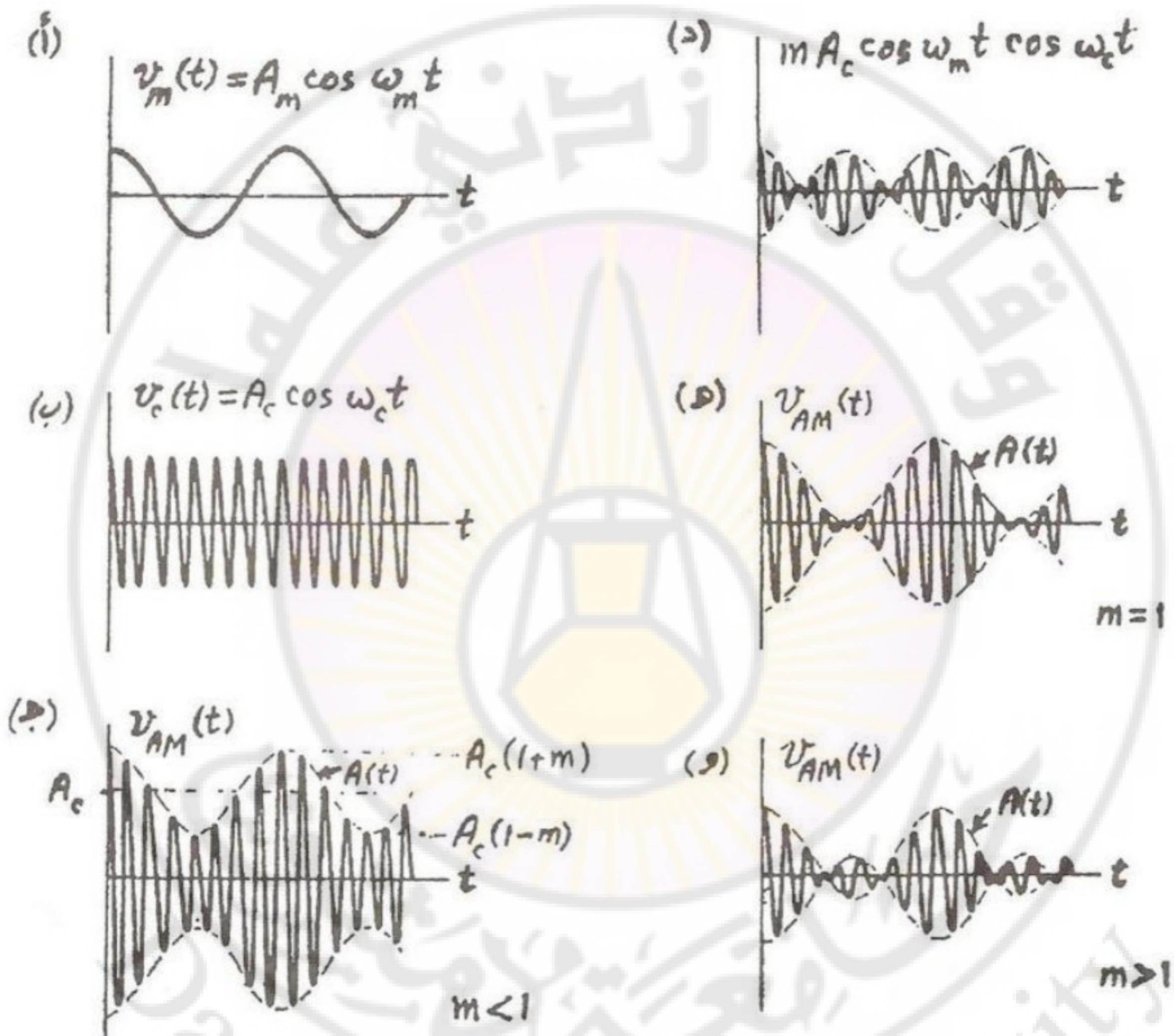
حيث A_m مطال إشارة التعديل، و ω_m ترددتها الزاوي ($\omega_m = 2\pi f_m$).

إذا افترضنا أن الموجة الحاملة دون تعديل هي $v_c(t) = A_c \cos \omega_c t$ كما في الشكل (٣-٥-ب) وأن $v_m(t) = A_m \cos \omega_m t$ فإنه يمكن أن نكتب وفق (٤-٤) أن:

$$v_{AM}(t) = A_c (1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_c t \quad (5-6)$$

حيث $m = \mu A_m$. ويمثل m عامل التعديل في حالة التعديل بإشارة جيبية. ونلاحظ أن

$$A_m = 1 \text{ عندما } m = \mu$$



الشكل (٣-٥) شكل موجة AM عند قيم مختلفة لعامل التعديل المطالي.

مقارنة (5-6) و (5-2) نكتب:

$$A(t) = A_c (1 + m \cos \omega_m t) \quad (5-7)$$

يبين الشكل (٥-٣-ج) الموجة المعدلة من أجل $A < m$. ونجد أن المطال الأعظمي والمطال الأصغرى هما:

$$A_{\max} = A_c(1+m) \quad (5-8)$$

$$A_{\min} = A_c(1-m)$$

ونستنتج بالتالى أن:

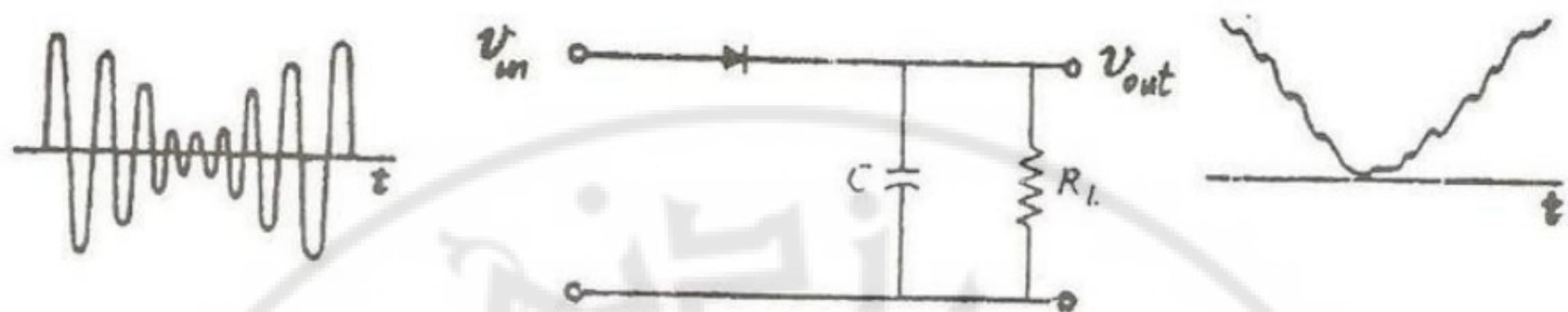
$$m = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{A_{\max} + A_{\min}} \quad (5-9)$$

تمثل موجة AM وفق العلاقة (٥-٦) مجموع الموجة الحاملة في الشكل (٥-٣-ب) والعبارة $m A_c \cos \omega_m t \cos \omega_c t$ الممثلة في الشكل (٥-٣-ء).

تستخدم العلاقة (٥-٩) لحساب قيمة m بعد قياس A_{\max} و A_{\min} . بمراقبة الموجة المعدلة $v_{AM}(t)$ على شاشة راسم الإشارة. ويلاحظ أن زيادة m تؤدي إلى إنفاص A_{\min} في الشكل (٥-٣-ج). ولذلك يسمى m أحياناً عمق التعديل *Modulation Depth*. وعندما يعبر عن m كنسبة مئوية، فهو يسمى النسبة المئوية للتعديل. ففي حالة التعديل بنسبة 100% أي عندما $m=1$ كما في الشكل (٥-٣-هـ) يصبح لدينا $A_{\min}=0$ و $A_{\max}=2A_c$. وإذا جعلنا $|m| > 1$ تصبح الموجة المعدلة كما في الشكل (٥-٣-وـ)، فلا يبقى غلافها الموجب مشابهاً لإشارة التعديل $v_m(t)$ ، وكذلك لا يبقى الغلاف السالب مشابهاً لـ $-v_m(t)$ ، ويفسر ذلك بأن (٥-٧) يعنى أن يكون سالباً عندما $|m| > 1$ خلال الفترات التي يكون فيها $\cos \omega_m t$ سالباً و $|m \cos \omega_m t| > 1$.

يستخدم لكشف التعديل *Demodulation* أو باختصار الكشف *Detection* في أغلب أجهزة استقبال AM ما يسمى كاشف الغلاف *Envelope Detector*. وهو يتألف من ثنائى (ديود) ومقاومة ومكثف كما في الشكل (٤-٥). ونفترض أن جهد الدخل v_{in} هو موجة AM من أجل $1 < m$ فيكون جهد الخرج v_{out} هو تقريراً الغلاف الموجب (مع

بعض التعرجات) كما سنوضح لاحقاً. ويمكن تمرير المركبة المتداوبة لجهد الخرج V_{out} عن طريق مكثف ربط للحصول على إشارة مشابهة لإشارة التعديل الأصلية.



الشكل (٤-٥) كاشف الغلاف.

بالعودة إلى الشكل (٣-٥-هـ) نرى أنه في حالة كشف موجة AM بكاشف غلاف عندما يكون $m > 1$ نحصل على إشارة خرج مشوهة لأن الغلاف لا يشبه إشارة التعديل الأصلية. ولذلك تسمى الحالة $m > 1$ حالة التعديل الزائد Overmodulation، وينبغي تفاديهما، وكذلك يفضل تفادي حالة التعديل بنسبة تزيد عن 90% (أي $m = 0.9$) لأن كاشف الغلاف لا يعمل بشكل جيد عندما ينخفض مطال الدخول عن حد معين.

٣-٥ المخطط الشعاعي لموجة معدلة مطالياً

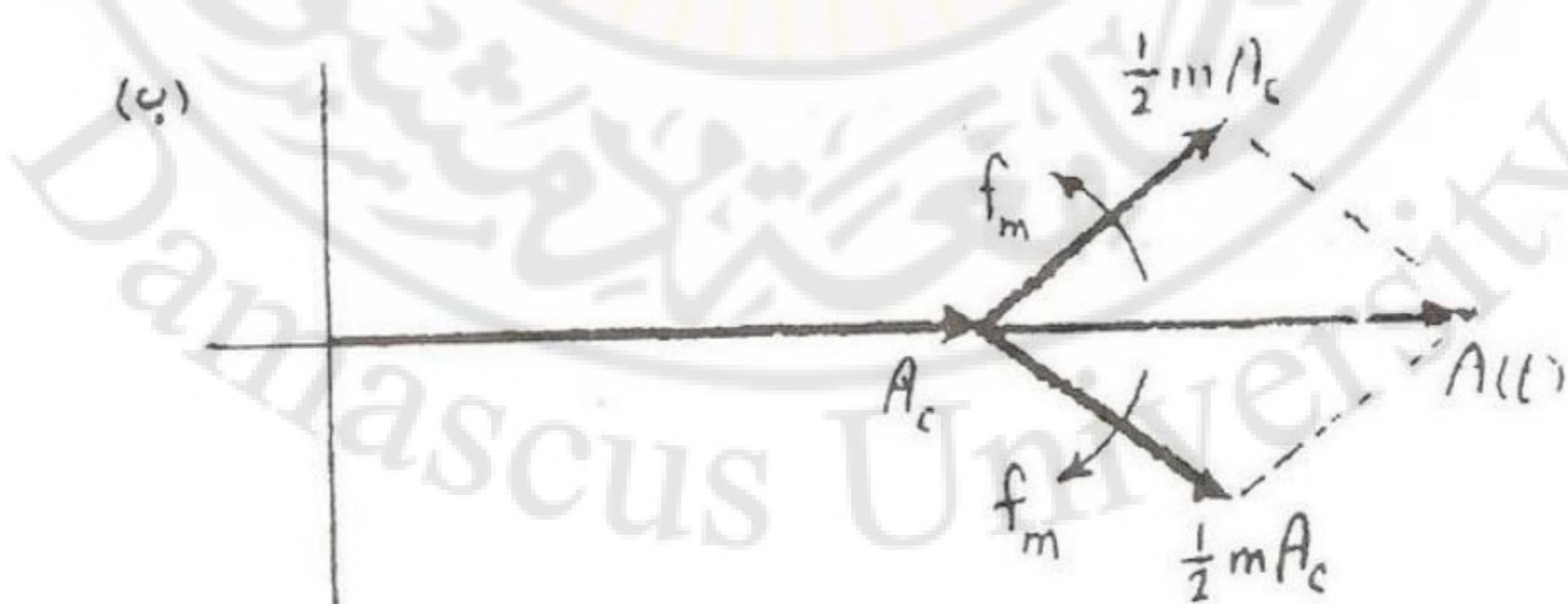
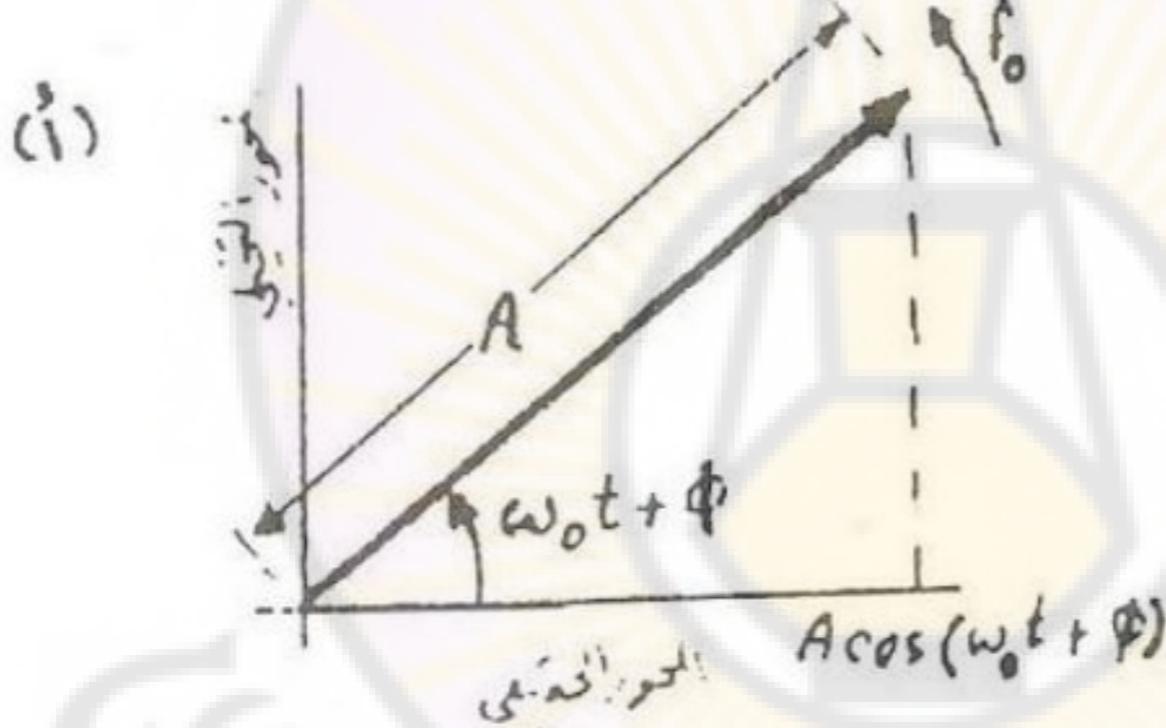
يبين الشكل (٥-٥-أ) طريقة تمثيل أي إشارة جيبية بشعاع أو مطاور Phaser وفق العلاقة:

$$v(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi) = \operatorname{Re}[e^{j(\omega_0 t + \phi)}] \quad (5-10)$$

يمثل طول الشعاع المطال A ، وتمثل السرعة الزاوية ω_0 السرعة الزاوية لدوران الشعاع بعكس عقارب الساعة، وتمثل الزاوية التي يميل بها الشعاع على المحور الحقيقي في اللحظة $t=0$ زاوية الطور ϕ . ويمثل مسقط الشعاع على المحور الحقيقي القيمة اللحظية للإشارة $v(t)$.

ويوضح الشكل (٥-٥-ب) طريقة تمثيل الموجة المعدلة مطالياً بشعاع بافتراض أن إشارة التعديل $v_m(t)$ هي موجة جيبية ترددتها f_m ، وتمثل مركبة الموجة الحاملة بشعاع طوله A_c ويدور بعكس عقارب الساعة بسرعة f_c ، بحيث يندو شعاع الموجة الحاملة كأنه ثابت. ويبدو لنا عندئذ أن الشعاعين الممثلين لمركبي المجالين الجانبيين $(f_c \pm f_m)$ كأهما يدوران بسرعة f_m باتجاهين متراكبين وبالتالي تكون الزوايا بين هذين الشعاعين والشعاع A_c متساوين، ولذلك تكون المحصلة الممثلة للموجة المعدلة منطبقة دوماً على شعاع المركبة الحاملة أو امتداده وطول هذه المحصلة:

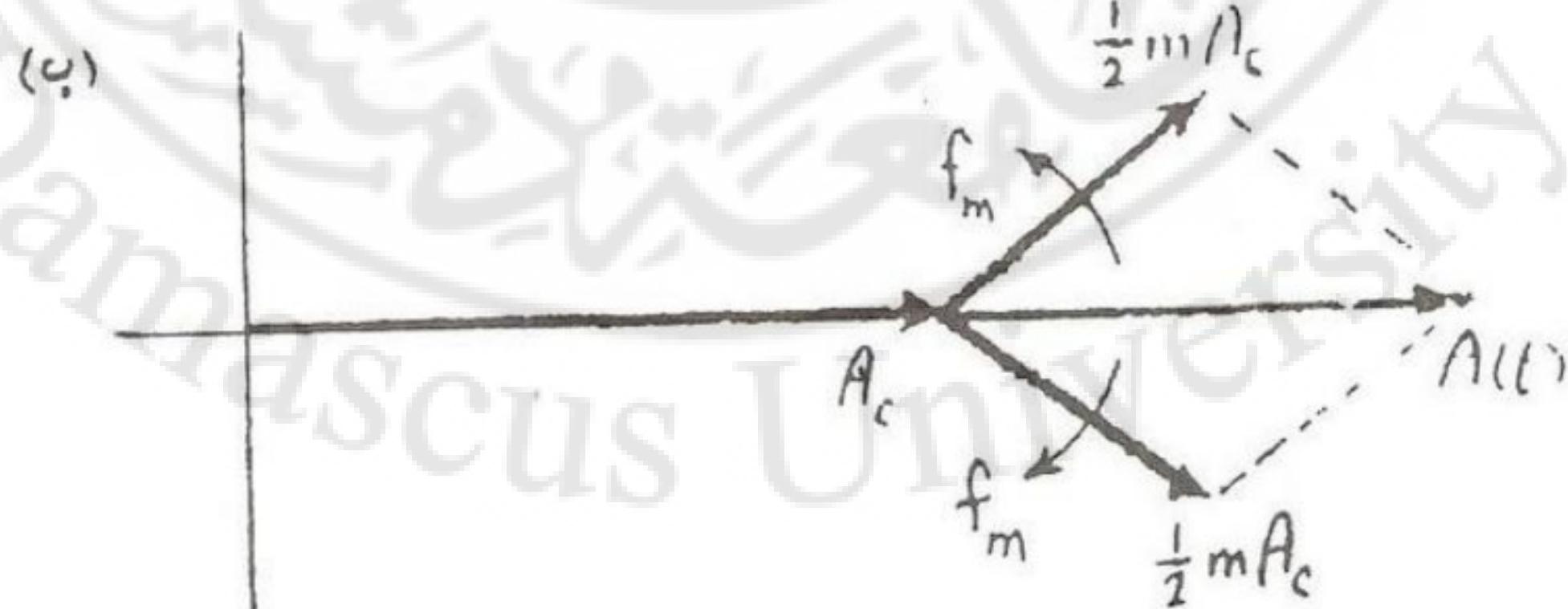
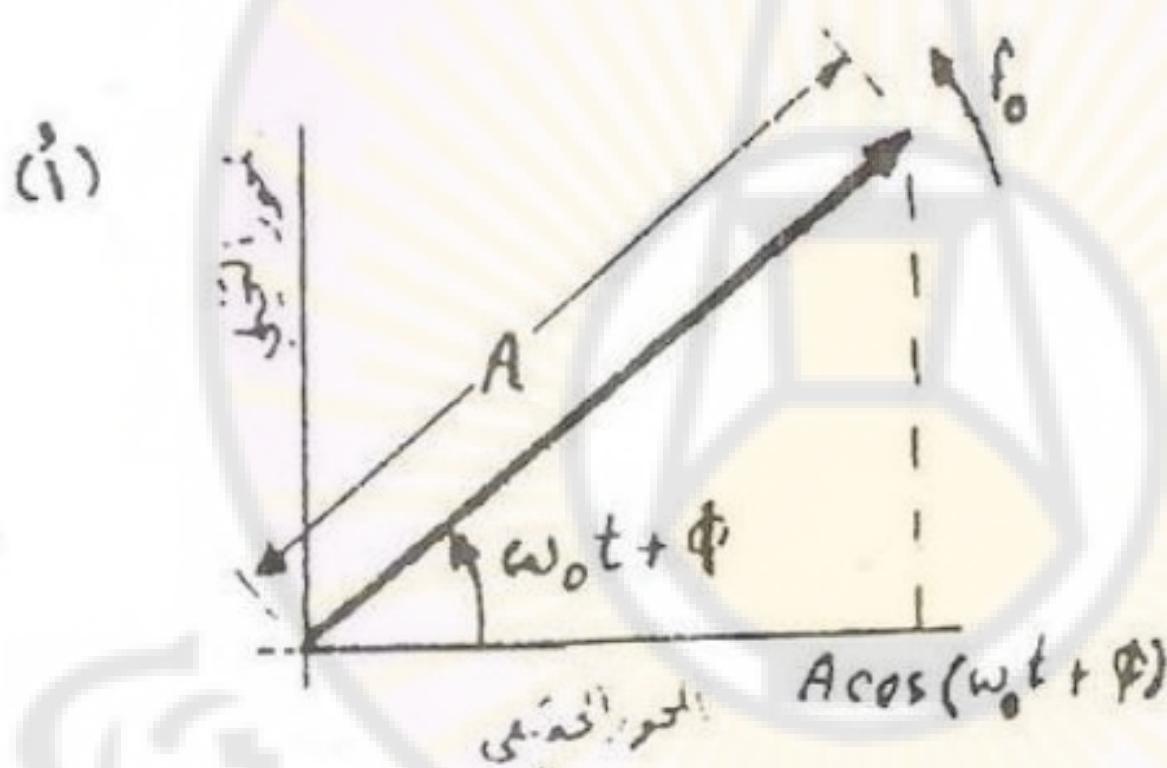
$$A(t) = A_c (1 + m \cos \omega_m t)$$



الشكل (٥-٥) تمثيل الموجة المعدلة مطالياً شعاعياً.

ويوضح الشكل (٥-٥-ب) طريقة تمثيل الموجة المعدلة مطالياً بشعاع بافتراض أن إشارة التعديل $v_m(t)$ هي موجة جيبية ترددتها f_m ، وتمثل مركبة الموجة الحاملة بشعاع طوله A_c ويدور بعكس عقارب الساعة بسرعة f_c ، بحيث يندو شعاع الموجة الحاملة كأنه ثابت. ويبدو لنا عندئذ أن الشعاعين الممثلين لمركبي المجالين الجانبيين ($f_c \neq f_m$) كأنهما يدوران بسرعة f_m باتجاهين متراكبين وبالتالي تكون الزاويتان بين هذين الشعاعين والشعاع A_c متساويتين، ولذلك تكون المحصلة الممثلة للموجة المعدلة منطبقاً دوماً على شعاع المركبة الحاملة أو امتداده وطول هذه المحصلة:

$$A(t) = A_c (1 + m \cos \omega_m t)$$



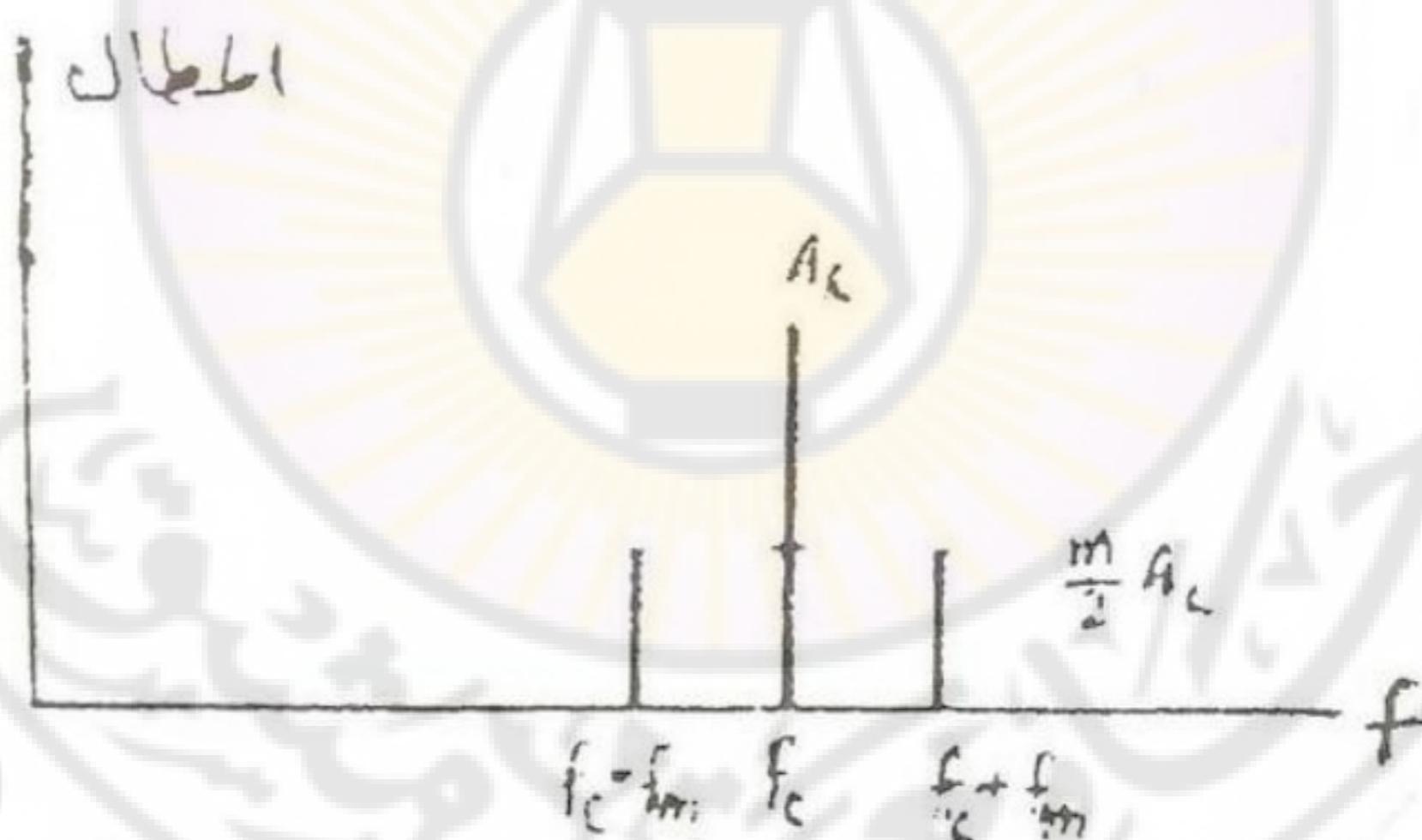
الشكل (٥-٥) تمثيل الموجة المعدلة مطالياً بشعاعياً.

٤-٥ طيف الموجة المعدلة مطاليًا

يمكن أن نوضح التركيب الطيفي للإشارة المعدلة مطاليًا بكتابه العلاقة (5-6) على النحو:

$$v_{AM}(t) = A_c \cos \omega_c t + \frac{mA_c}{2} \cos(\omega_c - \omega_m)t + \frac{mA_c}{2} \cos(\omega_c + \omega_m)t \quad (5-11)$$

حسب هذه العلاقة تمثل الموجة المعدلة طيفياً بثلاثة مركبات كما هو مبين في الشكل (٦-٥). وتكون المركبة ذات التردد f_c هي الموجة الحاملة نفسها دون تعديل ومطالها هو A_c . أما المركبتان ($f_c \pm f_m$) فمطال كل منهما $mA_c/2$. ويسمى التردد ($f_c \pm f_m$) التردد الجانبي السفلي (Lower Side Frequency) LSF، كما يسمى التردد ($f_c + f_m$) التردد الجانبي العلوي (Upper Side Frequency) USF.



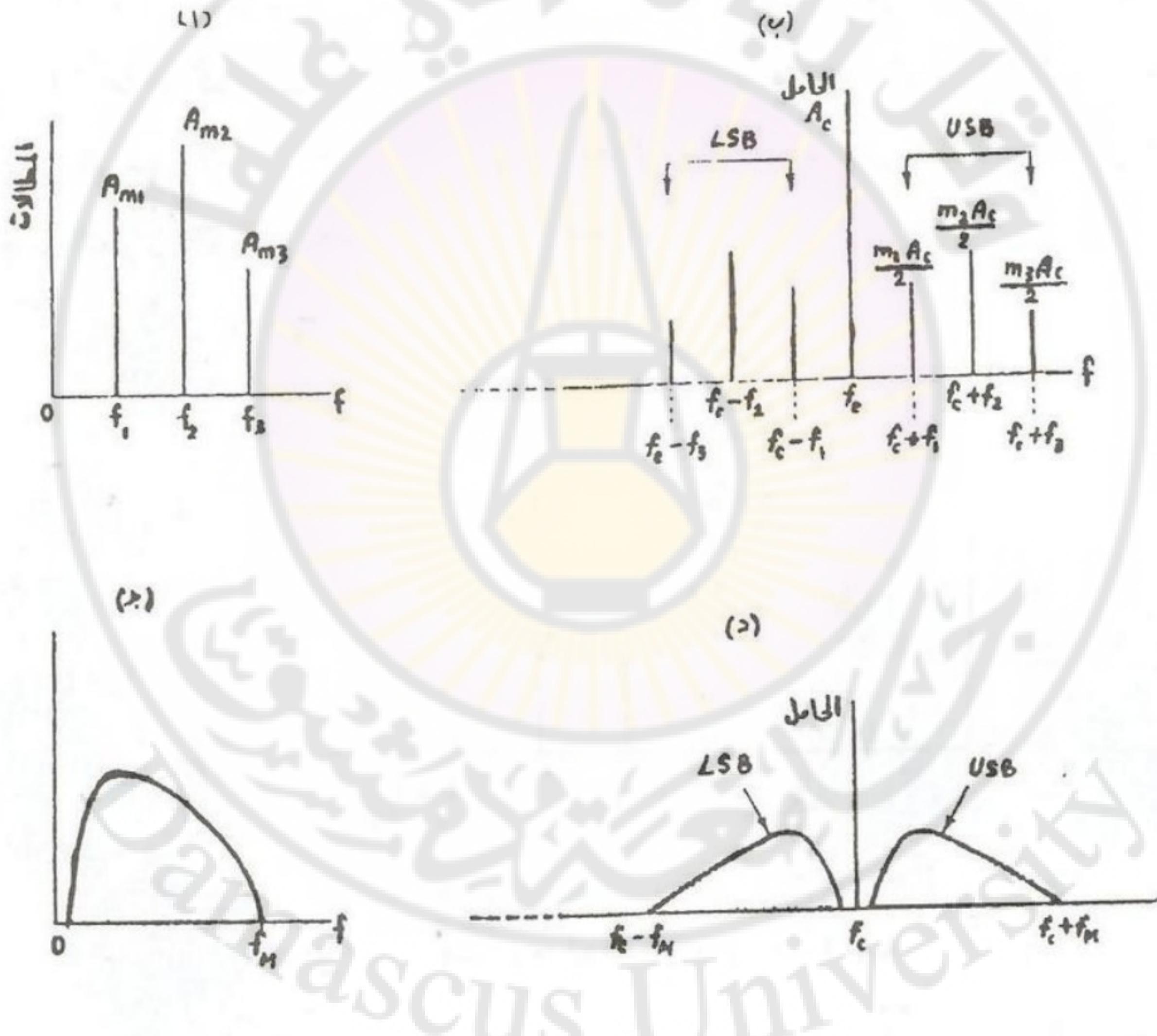
الشكل (٦-٥) طيف موجة AM عن التعديل بإشارة جيبية.

إذا كانت إشارة التعديل غير جيبية، يمكن تمثيلها طيفياً بسلسلة فورييه عندما تكون دورية أو مكافئة لمجموع إشارات دورية، بينما يوجد تحويل فورييه لها عندما تكون غير دورية.

لكي نوضح كيف يصبح الطيف عند التعديل بإشارة غير جيبية، سنفترض على سبيل المثال أن إشارة التعديل تكافئ مجموع ثلاث مركبات جيبية:

$$v_m(t) = A_{m1} \cos \omega_1 t + A_{m2} \cos \omega_2 t + A_{m3} \cos \omega_3 t \quad (5-12)$$

يسمى التعديل في مثل هذه الحالة التعديل بعدة نغمات *Multi-Tone Modulation*. يحتوي طيف $v_m(t)$ وفق (5-12) على ثلاث مركبات كما مبين في الشكل (5-7-أ).



الشكل (5-7) طيف موجة *AM* عند التعديل بإشارة دورية و بإشارة غير دورية.

وبالتالي يكون طيف الموجة المعدلة $v_{AM}(t)$ كما في الشكل (5-٥-ب)، لأن كلا من المركبات الطيفية L و v_m تعطى مركبتين بترددتين جانبيتين في طيف الموجة المعدلة. وتتمثل مجموعة المركبات الجانبية على يمين مركبة الموجة الحاملة ما يسمى الحزمة الجانبية العليا أو المجال الجانبي العلوي (Upper Side Band USB)، كما تمثل مجموعة المركبات الجانبية على يسار مركبة الموجة الحاملة الحزمة الجانبية السفلية أو المجال الجانبي السفلي (Lower Side Band LSB). وبمقدار عرض المجال الكلي للموجة المعدلة مطالياً:

$$B = 2f_m \quad (5-13)$$

حيث f_m أعلى تردد في إشارة التعديل، أي $B = 2f_m$ في حالة الشكل (5-٥-ب). وعندما تكون إشارة التعديل غير دورية تمثلها طيفياً بواسطة تحويل فورييه، ويكون طيفها مستمراً كما مبين في الشكل (4-٧-ج)، حيث نفترض أن مجال الطيف يمتد تقريباً من الصفر حتى التردد الأعظمي f_m . ويكون عندئذ طيف الموجة المعدلة كما مبين في الشكل (4-٧-ء)، أي يكون عرض مجاله $B = 2f_m$.

يتبيّن من (5-١١) أن مركبة الموجة الحاملة $A_c \cos \omega_m t$ لا تتأثر بقيمي m و ω_m . وهذا يدل على أن مركبة الموجة الحاملة لا تحمل أية معلومات عن إشارة التعديل، ولذلك تعد استطاعتها كاستطاعة "ضائعة" من وجهة نظر نقل المعلومات. ولذلك يمكن حذف تلك المركبة أو كبتها دون فقدان للمعلومات (مع أن وجودها ضروري لعمل كاشف الغلاف، وفي حالة عدم وجودها نلجأ إلى استخدام طريقة الكشف المتزامن الموضحة لاحقاً).

إذا حذفنا مركبة الموجة الحاملة $A_c \cos \omega_m t$ من عبارة (5-٤) في العلاقة (5-٤) مع افتراض $\mu = 1$ ، نحصل على العبارة التالية لإشارة AM ذات الحامل المكبوت (أي AM-Suppressed-Carrier) أو الإشارة ذات المجالين الجانبيين والحامل المكبوت: DSB_SC (أي Double SideBand-SC)، أو باختصار الإشارة ذات المجالين DSB_SC.

$$v_{DSB}(t) = A_c v_m(t) \cos \omega_c t \quad (5-14-a)$$

تدل هذه العلاقة على إمكانية الحصول على إشارة نظام DSB باستخدام ضارب تماثلي *Analog Multiplier*، بحيث يقوم بضرب الموجة الحاملة $A_c \cos \omega_c t$ بإشارة التعديل $v_m(t)$.

يبين من طيف إشارة *AM* في الشكل (5-٧-٥، بـ، e) تمازج المجالين *USB* و *LSB*، وتكون المعلومات المحتواة في أحدهما هي نفسها المحتواة في الآخر. ولذلك تلجأ بعض نظم الاتصالات إلى حذف أحد المجالين الجانبيين (هدف إنقاص عرض المجال الكلي)، مع كبت الحامل لنحصل على النظام المسمى نظام المجال الجانبي الواحد مع كبت الحامل *SSB-SC* (أي *Single SideBand-SC*، أو ببساطة *SSB*).

نعبر عن إشارة *DSB* وفق (5-14-a) في حالة التعديل بإشارة جيبية جيبية $v_m(t) = A_m \cos \omega_m t$ بالعبارة:

$$v_{DSB}(t) = A_c A_m \cos \omega_m t \cos \omega_c t \quad (5-14-b)$$

هذه العبارة تقابل (5-6) بعد حذف مركبة الموجة الحاملة $A_c \cos \omega_c t$ مع جعل $m=1$ ، ومن ثم تمثل طيفياً بالشكل (5-٦-٥) إذا حذفنا منه مركبة الموجة الحاملة مع جعل $.m=1$.

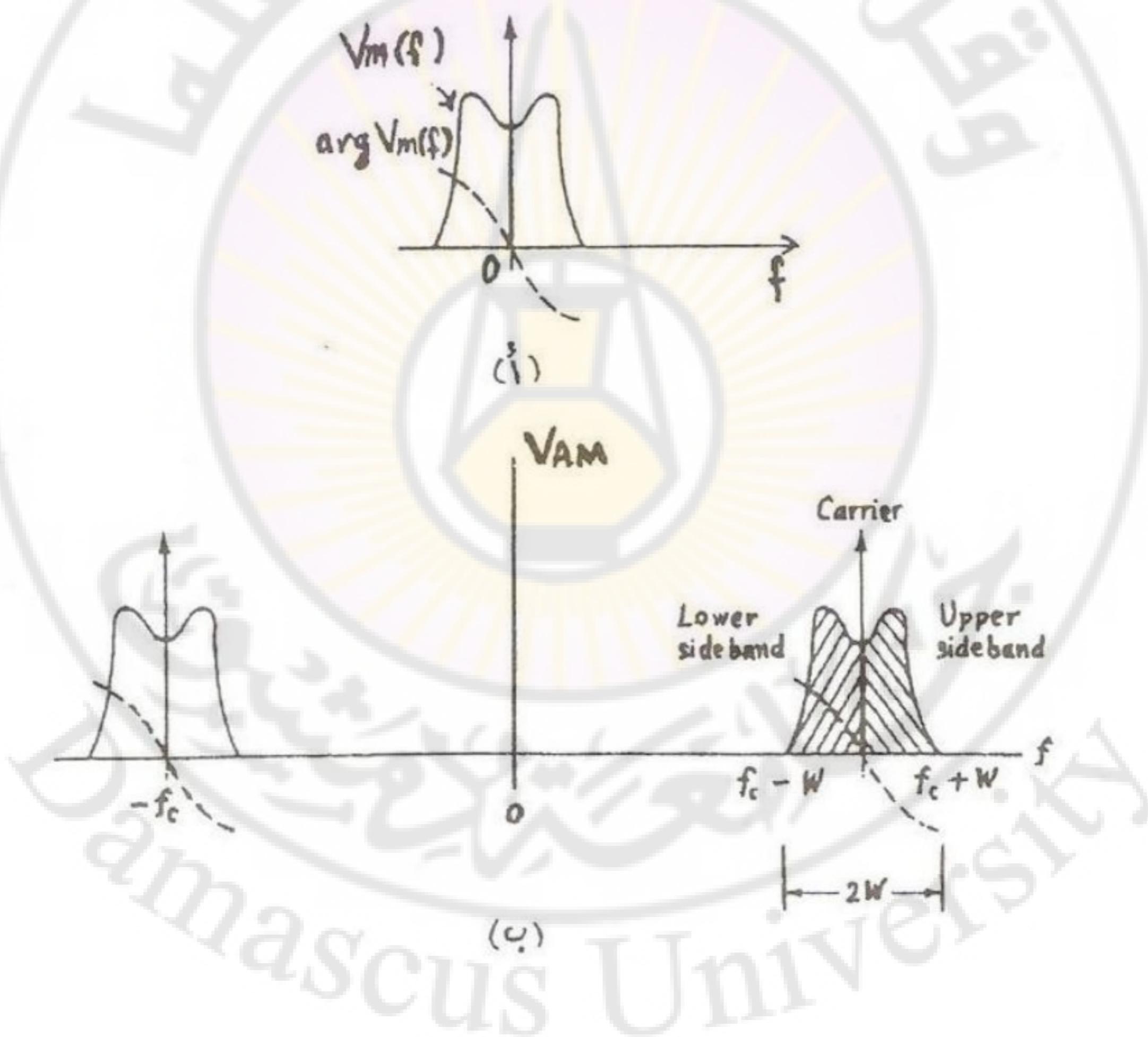
في الحالة العامة تمثل طيف إشارة *DSB* بكتابة تحويل فورييه للعبارة (5-14-a) بالمقارنة مع (4-50) من أجل $\phi=0$:

$$V_{DSB}(f) = \frac{A_c}{2} V_m(f - f_c) + \frac{A_c}{2} V_m(f + f_c) \quad (5-15-a)$$

بالمقابل يكون تحويل فورييه لإشارة *AM* بدون كبت الحامل، وفق (5-4):

$$\begin{aligned} V_{AM}(f) &= \frac{1}{2} A_c [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \\ &\quad + \frac{m}{2} A_c [V_m(f - f_c) + V_m(f + f_c)] \end{aligned} \quad (5-15-b)$$

يبين الشكل (٨-٥) الطيفين ثنائي الجانب لطويلة وطور كل من $V_m(f)$ و $V_{AM}(f)$ مع تظليل المجالين الجانبيين لـ $|V_{AM}(f)|$ للترددات الموجبة فقط. ونجد أن عرض طيف إشارة AM (عرض الطيف المظلل) هو $2W$ ، حيث W عرض مجال $(f_c \pm W)$. ويكون مركب الموجة الحاملة $\frac{1}{2} A_c \delta(f \pm f_c)$ مع جعل $m=1$ [أي يمثل بالشكل (٨-٥) ب) بعد حذف مركب الحامل عند $f = \pm f_c$].



الشكل (٨-٥)

أ- طيف الرسالة.

ب- طيف إشارة AM .

٥-٥ استطاعة الموجة المعدلة مطالياً

إذا فرضنا أن $v_m(t)$ إشارة حتمية من نوع إشارات الاستطاعة، نوجد استطاعتها كمتوسط زمني لـ $(v_m^2(t))$ ، أي:

$$P_m = \langle v_m^2(t) \rangle \quad (5-16-a)$$

بالتالي نوجد استطاعة إشارة AM في الحالة العامة كمتوسط زمني لمربع العبرة (5-4). ويتبيّن بالنتيجة أن:

$$P_{AM} = \langle v_{AM}^2(t) \rangle = \frac{1}{2} A_c^2 (1 + \mu^2 P_m) \quad (5-16-b)$$

إذا فرضنا أن $v_m(t)$ إشارة عشوائية (وهكذا هي كل الإشارات الحاملة للمعلومات)، ففي حالة كونها إرغدية ننظر لاستطاعتها وفق (5-16-a) كمتوسط زمني لمربع أحد التوابع العينات أو ننظر لها كمتوسط إحصائي $[P_m = E[v_m^2(t)]]$ ، ومن ثم نوجد استطاعة إشارة AM كمتوسط زمني لمربع أحد التوابع العينات وفق (5-16-b)، ونحصل على النتيجة نفسها كمتوسط إحصائي $[P_{AM} = E[v_{AM}^2(t)]]$.

يمكن إيجاد استطاعة إشارة AM اعتماداً على طيفها، فنكتب:

$$P_{AM} = P_c + P_{USB} + P_{LSB} \quad (5-17)$$

حيث P_c استطاعة مركبة الموجة الحاملة و P_{USB} و P_{LSB} استطاعتنا المجالين الجانبيين [وفي حالة الطيف الثنائي الجانبي، كما في الشكل (5-٨) نوجد الاستطاعة الكلية كمجموع الاستطاعات لطيفي الترددات الموجبة والسلبية].

في حالة التعديل بنغمة جيبية وفق (5-11) والشكل (5-٦) نجد أن:

$$P_c = \frac{A_c^2}{2} \quad (5-18-a)$$

$$P_{USB} = P_{LSB} = \frac{1}{2} \left(\frac{mA_c}{2} \right)^2 = \frac{m^2 P_c}{4} \quad (5-18-b)$$

يكون مجموع استطاعتي المجالين الجانبيين معاً:

$$P_{SB} = \frac{m^2}{2} P_c \quad (5-18-c)$$

وبالتالي تكون الاستطاعة الكلية لإشارة AM وفق (5-17):

$$P_{AM} = P_c \left(1 + \frac{m^2}{2} \right) \quad (5-18-d)$$

يتبيّن من (5-18-c) أنه عندما $m=1$ يكون $P_{SB} = \frac{1}{2} P_c$ ، أي أن مجموع استطاعتي المجالين الجانبيين يساوي نصف استطاعة مركبة الموجة الحاملة. وهذا يعني أن وجود مركبة الموجة الحاملة يؤدي إلى هدر كبير للاستطاعة دون فائدة، لأن المعلومات عن إشارة التعديل محتواه في المجالين الجانبيين فقط كما ذكرنا ... بقاً.

يمسّب مردود الإرسال لنظام AM كنسبة مجموع استطاعتي المجالين الجانبيين P_{SB} إلى

الاستطاعة الكلية $: P_{AM}$

$$\frac{P_{SB}}{P_{AM}} = \frac{\frac{m^2}{2} P_c}{\left(1 + \frac{m^2}{2} \right) P_c} = \frac{m^2}{m^2 + 2} \quad (5-19)$$

يتبيّن من هذه العلاقة أن أكبر مردود لنظام AM يقابل $m=1$ ويساوي $1/3$ أو 33% وينخفض كلما قلت قيمة m ، وتكون القيمة المتوسطة لـ m في حالة الإرسال الإذاعي عادة نحو 0.3 ، ويكون المردود المقابل لها نحو 4% فقط.

نوجد استطاعتي إشاري DSB و SSB (مع كبت الحامل) وفق العلقتين (5-18-a) و

:(5-18-b)

$$P_{DSB} = \frac{m^2}{2} P_c \quad (5-20-a)$$

$$P_{SSB} = \frac{m^2}{4} P_c \quad (5-20-b)$$

المثال ١-٥ :

ترسل محطة إذاعة AM استطاعة خرج بعقدر $200kW$ ، وتستخدم عامل تعديل $m=0.707$ لحالة التعديل بنغمة (إشارة جيبية). والمطلوب حساب:

أ- استطاعة الحامل.

ب- مردود الإرسال لنظام AM .

الحل:

باستخدام المعادلة (4-18-d) نكتب:

$$P_{AM} = P_c \left(1 + \frac{m^2}{2} \right) = P_c \left(1 + \frac{1}{4} \right) = \frac{5}{4} P_c$$

$$P_c = \frac{4}{5} P_t = 160kW$$

ب- نحسب المردود من العلاقة (5-19) ونجد أنه يساوي:

$$\frac{P_{SB}}{P_{AM}} = \frac{m^2}{m^2 + 2} = 20\%$$

المثال ٢-٥ :

جهاز إرسال AM يشع استطاعة قدرها $72kW$ في حالة عدم تعديل الحامل، وتصبح هذه الاستطاعة $81kW$ عندما يعدل الحامل بإشارة جيبية. ونريد حساب عامل التعديل في هذه الحالة.

الحل:

باستخدام المعادلة (4-18-d) نكتب

$$m^2 = 2 \left(\frac{P_{AM}}{P_c} - 1 \right) = 2 \left(\frac{81}{72} - 1 \right) = 0.25$$

ومنه $m = 0.5$.

٦-٥ دارات التعديل المطالي

يمكن توليد الموجات المعدلة مطاليًا بعدة طرق، ومنها طريقة الضرب التماثلي الموضحة بالشكل (5-٩-أ). وتعتمد هذه الطريقة على العلاقة:

$$v_{AM}(t) = A_c \cos \omega_c t + \mu v_m(t) A_c \cos \omega_c t \quad (5-21)$$

وذلك وفق العلاقة (5-4). ويمكن أن يستخدم من أجل ذلك ضارب تماثلي *Analog Multiplier*

ومكبر عمليات يعمل كجامع *Summer* كما في الشكل (5-٩-ب).

تسمى دارة التعديل وفق الشكل (5-٩-أ، ب) المعدل الضريبي *Product Modulator*.

ويمكن أن يستغني فيها عن عملية الجمع إذا أضيفت إلى إشارة التعديل مركبة مستمرة،

بحيث يصبح أحد دخلي الضارب التماثلي متناسبًا مع $[v_m(t) + \mu v_m]$. ويمكن أن تستخدم

للضرب التماثلي إحدى الدارات المتكاملة المخصصة لهذا العمل، ويعتمد عملها غالباً

على تناسب الناقلة المتبادلة g_m لكل من ترانزستوري المكابر التفاضلي في الشكل

(5-٩-ج) مع تيار الباعث. ونتيجة لذلك نجد أن الكسب أو الربح الممثل للنسبة

$\frac{V_{out}}{V_1}$ يتناسب مع تيار الباعث الكلي للترانزستورين معاً (i_E). وبافتراض أن الدخل V_2

يتحكم في i_E بدارنة مبدل جهد إلى تيار (أي منبع تيار تناسب قيمته مع V_2)، نجد أن

الخرج التفاضلي $KV_1 V_2$ ، حيث K ثابت.

١٠-٥ التعديل الطوري والتعديل التردددي

يعتمد كل من التعديل التردددي (*Frequency Modulation*) FM والتعديل الطوري (*Phase Modulation*) PM على تغيير زاوية الطور لwave حاملة حيادية:

$$v(t) = A_c \cos[\omega_c t + \phi(t)] \quad (5-35)$$

حيث تتغير قيمة $\phi(t)$ حسب تغير إشارة التعديل $v_m(t)$. وتوصف الزاوية اللحظية الكلية بالعبارة:

$$\theta(t) = \omega_c t + \phi(t) \quad (5-36)$$

بالتالي يمكن أن نكتب:

$$v(t) = A_c \cos \theta(t) = A_c \operatorname{Re}[e^{j\theta(t)}] \quad (5-37)$$

عما أن $\theta(t)$ تعتمد على $v_m(t)$ ، لذلك فإن العلاقة (5-37) تعبر عن التعديل الزاوي. وفي حالة التعديل الطوري نكتب:

$$\phi(t) = k_p v_m(t) \quad (5-38)$$

$$v_{PM}(t) = A_c \cos[\omega_c t + k_p v_m(t)] \quad (5-39)$$

حيث k_p ثابت موجب يسمى ثابت التعديل الطوري وواحدته rad/V ، ويختار بحيث تكون $\phi(t) \leq \pi rad$ ، لكي تكون $\phi(t)$ محدودة ضمن المجال $rad \pm \pi$ أو $\pm 180^\circ$ لأنه لا يمكن أن نميز بين الزاويتين 90° و 270° .

يرمز لأكبر قيمة $|\phi(t)|$ بـ $\Delta\phi$ وتسمى انحراف الطور (*Phase Deviation*)، وتسمى قيمتها العددية عامل التعديل الطوري ويرمز له بـ m_p أو β .

يوضح المخطط الشعاعي في الشكل (١٨-٥) مدلول تعديل الطور، ويفيدنا أيضاً لتوضيح مدلول تعديل التردد FM . فالزاوية الكلية $\theta(t)$ تتالف من زاوية الدوران $\omega_c t$ (بالسرعة الزاوية الثابتة ω_c) والزاوية $\phi(t)$ التي تمثل الانزياح الزاوي بالنسبة للخط المتقطع.

بالتالي يكون التردد اللحظي :*Instantaneous Frequency*

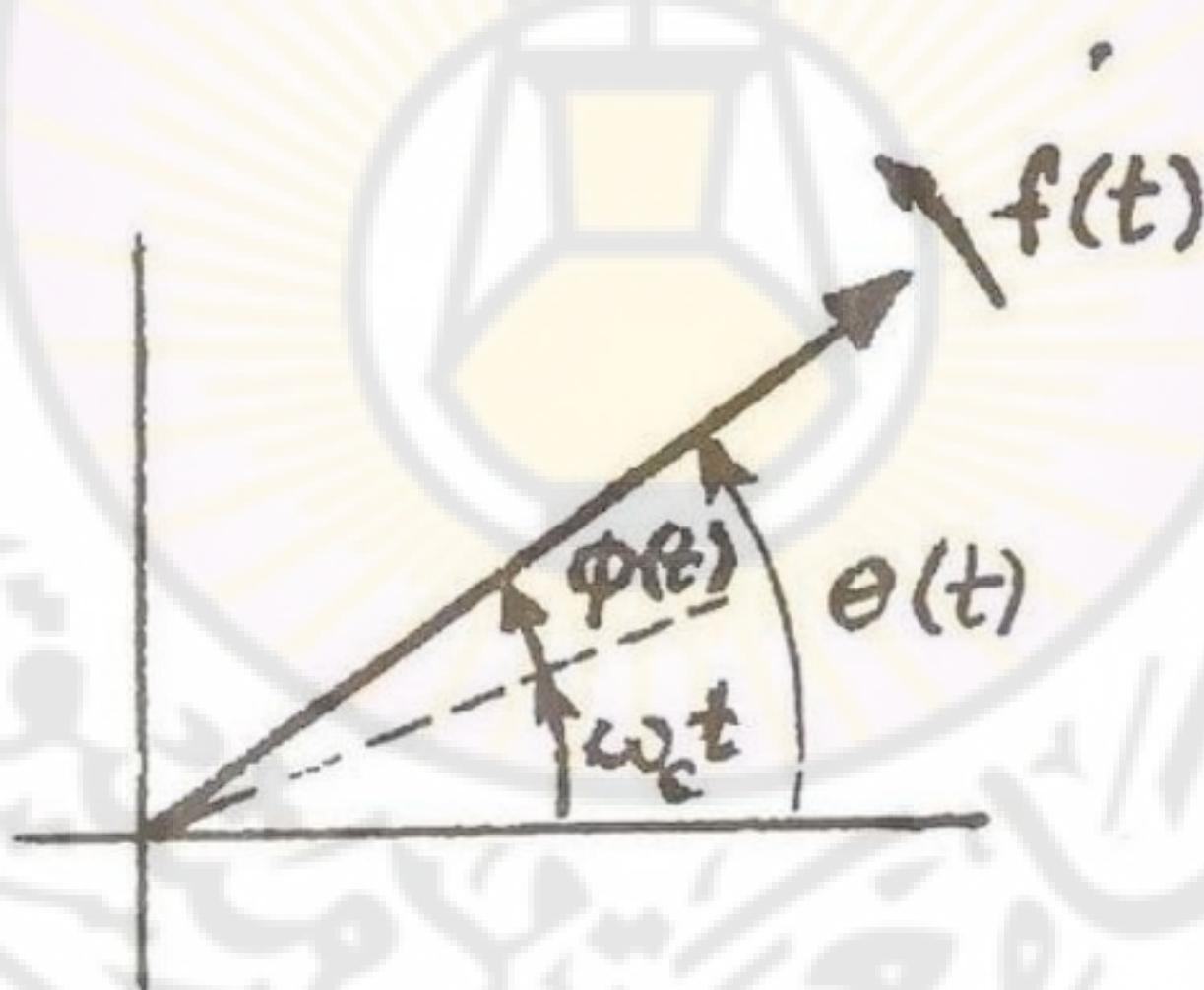
$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \dot{\theta}(t) = f_c + \frac{1}{2\pi} \dot{\phi}(t) \quad (5-40)$$

$$\text{حيث } \dot{\phi}(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} \text{ و } \dot{\theta}(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$$

في حالة *FM* يتم تغيير التردد اللحظي $f(t)$ خطياً تبعاً لإشارة التعديل وفق العلاقة:

$$f(t) = f_c + k_f v_m(t) \quad (5-41)$$

حيث k_f ثابت موجب يسمى ثابت التعديل الترددية وواحدته Hz/V , ويجب اختياره بحيث يكون $|k_f| < |v_m(t)|$ من أجل أكبر قيمة سالبة لـ $v_m(t)$. وتسمى أكبر قيمة لـ $|v_m(t)|$ الانحراف الترددية *Frequency Deviation* ويرمز له Δf , وهو يكون لأغلب نظم *FM* أقل كثيراً من f_c .



الشكل (١٨-٥) مخطط شعاعي لتوضيح مدلول تعديل الطور.

مقارنة (5-40) و (5-41) نستنتج أنه في حالة *FM* يكون:

$$\dot{\phi}(t) = 2\pi k_f v_m(t) \quad (5-42)$$

بالتالي نحصل على $(t)\phi$ بالتكاملة وفق العلاقة:

$$\phi(t) = 2\pi k, \int_0^t v_m(\lambda) d\lambda \quad (5-43)$$

تسمى أكبر قيمة عددية لـ $(t)\phi$ عامل أو دليل التعديل الترددية ويرمز له بـ m_f أو β . ويعبر عن إشارة FM وفق العلاقة (5-35) و (5-43) بالعلاقة:

$$v_{FM}(t) = A_c \cos \left[\omega_c t + 2\pi K_f \int_0^t v_m(\lambda) d\lambda \right] \quad (5-44)$$

مقارنة (5-39) و (5-44) نستنتج أن FM يكافيء التعديل الطوري بإشارة تنتج عن إمرار PM إشارة التعديل بمكامل. وبالمثل يمكن أن نستنتاج مقارنة العلاقة (5-40) لحالة PM والعلاقة (5-41) لحالة FM لأن PM يكافيء التعديل الترددية بإشارة تنتج عن إمرار إشارة التعديل بمفاضل.

يكون التردد اللحظي لإشارة PM وفق (5-38) و (5-40):

$$f(t) = f_c + \frac{k_p}{2\pi} \dot{v}_m(t) \quad (5-45)$$

$$\text{حيث } \dot{v}_m(t) = \frac{dv_m(t)}{dt}$$

تفيد مقارنة أشكال إشارات AM و PM و FM المبينة في الشكل (١٩-٥) لحالي التعديل بإشارة سن منشار *ramp* وإشارة جيبية. وتتميز إشارات FM و PM بأن مطامها ثابت وبالتالي تكون الاستطاعة المتوسطة ثابتة وتساوي (بغض النظر عن إشارة التعديل):

$$P = \frac{A_c^2}{2R} \quad (FM, PM) \quad (5-46)$$

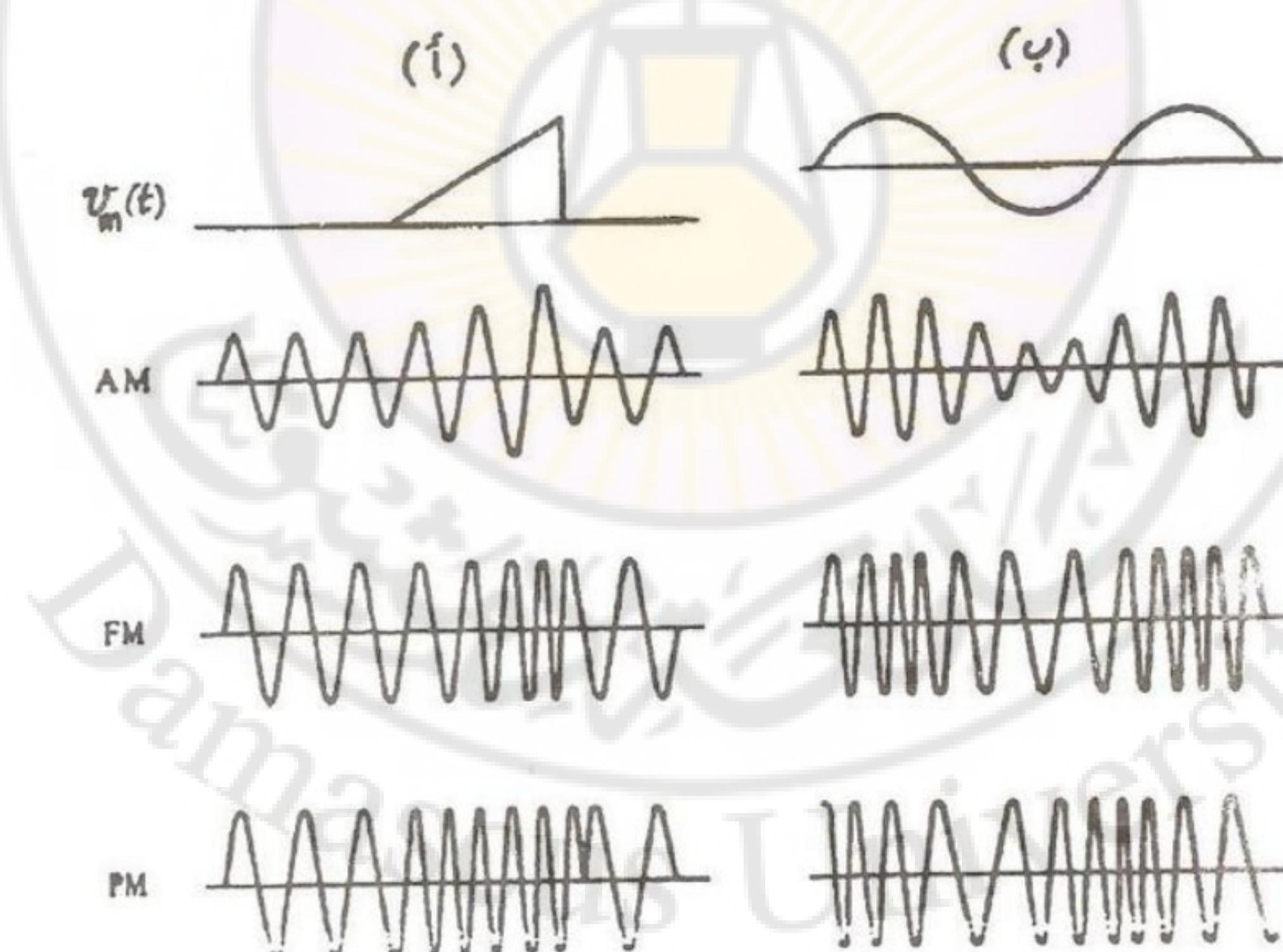
يسمح ثبات مطال إشاري PM و FM بإجراء عملية تحديد مطالي *Amplitude Limiting* في جهاز الاستقبال للتخلص من قسم كبير من الضجيج والتدخلات. وهذه هي إحدى المزايا الهامة التي يتميز بها FM و PM عن AM . ويتبين الاختلاف بين

إشارتي FM و PM في حالة التعديل بإشارة سُن المنشار كما في الشكل (١٩-٥-أ) حيث نجد أن التردد اللحظي لإشارة FM يتزايد بشكل خطى بينما يكون التردد اللحظي لإشارة PM خلال الفترة نفسها ثابتاً وأكبر من التردد قبل وبعد سُن المنشار

$$\text{مقدار ثابت } (t) \frac{k_p}{2\pi} \text{ وفق (5-45).}$$

في حالة التعديل بإشارة جيبية كما في الشكل (١٩-٥-ب) يصعب تمييز إشارتي FM و PM لأنه ينتج عن اشتقاء أو مكاملة الإشارة الجيبية إشارة جيبية مماثلة لها ومتزامنة بزاوية ثابتة 90° .

نظراً للتشابه الكبير بين FM و PM خصوصاً في حالة التعديل بإشارة جيبية، لذلك سنشرح بالتفصيل فقط FM ونكتفي بتوضيح أهم خصائص PM فيما بعد.



الشكل (١٩-٥) مقارنة أشكال الإشارات AM و FM و PM حالتي التعديل بإشارة سُن منشار وإشارة جيبية.

١١-٥ التعديل التردددي بإشارة جيبية

بافتراض أن $v_m(t) = A_m \cos \omega_m t$ ، فنكتب وفق (5-41):

$$f(t) = f_c + k_f A_m \cos \omega_m t = f_c + \Delta f \cos \omega_m t \quad (5-47)$$

حيث:

$$\Delta f = k_f A_m \quad (5-48)$$

يرمز Δf للانحراف التردددي ويمثل أكبر انزياح للتعدد اللحظي $f(t)$ عن تردد الحامل f_c .

$$\cdot k_f = \frac{\Delta f}{A_m}$$

يكون طور إشارة FM وفق (5-43) من أجل:

$$\phi(t) = 2\pi k_f \int_0^t A_m \cos \omega_m \lambda d\lambda = \beta \sin \omega_m t \quad (5-49)$$

حيث:

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} \quad (5-50)$$

تمثل β دليل أو عامل التعديل التردددي ويرمز له أيضاً m_f .

تكون الزاوية اللحظية الكلية وفق (5-36) و (5-49):

$$\theta(t) = \omega_c t + \phi(t) = \omega_c t + \beta \sin \omega_m t \quad (5-51)$$

بالتالي توصف إشارة FM بالعبارة:

$$v_{FM}(t) = A_c \cos \theta(t) = A_c \cos(\omega_c t + \beta \sin \omega_m t) \quad (5-52)$$

يعتمد عرض المجال التردددي لإشارة FM على كل من f_m و β ويزداد بازديادهما. ويعد

التعديل التردددي ضيق المجال Narrow Band عندما $1 < \beta$ ، كما يعد عريض المجال

عندما $1 > \beta$. وفي حالة كون $\beta < 0.3$ فإن طيف إشارة FM يكون مماثلاً لطيف إشارة

.AM

لكي نوجد طيف إشارة FM في الحالة العامة، نكتب معادلة FM (5-52) على الشكل التالي:

$$v_{FM}(t) = A_c \operatorname{Re} [e^{j(\omega_c t + \beta \sin \omega_m t)}] \\ = A_c \operatorname{Re} [z(t) e^{j\omega_c t}] \quad (5-53)$$

حيث:

$$z(t) = e^{j\beta \sin \omega_m t} \quad (5-54)$$

هذا التابع العقدي دوري وتردد الزاوي الأساسي ω_m وينشر حسب سلسلة فورييه الأسيّة العقدية بدلالة توابع بيسيل وفق العلاقة:

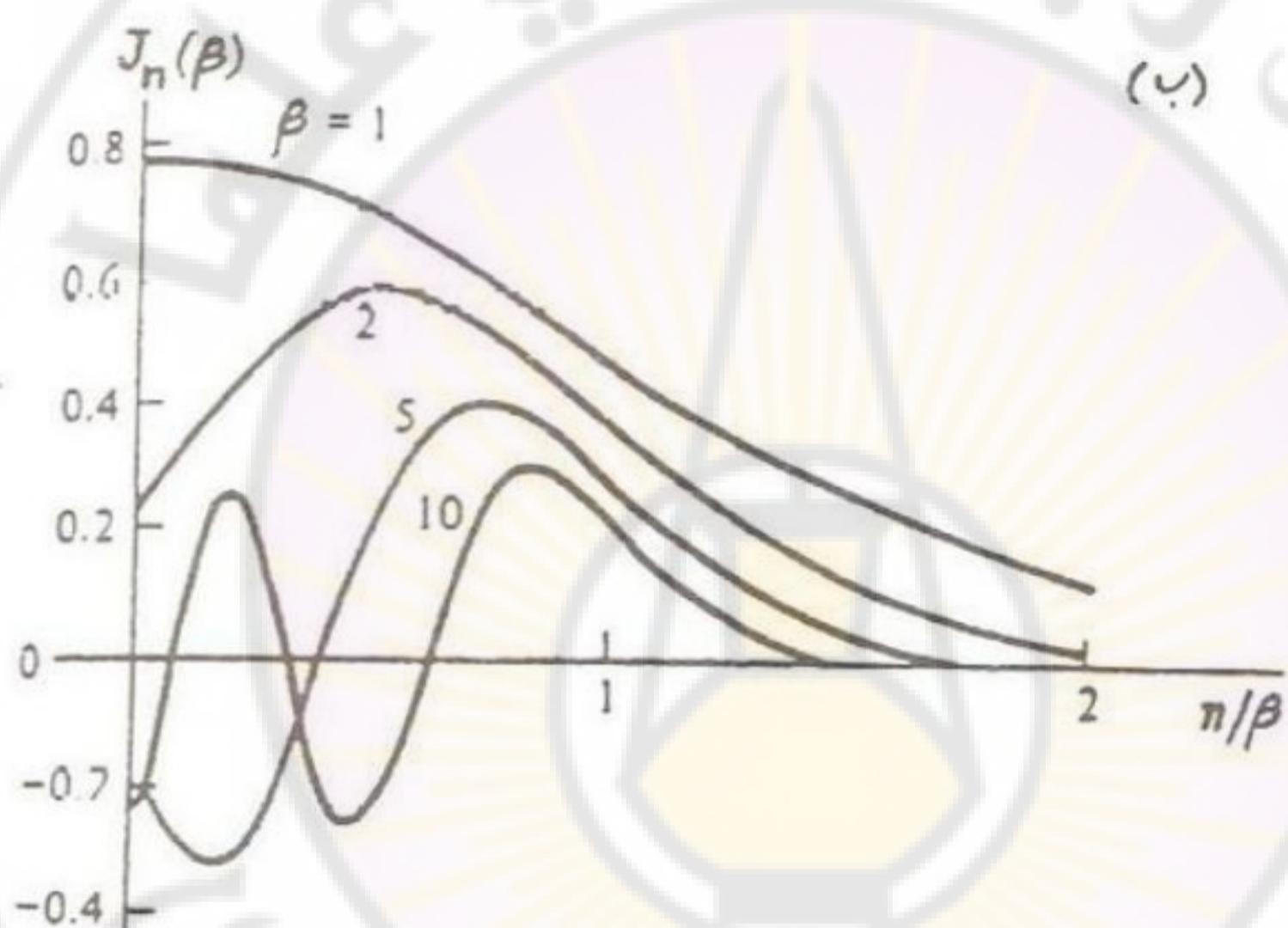
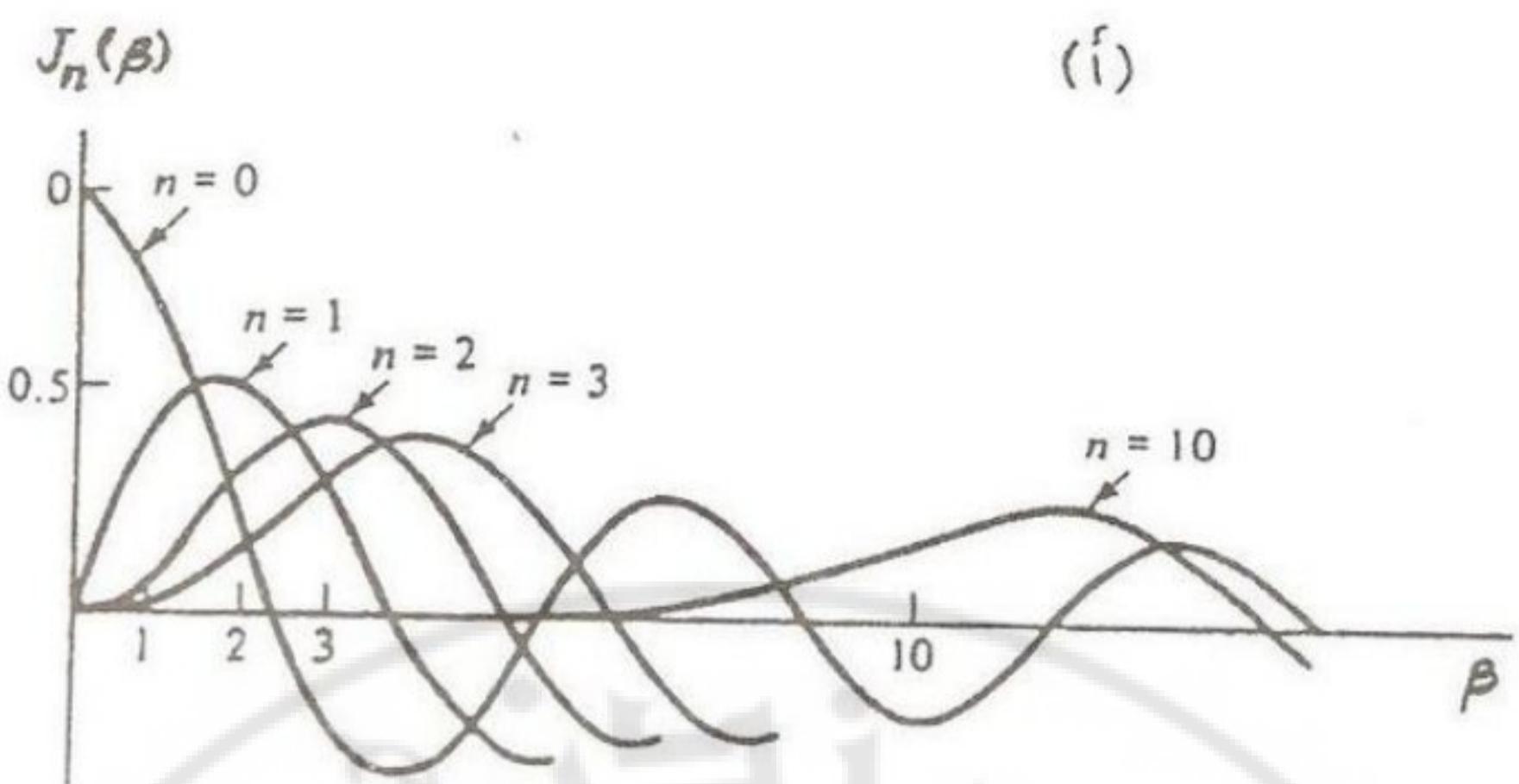
$$z(t) = e^{j\beta \sin \omega_m t} - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) e^{jn\omega_m t} \quad (5-55)$$

حيث $J_n(\beta)$ توابع بيسيل من النوع الأول والمرتبة n للمتحول β . وقيم هذه التوابع تورد في جداول، كالجدول (1-٥) مثلاً. ويبيّن الشكل (٢٠-٥-أ) منحنيات $J_n(\beta)$ من أجل بعض قيم n ، كما يبيّن الشكل (٢٠-٥-ب) تغير $J_n(\beta)$ بدلالة n/β من أجل بعض قيم β .

Selected values of $J_n(\beta)$

n	$J_n(0.1)$	$J_n(0.2)$	$J_n(0.5)$	$J_n(1.0)$	$J_n(2.0)$	$J_n(5.0)$	$J_n(10)$	n
0	1.00	0.99	0.94	0.77	0.22	-0.18	-0.25	0
1	0.05	0.10	0.24	0.44	0.58	-0.33	0.04	1
2			0.03	0.11	0.35	0.05	0.25	2
3				0.02	0.13	0.36	0.06	3
4					0.03	0.39	-0.22	4
5						0.26	-0.23	5
6						0.13	-0.01	6
7						0.05	0.22	7
8						0.02	0.32	8
9							0.29	9
10							0.21	10
11							0.12	11
12							0.06	12
13							0.03	13
14							0.01	14

الجدول (١-٥) بعض القيم لـ $J_n(\beta)$.



الشكل (٥-٥) منحنيات توابع $J_n(\beta)$

أ-من أجل قيم مختلفة لـ n .

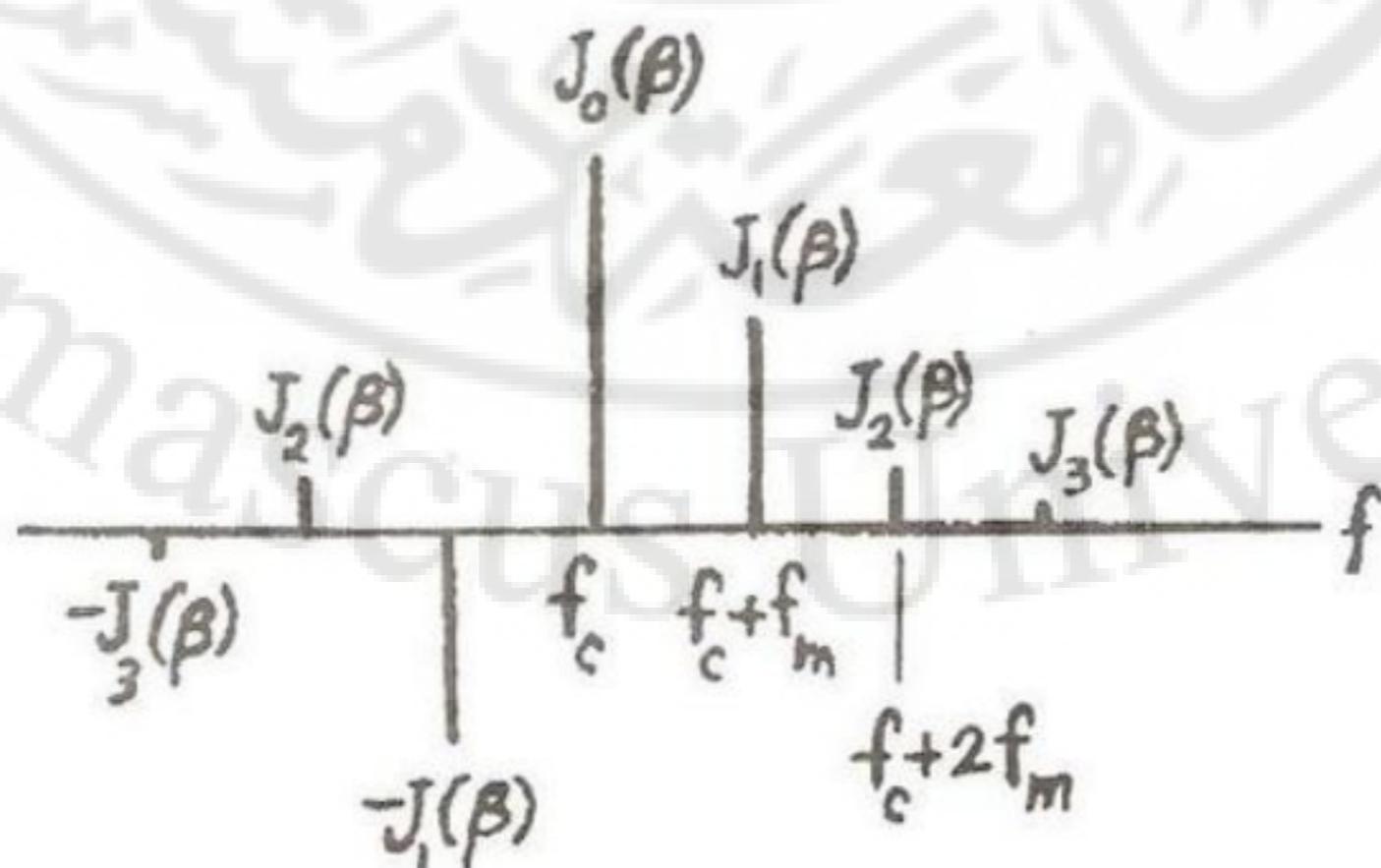
ب- من أجل قيم مختلفة لـ β .

نستنتج من العلاقات السابقة أن:

$$v_{FM}(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) \cos(\omega_c + n\omega_m)t \quad (5-56)$$

يكون $J_n(\beta) = -J_{-n}(\beta)$ من أجل n فردي (odd) و $J_{-n}(\beta) = J_n(\beta)$ من أجل n زوجي (even).

يتضح من (5-56) أن طيف إشارة FM يتتألف من مركبة الحامل f_c و عدد لا نهائي من المركبات الجانبية العليا بترددات $(f_c + nf_m)$ و عدد لا نهائي من المركبات الجانبية السفلية بترددات $(f_c - nf_m)$. ويلاحظ أن المطال النسبي لمركبة الحامل $J_0(\beta)$ غير ثابت بل يتغير تبعاً لعامل التعديل β وبالتالي يعتمد على إشارة التعديل. ومن أجل $1 < \beta < 1$, نجد أن J_0 و J_1 فقط مهمان عملياً، بحيث يمكن أن نعد الطيف مؤلفاً فقط من مركبة الموجة الحاملة و مركبتين جانبيتين بترددات $f_c \pm f_m$ (وهذه هي حالة $NBFM$). وبالمقابل عندما $\beta > 1$ يكون عدد المركبات الجانبية "ذات الأهمية" كبيراً جداً ويصبح الطيف مختلفاً عن حالة AM ويكون المجال الفعال لطيف إشارة FM أعرض بكثير من $2f_m$. ويبيّن الشكل (٢١-٥) المركبات "ذات الأهمية" لطيف إشارة FM من أجل $1 < \beta < 1$. ونقصد بالمركبات ذات الأهمية *Significant* المركبات التي تقابل $|J_n(\beta)| \geq 0.01$. ويتبّع من الشكل (٢١-٥) أن البعد بين كل مركبتين متجاورتين يساوي تردد إشارة التعديل f_m وأن المركبات الجانبية السفلية ذات الأرقام أو المراتب الفردية معكوسة بالطور.



الشكل (٢١-٥) طيف إشارة FM من أجل $1 < \beta < 1$.

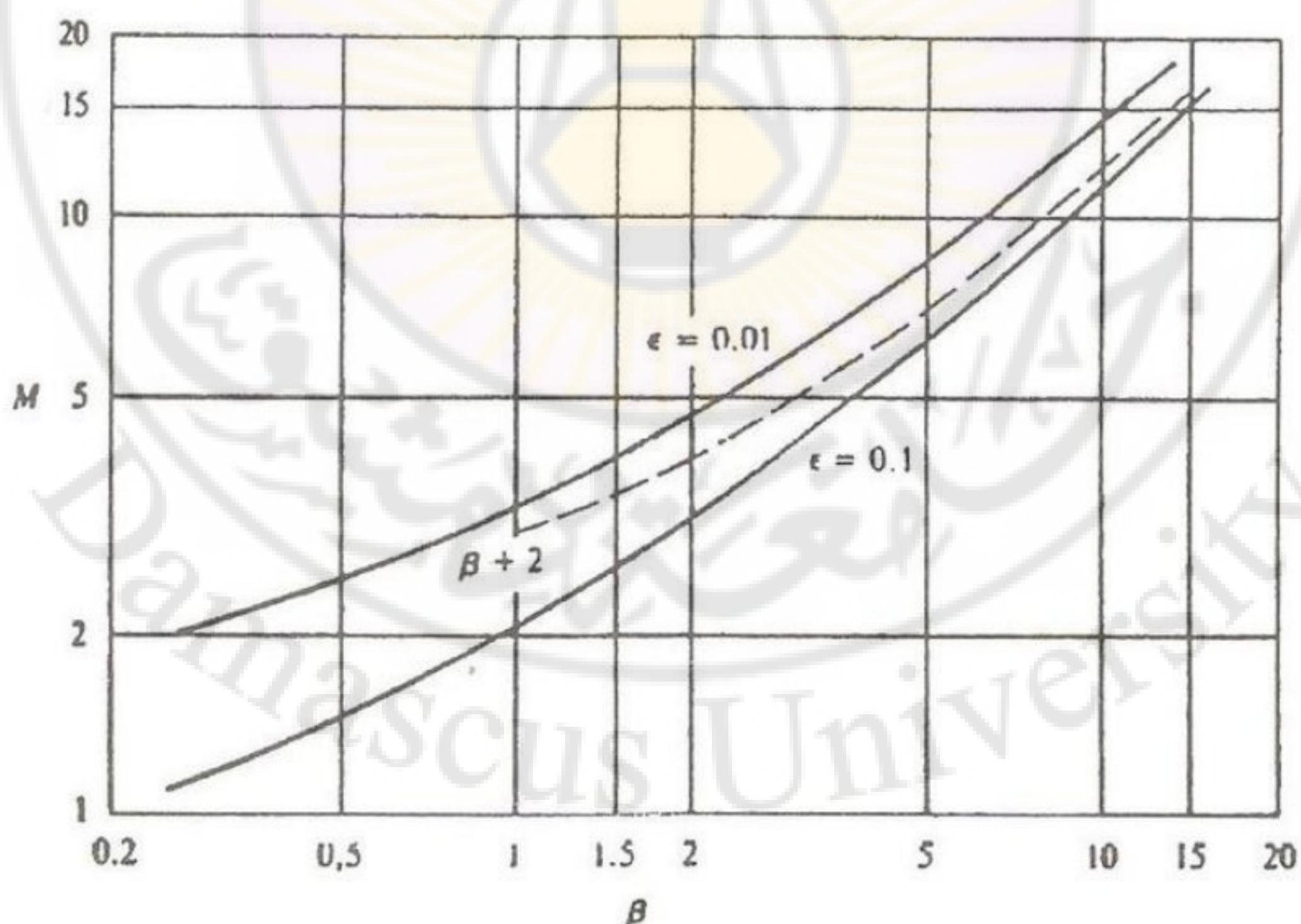
يتضح من الشكل (٢٠-٥-ب) أن $J_n(\beta)$ ينخفض بسرعة من أجل $\beta > n$ وأن عدد المركبات الجانبية ذات الأهمية يقابل $\frac{n}{\beta} < 1$ من أجل $\beta \geq 2$. ويبيّن الشكل (٢٢-٥) عدد أزواج المركبات الجانبية M التي تعد ذات أهمية بمعنى أن مطافها النسبي $|J_n(\beta)|$ أكبر من قيمة معينة ϵ ، من أجل $\epsilon = 0.01$ ، و $\epsilon = 0.1$ ، بينما يمثل $(2M+1)$ عدد خطوط الطيف ذات الأهمية (مع خط مرکبة الحامل ذات التردد f_c).

يعد عرض المجال الفعال لطيف إشارة FM في هذه الحالة:

$$B = 2M(\beta)f_m \quad (5-57)$$

من الواضح أن $M(\beta) \geq 1$ ، حيث يكون $B = 2f_m$ و $M(\beta) = 1$ في حالة $NBFM$ (أي من أجل $\beta < 1$). ويمثل المنحني المتقطع في الشكل (٢٢-٥) العلاقة التقريرية:

$$M(\beta) \approx \beta + 2 \quad (5-58)$$



الشكل (٢٢-٥) عدد أزواج المركبات الجانبية M كتابع لـ β .

يعد هذا التقرير مقبولاً لمعظم التطبيقات العملية من أجل $\beta \geq 2$. ونكتب:

$$B = 2(\beta + 2)f_m \quad \beta \geq 2 \quad (5-59)$$

في حالة التعديل التردددي عريض المجال WBFM يفترض أن $\beta > 1$ ، وبالتالي يكون:

$$B \approx 2\beta f_m = 2\Delta f \quad (5-60)$$

أي أن عرض المجال الفعال في حالة WBFM يتحدد بـ $2\Delta f$ تقريرياً بغض النظر عن قيمة f_m .

تستخدم عملياً لتقدير عرض مجال إشارة FM غالباً العلاقة التالية:

$$B \approx 2(\beta + 1)f_m = 2(\Delta f + f_m) \quad (5-61)$$

تسمى هذه العلاقة قاعدة كارسون Carsons Rule، وهي تجمع بين حالة NBFM التي يكون فيها $\beta < 1$ وبالتالي $B \approx 2f_m$ وحالة WBFM التي يكون فيها $\beta > 1$ وبالتالي $B \approx 2\Delta f$.

إذا افترضنا أن إشارة التعديل تتالف من مركبتين جيبيتين:

$$v_m(t) = A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t \quad (5-62)$$

ففي هذه الحالة نستنتج طيف، إشارة FM بطريقة مشاهدة لطريقة الحصول على (5-56)، وبحد أن:

$$v_{FM}(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta_1) J_m(\beta_2) \cos(\omega_c + n\omega_1 + m\omega_2)t \quad (5-63)$$

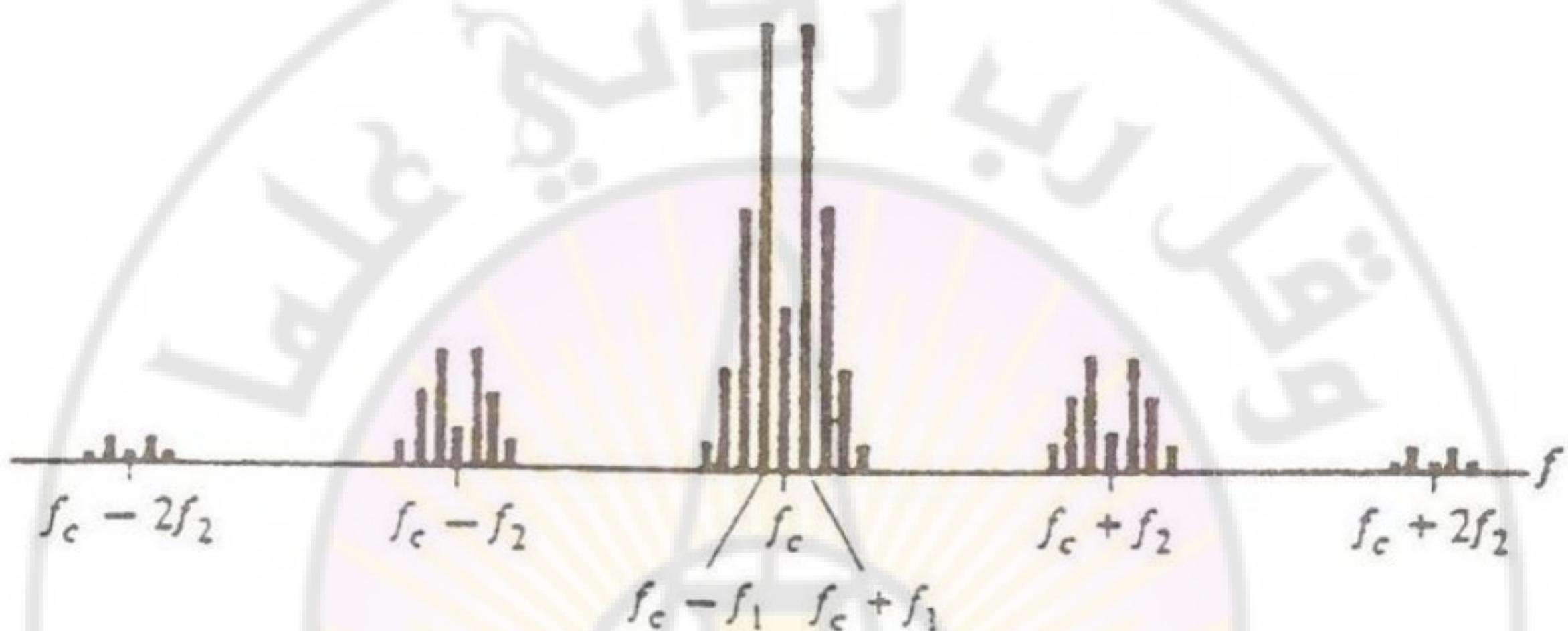
حسب العلاقة الأخيرة تظهر في طيف إشارة FM خطوط الطيف الموافقة لمركبة الموجة الحاملة ذات المطال $(A_c J_n(\beta_1) J_m(\beta_2))$ ، والمركبات الجانبية ذات الترددات $f_c \pm nf_1$ التي تنتج عن المركبة ذات التردد f_1 فقط، والمركبات الجانبية ذات الترددات $f_c \pm mf_2$ والناتجة عن المركبة ذات التردد f_2 فقط، بالإضافة إلى المركبات الجانبية ذات الترددات $f_c \pm nf_1 \pm mf_2$ التي تمثل تردداتها نواتج جمع وطرح الترددات f_1 و f_2 وتوافقها. ويدل ظهور خطوط الطيف من الصنف الأخير على أن التعديل التردددي تعديل غير خططي

بخلاف AM الذي يعد تعديلاً خطياً، ولا تظهر فيه عند التعديل بمجموع مركبتين مثل

$$f_c \pm f_2 \text{ و } f_c \pm nf_1 \quad (5-62)$$

يبيّن الشكل (٢٣-٥) طيف إشارة FM في حالة التعديل بمجموع إشارتين جيبيتين

وفق (٥-٦٢) بافتراض أن $f_2 > f_1$ و $\beta_1 > \beta_2$.



الشكل (٢٣-٥) طيف إشارة FM عند التعديل بإشارتين جيبيتين.

عند تحديد عرض المجال الفعال لإشارة FM في حالة التعديل بإشارة تعديل ممثلة

كمجموع مركبتين جيبيتين أو عدة مركبات جいبية تميّز عملياً بين حالتين:

١ - إذا كان للمركبات المفترضة المطال نفسه، فإنه يكون لها الانحراف التردد الأعظمي Δf نفسه، وفي هذه الحالة نوجد عرض المجال الفعال باستخدام الشكل (٢٢-٥) أو إحدى العلاقات (٥-٥٩) و (٥-٦١) من أجل أقصى قيمة لتردد التعديل وسأرمز لها بـ W ، أي أن $W = f_{m(\max)}$ ، كما سأرمز بـ D لقيمة β المقابلة، أي

$$D = \frac{\Delta f}{W} \quad (\text{وهي تسمى نسبة الانحراف}). \text{ ونطبق قاعدة كارسون فنكتب:}$$

$$B \approx 2(D+1)W = 2(\Delta f + W) \quad (5-64)$$

٢ - إذا كانت إشارة التعديل ممثلة كمجموع لمركبات جيبية ذات مطالات مختلفة، تقوم بتحديد قيمة عرض المجال الناتج عن كل منها، ونعد أن أكبر قيمة له هي قيمة عرض المجال الفعال التقريري لطيف FM الكلي.

المثال ٣-٥

لنفرض أن إشارة FM توصف بالعلاقة:

$$v_{FM}(t) = 20 \cos(10^7 \pi t + 3 \sin 10^3 \pi)$$

والمطلوب تحديد كل من f_c و β و Δf .

الحل:

بالمقارنة مع عبارة إشارة FM (٥-٥٢)، نجد أن:

$$f_m = 500 \text{ Hz} , \quad \beta = 3 , \quad f_c = 5 \text{ MHz}$$

ونكتب وفق (٥-٥٠):

$$\Delta f = \beta f_m = 3 \times 500 = 1500 \text{ Hz}$$

المثال ٥-٤

لنفترض أن موجة حاملة ترددتها $f_c = 90 \text{ MHz}$ ، تعدل ترددياً بإشارة جيبية بحيث يكون انحراف التردد $\Delta f = 50 \text{ kHz}$. والمطلوب إيجاد عرض المجال التقريري لإشارة FM إذا كان تردد إشارة التعديل: أ) 1 kHz ب) 1 MHz ج) 10 kHz

الحل:

أ) عندما يكون $f_m = 1 \text{ MHz}$ فإن:

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{50}{1000} = 0.05$$

وهذه إشارة FM ضيق المجال $\beta < 1$ وبالتالي $B = 2f_m = 1MHz$.

ب) من أجل $f_m = 10kHz$ ، يكون $\beta = 50$ وهذه حالة FM عريض المجال $\beta > 1$ وبالتالي

فإن $B \approx 2\Delta f = 100kHz$. وتعطى علاقة كارسون في هذه الحالة

$$B \approx 2(\beta + 1)f_m = 102kHz$$

ج) عندما $f_m = 10kHz$ ، يكون $\beta = 5$ وباستخدام الشكل (٢٢-٥) نجد أن $M = 6$ من

أجل $\epsilon = 0.1$ بينما $M = 8$ وبالتالي:

$$B_1 = 120kHz$$

$$B_2 = 160kHz$$

وذلك وفق العلاقة (٥-٥٧). وباستخدام العلاقة (٥-٥٩) نجد أن:

$$B = 2(\beta + 2)f_m = 2(\Delta f + 2f_m) = 140kHz$$

وهي القيمة الوسطى لـ B_1 و B_2 .

حسب قاعدة كارسون (٥-٦١) نجد أن:

$$B \approx 2(\Delta f + f_m) = 120kHz$$

وهي قيمة B_1 نفسها.

١٢-٥ خصائص التعديل الطوري PM

أوضحنا سابقاً أن التعديل الطوري PM يكافيء التعديل التردددي بإشارة تنتج عن إمداد

إشارة التعديل بمفاضل (أي يكافئ التعديل التردددي بمشتق إشارة التعديل).

بشكل عام نجد أن التعديل الطوري بأية إشارة $w_m(t)$ يكافيء التعديل التردددي

بالإشارة:

$$v_m(t) = \dot{w}_m(t) = \frac{d}{dt} w_m(t) \quad (5-65)$$

هذا يعني أن التعديل الطوري بإشارة الجيب:

$$w_m(t) = a_m \sin \omega_m t \quad (5-66)$$

يكافئ التعديل التردددي بإشارة التجيب:

$$v_m(t) = A_m \cos \omega_m t \quad (5-67)$$

وذلك بافتراض أن:

$$A_m = \omega_m a_m \quad (5-68)$$

ومن ثم يمكن تطبيق العلاقات الواردة سابقاً لحالة تعديل التردد بإشارة التجيب (5-67)

من أجل تعديل الطور بإشارة الجيب (5-66) على أن نستبدل A_m بـ $\omega_m a_m$.

نكتب وفق (5-38) بعد استبدال $v_m(t)$ بـ $w_m(t)$:

$$\phi(t) = k_p w_m(t) \quad (5-69)$$

$$v_{PM}(t) = A_c \cos[\omega_c t + k_p w_m(t)]$$

ونكتب أيضاً من أجل إشارة الجيب (5-66):

$$\phi(t) = \Delta\phi \sin \omega_m t \quad (5-70)$$

حيث $\Delta\phi = k_p a_m$

$$v_{PM}(t) = A_c \cos[\omega_c t + \Delta\phi \sin \omega_m t] \quad (5-71)$$

ترمز $\Delta\phi$ لأنحراف الطور، وهي تمثل أكبر انزياح للطور نتيجة التعديل الطوري بـ

$w_m(t)$ ، ويجب ألا يزيد عما πrad 180° . وبحد أن علاقة PM (5.6.9) تكافئ علاقة

(5-52) FM

$$v_{FM}(t) = A_c \cos(\omega_c t + \beta \sin \omega_m t)$$

على أن تعد $\beta = \Delta\phi$ بحيث يمكن أن نكتب كما في حالة FM

$$\phi(t) = \beta \sin \omega_m t$$

$$v_{PM}(t) = A_c \cos(\omega_c t + \beta \sin \omega_m t)$$

هذا الشكل يمثل β في حالة PM انحراف الطور $\Delta\phi$ نفسه ويتناوب مع مطال إشارة التعديل وفق العلاقة:

$$\beta_{PM} = \Delta\phi = k_p a_m \quad (5-72)$$

وينبغي ألا يزيد على π . وبالتالي يكون انحراف التردد في حالة PM :

$$(\Delta f)_{PM} = f_m \beta_{PM} = f_m k_p a_m \quad (5-73)$$

إن الفرق الأساسي بين FM و PM هو أنه في حالة PM يتناوب Δf مع f_m ويجب إنقاص Δf لتبقى $\Delta\phi$ صغيرة، بينما في حالة FM يكون Δf ثابتاً ومستقلاً عن f_m . يوصى التعديل الطوري بأنه عريض المجال $WBPM$ إذا كان β كبيراً لدرجة كافية بحيث نعد أن $2\Delta f = B$. ونظراً لأن Δf في حالة PM يتعلق بـ f_m ، لذلك فهو يعد غير مناسب عادة لنظام الإرسال التي تتطلب عرض مجال ثابت أو انحراف تردد ثابت كما في حالة الإرسال الإذاعي.

١٣-٥ طرق توليد الإشارات المعدلة ترددية

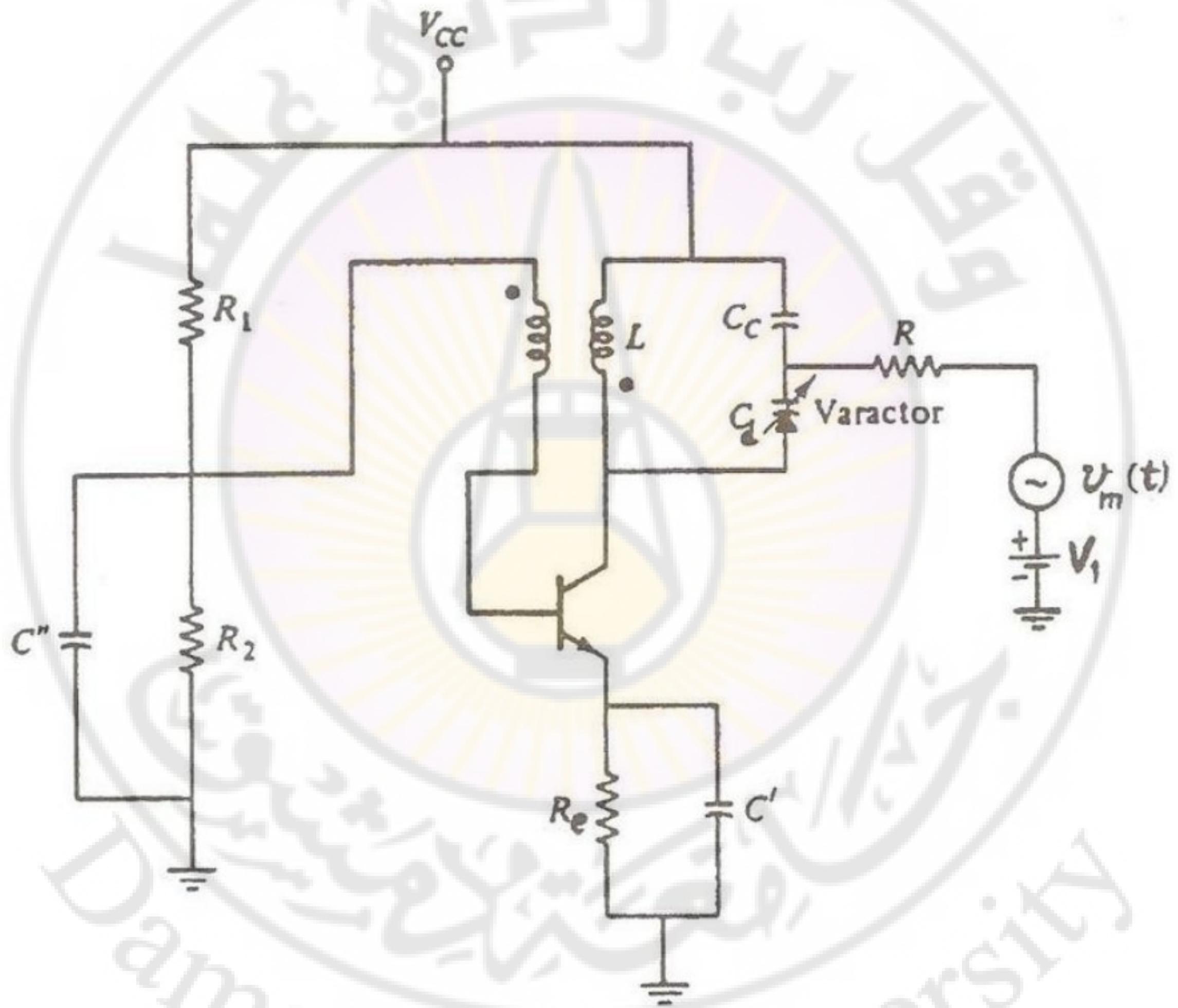
تستخدم عملياً طريقتين لتوليد إشارات FM وهما: الطريقة المباشرة والتي تعتمد على تغيير تردد المذبذب المولد للموجة الحاملة بواسطة إشارة التعديل، والطريقة غير المباشرة التي تعتمد استخدام التعديل الطوري PM .

١-١٣-٥ طريقة التوليد المباشر لموجة FM

تعتمد طريقة التوليد المباشر لموجة FM على استخدام إحدى دارات المذبذبات المحكمة بالجهد VCO التي يتغير ترددتها ضمن مجال معين تغيراً خطياً تبعاً للجهد المطبق. ويمكن أن نستخدم كمذبذب VCO عند الترددات العالية أي مذبذب ذي دارة رنين يصل معها *Varactor*، أي ديو드 متغير السعة (ديود يعمل بانحياز عكسي بحيث تغير سعته

حسب جهد الانحياز) كما هو مبين في الشكل (٢٤-٥). ويحدث التذبذب في الدارة المبينة في الشكل بفضل التغذية الخلفية الموجبة (بالتحريض المتبادل) وتتولد على مجموع الترانزستور نتيجة لذلك موجة جيبية يتحدد ترددتها بتردد الرنين لدارة الرنين LC_cC_d .

$$\text{أي } f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ حيث } C \approx C_d \text{ وذلك بافتراض أن } C_c >> C_d.$$



الشكل (٢٤-٥) دارة VCO.

نختار قيمة الجهد المستمر V_1 بحيث يعمل الفاراكتور بانحياز عكسي مناسب في حالة عدم وجود إشارة التعديل، أي عندما $v_m(t) = 0$ ، للحصول على القيمة المطلوبة لتردد

الموجة الحاملة f_c دون تعديل. وتتغير قيمة C_d حسب الجهد العكسي المطبق على الفاراكتور، وبالتالي تتغير قيمة C_d حسب جهد إشارة التعديل $v_m(t)$ ، ويتغير تبعاً لذلك تردد المذبذب.

٢-١٣-٥ طريقة التوليد غير المباشر لموجة FM

تعتمد الطريقة غير المباشرة لتوليد موجة FM على استخدام معدل طوري مع إمرار إشارة التعديل بمكامل. ويمكن تصميم المعدل الطوري ببساطة نسبياً، ولا سيما في حالة التعديل الطوري الضيق المجال NBFM، وهذه الحالة توافق (5-69) عندما يكون $|k_p w_m(t)| < 1$.

$$w_m(t) = a_m \sin \omega_m t$$

يفترض في حالة NBPM أن $\beta = k_p a_m < 1$.

يمكن أن نعبر عن $v_{PM}(t)$ من أجل $|k_p w_m(t)| < 1$ بالعلاقة التقريبية:

$$v_{PM}(t) \approx A_c \cos \omega_c t - k_p w_m(t) A_c \sin \omega_c t \quad (5-74)$$

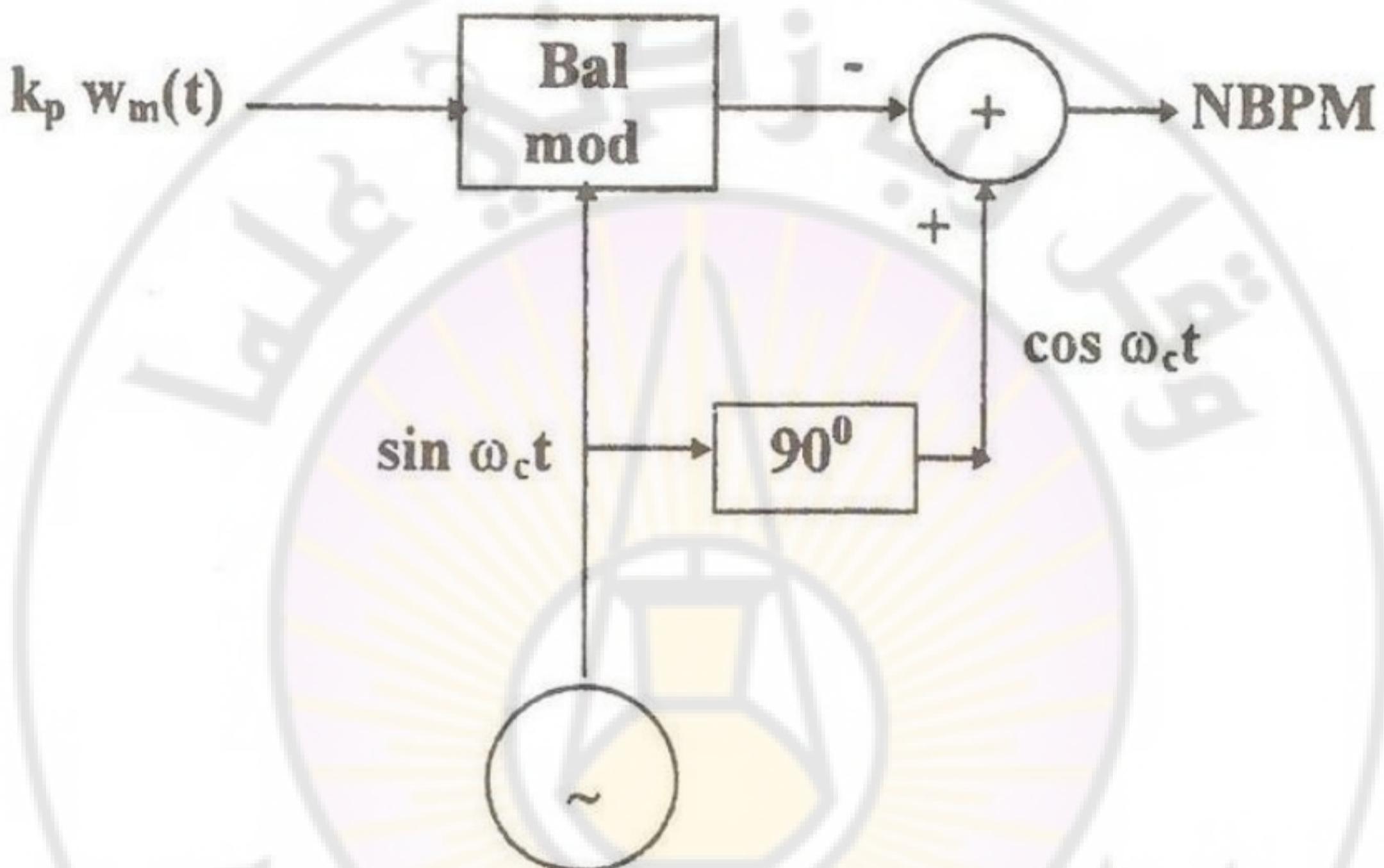
بافتراض أن $w_m(t) = a_m \sin \omega_m t$ نكتب:

$$v_{PM}(t) \approx A_c \cos \omega_c t - \beta A_c \sin \omega_m t \sin \omega_c t \quad (5-75)$$

يبين الشكل (٢٥-٥) طريقة الحصول على موجة NBPM وفق العلاقة (5-74). بافتراض أن $A_c = 1$ من أجل التبسيط. ويستخدم معدل متوازن للحصول على $k_p w_m(t) A_c \sin \omega_c t$. وبعد الطرح من $\cos \omega_c t$ نحصل على $v_{PM}(t)$. وتعد هذه الطريقة مقبولة عملياً عندما تكون $\beta < 0.5$.

يمكن أن نحصل على تعديل تردددي ضيق المجال بأي إشارة $v_m(t)$ باستخدام المعدل الطوري الضيق المجال نفسه في الشكل (٢٥-٥) مع إضافة مكامل على طريق إشارة التعديل. ويمكن تحويل إشارة NBFM إلى نحصل عليها بالطريقة المذكورة إلى إشارة

WBPM بواسطة مضاعفة التردد Frequency Multiplication التي يقصد بها ضرب التردد اللحظي لإشارة NBFM بعدد صحيح n . وهذا يعني مضاعفة التردد الحامل وانحراف التردد معاً بنفس العامل، وبالإضافة إلى بعض مراحل مازجة Mixers للحصول على القيمة المطلوبة لتردد الحامل النهائي.



الشكل (٢٥-٥) دارة المعدل الطوري.

١٤-٥ كشف تعديل إشارات FM

يقصد بكشف تعديل إشارات FM أو باختصار كشف FM (FM Detection) عملية استعادة إشارة التعديل من الإشارة المعدلة ترديياً. وتسمى دارة كشف FM كاشف تعديل FM (FM Detector) أو كاشف FM Demodulator)، كما تسمى أيضاً مميزاً ترديياً (Frequency Discriminator). ويفترض أن جهد خرجها يتنااسب

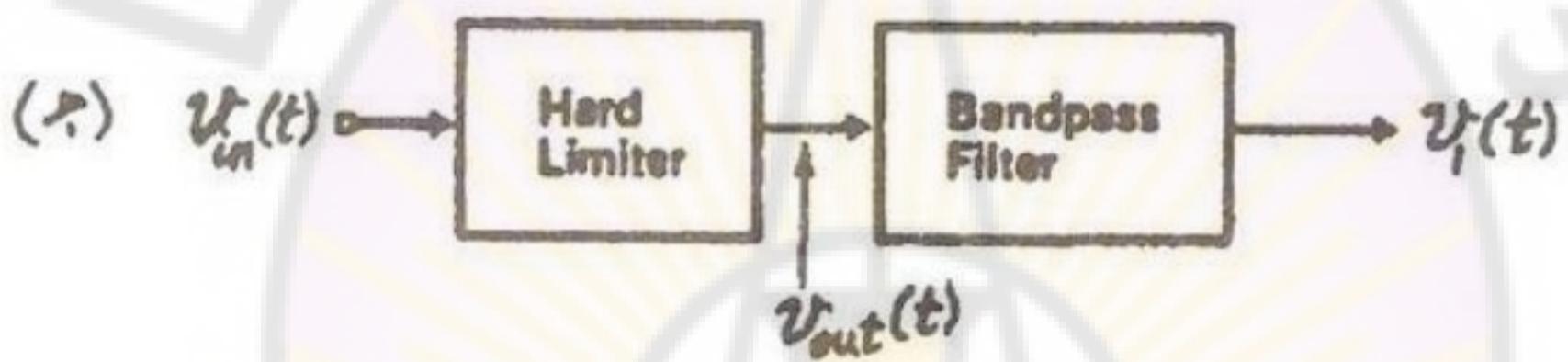
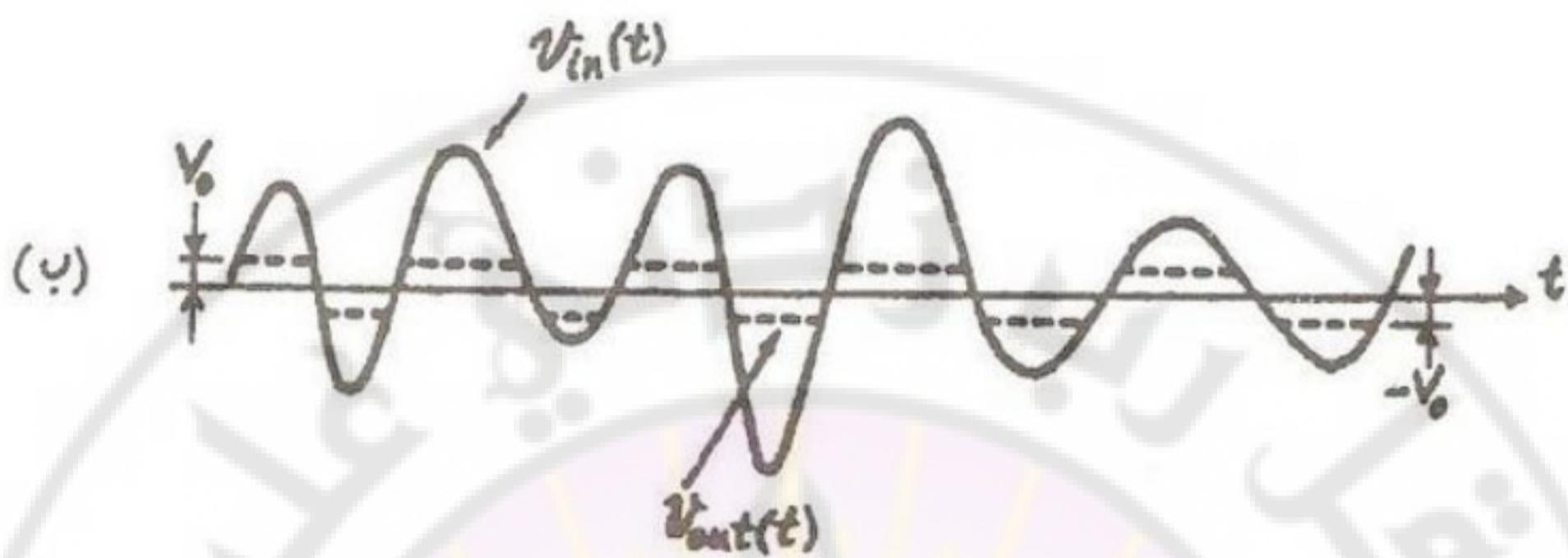
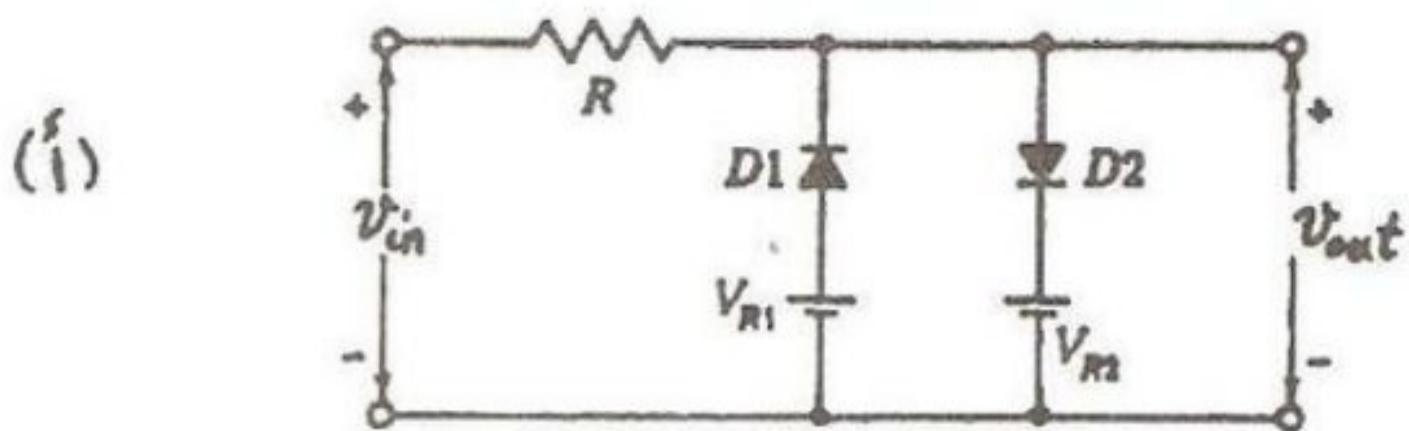
مع انزياح التردد اللحظي لإشارة الدخل (FM) عن التردد المركزي f_c ، ضمن مدى معين لتأرجح التردد اللحظي حول f_c .

يستخدم قبل كاشف FM غالباً محدد المطال (*Amplitude Limitor*) لإلغاء تغيرات المطال التي يسببها عدم انتظام الاستجابة التردديّة لدارات الإرسال والاستقبال وقناة النقل، وكذلك التغيرات المطالية العشوائية التي تنتج عن تأثير الضجيج والتدخلات (ويعني ذلك أن استخدام المحدد المطالي يفيد لإضعاف تأثير الضجيج والتدخلات).

سنشرح باختصار طريقة عمل أبسط محدد مطالي وأهم الطرق المستخدمة لكشف FM .

١٤-٥ التحديد المطالي (*Amplitude Limiting*)

يبين الشكل (٢٦-٥-أ) إحدى الدارات البسيطة المستخدمة للتحديد المطالي، وهي دارة قص *Clipper*، وتتألف من مقاوم R وديودين D_1 و D_2 مع مصدرين لجهدي انحياز أو جهدين مرجعين (*Reference Voltages*)، نرمز لهما V_{R1} و V_{R2} . ويوصل D_1 خلال فترة النوبة السالبة لجهد الدخل v_{in} عندما تنخفض قيمة عن مستوى معين يحدده مجموع V_{R1} وجهد العتبة أو جهد بداية التوصيل للديود (نحو $0.6V$ في حالة ديودات السيليكون). وبالمثل يوصل D_2 خلال فترة النوبة الموجبة لجهد الدخل v_{in} عندما تزيد قيمة عن مستوى معين يحدده مجموع V_{R2} وجهد العتبة للديود. ونفترض في الشكل (٢٦-٥-ب) أن v_{in} هي إشارة FM ذات مطال متغير ويتم قصها على مستويين متناقضين ($\pm V_o$)، بحيث تكون إشارة الخرج v_{out} بشكل موجة مربعة تقريراً، معدلة ترددية على غرار إشارة الدخل.



الشكل (٢٦-٥)

أ-دارة القص Clipper.

ب-إشارة الدخول والخرج.

إذا كان D_1 و D_2 من السيليكون و $V_{R1}=V_{R2}=0$ ، يتم القص على المستويين $\pm V_o \approx \pm 0.6V$. ويوصف المحدد بأنه محدد قاس (Hard Limitor)، إذا بقيت إشارة الخرج ثابتة تقريرياً عند تجاوز مستوى القص من الأعلى والأسفل بحيث يمكن أن نكتب:

$$v_{out}(t) = \begin{cases} +V_o & v_{in}(t) > +V_o \\ -V_o & v_{in}(t) < -V_o \end{cases} \quad (5-76)$$

يمكن عندئذ أن نعد إشارة خرج المحدد في الشكل (٢٦-٥-ب) كموجة مربعة معدلة ترددية، ومن ثم ننشرها بسلسلة فورييه كمجموع توافقيات معدلة بالمثل تعديلاً ترددية. ونفترض في الشكل (٢٦-٥-ج) أن إشارة خرج المحدد القاسي تمر بمرشح بمحال ينتخب التوافيقي الأساسي للموجة المربعة المعدلة ترددية، فنحصل على خرج المرشح على إشارة حبيبة معدلة ترددية وذات مطال ثابت تقريباً (أي محددة مطالياً).

٤-٢-٥ الكشف الترددية بطريقة تحويل AM إلى FM

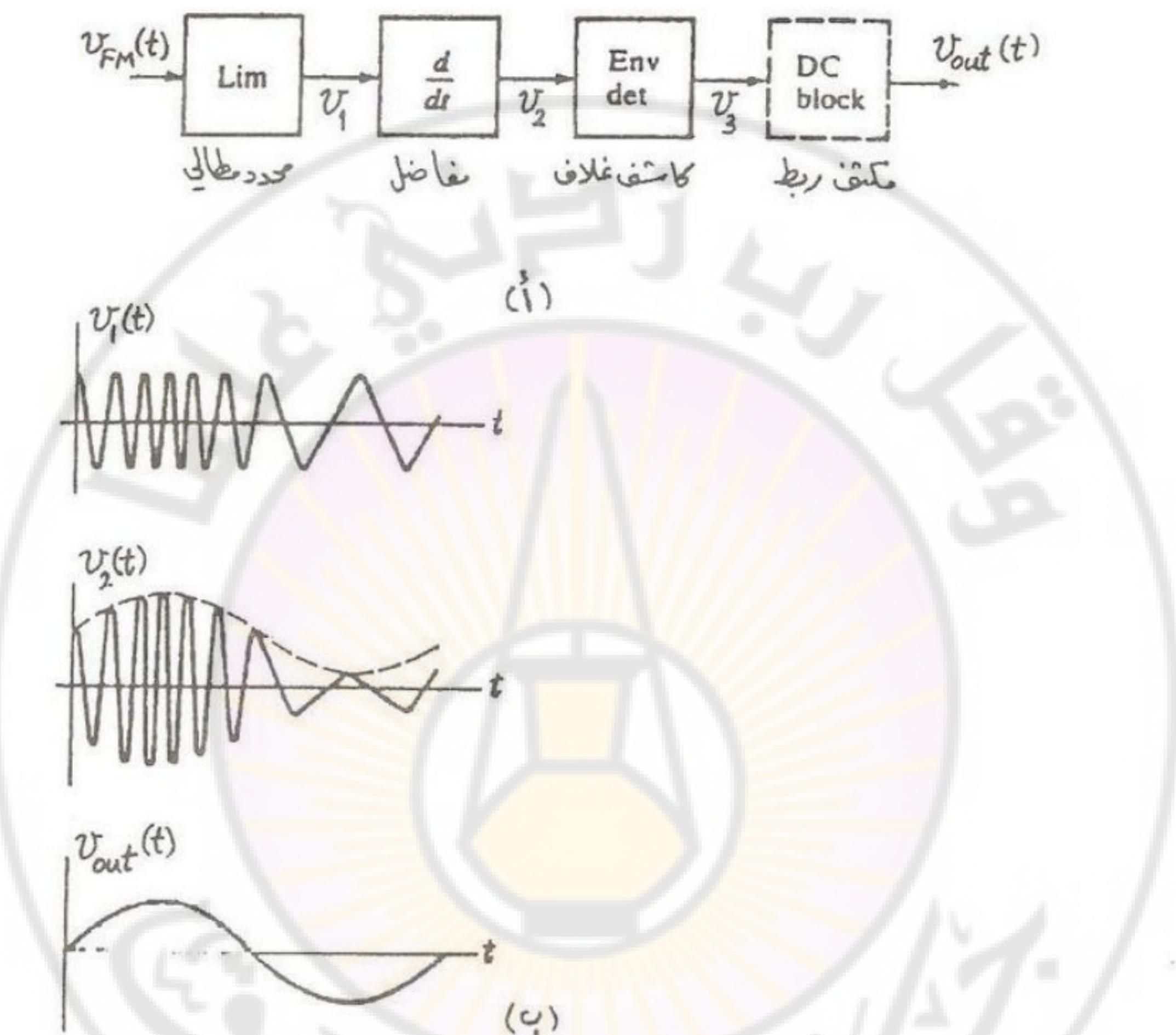
تعتمد بعض طرق الكشف الترددية فكرة تحويل إشارة FM إلى إشارة معدلة ترددية ومطالياً ثم يتم كشف التعديل المطالي بكاشف مطال. ويبيّن الشكل (٢٧-٥-أ) إحدى الطرق البسيطة التي تعتمد الفكرة المذكورة، ويفترض فيها أن إشارة الدخل المعدلة ترددية $v_{FM}(t)$ قد تكون متغيرة المطال (لأسباب ذكرناها سابقاً)، فتمرر بمحدد مطالياً (Lim) لتنتج في خرجه الإشارة $v_1(t)$ التي نفترضها معدلة ترددية وذات مطال ثابت كما هو مبين في الشكل (٢٧-٥-ب). ونفترض أنه يستخدم في الشكل (٢٧-٥-أ) بعد المحدد مفاضل *Differentiator* نرمز له $\left(\frac{d}{dt} \right)$ ، وتنتج في خرجه الإشارة $v_2(t)$ التي تكون معدلة ترددية ومطالياً كما هو مبين في الشكل (٢٧-٥-ب).

يلى المفاضل في الشكل (٢٧-٥-أ) كاشف غلاف (*Env* det)، تكون إشارة خرجه $v_3(t)$ مماثلة تقريباً للغلاف الموجب مثلاً $-v_2(t)$. وتمرر $v_3(t)$ لاحقاً بمكثف ربط يمرر المركبة المتناوبة $-v_3(t)$ وينع مرور المركبة المستمرة، وبالتالي نحصل على إشارة الخرج $v_{out}(t)$ ، التي يفترض أن تكون متناسبة مع إشارة التعديل الأصلية $v_m(t)$.

يفسر تحويل إشارة FM بواسطة المفاضل إلى إشارة معدلة مطالياً (إضافة لكونها معدلة ترددية) بأن تابع التحويل للمفاضل:

$$H(f) = j\omega = j2\pi f$$

أي أن $|H(f)| = 2\pi f$. وبما أن مطال إشارة دخل المفاضل ثابت، لذلك يتناوب مطال إشارة خرج مع التردد.



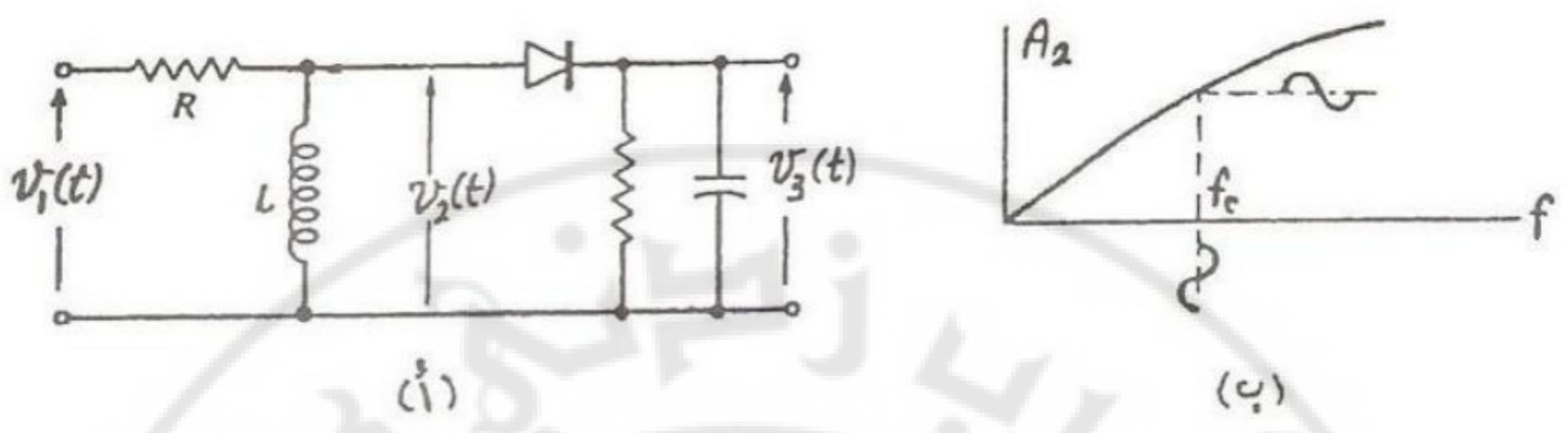
الشكل (٢٧-٥)

أ-كافش ترددی باستخدام محدد وتحويل AM إلى FM .

ب-أشکال الإشارات.

يبين الشكل (٢٨-٥-أ) دارة كاشف FM باستخدام دارة تفاضل $R-L$ ويليها كاشف غلاف. ويرمز A_2 في الشكل الشكل (٢٨-٥-ب) لمطال إشارة خرج دارة التفاضل

(١) v_2 ، وتكون علاقته مع التردد شبه خطية ضمن مدى محدود لتأرجح إشارة FM حول التردد المركزي f_c .

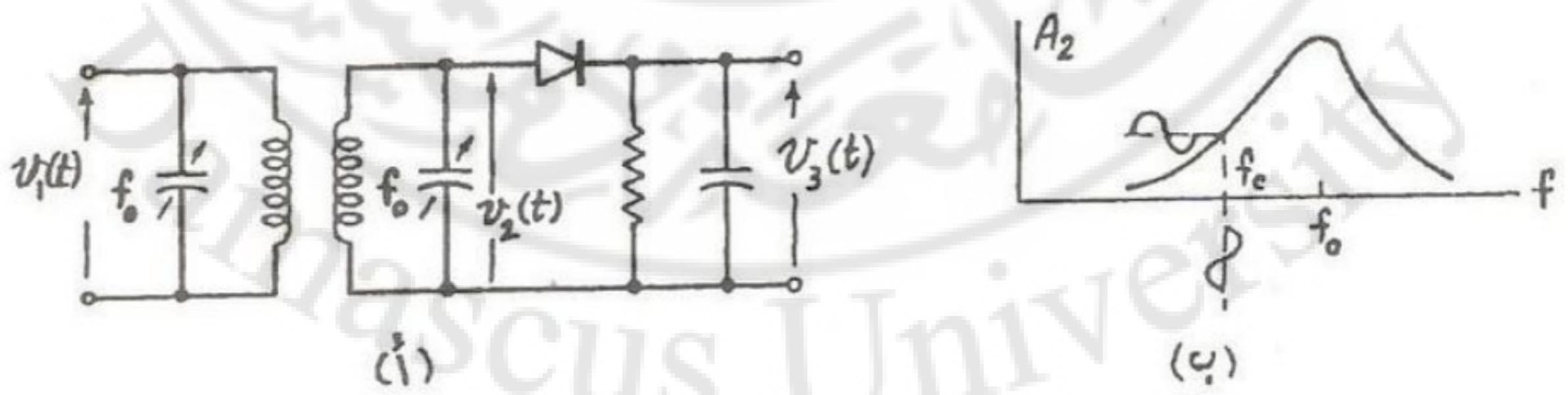


الشكل (٢٨-٥)

أ-كافش FM باستخدام دارة تفاضل.

ب-الاستجابة التردديّة.

يبين الشكل (٢٩-٥-أ) دارة كاشف FM ذي داري رنين مولفتين على التردد نفسه f_0 وهو يسمى كاشف الميل *Slope Detector*. ويختار تردد الرنين f_0 مختلفاً قليلاً عن f_c بحيث يكون مثلاً أعلى منه كما في الشكل (٢٩-٥-ب) وواقعاً في منتصف الجزء الشبه الخططي للجانب المائل لمنحنى الرنين.

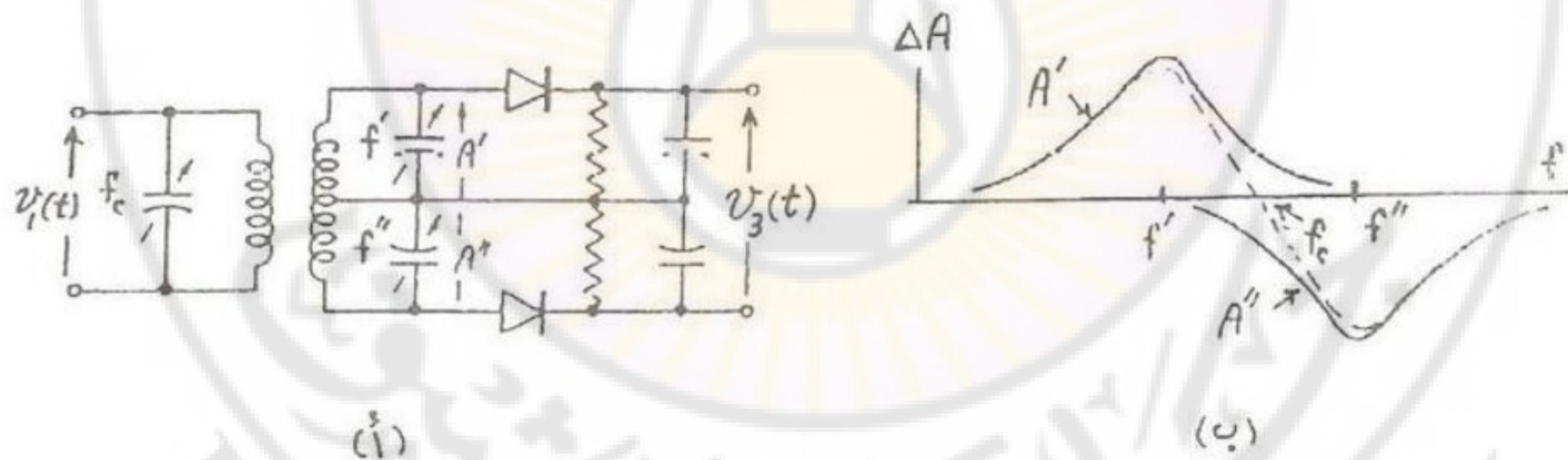


الشكل (٢٩-٥)

أ-دارة كاشف الميل.

ب-الاستجابة التردديّة.

يُبيَّن الشكل (٣٠-٥-أ) دارة كاشف الميل المتوازن، وتسخدم فيه ثلات دارات رنين وكاشف غلاف. وتولف دارة رنين الدخل على التردد f_c ، بينما تولف دارتا رنين الملف الثانوي على التردددين f' و f'' ، بحيث يختار f' مثلاً أقل من f_c كما في الشكل (٣٠-٥-ب)، بينما يختار f'' أعلى من f_c . ويمثل جهد الخرج $(A'-A)$ الفرق بين جهدي خرجي الغلاف، ولذا يتناسب مع الفرق $(A'-A)$ ، حيث A' و A مطالاً الجهدتين اللذين ينتجان على داري الرنين المولفتين على f' و f'' . ويُبيَّن الشكل (٣٠-٥-ب) العلاقة بين الفرق $\Delta A = A' - A$ والتردد، ونحصل عليها كنتيجة للجمع الجبري لمنحني الرنين الممثل $-A'$ ومنحني الرنين المعكوس الممثل $-(-A)$. ويستنتج من الشكل (٣٠-٥-ب) أن استجابة كاشف الميل المتوازن أفضل من حيث الخطية والحساسية من استجابة كاشف الميل البسيط أو مميز $R-L$.



الشكل (٣٠-٥)

أ-كاشف الميل المتوازن.

ب-منحني الاستجابة التردديّة.

إذا كانت الاستجابة الترددية لدارة إزالة التعزيز معاكسة تماماً للاستجابة الترددية لدارة التعزيز المسبق، فهما لا يؤثران بالنتيجة على القيم النسبية للمركبات الطيفية للإشارة. وبالمقابل نجد أن الضجيج الذي يختلط مع الإشارة بعد الإرسال (ضجيج قناة النقل وضجيج دارات دخل جهاز الاستقبال) يتعرض لتأثير دارة إزالة التعزيز فقط، فتنخفض القيم النسبية للمركبات الطيفية للضجيج عند الترددات المرتفعة. ويصبح بالنتيجة التوزع الطيفي لضجيج خرج كاشف FM أقرب عند الترددات المرتفعة لحالة PM [وفق المنحني المقابل لحالة استخدام PDE في الشكل (٣٦-٥)]. ويتبين بنتيجة التحليل النظري أن استخدام PDE في نظام FM الإذاعي من أجل $W=15kHz$ و $f_1=2.1kHz$ يؤدي إلى رفع نسبة الإشارة إلى الضجيج في خرج كاشف FM بنحو $13dB$.

الفصل السادس

الاعتیان ونظم التعديل النبضي التماثلي

Sampling and Analog Pulse Modulation

الاعتیان ونظم التعديل النبضي التماهلي

Sampling and Analog Pulse Modulation

٦-١ مقدمة

تعتمد طرق التعديل (AM, FM, PM) التي درسناها في الفصل السابق على تغيير إحدى القيم المميزة لwave حاملة جيبية بشكل مستمر تبعاً لإشارة المعلومات أو إشارة التعديل (إشارة السمعية مثلاً). وتسمى طرق التعديل المذكورة طرق تعديل wave المستمرة (*Continuous-Wave Modulation*) *CW* يختلف فيها كبديل للموجة الحاملة الجيبية قطار نبضات، ويتم فيها تغيير إحدى القيم المميزة للنبضات (المطال، المدة، الموضع) تبعاً لإشارة التعديل.

يتميز التعديل النبضي عموماً عن تعديل wave الجيبية بعدة خصائص، أهمها:

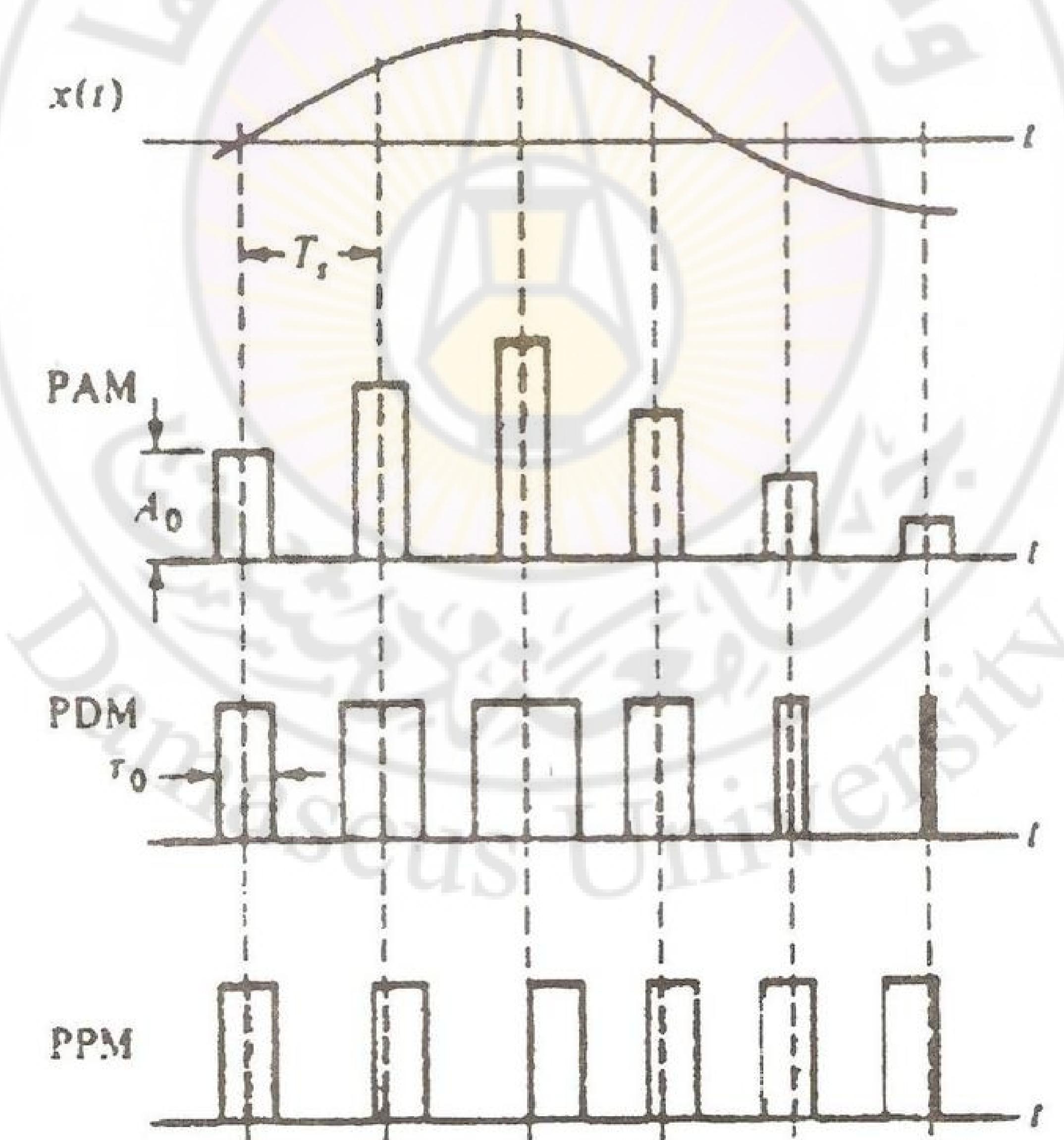
أ- ترسل في حالة تعديل wave الجيبية كل تغيرات إشارة التعديل، بينما ترسل في حالة التعديل النبضي عينات (*Samples*) من إشارة التعديل.

ب- يمكن أن ترسل في حالة التعديل النبضي خلال فترات الفراغات بين النبضات نبضات أخرى تمثل عينات من إشارات أخرى من إشارات المعلومات. وهذا يعني أنه يمكن إرسال عدة إشارات معلومات بقناة اتصال واحدة بتقسيم الزمن. وتسمى هذه الطريقة لإرسال عدة إشارات عبر قناة اتصال واحدة طريقة التجميع بتقسيم الزمن (*Time-Division Multiplexing*) *TDM*.

التجميع بتقسيم التردد (Frequency-Division Multiplexing) FDM التي أوضحتها في الفصل السابق.

يوضح الشكل (١-٦) أشكال الإشارات الناتجة عن تعديل قطار نبضات دورها، بإشارة معلومات $x(t)$ بثلاثة طرق:

- أ- تعديل مطال النبضات (Pulse-Amplitude Modulation) PAM.
- ب- تعديل مدة النبضات (Pulse-Duration Modulation) PDM.
- ج- تعديل موضع النبضات (Pulse-Position Modulation) PPM.



الشكل (١-٦) أنواع التعديل النبضي التماضي.

في حالة PAM يتغير مطال النبضات بعًا لإشارة المعلومات $(t)x$. وبالمقابل، في حالة PDM تتغير مدة النبضات أو عرضها بعًا لـ $(t)x$. وترمز A_0 في الشكل (١-٦) لمطال نبضات إشارة PAM عندما $x(t)=0$ ، كما ترمز τ_0 لمدة نبضات PDM عندما $x(t)=0$.

تسمى طريقة PDM و PPM معاً التعديل النبضي الرزمي PTM (*Pulse Time Modulation*). وتعد الطرق الثلاث في الشكل (١-٦) كطرق تعديل نبضي تماثلي (*Analog Pulse Modulation*)، لأن القيمة المعدلة (المطال، المدة، الموضع) تتغير كتابع تماثلي (مستمر) لإشارة التعديل. وتفضل على تلك الطرق في نظم الاتصالات منذ نحو عام 1970 طرق التعديل النبضي الرقمي، وأهمها التعديل النبضي الترميزي PCM (*Pulse-Code Modulation*). وتعتمد فكرة PCM أساساً على التعديل التماثلي الرقمي لكل من نبضات إشارة PAM [في الشكل (١-٦) مثلاً]، بحيث تستبدل كل منها بمجموعة نبضات ضيقة نسبياً تمثل العدد الثنائي المقابل لقيمة مطال نبضة إشارة PAM .

ندرس في هذا الفصل طرق التعديل النبضي التماثلي، ونوجل دراسة طرق التعديل النبضي الرقمي للفصل التالي.

تعتمد كل طرق التعديل النبضي، سواء كانت تماثليه أم رقمية على نظرية الاعتيان أو أخذ العينات (*Sampling Theory*)، ولذلك سنقوم في البند التالي بشرح هذه النظرية كتمهيد لدراسة طرق التعديل النبضي التماثلي فيما بعد.

٦-٢ الاعتيان أو أخذ العينات

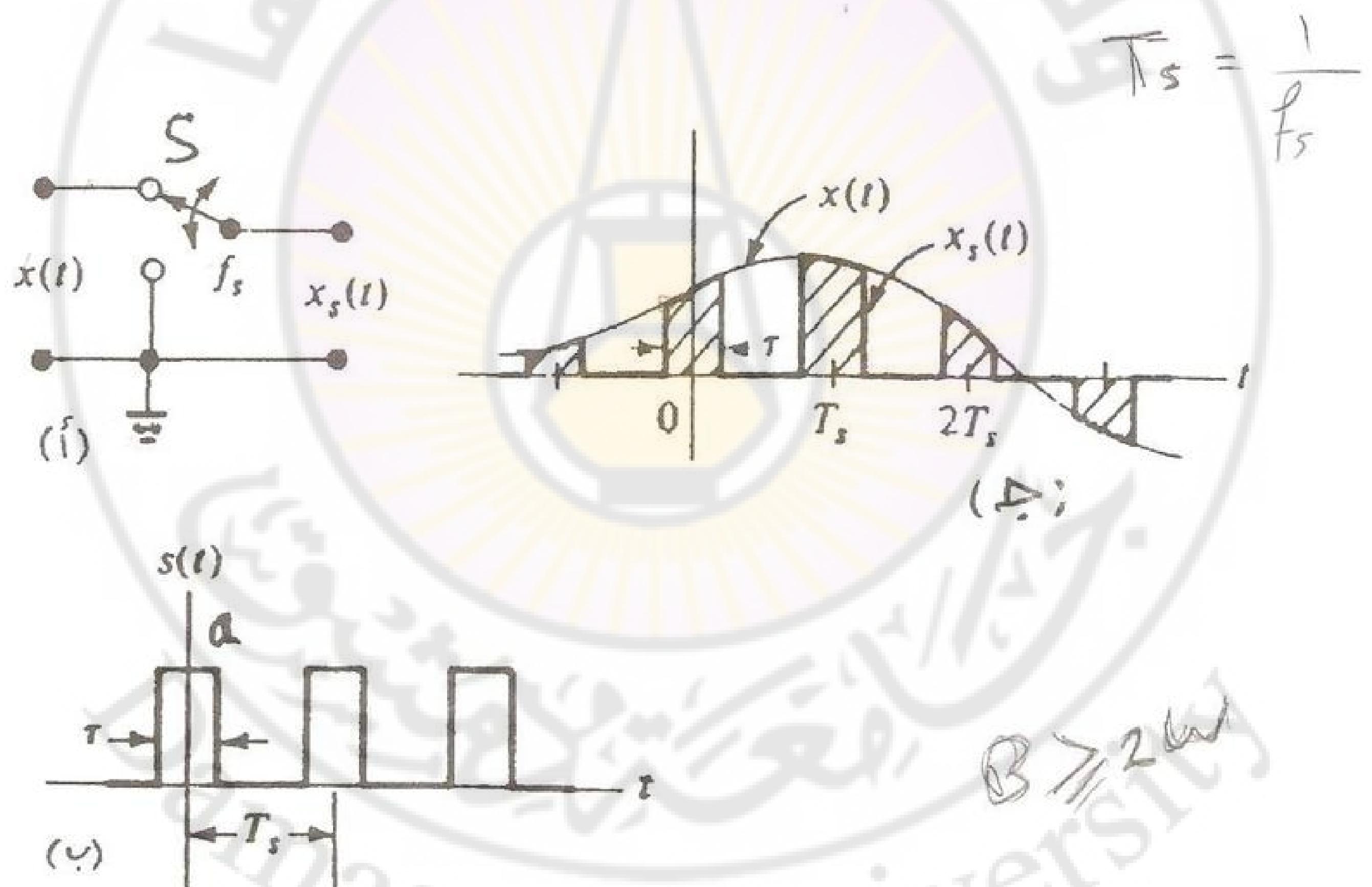
تستخدم عملياً عدة طرق للاعتيان أو أخذ العينات، ومنها طريقة التقاطيع *Chopping* الموضحة بالشكل (٦-٢). ونفترض أنه يستخدم في الشكل (٦-٢-أ) مفتاح ذو

وضعين S. ومع أننا نمثله كمفتاح ميكانيكي، فهو يتحقق عملياً كمفتاح الكتروني (بديودات أو ترانزistorات)، وتحكم فيه نبضات مستطيلة كالمينة في الشكل (٦-٢-ب):

$$s(t) = \sum_k p(t - kT_s) \quad (6-1-a)$$

حيث:

$$p(t) = \alpha \prod \left(\frac{t}{\tau} \right) \quad (6-1-b)$$



الشكل (٦-٢) الاعتيان بطريقة التقطيع.

أ-المخطط الوظيفي.

ب-نبضات التحكم.

ج-إشارة الدخول والخرج.

نفترض أن المفتاح S في الشكل (٦-٢-أ) يدل وضعه بتأثير النبضات $(t)_S$ بتردد يساوي تردد النبضات نفسها $f_S = 1/T_S$ ، وبحيث يكون المفتاح في الوضع العلوي خلال فترة كل نبضة (أي خلال الفترة τ)، بينما يكون في الوضع السفلي خلال فترات الفراغ بين النبضات. ونتيجة لذلك يقوم المفتاح S بإحراء تقطيع لإشارة الدخل $(t)_x$ ، بحيث تكون إشارة الخرج $(t)_x$ كما هو مبين في الشكل (٦-٢-ج)، أي تكون $(t)_x = x_S$ عندما يكون المفتاح S في الوضع العلوي، بينما $x_S = 0$ عندما يكون S في الوضع السفلي.

يمكن النظر إلى الإشارة المقطعة $(t)_x$ في الشكل (٦-٢-ج) كنبضات معدلة مطالياً، لأن مطاحها يتغير تبعاً لإشارة المعلومات $(t)x$ [على غرار إشارة PAM في الشكل (٦-١)]. وتعد $(t)_x$ أيضاً كعينات من إشارة المعلومات $(t)x$. ويسمى تردد التقاطيع f_s تردد الاعتيان أو أخذ العينات (*Sampling Frequency*). ويتبين أنه يمكن أن نستعيد الإشارة الأصلية $(t)x$ من الإشارة المعتانة (*Sampled Signal*) أو إشارة العينات $(t)_x$ ، إذا تحقق شرطان أساسيان، هما:

- ١- أن يكون المجال الترددی لإشارة المعلومات $(t)x$ محدوداً، كما في حالة الإشارة الكلامية (*Voice Signal*) المرسلة بالنظم الهاتفية، حيث إن مجالها الترددی محدود بين 300 و 3400 هرتز.

٢- أن يكون تردد الاعتيان f أكبر مرتين على الأقل من عرض المجال W لإشارة المعلومات $x(t)$:

$$f_s \geq 2W \quad (6-2-a)$$

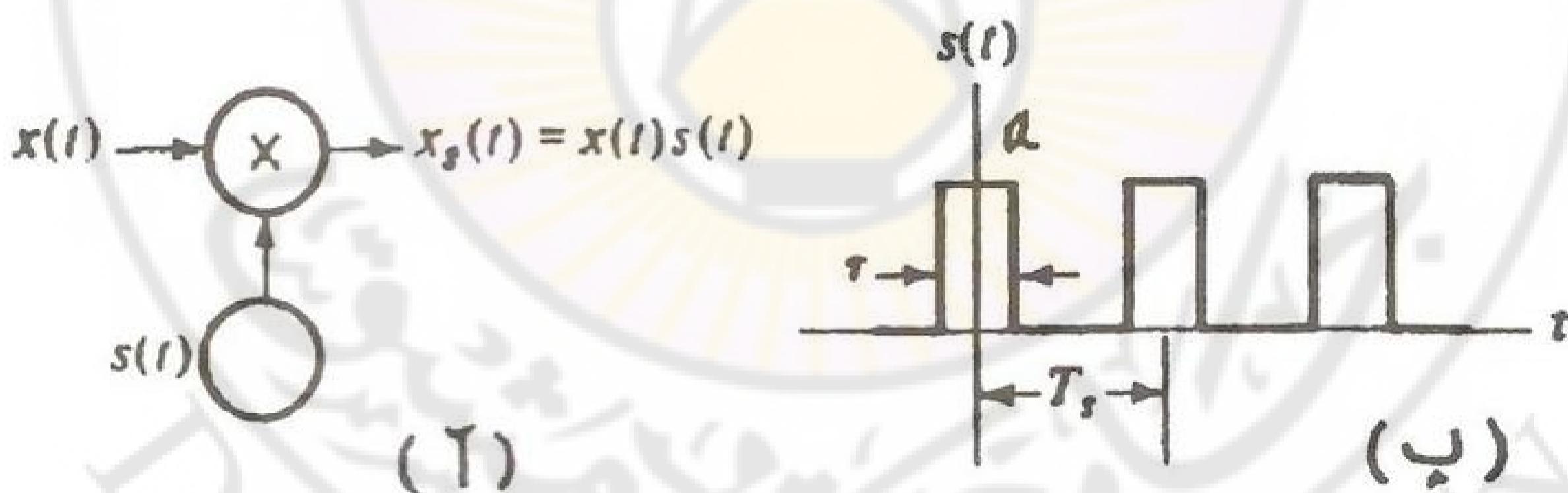
يسمى هذا الشرط شرط أو معيار نايكوست (Nyquist Criterion)، أو شرط شانون. وتكون القيمة الدنيا لـ ω وفق الشرط المذكور:

$$f_{s(\min)} = 2W \quad (6-2-b)$$

تسمى هذه القيمة تردد نايكوست للإعتيان أو معدل نايكوست (Nyquist Rate) وتسمى قيمة T_s المقابلة لها $\frac{1}{2W}$ فترة نايكوست (Nyquist Interval). وفي حالة الإشارة الكلامية الهازفية، يُعد عادة $W=3.4kHz$ ، وختار قيمة f_s عملياً $8kHz$ ، بحيث يكون $f_s = 2.35W$.

سوف نبين لاحقاً أنه يمكن استعادة الإشارة الأصلية $x(t)$ من الإشارة المعتانة $x_s(t)$ بإمداد (t) بمرشح تحرير منخفض ذي عرض مجال مناسب. كبديل للإعتيان بالتقطيع كما في الشكل (٦-٢-أ)، يمكن إجراء الإعتيان بطريقة ضرب $x(t)$ بقطار نبضات مثل $s(t)$ في الشكل (٦-٢-ب)، وذلك كما هو مبين في الشكل (٦-٣)، حيث تكون الإشارة المعتانة:

$$x_s(t) = x(t)s(t) \quad (6-3)$$



الشكل (٦-٣) الاعتalian بطريقة الضرب بقطار نبضات
أ-المخطط الوظيفي.
ب-نبضات التحكم.

تكون $(t)x$ في الشكل (٦-٣-أ) مماثلة للإشارة المقطعة المقابلة لها في الشكل (٦-٢-ج)، فيما إذا افترضنا أن قطار النبضات $s(t)$ الذي تضرب به $(t)x$ في الشكل

٦-٨ تتعديل مطال النبضات PAM

يُقصد بتعديل مطال النبضات أو التعديل النبضي المطالي PAM تغيير مطال قطار نبضات بعًا لإشارة التعديل. وبين الشكل (٦-١٣-أ) إشارة PAM من النوع الذي نحصل عليه بالطريقة "الطبيعية" للاعتيان، أي طريقة التقاطيع كما في الشكل (٦-٢)، أو طريقة الضرب كما في الشكل (٦-٣). وبالمقابل وبين الشكل (٦-١٣-ب) إشارة PAM من النوع ذي القمم المستوية، أي النوع الذي نحصل عليه باستخدام دارة اعتيان ومسك S/H كما في الشكل (٦-١٠)، أو نحصل عليه بإمرار إشارة معتانة مثالياً بدارة ZOH ، كما أوضحتنا في البند (٦-٦).

توصف إشارة PAM من النوع ذي العينات الطبيعية كما في الشكل (٦-١٣-أ) في حالة التعديل بموجة التجيب $A_m \cos \omega_m t$ بالعلاقة:

$$x_p(t) = (A_0 + A_m \cos \omega_m t)s(t) \quad (6-27-a)$$

حيث $s(t)$ قطار نبضات الاعتيان. وسنفترض أن:

$$s(t) = \sum_k p(t - kT_s), \quad p(t) = \prod \left(\frac{t - \tau/2}{\tau} \right) \quad (6-27-b)$$

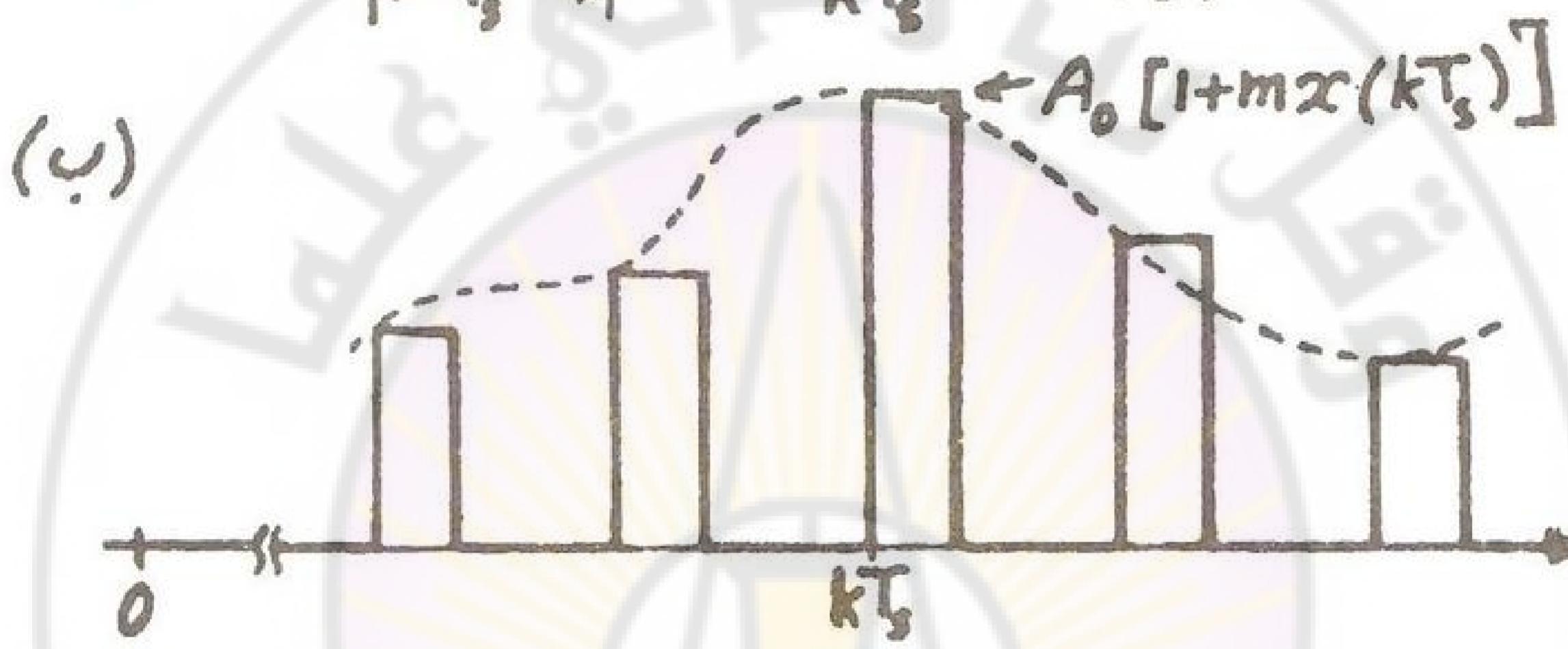
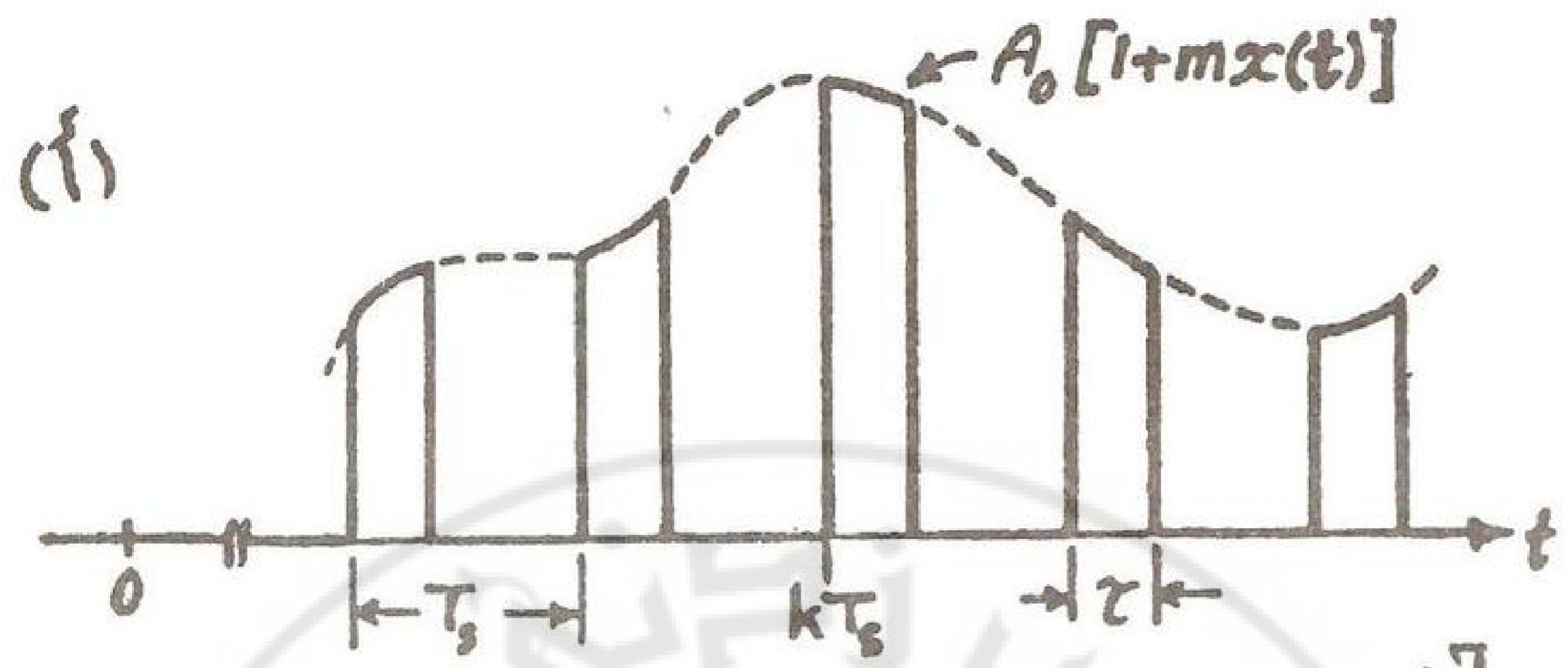
ونرمز بـ A_0 في (6-27-a) لجهد مستمر يضاف إلى إشارة التعديل قبل الضرب بـ $s(t)$ ، بحيث يظل مطال النبضات المعدلة موجة، أي يظل:

$$A_0 + A_m \cos \omega_m t > 0 \quad (6-27-c)$$

ولذلك نفترض $A_0 > A_m$. ويفيد كتابة (6-27-a) على النحو:

$$x_p(t) = A_0(1 + m \cos \omega_m t)s(t) \quad (6-27-d)$$

حيث $m = A_m/A_0$. ويقابل m هنا عامل التعديل المطالي (عمق التعديل) في حالة التعديل المطالي لwave جيبية (AM).



الشكل (٦-١٣)

أ- إشارة PAM من النوع ذي العينات الطبيعية.

ب- إشارة PAM من النوع ذي القسم المستوية.

إذا رمزنا لإشارة التعديل في الحالة العامة بـ $x_p(t)$ ، مع افتراض $|x(t)| \leq 1$ فنكتب بدلاً من (6-27-d)

$$x_p(t) = A_0[1 + mx(t)]s(t) \quad (6-28-a)$$

ونفترض $0 < 1 + mx(t) < 1$ على غرار (6-27-c). ونستنتج من (6-28-a) أن:

$$\begin{aligned} x_p(t) &= A_0 s(t) + mA_0 x(t)s(t) \\ &= A_0 s(t) + mA_0 x_s(t) \end{aligned} \quad (6-28-b)$$

٨-٦ تعديل مطال النبضات PAM

يُقصد بتعديل مطال النبضات أو التعديل النبضي المطالي PAM تغيير مطال قطار نبضات بعًا لإشارة التعديل. ويبيّن الشكل (٦-١٣-أ) إشارة PAM من النوع الذي نحصل عليه بالطريقة "الطبيعية" للاعتيان، أي طريقة التقطيع كما في الشكل (٦-٢)، أو طريقة الضرب كما في الشكل (٦-٣). وبالمقابل يبيّن الشكل (٦-١٣-ب) إشارة من النوع ذي القمم المستوية، أي النوع الذي نحصل عليه باستخدام دارة اعتيان PAM ومسك S/H كما في الشكل (٦-١٠)، أو نحصل عليه بإمرار إشارة معتانة مثاليًا بدارة ZOH ، كما أوضحتنا في البند (٦-٦).

توصف إشارة PAM من النوع ذي العينات الطبيعية كما في الشكل (٦-١٣-أ) في حالة التعديل بموجة التجيب $A_m \cos \omega_m t$ بالعلاقة:

$$x_p(t) = (A_0 + A_m \cos \omega_m t)s(t) \quad (6-27-a)$$

حيث $s(t)$ قطار نبضات الاعتيان. وسنفترض أن:

$$s(t) = \sum_k p(t - kT_s), \quad p(t) = \prod \left(\frac{t - \tau/2}{\tau} \right) \quad (6-27-b)$$

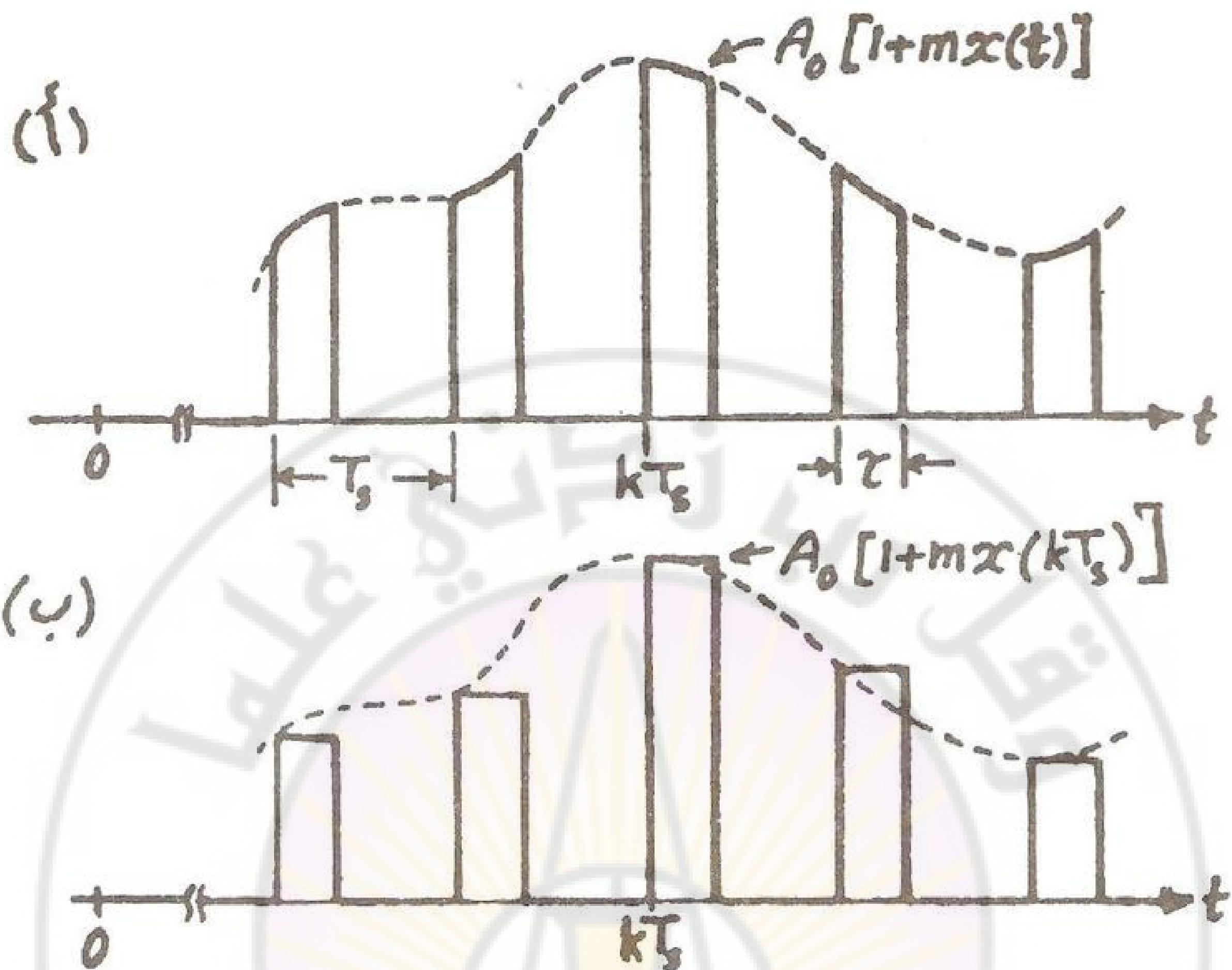
ونرمز بـ A_0 في (6-27-a) لجهد مستمر يضاف إلى إشارة التعديل قبل الضرب بـ $s(t)$ ، بحيث يظل مطال النبضات المعدلة موجياً، أي يظل:

$$A_0 + A_m \cos \omega_m t > 0 \quad (6-27-c)$$

ولذلك نفترض $A_m > A_0$. ويفيد كتابة (6-27-a) على النحو:

$$x_p(t) = A_0(1 + m \cos \omega_m t)s(t) \quad (6-27-d)$$

حيث $m = A_m/A_0$. ويقابل m هنا عامل التعديل المطالي (عمق التعديل) في حالة التعديل المطالي لموجة جيبية (AM).



الشكل (١٢-٦)

أ- إشارة PAM من النوع ذي العينات الطبيعية.

ب- إشارة PAM من النوع ذي القمم المستوية.

إذا رمزنا لإشارة التعديل في الحالة العامة بـ $x_p(t)$ ، مع افتراض $|x(t)| \leq 1$ فنكتب بدلاً من (6-27-d):

$$x_p(t) = A_0[1 + mx(t)]s(t) \quad (6-28-a)$$

ونفترض $1 + mx(t) > 0$ على غرار (6-27-c). ونستنتج من (6-6) أن:

$$\begin{aligned} x_p(t) &= A_0 s(t) + m A_0 x(t) s(t) \\ &= A_0 s(t) + m A_0 x_s(t) \end{aligned} \quad (6-28-b)$$

حيث $x(t)$ إشارة العينات الطبيعية وفق (3-6). ويختار تردد ω_s وفق شرط نايكوست، أي $\omega_s \leq 2W$. ويكون تحويل فورييه لـ $x_p(t)$:

$$X_p(f) = A_0 S(f) + m A_0 X_s(f) \quad (6-28-c)$$

ويعطى $X_s(f)$ بالعلاقة (6-7-b)، كما يعطى $S(f)$ بـ (6-8-b).

يبين من (6-28-c) أنه يمكن كشف تعديل إشارة PAM في طرف الاستقبال باستخدام عرض بحاله $1/2f_s$ أو W [مثل LPF الذي يستخدم لاستعادة $x(t)$ من $x_s(t)$ ، على أن تزحف من إشارة خرج ذلك المريش المركبة المستمرة التي تنتج عن $A_0 s(t)$ في (6-28-b)]. وتستخدم لزف المركبة المستمرة دارة ربط CR.

في حالة PAM من النوع ذي القمم المستوية توصف النبضات المعدلة بالعلاقة:

$$X_p(f) = A_0 \sum_k [1 + mx(kT_s)] P(t - kT_s) \quad (6-29-a)$$

ونفترض على غرار (6-27-c) أن $1 + mx(kT_s) > 0$.

وبالمقارنة مع (6-20) و (6-22-a) نستنتج من (6-29-a) أن:

$$\begin{aligned} x_p(t) &= A_0 s(t) + m A_0 P(t) * x_s(t) \\ X_p(f) &= A_0 S(f) + m A_0 P(f) X_s(f) \end{aligned} \quad (6-29-b)$$

أي يتالف طيف إشارة PAM ذات القمم المستوية من الطيف الممثل لـ $P(f)X_s(f)$ كالمبين في الشكل (6-10-ب)، بعد أن يضرب بـ $m A_0$ ويضاف له $A_0 S(f)$. وبالتالي يمكن استعادة $x(t)$ من $x_p(t)$ باستخدام LPF مع مرشح تسوية وفق (6-24) مع دارة لزف المركبة المستمرة التي تنتج عن $A_0 s(t)$.

يحدد عرض المجال B_T اللازم لإرسال إشارة PAM بالاعتماد على العلاقة (3-98) المحددة لزمن الصعود:

$$t_r \approx \frac{1}{2B_T} \quad (6-30)$$

يشترط أن يكون $\tau < T_s$ ، ولذلك يجب أن يكون $\frac{1}{2\tau} > B_T$. وعما أن مدة النبضة τ يجب

أن تكون أقل كثيراً من T_s (وفق متطلبات *TDM*) مع كون $\frac{1}{2W} \leq T_s$ ، فنكتب:

$$\tau \ll T_s \ll \frac{1}{2W} \quad (6-31-a)$$

ومن ثم يجب أن نكتب:

$$B_T > \frac{1}{2\tau} \gg W \quad (6-31-b)$$

هذا يعني أن نظام *PAM* يحتاج إلى عرض مجال كبير نسبياً (بالمقارنة مثلاً مع *AM*). ولذلك لا يستخدم *PAM* عملياً إلا في حالات محددة (مثلاً خطوة أولى للحصول على إشارة *PCM*).

٦-٩ التعديل النبضي الزمني *PTM*

يشمل التعديل النبضي الزمني *Pulse Time Modulation* *PDM* تعديل مدة النبضات *PDM* وتعديل موضع النبضات *PPM*. وسوف ندرس *PDM* و *PPM* معاً، لأنه يمكن الحصول على إشارة *PPM* بسهولة من إشارة *PDM*، كما موضح أدناه. ويسمى *PDM* أيضاً تعديل عرض النبضة *Pulse-Width Modulation* (*PWM*)، لأن مدة النبضة تدعى أيضاً عرض النبضة. ولكن بعض الكتب تسمى *PDM* أيضاً تعديل طول النبضة، وكأن مدة النبضة تمثل "طول النبضة".

يوضح الشكل (٦-١٤) طريقة مبسطة لتوليد إشارتي *PDM* و *PPM*، وهي تشمل ضمناً عمليتي الاعتيان والتعديل. ويستخدم للحصول على إشارة *PDM* مقارن جهد (Comparator) ومولد سن منشار (*Sawtooth Generator*). ويمثل دور جهد سن المنشار دور الاعتيان T_s . ويكون خرج المقارن صفرأً خلال كل الفترات التي يكون

فيها جهد إشارة الدخل $(t)x$ أقل من جهد سن المنشار، ويقفز خرج المقارن إلى قيمة موجبة A عندما يكون جهد الدخل $(t)x$ أعلى من جهد سن المنشار. ويمثل خرج المقارن إشارة PDM ، حيث تتغير مدة النبضة τ تبعاً لقيمة $(t)x$ في لحظة "تقاطعها" مع جهد سن المنشار.

نجد أن مدة النبضة تتغير في إشارة PDM في الشكل (٦-٤-١-ب) نتيجة تعديل الحافة الخلفية للنبضة (*Trailing-Edge Modulation*). وإذا عكستنا جهد سن المنشار، بحيث يتناقض خطياً [بدلاً من تزايده خطياً في الشكل (٦-٤-١)]، نحصل على تعديل للحافة الأمامية (*Leading Edge*). وفي حالة استخدام موجة مثلثية متاظرة بدلاً من موجة سن المنشار نحصل على تعديل الحافتين معاً.

تستخدم نبضات PDM في الشكل (٦-٤-١) لقطع وحد الاستقرار *Monostable* بالحافات الخلفية المعدلة، لكي نحصل على نبضات PPM . وتكون هذه النبضات ذات مطال ومدة ثابتين، ويتغير موضعها الزمني وفق $(t)x$.

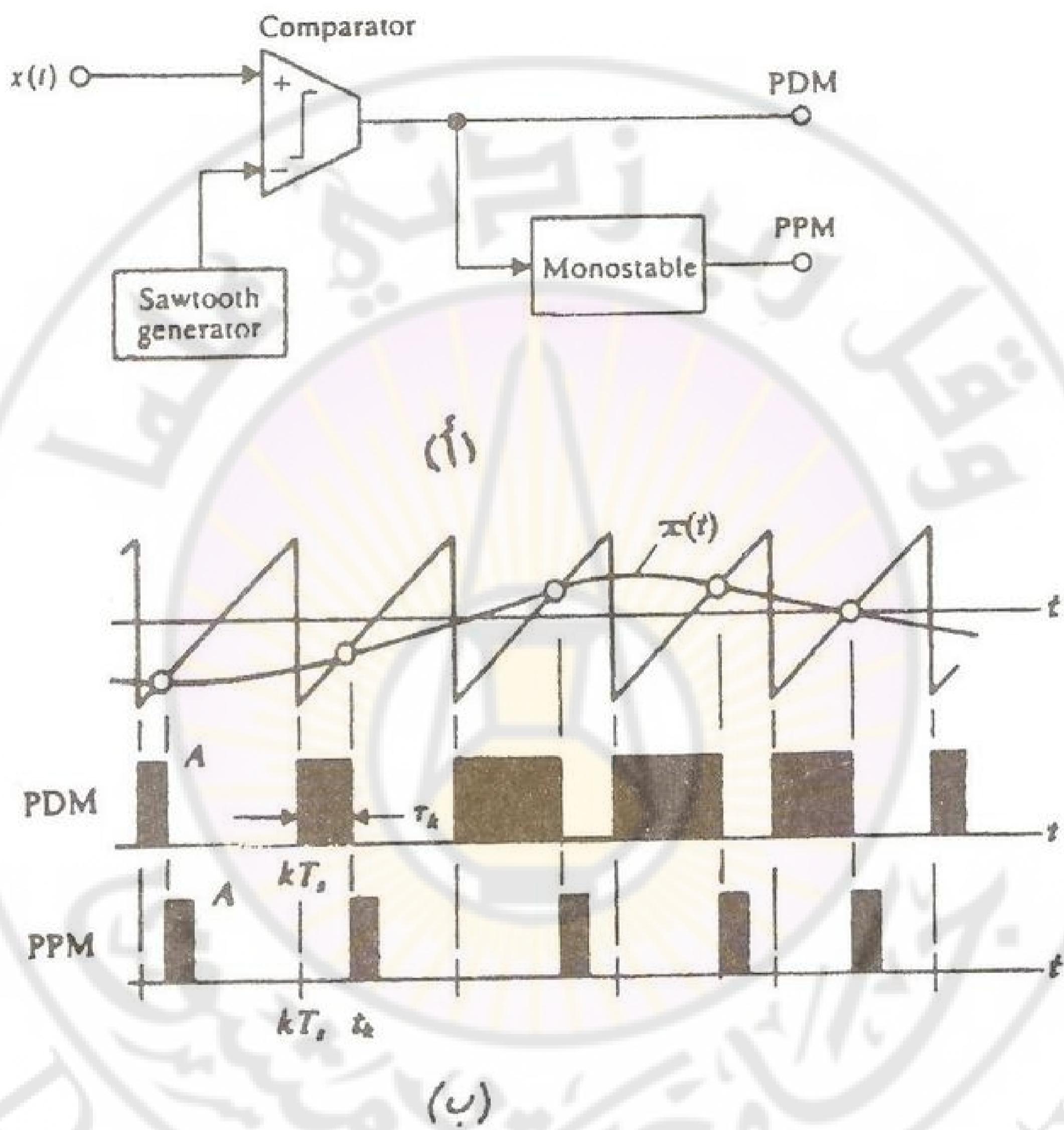
يبين في الشكل (٦-٤-١-ب) أن الموضع الزمني t_k للحافة الخلفية المعدلة لنبضة PDM يعتمد على قيمة $(t)x$ في اللحظة k نفسها وفق العلاقة:

$$t_k = kT_s + \tau_0 + t_0 x(t_k) \quad (6-32)$$

حيث kT_s لحظة الحافة الأمامية لنبضة PDM التي نرمز لرقمها بـ k ، وترمز τ_0 لعرض نبضة PDM دون تعديل، وتمثل t_0 الانزياح الأعظمي لـ t_k عن $(kT_s + \tau_0)$ عندما $|x(t_k)| = 1$.

يسنتج من (6-32) أن نبضات PDM في الحالة المعنية تحمل معلومات عن قيم عينات $x(t_k)$ من الإشارة $(t)x$. ونظراً لأن التباعد بين اللحظات t_k وفق (6-32) غير ثابت، لذلك تعد $(t_k)x$ عينات غير منتظمة، فلا تطبق عليها نظرية الاعتيان المنتظم. ولكي نحصل على PDM و PPM عينات منتظمة ينبغي إمرار $(t)x$ بدارة اعتيان ومسك

(S/H) قبل تطبيقه على دخول المقارن في الشكل (٦-١).



الشكل (٦-٦)

أ-دارة لتوليد PPM و PDM .

ب-أشكال الإشارات PPM و PDM

في حالة PDM ذي العينات المنتظمة نكتب:

$$\tau_k = \tau_0 [1 + mx(kT_s)] \quad (6-33-a)$$

حيث τ_0 مدة النبضة دون تعديل كما ذكرنا أعلاه، وترمز m لعامل تعديل PDM . وإذا كانت الحافة المعدلة في نبضات PDM هي الحافة الخلفية، كما في حالة الشكل (٦-٤-ب) تكون لحظة تلك الحافة للنقطة رقم k هي $t_k = kT_s + \tau_0$. ونكتب لـ PDM ذي العينات المنتظمة وفق (6-33-a):

$$t_k = kT_s + \tau_0 + t_0 x(kT_s) \quad (6-33-b)$$

حيث $t_0 = m\tau_0$. وتمثل t_0 في (6-33-b) الانزياح الأعظمي لـ t_k عن $(kT_s + \tau_0)$ عندما $|x(kT_s)| = 1$.

إذا افترضنا أن نبضات PDM التي حصلنا عليها بطريقة تعديل الحافة الخلفية وفق (6-33-b) استخدمت لقدر وحيد استقرار كما في حالة الشكل (٦-٤-أ) من أجل الحصول على نبضات PPM ، عندئذ تمثل t_k وفق (6-33-b) لحظات بدايات نبضات PPM . وينظر إلى t_0 في تلك الحالة بمثابة ثابت تعديل PPM .

يُعد التحليل الطيفي لإشارات PDM و PPM معقداً جداً. ويمكن إجراء تحليل طيفي مبسط لإشارة PDM انطلاقاً من سلسلة فورييه لقطار النبضات غير المعدل $(As(t))$ بافتراض:

$$s(t) = \sum_k p(t - kT_s), \quad p(t) = \prod \left(\frac{t}{\tau} \right)$$

ونكتب سلسلة فورييه لـ $s(t)$ على النحو:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_s t} = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2c_n \cos n\omega_s t$$

حيث $c_n = f_s \tau \sin cnf_s \tau$.

يمكن أن نعبر عن إشارة PDM بشكل تقريري بسلسلة فورييه لـ $As(t)$ ، إذا استبدلنا τ في عبارة c_n بـ $[1 + mx(t)]$. ويتبين بنتيجة التحليل المبسط أنه يمكن تمثيل إشارة PDM كمجموع للعبارات:

٦-١ التجميع بتقسيم الزمن *TDM*

يقصد بالتجميع أو "التنضيد" ب التقسيم الزمن (Time-Division Multiplexing) الطريقة التي تستخدم لإرسال إشارات عدة رسائل *Messages* (أي عدة إشارات معلومات) بقناة واحدة، وذلك باعتبار تلك الإشارات وإرسال عيناتها وفق تتابع زمني معين، كما هو موضح في الشكل (٦-١٩). ويفترض في الشكل (٦-١٩-أ) أن عدة إشارات معلومات (أربع إشارات على سبيل المثال) تمرر أولاً عبر مرشحات *LPF* منخفضة لتحديد عرض المجال الترددي لكل منها، ثم يتم اعتبارها بالتتابع بواسطة مفتاح دوار (*Rotary Switch*) يسمى المفتاح المبدل أو المجمع (*Commutator*)، كما يسمى المفتاح الناخب (*Selector Switch*). ويقوم هذا المفتاح خلال كل دورة له بأخذ عينة من كل من إشارات الدخول بالتتابع، فتكون إشارة خرجه بشكل عينات متتابعة (*Interlaced Samples*) من تلك الإشارات، وتبدو مثل إشارة *PAM*، أي كأنها تتابع نبضات معدلة مطالياً. ويستخدم في طرف الاستقبال مفتاح دوار مشابه، يسمى المفك (*Decommutator*) أو الموزع (*Distributer*)، وهو يقوم بفرز "العينات المتتابعة" بحيث يوزعها على خطوط موصلة إلى مجموعة أخرى من المرشحات *LPF*، تخصص لإعادة تركيب الإشارات الأصلية. ويفترض أن المفتاح الموزع يدور بسرعة مماثلة لسرعة دوران المفتاح المجمع (f_s) ويتزامن معه.

في حالة عدم وجود كل إشارات الدخول (أي حالة كونها مساوية للصفر)، ما عدا إشارة واحدة فقط (t_{1x} ، تكون إشارة خرج المفتاح المجمع كما مبين في الشكل (٦-١٩-ب)). ويعمل المفتاح المجمع في هذه الحالة كمفتاح اعتبار، حيث يأخذ عينات "طبيعية" من (t_{1x} فقط بعرض τ وبدور T_s أو $1/f_s$. ويمثل τ سرعة دوران المجمع أو عدد دوراته في الثانية، وهو نفسه تردد أحد العينات من (t_{1x}). ولما أن الموزع في طرف

الاستقبال يدور بتزامن مع المجمع في طرف الإرسال، ففي الحالة المفترضة، أي حالة كون كل إشارات دخل المجمع صفرًا ما عدا $(t)_1x$ ، يعطي الموزع عينات $(t)_1x$ فقط إلى مدخل LPF المخصص لإعادة تركيبها.

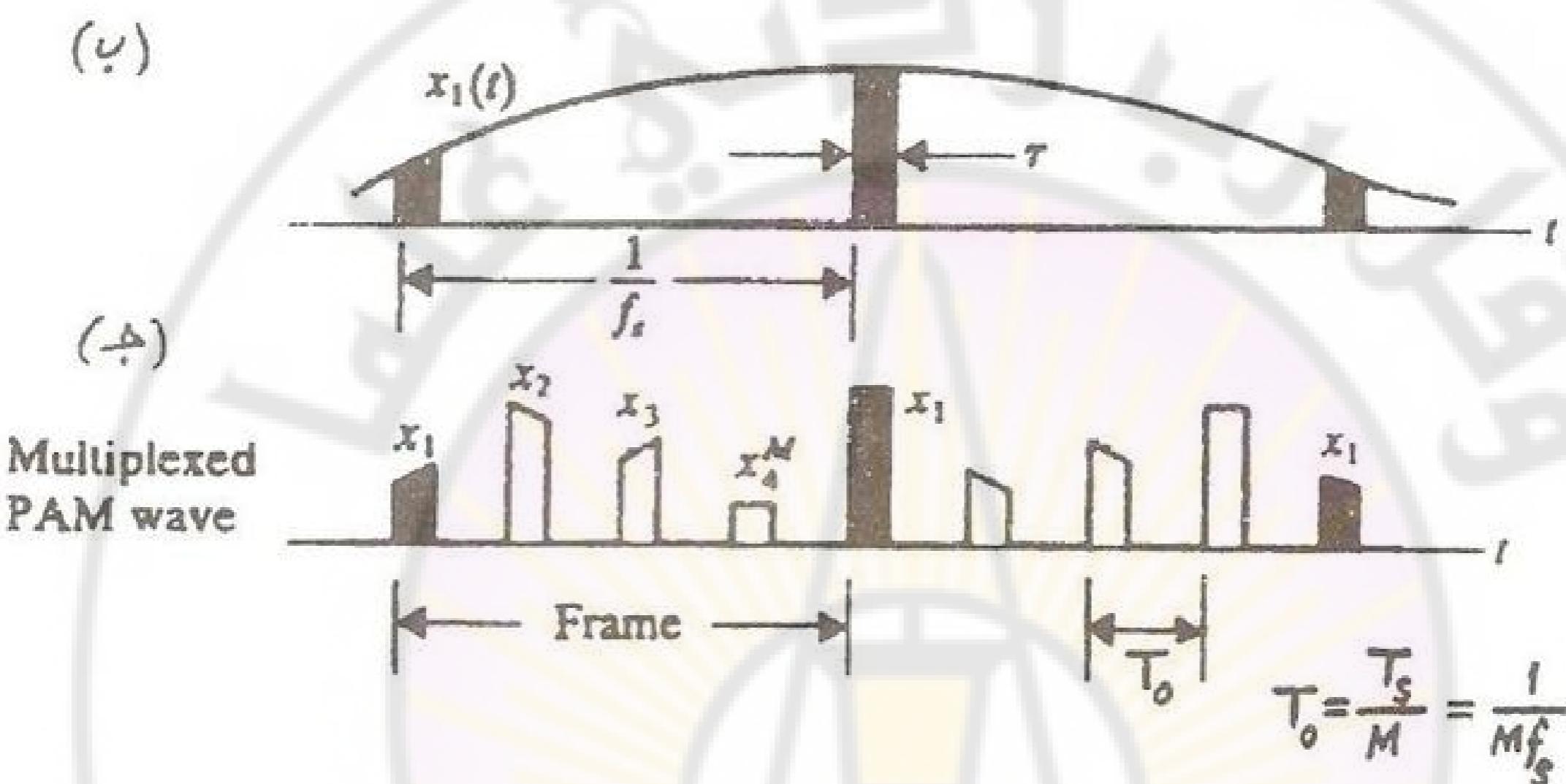
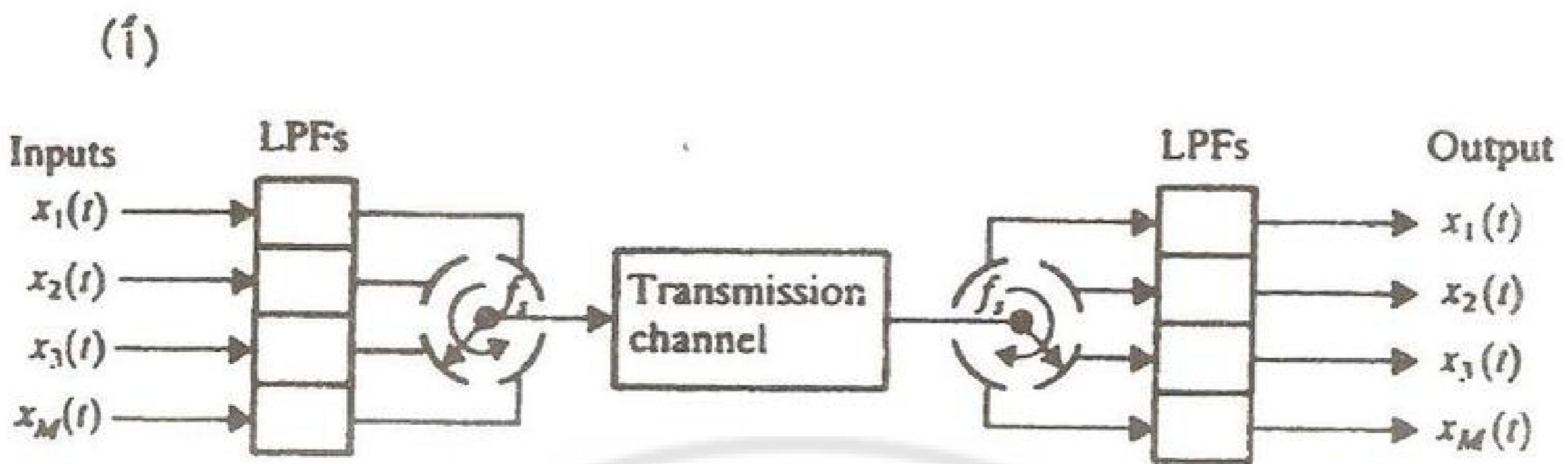
في الحالة العامة يقوم المجمع بأخذ عينات من كلٍ من إشارات الدخل $(t)_ix$ ، حيث $i=1,2,\dots,n$. ونفترض في الشكل (19-6) على سبيل المثال $M=4$ ، وتكون إشارة خرج المجمع كما مبين في الشكل (19-6-ج)، أي يتالف من العينات المتتابعة لكل الإشارات $(t)_ix$. وتسمى هذه العينات المتتابعة موجة PAM المجمعة (*Multiplexed PAM Wave*)

التلمس الخاصة بكل إشارة لمدة τ وبحيث تكون $\frac{T}{M} < \tau$ لكي تبقى فراغات بين العينات المتتابعة. وتسمى تلك الفراغات أزمنة أمان أو حماية (*Guard Times*).

ويوضع في الحساب عند تحديد قيمة τ وزمن الأمان زمن الصعود والهبوط لنبضات العينات المتتابعة في خرج قناة النقل [وهما يتناسبان عكساً مع B_T وفق (6-30)] لكي لا يحدث تداخل بين العينات المجاورة، كما هو موضح في البند (6-5). ويقوم الموزع أو المفكك في طرف الاستقبال بفرز العينات المتتابعة أو تفكيكها، بحيث تمر عينات كل من الإشارات $(t)_ix$ إلى مدخل LPF المخصص لإعادة تركيبها.

نفترض أن كلاً من الإشارات $(t)_ix$ ذات عرض مجال W ، وأن المجمع والموزع يدوران بمعدل $2W\text{Hz}$ وفق شرط نايكويس. وتكون الفترة بين كل عيتيين متتابعين لأي من الإشارات $(t)_ix$ [كعينات $(t)_1x$ في الشكل (19-6-ب)]:

$$T_s = \frac{1}{f_s} \leq \frac{1}{2W} \quad (6-47-a)$$



الشكل (١٩-٦) نظام TDM

أ-المخطط الصندوقى.

ب، ج-إشارات خرج المجمع.

تشمل الفترة T_s عينة واحدة من كل إشارة دخل وهي تسمى الإطار *Frame*. ويكون التباعد بين بداياتي نبضتين متحاورتين من إشارة TDM ، كما يتضح من الشكل (١٩-٦-ج):

$$T_0 = \frac{T_s}{M} = \frac{1}{Mf_s} \quad (6-47-b)$$

تشمل الفترة T_0 مدة العينة وزمن الأمان. ويكون معدل العينات المتشابكة أو عددها الكلى في الثانية:

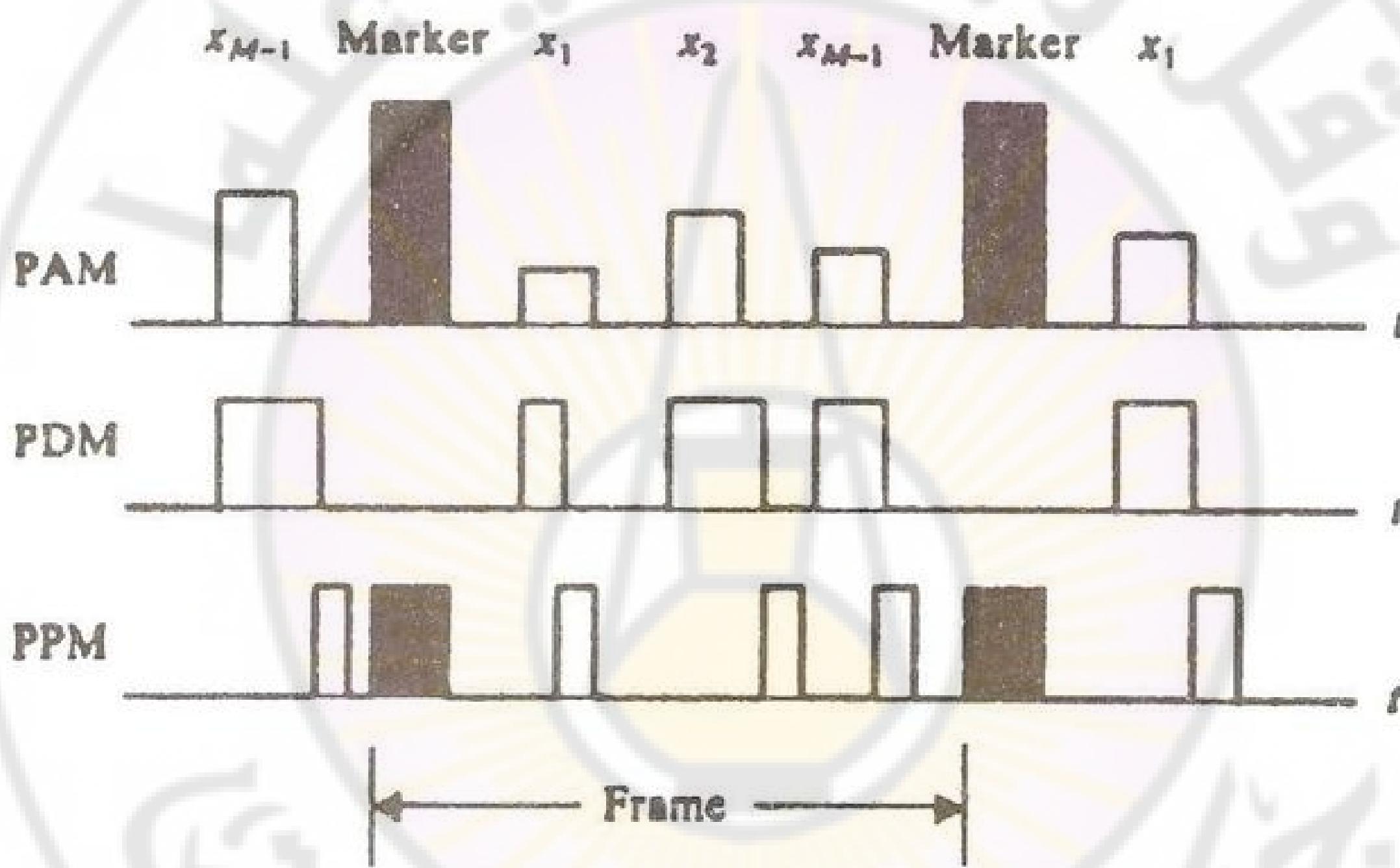
$$r = \frac{1}{T_0} = Mf_s \geq 2MW \quad (6-47-c)$$

يسمى r معدل التشوير أو التأشير (*Signaling Rate*) أو معدل نبضات *TDM*. ينفذ ما يكفي المجمع والمفكك في الشكل (٦-١٩-أ) عملياً كمفاتيح الكترونيين، ويصممان غالباً ضمن الدارات المتكاملة بترانزستورات تعمل كمفاتيح تماثيلية يتم التحكم فيها بدارات منطقية. وتنتج بعض الدارات المتكاملة التي يمكن أن تعمل كمجمع تماثيلي أو مفكك تماثيلي (*Analog Multiplexer/Demultiplexer*) حسب طريقة توصيلها.

يمكن تحقيق التجميع بتقسيم الزمن *TDM* باستخدام أنواع أخرى للتعديل النبضي التماثيلي أو الرقمي. ويستخدم على نطاق واسع في نظم الاتصالات منذ نحو عام 1970 نظام *TDM-PCM*, ويقصد به إرسال عدة إشارات بطريقة *PCM* بقناة واحدة. ويمكن تحقيق *TDM-PCM* بوضع مبدل تماثيلي رقمي *ADC* على طريق إشارة خرج مجمع *TDM-PAM* في الشكل (٦-١٩-أ) مع وضع مبدل رقمي تماثيلي *DAC* قبل المفكك في طرف الاستقبال. ويمكن أن نحصل على إشارة *TDM-PCM* أيضاً بوضع آخذ عينات و *ADC* على طريق كل إشارة دخل في طرف الإرسال، مع استخدام مجمع رقمي (*Digital Multiplexer*) بدلاً من المجمع التماثيلي في الشكل (٦-١٩-أ)، كما يستخدم مفكك رقمي (*Digital Demultiplexer*) في طرف الاستقبال مع وضع *DAC* على طريق كل من مخارج المفكك الرقمي، وبحيث يتبع كل *DAC* مرشح إعادة تركيب.

بغض النظر عن طريقة التعديل النبضي المستخدمة في نظام *TDM*, ينبغي تحقيق تزامن دقيق بين المجمع والمفكك. ومن الأساليب الشائعة لتحقيق التزامن تحصيص حيز زمني أو شق زمني (*Time Slot*) ضمن مدة الإطار *Frame* لإرسال نبضة خاصة تسمى النبضة

الواسمة أو العلامة *Marker* كما في حالتي *PAM* و *PPM* في الشكل (٢٠-٦) أو يترك فراغ كبير نسبياً كما في حالة *PDM* في الشكل نفسه. وتعد فترة الإطار T_s مقسمة إلى M حيزاً أو شقاً زمنياً لـ M قناة. ويخصص أحد تلك الحيزات في حالة الشكل (٢٠-٦) مثلاً للتزامن، مما يؤدي إلى إنفاص عدد قنوات إشارات المعلومات إلى $(M-1)$.



الشكل (٢٠-٦) التزامن في نظم التعديل النبضي التماضي.

يفترض أنه تستخدم في طرف الاستقبال دارة خاصة بالتزامن بحيث تقوم بكشف وجود النبضة الواسمة أو غياب النبضة *nonpulse* خلال الحيز الزمني الخاص بقناة التزامن، ومن ثم تميّز بداية الإطار وتقوم بتوقيت "دوران" المفتاح المفكرة بحيث يتمكن من الفرز الصحيح لعينات قنوات الإشارات.

في حالة الحاجة إلى إرسال إشارة TDM أو إشارة أي نظام تعديل نبضي لاسلكياً (راديوياً مثلاً)، يتم تحميلها على تردد عالٍ لدرجة كافية بطرق تعديل الموجات الحاملة (AM, FM, PM) لكي تحصل على إشارة ذات مجال مرر (*Bandpass Signal*) تتناسب مع القنوات الراديوية. ويمكن مثلاً إرسال إشارة PPM بطريقة التعديل المطالي لجهاز إرسال AM بعمق تعديل 100%， بحيث تحصل على نبضات RF ذات مطال ثابت. ونرمز للموجة المعدلة الناتجة في الحالة المفترضة $TDM-PPM/AM$. ويكون عرض المجال المطلوب لإرسال الموجة الراديوية RF المعدلة بطريقة AM بإشارة TDM :

$$B_{T(RF)} = 2B_{T(BB)} \quad (6-48-a)$$

حيث $B_{T(BB)}$ عرض المجال المطلوب لنقل إشارة TDM بال المجال الأساسي أو القاعدي ($BaseBand$)، ونختاره في بعض الحالات، بحيث يكون زمن الصعود المحدد بـ (6-30) أقل من عرض النبضة τ :

$$B_{T(BB)} \geq \frac{1}{2\tau} \quad (6-48-b)$$

في حالة $TDM-PAM$ قد لا نكتم بشكل النبضات، ونكتم أساساً بتميز مطامها. ويمكن أن يتحقق هذا حتى إذا كان $B_{T(BB)}$ أقل من $1/2\tau$. ونبين لاحقاً أن أقل قيمة ممكنة نظرياً لـ $B_{T(BB)}$ هي:

$$B_0 = \frac{1}{2T_0} = \frac{r}{2} = \frac{Mf_s}{2} \quad (6-49)$$

وفي حالة TDM/SSB يكون $B_{T(RF)} = B_{T(BB)}$.

١٢-٦ طريقة ترشيح المجال الأساسي وفق نايكويست

يبيّن الشكل (٦-٢١-أ) مخططاً صندوقياً لنظام TDM/SSB ، يستخدم فيه بين مجموع TDM ومعدل الموجة الحاملة الجوية (CW) مرشح تمرير منخفض للمجال الأساسي

٦-٤ مقارنة طريقي *TDM* و *FDM*

تعد طريقتا *TDM* و *FDM* كأسلوبين متقابلين (*Dual Techniques*) لتحقيق الغاية نفسها وهي إرسال عدة إشارات بقناة نقل واحدة. وفي حالة *FDM* تخصص لقنوات الإشارات المختلفة حيزات ترددية مختلفة، بينما تكون الإشارات مختلطة في مجال الزمن. وبالمقابل نجد أنه في حالة *TDM* تخصص لقنوات الإشارات المختلفة حيزات زمنية متمايزة، ولكن الإشارات تكون مختلطة في مجال التردد، حيث تشغّل أطيافها بمحالاً ترددية مشتركة.

يمتاز نظام *TDM* ببساطة بتجهيزاته بالمقارنة مع نظام *FDM*، حيث نحتاج في حالة *TDM* أساساً إلى "مفاتيحين" مجمع ومفكك ينفذان ببساطة بدارات متکاملة، بينما نحتاج في حالة *FDM* إلى معدل تماثلي للعامل الفرعى *Subcarrier* ومرشح ترير بمحال وکاشف تعديل من أجل كل قناة من قنوات الإشارات. وتكون معظم دارات *TDM* نبضية ورقمية، مما يجعلها ذات وثوقية أعلى من وثوقية دارات *FDM*.

يمتاز نظام *TDM* أيضاً بأنه لا يتأثر تقربياً بالتشوهات الخطية، بينما تسبب هذه التشوهات في حالة *FDM* ظهور توافقيات وتسبيعاً تداخلياً. وينتاج التسريع التداخلي في حالة *FDM* أيضاً بسبب "عدم مثالية" مرشحات القنوات، رغم وجود مجالات أمان بين المجالات المخصصة لقنوات الإشارات. وبالمقابل يمكن أن ينتج التسريع التداخلي في حالة *TDM* بتأثير التشوهات الخطية (أي التشوهات الترددية والطورية) وعرض المجال المحدود الذي يؤدي إلى زيادة أزمنة صعود وهبوط النبضات وتراكبها جزئياً. وينتاج التسريع التداخلي في نظم *TDM* أيضاً في حالة كون التزامن غير دقيق لدرجة كافية (ويكون التزامن حرجاً جداً في نظم *TDM* التي تعتمد على طريقة ترشيح المجال

الأساسي وفق نايكويس). ويعد نظاما TDM و FDM متكافئين نظرياً بالقيمة الأصغرية لعرض المجال المطلوب للإرسال، وهي القيمة MW كما ذكرنا سابقاً.

بحلت مزاييا TDM بالمقارنة مع FDM خاصة بعد الانتشار الواسع للتقنيات الرقمية والاتصالات الرقمية منذ نحو 1980.



التعديل النبضي الترميزي PCM وتعديل دلتا DM

Pulse Code Modulation and Delta Modulation

١-٧ مقدمة

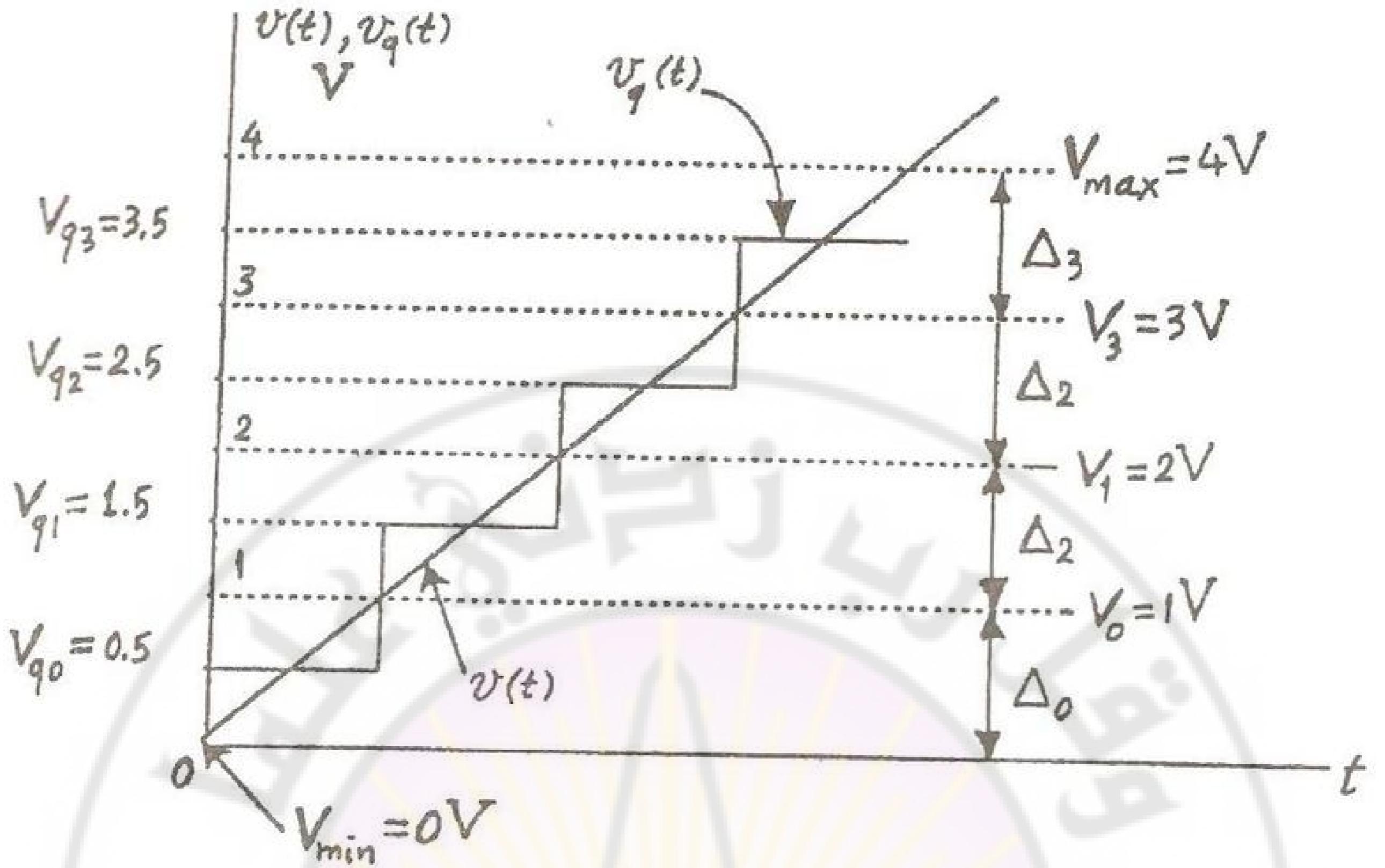
تصنف إشارات المجال الأساسي إلى إشارات تماثلية كإشارات الصوت والصورة وإشارات رقمية كإشارات الحواسيب. ومتماز الإشارات الرقمية بكونها أكثر مناعة من الإشارات التماثلية بالنسبة للتشويه الناتج عن الإرسال والتدخلات والضجيج، سواء في حالة الإرسال بخط نقل بال المجال الأساسي أو حالة الإرسال سلكياً أو لاسلكياً بطرق تعديل موجة جيبة. ويستفاد من تلك المزايا في النقل الرقمي للإشارات التماثلية، وذلك بتحويلها إلى إشارات رقمية قبل الإرسال، بحيث يتم التحويل العكسي في طرف الاستقبال من الشكل الرقمي إلى الشكل التماثلي الأصلي. وتستخدم للإرسال الرقمي للإشارات التماثلية طرق التعديل النبضي المرمز (*Code Pulse Modulation*)، ويقصد بها الطرق التي يتم فيها تحويل الإشارات التماثلية إلى رقمية باستخدام الاعتيان والتكمية *Sampling* والترميز *Coding*. وتشمل طرق التعديل النبضي *PCM* المرمز (*Code Pulse Modulation*) *CPM* طريقة التعديل النبضي الترميزي *Delta Modulation* (*DM*)، وطريقة تعديل دلتا *Pulse Code Modulation* (*PCM*). ويحد أن نذكر أن بعض المؤلفين لا ينظرون إلى طرق التعديل النبضي المرمز كطرق تعديل نبضي رقمي، وإنما ينظرون إليها كتقنيات رقمنة (*Digitization Techniques*) أو تقنيات لترميز المنبع (*Source Coding*)، أي في الحالة المعنية تقنيات ترميز منبع

معلومات تماثلية (وتتضمن أغلب تقانات ترميز المطبع كمرحلة أولية التعديل النبضي الترميزي PCM).

نشرح في هذا الفصل مبادئ التعديل النبضي الترميزي PCM والتعديل النبضي الترميزي التفاضلي $DPCM$ (Differential PCM) وتعديل دلتا DM . وسنبدأ أولاً بتوسيع مفاهيم التحويل أو التبديل التماثلي الرقمي (*Analog to Digital PCM Conversion*)

٢-٧ التبديل التماثلي الرقمي في طريقة PCM

يعتمد التبديل التماثلي الرقمي على مفهومي التكمية والترميز. ويوضح الشكل (١-٧) مفهوم التكمية. ونمثل في الشكل إشارة تماثلية $v(t)$ تزايد خطياً من $0V$ حتى $+4V$ على سبيل المثال. ونقسم مدى تغير $v(t)$ إلى أربعة مجالات *Intervals* نرمز لها Δ_i (حيث $i=0,1,2,3,\dots$) ونسمى كل منها مجال التكمية أو مدى التكمية V_i (Quantizing Range). وتحدد هذه المجالات ثلاثة مستويات نرمز لها V_0 و V_1 و V_2 بالإضافة إلى أخفض مستوى $V_{min}=0V$ وأعلى مستوى $V_{max}=+4V$. ونريد تكمية $v(t)$ بأربعة مستويات نرمز لها V_i ، ونفترض أنها تتوسط مجالات التكمية Δ_i . ونقوم بتقريب $v(t)$ إلى أقرب مستوى من مستويات التكمية أو مستويات الكم (Quantum) التي نرمز لها V_{qi} ، وبحيث نقرب $v(t)$ إلى المستوى V_{qi} إذا كانت واقعة في المجال Δ_i وتنتج عن التكمية الإشارة المكماة (Quantized Signal) التي نرمز لها $v_q(t)$. يتضح من الشكل (١-٧) أن $v_q(t)$ تتغير بشكل درج *Staircase*، بحيث تقفز من كل مستوى تكمية إلى مستوى التكمية الذي يليه في لحظة تقاطع $v(t)$ مع المستويات V_i التي تحدد مجال التكمية Δ_i . وتسمى المستويات V_i مستويات اتخاذ القرار (Transition Levels) أو مستويات الانتقال (Decision Levels).



الشكل (٧-١) توضيح لفهوم التكمية.

يسمى الفرق بين $v(t)$ و $v_q(t)$ خطأ التكمية (Quantization Error)، وقيمة المطلقة لا تزيد عن $s/2$ ، حيث نرمز بـ s لما يسمى مقاس خطوة التكمية (Quantization Level) وتتحدد قيمة s في الحالة العامة بالعلاقة:

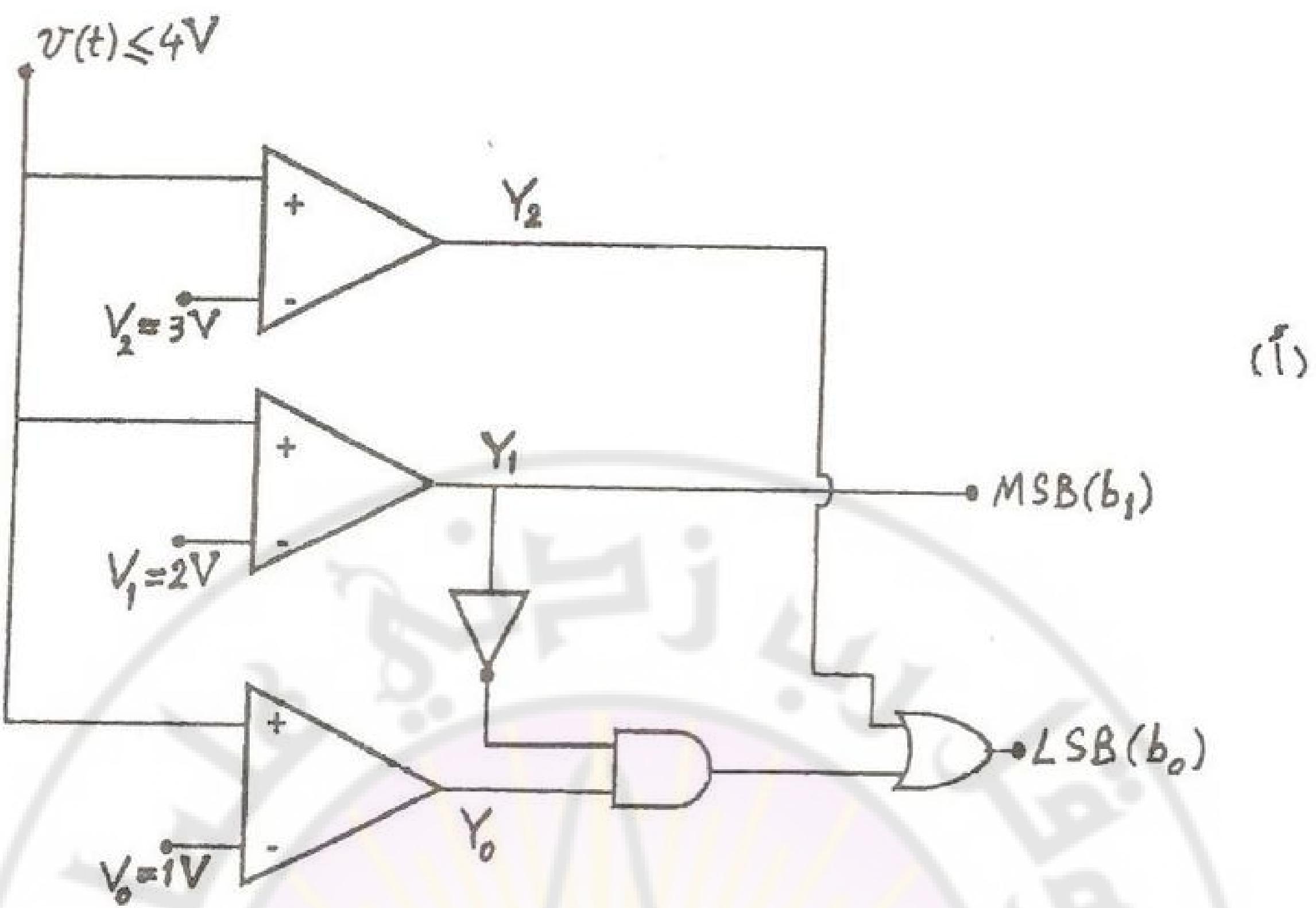
$$s = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{q} \quad (7-1)$$

حيث q عدد الحالات التكمية، Δ أو عدد مستويات التكمية V_{qi} . وفي المثال الوارد في الشكل (٧-١) لدينا $V_{\max} - V_{\min} = 4V$ و $q = 4$ ، ومن ثم $s = 1V$.

من الواضح أنه لإنقاص خطأ التكمية ينبغي زيادة q ، أو إنقاص s . ونختار q عادة متساوية 2^b حيث b عدد الخانات الثنائية (Bits) التي تلزم لتمثيل كل من مستويات

النكمية بعد ثبائي. ومن أجل $q=4$ ، يكون $v=2$ ، أي تكفي خانتان ثبائيتان في الحالة المفترضة لتمثيل مستويات التكمية الأربع.

سنوضح فيما يلي كيف يتم مثل هذا التمثيل أو الترميز (*Encoding*) بدارجة تعمل كمبدل تماثلي رقمي (*A/D Convertor*) أو باختصار *ADC*، باستخدام ثلاثة مقارنات جهد (*Voltage Comparators*)، كما في الشكل (٧-٢-أ). وفي هذا الشكل نرمز بـ (Y_0, Y_1, Y_2) لجهود خرج المقارنات الثلاثة، بينما نرمز للجهود المرجعية (V_0, V_1, V_2) ، وهي تقابل مستويات اتخاذ القرار التي تحد الحالات Δ في الشكل (١-٧)، ونفترض أنها تساوي على الترتيب $(1V, 2V, 3V)$. ويمكن أن نحصل على هذه الجهود مثلاً من مصدر جهد مستمر مع مقاومات لتقسيم الجهد. ونفترض أن جهد الدخل (v) يتزايد من $0V$ حتى $4V$ كما في الشكل (١-٧)، مما يؤدي إلى تغير جهود خرج المقارنات الثلاثة كما هو مبين في الشكل (٢-٧-ب). ونفترض أن جهد خرج كل مقارن يكون صفراء، إذا كان جهد الدخل أقل من الجهد المرجعي، ويكون بمستوى الواحد 1 (أي الواحد المنطقي)، إذا كان جهد الدخل أكبر من الجهد المرجعي. ونريد تحويل قيم (Y_0, Y_1, Y_2) إلى عدد ثبائي مولف من خانتين نرمز لهما $(b_1 b_0)$ ، كما في الشكل (٢-٧-ب). وتمثل b_1 في الحالة المفترضة الخانة الأكبر وزناً *MSB* (Most Significant Bit)، بينما تمثل b_0 الخانة الأقل وزناً *LSB* (Least Significant Bit). ونجد أن b_1 في الشكل (٢-٧-ب) هي نفسها Y_1 ، بينما يمكن أن نعبر عن b_0 بالعلاقة المنطقية $b_0 = Y_2 + \bar{Y}_1 Y_0$ ، ومن ثم يمكن أن نحصل على b_0 باستخدام عاكس وبوابتي *AND* و *OR* كما في الشكل (٢-٧-أ). وننظر إلى العدد الثنائي الناتج $(b_1 b_0)$ على أنه كلمة ثنائية أو كود أو ترميز تمثل أحد مستويات التكمية v التي تقرب إليها (v) كما أوضحتنا سابقاً في الشكل (١-٧).



(٢)

$v(t)$	$Y_2 Y_1 Y_0$	$b_1 \quad b_0$	$v_q(t)$
0-1V	0 0 0	0 0	0.5V
1-2V	0 0 1	0 1	1.5V
2-3V	0 1 1	1 0	2.5V
3-4V	1 1 1	1 1	3.5V

الشكل (٤-٧) مبدل تماثلي رقمي لـ $2bits$

في الحالة العامة، يكون عدد مقارنات الجهد اللازم لتنفيذ التبديل التماثلي الرقمي بـ ٧ خانة ثنائية بأسلوب الشكل (٢-٧-أ):

$$q - 1 = 2^7 - 1 \quad (7-2)$$

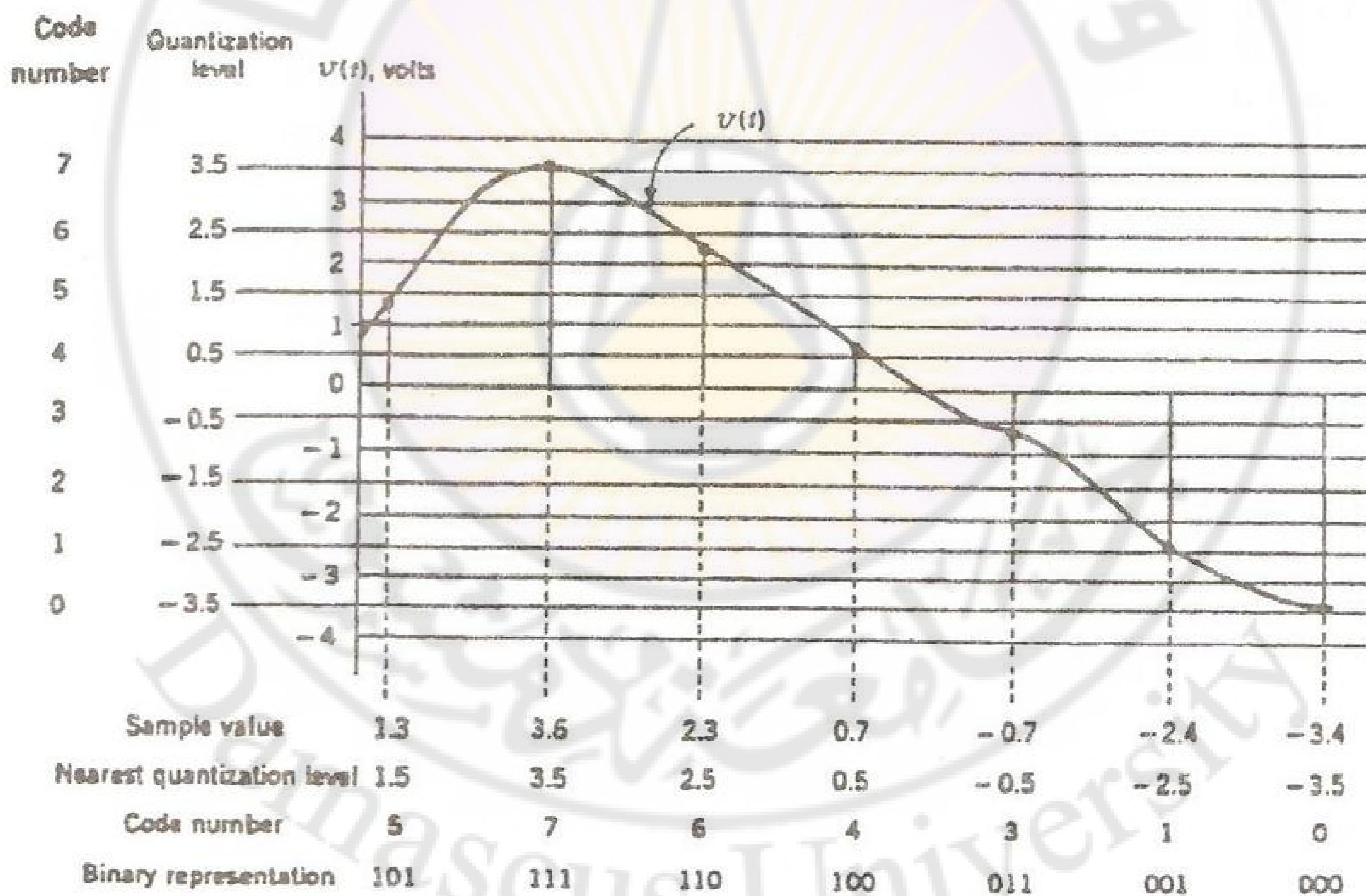
حيث $q=256$ مثلاً من أجل $8\text{ Bits} = v$. وبذلك يزداد عدد مقارنات الجهد المطلوبة كلما زاد عدد مستويات التكمية v أو عدد الخانات ٧، كما يزداد تعقيد الدارة المنطقية الازمة لتحويل جهود مخارج المقارنات إلى عدد ثانئي. ولذلك أوجدت طرق بدائلة لتنفيذ المبدلات التماثلية الرقمية يمكن تحقيقها بدارات أبسط، مع أن تلك الطرق بدائلة تكون أبطأ بأدائها من طريقة "مقارنات على التوازي" بأسلوب الشكل (٢-٧-أ). وتنفذ المبدلات التماثلية الرقمية عملياً كدارة متکاملة. وتكون مبدلات A/D المصممة بطريقة "مقارنات على التوازي" هي الأسرع، ولذا تسمى مبدلات A/D الومضية (Flash A/D Convertors).

يجدر أن نذكر أن المبدلات التماثلية الرقمية المنتجة عملياً كدارات متکاملة تنفذ وفق دارات تحقق عملية التكمية والترميز معاً، بحيث يصعب أن نميز بوضوح القسم الذي يقوم بعملية التكمية والقسم الذي يقوم بعملية الترميز.

افتراضنا في شرحنا السابق من أجل التبسيط أنه تم تكمية الإشارة التماثلية (١) ٧ أولاً، ومن ثم تم تكمية وترميز قيم العينات. ويفسر ذلك بأنه في حالة إجراء الاعتيان بعد التكمية يصبح من الأصعب تحقيق شرط نايكويس $W \geq 2f$ لأن عرض مجال الإشارة المكماة يكون أعلى من عرض مجال الإشارة الأصلية [نتيجة لوجود قفزات في الإشارة المكماة كالإشارة الدرجية في الشكل (١-٧)].

يوضح الشكل (٣-٧) كيفية إجراء التبديل التماثلي الرقمي بعدأخذ العينات من إشارة تماثلية (١) ٧ بافتراض أن هذه الإشارة تأخذ قيمًا سالبة وموجدة بين نحو $-4V$ و $+4V$. ويفترض في الشكل نفسه أيضاً أن أدنى مستوى تكمية هو $3.5V$ ومقاس

خطوة التكمية $V_s = 1V$ ، بحيث تكفي في الحالة المعنية ثمانية مستويات تكمية ($q=8$). تمثل مستويات التكمية هذه بالأرقام العشرية من 0 حتى 7، ونسمى كلًّا منها رقم الكود (*Code Number*). ونقرب قيمة كل من عينات الإشارة إلى أقرب مستوى تكمية، ونمثلها برقم الكود المقابل له، ومن ثم نكتب العدد الثنائي المقابل لرقم الكود كما مبين في أسفل الشكل (٣-٧). ويمكن تنفيذ عملية التبديل التماثلي الرقمي في الحالة المفترضة باستخدام مقارنات جهد على غرار حالة الشكل (٢-٧)، ويلزمنا من أجل ذلك سبعة مقارنات وفق (٧-٢) لأن $7 = 2^3 - 1$.



الشكل (٣-٧) توضيح عملية التبديل التماثلي الرقمي للإشارة (t).

٧-٣ المخطط الصندوقي لتوليد إشارة PCM

يبين الشكل (٧-٤-أ) مخططاً صندوقياً لنظام توليد إشارة PCM. ونفترض أن إشارة الدخل التماثلية $x(t)$ تمر بمرشح ترير منخفض LPF ذي عرض مجال يساوي عرض المجال المخصص للإشارة نفسها W ، ومن ثم تؤخذ العينات بدارة اعتيان ومسك (S/H) لنحصل على $x(kT_s)$. ويقوم المكمي Quantizer بتقريب قيم العينات $x(kT_s)$ إلى أقرب مستوى من مستويات التكمية التي نرمز لعددها بـ q . وتكون العينات المكممة الناتجة $x_q(kT_s)$ متقطعة Discrete زمانياً نتيجة للاعتيان ومتقطعة مطالياً نتيجة للتكمية. ويبين الشكل (٧-٤-ب) العلاقة بين $x_q(kT_s)$ و $x(kT_s)$ بافتراض أن $|x(t)| \leq 1V$. ونقسم المدى $2V$ الذي تتغير ضمه $x(t)$ أو $x(kT_s)$ إلى مجالات تكمية نفترض عددها q ونحدد عرض كل منها أو مقاس خطوة التكمية وفق (٧-١):

$$s = \frac{2}{q} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}V \quad (7-3)$$

نختار كأول مستوى تكمية موجب وأول مستوى تكمية سالب القيمتين $\pm s/2$ ، أي $\pm 1/q$. ونحدد مستويات التكمية الأخرى بتباعد يساوي s أو $2/q$ كما هو مبين في الشكل (٧-٤-ب). ونلاحظ أن القيمة المكممة $x_q(kT_s) = 5/q$ مثلاً تقابل أي قيمة للعينة $x(kT_s)$ في المجال $\frac{4}{q} < x(kT_s) < \frac{6}{q}$.

يقوم المرمز Encoder في الشكل (٧-٤-أ) بتحويل أو "ترجمة" كل عينة مكممة إلى كلمة رقمية نرمز لعدد خاناتها بـ v ، ونفترض أنها نحصل عليها من المرمز على التوازي. وسنفترض أنه يستخدم مرمز ثانوي (Binary Encoder) بحيث تمثل مخارجه خانات ثنائية (Bits). وطالما أن عدد كلمات الترميز الممكنة التي نحصل عليها بـ v خانة ثنائية لكل كلمة هو 2^v ، فمن أجل الترميز المتمايز لمستويات التكمية المختلفة التي عددها q ينبغي أن يكون $q \geq 2^v$. ويفضل عادة اختيار $q = v$ بحيث:

$$q = 2^v \quad (7-4)$$

$$v = \log_2 q$$

نفترض في الشكل (7-4-أ) أنه يستخدم بعد المرمز مبدل "تفرعي-سلسلي" أو مبدل الكود المتوازي إلى المتسلسل أو المتوازي (Parallel-to-Serial Converter). وهو "يقرأ" بالتتابع قيم الخانات التي تنتج عن المرمز على التوازي، بحيث تصبح متسلسلة أو متواالية زمنياً، ونحصل بنتيجة ذلك على إشارة PCM الرقمية الثانية. ويمكن أن يستخدم كمبدل "تفرعي-سلسلي" أو مبدل "تساوى-سلسلي" مسجل إزاحة (Shift Register). ويعد مولد PCM بعثابة مبدل تماثلي رقمي ADC يقوم بعمليات التبديل أو التحويل التماثلي الرقمي بمعدل يساوي تردد الاعتيان $\frac{1}{T_s} = f_s$. وتستخدم دارة توقيت (Timing Circuit) من أجل التوفيق الزمني بين الاعتيان وعملية التحويل من كود متوازي إلى كود سلسلسي. وبما أن كل عينة مكماة تمثل بكلمة خرج ذات v رقم ثانئي، فلذلك يكون معدل تتابع النبضات الممثلة للأرقام الثانية في الثانية أو باختصار معدل البتات (Bit Rate) :

$$r_b = v f_s \quad (7-5)$$

يكون عرض المجال التردد الأصغرى المطلوب لإرسال الإشارة الرقمية الثانية:

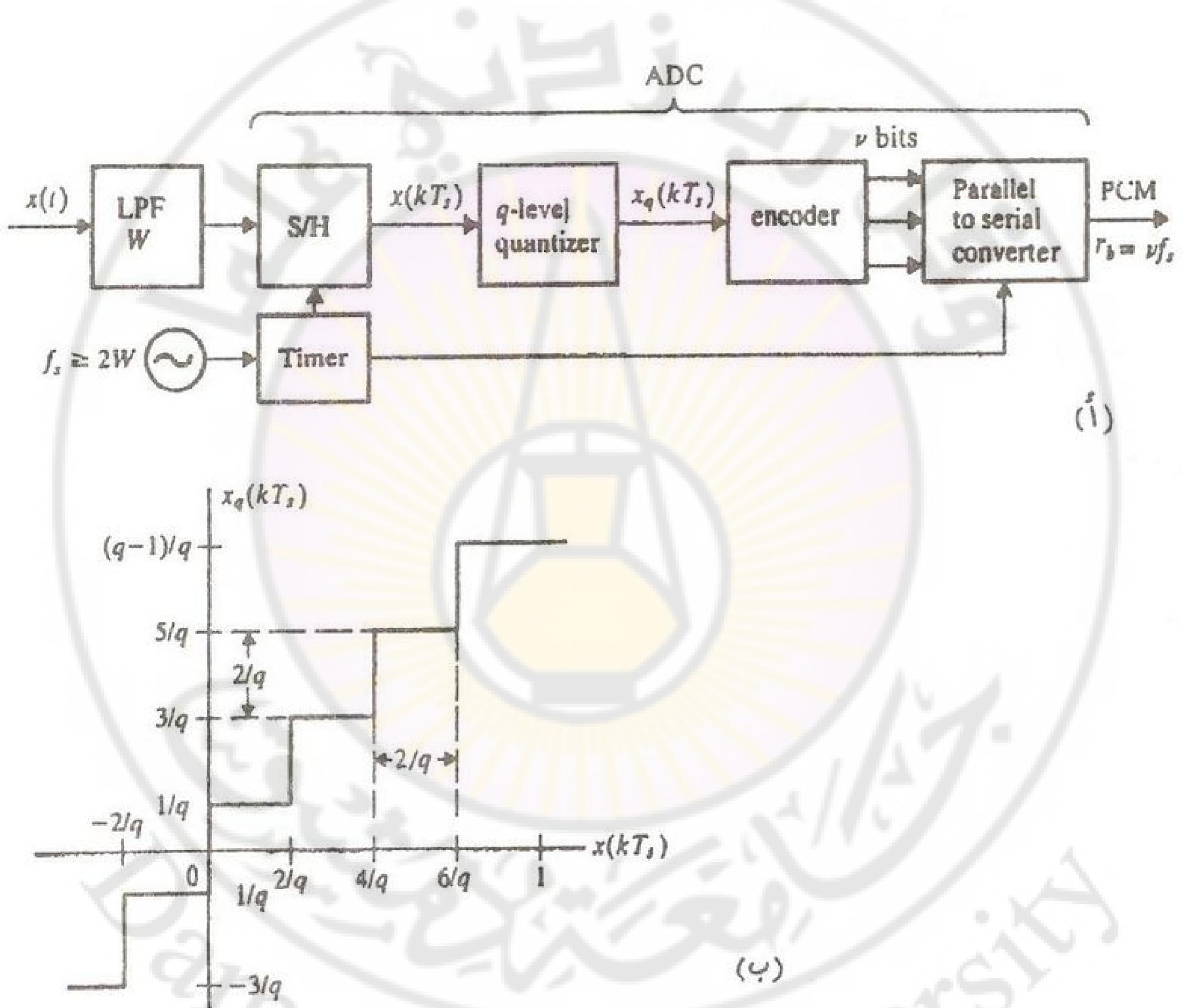
$$B_{T(\min)} = \frac{1}{2} r_b \quad (7-6-a)$$

وهذه هي القيمة الصغرى المطلوبة في حالة استخدام طريقة نايكوينست لترشيح المجال الأساسي من أجل الإرسال بأقل عرض مجال [راجع البند (١٢-٦)], ولذلك تسمى عرض مجال نايكوينست الأصغرى (Nyquist Minimum Bandwidth).

بالتالي يكون عرض المجال المطلوب لإرسال إشارة PCM :

$$B_T \geq \frac{1}{2} r_b = \frac{1}{2} v f_s \geq v W \quad (7-6-b)$$

كما سبق أن استنتجنا من الشكل (٧-١)، فإن أكبر قيمة لخطأ التكمية تساوي نصف خطوة التكمية، أي تساوي $1/q$ وفق (٣-٣). ولكي يكون خطأ التكمية مهماً عملياً، ينبغي اختيار $1 > q >$ ، مما يؤدي إلى زيادة عرض المجال B_T بالعامل $v = \log_2 q$ بالمقارنة مع عرض مجال إشارة المعلومات W .



الشكل (٤-٧)

أ-نظام توليد PCM.

ب-علاقه الخروج والمدخل للمكمي.

٧-٤ المخطط الصندوقي لنظام إعادة التركيب في جهاز استقبال

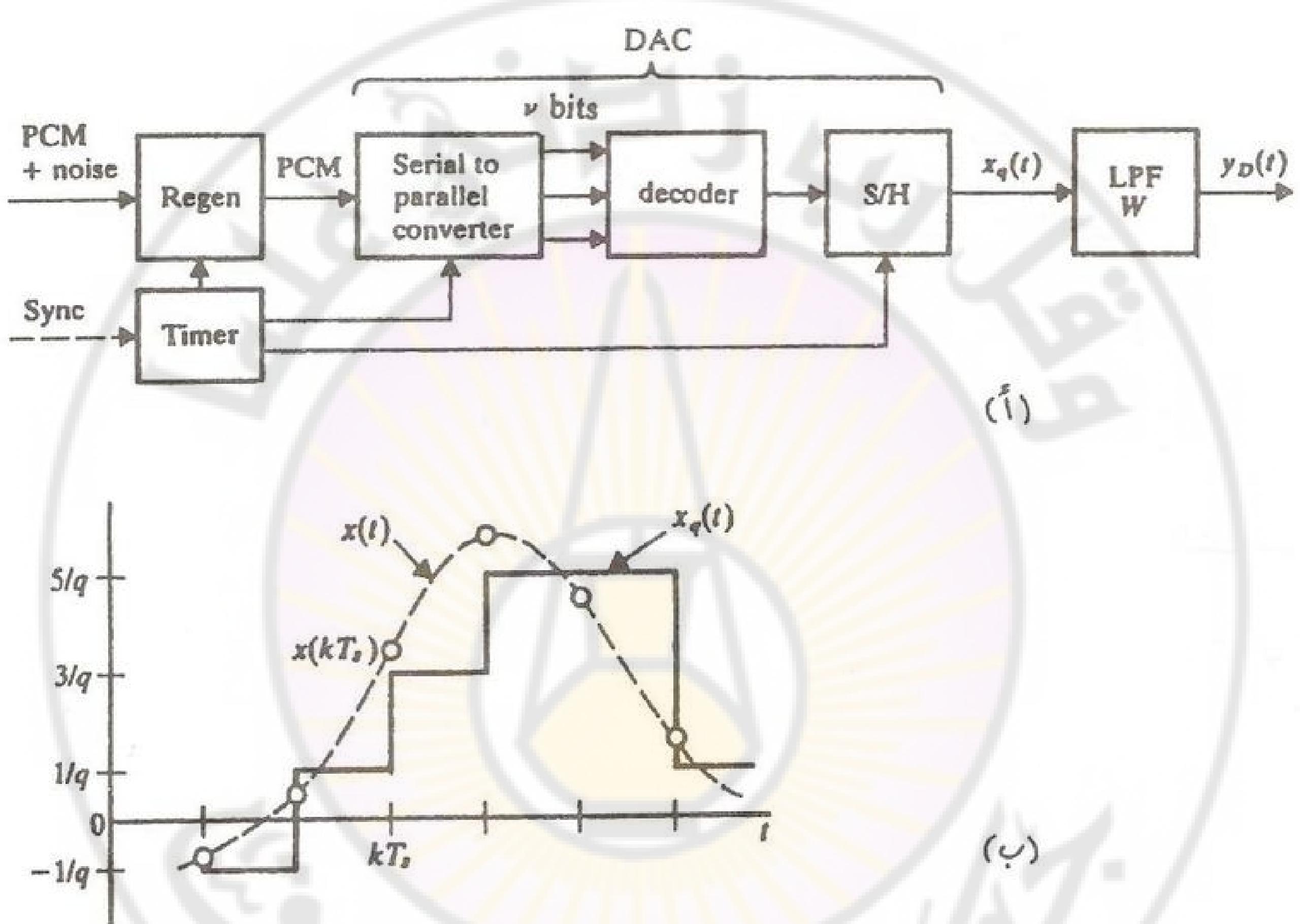
PCM

سنفترض أنه يستخدم في جهاز استقبال إشارة PCM نظام إعادة التركيب المبين في الشكل (٧-٥-أ). ومع أن الإشارة المستقبلة يمكن أن تكون مشوهة وملوّنة بالضجيج، فإن دارة إعادة التوليد (Regeneration) تعيد تشكيل إشارة PCM "نظيفة" وغير مشوهة وحالية من الضجيج (ويمكن أن تضم دارة إعادة التوليد مثلاً دارة S/H ومقارن مشوهة ومحاذية مع مستوى مرجعي مناسب لكي يتم تمييز المستوى المثل للواحد جهد للمقارنة مع مستوى مرجعي مناسب لكي يتم تمييز المستوى المثل للواحد والمستوى المثل للصفر، ويولد المقارن بالنتيجة إشارة رقمية ثنائية نظيفة). ويشرط من أجل تحقيق ذلك أن تكون نسبة الإشارة إلى الضجيج عند مدخل المستقبل $\left(\frac{S}{N}\right)_R$

عالية لدرجة كافية [قارن مع حالة تمييز مطال نبضة بوجود الضجيج في الشكل (٦-٦-ب)]. ويتبع مرحلة إعادة التوليد في الشكل (٧-٥-أ) مبدل "تسلسلي-تفرعي" أو مبدل للكود المتسلسل إلى المتوازي (Serial-to-Parallel Converter) ثم مفكك الترميز أو كاشف الترميز Decoder وهو يألفان مع دارة S/H اللاحقة مبدلاً رقمياً تمثيلياً DAC يولد الإشارة $(t)_q x$ المبينة في الشكل (٧-٥-ب).

نفترض أن دارة S/H في الشكل (٧-٥-ب) تحفظ بقية العينة المكمأة التي تنتج في خرج مفكك الترميز لمدة تساوي T_s ، أي حتى لحظة العينة اللاحقة. وتعد $(t)_q x$ بمثابة تقريب درجي (Staircase Approximation) للإشارة الأصلية $(t)x$ وهي تشبه الإشارة التي يمكن أن نحصل عليها عند تكمية $(t)x$ مباشرة على غرار تكمية $(t)v$ في الشكل (١-٧) باستثناء أن قفزات $(t)_q x$ في الشكل (٧-٥-ب) تتم في اللحظات kT_s بينما تحدث قفزات $(t)_q v$ في الشكل (١-٧) في لحظات تقاطع $(t)v$ مع مستويات اتخاذ القرار.

يتم ترشيح الإشارة الدرجة $x_q(t)$ في الشكل (٥-٧-أ). يمر شح تغريب منخفض LPF عرض مجاله W بحيث نحصل على إشارة خرج $y_D(t)$ قريبة للإشارة الأصلية $x(t)$ وتختلف عنها أساساً نتيجة لخطأ التكمية.



الشكل (٥-٧)

أ-PCM استقبال

ب-الإشارة المكماة المستعادة.

المثال ١-٧

سنوضح في هذا المثال كيفية تصميم نظام PCM مبسط باستخدام ترميزة $Sign/Magnitude$ ، مع افتراض $q=8$. ويكون عدد الخانات الثنائية المطلوبة

$v = \log_2 8 = 3$ ، أي تكفي للترميز 3 Bits. ويبين الشكل (٦-٧-أ) جدولًا نذكر على يساره مستويات اتخاذ القرار عند تكمية $x(kT_s)$ [قارن مع الشكل (٤-٧-ب)]. ونورد في الشكل (٦-٧-أ) أيضًا قيم مستويات التكمية x ونوعين من الترميزات الثنائية. وفي حالة الترميز الطبيعية (Natural Code) تقابل الكلمة الثنائية 000 أخفض مستوى، ومن ثم تتابع نحو الأعلى حتى الكلمة 111 وفق التابع الطبيعي في العد الثنائي. في حالة ترميز الشارة الجبرية Sign والمقدار Magnitude نستخدم الخانة اليسرى b_2 للشارة الجبرية $-x$ ، بينما تمثل $b_1 b_0$ المقدار أو القيمة المطلقة. ومن الممكن استخدام خوارزميات ترميز أخرى، كما يمكن إضافة خانة أو أكثر من أجل تصحيح أخطاء Parity البات الناتجة عن النقل والكشف (تضاف مثلاً خانة التحقق من التعادلية Check).

يبين الشكل (٦-٧-ب) دارة تبديل تماثلي رقمي ADC لحالة استخدام كود الشارة والمقدار. وتتألف الدارة من مقارن جهد خاص بخانة الشارة الجبرية (Sign Bit) ومقوم (Rectifier) وثلاثة مقارنات جهد مع دارة منطقية تركيبية لتوليد خانة المقدار $b_1 b_0$ [نفس طريقة الشكل (٢-٧-أ)].

نلاحظ أن عدد مقارنات الجهد التي نحتاج إليها وفق طريقة (٦-٧-ب) باستخدام كود الشارة والمقدار هو $\frac{1}{2}q$ بدلاً من $(q-1)$ في حالة استخدام الكود "ال الطبيعي" وفق (٧-٢) كما سبق أن أوضحنا لحالة الشكل (٢-٧-أ) [حالة التبديل التماثلي الرقمي لإشارة (١) موجبة فقط].

يوضح الشكل (٦-٧-ج) كيفية تصميم مفكك ترميز Decoder أو مبدل رقمي تماثلي DAC لحالة كود الشارة والمقدار باستخدام مقاومات موزونة (Weighted Resistors). وتحكم خانة الشارة الجبرية b_2 بوضعية ناحب القطبية

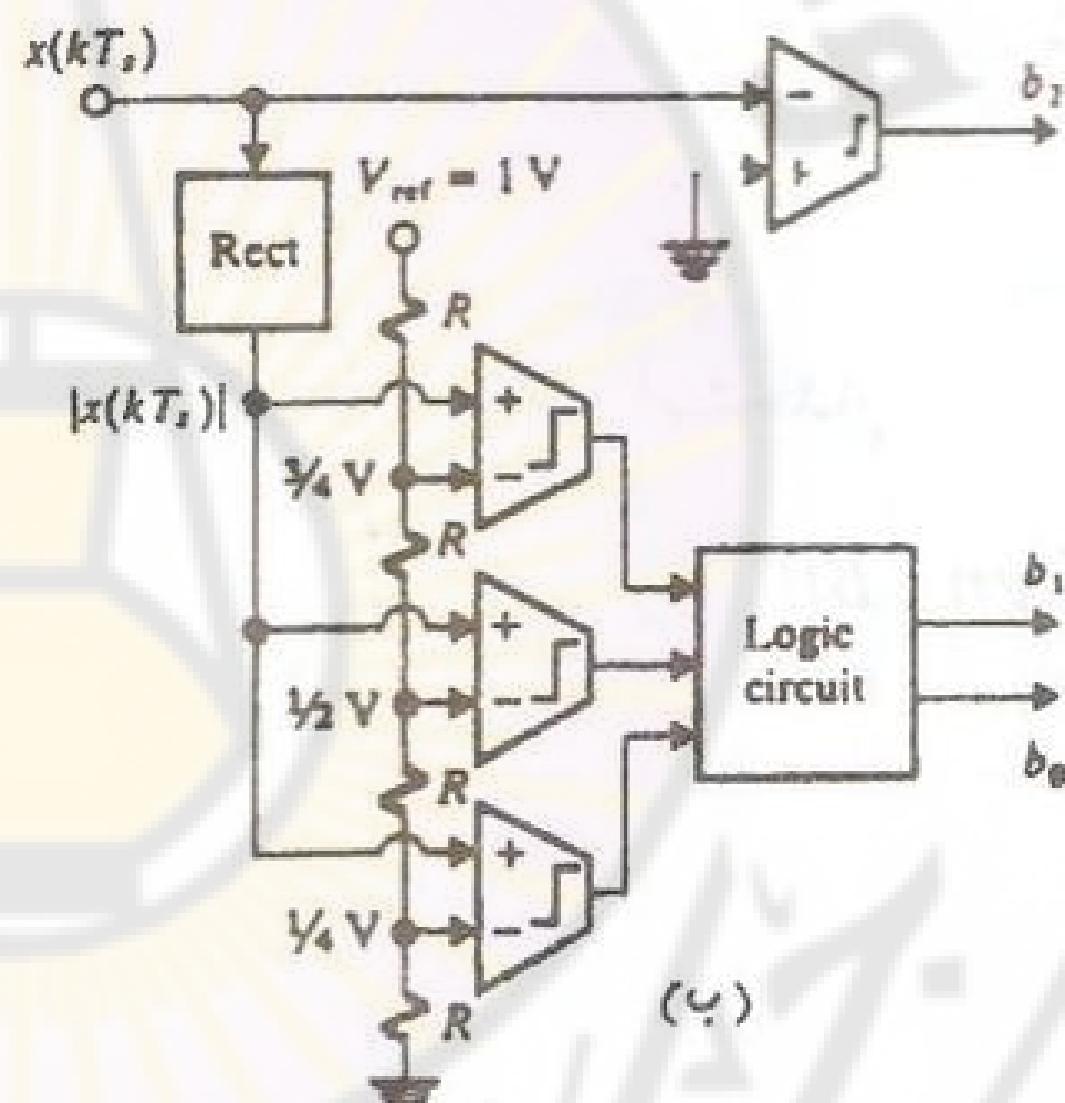
بينما تتحكم خانتا المقدار b_0 و b_1 بالمفتاحين اللذين يوصلان في حالة إغلاقهما المقاومين $2R$ و $4R$ إلى الجهد المرجعي $+1V$ أو $-1V$. و تعمل الدارة بكاملها كدارة جامع عكابر عمليات (Op-Amp Summer) من النوع العاكس، بحيث يكون جهد الخرج:

$$\frac{1}{8}(-1)^{b_2}(4b_1 + 2b_0 + 1)$$

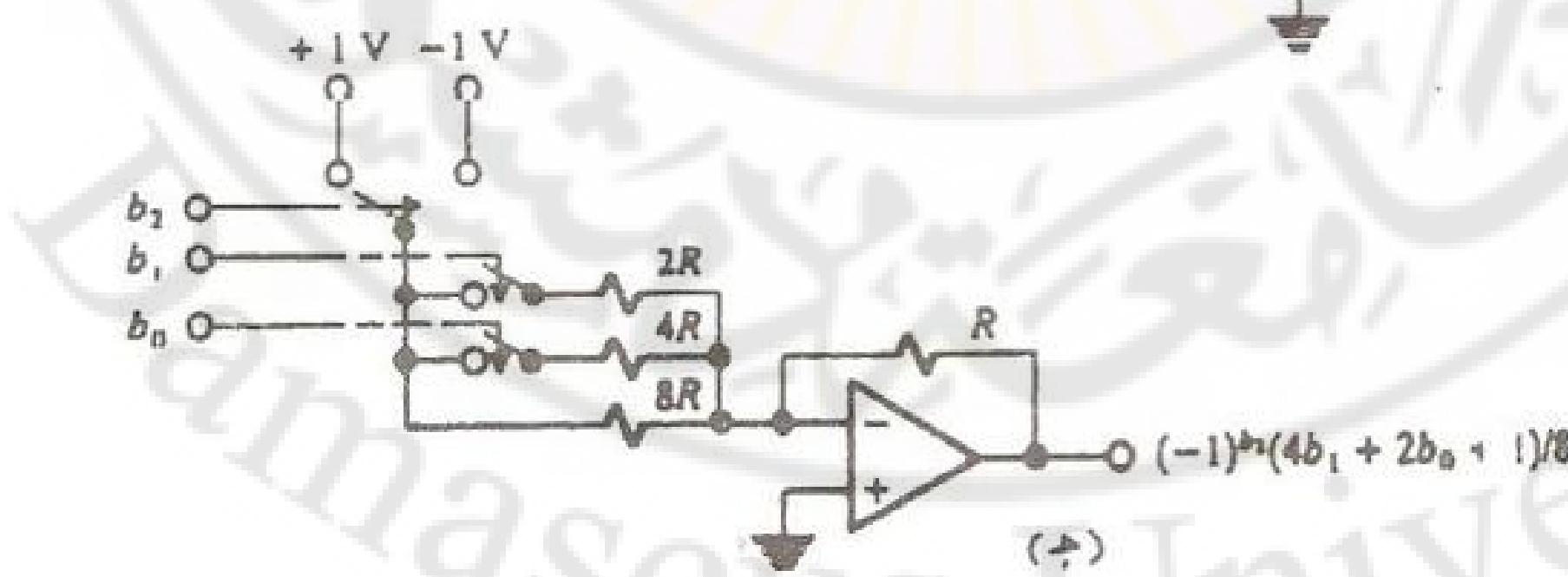
من المفيد التعرف على الطرق الأخرى لتصميم دارات DAC و ADC في كتب أو مراجع الدارات الإلكترونية.

x	x_q	Natural code			Sign/magnitude code		
		b_2	b_1	b_0	b_2	b_1	b_0
1	7/8	1	1	1	0	1	1
3/4	5/8	1	1	0	0	1	0
1/2	3/8	1	0	1	0	0	1
1/4	1/8	1	0	0	0	0	0
0	-1/8	0	1	1	1	0	0
-1/4	-3/8	0	1	0	1	0	1
-1/2	-5/8	0	0	1	1	1	0
-3/4	-7/8	0	0	0	1	1	1
-1							

(أ)



(ب)



الشكل (٦-٧)

أ-ترميزان من ترميزات PCM الثانية.

ب-مبدل ADC لترميز الشارة/المقدار.

ج-دارة كشف ترميز ذات مقاومات موزونة.